

$$1 \vdash (f \rightarrow g) \rightarrow (\neg g \rightarrow \neg f)$$

Α1



$$2 \vdash Ki (f \rightarrow g) \rightarrow Ki (\neg g \rightarrow \neg f)$$

KD



1

$$3 \vdash (Ki (f \rightarrow g) \land Ki \neg g) \rightarrow (Ki (\neg g \rightarrow \neg f) \land Ki \neg g)$$

LR



2

$$4 \quad \vdash \ ((\mathsf{Ki}\ (\mathsf{f} \to \mathsf{g})\ \land\ \mathsf{Ki}\ \neg \mathsf{g})\ \to\ (\mathsf{Ki}\ (\neg \mathsf{g}\ \to\ \neg \mathsf{f})\ \land\ \mathsf{Ki}\ \neg \mathsf{g}))\ \to\ (($$

A1



5
$$\vdash$$
 (Ki (f \rightarrow g) \land Ki \neg g) \rightarrow (Ki \neg g \land Ki (\neg g \rightarrow \neg f))

R1



3, 4

6
$$\vdash$$
 ((Ki (f \rightarrow g) \land Ki \neg g) \rightarrow (Ki \neg g \land Ki (\neg g \rightarrow \neg f))) \rightarrow ((

A1



$$7 \quad \vdash \ (\mathsf{Ki} \ (\mathsf{f} \to \mathsf{g}) \ \land \ \neg \neg \mathsf{Ki} \ \neg \mathsf{g}) \to (\mathsf{Ki} \ \neg \mathsf{g} \ \land \ \mathsf{Ki} \ (\neg \mathsf{g} \to \neg \mathsf{f}))$$

R1



5, 6

8
$$\vdash$$
 (Ki $\neg g \land Ki (\neg g \rightarrow \neg f)) \rightarrow Ki \neg f$

Α2



9
$$\vdash$$
 (Ki (f \rightarrow g) $\land \neg \neg$ Ki \neg g) \rightarrow Ki \neg f

HS



7, 8

)
$$\vdash$$
 ((Ki (f \rightarrow g) \land \neg Ki \neg g) \land \neg Ki \neg f) \rightarrow (Ki \neg f \land \neg Ki \neg f)

LR



9

11
$$\vdash$$
 (((Ki (f \rightarrow g) $\land \neg \neg Ki \neg g$) $\land \neg Ki \neg f$) \rightarrow (Ki $\neg f \land \neg Ki$

Α1



12
$$\vdash$$
 ((\neg Ki \neg f \land Ki (f \rightarrow g)) \land \neg \neg Ki \neg g) \rightarrow (\neg Ki \neg f \land Ki

R1



10, 11

13
$$\vdash$$
 $(\neg Ki \neg f \land Ki \neg f) \rightarrow \bot$

Α1



14
$$\vdash$$
 ((\neg Ki \neg f \land Ki (f \rightarrow g)) $\land \neg \neg$ Ki \neg g) $\rightarrow \bot$

HS



12, 13

15
$$\vdash$$
 $(\neg Ki \neg f \land Ki (f \rightarrow g)) \rightarrow \neg Ki \neg g$

NC



14

