

[报告]poj 3728 The merchant

[Source]

<http://poj.org/problem?id=3728>

[Description]

给出一颗树，每个点有一个权值，有很多次询问，每次询问会给出树上两点分别作为起点和终点，这两点就决定了树上的一条有向的路径，求这条路径的任意两点间最大的点权之差，唯一的要求是点权小的那个点必须更靠近起点。

[Solution]

用倍增法求 lca 的时候会用到一个辅助数组 `parent`，`parent[i][j]` 表示 `i` 节点的第 2^j 个祖先是哪个节点。我们可以用同样的方法定义 `min` 数组，`min[i][j]` 表示从 `i` 节点到它的 2^j 个祖先中最小的点权是多少，同样我们定义 `max` 数组，`max[i][j]` 表示从 `i` 节点到它的 2^j 个祖先中最大的点权是多少，定义 `up` 数组，`up[i][j]` 表示从 `i` 节点到它的 2^j 个祖先这条路上的最大收益是多少，定义 `down` 数组，`down[i][j]` 表示从 `i` 节点的 2^j 个祖先到它的这条路上的最大收益是多少。这四个数组都可以用和预处理 `parent` 数组同样的方法预处理出来。

对于每个询问 `q(a,b)`，首先求出 `a` 和 `b` 的 lca（假设为 `p`），然后用倍增法求出从 `a` 到 `p` 的最大收益 `x`（运用 `up` 数组），用倍增法求出从 `p` 到 `b` 的最大收益 `y`（运用 `down` 数组），用倍增法求出从 `a` 到 `p` 的最小值 `z` 和 `p` 到 `b` 的最大值 `w`（运用 `max` 和 `min` 数组），然后 `x`，`y`，`w-z` 这三个数的最大值就是所求的答案。

可以看出，此题的复杂度和用倍增法求 lca 的复杂度是一样的，预处理是 $n\log(n)$ ，对每次询问的处理时间是 $\log(n)$ 。

[Code]

```
#include<stdio.h>
#include<string.h>
#include<stdlib.h>
#include<queue>
#include<iostream>
using namespace std;
#define size 50100
int dep[size];
int mm[size][18], nn[size][18], zh[size][18], re[size][18], par[size][18];
/*分别对应了上文提到的max, min, up, down, parent数组*/
int v[size];
typedef struct E{
    int to, next;
}E;
```

```

E edge[size<<1];
int org[size];
int most(int a, int b, int c)
{
    if(a<b)
        a=b;
    if(a<c)
        a=c;
    return a;
}
void dfs(int cur, int up)//对那5个数组进行预处理
{
    int temp;

    if(up==0)
        dep[cur]=1;
    else{
        dep[cur]=dep[up]+1;
        mm[cur][0]=max(org[cur], org[up]);
        nn[cur][0]=min(org[cur], org[up]);
        zh[cur][0]=org[up]-org[cur];
        re[cur][0]=org[cur]-org[up];
        par[cur][0]=up;
    }

    for(int j=1; par[cur][j-1]!=0; j++){
        int temp=par[par[cur][j-1]][0];
        if(temp==0 || par[temp][j-1]==0)
            par[cur][j]=0;
        else{
            par[cur][j]=par[temp][j-1];
            mm[cur][j]=max(mm[cur][j-1], mm[temp][j-1]);
            nn[cur][j]=min(nn[cur][j-1], nn[temp][j-1]);

            zh[cur][j]=most(mm[temp][j-1]-nn[cur][j-1], zh[cur][j-1], zh[temp][j-1]);

            re[cur][j]=most(mm[cur][j-1]-nn[temp][j-1], re[cur][j-1], re[temp][j-1]);
        }
    }
    for(int x=v[cur]; x!=-1; x=edge[x].next)
        if(edge[x].to!=up)
            dfs(edge[x].to, cur);
}
int lca(int a, int b)//求两点的lca
{

```

```

int i;
if(dep[a]>dep[b])
    swap(a, b);
while(dep[b]>dep[a]) {
    for(i=0;par[b][i+1]!=0&&dep[par[b][i+1]]>=dep[a];i++);
    b=par[b][i];
}
while(a!=b) {
    for(i=0;par[a][i+1]!=par[b][i+1];i++);
    a=par[a][i];
    b=par[b][i];
    if(a!=b) {
        a=par[a][0];
        b=par[b][0];
    }
}
return a;
}
int query(int a, int b)//回答询问
{
    if(a==b)
        return 0;
    int p=lca(a, b);
    int ans=0;
    int sma=org[a], big=org[b];
    int temp, i;

    temp=a;
    while(temp!=p) {
        for(i=0;par[temp][i+1]!=0&&dep[par[temp][i+1]]>=dep[p];i++);
        ans=most(ans, zh[temp][i], mm[temp][i]-sma);
        sma=min(sma, nn[temp][i]);
        temp=par[temp][i];
    }
    temp=b;
    while(temp!=p) {
        for(i=0;par[temp][i+1]!=0&&dep[par[temp][i+1]]>=dep[p];i++);
        ans=most(ans, re[temp][i], big-nn[temp][i]);
        big=max(big, mm[temp][i]);
        temp=par[temp][i];
    }
    ans=max(ans, big-sma);
    return ans;
}

```

```

int main()
{
    int n,q,root,i,j,a,b;

    while (scanf("%d",&n)==1) {
        memset(v,-1,sizeof(v));
        for(i=1;i<=n;i++) {
            scanf("%d",&org[i]);
        }
        for(i=1;i<n;i++) {
            scanf("%d %d",&a,&b);
            edge[i*2-1].to=a;
            edge[i*2-1].next=v[b];
            v[b]=i*2-1;
            edge[i*2].to=b;
            edge[i*2].next=v[a];
            v[a]=i*2;
        }
        root=1;
        memset(par,0,sizeof(par));
        dfs(root,0);
        scanf("%d",&q);
        while(q--) {
            scanf("%d %d",&a,&b);
            printf("%d\n",query(a,b));
        }
    }
    return 0;
}

```