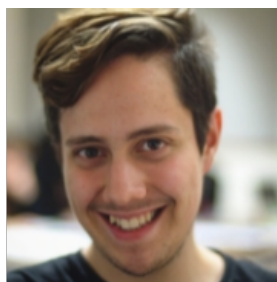




Beatriz Rocha
A84003



Filipe Guimarães
A85308



Gonçalo Ferreira
A84073

Relatório do Trabalho Prático 2 de Métodos Determinísticos de Investigação Operacional Grupo 32

28 de Outubro de 2020



Conteúdo

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Parte 1 | 4 |
| 1.1 | Mapa da cidade | 4 |
| 1.2 | Mudança de variável | 4 |
| 1.3 | Modelo de programação linear da nova instância | 5 |
| 1.4 | Valores da ofertas e das procuras em cada vértice da rede | 7 |
| 1.5 | Ficheiro de input | 8 |
| 1.6 | Ficheiro de output | 9 |
| 1.7 | Conjunto ótimo de caminhos de reposicionamento | 10 |
| 1.8 | Reversão da mudança de variável | 11 |
| 1.9 | Solução ótima | 12 |
| 1.10 | Procedimentos usados para validar o modelo | 12 |
| 2 | Parte 2 | 14 |
| 2.1 | Grafo bipartido | 14 |
| 2.2 | Matriz com os valores dos caminhos mais curtos | 15 |
| 2.3 | Ficheiro de input | 15 |
| 2.4 | Ficheiro de output | 16 |
| 2.5 | Solução ótima | 17 |
| 2.6 | Procedimentos usados para validar o modelo | 17 |
| 3 | Dificuldades surgidas durante a realização do trabalho | 18 |
| 4 | Conclusão | 19 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Sentido das ruas BCDE | 4 |
| 1.2 | Rede do problema de transporte que resulta da mudança de variável | 8 |
| 1.3 | Conjunto ótimo de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito | 11 |
| 2.1 | Grafo bipartido | 14 |

Introdução

Contextualização

Um veículo de recolha de lixo tem de percorrer ruas de sentido único para recolher os sacos existentes ao longo das mesmas. Assim sendo, pretende-se determinar o circuito ou conjunto de circuitos em que todos os arcos de um grafo são percorridos, pelo menos, uma vez, minimizando a distância total percorrida.

Objetivos

O principal objetivo deste trabalho prático consiste em resolver o problema descrito acima, aplicando os conhecimentos lecionados nas aulas, nomeadamente problemas de transporte em redes gerais e problemas de transporte em grafos bipartidos.

Capítulo 1

Parte 1

1.1 Mapa da cidade

Tendo em conta que 85308 é o número do aluno do grupo com maior número de inscrição, o sentido da rua B é a subir, o sentido da rua C é para a esquerda, o sentido da rua D é a descer e o sentido da rua E é para a direita, tal como podemos ver na figura 1.1.

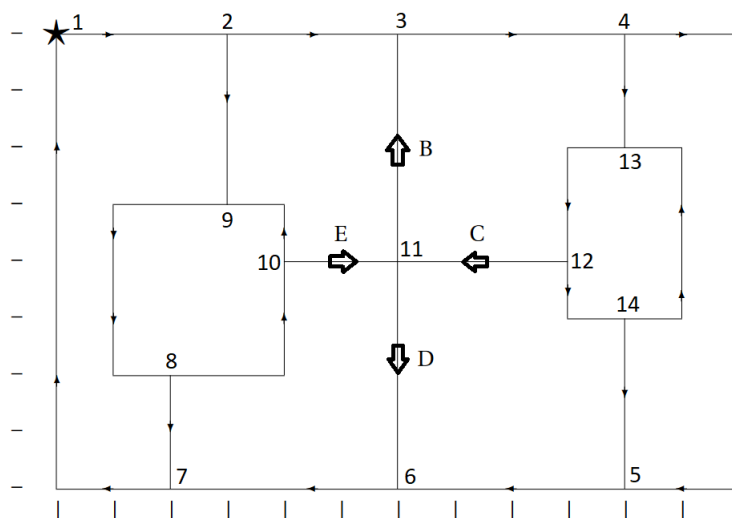


Figura 1.1: Sentido das ruas BCDE

1.2 Mudança de variável

No enunciado deste trabalho prático é sugerida a mudança de variável $y_{i,j} = x_{i,j} - l_{i,j}$, $\forall (i,j) \in A$ em que $l_{i,j}$ é o limite inferior de fluxo no arco (i,j) . Como o limite inferior de fluxo no arco (i,j) é 1, concluímos que $y_{i,j} = x_{i,j} - 1 \Leftrightarrow x_{i,j} = y_{i,j} + 1$.

Daqui,

```
x1_2 = y1_2 + 1
x2_3 = y2_3 + 1
x2_9 = y2_9 + 1
x3_4 = y3_4 + 1
x4_5 = y4_5 + 1
x4_13 = y4_13 + 1
x5_6 = y5_6 + 1
x6_7 = y6_7 + 1
x7_1 = y7_1 + 1
x8_7 = y8_7 + 1
x8_10 = y8_10 + 1
x9_8 = y9_8 + 1
x10_9 = y10_9 + 1
x10_11 = y10_11 + 1
x11_3 = y11_3 + 1
x11_6 = y11_6 + 1
x12_11 = y12_11 + 1
x12_14 = y12_14 + 1
x13_12 = y13_12 + 1
x14_5 = y14_5 + 1
x14_13 = y14_13 + 1
```

1.3 Modelo de programação linear da nova instância

A nova função objetivo será, então:

```
min z = (3y1_2+3)+(3y2_3+3)+(3y2_9+3)+(4y3_4+4)+(12y4_5+12)+(2y4_13+2)+
        (4y5_6+4)+(4y6_7+4)+(10y7_1+10)+(2y8_7+2)+(4y8_10+4)+(6y9_8+6)+
        (2y10_9+2)+(2y10_11+2)+(4y11_3+4)+(4y11_6+4)+(3y12_11+3)+
        (2y12_14+2)+(3y13_12+3)+(3y14_5+3)+(5y14_13+5)
```

As restrições que obrigam a que o fluxo em qualquer arco seja, pelo menos, uma unidade, para visitar todos os arcos, apresentam-se abaixo.

```
y1_2 + 1 >= 1
y2_3 + 1 >= 1
y2_9 + 1 >= 1
y3_4 + 1 >= 1
y4_5 + 1 >= 1
y4_13 + 1 >= 1
y5_6 + 1 >= 1
y6_7 + 1 >= 1
y7_1 + 1 >= 1
y8_7 + 1 >= 1
y8_10 + 1 >= 1
y9_8 + 1 >= 1
y10_9 + 1 >= 1
y10_11 + 1 >= 1
```

$$\begin{aligned}
y_{11_3} + 1 &\geq 1 \\
y_{11_6} + 1 &\geq 1 \\
y_{12_11} + 1 &\geq 1 \\
y_{12_14} + 1 &\geq 1 \\
y_{13_12} + 1 &\geq 1 \\
y_{14_5} + 1 &\geq 1 \\
y_{14_13} + 1 &\geq 1
\end{aligned}$$

As restrições que obrigam o fluxo que entra num vértice do grafo seja igual ao que sai, para o percurso ser fechado, apresentam-se de seguida.

$$\begin{aligned}
(y_{1_2}+1) &= (y_{7_1}+1) \\
(y_{2_9}+1) + (y_{2_3}+1) &= (y_{1_2}+1) \\
(y_{3_4}+1) &= (y_{2_3}+1) + (y_{11_3}+1) \\
(y_{4_13}+1) + (y_{4_5}+1) &= (y_{3_4}+1) \\
(y_{5_6}+1) &= (y_{4_5}+1) + (y_{14_5}+1) \\
(y_{6_7}+1) &= (y_{5_6}+1) + (y_{11_6}+1) \\
(y_{7_1}+1) &= (y_{6_7}+1) + (y_{8_7}+1) \\
(y_{8_10}+1) + (y_{8_7}+1) &= (y_{9_8}+1) \\
(y_{9_8}+1) &= (y_{2_9}+1) + (y_{10_9}+1) \\
(y_{10_9}+1) + (y_{10_11}+1) &= (y_{8_10}+1) \\
(y_{11_3}+1) + (y_{11_6}+1) &= (y_{10_11}+1) + (y_{12_11}+1) \\
(y_{12_11}+1) + (y_{12_14}+1) &= (y_{13_12}+1) \\
(y_{13_12}+1) &= (y_{4_13}+1) + (y_{14_13}+1) \\
(y_{14_5}+1) + (y_{14_13}+1) &= (y_{12_14}+1)
\end{aligned}$$

Assim, o novo modelo de programação linear será:

$$\begin{aligned}
\min \quad z &= (3y_{1_2}+3)+(3y_{2_3}+3)+(3y_{2_9}+3)+(4y_{3_4}+4)+(12y_{4_5}+12)+(2y_{4_13}+2)+ \\
&\quad (4y_{5_6}+4)+(4y_{6_7}+4)+(10y_{7_1}+10)+(2y_{8_7}+2)+(4y_{8_10}+4)+(6y_{9_8}+6)+ \\
&\quad (2y_{10_9}+2)+(2y_{10_11}+2)+(4y_{11_3}+4)+(4y_{11_6}+4)+(3y_{12_11}+3)+ \\
&\quad (2y_{12_14}+2)+(3y_{13_12}+3)+(3y_{14_5}+3)+(5y_{14_13}+5) \\
\text{sujeito a} \quad &y_{1_2} + 1 \geq 1 \\
&y_{2_3} + 1 \geq 1 \\
&y_{2_9} + 1 \geq 1 \\
&y_{3_4} + 1 \geq 1 \\
&y_{4_5} + 1 \geq 1 \\
&y_{4_13} + 1 \geq 1 \\
&y_{5_6} + 1 \geq 1 \\
&y_{6_7} + 1 \geq 1 \\
&y_{7_1} + 1 \geq 1 \\
&y_{8_7} + 1 \geq 1 \\
&y_{8_10} + 1 \geq 1 \\
&y_{9_8} + 1 \geq 1 \\
&y_{10_9} + 1 \geq 1 \\
&y_{10_11} + 1 \geq 1 \\
&y_{11_3} + 1 \geq 1 \\
&y_{11_6} + 1 \geq 1 \\
&y_{12_11} + 1 \geq 1 \\
&y_{12_14} + 1 \geq 1 \\
&y_{13_12} + 1 \geq 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{14_5} + 1 &\geq 1 \\
y_{14_13} + 1 &\geq 1 \\
(y_{1_2+1}) &= (y_{7_1+1}) \\
(y_{2_9+1}) + (y_{2_3+1}) &= (y_{1_2+1}) \\
(y_{3_4+1}) &= (y_{2_3+1}) + (y_{11_3+1}) \\
(y_{4_13+1}) + (y_{4_5+1}) &= (y_{3_4+1}) \\
(y_{5_6+1}) &= (y_{4_5+1}) + (y_{14_5+1}) \\
(y_{6_7+1}) &= (y_{5_6+1}) + (y_{11_6+1}) \\
(y_{7_1+1}) &= (y_{6_7+1}) + (y_{8_7+1}) \\
(y_{8_10+1}) + (y_{8_7+1}) &= (y_{9_8+1}) \\
(y_{9_8+1}) &= (y_{2_9+1}) + (y_{10_9+1}) \\
(y_{10_9+1}) + (y_{10_11+1}) &= (y_{8_10+1}) \\
(y_{11_3+1}) + (y_{11_6+1}) &= (y_{10_11+1}) + (y_{12_11+1}) \\
(y_{12_11+1}) + (y_{12_14+1}) &= (y_{13_12+1}) \\
(y_{13_12+1}) &= (y_{4_13+1}) + (y_{14_13+1}) \\
(y_{14_5+1}) + (y_{14_13+1}) &= (y_{12_14+1})
\end{aligned}$$

1.4 Valores da ofertas e das procuras em cada vértice da rede

A partir do segundo bloco de restrições apresentado na secção anterior, tiramos as seguintes igualdades relativas aos vértices de 1 a 14, respetivamente:

$$\begin{aligned}
(y_{1_2+1}) &= (y_{7_1+1}) \Leftrightarrow y_{1_2} - y_{7_1} = 0 \\
(y_{2_9+1}) + (y_{2_3+1}) &= (y_{1_2+1}) \Leftrightarrow y_{2_3} + y_{2_9} - y_{1_2} = -1 \\
(y_{3_4+1}) &= (y_{2_3+1}) + (y_{11_3+1}) \Leftrightarrow y_{3_4} - y_{11_3} - y_{2_3} = 1 \\
(y_{4_13+1}) + (y_{4_5+1}) &= (y_{3_4+1}) \Leftrightarrow y_{4_5} + y_{4_13} - y_{3_4} = -1 \\
(y_{5_6+1}) &= (y_{4_5+1}) + (y_{14_5+1}) \Leftrightarrow y_{5_6} - y_{14_5} - y_{4_5} = 1 \\
(y_{6_7+1}) &= (y_{5_6+1}) + (y_{11_6+1}) \Leftrightarrow y_{6_7} - y_{11_6} - y_{5_6} = 1 \\
(y_{7_1+1}) &= (y_{6_7+1}) + (y_{8_7+1}) \Leftrightarrow y_{7_1} - y_{8_7} - y_{6_7} = 1 \\
(y_{8_10+1}) + (y_{8_7+1}) &= (y_{9_8+1}) \Leftrightarrow y_{8_7} + y_{8_10} - y_{9_8} = -1 \\
(y_{9_8+1}) &= (y_{2_9+1}) + (y_{10_9+1}) \Leftrightarrow y_{9_8} - y_{10_9} - y_{2_9} = 1 \\
(y_{10_9+1}) + (y_{10_11+1}) &= (y_{8_10+1}) \Leftrightarrow y_{10_11} + y_{10_9} - y_{8_10} = -1 \\
(y_{11_3+1}) + (y_{11_6+1}) &= (y_{10_11+1}) + (y_{12_11+1}) \Leftrightarrow y_{11_6} + y_{11_3} - y_{12_11} - y_{10_11} = 0 \\
(y_{12_11+1}) + (y_{12_14+1}) &= (y_{13_12+1}) \Leftrightarrow y_{12_14} + y_{12_11} - y_{13_12} = -1 \\
(y_{13_12+1}) &= (y_{4_13+1}) + (y_{14_13+1}) \Leftrightarrow y_{13_12} - y_{14_13} - y_{4_13} = 1 \\
(y_{14_5+1}) + (y_{14_13+1}) &= (y_{12_14+1}) \Leftrightarrow y_{14_13} + y_{14_5} - y_{12_14} = -1
\end{aligned}$$

Daqui, concluímos que os vértices 3, 5, 6, 7, 9 e 13 são vértices de excesso, todos com o valor de oferta 1. Os vértices 2, 4, 8, 10, 12 e 14 são vértices de defeito, todos com o valor de procura 1. Os restantes vértices não são vértices de excesso nem de defeito, uma vez que $b_j = 0$.

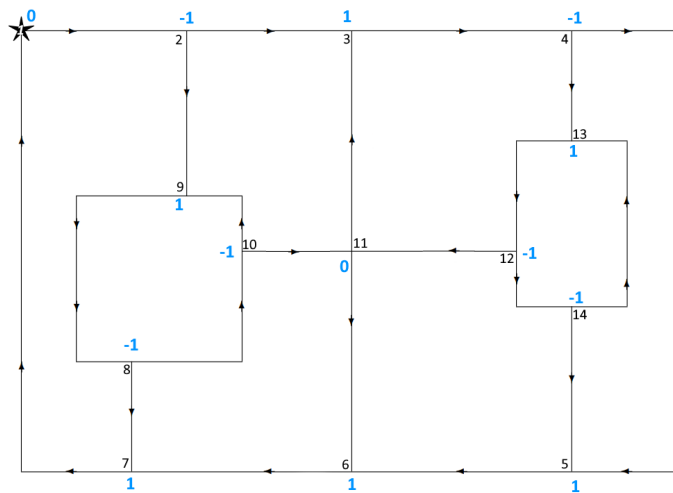


Figura 1.2: Rede do problema de transporte que resulta da mudança de variável

1.5 Ficheiro de input

Abaixo, apresenta-se o ficheiro de input submetido ao software de otimização em rede Relax4. Na primeira linha, podemos observar o número de vértices do grafo. Na segunda linha, podemos ver o número de arcos. Da terceira à vigésima terceira linha, podemos ver, separados por espaços, o vértice de origem, o vértice de destino, o respetivo custo unitário de transporte e a capacidade do arco. Nas últimas linhas, podemos ver as ofertas e as procura em cada vértice do grafo.

```
14
21
1 2 3 1000
2 3 3 1000
2 9 3 1000
3 4 4 1000
4 5 12 1000
4 13 2 1000
5 6 4 1000
6 7 4 1000
7 1 10 1000
8 7 2 1000
8 10 4 1000
9 8 6 1000
10 9 2 1000
10 11 2 1000
11 3 4 1000
11 6 4 1000
12 11 3 1000
12 14 2 1000
```

```

13 12 3 1000
14 5 3 1000
14 13 5 1000
0
-1
1
-1
1
1
1
-1
1
-1
0
-1
1
-1

```

1.6 Ficheiro de output

O ficheiro de output produzido pelo software de otimização em rede apresenta-se abaixo.

```

END OF READING
NUMBER OF NODES = 14, NUMBER OF ARCS = 21
CONSTRUCT LINKED LISTS FOR THE PROBLEM
CALLING RELAX4 TO SOLVE THE PROBLEM
*****
TOTAL SOLUTION TIME = 0. SECS.
TIME IN INITIALIZATION = 0. SECS.
1 2 3.
2 3 1.
2 9 1.
3 4 2.
4 13 1.
5 6 1.
6 7 2.
7 1 3.
8 10 1.
9 8 2.
12 14 1.
13 12 2.
OPTIMAL COST = 91.
NUMBER OF AUCTION/SHORTEST PATH ITERATIONS = 49
NUMBER OF ITERATIONS = 21
NUMBER OF MULTINODE ITERATIONS = 1
NUMBER OF MULTINODE ASCENT STEPS = 4
NUMBER OF REGULAR AUGMENTATIONS = 2
*****

```

1.7 Conjunto ótimo de caminhos de reposicionamento

Tendo em conta o ficheiro de output apresentado na secção 1.6, concluímos que o conjunto de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito é constituído por:

- Caminho do vértice 1 para o vértice 2
- Caminho do vértice 2 para o vértice 3
- Caminho do vértice 2 para o vértice 9
- Caminho do vértice 3 para o vértice 4
- Caminho do vértice 4 para o vértice 13
- Caminho do vértice 5 para o vértice 6
- Caminho do vértice 6 para o vértice 7
- Caminho do vértice 7 para o vértice 1
- Caminho do vértice 8 para o vértice 10
- Caminho do vértice 9 para o vértice 8
- Caminho do vértice 12 para o vértice 14
- Caminho do vértice 13 para o vértice 12

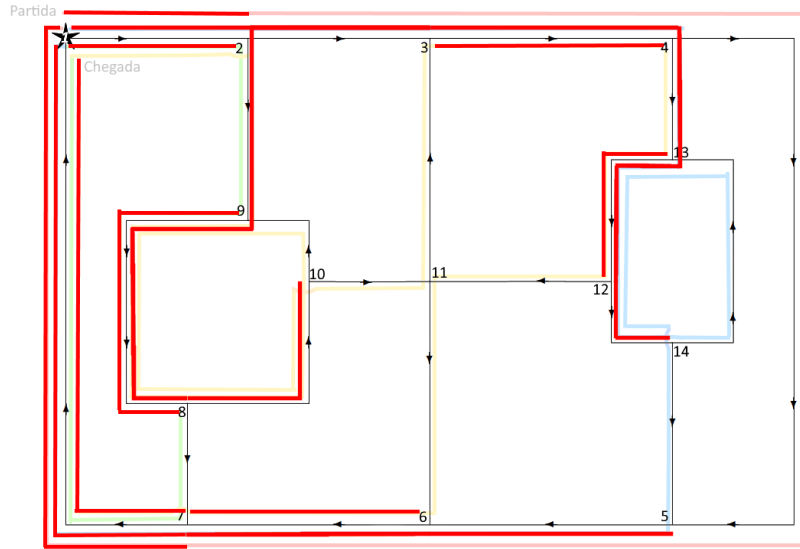


Figura 1.3: Conjunto ótimo de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito

1.8 Reversão da mudança de variável

Do ficheiro de output apresentado acima, tiramos os valores de $x_{i,j}$, como se apresenta de seguida.

```

y1_2=3 <=> x1_2=4
y2_3=1 <=> x2_3=2
y2_9=1 <=> x2_9=2
y3_4=2 <=> x3_4=3
y4_5=0 <=> x4_5=1
y4_13=1 <=> x4_13=2
y5_6=1 <=> x5_6=2
y6_7=2 <=> x6_7=3
y7_1=3 <=> x7_1=4
y8_7=0 <=> x8_7=1
y8_10=1 <=> x8_10=2
y9_8=2 <=> x9_8=3
y10_9=0 <=> x10_9=1
y10_11=0 <=> x10_11=1
y11_3=0 <=> x11_3=1
y11_6=0 <=> x11_6=1
y12_11=0 <=> x12_11=1
y12_14=1 <=> x12_14=2
y13_12=2 <=> x13_12=3
y14_5=0 <=> x14_5=1
y14_13=0 <=> x14_13=1

```

1.9 Solução ótima

O custo da solução ótima será, então, 176.

$$Custo = 3*4 + 3*2 + 3*2 + 4*3 + 12*1 + 2*2 + 4*2 + 4*3 + 10*4 + 2*1 + 4*2 + 6*3 + 2*1 + 2*1 + 4*1 + 4*1 + 3*1 + 2*2 + 3*3 + 3*1 + 5*1 = 176$$

1.10 Procedimentos usados para validar o modelo

Em primeiro lugar, verificamos que a solução apresentada pelo Relax4 satisfaz o primeiro conjunto de restrições, como podemos ver abaixo.

$$\begin{aligned} y1_2 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 3+1 \geq 1 \Leftrightarrow 4 \geq 1 \\ y2_3 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 1+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 \\ y2_9 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 1+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 \\ y3_4 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 2+1 \geq 1 \Leftrightarrow 3 \geq 1 \\ y4_5 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y4_13 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 1+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 \\ y5_6 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 1+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 \\ y6_7 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 2+1 \geq 1 \Leftrightarrow 3 \geq 1 \\ y7_1 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 3+1 \geq 1 \Leftrightarrow 4 \geq 1 \\ y8_7 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y8_10 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 1+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 \\ y9_8 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 2+1 \geq 1 \Leftrightarrow 3 \geq 1 \\ y10_9 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y10_11 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y11_3 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y11_6 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y12_11 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y12_14 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 1+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 \\ y13_12 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 2+1 \geq 1 \Leftrightarrow 3 \geq 1 \\ y14_5 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \\ y14_13 + 1 &\geq 1 \Leftrightarrow 0+1 \geq 1 \Leftrightarrow 1 \geq 1 \end{aligned}$$

Em segundo lugar, verificamos que a solução apresentada pelo Relax4 satisfaz o segundo conjunto de restrições, como podemos ver abaixo.

$$\begin{aligned} (y1_2+1) &= (y7_1+1) \Leftrightarrow (3+1) = (3+1) \Leftrightarrow 4 = 4 \\ (y2_9+1) + (y2_3+1) &= (y1_2+1) \Leftrightarrow (1+1) + (1+1) = (3+1) \Leftrightarrow 4 = 4 \\ (y3_4+1) &= (y2_3+1) + (y11_3+1) \Leftrightarrow (2+1) = (1+1) + (0+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\ (y4_13+1) + (y4_5+1) &= (y3_4+1) \Leftrightarrow (1+1) + (0+1) = (2+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\ (y5_6+1) &= (y4_5+1) + (y14_5+1) \Leftrightarrow (1+1) = (0+1) + (0+1) \Leftrightarrow 2 = 2 \\ (y6_7+1) &= (y5_6+1) + (y11_6+1) \Leftrightarrow (2+1) = (1+1) + (0+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\ (y7_1+1) &= (y6_7+1) + (y8_7+1) \Leftrightarrow (3+1) = (2+1) + (0+1) \Leftrightarrow 4 = 4 \\ (y8_10+1) + (y8_7+1) &= (y9_8+1) \Leftrightarrow (1+1) + (0+1) = (2+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\ (y9_8+1) &= (y2_9+1) + (y10_9+1) \Leftrightarrow (2+1) = (1+1) + (0+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\ (y10_9+1) + (y10_11+1) &= (y8_10+1) \Leftrightarrow (0+1) + (0+1) = (1+1) \Leftrightarrow 2 = 2 \\ (y11_3+1) + (y11_6+1) &= (y10_11+1) + (y12_11+1) \Leftrightarrow (0+1) + (0+1) = \\ &(0+1) + (0+1) \Leftrightarrow 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(y_{12_11+1}) + (y_{12_14+1}) &= (y_{13_12+1}) \Leftrightarrow (0+1) + (1+1) = (2+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\
(y_{13_12+1}) &= (y_{4_13+1}) + (y_{14_13+1}) \Leftrightarrow (2+1) = (1+1) + (0+1) \Leftrightarrow 3 = 3 \\
(y_{14_5+1}) + (y_{14_13+1}) &= (y_{12_14+1}) \Leftrightarrow (0+1) + (0+1) = (1+1) \Leftrightarrow 2 = 2
\end{aligned}$$

Para além disso, ao reverter a mudança de variável, constatamos que os valores das variáveis de decisão e o valor da solução ótima coincidem com o primeiro trabalho prático.

Capítulo 2

Parte 2

2.1 Grafo bipartido

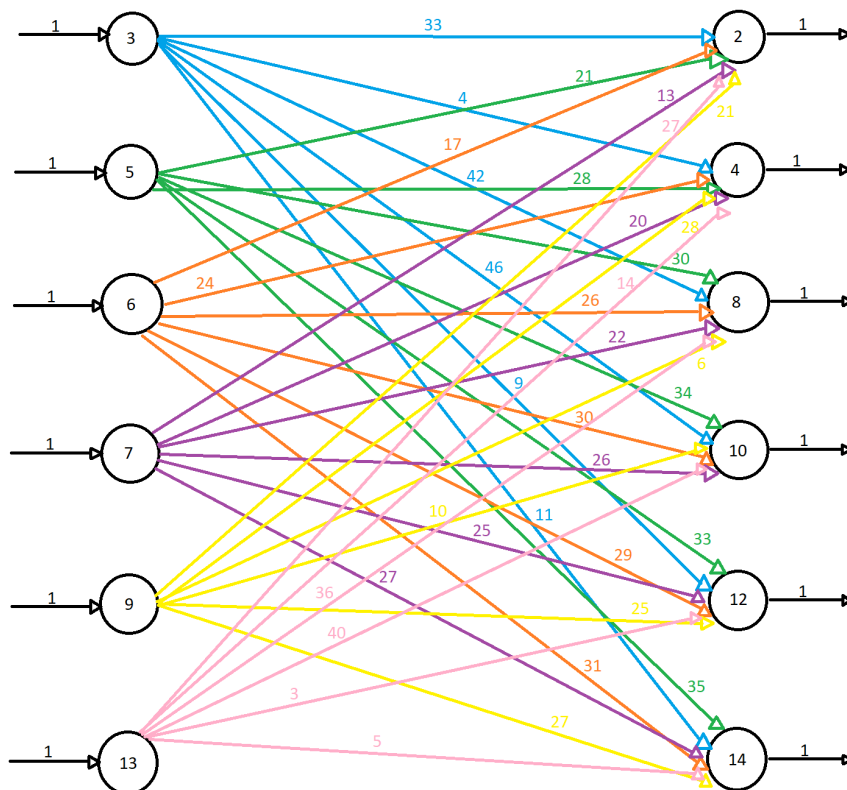


Figura 2.1: Grafo bipartido

Como podemos ver na figura acima, o grafo é balanceado, uma vez que saem 36

caminhos dos vértices de excesso e chegam 36 caminhos aos vértices de defeito, ou seja, o número total de caminhos que saem dos vértices de excesso é igual ao número de caminhos que chegam aos vértices de defeito e, consequentemente, a soma das ofertas é igual à soma das procuras.

2.2 Matriz com os valores dos caminhos mais curtos

Da secção 1.4, sabemos que os vértices 3, 5, 6, 7, 9 e 13 são vértices de excesso, todos com o valor de oferta 1, os vértices 2, 4, 8, 10, 12 e 14 são vértices de defeito, todos com o valor de procura 1 e os restantes vértices não são vértices de excesso nem de defeito, uma vez que $b_j = 0$. Assim, a matriz abaixo irá conter os valores dos caminhos mais curtos dos vértices de excesso 3, 5, 6, 7, 9 e 13 para os vértices de defeito 2, 4, 8, 10, 12 e 14, determinados por inspeção.

| | 2 | 4 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 3 | 33 | 4 | 42 | 46 | 9 | 11 |
| 5 | 21 | 28 | 30 | 34 | 33 | 35 |
| 6 | 17 | 24 | 26 | 30 | 29 | 31 |
| 7 | 13 | 20 | 22 | 26 | 25 | 27 |
| 9 | 21 | 28 | 6 | 10 | 25 | 27 |
| 13 | 27 | 14 | 36 | 40 | 3 | 5 |

2.3 Ficheiro de input

Antes de submetermos o ficheiro de input ao software de otimização em rede, é necessário renomear os vértices 3, 5, 6, 7, 9, 13, 2, 4, 8, 10, 12 e 14 para 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, respetivamente. Abaixo, apresenta-se o ficheiro de input submetido ao software de otimização em rede Relax4. A primeira linha representa o número de vértices da matriz. A segunda linha representa o número de arcos entre os vértices de excesso e os vértices de defeito. Da terceira à trigésima oitava linha, podemos ver, separados por espaços, o vértice de excesso, o vértice de defeito, o valor do caminho mais curto entre esses dois vértices e a capacidade do arco. Nas últimas linhas do ficheiro, podemos ver as ofertas e as procuras nesses vértices.

```

12
36
1 7 33 1000
1 8 4 1000
1 9 42 1000
1 10 46 1000
1 11 9 1000
1 12 11 1000
2 7 21 1000
2 8 28 1000
2 9 30 1000

```



```

2 10 34 1000
2 11 33 1000
2 12 35 1000
3 7 17 1000
3 8 24 1000
3 9 26 1000
3 10 30 1000
3 11 29 1000
3 12 31 1000
4 7 13 1000
4 8 20 1000
4 9 22 1000
4 10 26 1000
4 11 25 1000
4 12 27 1000
5 7 21 1000
5 8 28 1000
5 9 6 1000
5 10 10 1000
5 11 25 1000
5 12 27 1000
6 7 27 1000
6 8 14 1000
6 9 36 1000
6 10 40 1000
6 11 3 1000
6 12 5 1000
1
1
1
1
1
1
-1
-1
-1
-1
-1
-1

```

2.4 Ficheiro de output

O ficheiro de output produzido pelo software de otimização em rede apresenta-se abaixo.

```

END OF READING
NUMBER OF NODES = 12, NUMBER OF ARCS = 36
CONSTRUCT LINKED LISTS FOR THE PROBLEM

```

```

CALLING RELAX4 TO SOLVE THE PROBLEM
*****
TOTAL SOLUTION TIME = 0. SECS.
TIME IN INITIALIZATION = 0. SECS.
1 8 1.
2 7 1.
3 10 1.
4 12 1.
5 9 1.
6 11 1.
OPTIMAL COST = 91.
NUMBER OF AUCTION/SHORTEST PATH ITERATIONS = 20
NUMBER OF ITERATIONS = 14
NUMBER OF MULTINODE ITERATIONS = 1
NUMBER OF MULTINODE ASCENT STEPS = 1
NUMBER OF REGULAR AUGMENTATIONS = 1
*****

```

2.5 Solução ótima

Através da observação do ficheiro de output produzido e renomeando os vértices para a sua nomenclatura original, concluímos que o conjunto ótimo de caminhos de reposicionamento do veículo entre os vértices de excesso e os vértices de defeito é constituído por:

- Caminho do vértice 3 para o vértice 4
- Caminho do vértice 5 para o vértice 2
- Caminho do vértice 6 para o vértice 10
- Caminho do vértice 7 para o vértice 14
- Caminho do vértice 9 para o vértice 8
- Caminho do vértice 13 para o vértice 12

2.6 Procedimentos usados para validar o modelo

Os procedimentos usados para validar o modelo passaram por constatar que o custo ótimo produzido pelo software de otimização em rede coincide com o custo ótimo produzido pelo mesmo software na primeira parte do trabalho prático.

Capítulo 3

Dificuldades surgidas durante a realização do trabalho

A maior dificuldade surgida durante a realização da primeira parte deste trabalho consistiu na interpretação da mudança de variável. Contudo, após alguma reflexão, percebemos que era bastante simples. Depois de fazer a mudança de variável indicada, as equações de conservação de fluxo irão envolver variáveis de decisão (fluxos nos arcos) e constantes, sendo as últimas as procuras e as ofertas.

Quanto à segunda parte deste projeto, a maior dificuldade surgida consistiu na submissão do ficheiro de input ao software de otimização em redes Relax4, uma vez que, inicialmente, submetemos um ficheiro antes de renomear os vértices e, consequentemente, a solução apresentada pelo software não era admissível.

Capítulo 4

Conclusão

Em resumo, com este projeto, tivemos oportunidade de consolidar e pôr em prática os conhecimentos adquiridos nesta unidade curricular, numa situação do mundo real. Acreditamos ter sido bastante enriquecedor na medida em que nos poderão surgir vários problemas deste cariz no nosso dia-a-dia.