算法优化策略

----anantheparty

算法优化策略

- 差分, 前缀和
 - 多维差分前缀和
 - 树上差分前缀和
 - 离散化
 - 扫描线
- 2-pointer
 - 悬线法
 - 单调栈
 - ፟ 二分&贪心
 - 其他优化策略

复杂度

0(n) 0(n²)

O(nlog)

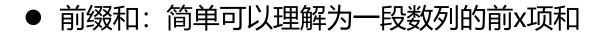
- 时间复杂度和空间复杂度是衡量一个算法效率的重要标准
- 时间复杂度:该算法用时(基本操作次数)随数据规模而增长的趋势 ^{○(ハ)}
 - 通常用大O表示时间复杂度上届
 - 实际应用中,还需要考虑O相等时的常数影响。
- 空间复杂度: 该算法用空间随数据规模而增长的趋势

for (: --)



for (i = 1, n) (f(n))(f(n)) > K(n)

前缀和



● 扩展到二维理解为:某点左上角区域所有数字和

扩展到树上理解为: 某点到根节点的数字和

● 前缀和数组: (B[i]表示A数组第1项到第i项的和

$$B[i] = B[i-1] + A[i]$$

$$B[i] = A[i]$$

 $B[i]=B[i-1]+A[i] \longrightarrow B[i]=A[i]+\cdots A[i] \times$



前缀和

每次询问[l,r]的和(积

0(1)

423+4+5 -. t] 28-3=25

概: b: o(n)

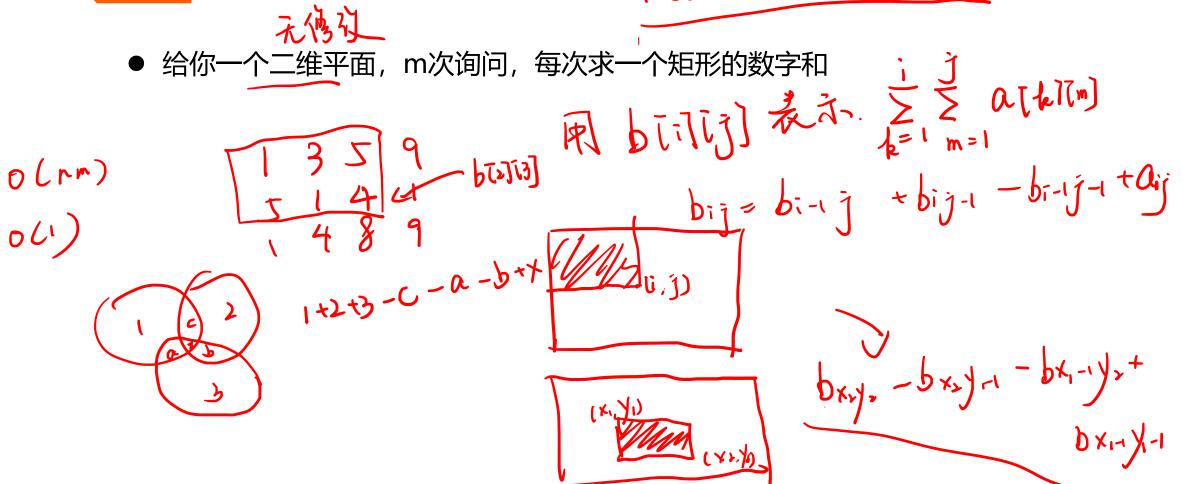
模色:透 古模下组分数

$$\frac{C_{w}}{C_{w}} = \frac{\sqrt{(w-1)}!}{\sqrt{(w-1)!}}$$



前缀和

 $\sum_{i=1}^{r} a_i = b_r - b_{l-1}$







- 权值在点上,
 - 每次求一条链上的数字和
- 给你一个树, m次询问, 权值在链上,

m次询问,

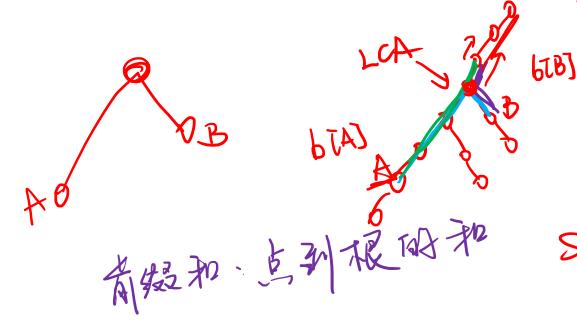
7 已知(LCA) ->0(1) 每次求一条链上的数字和 bīij表示:言当到根的值的和.

A->B: 1+4+5

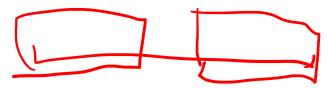
sum 1= 6TA] + 6TB] - 6 [LCA]

- b[fa[LCA]]

Sum2 = b[A] +b[B] -2*b[LcA]



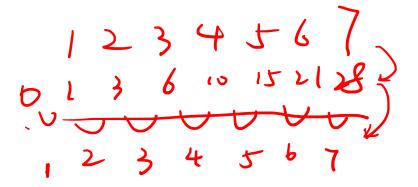




m次询问,每次询问[1,l] 或 [r,n] 的最大值
$$b_{i\rightarrow max}(a_{i},b_{i+1})$$
 $b_{i\rightarrow max}(a_{i},b_{i+1})$

差分

差分:求两项之间的差,为前缀和的逆运算
 B[i]=B[i-1]+A[i]
 A[i]=B[i]-B[i-1]

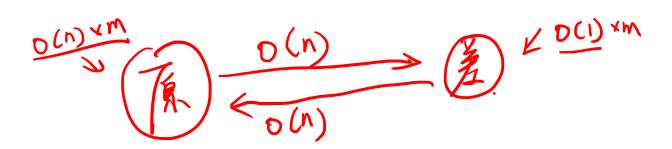


● 树差分

● 点差分: 差分值存在点上, 表示该点与父亲的差

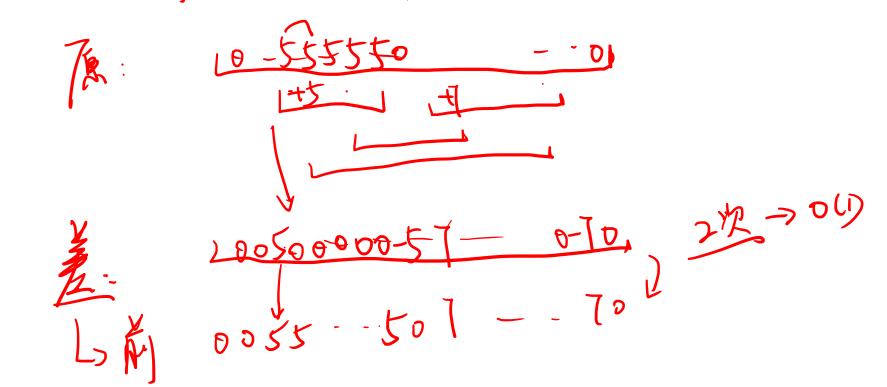
● 边差分: 差分值存在边上, 表示该边父节点和子节点的差





ai - . an

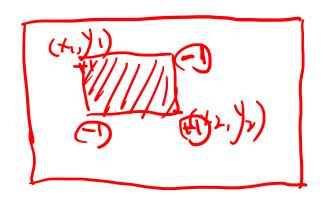
● 给你一个序列,m次修改,每次对[l,r]执行区间加,最后询问<u>所得序列</u>

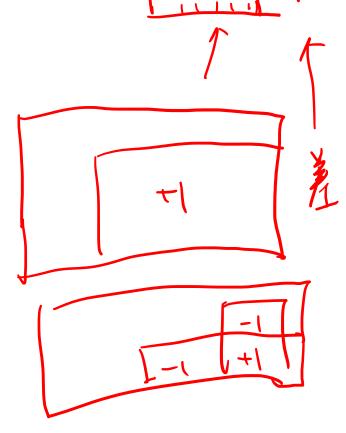


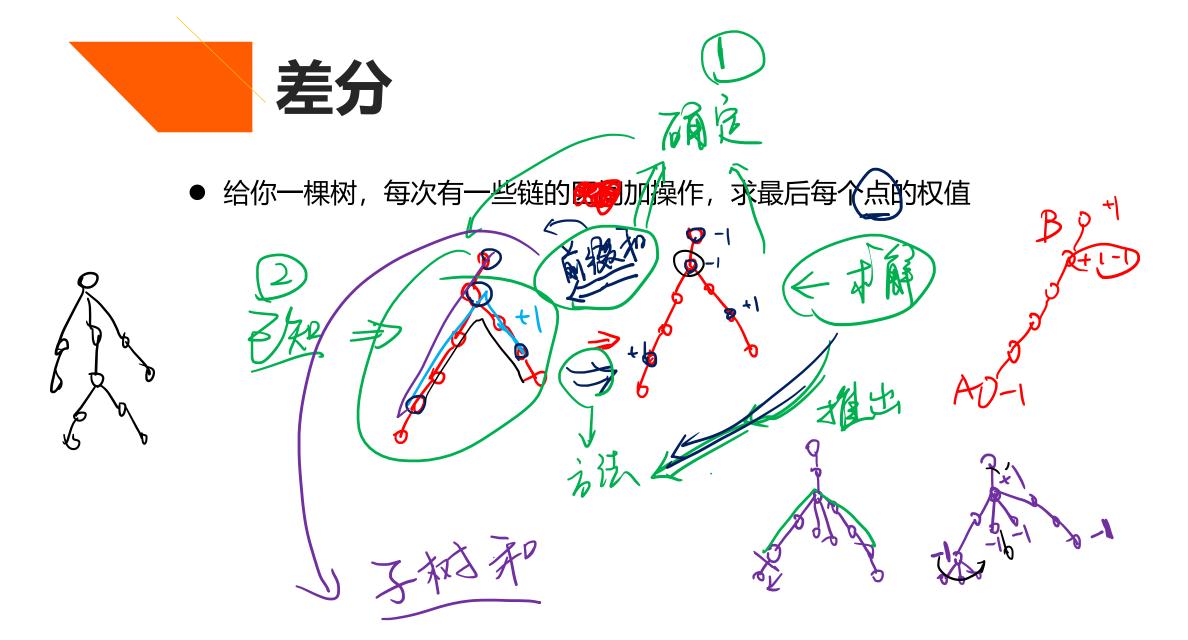
差分

- 在 n×n 的格子上有 m 个矩形地毯。
- 给出这些地毯的信息,问每个点被多少个地毯覆盖。











2012D2T2 P1083 借教室

OO OBSONA.

• <u>Link</u>

IS, xi) > [xio] to di

oherte. On)

题目描述

在大学期间,经常需要租借教室。大到院系举办活动,小到学习小组自习讨论,都需要向学校申请借教室。教室的大小功能不同,借教室人的身份不同,借教室的手续也不一样。

面对海量租借教室的信息,我们自然希望编程解决这个问题。

我们需要处理接下来n天的借教室信息,其中第i天学校有 r_i)教室可供租借。共有m份订单,每份订单用三个正整数描述,分别为 d_j,s_j,t_j ,表示某租借者需要从第 s_j 天到第 t_j 天租借教室(包括第 s_j 天和第 t_j 天),每天需要租借 d_j 个教室。

我们假定,租借者对教室的大小、地点没有要求。即对于每份订单,我们只需要每天提供 d_j 个教室,而它们具体是哪些教室,每天是否是相同的教室则不用考虑。

借教室的原则是先到先得,也就是说我们要按照订单的先后顺序依次为每份订单分配教室。如果在分配的过程中遇到一份订单无法完全满足,则需要停止教室的分配,通知当前申请人修改订单。这里的无法满足指从第 s_i 天到第 t_i 天中有至少一天剩余的教室数量不足 d_i 个。

现在我们需要知道,是否会有订单无法完全满足。如果有,需要通知哪一个申请人修改订单。

(1) 最加入

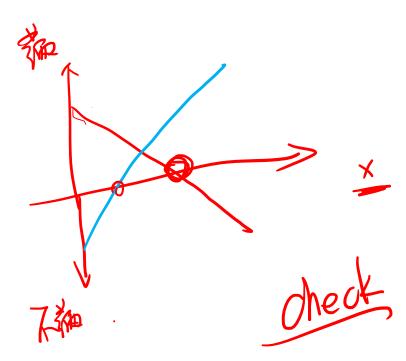
(2)

[]展开



2012D2T2 P1083 借教室 eazy+

whilely-Lzi)





机影及盖的在不是有



小TY突然想画画,他有独特的艺术风格,他从N×N之白画布开始,其中0表示画布的空单元格。然后他会在 画布上绘制恰好矩形,每个颜色是1到N×N中的一个。他每次可以选择任意一种未使用过的颜色进行绘画。 例如,他可以从颜色2的矩形开始,画出这样的画布:

000 0333 37 2220 2220

2220

0000

然后他可以用颜色7绘制一个矩形:

2220

2777

2777

0000

然后他可以在颜色3上绘制一个小矩形:

2230

2737

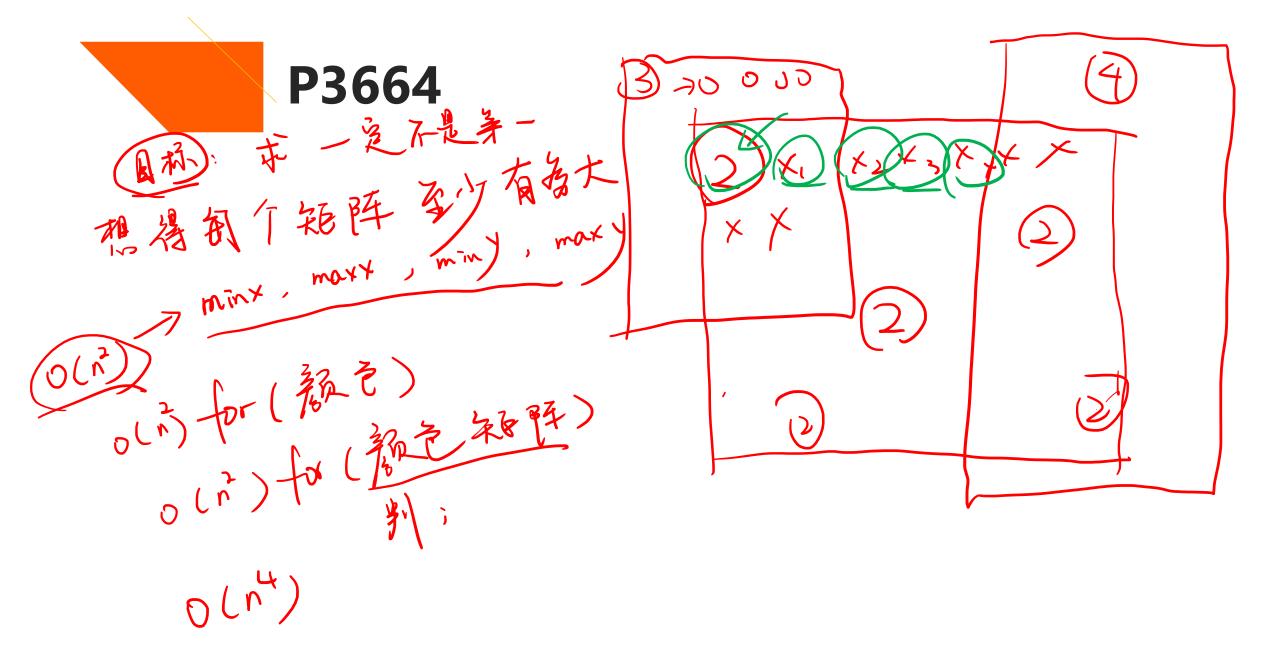
2777

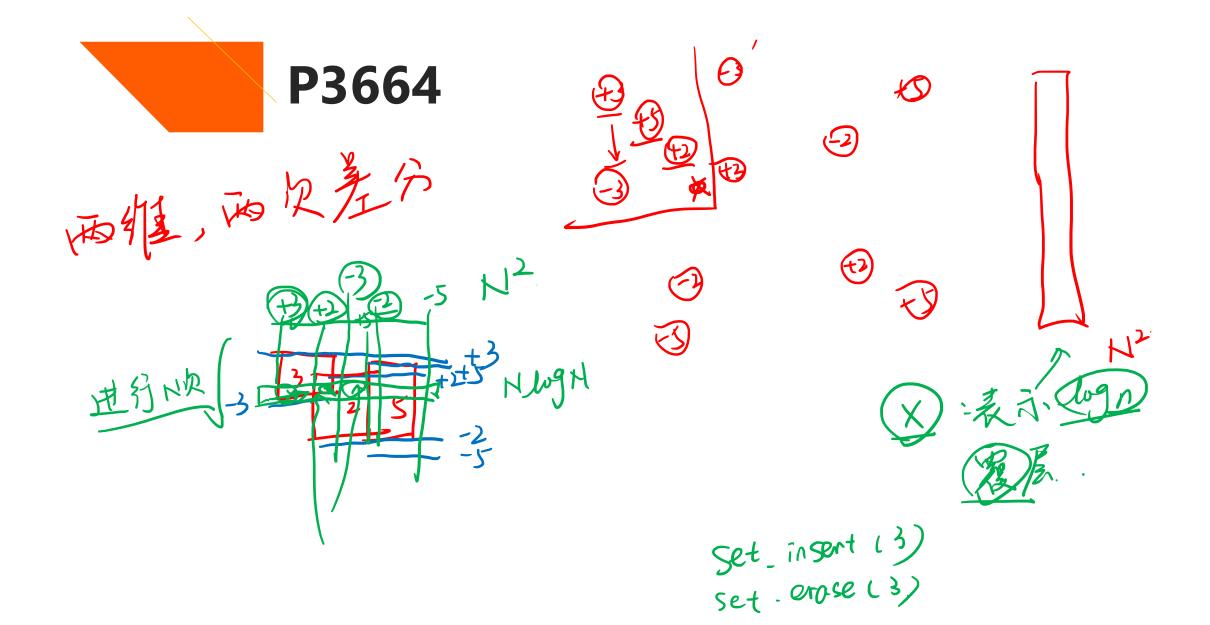
0000

0(N) = O(N) = O(R)

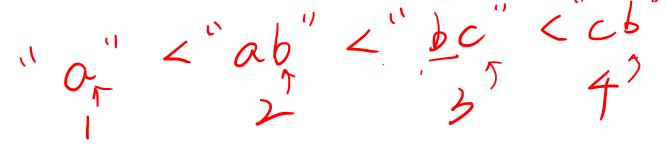
每个矩形都平行于画布边缘,而且矩形可以与整个画布一样大或者像一个单元一样小。每个颜色从1到正好 使用一次,后来的颜色可能完全覆盖一些较早画上的颜色。

现在已知画布的最终状态,请计算有多少种颜色可能被第一个被画。









- 当有些数据因为本身很大或者类型不支持,自身无法作为数组的下标来方便地处理,而影响最终结果的只有元素之间的相对大小关系时,我们可以将原来的数据按照从大到小编号来处理问题,即离散化。
- 常见处理: 大整数、浮点数、字符串
- 偷懒处理:使用map

mos Lstring, int

1000 877451 141411 4 9714 3

- OI中常见具体应用:
 - ●、需要按权值为数组下标进行某种操作,但权值较大
 - 偷懒操作: map, 每次操作复杂度 O(logn)
 - 离散化:初始化小常数nlog,每次操作O(1)
 - ●, 线段树区间较大

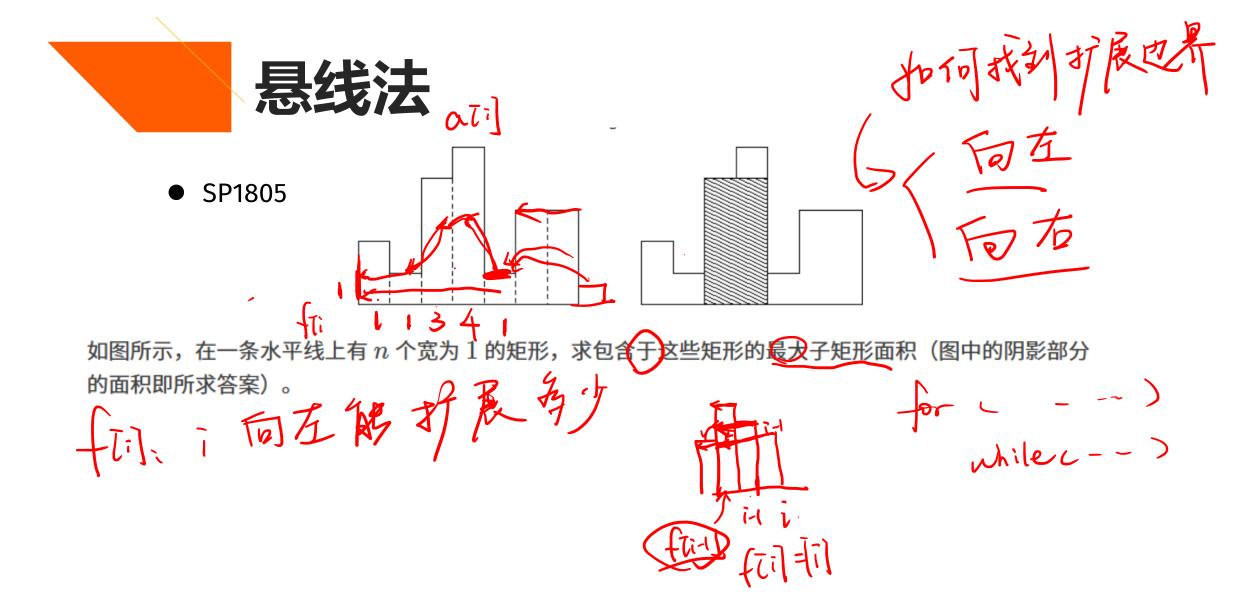
倒懒:动态开生一为后果:MLE 高散化:AC

"a" "c" "a'

- STL简易完成离散化操作
- 314间勿元炒肉以门采用
- std::sort(a + 1, a + 1 + n);
- len = std::unique(a + 1, a + n + 1) a 1;
- 3. for (int i = 0; i < n; ++i)
 - b[i] =std::lower_bound(a + 1, a + len + 1, b[i]) a; \(\sqrt{}\)

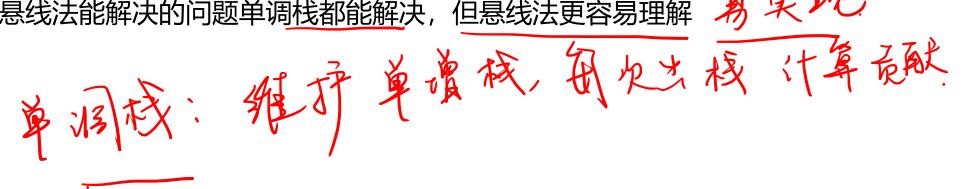
● 手写离散化

```
sort(b+1,b+n+1);
for(int i=1;i<=n;i++)
  if(b[i+1]==b[i])continue;
  c[++cnt]=b[i];
 d[i]=(lown) found(c+1,c+cnt+1,a[i])-c);
for(int i=1;i<=n;i++)
```





悬线法能解决的问题单调栈都能解决,但悬线法更容易理解 易 桌 见





P4147

• Link

表这块土地被赐予了 freda。
现在 freda 要在这里卖萌。。。它要找一块矩形土地,要求这片土地都标着 'F' 并且面积最大。
但是 rainbow 和 freda 的 OI 水平都弱爆了,找不出这块土地,而蓝兔也想看 freda 卖萌(她显然是不会编程的……),所以它们决定,如果你找到的土地面积为 S,它们每人给你 S 两银子。
输入输出样例

题目背景 []展开

有一天,小猫 rainbow 和 freda 来到了湘西张家界的天门山玉蟾宫,玉蟾宫宫主蓝兔盛情地款待了它们, 并赐予它们一片土地。

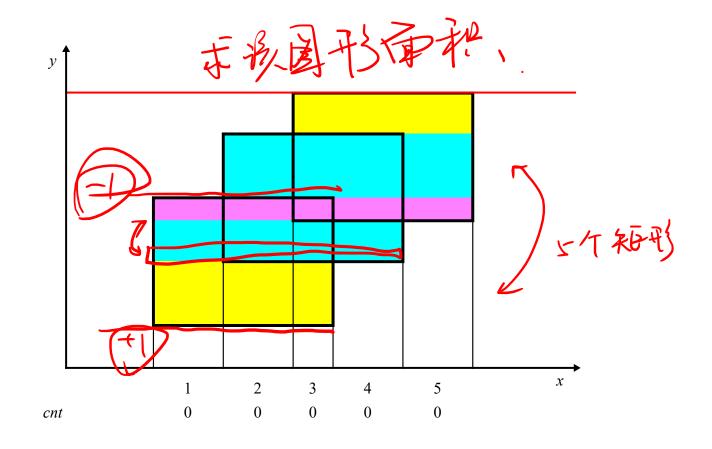
题目描述



扫描线

- 本质是一种二维差分
- 通常需要离散化 ~

1 41





• <u>Link</u>



小TY突然想画画,他有独特的艺术风格,他从N×N空白画布开始,其中0表示画布的空单元格。然后他会在画布上绘制恰好矩形,每个颜色是1到N×N中的一个。他每次可以选择任意一种未使用过的颜色进行绘画。例如,他可以从颜色2的矩形开始,画出这样的画布:

2220

2220

2220

0000

然后他可以用颜色7绘制一个矩形:

2220

2777

2777

0000

然后他可以在颜色3上绘制一个小矩形:

2230

2737

2777

0000

每个矩形都平行于画布边缘,而且矩形可以与整个画布一样大或者像一个单元一样小。每个颜色从1到正好 使用一次,后来的颜色可能完全覆盖一些较早画上的颜色。

现在已知画布的最终状态,请计算有多少种颜色可能被第一个被画。

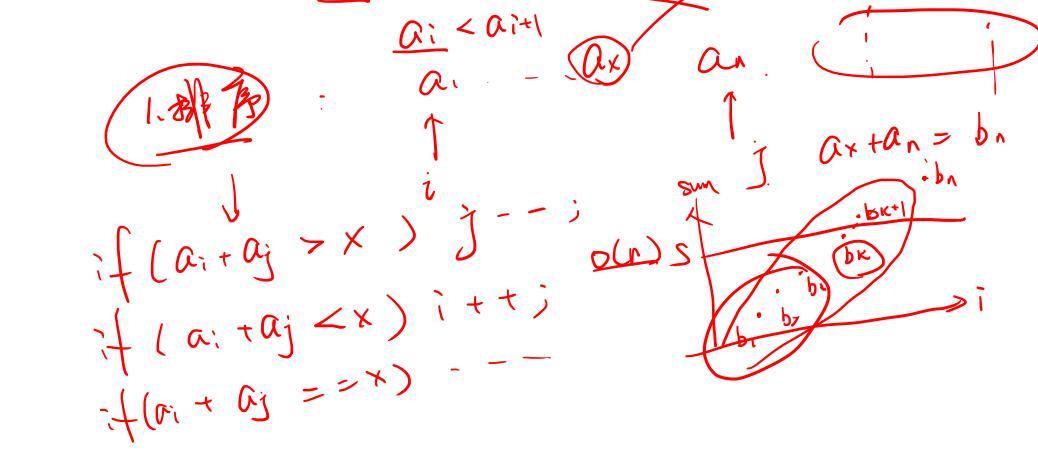




2-pointer

● Two sum:给你一个数列,找到两个数,使它们和为x~

$$\alpha_{x} + \alpha_{z} = b_{z}$$





● Three sum:给你一个数列,找到三个数,使它们和为x

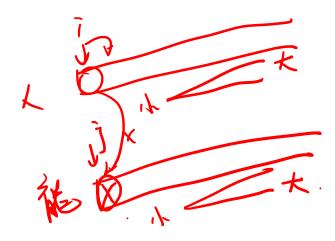
文美 一维

2 Sum ?



UVA11292

• Link



题意翻译

你的王国里有一条n个头的恶龙,你希望雇佣一些骑士把它杀死(即砍掉所有头)。村里有m个骑士可以雇佣,一个能力值为x的骑士可以砍掉恶龙一个直径不超过x的头,且需要支付x个金币。如何雇佣骑士才能砍掉龙的所有头,且需要支付的金币最少?注意,一个骑士只能砍一个头。(且不能被雇佣两次)。输入格式

输入包含多组数据。每组数据的第一行为正整数n和m(1<=n,m<=20000);以下n行每行为一个整数,即 恶龙每个头的直径;以下m行每行为一个整数,即每个骑士的能力。输入结束标志为n=m=0。输出格式

对于每组数据,输出最小花费。如果无解,输出"Loowater is doomed!"。

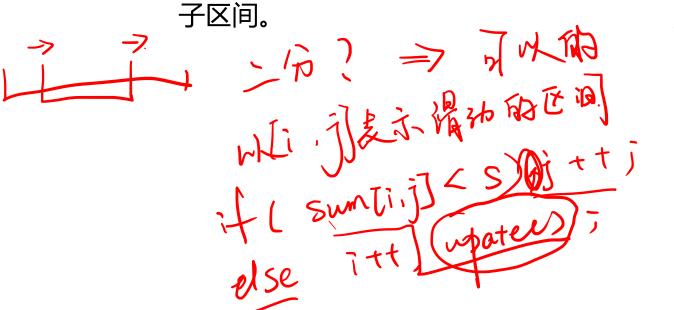
感谢@ACdreamer 提供的翻译



2-pointer 滑动窗

一个长度为n的数列和一个正整数 s 请找出该数列中和 ≥ s 的最小 一个确区间长度方便计

子区间。



2-pointer

- 当这两个指针作为一个区间的左右节点时,我们称这种思想为:滑动窗口
- 通常解决的问题:有一定约束条件下选择最优区间的情况

P1638 eazy

- 长度为n的序列,m种数
- 找一个最短区间,使得所有数出现一遍
- n≤1e6,m≤2e3

else updated), itt;

Cnt



• <u>Link</u>

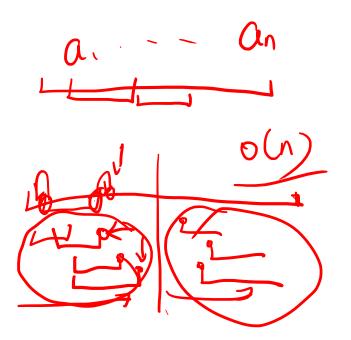


P3143

• Link

奶牛Bessie很喜欢闪亮亮的东西(Baling~Baling~),所以她喜欢在她的空余时间开采钻石!她现在已经收集了N颗不同大小的钻石(N<=50,000),现在她想在谷仓的两个队列架上摆放一些钻石。

Bessie想让这些陈列架上的钻石保持相似的大小,所以她不会把两个大小相差K以上的钻石同时放在一个陈列架上(如果两颗钻石的大小差值为K,那么它们可以同时放在一个陈列架上)。现在给出K,请你帮Bessie确定她最多一共可以放多少颗钻石在这两个陈列架上。



输入输出样例



二分&贪心

会级不合成

01000x

● 二分:目标是否具有二分性

● 贪心: 该贪心是否正确? 養不出 私你 然 一 认为 是 对 的

其他优化策略

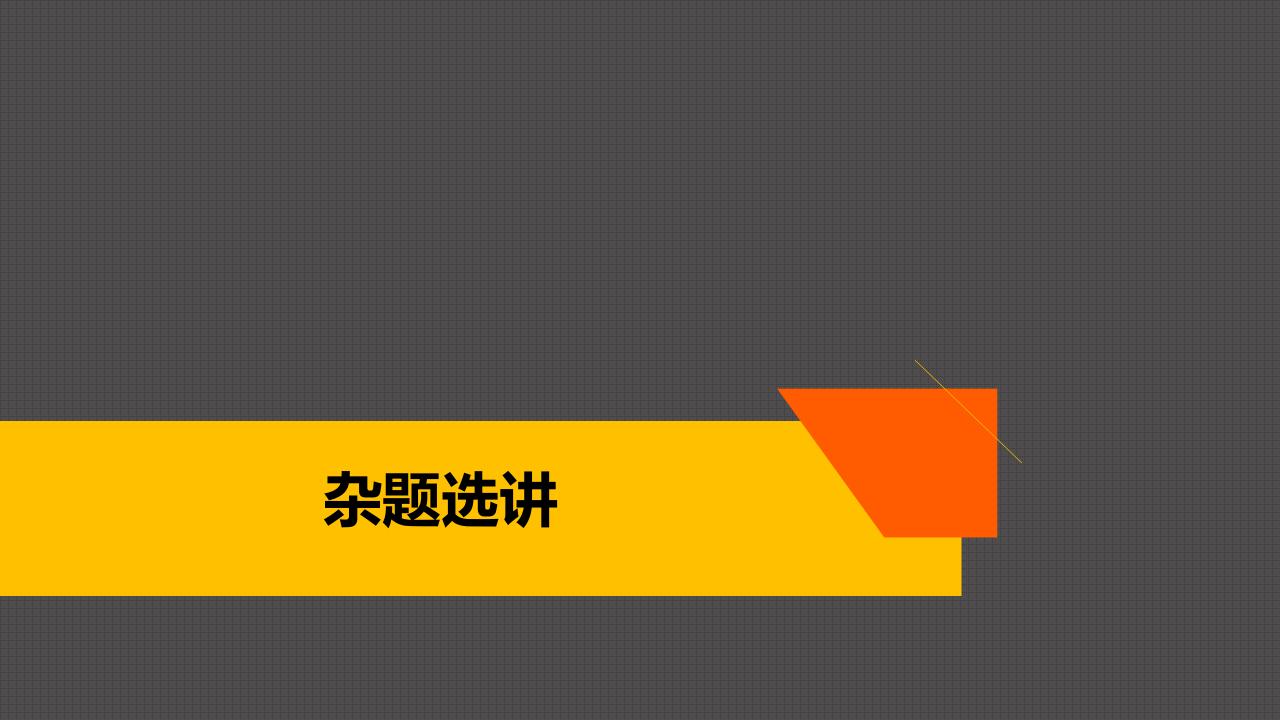
- 离线/在线算法(提高组不常见):
 - 在线:每次询问后,立马可以得到查询结果
 - 离线:需要知道所有要查询的值,然后一口气查询出所有结果如果题目询问的内容有多个,一起回答比一个一个回答轻松不少,可以试试先将问题存起来,一口气回答 多见于将提问的某一维排序后,按照顺序解决比较轻松 (不要忘记再将顺序排回去)

1/21/2022

其他优化策略

- 随机化:部分结构在随机化下会有期望不错的结果,如随机顺序插入的二叉搜索树深度为log级别,随机后的快速排序期望复杂度为nlogn,当顺序不影响题目时,为何不给自己的暴力添加一个随机化呢?std::shuffle(first, last, myrand) (C++11) → D(n)
- 随机化算法:模拟退火

题目要求最优解,但你仅可以算出一个状态的得分(比较两个解的优劣),不能求到全局最优解,用模拟退火求得的较优解,大概率是最优





• <u>Link</u>

1/21/2022



<u>Link</u>

P3067

● 给n个数,从中任意选出一些数,使这些数能分成和相等的两组。 求有多少种选数的方案。

2 <= N <= 30





2016D1T2 P1600 天天爱跑步

Link

极热力

题目描述 [3展开

小。同学认为跑步非常有趣,于是决定制作一款叫做《天天爱跑步》的游戏。《天天爱跑步》是一个养成 类游戏,需要玩家每天按时上线,完成打卡任务。

这个游戏的地图可以看作——棵包含 n 个结点和 n-1 条边的树,每条边连接两个结点,且任意两个结点存在一条路径互相可达。树上结点编号为从 1 到 n 的连续正整数。

现在有 m 个玩家,第 i 个玩家的起点为 s_i ,终点为 t_i 。每天打卡任务开始时,所有玩家在第 0 秒同时从自己的起点出发,以每秒跑一条边的速度,不间断地沿着最短路径向着自己的终点跑去,跑到终点后该玩家就算完成了打卡任务。 (由于地图是一棵树,所以每个人的路径是唯一的)

小。想知道游戏的活跃度,所以在每个结点上都放置了一个观察员。在结点 j 的观察员会选择在第 w_j 秒观察玩家,一个玩家能被这个观察员观察到当且仅当该玩家在第 w_j 秒也正好到达了结点 j 。 小。想知道每个观察员会观察到多少人?

注意:我们认为一个玩家到达自己的终点后该玩家就会结束游戏,他不能等待一 段时间后再被观察员观察到。 即对于把结点 j 作为终点的玩家:若他在第 w_j 秒前到达终点,则在结点 j 的观察员不能观察到该玩家;若他正好在第 w_j 秒到达终点,则在结点 j 的观察员可以观察到这个玩家。

2015 pjT3 P2671 求和 eazy+

• Link

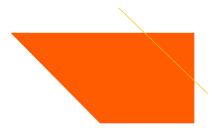
一条狭长的纸带被均匀划分出了n个格子,格子编号从1到n。每个格子上都染了一种颜色 $color_i$ 用[1, m]当中的一个整数表示),并且写了一个数字 $number_i$ 。



定义一种特殊的三元组:(x,y,z),其中x,y,z都代表纸带上格子的编号,这里的三元组要求满足以下两个条件:

- 1. xyz是整数,x < y < z, y x = z y
- 2. colorx = colorz

满足上述条件的三元组的分数规定为(x+z) × $(number_x + number_z)$ 。整个纸带的分数规定为所有满足条件的三元组的分数的和。这个分数可能会很大,你只要输出整个纸带的分数除以10,007所得的余数即可。



2016D2T2 P2827 蚯蚓

<u>Link</u>

UVA1619

<u>Link</u>

题目大意:给出正整数n和一个(1 <= n <= 100 000)长度的数列,要求找出一个子区间,使这个子区间的数字和乘上子区间中的最小值最大。输出这个最大值与区间的两个端点。



CSP-S2021 P7913 廊桥分配

Link

题目描述 [3展开

当一架飞机抵达机场时,可以停靠在航站楼旁的廊桥,也可以停靠在位于机场边缘的远机位。乘客一般更期待停靠在廊桥,因为这样省去了坐摆渡车前往航站楼的周折。然而,因为廊桥的数量有限,所以这样的愿望不总是能实现。

机场分为国内区和国际区,国内航班飞机只能停靠在国内区,国际航班飞机只能停靠在国际区。一部分廊桥属于国内区,其余的廊桥属于国际区。

L 市新建了一座机场,一共有 n 个廊桥。该机场决定,廊桥的使用遵循"先到先得"的原则,即每架飞机抵达后,如果相应的区(国内/国际)还有空闲的廊桥,就停靠在廊桥,否则停靠在远机位(假设远机位的数量充足)。该机场只有一条跑道,因此不存在两架飞机同时抵达的情况。

现给定未来一段时间飞机的抵达、离开时刻,请你负责将n个廊桥分配给国内区和国际区,使停靠廊桥的飞机数量最多。

P1886 滑动窗口

- 有一个长为 n 的序列 a,以及一个大小为 k 的窗口。现在这个从左边开始 向右滑动,每次滑动一个单位,求出每次滑动后窗口中的最大值和最小 值。
- n≤1e6

