

# 包絡線定理レポート

大野 嵩侃

2014 年 6 月 7 日

## 1 はじめに

## 2 包絡線定理

包絡線定理の解説を書く。

$$f(a, x) = xa - x^2 \quad (1)$$

とおく。(1) 式の右辺を平方完成すると

$$f(a, x) = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} \quad (2)$$

と変形できる。平方完成の式 (2) より,

$$\min_x f(a, x) = \frac{a^2}{4} \quad (3)$$

よって,  $x$  にさまざまな値を代入して  $a-b$  グラフ上に描かれる複数の直線について, そのすべてに接する包絡線を  $a$  の関数とみて  $g(x)$  とおくと

$$g(a) = \frac{a^2}{4} \quad (4)$$

と表されることがわかる。

具体的に  $x$  の値をいくつかとって直線を重ねてみると, たしかに求めた  $g(a)$  に近い形が見えてくる。たとえば  $x$  を  $-2$  から  $2$  まで  $\frac{1}{3}$  ずつ変化させて 13 本の直線を引いたものが図 1  
 $x$  を  $-3$  から  $3$  まで  $\frac{1}{5}$  ずつ変化させて 31 本の直線を引いたものが図 2 である。

引用の例: 尾山・安田 [1].

### 2.1 サブセクションのタイトル

必要ならサブセクションを作る。

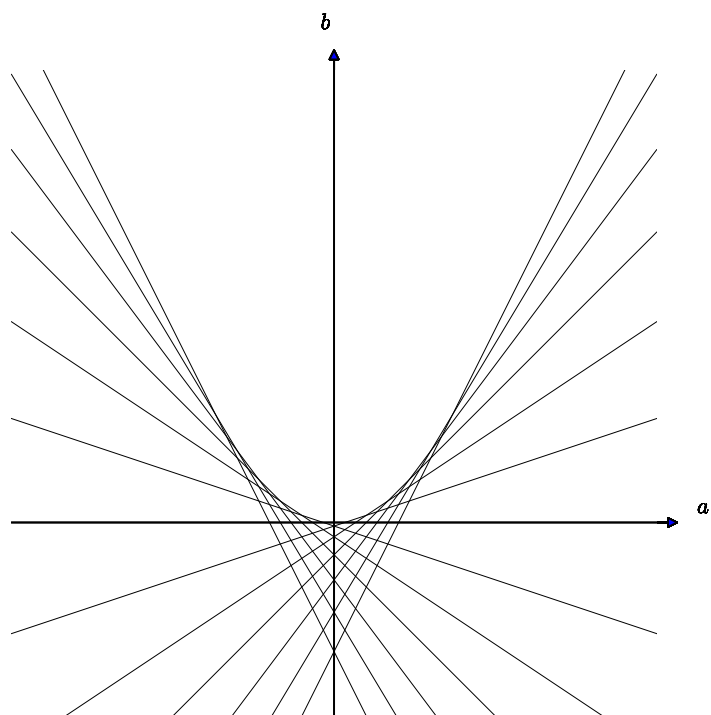


図 1: 1 つ目の図の表示

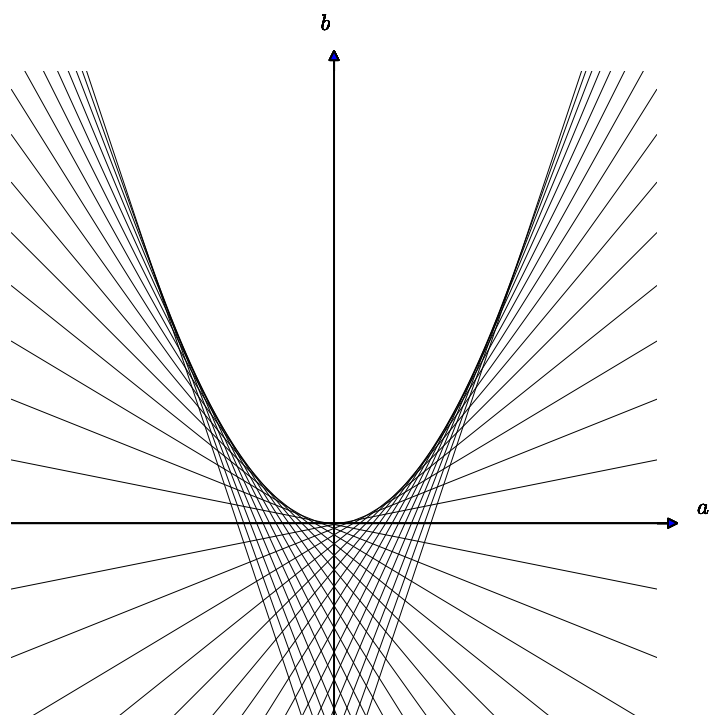


図 2: 2 つ目の図の表示

## 3 Python プログラム

### 3.1 コード

```
1  from __future__ import division
2  from numpy import linspace
3  from numpy import fabs
4  from numpy import array
5  from mpl_toolkits.axes_grid.axislines import SubplotZero
6  import matplotlib.pyplot as plt
7
8
9  def f(x, a):
10     return a*x-x**2
11  p = -3
12  q = 3
13  n = 12
14  a_min = -10
15  a_max = 10
16  y_min = -6
17  y_max = y_min+a_max-a_min
18  plt.figtext(0.85, 0.35, '$a$')
19  plt.figtext(0.5, 0.95, '$b$')
20  fig = plt.figure(1)
21  ax = SubplotZero(fig, 111)
22  fig.add_subplot(ax)
23  ax.axhline(linewidth=1.0, color="black")
24  ax.axvline(linewidth=1.0, color="black")
25  ax.set_xticks([])
26  ax.set_yticks([])
27  ax.set(aspect=1)
28  for direction in ["xzero", "yzero"]:
29     ax.axis[direction].set_axisline_style("-|>")
30     ax.axis[direction].set_visible(True)
31  for direction in ["left", "right", "bottom", "top"]:
32     ax.axis[direction].set_visible(False)
33  plt.ylim(ymin=y_min)
34  plt.ylim(ymax=y_max)
35  a = array([a_min, a_max])
36  for i in range(n):
37     r = p+(q-p)*i/(n-1)
38     b = f(r, a)
```

```
39     ax.plot(a, b, 'k', linewidth=0.5, alpha=1)'  
40 plt.show()
```

### 3.2 コードの解説

1～6 行目：必要な機能を各モジュールからインポートしています。

9, 10 行目： $f(x, a)$  を定義しています。 $x$  にいくつかの値を代入し、最終的に  $a$ - $b$  グラフを求めます。

11～12 行目： $p, q$  にそれぞれ  $x$  に代入する値の最小値, 最大値を入れます。

13 行目： $n$  は引く線の本数です。

14～15 行目：最終的に  $a$ - $b$  グラフに表示させる  $a$  の最小値と最大値をそれぞれ  $a_{\min}, a_{\max}$  に代入します。

16～17 行目：最終的に  $a$ - $b$  グラフに表示させる  $b$  の最小値を  $y_{\min}$  に代入します。 $y_{\max}$  は  $b$  の最大値ですが、表示される  $a$  と  $b$  の幅が一致するよう自動で定まります。

### 参考文献

[1] 尾山大輔・安田洋祐「経済学で出る包絡線定理」『経済セミナー』2011 年 10・11 月号.