

题意： 给定一个长度为  $N$  的数组，我们可以对其中的数进行修改，每次修改有一个代价，对于一个数  $x$ ，修改成  $y$  之后的代价就是  $\text{abs}(x-y)$ 。

现在我们要将这个数列变成一个单调不减的，问所需要的代价。

其中  $N \leq 5000, -10^9 \leq a[i] \leq 10^9$

解决

### solution 1

看到这个题目，很容易就想到了 DP，然后有了一个非常暴力的方程。

用  $f[i][j]$  代表前  $i$  个数，最后一个数的高度为  $j$  所需要的最少代价。

很容易写出方程  $f[i][j] = \text{Min}(f[i-1][k] + \text{abs}(j-k))$

这个方程时间复杂度为  $O(N * \text{max} * \text{max})$ ，其中  $\text{max}$  是最大的  $a[i]$ ，当然，对于负数的情况可以将整个数组向上平移变成正数。

可以看到的是，这个方程的时间复杂度实在太高了，在空间上也难以承受。所以我们只能另寻他法。

### solution 2

有了上面的基础，很快有了优化的办法，那就是离散化！

既然总的数量只有 2000，那么我们可以把每个数在数列中的 rank 作为这个数的大小

那么得到  $f[i][j]$  代表前  $i$  个数，最后一个数为数列中第  $j$  大的数的代价。

方程可以写出  $f[i][j] = \text{Min}(f[i-1][k] + \text{abs}(b[j] - a[i]))$ ，其中  $b[j]$  就是第  $j$  大数的大小。

时间复杂度  $O(N^3)$ ，还是不能很好的解决问题，所以我们要寻求其他的办法。

### solution 3

然后我开始想这样一个问题，如果说  $f[i][j]$  要大于  $f[i][j-1]$ ，那么计算这样的  $f[i][j]$  还有什么意义呢？

因为我第  $i$  个数得到的大小为  $b[j-1]$  的消耗要比得到  $b[j]$  的消耗少，（ $b$  数列是单增的），那么在  $i+1$  个数的决策的时候，这样的  $f[i][j]$  还有什么意义呢？！（大家可以自己证明一下）

所以我们必须还要压缩状态！

修改我们的方程，用  $f[i][j]$  代表前  $i$  个数，第  $i$  个数小于等于  $b[j]$  的最小花费

方程可以写成  $f[i][j] = \text{Min}(f[i][j-1], f[i-1][j] + \text{abs}(a[i] - b[j]))$

然后由于转移只是用到了相邻状态，可以用滚动数组来优化空间

即  $f[i] = \text{Min}(f[i-1], f[i] + \text{abs}(a[i] - b[j]))$

时间复杂度  $O(N^2)$ ，空间复杂度  $O(N)$

这个问题还有更优秀的算法，在此不再做过多讲解，可以用左偏树，有兴趣的同学可以请教 zhazha 大神。

题目第一次由于对数的大小估计不足最终 RE 了，一定要使用 long long

单调下降的情况只需要把数组翻转再求一次即可。

```
# include <cstring>

# include <cstdlib>

# include <cstdio>

# include <algorithm>

# include <iostream>

using namespace std;

# define N 2020

long long dp[N],a[N],b[N],c[N];

int n;

long long abss(long long x)

{

    if (x>0)

        return x;

    else return -x;

}

long long solve(long long a[])

{

    memset(dp,0,sizeof(dp));

    for (int i=1;i<=n;i++)

        for (int j=1;j<=n;j++)

        {
```

```

        dp[j]+=abss(b[j]-a[i]);

        if (j>1)

            dp[j]=min(dp[j],dp[j-1]);

    }

    long long ans=dp[1];

    for (int i=2;i<=n;i++)

        ans=min(ans,dp[i]);

    return ans;

}

int main (void)

{

    cin>>n;

    for (int i=1;i<=n;i++)

    {

        scanf("%lld",&a[i]);

        c[n-i+1]=b[i]=a[i];

    }

    sort(b+1,b+1+n);

    long long ans=solve(a);

    ans=min(ans,solve(c));

    cout<<ans<<endl;

    return 0;

```

}