

Table des matières

Exercice 1 :	2
Exercice 2 :	2
Exercice 3 :	2
Exercice 4 :	2
Exercice 5 : Equation de Bernoulli	2
Exercice 6 : Equation de Riccati	2

Exercice 1 :

1. Résoudre $(4x + xy^2)dx + (y + x^2y)dy = 0$. Trouvez $y(x)$ telle que $y(1) = 2$
2. Résoudre $\frac{dy}{dx} = \frac{\tan x}{\cos y}$
3. Résoudre $x(y^2 - 1)dx + y(x^2 - 1)dy = 0$

Exercice 2 :

1. Résoudre $(3x^2 + y \cos x)dx + (\sin x - 4y^3)dy = 0$
2. Résoudre $\frac{xy+1}{y}dx + \frac{2y-x}{y^2}dy = 0$

Exercice 3 :

1. Prouvez que si

$$\frac{\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{Q} = F(x)$$

alors $\mu(x) = \exp\left(\int F(x)dx\right)$ est un facteur intégrant.

2. Résoudre $(2xy + y^4)dx - (2x^2 - xy^3)dy = 0$

Exercice 4 :

1. Résoudre $\frac{dy}{dx} + 2xy = xe^{-x^2}$
2. Résoudre $\frac{dy}{dx} + M(x)y = N(x)$
 - Avec la même méthode que précédemment
 - En utilisant un facteur intégrant

Exercice 5 : Equation de Bernoulli

- 1.

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^s, \quad s \neq \{0, 1\}$$

On pose $z(x) = (y(x))^{1-s}$.

Transformez l'équation de Bernoulli par $z(x)$

2. Résoudre

$$3xy' - y = 3x \ln |x| y^4$$

3. Résoudre

$$y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$$

Exercice 6 : Equation de Riccati

- 1.

$$\frac{dy}{dx} = M(x)y^2 + N(x)y + P(x)$$

Cette équation n'a pas forcément de solutions, et on ne connaît aucun moyen de résoudre cette équation. Cependant, si on a y_p une solution particulière de l'équation, on peut la résoudre.

On pose

$$y - y_p = \frac{1}{z}$$

Exprimez l'équation de Riccati en utilisant z .

2. Résoudre

$$(1 - x^3)y' + x^2y + y^2 - 2x = 0$$

3. Résoudre le problème de Cauchy

$$\frac{dx}{dt} = x^2, \quad x \in \mathbb{R}$$

avec $x(0) = x_0$

4. Résoudre

$$\frac{dx}{dt} = x^{\frac{1}{3}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

avec $x(0) = 0$