

目的

- 对于基于采样的刚体路径规划问题,具体的,包括如何在SE(3)定义合适的距离,采样函数,以及采样点插值.

参考 Effective sampling and distance metrics for rigid body path planning

大致思路

1. methods for generating a uniform distribution of randomly sampled rotations for both euler angle and quaternion parameterizations
2. distance metrics on SE(3) and geodesic interpolation function for rotations.
3. experimental result

刚体位形空间通常定义为所有可能位置和定向的半直积.任何刚体运动都可以通过绕某轴的旋转加上移动来实现.刚体运动曲线在SE(3)上.

可以证明,there are no differentiable bi-invariant distance metrics on SE(3)[7].

旋转矩阵的表示

- Rotation Matrices

不容易定义 $\rho(R_1, R_2)$ 旋转矩阵间距离及插值以产生一系列光滑中间点.

- Euler angles

多对一

- 四元数 (excellent choice)

任意定向可以由axis $v = (v_x, v_y, v_z)$ 及旋转角 θ 得到,对应单位四元数 $|Q| = 1$

$$Q = (\omega, x, y, z) = (\cos(\frac{\theta}{2}), v_x \sin(\frac{\theta}{2}), v_y \sin(\frac{\theta}{2}), v_z \sin(\frac{\theta}{2}))$$

Translation component可以直接处理: $(x, y, z) = rand()$

对于旋转,直观的,可以选取随机的旋转轴以及旋转角. Arvo's Method[17]

伪代码:

(生成均匀分布的四元数)

$$s = rand()$$

$$\sigma_1 = \sqrt{1-s}, \sigma_2 = \sqrt{s}$$

$$\theta_1 = 2\pi * rand(), \theta_2 = 2\pi * rand()$$

return

$$(w = \cos(\theta_2) * \sigma_2, x = \sin(\theta_1) * \sigma_1, y = \cos(\theta_1) * \sigma_1, z = \sin(\theta_2) * \sigma_2)$$

“距离函数”

直观的,定义 $q = (R, p)$, 则 $\rho = w_p |p_o - p_1| + w_R f(R_0, R_1)$

恰当的权重见[4,5]

- 四元数

Park与Ravani对SO(3)定义双不变距离测度 $f = \| \log(Q_1^{-1} Q_2) \|$

另一种选择,内积, $\lambda = Q_1 \cdot Q_2 = w_1 w_2 + x_1 x_2 + \dots$, 值得注意的是, Q 与 $-Q$ 表示相同rotation.

$$\rho = w_R * (1 - \| \lambda \|)$$

插值

简单选择algorithm7做线性插值, $f \in [0, 1]$
