Anthony JACQUEMIN

M2 IFI Système Complexe 23/11/2011

HFactor et mobilité

Projet de recherche en Systèmes Artificiels Complexes

Un modèle d'interaction entre agents par salutations est introduit afin, dès que son étude selon plusieurs paramètres est établie, de le faire évoluer vers un modèle migratoire

Table des matières

Hello model	2
Introduction	2
Observations	4
Mesures et analyse	10
Hello model avec adoption de la mobilité	15
Introduction	15
Observations	16
Mesures et analyse	18
Annexe	20
Code NetLogo de l'application pour simuler le Hello model	20
Code VBA pour le traitement des échantillons	25

Hello model

Introduction

Ce modèle s'inspire simplement d'un acte courant : le salut (ou *hello*). En effet, le *Hello model* s'appuie sur un enchaînement d'actions des plus communes pour chaque agent : celui-ci reconnaît un des siens, le salue puis peut alors débuter un processus (le plus fréquemment une discussion dans la vie courante).

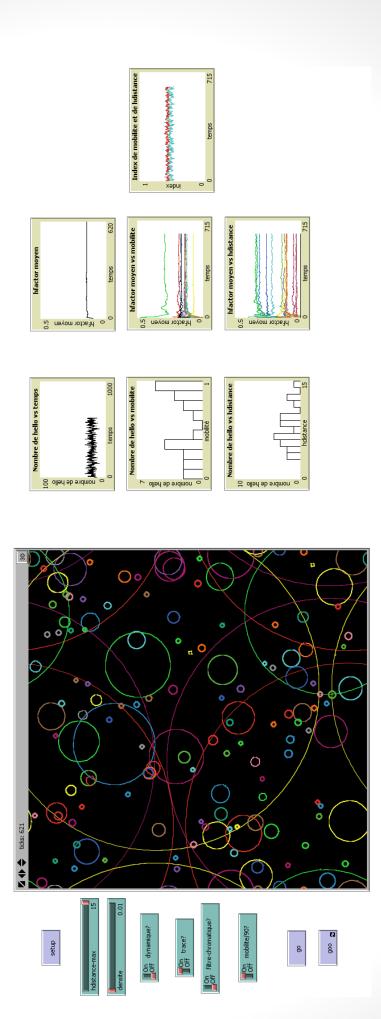
Dans cette première partie, on ne s'intéresse pas au processus réalisé une fois le contact établi mais au contraire à l'établissement de ce dernier. En l'occurrence, l'intérêt sera surtout porté sur la fréquence de ces *hello* que l'on assimilera au *hfactor* et sur les facteurs influant sur cette grandeur, bien que quelques outils permettront de donner des indications générales pour la situation de ces évènement dans l'espace et le temps.

Dans l'application, on considère l'espace comme un tore où la population est définie en fonction d'une *densité* ajustable. De même, plusieurs contraintes ont été appliquées afin de simplifier le processus de rencontre :

- Chaque agent se déplace suivant un cercle, bien que chacun soit situé aléatoirement sur la grille et se meut sur un cercle plus ou moins grand selon leur *mobilité*, c'est-à-dire leur angle de rotation, lui aussi attribué aléatoirement entre 1° et 90°. Leur sens de déplacement sur ce cercle est également défini de manière aléatoire.
- Tous les agents ont un champ de vision (pour reconnaître leurs pairs) circulaire, centré sur l'agent et de rayon aléatoire. Ce rayon, que l'on appellera *hdistance*, est borné par la valeur ajustable *hdistance-max lui-même limité à 15*.
- Un agent en saluera un autre si et seulement si ce dernier est le seul agent dans son champ de vision.

Pour de plus amples informations sur l'algorithmique et l'implémentation du projet, le code final de l'application, avec des ajouts abordés dans la suite de ce rapport, est disponible en annexe.

L'aperçu est disponible ci-contre. On notera pour l'instant les paramètres de densité et de rayon maximum de vision, nommés respectivement *densite* et *hdistance-max*, ainsi que les six graphiques répartis sur les deux premières colonnes.

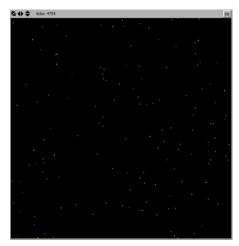


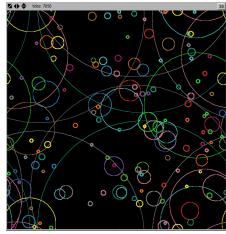
Observations

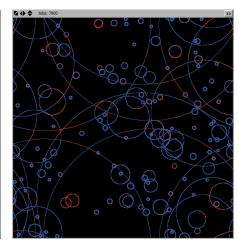
Il est essentiel de rappeler que, étant donné que les agents sont placés aléatoirement et que leurs propriétés sont définies aléatoirement sur un intervalle, il est impensable de pouvoir prédire la trajectoire de ceux-ci et d'en déduire une quelconque organisation dans l'espace et le temps. Toutefois, une fois la configuration connue, il est envisageable de situer, même grossièrement, les zones de rencontres sur les arcs de cercles de leurs trajectoires et les périodes dans leur cycle de cheminement, ce cycle étant dû à la forme-même du cercle.

A cet effet, l'option permettant à chaque agent de laisser la trace de leur passage a été créé; la trajectoire n'étant sinon pas visible à l'œil nu dans le fourmillement de points. De même, un filtre chromatique a été ajouté afin de situer nettement les arcs de rencontres entre agents, l'agent laissant une trace rouge lorsqu'il émet un salut, un bleue sinon par défaut.

A titre d'illustration, voici la même configuration respectivement sans option, avec trace et avec filtre chromatique :

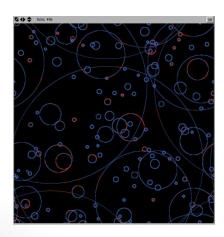


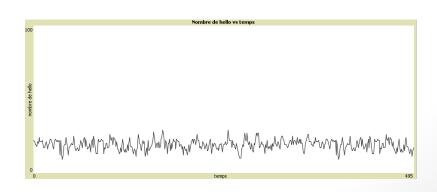




De même, un graphique représentant le nombre de hello en fonction du temps est inclus afin d'en observer l'évolution.

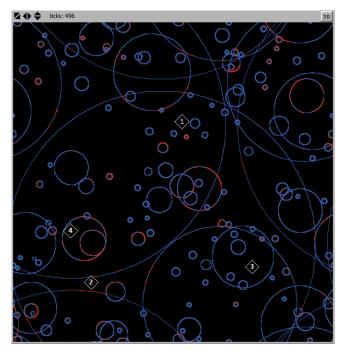
Pour illustrer les constats suivants, l'exemple ci-dessous, rencontré lors d'expérimentations, a été retenu car il présente l'avantage de mettre en exergue plusieurs points sans pour autant nuire à la généralité. N'importe quelle configuration présente effectivement tous ces points plus ou moins visiblement.





Tâchons d'abord de repérer et distinguer des situations simples à analyser. En l'occurrence, uniquement 4 cas de base bien distincts sont présents à chaque fois, identifiables sur cet exemple

également :



- 1) Plusieurs agents à mobilité restreinte dessinent de petits cercles qui ne s'entrecroisent pas. La possibilité de contact de chacun dépend directement de sa proximité avec les autres. Ainsi, la plupart du temps, aucune rencontre n'a lieu dans ces zones, hormis pour de rares agents tout le temps en train de saluer, ceux-ci ayant une mobilité très petite pour être assez distants des autres et les voir sans pour autant être vus. De plus, on peut observer aux bords de ces agglomérats quelques agents dont les arcs de cercle orientés vers le groupe sont actifs, même périodiquement.
- 2) Deux agents à mobilité relativement élevée présentent des arcs en opposition. Sur toute la section où les deux arcs sont proches vis-à-vis de leur hdistance, ces arcs serviront de rencontre entre eux deux. Cela reste bien sûr applicable avec plusieurs agents s'ils sont suffisamment éloignés, même si cela devient plus propice aux parasitages.
- 3) Plusieurs agents à mobilité assez réduite forment des cercles compris dans le cercle d'un agent à grande mobilité. Bien que la configuration semble similaire à celle en 1), l'agent au cercle englobant empêche une quelconque possibilité de rencontre aux bords ou du moins la rend périodique. Le seul moyen probable de contact provient alors d'un agent extérieur très mobile dont l'arc de sa trajectoire traverse ledit cercle englobant. D'ailleurs, ce cas est assimilable à la situation où plusieurs agents à forte mobilité se croisent dans une zone commune restreinte, annihilant un contact de par leur nombre.
- 4) Un agent décrit un cercle inclus dans celui d'un autre agent. La trace du premier est très exposée aux rencontres, en particulier la partie la plus excentrée. De plus, la longueur de contact des deux arcs est directement liée à la différence de mobilité entre les deux agents. Ainsi, deux agents de mobilité relativement proche seront en contact sur une très grande longueur de leurs arcs.

A partir de ces cas initiaux, on peut retrouver toutes les situations présentes qui sont soit issues de ces mêmes cas soit constituées de combinaisons de ces cas de base.

Néanmoins, ces cas ne considèrent pas les *perturbations* extérieures, c'est-à-dire des agents proches de la zone qui risquent de la parasiter s'ils rentrent dans les champs de vision des agents concernés. De plus, ces indications générales sont à relativiser par rapport à plusieurs points.

D'une part, aucune référence à la hdistance de chaque agent n'est visible, ce qui, en vue de sa plage étendue (de 1 à 15), a une influence conséquente sur le champ de vision et l'interprétation des rencontres en résultant. Bien que les cas cités précédemment tentent d'être le plus général possible, il est évident que, pour une même situation, selon la hdistance propre à chaque agent, les zones de rencontres s'en ressentent fortement modifiées.

D'autre part, le tracé de la trajectoire, affiché au complet, ne reflète aucunement la date de passage de l'agent en chacun des points de sa trajectoire. Cela peut induire en erreur en laissant penser, par exemple, que deux agents se rencontrent dans une certaine zone du fait de la proximité de leurs arcs, alors que ces derniers passent en cet endroit en des périodes bien distinctes.

Il reste donc délicat de s'aventurer à faire des estimations précises quant à la localisation des contacts et à leur évolution. Cette remarque va être d'autant plus valable pour la localisation temporelle.

Il paraît, du fait du nombre et de la complexité des situations présentes au sein de l'espace de simulation, inenvisageable de définir l'évolution du nombre de *hello* dans le temps, et, même pire, d'expliquer les variations comme les pointes plus ou moins prononcées du graphique. Par contre, on peut remarquer la présence d'un cycle qui se répète infiniment, comme illustré ci-dessous où le graphique de l'exemple a été repris pour révéler ces répétitions.



A défaut de pouvoir indiquer clairement la durée de ce cycle, de par l'absence d'indication quant à la mobilité de chaque agent et ainsi quant à la durée nécessaire pour parcourir son cercle en entier, et de par la complexité du système en lui-même avec des problèmes analogues à ceux rencontrés auparavant, on peut préciser une borne maximale dans le temps qui correspond au plus petit commun multiple des durées des cycles des agents, ce qui est très fréquemment égal à la durée du cycle le plus long, id es la durée du cycle de l'agent ayant la plus grande mobilité.

A présent, on peut se focaliser sur les relations entre le nombre de *hello* et la densité ainsi que les attributs des agents, à savoir la mobilité et la hdistance.

Des limites se présentent rapidement dès que l'on veut varier la densité, la simulation devenant excessivement longue dès que la population représente 10% de la surface totale. On peut toutefois supposer que des densités supérieures sont inutiles pour les observations car l'espace est alors saturé en agents qui ne peuvent plus se rencontrer car ils sont à chaque fois en surnombre.

Pour avoir un premier aperçu, deux histogrammes ont été ajoutés représentant le nombre de *hello* respectivement par hdistance et par mobilité, le deuxième proposant deux échelles au choix entre une plage de mobilité par intervalle de 0,1 sur la mobilité et une détaillée par degré de rotation (la mobilité correspond à la valeur de ce degré de rotation sur 90, valeur maximale de rotation si l'on ne tient pas compte du sens de rotation).

On ne remarque aucune fixation des valeurs qui, au contraire, ont tendance à changer grandement d'un instant au suivant.

Néanmoins, on perçoit sur l'histogramme sur la mobilité que les barres ont tendance à être plus souvent hautes vers les mobilités intermédiaires ainsi qu'aux extrêmes, mais moins fréquemment, sans pour autant être significatives. Le passage à une mobilité en degré rend encore plus vague cette impression avec des intervalles vides marqués mais bougeant constamment.

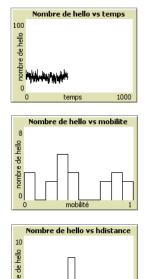
De même, l'histogramme sur la hdistance semble montrer des valeurs supérieures dans le premier tiers de l'intervalle, pour des hdistances avoisinant les 3-4.

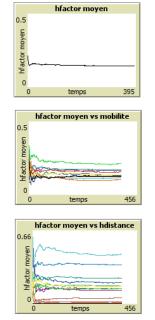
La densité, ajustée entre 0,01 et 0,1, ne semble qu'atténuer ou accentuer ces phénomènes, tout particulièrement ceux observés pour la hdistance, avec des barres très prononcées pour des hdistances faibles lorsque la densité est grande. Elle semble jouer un rôle de catalyseur.

Cependant, ces histogrammes ne sont pas viables pour déduire des règles sur le long terme de par la rapidité des changements et ne permettent ni d'obtenir des valeurs stables ni de voir l'évolution.

Trois nouveaux graphiques ont alors été instaurés, correspondant aux trois précédents à la différence près qu'ils ne considèrent plus le nombre de *hello* mais le *hfactor moyen*. Ce dernier correspond bien au nombre de *hello* par unité de temps mais moyenné depuis le départ de la simulation. Plus exactement, il indique, à un instant t, le rapport du nombre de *hello* dits depuis le début simulation sur le temps écoulé. On conserve ainsi les propriétés en produisant des courbes qui vont s'harmoniser au fil du temps et tendre vers une limite constante. Cela est d'autant plus intéressant que cette limite est vite atteinte. Toutes les situations et variations, à l'origine des écarts soudains constatés sur les histogrammes, sont rencontrées dès la fin du cycle du système et la moyenne à cet instant peut être utilisée pour les mesures et analyses à venir. La simulation ne s'arrêtant pas nécessairement en fin de cycle, il est important de laisser dérouler un certain nombre de cycles, très petit, afin de garantir une stabilité et éviter un quelconque décalage dans l'éventualité où l'arrêt arrive en milieu de cycle. Une durée de simulation de 300 étapes a dans ce but été choisi.

Afin d'illustrer, voici un comparatif entre les deux séries de graphiques pour une même configuration avec une hdistance-max de 15 et une densité de 0,01 :





On remarque ligne par ligne:

- que le nombre de *hello* semble changer perpétuellement alors qu'il est déjà stable depuis un certain temps
- que l'histogramme actuel vis-à-vis de la mobilité ne reflète aucunement la situation actuelle et n'indique ni son évolution ni la prédominance de la courbe verte, correspondant à des agents de faible mobilité, tandis que l'histogramme laisse suggérer le contraire
- le même constat avec l'histogramme pour les hdistances, avec les courbes bleues, pour des agents avec de faibles hdistances, se démarquant, ce que ne suggère pas l'histogramme

Il faut noter que le jeu de couleurs des deux graphiques commence du bleu pour de petites valeurs jusqu'au rouge pour les plus grandes.

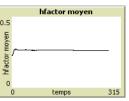
De manière générale, les changements sont significatifs si on varie la hdistance-max et évoluent suivant trois états seuils, illustrés ci-dessous avec une densité fixée à 0,02 :

- une hdistance-max faible, en l'occurrence 2, où le hfactor moyen demeure faible car les champs de vision des agents sont trop petits pour remarquer la présence des autres.

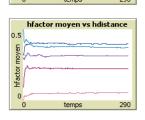
Cela est également valable pour les hfactors moyens selon la mobilité qui restent compacts autour du hfactor moyen.

On distingue que le hfactor moyen pour une hdistance de 2 (en magenta) est supérieur à celui pour 1 (en rose), ce qui complète la logique du premier graphique, les agents ayant les plus grands champs de vision entraînant plus de rencontres

Cet état englobe un intervalle de hdistance-max de 1 à 4, les hfactors moyens croissant progressivement jusqu'à atteindre un seuil maximal décrit dans l'état suivant.





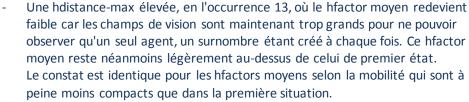


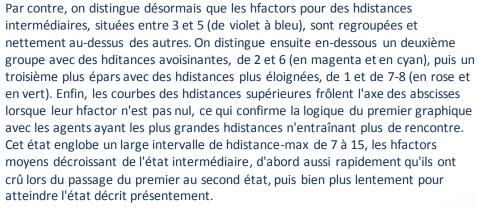
- Une hdistance-max intermédiaire, en

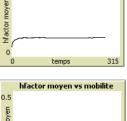
l'occurrence 5, où le hfactor moyen est élevé, y atteignant son maximum de toute la simulation.

Cela est aussi constaté pour les hfactors moyens en fonction de la mobilité qui restent condensés autour du hfactor moyen, bien qu'un peu plus aérés. Une fois de plus, les agents avec les plus grandes hdistances se démarquent des plus basses en leur étant clairement supérieurs sans pour autant se démarquer entre hautes hdistances, l'écart entre hdistances successives se réduisant au fur et à mesure que celles-ci augmentent.

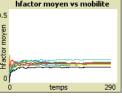
Cet état englobe un court intervalle de hdistance-max de 5 à 6 où tous les hfactors stagnent et se maintiennent autour du maximum global.

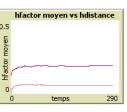


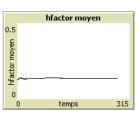


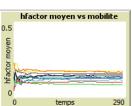


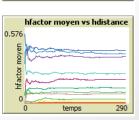
0.5









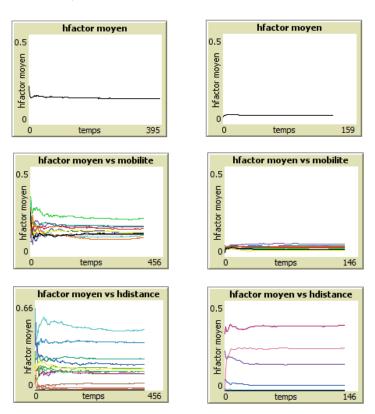


Deux points cruciaux sont à noter :

- Le hfactor moyen se situe dans la même zone que les hfactors moyens en fonction de la mobilité qui restent globalement très compacts et suivent la même évolution, laissant présager que l'influence de la mobilité sur le hfactor est nulle.
- Quel que soit le nombre de hdistances possibles, les courbes des hfactors moyens en fonction de la hditsance restent remarquablement identiques pour chaque hdistance. Ainsi, on constate que le hfactor moyen est maximum pour des hdistances entre 3 et 5 et descend de plus en plus au fur et à mesure que la hdistance s'éloigne de cet intervalle, à cause de trop petits et trop grands champs de vision pour respectivement des hdistances faibles et fortes. Les notions de hdistance et hdistance-max pourraient alors être fusionnées.

On peut finalement observer que la densité semble jouer un rôle de catalyseur, accélérant l'accès au deuxième état seuil, accentuant les hfactors moyens pour des hdistances faibles et les atténuant pour des hdistances fortes, ce qui fait diminuer globalement le hfactor moyen.

Par exemple, sur une simulation avec une hdistance-max de 15, on obtient les graphiques suivants pour des densités respectives de 0,01 et 0,1 :



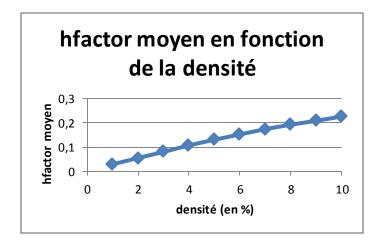
On remarque bien d'une part la diminution des hfactors moyens ainsi que de ceux en fonction de la mobilité, qui sont d'ailleurs très comprimés, d'autre part l'évolution des hfactors moyens en fonction de la hdistance où les hfactors moyens pour des hdistances très faibles, de 1 à 3 (de rose à violet), ont fortement augmenté et ceux pour des hdistances supérieures ont fortement reduit, voire sont devenus nuls.

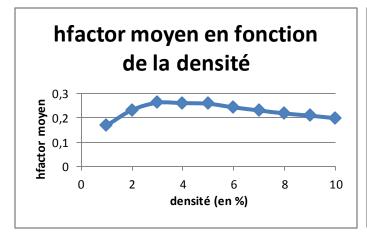
Mesures et analyse

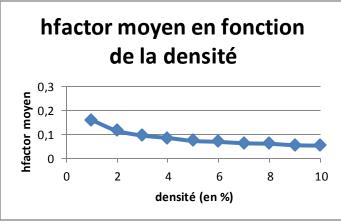
On mesure indépendamment pour chaque hdistance-max, le hfactor moyen par rapport à la densité, le hfactor moyen en fonction de la densité et de la mobilité, le hfactor moyen en fonction de la densité et de la hdistance, chaque graphique illustrant le deuxième paramètre sous forme de courbes de couleur.

Comme lors des observations, la même évolution des courbes est constatée, et de ce fait seuls les courbes pour des hdistances-max de 1, 4 et 15, valeurs significatives des différents états seuils cités auparavant.

Considérons le hfactor moyen en fonction de la densité :



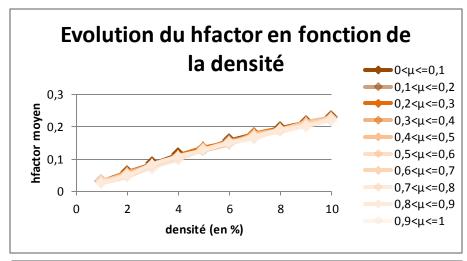


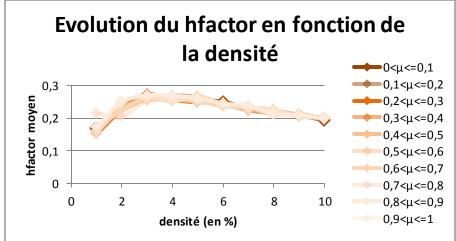


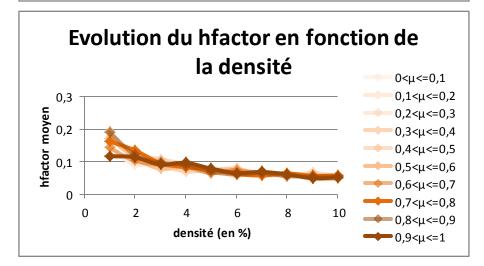
L'hypothèse présentée dans les observations quant au rôle de catalyseur de la densité tient car on a respectivement :

- Un hfactor augmentant en fonction que la densité croît pour des hdistances très faibles
- Un hfactor au maximum et stable pour des valeurs intermédiaires de densité, croissant auparavant puis décroissant après pour respectivement des densités plus faibles et plus fortes, le hfactor maximum n'ayant pas encore été rencontré puis ayant déjà été rencontré, ce qui implique un retard puis une avance sur l'état maximum, d'où l'influence de la densité sur l'accélération de la rencontre de ce maximum
- Un hfactor diminuant suivant la croissance de la densité

Considérons le hfactor moyen en fonction de la densité et de la mobilité et comparons-le au hfactor moyen en fonction de la densité :

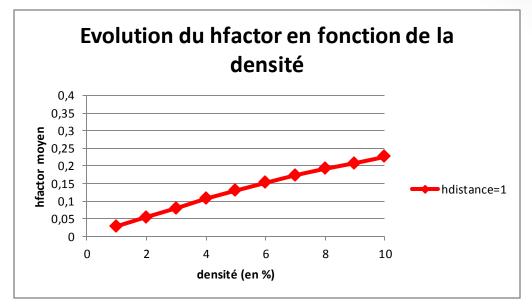


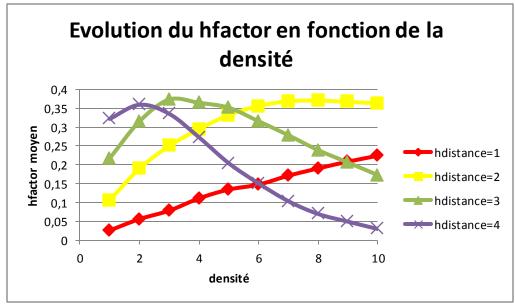


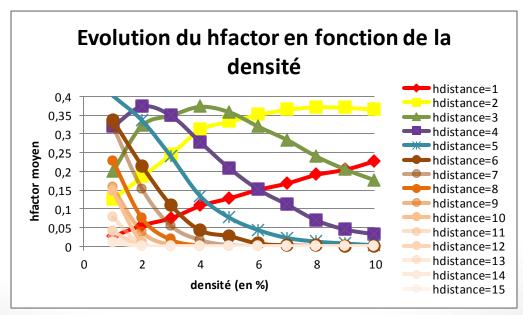


Au sein d'un même graphique, les courbes des hfactors moyens sont quasi identiques quelle que soit la mobilité et donc identiques aux courbes de la page précédente. Ainsi, on peut affirmer que la mobilité n'a aucune influence sur le hfactor.

Considérons le hfactor moyen en fonction de la densité et de la hdistance :







Les courbes des hfactors moyens pour une même hdistance sont identiques quelle que soit la valeur de la hdistance-max. L'évolution selon la hdistance est donc indépendante des autres paramètres.

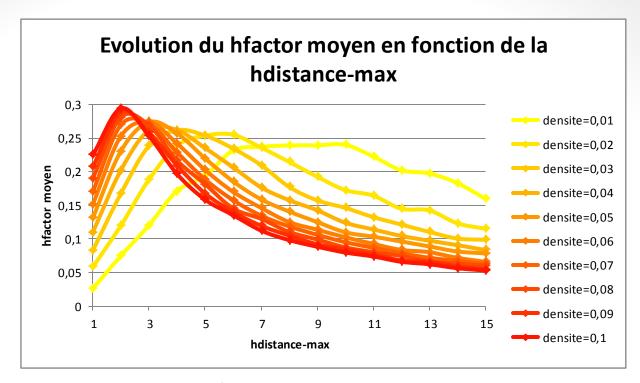
On distingue trois groupes relatifs aux états seuils :

- Un groupe d'agents à la hdistance très faible (1-2), avec un champ de vision limitant les rencontres, qui a un hfactor augmentant selon la croissance de la densité car l'augmentation de la population va accroître, d'un point de vue purement probabiliste, les chances de contacts à proximité de ces agents
- Un groupe d'agents avec une hdistance intermédiaire (3-4), ayant un champ de vision encore trop petit pour de faibles densités mais dont le hfactor va croître suivant la densité jusqu'à atteindre son maximum et une configuration optimale, puis décroître de par le surnombre d'agents dans le champ de vision
- Un groupe d'agents à la hdistance plus forte (5-15), avec un champ de vision trop grand, même pour de très basses densités, et ne pouvant se limiter qu'à une seul agent, connaissant un hfactor diminuant dès le départ suivant l'expansion de la population et atteignant très vite une valeur nulle, la saturation n'entraînant plus la moindre possibilité de rencontre

De plus, l'évolution du hfactor en fonction de la hdistance-max est justifiée car elle est la composition du hfcator en fonction de chaque hdistance, ce hfactor présentant une croissance au départ par l'évolution du premier groupe jusqu'à stagner vers son maximum par le second groupe et enfin une décroissance, réduisant sans pour autant devenir nul car il est moyenné sur le hfactor pour chaque hdistance.

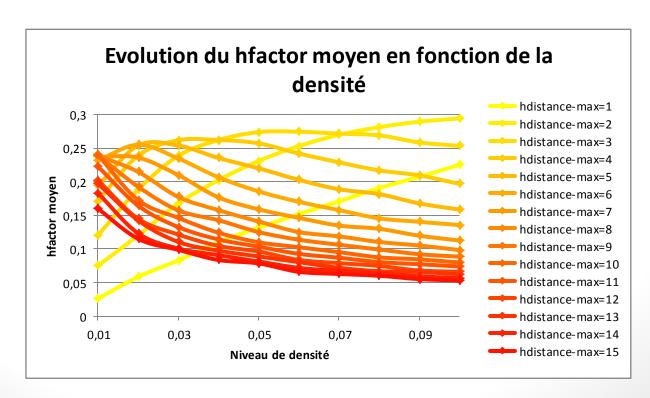
Ceci est appuyé par les deux courbes sur la page suivante montrant l'évolution du hfactor moyen en fonction de densité et de la hdistance-max, obtenues via une macro VBA sous Excel, disponible en annexe, s'appuyant sur plusieurs essais pour chaque couple (densité, hdistance-max).

D'ailleurs, ce procédé a été respecté pour chaque graphique présenté dans ce document



Ces deux graphiques confirment:

- L'influence de la hdistance-max : le hfactor croît jusqu'à son maximum puis décroît suivant l'augmentation de la hdistance-max (graphique 1); cette dernière va impliquer un fort hfactor pour des hdistances-max intermédiaires puis diminuer de plus en plus ce hfactor au fur et à mesure que la hdistance-max s'en éloigne (graphique 2)
- Le rôle de catalyseur de la densité : elle va accentuer l'effet pour de faibles hdistances-max et l'atténuer pour des fortes tout en accélérant en même temps l'accès au maximum (graphique 1) mais maintient la portée générale de la hdistance-max (graphique 2)



Hello model avec adoption de la mobilité

Introduction

On a pu apprécier l'unique influence de la hdistance sur le hfactor et le rôle de catalyseur de la densité dans le modèle précédent dont on peut en déduire une configuration, avec une densité de 0,02 et une hdistance-max de 4, révélatrice de tous les états sans pour autant accentuer ou s'attarder sur certains mais en centrant sur le hfactor maximum.

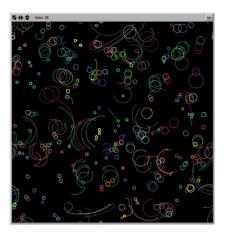
On désire désormais le faire évoluer vers un modèle migratoire et peut implémenter à cet effet le processus réalisé une fois le contact établi. On considère ainsi simplement que, lorsqu'un agent en reconnaît un autre et le salue, il le suit, soit il adopte la mobilité, la direction et le sens, de ce dernier. L'option a été ajoutée dans l'interface graphique afin d'enclencher ce processus.

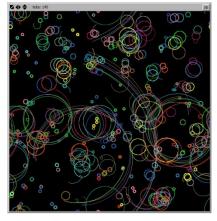
On a pu également constater que la mobilité n'a aucune influence sur le hfactor, ce qui va permettre d'observer et mesurer les flux migratoires grâce à cette grandeur. En particulier, on va distinguer par la suite les agents de petite mobilité dits sédentaires de ceux de grande mobilité dits voyageurs.

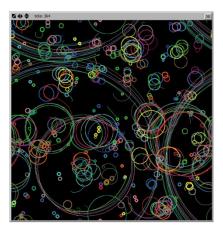
Observations

De manière générale, on observe un regroupement des agents selon leur nouvelle mobilité, hypothétiquement changée après une ou plusieurs rencontres, sous forme d'amas.

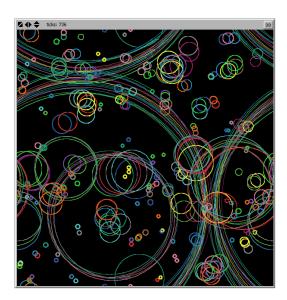
L'évolution typique est la suivante :







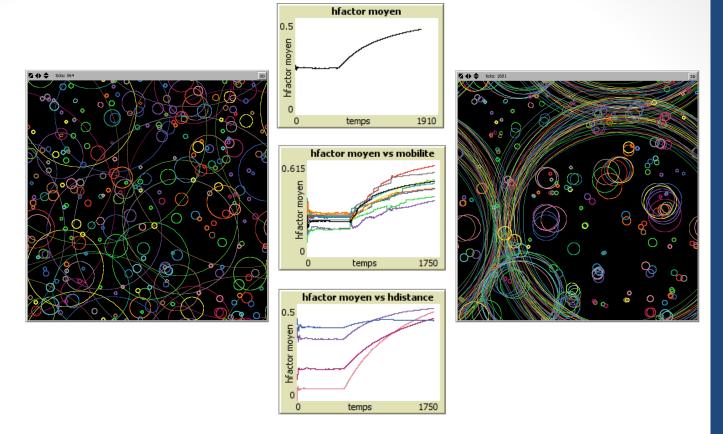
En épurant les anciens tracés du dernier, la trace finale est la suivante :



Le plus souvent, les tas des groupes de faibles mobilités sont inclus dans les cercles formés par le groupe de plus grande mobilité.

Bien qu'au lancement de la simulation, un voyageur peut devenir sédentaire et inversement par le hasard des rencontres, il semble qu'une fois les groupes formés, les agents conservent leur mobilité, ce qui peut être raisonnablement expliqué soit par le surnombre dans le champ de vision des agents qui ne feront alors plus de nouvelle rencontre et maintiendront leur mobilité actuelle, soit par un champ de vision trop restreint des agents qui ne verront alors que les agents les plus proches, c'est-à-dire les autres agents de son groupe le plus souvent.

Il est intéressant de voir la transition d'une situation statique vers une dynamique en observant l'évolution des hfactors moyens.



Cette transition est flagrante sur les graphiques : dès la dynamique enclenchée, le hfactor moyen a augmenté pour se fixer sur une valeur presque doublée, ce qui est également valable pour les autres graphiques mais avec un coefficient d'augmentation différent.

L'évolution pour les hfactors en fonction de la mobilité est moins continue, les hfactors moyens de certaines courbes augmentant par vagues, suggérant l'*enrolement* d'agents d'autres groupes. Ces courbes se distinguent au fil de l'avancement de la dynamique et laissent croire que des groupes se forment par tranche de mobilité avec leur propre cycle.

Les hfactors moyens en fontion de la hdistance présentent une augmentation inversement proportionnelle à la valeur de la hdistance mais surtout tendent tous vers une valeur seuil identique, d'où la suggestion d'un mélange des agents d'hdistance différente.

Mesures et analyse

Les dernières considérations quant au mélange des agents d'hdistance différente et leur rassemblement selon leur nouvelle mobilité obligent à instaurer une mesure de similarité des agents d'un même groupe selon ces grandeurs.

On va introduire pour cela la notion proximité selon une grandeur qui vise à quantifier la ressemblance entre un agent et ses voisins au niveau de cette grandeur.

La mesure associée est reprise sous la forme d'une différentielle opposée des grandeurs à un instant t avec

$$\bar{\Delta}_G(t) = \frac{1}{\#A} \sum_{i=1}^{\#A} \left(1 - \frac{1}{\#V_{i,t}} \sum_{j=1}^{\#V_{i,t}} \left| G_{V_{j,i,t},t} - G_{i,t} \right| \right)$$

où #A représente le nombre d'agents dans la population

 $\#V_{i,t}$ le nombre de voisins de l'agent i à l'instant t

 $V_{i,i,t}$ le $j^{\grave{\mathrm{e}}me}$ voisin de i à l'instant t

G et $G_{i,t}$ la grandeur considérée pour la ressemblance et la valeur de cette grandeur de l'agent i à l'instant t

Par conséquent, les notions de proximité en mobilité et en hdistance sont associées aux mesures respectives :

$$\bar{\Delta}\mu(t) = \frac{1}{\#A} \sum_{i=1}^{\#A} \left(1 - \frac{1}{\#V_{i,t}} \sum_{j=1}^{\#V_{i,t}} \left| \mu_{V_{j,i,t},t} - \mu_{i,t} \right| \right)$$

et

$$\bar{\Delta} \text{hdistance(t)} = \frac{1}{\#A} \sum_{i=1}^{\#A} \left(1 - \frac{1}{\#V_{i,t}} \sum_{j=1}^{\#V_{i,t}} \left| \text{hdistance}_{V_{j,i,t},t} - \text{hdistance}_{i,t} \right| \right)$$

La notion de voisinage doit être explicitée; on va considérer comme voisins d'un agent tous les agents visibles dans son champ de vision, d'où cette nouvelle définition :

$$\bar{\Delta}_{G}(\mathbf{t}) = \frac{1}{\#A} \sum_{i=1}^{\#A} \left(1 - \frac{1}{\sum_{j=1}^{\#A} I_{i \neq j \ \land \ d(i,j) < \ hdistance_{i}}} \sum_{j=1}^{\#A} I_{i \neq j \ \land \ d(i,j) < \ hdistance_{i}} \left| G_{V_{j,i,t},t} - G_{i,t} \right| \right)$$

où I_p représente l'indicatrice d'une propriété p, id es vaut 1 si et seulement si p est vérifiée

d(i,j) la distance entre les agents i et j

hdistance; la hdistance de l'agent i

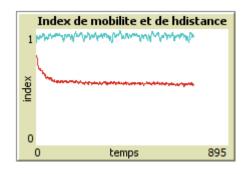
Concrètement, pour chaque agent existant, la différence absolue entre sa valeur de la grandeur et celle des agents dans son champ de vision va être moyennée, puis le contraire de ces différences va être moyenné. Une valeur proche de 1 signifie alors que les différences de grandeur entre voisins sont presque nulles.

La différence moyenne de tolérance espérée étant de $\frac{1}{2}$, en découle l'index d'une grandeur pour un instant t défini par :

$$index_G(t) = \frac{\bar{\Delta}_G(t) - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$$

Le septième et dernier graphique ajouté dans l'interface est consacré à cette mesure et est directement utilisé pour la seule configuration exploitée dans ce modèle.

L'exemple-type donné dans les observations produit ce graphique :



L'index de mobilité (courbe bleue) se maintient très proche de 1 alors que celui de hdistance (courbe rouge) diminue pour stagner aux alentours de 0,5.

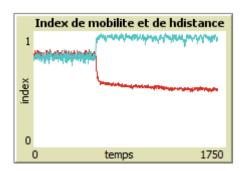
La mixité des hdistance dans les groupes et le rassemblement selon la mobilité sont donc confirmées.

Il ne reste plus qu'à comparer une situation statique d'une dynamique, et plus particulièrement la transition d'une situation statique à l'autre dynamique au sein d'une même configuration afin d'en observer l'évolution des index.

L'exemple de transition donné dans les observations amène à ce graphique :

La transition entre les deux situations est flagrante avec une forte et rapide évolution des index, en hausse pour l'index de mobilité et en baisse pour l'index de hdistance.

On peut conclure que cette dynamique regroupe les agents selon leur nouvelle mobilité, indépendamment de leur hdistance.



Annexe

Code NetLogo de l'application pour simuler le Hello model

```
globals [
 ; nombre total d'agents
 nb-agents
 ; vitesse constante de chaque agent
 vitesse
 ; valeur aux étapes précédentes de certains switches
 ; pour repérer d'éventuels changements de ces derniers
 filtre-chromatique-past?
 trace-past?
turtles-own [
 ; angle de déplacement
 mobilite
 ; rayon de vision
 hdistance
 ; sens giratoire: horaire (1) ou direct (-1)
 sens
 ; a dit bonjour à l'instant présent
 ; nombre total de hello dits depuis le début
 nbhello
 ; pour le filtre chromatique
 ; couleur d'origine
 color-origin
]
```

```
to setup
 ca
 ; ajustement de l'échelle des graphes
 set-current-plot "Nombre de hello vs hdistance"
 set-plot-x-range 1 hdistance-max + 1
 set vitesse 1
 set nb-agents int (densite * (max-pxcor + 1) * (max-pycor + 1))
 let n nb-agents
 ask patches [
  if (n > 0)
   sprout 1 [
    set hdistance random hdistance-max + 1
    set mobilite random 90 + 1
    set sens -2 * random 2 + 1
    set hello? false
    set nbhello 0
    set color-origin color
    if (filtre-chromatique?) [set color blue]
   ]
  ]
  set n (n - 1)
]
end
togo
 react
 move
 tick
 dessiner
tracer
```

end

to react

```
ask turtles [
  let personnesVisibles turtles with [(self != myself) and (distance myself < [hdistance] of myself)]
  ifelse (count personnesVisibles = 1) [
   set hello? true
   set nbhello (nbhello + 1)
   let personneVisible one-of personnesVisibles
   if (dynamique?) [set mobilite [mobilite] of personneVisible
             set sens [sens] of personneVisible
             set heading [heading] of personneVisible]
  ][
   set hello? false
  ]
]
end
to move
 ask turtles [
  forward vitesse
  rt sens * mobilite
]
end
to dessiner
 if (trace-past? != trace?) [
  ifelse (trace?)[
   ask turtles [pen-down]
  ][
   clear-drawing
   ask turtles [pen-up]
  set trace-past? trace?
 if (filtre-chromatique-past? != filtre-chromatique?) [
  clear-drawing
  if (not filtre-chromatique?) [
   ask turtles [set color color-origin]
  set filtre-chromatique-past? filtre-chromatique?
 if (filtre-chromatique?) [
  ask turtles[
   ifelse (hello?) [set color red] [set color blue]
  ]
]
end
```

```
to tracer
 set-current-plot "Nombre de hello vs temps"
 plot count turtles with [hello? = true]
 set-current-plot "Nombre de hello vs mobilite"
 ifelse (mobilite/90?) [
  set-plot-pen-interval 0.1
  set-plot-x-range 01
  histogram [mobilite / 90] of turtles with [hello? = true]
 ][
  set-plot-pen-interval 1
  set-plot-y-range 0 5
  set-plot-x-range 0 90
  histogram [mobilite] of turtles with [hello? = true]
 ]
 set-current-plot "Nombre de hello vs hdistance"
 histogram [hdistance] of turtles with [hello? = true]
 set-current-plot "hfactor moyen"
 plot (mean [nbHello] of turtles) / ticks
 tracer-mobilite
 tracer-hdistance
 tracer-index
end
to tracer-mobilite
 let nbDivisions 10
 let nbElementsParDivision 90 / nbDivisions
 set-current-plot "hfactor moyen vs mobilite"
 let i 0
 while [i < nbDivisions] [
  set-current-plot-pen word "pen" (i + 1)
  let agentsMobiles turtles with [mobilite > i * nbElementsParDivision and mobilite < (i + 1) *
nbElementsParDivision + 1]
  ifelse (any? agentsMobiles)
   [plot (mean [nbHello] of agentsMobiles) / ticks]
   [plot 0]
  set i i + 1
]
end
```

```
to tracer-hdistance
 set-current-plot "hfactor moyen vs hdistance"
 while [i < hdistance-max + 1] [
  set-current-plot-pen word "pen" i
  let agentsMobiles turtles with [hdistance = i]
  ifelse (any? agentsMobiles)
   [plot (mean [nbHello] of agentsMobiles) / ticks]
   [plot 0]
  set i i + 1
]
end
to tracer-index
 set-current-plot "Index de mobilite et de hdistance"
 let sum-hdistance-index 0
 let sum-mobilite-index 0
 ask turtles [
  let voisins turtles with [(self != myself) and (distance myself < [hdistance] of myself)]
  ifelse (count voisins = 0) [
   ; pas de voisin équivalent à tous les voisins identiques
    set sum-hdistance-index (sum-hdistance-index + 1)
    set sum-mobilite-index (sum-mobilite-index + 1)
   ][
    let hdistance-agent hdistance
    let mobilite-agent mobilite
    set sum-hdistance-index (sum-hdistance-index + 1 - (mean [abs (hdistance-agent - hdistance) /
hdistance-max] of voisins))
    set sum-mobilite-index (sum-mobilite-index + 1 - (mean [abs (mobilite-agent - mobilite) / 90] of
voisins))
   ]
 ]
 set-current-plot-pen "hdistance-index"
 plot ((sum-hdistance-index / count turtles) - 0.5) / 0.5
```

end

set-current-plot-pen "mobilite-index"

plot ((sum-mobilite-index / count turtles) - 0.5) / 0.5

Code VBA pour le traitement des échantillons

```
' Définition des plages d'étude pour la densité et la hdistancemax
Const MinDensite = 0.01, MaxDensite = 0.1, PasDensite = 0.01, MinHDistanceMax = 1,
MaxHDistanceMax = 15, PasHDistanceMax = 1
' Calcul du nombre d'itérations pour chaque variable
Const NbIterDensite As Integer = (MaxDensite - MinDensite) / PasDensite,
NbIterHDistanceMax As Integer = (MaxHDistanceMax - MinHDistanceMax) / PasHDistanceMax
' Calcul des plages de couleur pour chaque variable
Const CoeffCouleurDensite As Integer = 255 / (NbIterDensite + 1),
CoeffCouleurHDistanceMax As Integer = 255 / (NbIterHDistanceMax + 1)
 Nombre d'exécutions pour chaque configuration
Const NbEssais = 10
' Indicateurs de positionnement des résultats dans le tableur en chiffres
Const NumLigneInit = 8, NumColonneDensite = 2, NumColonneHDistanceMax = 3,
NumColonneMoyenne = 5
' ainsi qu'en lettres pour les colonnes (la conversion chiffre/lettre ne marchant plus
dès AA)
Const LettreColonneDensite = "B", LettreColonneHDistanceMax = "C",
LettreColonneHFactor = "D"
'Calcule les moyennes pour chaque configuration et affiche le résultat dans la case
appropriée
Sub MoyennesSelonFacteurs()
    Dim numero, numeroFin As Integer
    ' Pour chaque configuration (hdistance-max, densité),
    For i = 0 To NbIterDensite
        For j = 0 To NbIterHDistanceMax
             ' récupération des 2 cases extrêmes
            numero = NumLigneInit + i * (NbIterHDistanceMax + 1) * NbEssais + j *
NbEssais
            numeroFin = numero + NbEssais - 1
            ' pour calculer la moyenne de l'ensemble
            Cells(numeroFin, NumColonneMoyenne).Value = "=AVERAGE(" &
LettreColonneHFactor & numero & ":" & LettreColonneHFactor & numeroFin & ")"
        Next j
    Next i
End Sub
' Trace deux graphiques pour respectivement l'évolution du hfactor moyen en fonction
de la hdistance-max et de la densité
Sub GraphesSelonFacteurs()
    'Objets graphiques et feuille de calcul
    Dim MyGraphHDistanceMax As Chart, MyGrapheDensite As Chart, MySheet As Worksheet
     Zones allouées pour les graphiques
    Dim MyTableRangeHDistanceMax As Range, MyTableRangeDensite As Range
     'Plages de données en abscisse et en ordonnée et séries pour tracer les courbes
    Dim CasesX As String, PlageX As Range, PlageY As Range, MySeries As Series
    Dim ValeurCouleur As Integer, ValeurInit As Integer
      Récupération de la feuille de calcul
    MySheet = ThisWorkbook.Worksheets("hfactor&mobilité experiment-tab")
      Initialisation des graphes
    With MySheet
```

```
MyTableRangeHDistanceMax = .Range("I8:U37")
        MyTableRangeDensite = .Range("I40:U69")
        MyGraphHDistanceMax = .ChartObjects.Add(MyTableRangeHDistanceMax.Left,
MyTableRangeHDistanceMax.Top, MyTableRangeHDistanceMax.Width,
MyTableRangeHDistanceMax.Height).Chart
        MyGrapheDensite = .ChartObjects.Add(MyTableRangeDensite.Left,
MyTableRangeDensite.Top, MyTableRangeDensite.Width, MyTableRangeDensite.Height).Chart
    'Configuration du graphique de l'évolution du hfactor moyen / hdistance-max
    With MyGraphHDistanceMax
        .ChartType = xlXYScatterSmooth
        .HasTitle = True
        .ChartTitle.Text = "Evolution du hfactor moyen en fonction de la hdistance-
max"
        With .Axes(xlCategory, xlPrimary)
            .HasTitle = True
            .AxisTitle.Text = "hdistance-max"
            .MinimumScale = MinHDistanceMax
            .MaximumScale = MaxHDistanceMax
        End With
        With .Axes(xlValue, xlPrimary)
            .HasTitle = True
            .AxisTitle.Text = "hfactor moyen"
            .MinimumScale = 0
            .MaximumScale = 0.3
        End With
    End With
      Configuration du graphique de l'évolution du hactor moyen / densité
    With MyGrapheDensite
        .ChartType = xlXYScatterSmooth
        .HasTitle = True
        .ChartTitle.Text = "Evolution du hfactor moyen en fonction de la densité"
        With .Axes(xlCategory, xlPrimary)
            .HasTitle = True
            .AxisTitle.Text = "Niveau de densité"
            .MinimumScale = MinDensite
            .MaximumScale = MaxDensite
        End With
        With .Axes(xlValue, xlPrimary)
            .HasTitle = True
            .AxisTitle.Text = "hfactor moyen"
            .MinimumScale = 0
            .MaximumScale = 0.3
        End With
    End With
     Définition des séries pour les courbes du premier graphe
    For i = 0 To NbIterDensite
        ' Repérage de la première case
        ValeurInit = (NumLigneInit + i * (NbIterHDistanceMax + 1) * NbEssais +
NbEssais - 1)
        CasesX = LettreColonneHDistanceMax & ValeurInit
        ' puis des suivantes
        For j = 1 To NbIterHDistanceMax
            CasesX = CasesX & "," & LettreColonneHDistanceMax & (ValeurInit + j *
NbEssais)
        Next j
        'Initialisation des plages de données en abscisse et ordonnée
        PlageX = Range(CasesX)
        PlageY = PlageX.Offset(, NumColonneMoyenne - NumColonneHDistanceMax)
        ' pour définir la série
        MySeries = MyGraphHDistanceMax.SeriesCollection.NewSeries
        ValeurCouleur = 255 - CoeffCouleurDensite * i
```

```
' et ses propriétés
        With MySeries
            .Values = PlageY
            .XValues = PlageX
            .Name = "densite=" & (MinDensite + i * PasDensite)
            .MarkerStyle = xlMarkerStyleDiamond
            .MarkerBackgroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
            .MarkerForegroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
            .Border.Color = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
        End With
    Next i
     Définition des séries pour les courbes du second graphe
    For i = 0 To NbIterHDistanceMax
        ValeurInit = NumLigneInit + i * NbEssais + NbEssais - 1
        CasesX = LettreColonneDensite & ValeurInit
        For j = 1 To NbIterDensite
            CasesX = CasesX & "," & LettreColonneDensite & (ValeurInit + j *
(NbIterHDistanceMax + 1) * NbEssais)
        Next j
        PlageX = Range(CasesX)
        PlageY = PlageX.Offset(, NumColonneMoyenne - NumColonneDensite)
        MySeries = MyGrapheDensite.SeriesCollection.NewSeries
        ValeurCouleur = 255 - CoeffCouleurHDistanceMax * i
        With MySeries
            .Values = PlageY
            .XValues = PlageX
            .Name = "hdistance-max=" & (MinHDistanceMax + i * PasHDistanceMax)
            .MarkerStyle = xlMarkerStyleDiamond
            .MarkerBackgroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
            .MarkerForegroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
            .Border.Color = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
        End With
    Next i
End Sub
```