

[报告]z oj 2674 Strange Limit

[Source]

<http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemId=1674>

[Description]

求  $a^a \cdots a^{a \% m!}$  的极限。

[Solution]

欧拉定理的内容是：如果  $a$  和  $n$  互质，那么  $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ ；

对于任意  $a, n$  和较大的  $b$ ，有  $a^b \equiv a^{b \bmod \phi(n) + \phi(n)} \pmod{n}$

我们设  $a^{a \cdots a} = A$

则有  $A \equiv a^{a \bmod \phi(n) + \phi(n)} \pmod{n}$

这样就可以递归求解。因为  $\phi(n) < n$ ，所以这样递归一定有边界。

接下来就是上欧拉函数模版，素数筛模版了。。

[Code]

```
#include<cstdio>
#include<cstdlib>
#include<cstring>
#include<cmath>
#include<algorithm>
#define PRIME 3000
#define MAXN 30000
```

```

long long prime[PRIME+10];

bool isprime[MAXN+10];

long long top;

void init(void)
{
    long long i,j;

    for(i=2;i<=MAXN;i++)
    {
        if(!isprime[i])    prime[top++]=i;

        for(j=0;j<top&& i*prime[j]<=MAXN;j++)
        {
            isprime[i*prime[j]]=true;

            if(i%prime[j]==0)    break;
        }
    }

    top--;

    isprime[1]=true;
}

long long euler(long long n)
{
    long long i;

    long long _n=n;

    long long total=n;

    for(i=0;i<=top&&prime[i]*prime[i]<=n;i++)
    {
        if(n%prime[i]==0)
        {
            total=total/prime[i]*(prime[i]-1);

            while(_n%prime[i]==0)
            {

```

```

        _n/=prime[i];

    }

}

}

if(_n!=1)

{

    total=total/_n*(_n-1);

}

return total;

}

long long quickmod(long long a,long long n,long long p)

{

    if(n==0)

        return 1%p;

    if(n==1)

        return a%p;

    a%=p;

    long long ans=quickmod(a,n/2,p)%p;

    ans=ans*ans%p;

    if(n&1)

        ans=ans*a%p;

    return ans%p;

}

long long fac(long long m)

{

    if(m==1)

        return 1;

    else return m*fac(m-1);

}

```

```

long long calc(long long a, long long m)
{
    if(m==1)
        return 0;
    else
    {
        long long temp=euler(m);
        return quickmod(a,temp,m)*quickmod(a,calc(a,temp),m);
    }
}

int main(void)
{
    long long a,m;
    init();
    bool blank=false;
    while(scanf("%lld %lld",&a,&m)==2)
    {
        if(blank)
        {
            puts("");
        }
        else blank=true;
        m=fac(m);
        printf("%lld\n",calc(a,m)%m);
    }
    return 0;
}

```

