

ETUDE DU MODELE DE SCHELLING SUR GRILLE AVEC SEUIL DE TOLERANCE DYNAMIQUE PROPRE A CHAQUE AGENT

Projet de recherche en Natural Computing

Après une étude préalable du modèle de Schelling classique sur une grille, une analyse incrémentale du seuil de tolérance propre à chaque agent fixe puis dynamique est ensuite exposée pour obtenir un modèle plus réaliste afin d'étudier une situation particulière d'émergence

Anthony JACQUEMIN
M2 IFI Système Complexe
17/11/2010

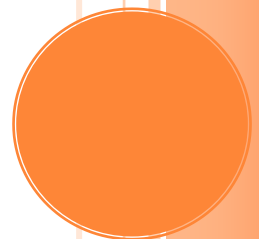


Table des matières

Etude du modèle de schelling classique	2
Introduction et rappels sur le modèle de Schelling	2
Observations	3
Mesures et analyse	6
Etude du modèle de schelling avec seuil de tolérance propre à chaque agent	9
Objectifs et ajouts	9
Choix de la loi de probabilités	10
Etude du modèle de schelling avec seuil de tolérance dynamique	12
Objectifs et ajouts	12
Choix des configurations d'initialisation et d'évolution	13
Observations	14
Mesures et analyse	17
Annexe.....	20
Code NetLogo de l'application pour simuler le modèle de Schelling avec seuil de tolérance propre à chaque agent et dynamique	20
Code VBA pour le traitement des échantillons (calcul des moyennes et création des graphes)	24

ETUDE DU MODELE DE SCHELLING CLASSIQUE

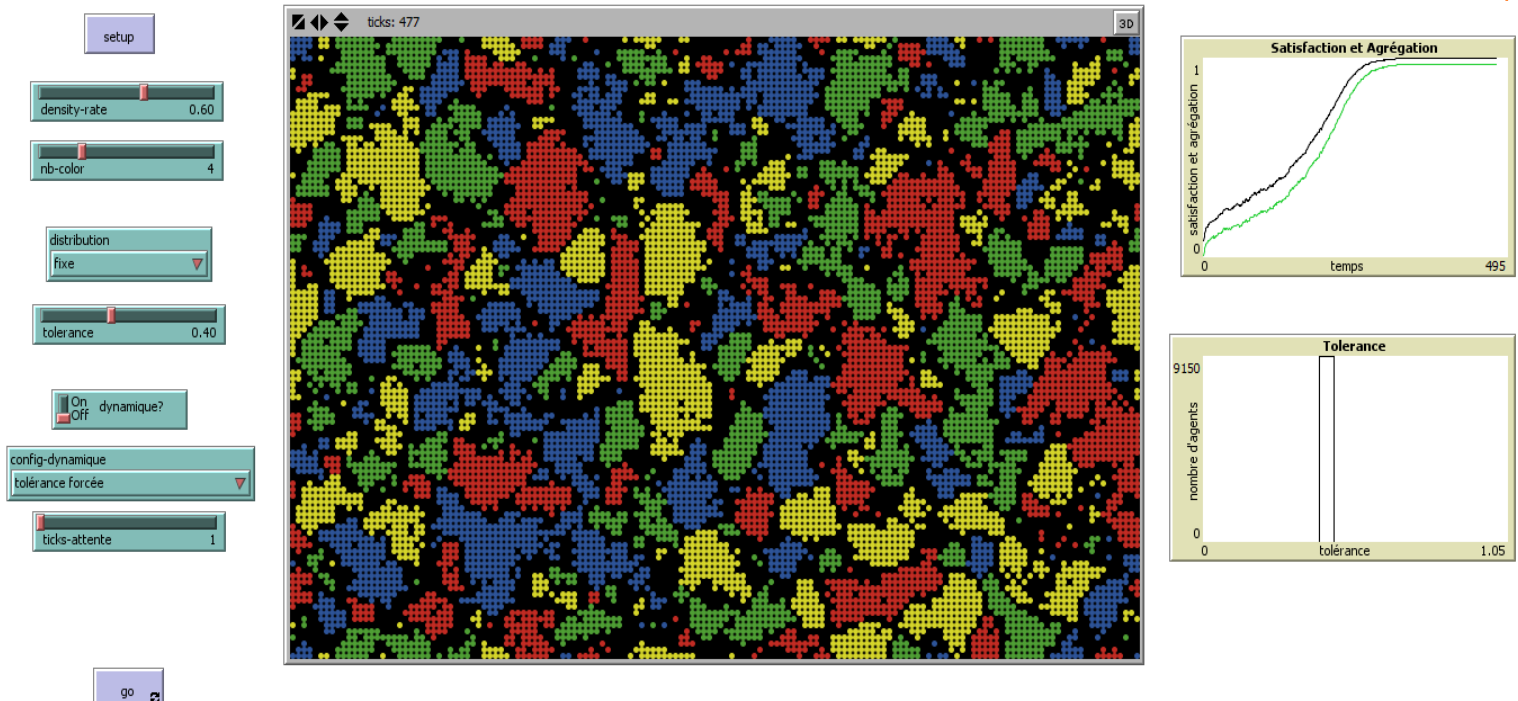
Introduction et rappels sur le modèle de Schelling

Ce modèle a été introduit par Thomas Schelling avec pour objectif d'étudier et de montrer des comportements ségrégationnistes au sein pourtant de populations mixtes et tolérantes. Il part pour cela du postulat qu'un agent accepte d'habiter avec un voisinage différent jusqu'à un certain seuil de tolérance fixé.

Dans l'application, on considère l'espace comme une grille dont la population est définie en fonction d'une certaine *densité* et est équirépartie entre chaque ethnie caractérisée chacune par leur propre couleur. De même, du fait de la topologie en grille toroïdale, le voisinage d'un agent de la population est défini par les agents situés sur les cases l'entourant. Ainsi, l'agent est satisfait sous la condition que le rapport entre le nombre d'agents d'une autre ethnie par le nombre d'agents total dans son voisinage soit inférieur à une tolérance définie ; il se déplace sur une place vacante sinon.

En effet, la règle dite de « l'éloge de la fuite » a été préférée à la règle classique où l'agent se déplace seulement si cela le conduit à être satisfait pour des raisons de simplicité et de respect du principe de localité avec des agents avec une perception réduite au lieu d'agents omniscients.

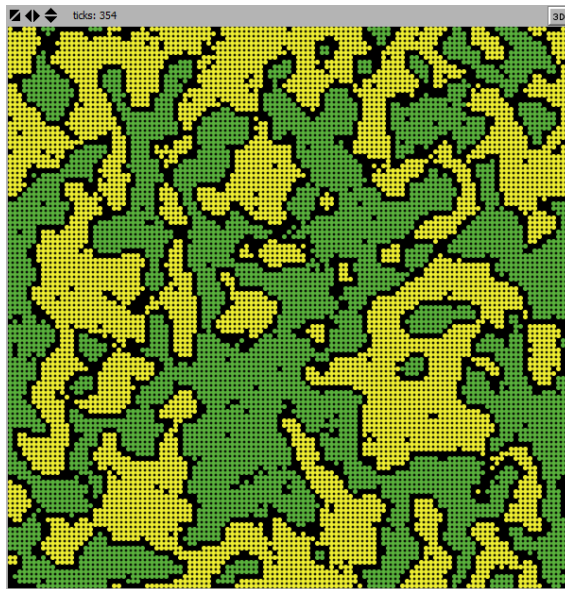
Pour de plus amples informations sur l'algorithmique et l'implémentation de ces principes, le code final de l'application avec plusieurs ajouts, abordés dans la suite de ce rapport, est disponible en annexe. En voici l'aperçu général, dont on notera pour l'instant les paramètres de densité, du nombre d'ethnies différentes et de tolérance ajustables avec respectivement *density-rate*, *nb-color* et *tolerance* :



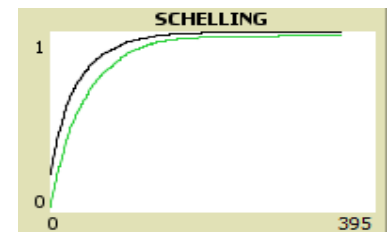
Observations

Pour étayer les observations faites à partir du jeu de couleurs des ethnies, un graphique représentant l'évolution du taux de satisfaction ainsi que celui d'agrégation (respectivement en noir et en vert) a été ajouté.

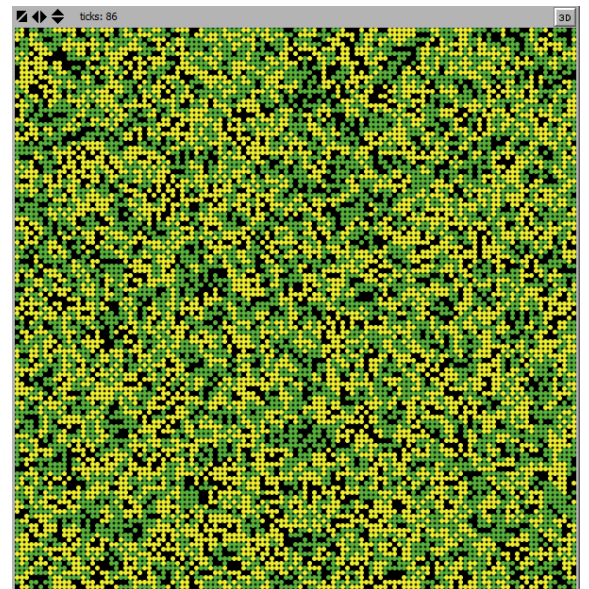
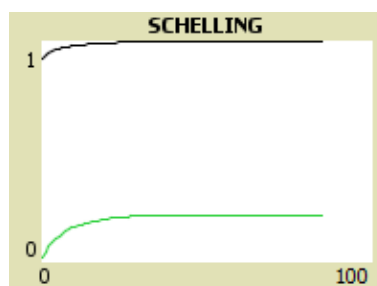
De manière générale, les changements sont significatifs si on varie la tolérance, la densité ne faisant qu'atténuer ou accentuer les phénomènes visibles, et évoluent entre deux états critiques correspondant aux deux bords de tolérance illustrés ci-dessous :



- Une tolérance faible où on distingue deux ethnies indépendantes séparées par une frontière bien visible représentée par les places vacantes. Le temps nécessaire pour la satisfaction de toute la population y est important et l'évolution de l'agrégation suit celle de la satisfaction comme l'illustrent ce résultat et ce graphique pour une tolérance de 0,30

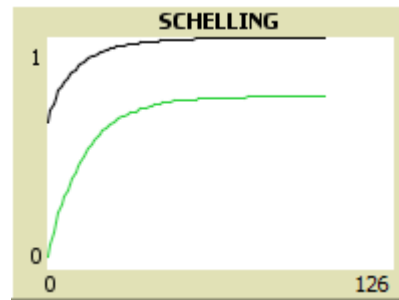


- Une tolérance forte où les deux ethnies sont presque mélangées et où on ne distingue plus de frontière nette. Le temps de satisfaction est très bref et l'agrégation bien que présente est très limitée, comme par exemple ici avec une tolérance de 0,75



Entre ces deux seuils évoluent des populations plus ou moins entrelacées avec une frontière visible mais plus ou moins marquée selon la tolérance. La densité semble plus jouer un rôle de catalyseur, l'effet d'agrégation étant presque effacé si la densité est faible de par le nombre de places vacantes disponibles aux agents moins tolérants et la satisfaction étant presque impossible lorsque la densité est trop forte, empêchant alors ces derniers agents d'être satisfaits aux frontières.

L'observation pour une densité moyenne est semblable à celle-ci :



Dans tous les cas, les deux courbes d'évolution sont logarithmiques

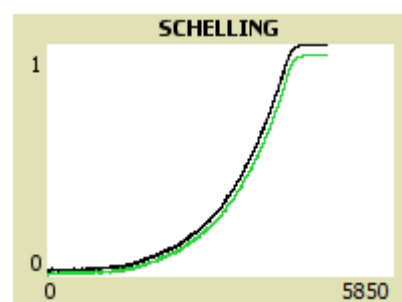
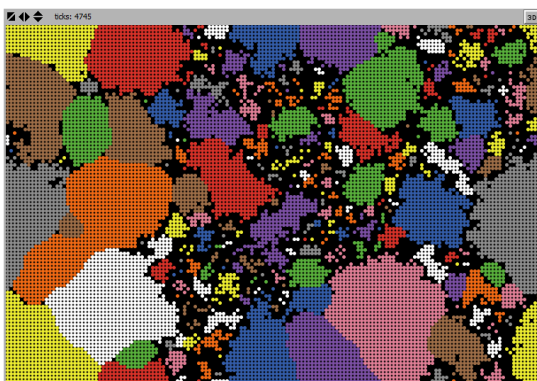
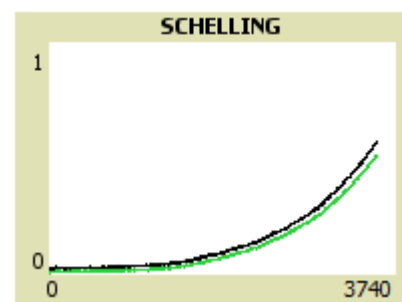
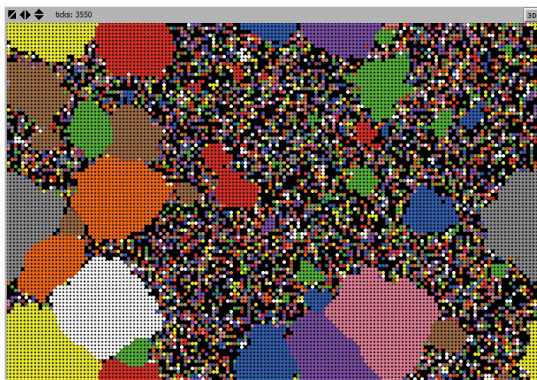
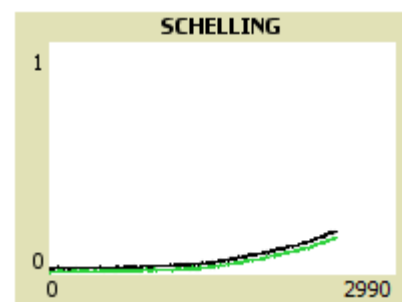
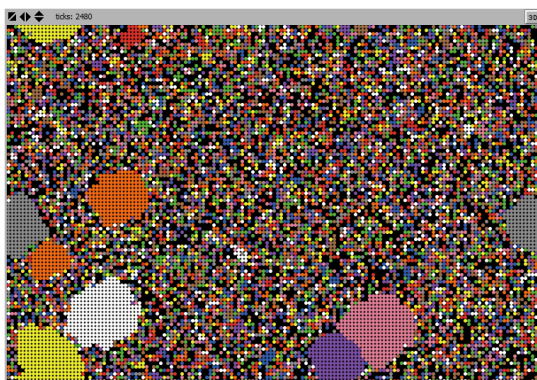
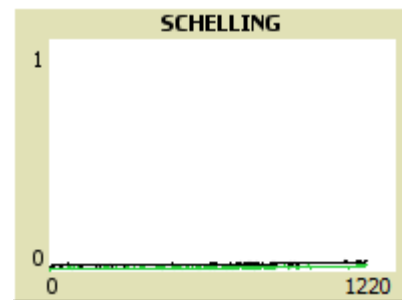
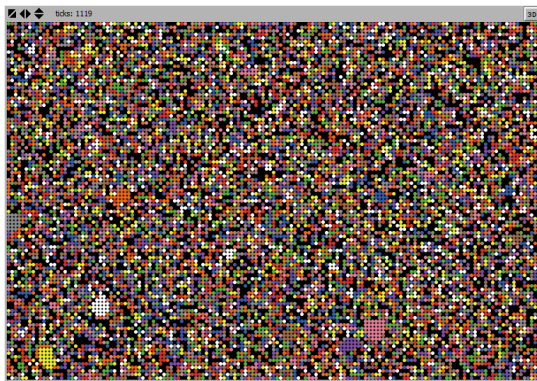
Cette étude sur deux ethnies est facilement extensible, les observations effectuées auparavant demeurant similaires à quelques exceptions près :

- La sensibilité de la population à la tolérance et à la densité est de plus en plus accrue avec le nombre d'ethnies différentes
- Les seuils minima et maxima de ces deux variables sont beaucoup plus proches de la moyenne, la durée de pleine satisfaction s'avérant sinon extrêmement longue voire impossible, les conditions n'étant jamais satisfaites aux extrema

Ces deux constats sont également dus à un espace insuffisant qui, à défaut de les annihiler, aurait amoindri leurs effets et permis d'agrandir la marge de valeurs possibles.

- La formation des ethnies est progressive : on suit facilement l'évolution des ethnies sous forme de petites boules auxquelles viennent s'agglomérer les agents similaires pour finalement former des blocs ethniques compacts reliés aux autres en certains bords
- Les courbes d'évolution sont plus proches d'exponentielles amorties en leur fin pour un grand nombre d'ethnies

Pour l'illustrer, voici l'évolution de 10 ethnies sur un espace de densité 0,75 avec une tolérance moyenne (0,5) avec les courbes associées :



Mesures et analyse

Afin de mieux appréhender cet aspect d'*agrégation* au sein d'une ethnie, il est intéressant d'y ajouter une mesure.

La notion de *mesure de similarité* à un instant t est ainsi reprise sous la forme

$$sim(t) = \frac{1}{\#A} \sum_{i=1}^{\#A} (1 - toleranceRequise_i(t))$$

avec $\#A$ le nombre d'agents formant la population

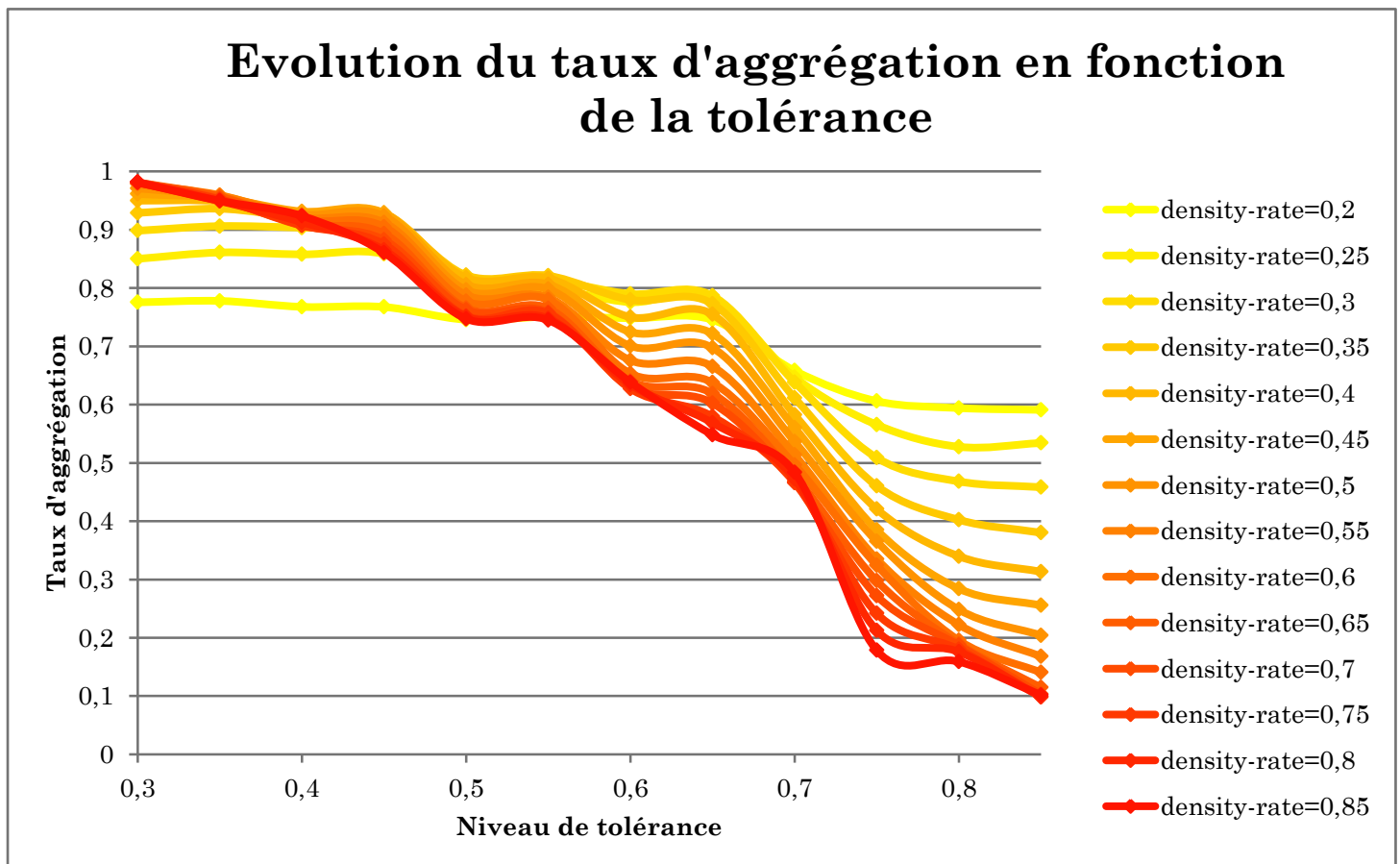
et $toleranceRequise_i(t)$ la tolérance requise pour que l'agent i soit satisfait à l'instant t

Par contre, l'index d'agrégation à un instant t est maintenant adapté au nombre variable d'ethnies différentes présentes avec

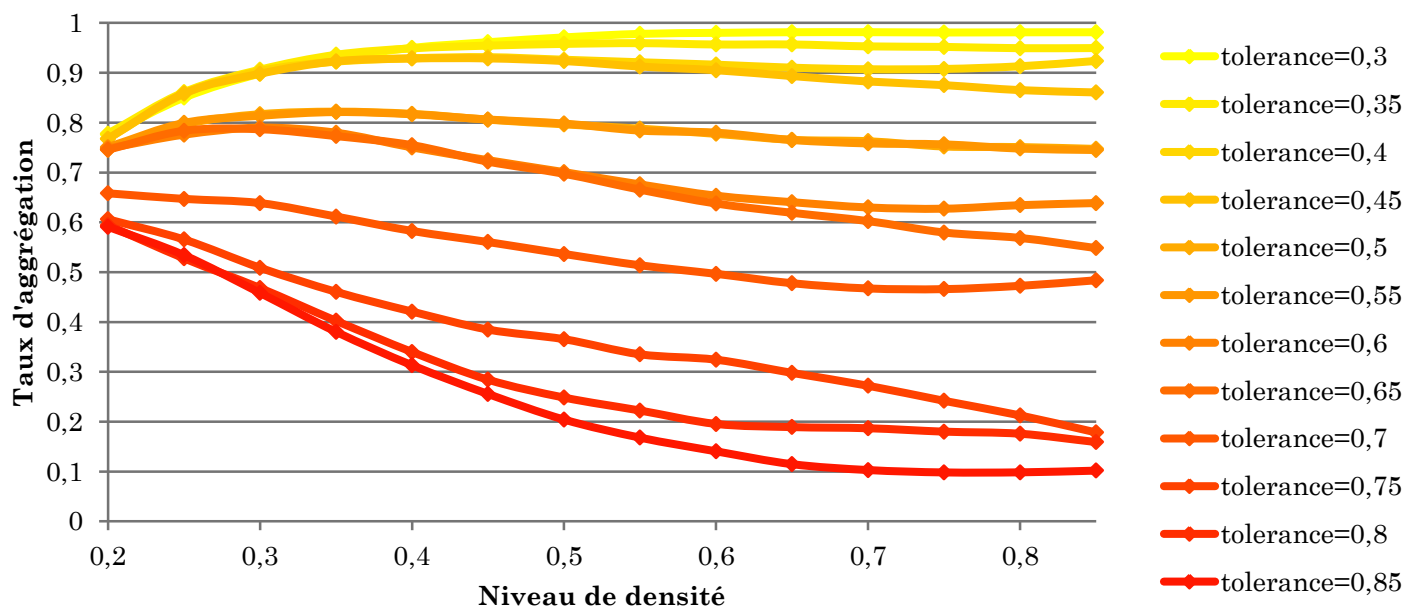
$$indexAgrégation(t) = \frac{sim(t) - \frac{1}{\#G}}{1 - \frac{1}{\#G}}$$

où $\#G$ représente le nombre d'ethnies différentes présentes dans la population

Après avoir mesuré le taux d'agrégation sur plusieurs essais pour chaque couple (densité, tolérance) possible, moyenné les résultats et dessiné les courbes associées via une macro VBA sous Excel disponible en annexe (les codes d'analyses futures étant quasi-similaires à celui-ci), nous obtenons deux graphiques d'évolution du taux d'agrégation en fonction de la tolérance puis en fonction de la densité, chaque graphique illustrant le deuxième paramètre sous forme de courbes de couleurs allant du jaune au rouge pour désigner des valeurs allant de la plus petite densité à la forte et respectivement pour la tolérance.



Evolution du taux d'agrégation en fonction de la densité

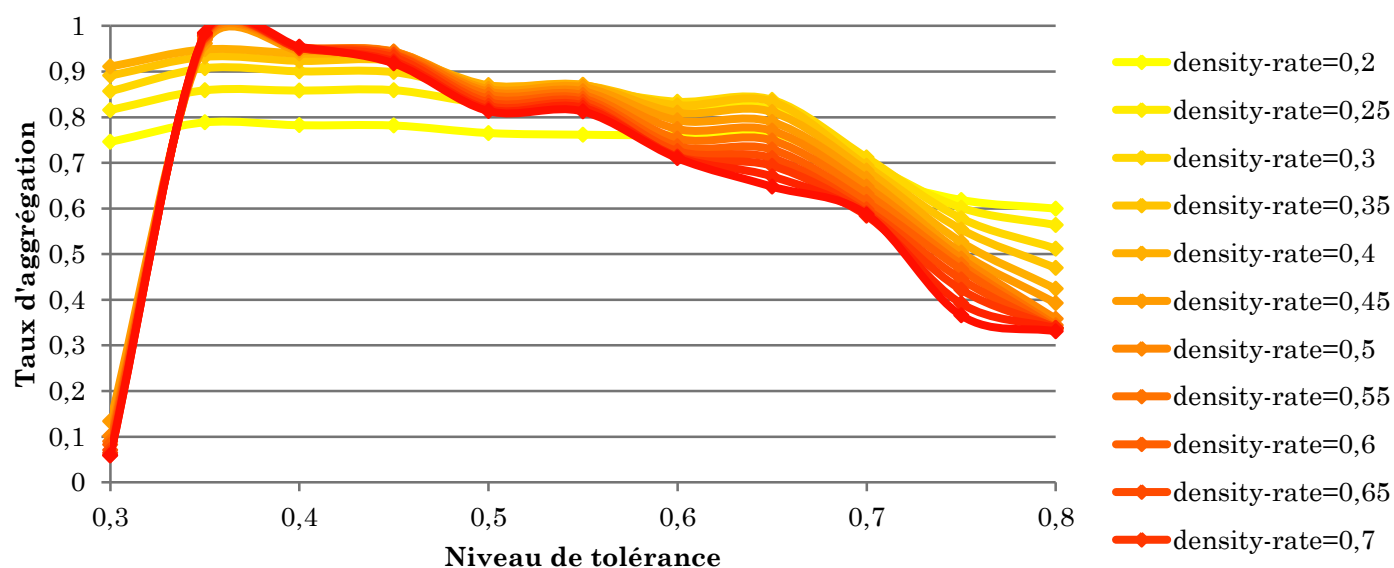


Ces deux graphiques confirment les impressions des observations :

- Le taux d'agrégation descend par vagues en fonction de l'augmentation du niveau de tolérance (graphe 1) : elle va impliquer une très forte agrégation pour de grande tolérance et inversement (graphe 2)
- La densité joue son rôle de catalyseur : en faible densité, elle va lisser l'effet de la tolérance alors qu'elle va l'accentuer aux alentours des maxima en grande densité (graphe 1), mais maintient la portée générale de la tolérance (graphe 2)

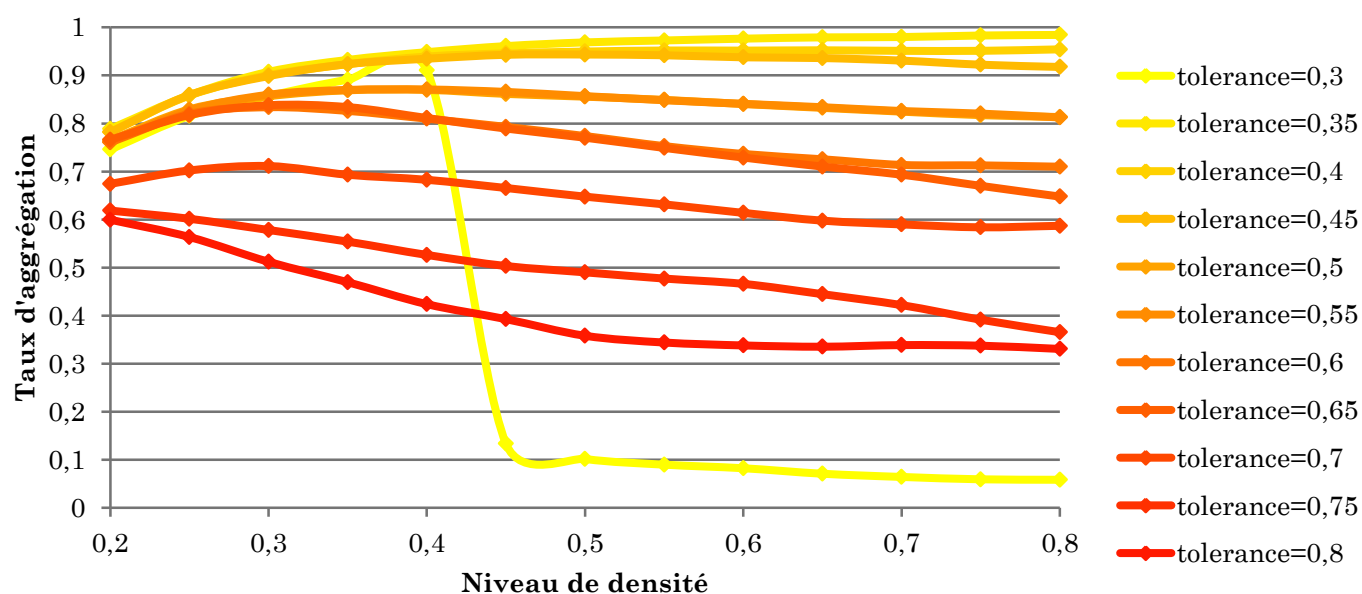
Vu la difficulté et la complexité en temps des mesures pour un grand nombre d'ethnies, seules sont jointes les mesures pour une configuration avec 3 ethnies afin de montrer la similarité avec les mesures précédentes.

Evolution du taux d'agrégation en fonction de la tolérance



On remarque que les courbes sont très semblables aux précédentes. Les seules différences sont les variations du taux d'agrégation sur les deux courbes qui sont diminuées, ce taux étant rehaussé, et les valeurs aux extrema pour la tolérance sont totalement divergentes car la pleine satisfaction n'y a pas été atteinte.

Evolution du taux d'agrégation en fonction de la densité



ETUDE DU MODELE DE SCHELLING AVEC SEUIL DE TOLERANCE PROPRE A CHAQUE AGENT

Objectifs et ajouts

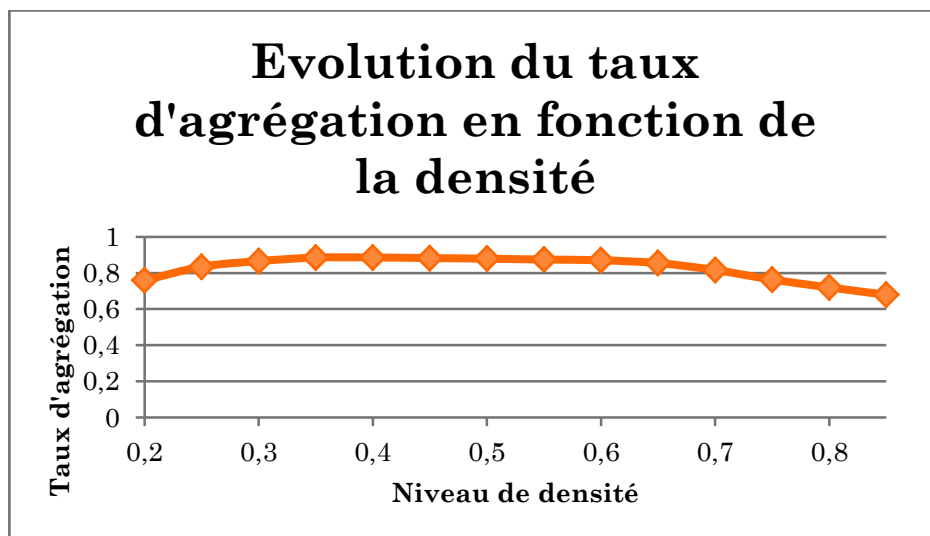
On a pu constater l'influence de la tolérance sur l'évolution de l'agrégation mais en partant de l'hypothèse que tous les agents d'une même ethnie disposent de la même affinité avec les autres ethnies. Or, dans un contexte réaliste, chaque agent de cette ethnie peut avoir une tolérance individuelle propre qu'il serait intéressant de définir suivant une loi de probabilités pour des modèles plus élaborés

Dans cette optique, le choix de cette loi de probabilités est ajouté à l'interface (avec l'ajout d'une méthode d'initialisation de la tolérance) tout comme un graphique pour éventuellement vérifier la répartition de la tolérance. De même, des variantes de couleurs sont fournies de sorte qu'on puisse distinguer au sein d'une même ethnie les tolérances de chacun visuellement de sorte que plus l'agent est clair, plus il est tolérant, et inversement.

Choix de la loi de probabilités

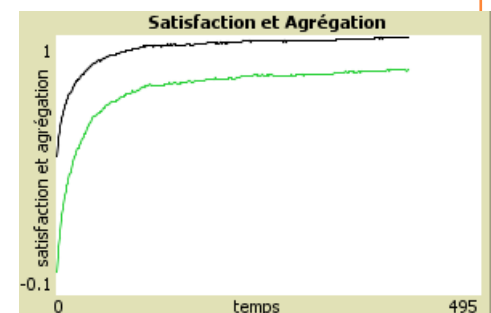
Jusqu'à présent, la loi de probabilités était fixe ; on peut alors penser à passer simplement vers une loi de probabilité continue et uniforme de manière à ce que chaque tolérance soit équiprobable. D'ailleurs, du fait du nombre de seuils de tolérance significatifs limité (par le rapport entre le nombre de voisins d'une autre ethnie par le nombre de voisins) et du fait de la création cyclique de l'ethnie de l'agent, on peut directement associer la tolérance de l'agent à son numéro d'identifiant (créant une répartition par paliers des tolérances des agents quelle que soit leur ethnie).

Cela présente l'avantage d'avoir un taux d'agrégation presque constant quelle que soit la densité, comme le montre cette courbe.



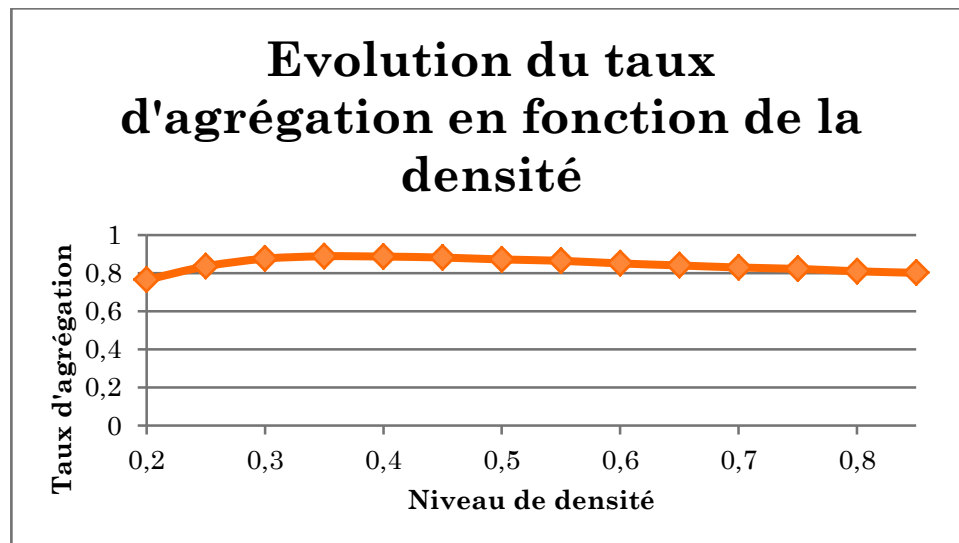
Cependant, cette loi est très vite limitée par des densités relativement élevées, en l'occurrence supérieures à 0,65, où le système est incapable de converger, ce qui justifie la légère descente de cette courbe. En effet, alors que le taux de satisfaction s'approche de 1, les agents non tolérants restants se retrouvent coincés sur la frontière, incapables de se rattacher aux leurs trop limitrophes d'autres ethnies.

Cela peut être constaté sur cet exemple avec une densité seulement de 0,65 où l'on remarque des agents verts foncés et jaunes-marrons sur la frontière de cases vacantes alors que la satisfaction semblait devenir totale.



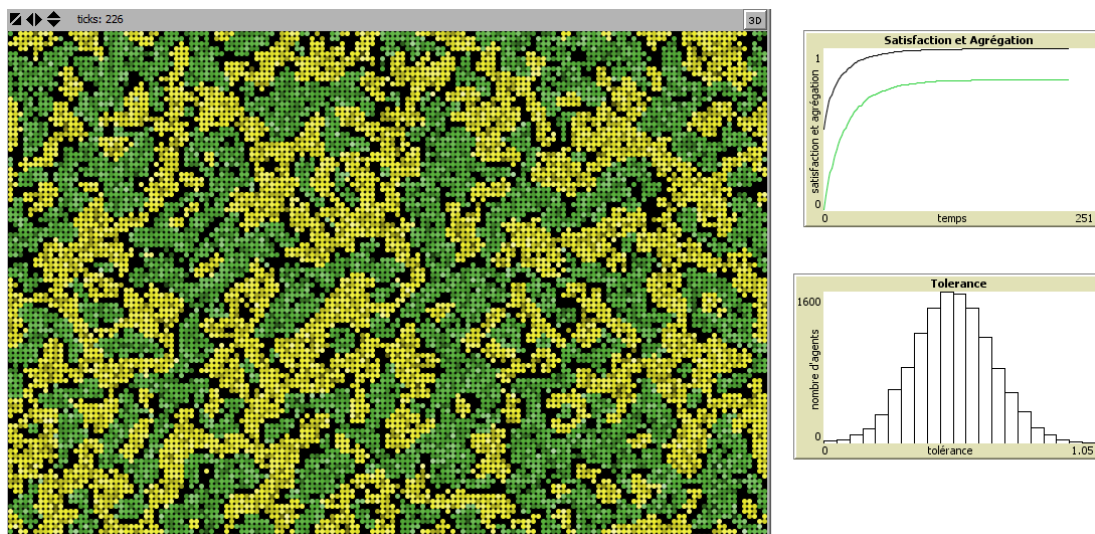
De ce constat, on en déduit qu'il faut une loi de probabilités qui limite la densité de probabilité pour à la fois des tolérances faibles et des fortes pour respectivement prétendre à une convergence du système et éviter de converger trop rapidement, l'intérêt de l'étude se retrouvant alors limitée.

Une loi de probabilités exponentielle est directement supprimée car elle privilégierait les plus ségrégationnistes des agents, mais une loi de probabilités normale serait intéressante pour peu qu'elle soit correctement centrée. Pour cela, une loi normale d'espérance $\mu = 0,5$ et d'écart-type $\sigma = 0,15$ afin d'obtenir un nombre conséquent d'agents *moyennement* tolérants, le nombre décroissant de plus en plus lorsque ces agents sont très tolérants ou très intolérants, ce qui semble le plus proche d'un modèle réaliste.



En plus de présenter la même indépendance quant à la densité, cette loi fournit également la convergence désirée.

Il semble toutefois délicat de déduire le positionnement des agents dans l'espace selon leur tolérance en vue de configurations comme celle ci-dessous avec une densité de 0,85.



ETUDE DU MODELE DE SCHELLING AVEC SEUIL DE TOLERANCE DYNAMIQUE

Objectifs et ajouts

On a pu apprécier l'intérêt d'une loi de distribution normale pour un modèle avec seuil de tolérance propre à chaque agent qui permet de considérer des divergences au sein d'une même ethnie, mais ne prend pas en considération l'éventuelle évolution d'avis et donc de tolérance d'un même agent vis-à-vis des autres ethnies.

Dans cette idée, l'application doit maintenant incorporer un choix de présence de dynamique d'opinion, éventuellement un choix de configuration dynamique, ainsi que le réglage de propriétés définissant cette configuration. Le graphique de répartition de la tolérance se révélera nécessaire afin d'observer dans sa globalité l'évolution des tolérances mises à jour par une nouvelle méthode.

Cet aspect supplémentaire permet ainsi de s'approcher d'un modèle encore plus réaliste ou de révéler des dynamiques particulières caractéristiques à des comportements ou attitudes spécifiques.

Choix des configurations d'initialisation et d'évolution

Il a été préféré ici le deuxième point pour illustrer l'utilité de ce modèle, à savoir la mise en exergue d'une dynamique particulière au sein d'une population au comportement spécifique. La configuration choisie doit être suffisamment significative pour que l'on puisse à la fois en faire des observations précises et constater des phénomènes émergents mesurables.

C'est ainsi qu'a été choisie une configuration que l'on appellera « tolérance forcée » où toute la population est fortement intolérante entre ethnies mais se trouve obligée de devenir plus tolérante si elle veut pouvoir s'installer sur une place vacante. La propriété apportée ici est le temps d'attente *ticks-attente* écoulé dans un état d'insatisfaction avant que l'agent puisse relever sa tolérance de 0,05. L'augmentation de la tolérance a été fixée à cette valeur car elle devait être raisonnablement petite pour que l'on puisse observer une évolution, la vitesse d'évolution ne dépendant alors que du temps d'attente.

Quant à la configuration d'initialisation, la décision a été prise de :

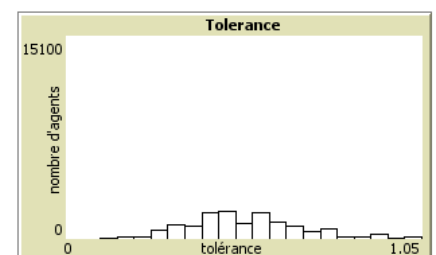
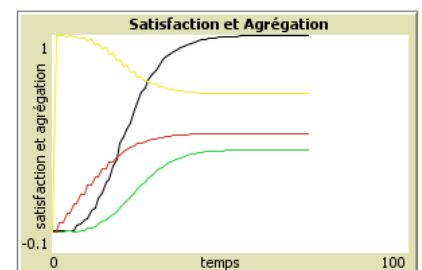
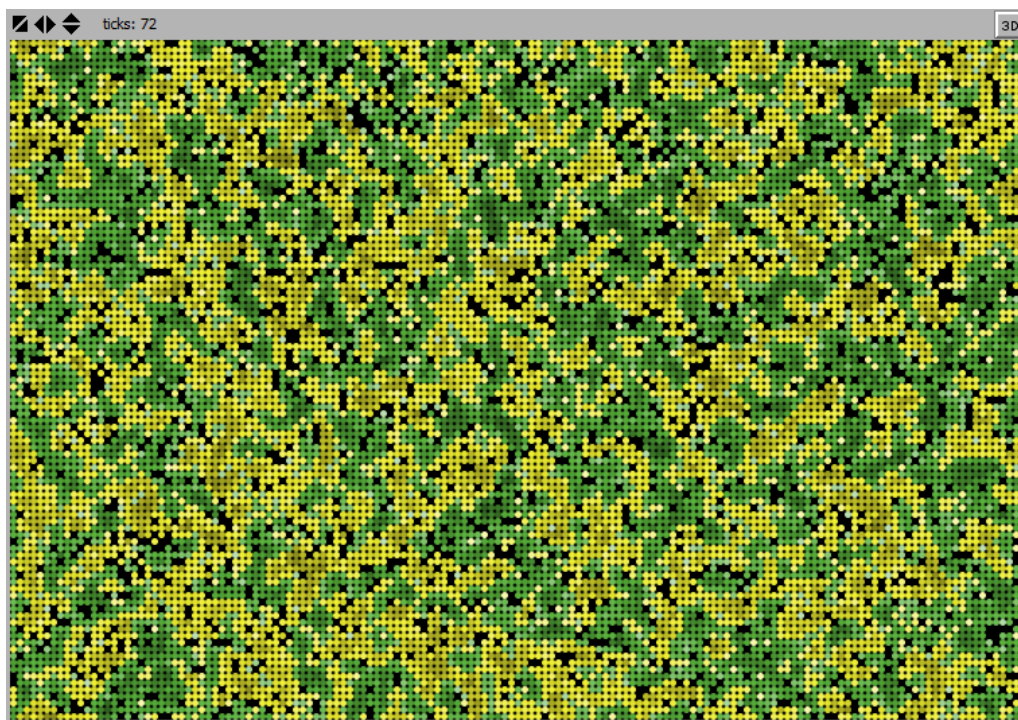
- fixer le nombre de couleurs à 2 afin d'éviter toute complexité calculatoire superflue et une quelconque limitation dans la plage de valeurs des paramètres
- fixer la densité à 0,9 afin d'accentuer les éventuels effets d'émergence sans pour autant perturber le résultat final, comme on l'a constaté auparavant
- choisir une loi de probabilités fixe avec une valeur de tolérance nulle ou presque nulle. En effet, la loi de probabilités ne pouvait être ni uniforme et continue, car l'équiprobabilité des tolérances aurait amené une convergence bien trop rapide sans que l'on voie le moindre effet, ni normale bornée pour les mêmes raisons à moins qu'elle soit centrée sur une espérance quasi-nulle, laissant tout de même la possibilité qu'une partie des agents de tolérance modérée ou élevée puisse perturber la dynamique générale et altérer les mesures procédées.

Observations

Afin de faciliter les observations, de nouvelles courbes ont été rajoutées au graphique pour le taux de tolérance global ainsi que l'index de tolérance utilisée et détaillé dans les mesures.

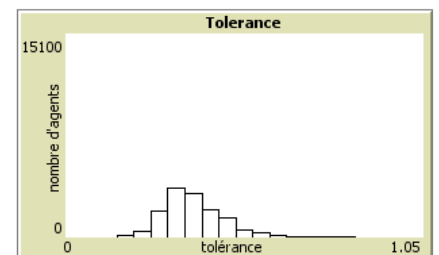
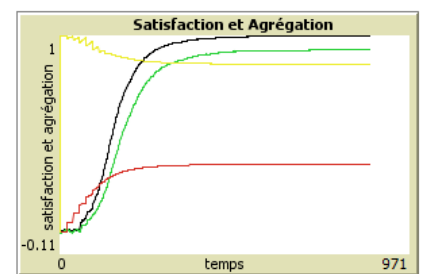
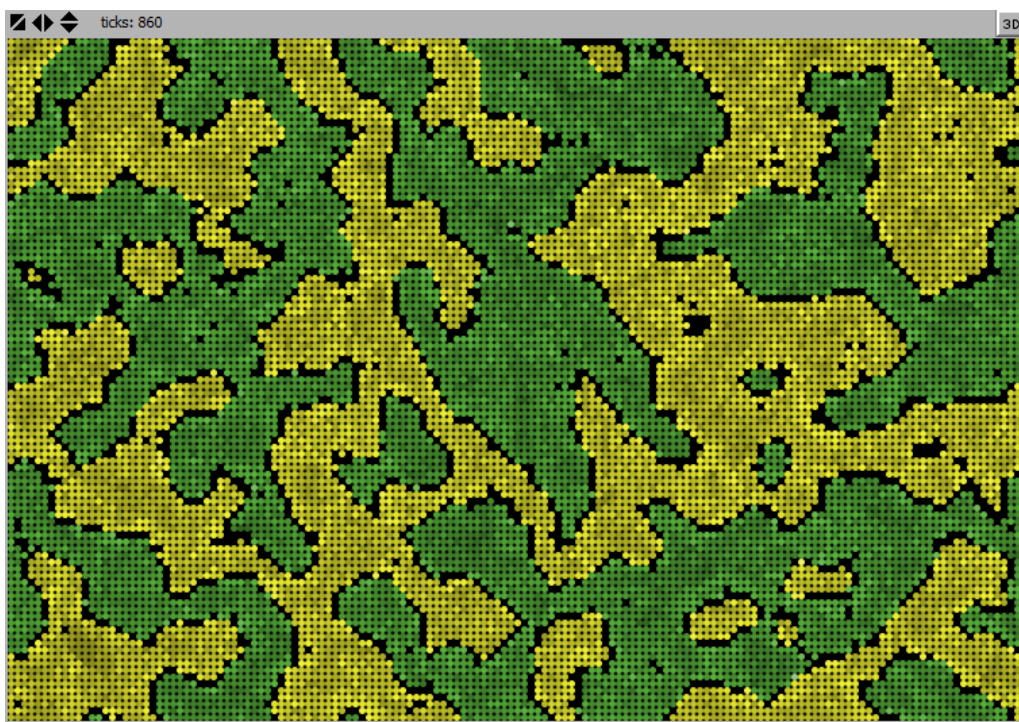
De manière générale, alors que la séparation entre les deux ethnies est plus ou moins marquée, il semble que les agents les plus tolérants se positionnent vers la frontière alors que les moins tolérants vers le centre de leur bloc, la tolérance variant progressivement entre les bords et le centre. Les changements évoluent toujours entre deux états, correspondant aux bords du délai d'attente, ci-dessous :

- un délai d'attente faible où l'on observe une séparation entre les deux ethnies à peine marquée avec peu de cases vacantes entre. Le phénomène d'émergence est très rapide avec une distribution des tolérances très amortie et répartie avec une espérance moyenne centrée. La tolérance globale et l'agrégation sont quant à elles moyennes.



Le délai d'attente est dans cet exemple de 2.

- un délai d'attente élevé où l'on observe une séparation bien marquée par des cases vacantes. Le phénomène émerge au bout d'un certain temps avec une distribution des tolérances assez regroupée et une espérance plus faible. La tolérance globale est d'ailleurs légèrement inférieure à la situation précédente. Par contre, le taux d'agrégation est très fort et suit l'évolution du taux de satisfaction.

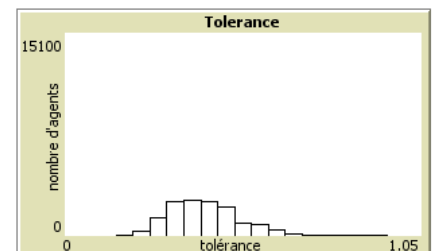
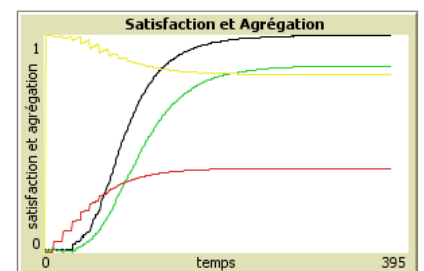
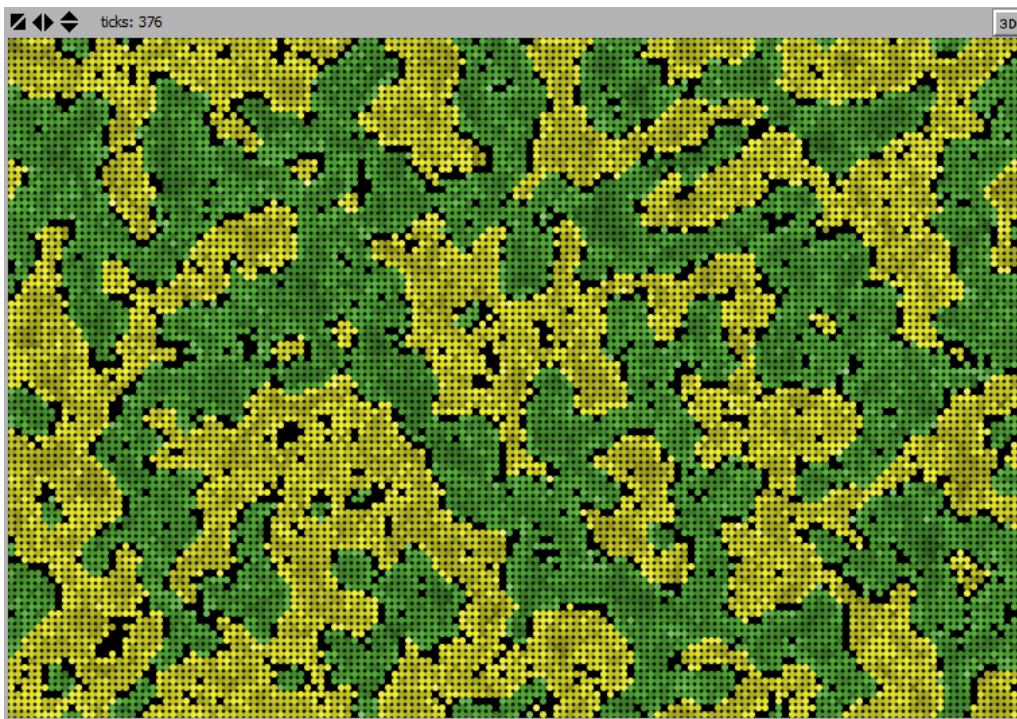


Le délai d'attente est dans cet exemple de 18.

Il semble que le délai d'attente ait une faible influence sur l'émergence du phénomène. En effet, la tolérance globale évolue au départ par paliers dont la longueur dépend du délai d'attente mais est vite atténuée par une stabilité atteinte d'une part, pour un délai faible, par une vite montée de la tolérance et d'autre part, pour un délai long, par une décroissance du nombre d'agents à satisfaire, d'où la légère supériorité de la tolérance globale de l'un par rapport à l'autre.

Par contre, il influe sensiblement sur le taux d'agrégation car les agents, avec un long délai d'attente, seront plus vite satisfaits en se mettant à proximité de ses semblables – d'où la similitude avec la première partie – alors que leur tolérance va rapidement augmenter et qu'ils sauront plus propices d'accepter de cohabiter avec une autre ethnie pour un délai d'attente court. Il en va de même pour la distribution des tolérances.

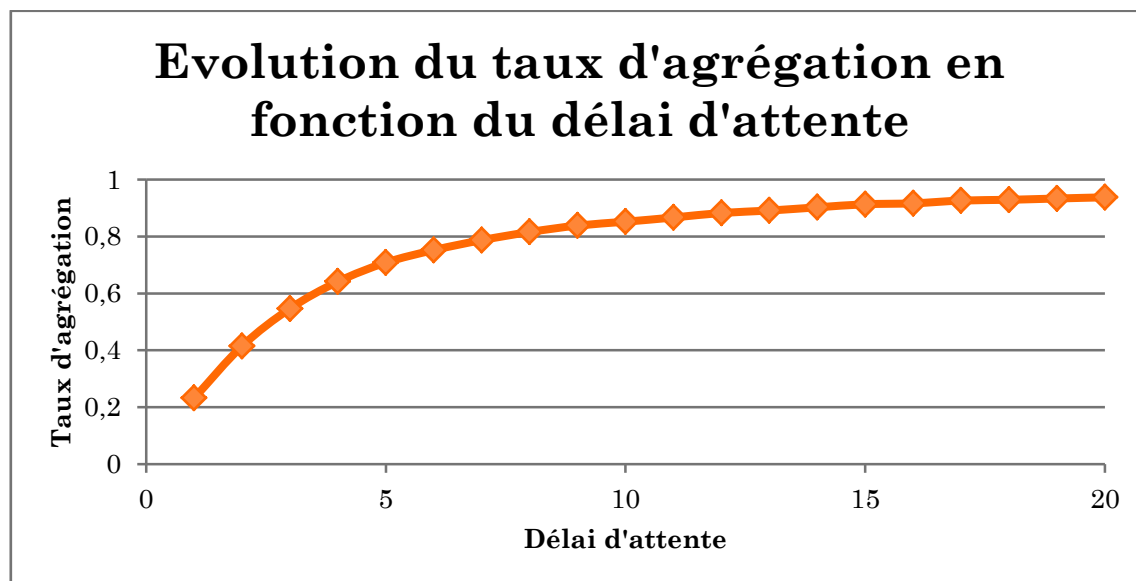
L'observation pour un délai d'attente moyen est semblable à celui-ci :



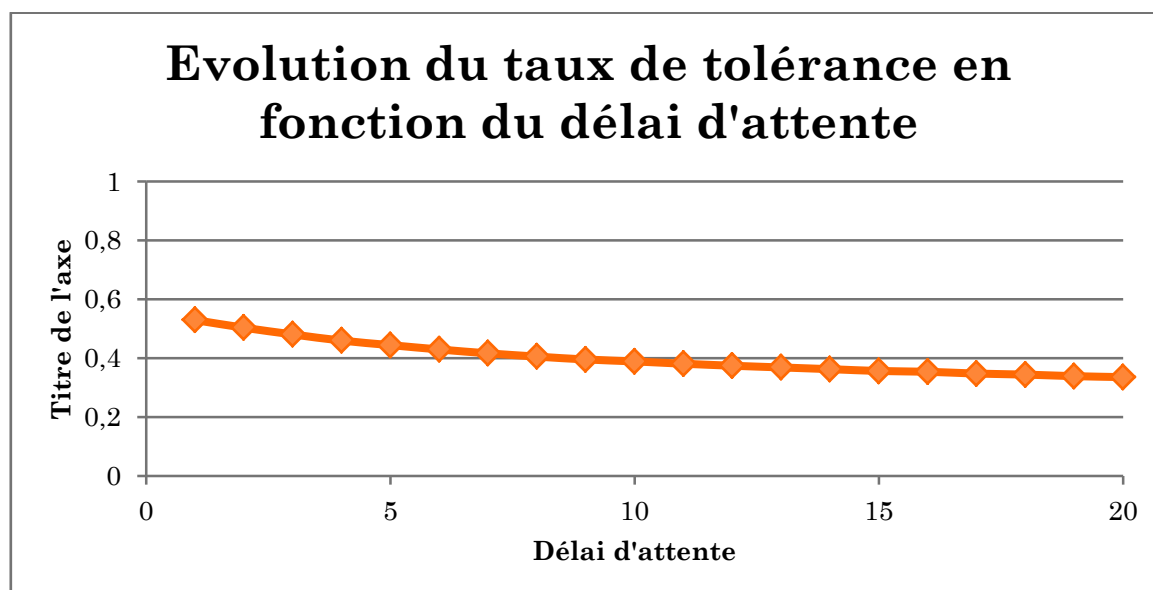
Dans tous les cas, les quatre courbes d'évolution ont la même allure et la répartition des tolérances suit une loi normale de probabilités. Il est d'ailleurs intéressant de noter qu'en remplaçant la loi de probabilités par une normale, la simulation fait simplement décaler l'espérance et amortir de plus en plus cette loi en fonction que le délai d'attente réduit.

Mesures et analyse

Dans un premier temps, on a mesuré l'influence du délai d'attente sur le taux d'agrégation et le taux de tolérance. Après avoir moyenné les résultats de plusieurs essais effectués sur chaque valeur de la plage de délai, on obtient ces deux courbes :



Comme observé précédemment, la variation du taux de tolérance peut être négligée, ce taux tendant à être constant, alors que l'influence du délai d'attente sur le taux d'agrégation est très significative pour de faibles valeurs puis diminue ensuite, la courbe d'évolution étant logarithmique.



Dans un second temps, une mesure va être ajoutée afin de pouvoir prouver la disposition des agents selon la tolérance. On va introduire pour cela la notion de *proximité de tolérance*, ou de *mesure de similarité en tolérance* par analogie à la première partie, qui vise à quantifier la ressemblance entre un agent et ses voisins au niveau de leur tolérance.

La mesure associée est reprise sous la forme d'une différentielle opposée des tolérances à un instant t avec

$$\bar{\Delta Tolérance}(t) = \frac{1}{\#A} \sum_{i=1}^{\#A} \left(1 - \frac{1}{\#V_{i,t}} \sum_{j=1}^{\#V_{i,t}} |T_{V_{j,i,t},t} - T_{i,t}| \right)$$

où $\#A$ représente le nombre d'agents dans la population

$\#V_{i,t}$ représente le nombre de voisins de l'agent i à l'instant t

$V_{j,i,t}$ le $j^{\text{ème}}$ voisin de i à l'instant t

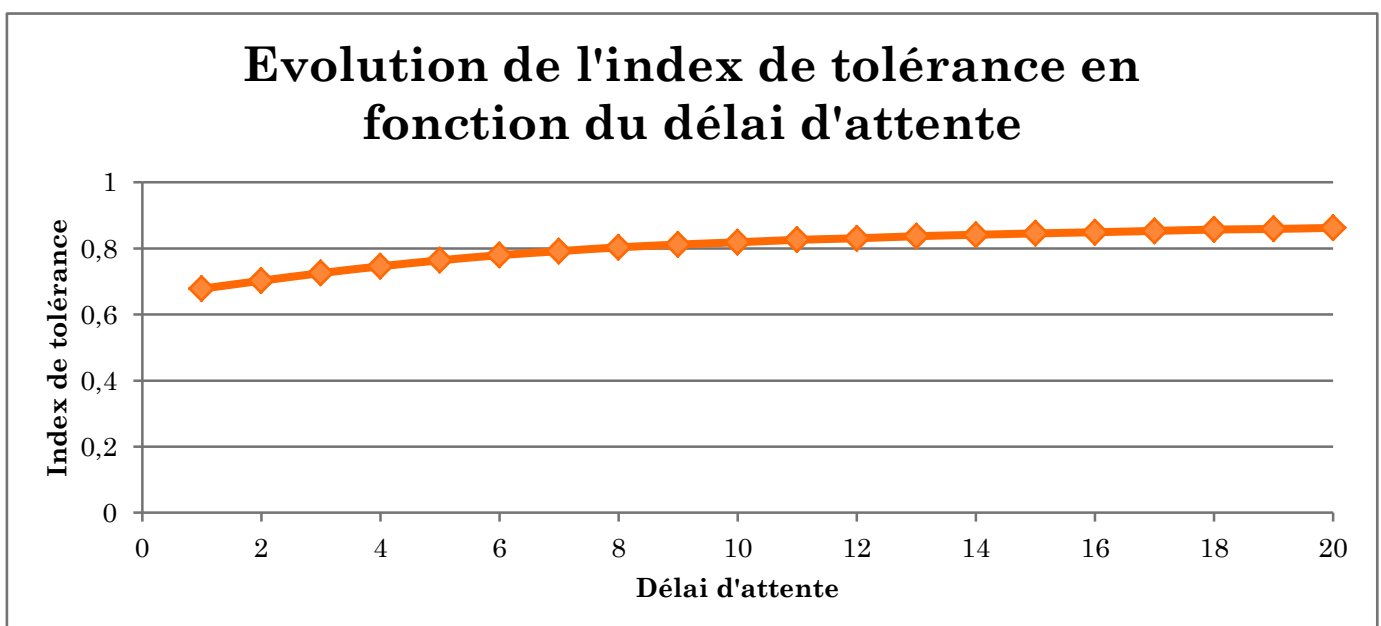
$T_{i,t}$ la tolérance limite de l'agent i à l'instant t

Concrètement, pour chaque agent existant, la différence absolue entre sa tolérance et celle de ses voisins va être moyennée, puis le contraire de ces différences moyennes va être moyenné. Une valeur proche de 1 signifiera alors que les différences de tolérance entre voisins sont presque nulles.

La différence moyenne de tolérance espérée étant de $\frac{1}{2}$, en découle l'index de tolérance pour un instant t défini par

$$indexTolérance(t) = \frac{\bar{\Delta Tolérance}(t) - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$$

On peut dorénavant mesurer l'influence du délai d'attente sur ce phénomène. La moyenne de plusieurs essais sur chaque valeur possible de ce délai donne :



On remarque la faible influence du délai d'attente sur l'index de tolérance et donc sur cette similarité des agents par rapport à leur tolérance, la variation étant similaire à celle pour la tolérance globale.

De plus, on constate que cet index reste très élevé. On peut d'ailleurs remarquer sur les observations que cet index, au départ à 1 car tous les agents ont la même tolérance initiale, diminue très faiblement. On peut en déduire que la tolérance varie peu entre un agent et ses voisins.

Rappelons également que l'on a une frontière visible, mais plus ou moins prononcée, entre les deux ethnies. Cela implique que les agents des deux ethnies présents sur ou à proximité de cette frontière sont en contact en grande majorité et, de ce fait, doivent être tolérants pour pouvoir accepter un voisinage d'une autre ethnie.

On peut ainsi conclure de ces deux dernières déductions que l'évolution de la tolérance des bords d'une ethnie, la frontière, tolérants vers son centre est lente et donc que l'évolution de la tolérance varie progressivement des frontières aux agents tolérants vers le centre aux agents intolérants.

ANNEXE

Code NetLogo de l'application pour simuler le modèle de Schelling avec seuil de tolérance propre à chaque agent et dynamique

```
globals [
  ;; nombre total d'agents
  nb-agents
  ;; taux de satisfaction
  satisfaction-ratio
  ;; taux d'agrégation
  aggregate-index
  ;; moyenne des tolérances
  tolerance-ratio
  ;; taux de proximité entre tolérances
  tolerance-index
  ;; liste des couleurs pour représenter chaque état
  couleurs
]

turtles-own [
  state ;; jaune (0), vert (1), rouge (2), bleu (3), blanc (4), orange (5), violet (6), marron (7),
  rose (8) & gris (9)
  ;; tolérance nécessaire pour satisfaire l'état actuel
  required-tolerance
  ;; tolérance seuil
  limit-tolerance
  ;; état de satisfaction?
  satisfied?
  ;; nombre d'agents voisins du même type
  similar-nearby
  ;; nombre d'agents voisins du type oppose
  other-nearby
  ;; nombre d'agents voisins
  social-degree
  ;; couleur initiale à partir de laquelle on va effectuer des variations pour montrer la
  tolérance
  color-init
  ;; temps depuis lequel il n'est pas satisfait
  temps-attente
]
```

```

to setup
  clear-all
  set couleurs (list yellow green red blue white orange violet brown pink grey)
  set nb-agents int (density-rate * (max-pxcor + 1) * (max-pycor + 1))
  let n nb-agents
  ask patches [
    if (n > 0) [
      sprout 1 [
        ; initialisation de l'état, du délai d'attente pour une dynamique de la tolérance et de
la tolérance
        set state (n mod nb-color)
        set temps-attente 0
        initialize-tolerance n
      ]
      set n (n - 1)
    ]
  ]
  ask turtles [
    set size 1
    ; initialisation de la couleur originale associée
    set color-init item state couleurs
  ]
  update-satisfaction
  tracer
end

to initialize-tolerance [numero]
  ifelse (distribution = "fixe")
    ; loi de probabilités fixe
    [ set limit-tolerance tolerance ]
    [ ifelse (distribution = "uniforme continue")
      ; loi de probabilités uniforme, continue et équiprobable par paliers
      [ set limit-tolerance numero / nb-agents ]
      ; loi de probabilités normale d'espérance 0.5, d'écart-type 0.15 et bornée sur [0, 1]
      [ set limit-tolerance random-normal 0.5 0.15
        if (limit-tolerance < 0) [set limit-tolerance 0]
        if (limit-tolerance > 1) [set limit-tolerance 1]
      ]
    ]
end

to go
  if all? turtles [satisfied?] [ stop ]
  move-unsatisfied-agents
  update-satisfaction
  ; mise à jour de la dynamique de la tolérance
  if dynamique? [update-tolerance]
  tracer
  tick
end

```

```

to move-unsatisfied-agents ;; règle élogé de la fuite
  ask turtles with [not satisfied?]
  [
    let x random (max-pxcor + 1)
    let y random (max-pycor + 1)
    if (not any? turtles-on patch x y)
      [ move-to patch x y ]
  ]
end

to update-satisfaction
  ask turtles [
    set social-degree (count ((turtles-on neighbors)))
    ifelse (social-degree != 0)
      [ let my-state state
        set other-nearby count (turtles-on neighbors) with [state != my-state]
        set required-tolerance (other-nearby / social-degree)
        set satisfied? (required-tolerance <= limit-tolerance)
      ]
      [ set satisfied? true ]
  ]
  set satisfaction-ratio count turtles with [satisfied?] / nb-agents
  update-aggregate-index
  update-color
end

to update-aggregate-index
  let sim mean [1 - required-tolerance] of turtles
  set aggregate-index (sim - 1 / nb-color) / (1 - 1 / nb-color)
end

to update-color
  ask turtles [
    set shape "circle"
    ; mise à jour de la variance de la couleur selon la tolérance
    set color color-init + 6 * (limit-tolerance - 0.5)
  ]
end

```



```

to update-tolerance
  if (config-dynamique = "tolérance forcée") [
    ask turtles [
      ifelse (satisfait?)
        ; remise à zéro éventuelle si l'agent vient de devenir satisfait
        [ set temps-attente 0]
        ; incrémentation du temps d'attente
        [ set temps-attente (temps-attente + 1)
          ; et de la tolérance si le délai a été atteint
          if (temps-attente mod ticks-attente = 0) [ set limit-tolerance limit-tolerance +
0.05] ; ne peut pas dépasser 1 car satisfait avant
        ]
      ]
    ]
    ; mise à jour de la tolérance globale
    set tolerance-ratio mean [limit-tolerance] of turtles
    ; calcul de l'index de tolérance par ajout successif par agent
    let sum-tolerance-index 0
    ask turtles [
      let voisins (turtles-on neighbors)
      let nb-voisins (count voisins)
      ifelse (nb-voisins = 0)
        ; pas de voisin équivalent à tous les voisins identiques
        [ set sum-tolerance-index (sum-tolerance-index + 1) ]
        [ let tolerance-agent limit-tolerance
          set sum-tolerance-index (sum-tolerance-index + 1 - (mean [abs (tolerance-agent -
limit-tolerance)] of voisins))]
        ]
      ; puis pondérée par le nombre d'agents puis réajustée
      set tolerance-index ((sum-tolerance-index / nb-agents) - 0.5) / 0.5
    ]
  end

to tracer
  set-current-plot "Satisfaction et Agrégation"
  set-current-plot-pen "satisfaction-ratio"
  plot satisfaction-ratio
  set-current-plot-pen "aggregate-index"
  plot aggregate-index
  if (dynamique?) [
    set-current-plot-pen "tolerance-ratio"
    plot tolerance-ratio
    set-current-plot-pen "tolerance-index"
    plot tolerance-index
  ]
  set-current-plot "Tolerance"
  set-current-plot-pen "nombre-agents"
  histogram [limit-tolerance] of turtles
end

```

Code VBA pour le traitement des échantillons (calcul des moyennes et création des graphes)

```
' Définition des plages d'étude pour la densité et la tolérance
Const MinDensite = 0.2, MaxDensite = 0.85, PasDensite = 0.05, MinTolerance = 0.3, MaxTolerance = 0.85, PasTolerance = 0.05
' Calcul du nombre d'itérations pour chaque variable
Const NbIterDensite As Integer = (MaxDensite - MinDensite) / PasDensite,
NbIterTolerance As Integer = (MaxTolerance - MinTolerance) / PasTolerance
' Calcul des plages de couleur pour chaque variable
Const CoeffCouleurDensite As Integer = 255 / (NbIterDensite + 1),
CoeffCouleurTolerance As Integer = 255 / (NbIterTolerance + 1)
' Nombre d'exécutions pour chaque configuration
Const NbEssais = 10
' Indicateurs de positionnement des résultats dans le tableur en chiffres
Const NumLigneInit = 8, NumColonneDensite = 2, NumColonneTolerance = 3,
NumColonneMoyenne = 7
' ainsi qu'en lettres pour les colonnes (la conversion chiffre/lettre ne
marchant plus dès AA)
Const LettreColonneDensite = "B", LettreColonneTolerance = "C",
LettreColonneAggregation = "F"

' Calcule les moyennes pour chaque configuration et affiche le résultat
dans la case appropriée
Sub MoyennesSelonFacteurs()
    Dim numero, numeroFin As Integer
    ' Pour chaque configuration (densité, tolérance),
    For i = 0 To NbIterDensite
        For j = 0 To NbIterTolerance
            ' récupération des 2 cases extrêmes
            numero = NumLigneInit + i * (NbIterTolerance + 1) * NbEssais +
j * NbEssais
            numeroFin = numero + NbEssais - 1
            ' pour calculer la moyenne de l'ensemble
            Cells(numeroFin, NumColonneMoyenne).Value = "=AVERAGE(" &
LettreColonneAggregation & numero & ":" & LettreColonneAggregation &
numeroFin & ")"
        Next j
    Next i
End Sub
```

```

' Trace deux graphiques pour respectivement l'évolution de l'aggrégation
en fonction de la tolérance et de la densité
Sub GraphesSelonFacteurs()
    ' Objets graphiques et feuille de calcul
    Dim MyGraphTolerance As Chart, MyGrapheDensite As Chart, MySheet As
Worksheet
    ' Zones allouées pour les graphiques
    Dim MyTableRangeTolerance As Range, MyTableRangeDensite As Range
    ' Plages de données en abscisse et en ordonnée et séries pour tracer
les courbes
    Dim CasesX As String, PlageX As Range, PlageY As Range, MySeries As
Series
    Dim ValeurCouleur As Integer, ValeurInit As Integer
    ' Récupération de la feuille de calcul
    MySheet = ThisWorkbook.Worksheets("Schelling experiment-table")
    ' Initialisation des graphes
    With MySheet
        MyTableRangeTolerance = .Range("I8:U37")
        MyTableRangeDensite = .Range("I40:U69")
        MyGraphTolerance = .ChartObjects.Add(MyTableRangeTolerance.Left,
MyTableRangeTolerance.Top, MyTableRangeTolerance.Width,
MyTableRangeTolerance.Height).Chart
        MyGrapheDensite = .ChartObjects.Add(MyTableRangeDensite.Left,
MyTableRangeDensite.Top, MyTableRangeDensite.Width,
MyTableRangeDensite.Height).Chart
    End With
    ' Configuration du graphique de l'évolution de aggrégation / tolérance
    With MyGraphTolerance
        .ChartType = xlXYScatterSmooth
        .HasTitle = True
        .ChartTitle.Text = "Evolution du taux d'aggrégation en fonction de
la tolérance"
        With .Axes(xlCategory, xlPrimary)
            .HasTitle = True
            .AxisTitle.Text = "Niveau de tolérance"
            .MinimumScale = MinTolerance
            .MaximumScale = MaxTolerance
        End With
        With .Axes(xlValue, xlPrimary)
            .HasTitle = True
            .AxisTitle.Text = "Taux d'aggrégation"
            .MinimumScale = 0
            .MaximumScale = 1
        End With
    End With
End Sub

```

```

' Configuration du graphique de l'évolution de aggrégation / densité
With MyGrapheDensite
    .ChartType = xlXYScatterSmooth
    .HasTitle = True
    .ChartTitle.Text = "Evolution du taux d'aggrégation en fonction de
la densité"
    With .Axes(xlCategory, xlPrimary)
        .HasTitle = True
        .AxisTitle.Text = "Niveau de densité"
        .MinimumScale = MinDensite
        .MaximumScale = MaxDensite
    End With
    With .Axes(xlValue, xlPrimary)
        .HasTitle = True
        .AxisTitle.Text = "Taux d'aggrégation"
        .MinimumScale = 0
        .MaximumScale = 1
    End With
End With
' Définition des séries pour les courbes du premier graphe
For i = 0 To NbIterDensite
    ' Repérage de la première case
    ValeurInit = (NumLigneInit + i * (NbIterTolerance + 1) * NbEssais
+ NbEssais - 1)
    CasesX = LettreColonneTolerance & ValeurInit
    ' puis des suivantes
    For j = 1 To NbIterTolerance
        CasesX = CasesX & "," & LettreColonneTolerance & (ValeurInit +
j * NbEssais)
    Next j
    ' Initialisation des plages de données en abscisse et ordonnée
    PlageX = Range(CasesX)
    PlageY = PlageX.Offset(, NumColonneMoyenne - NumColonneTolerance)
    ' pour définir la série
    MySeries = MyGraphTolerance.SeriesCollection.NewSeries
    ValeurCouleur = 255 - CoeffCouleurDensite * i
    ' et ses propriétés
    With MySeries
        .Values = PlageY
        .XValues = PlageX
        .Name = "density-rate=" & (MinDensite + i * PasDensite)
        .MarkerStyle = xlMarkerStyleDiamond
        .MarkerBackgroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
        .MarkerForegroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
        .Border.Color = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
    End With
Next i

```

```

' Définition des séries pour les courbes du second graphe
For i = 0 To NbIterTolerance
    ValeurInit = NumLigneInit + i * NbEssais + NbEssais - 1
    CasesX = LettreColonneDensite & ValeurInit
    For j = 1 To NbIterDensite
        CasesX = CasesX & "," & LettreColonneDensite & (ValeurInit + j
* (NbIterTolerance + 1) * NbEssais)
    Next j
    PlageX = Range(CasesX)
    PlageY = PlageX.Offset(, NumColonneMoyenne - NumColonneDensite)
    MySeries = MyGrapheDensite.SeriesCollection.NewSeries
    ValeurCouleur = 255 - CoeffCouleurTolerance * i
    With MySeries
        .Values = PlageY
        .XValues = PlageX
        .Name = "tolerance=" & (MinTolerance + i * PasTolerance)
        .MarkerStyle = xlMarkerStyleDiamond
        .MarkerBackgroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
        .MarkerForegroundColor = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
        .Border.Color = RGB(255, ValeurCouleur, 0)
    End With
Next i
End Sub

```