

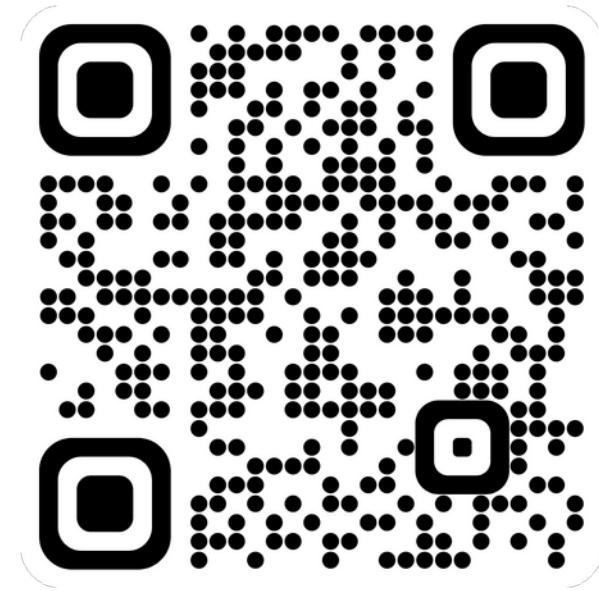
Sumário

1 Apresentação

2 Resumo das atividades científicas

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

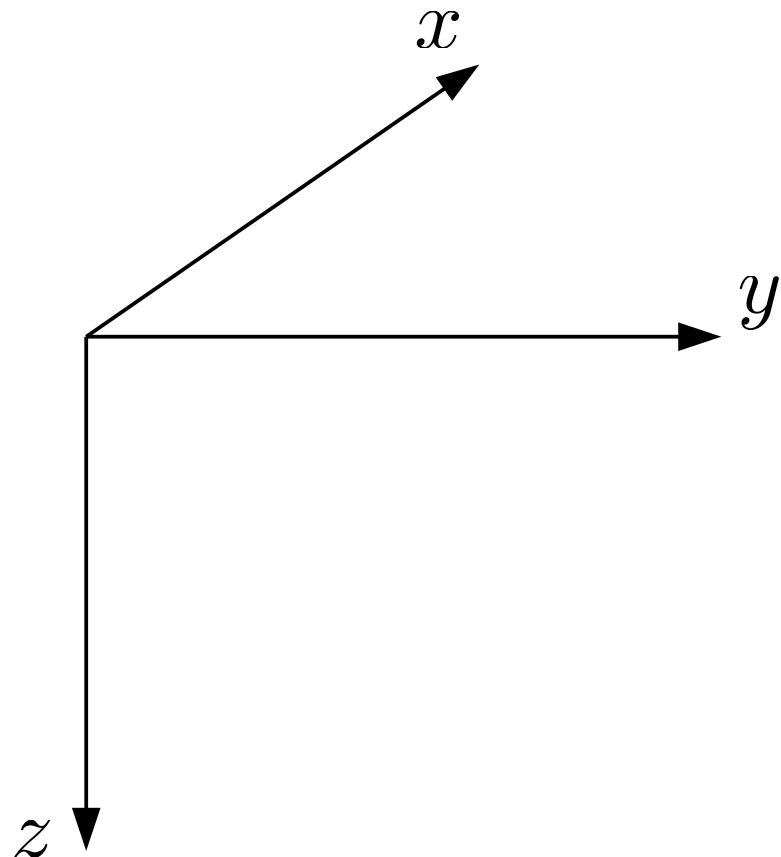
4 Considerações finais



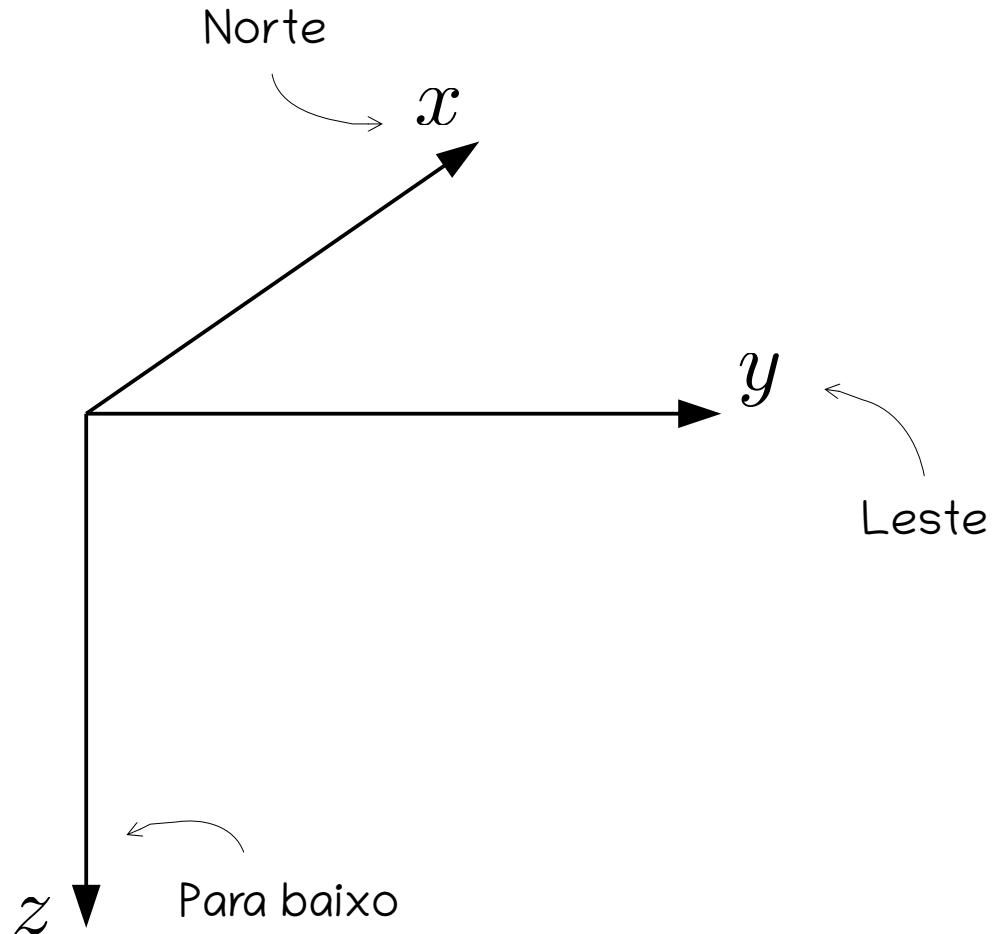
3 Apresentação detalhada das atividades científicas

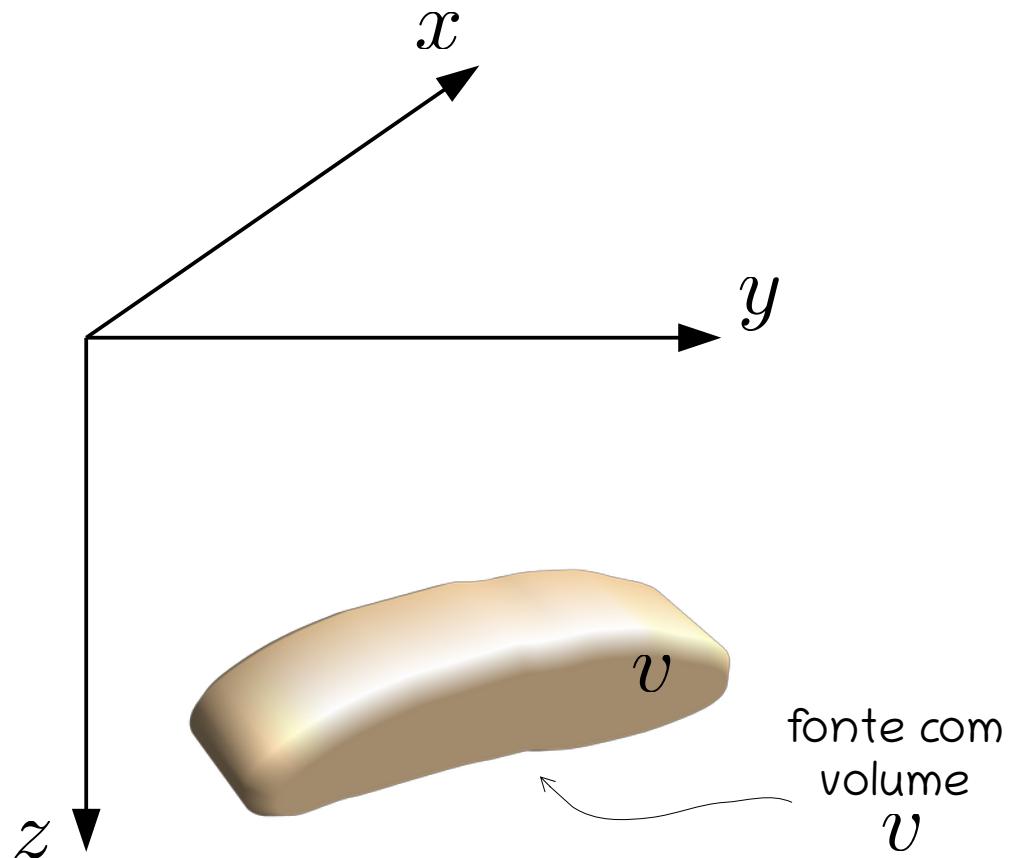
- **Dados grav e mag**
- Técnica da camada equivalente
- Desenvolvimentos teóricos

Sistema topocêntrico de coordenadas Cartesianas

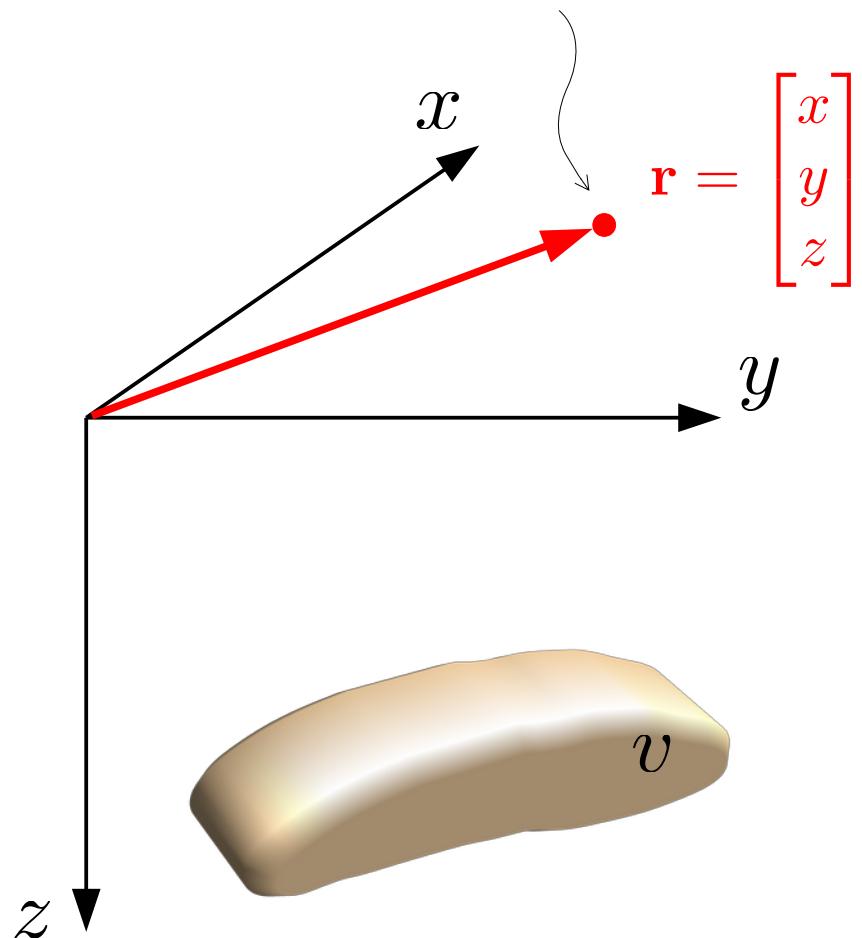


Sistema topocêntrico de coordenadas Cartesianas

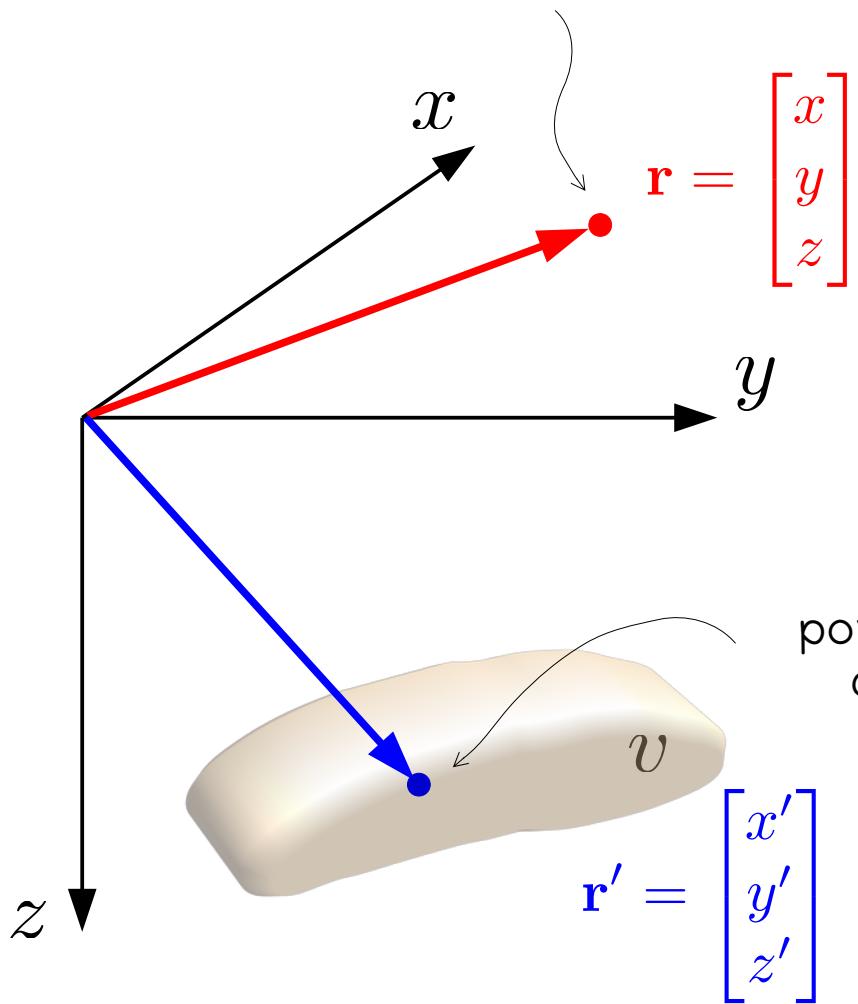


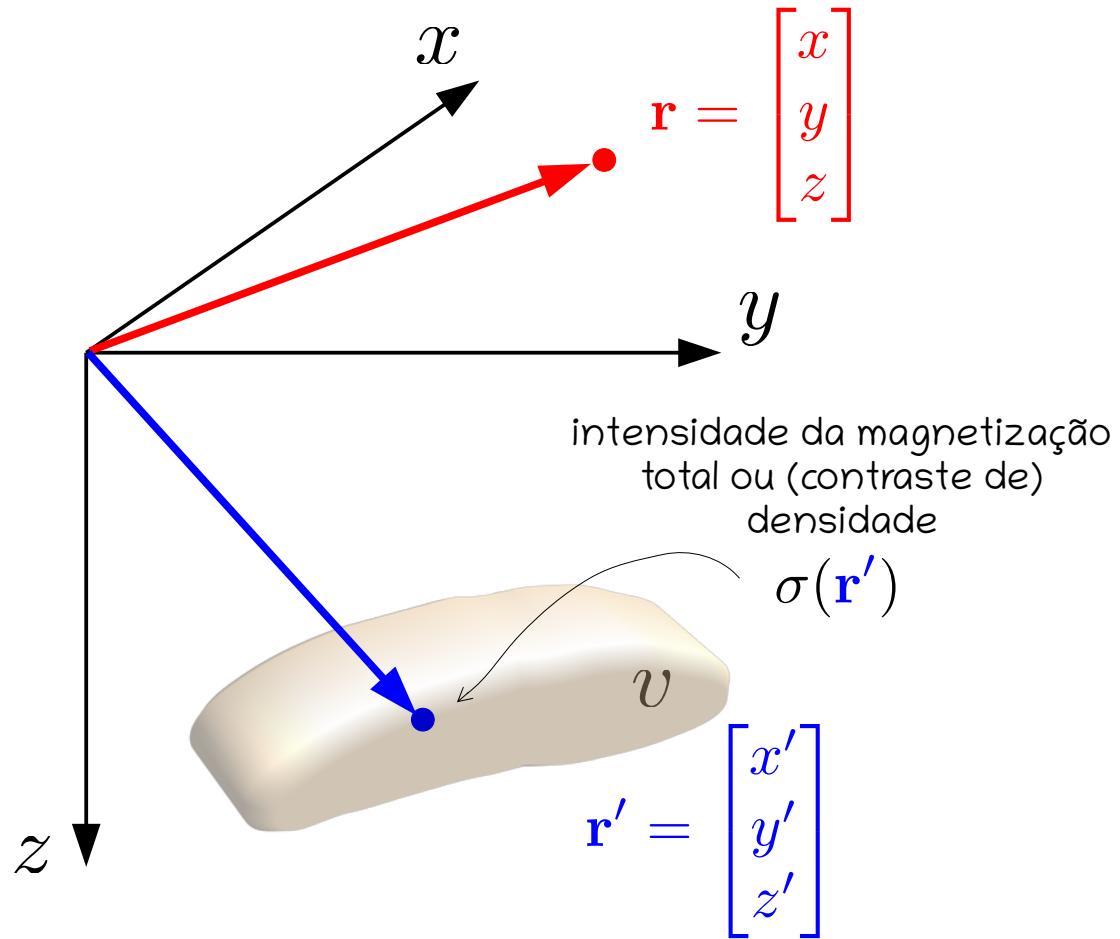


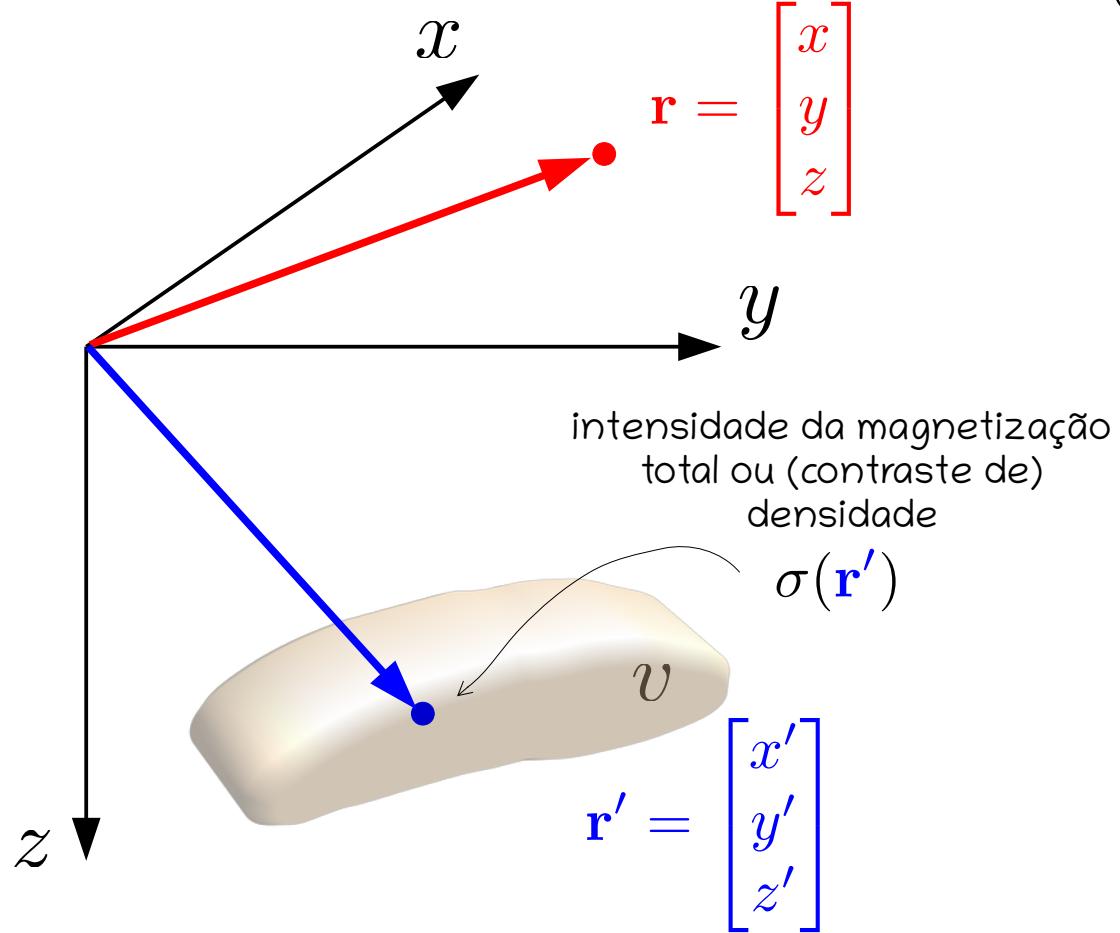
ponto de observação



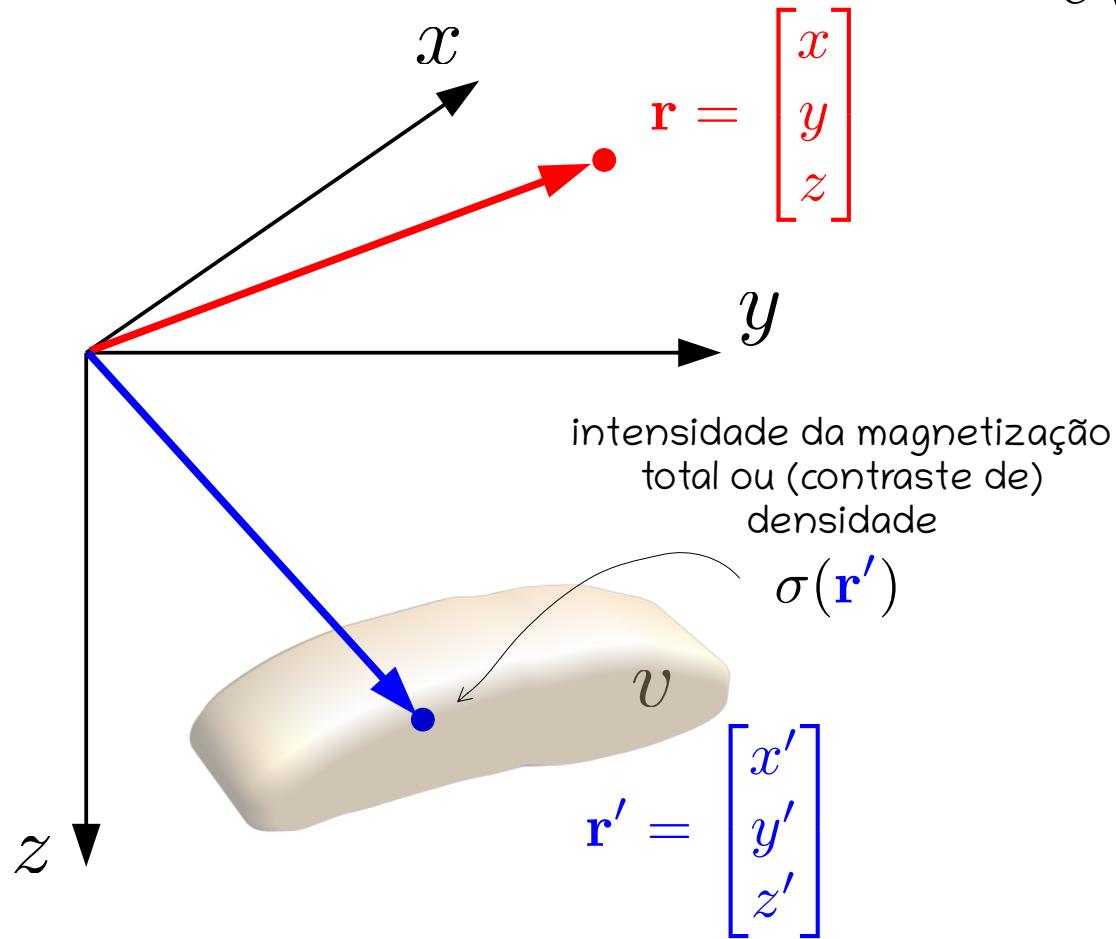
ponto de observação



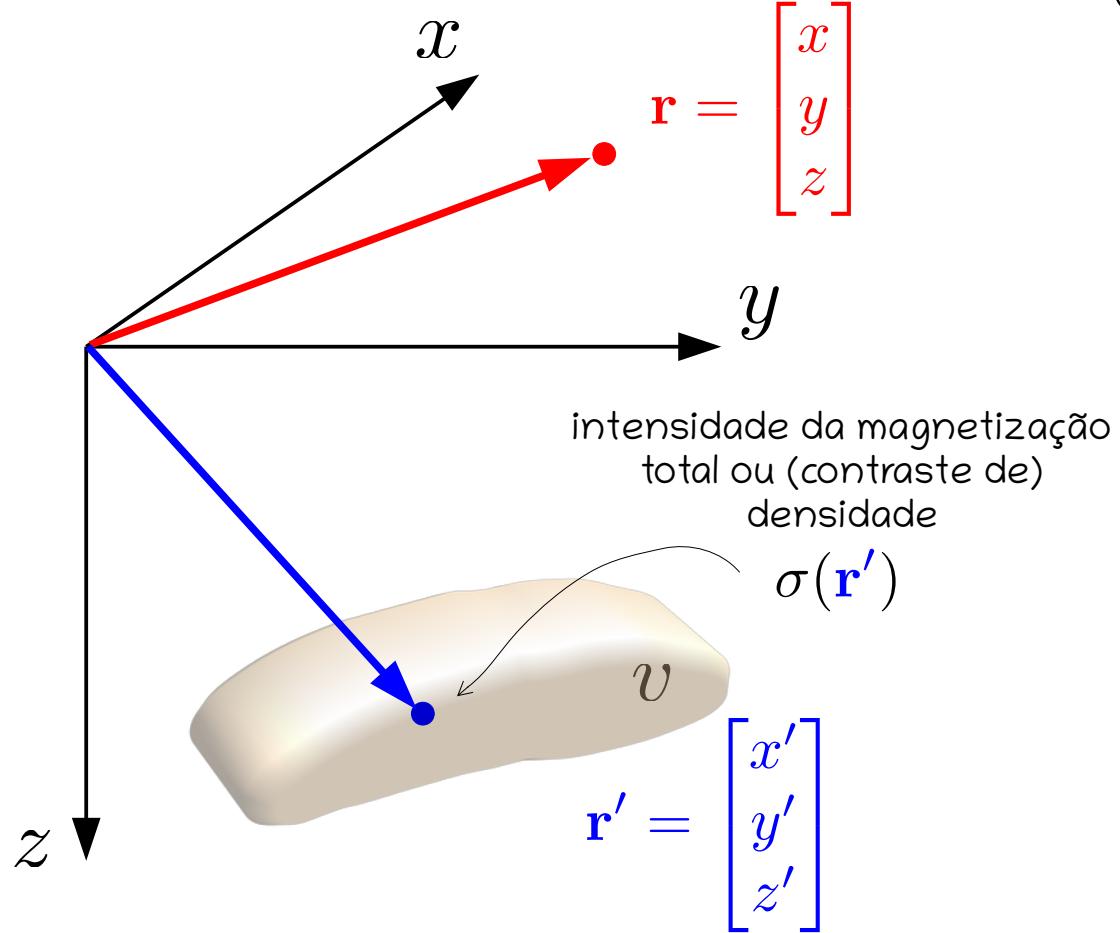




$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

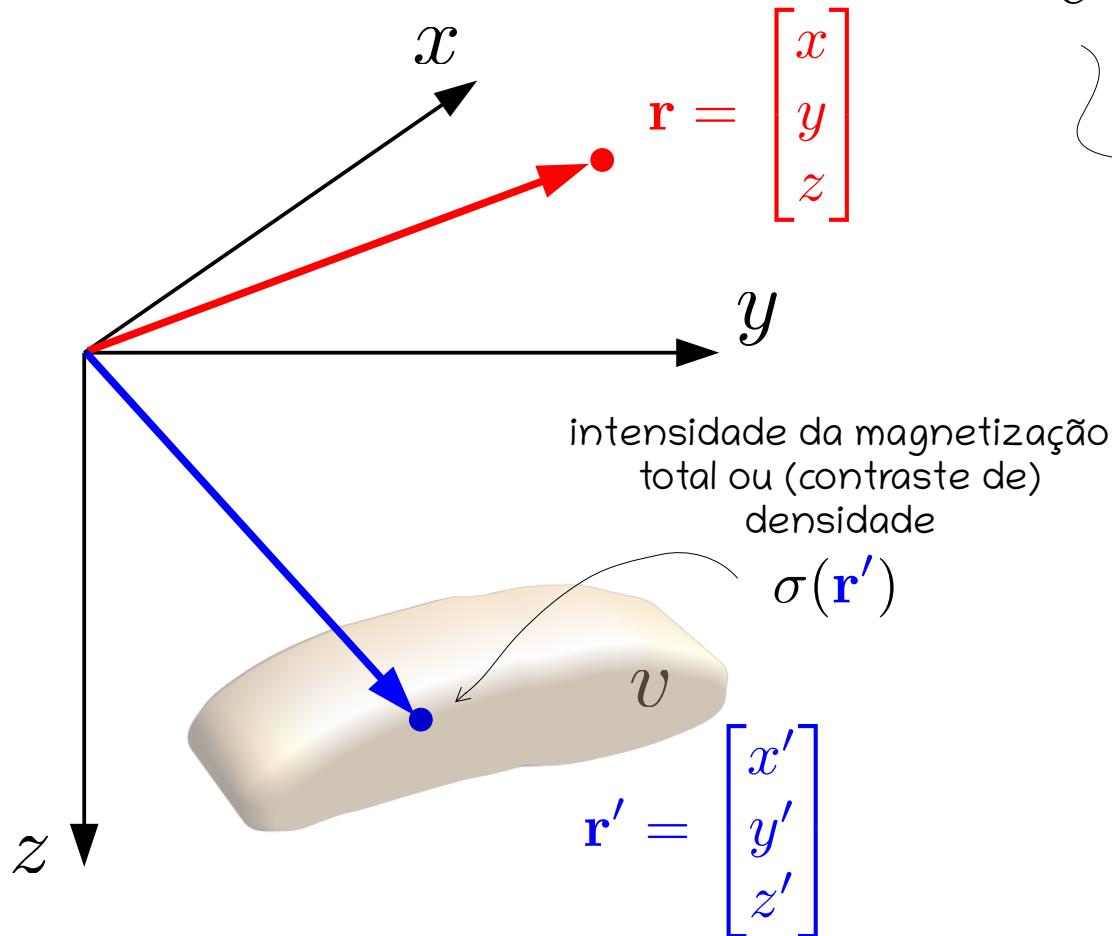


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

↑
constante

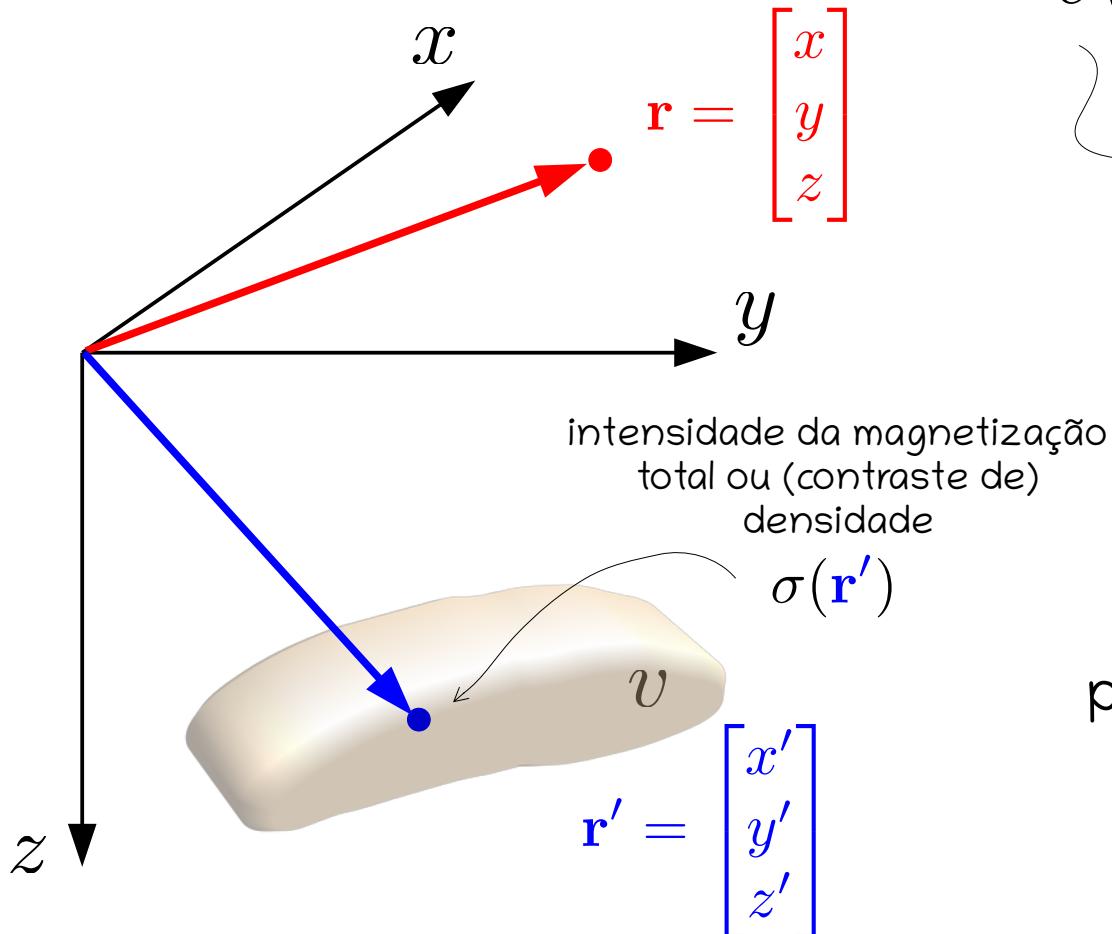


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Esta função se aproxima de 0 junto com suas primeiras derivadas à medida em que $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$ tende a infinito, para um \mathbf{r}' fixo, e é harmônica em pontos \mathbf{r} fora da fonte, ou seja:

$$\partial_{xx} U(\mathbf{r}) + \partial_{yy} U(\mathbf{r}) + \partial_{zz} U(\mathbf{r}) = 0$$

para $\mathbf{r} \notin v$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

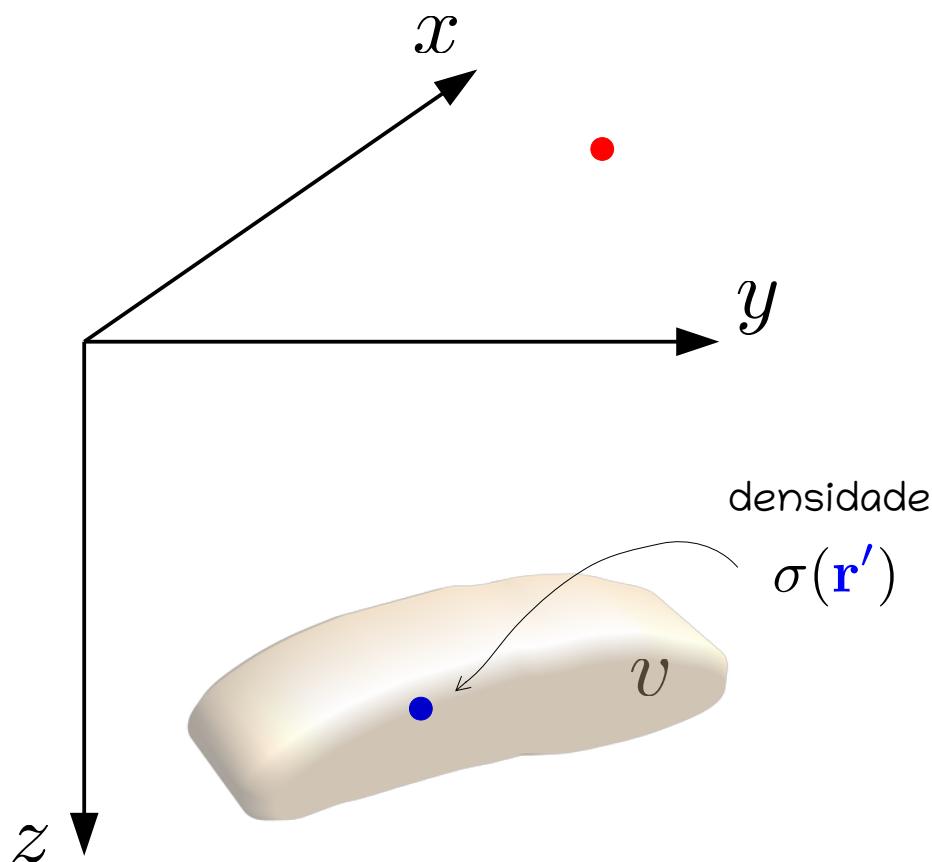
Esta função se aproxima de 0 junto com suas primeiras derivadas à medida em que $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$ tende a infinito, para um \mathbf{r}' fixo, e é harmônica em pontos \mathbf{r} fora da fonte, ou seja:

$$\partial_{xx} U(\mathbf{r}) + \partial_{yy} U(\mathbf{r}) + \partial_{zz} U(\mathbf{r}) = 0$$

para $\mathbf{r} \notin v$

A partir desta função $U(\mathbf{r})$ é possível descrever os campos gravitacional e de indução magnética produzido por fontes 3D

Campo gravitacional



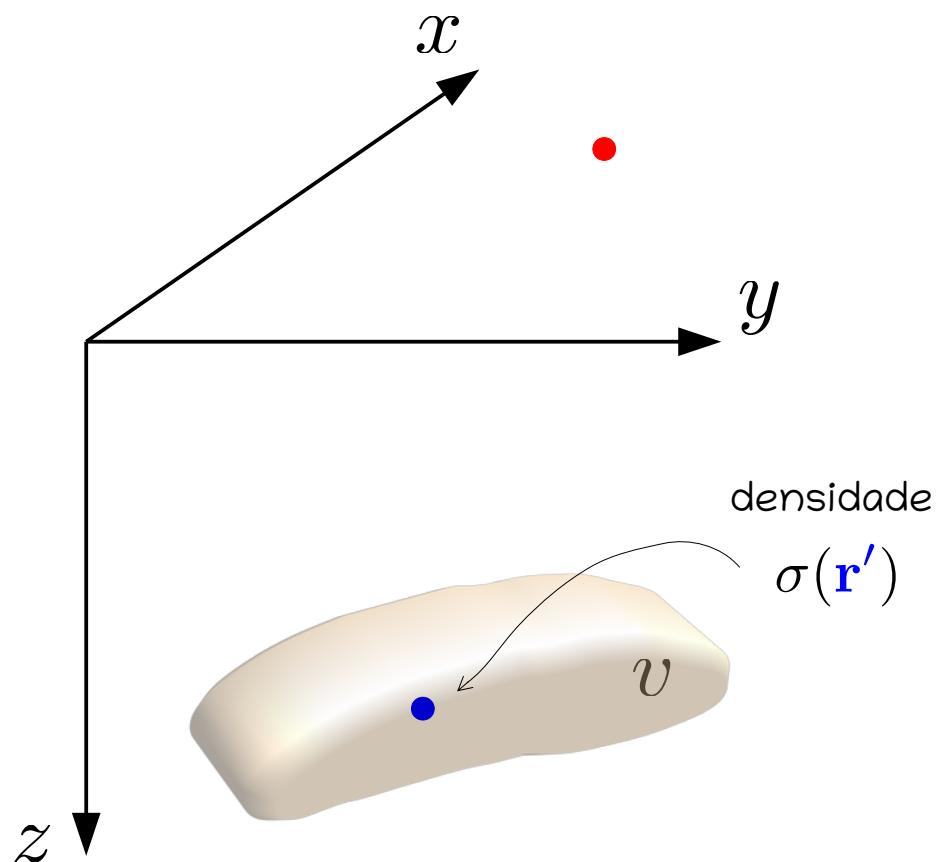
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$U(\mathbf{r})$ potencial gravitacional

$\partial_z U(\mathbf{r})$ distúrbio de gravidade

Campo gravitacional



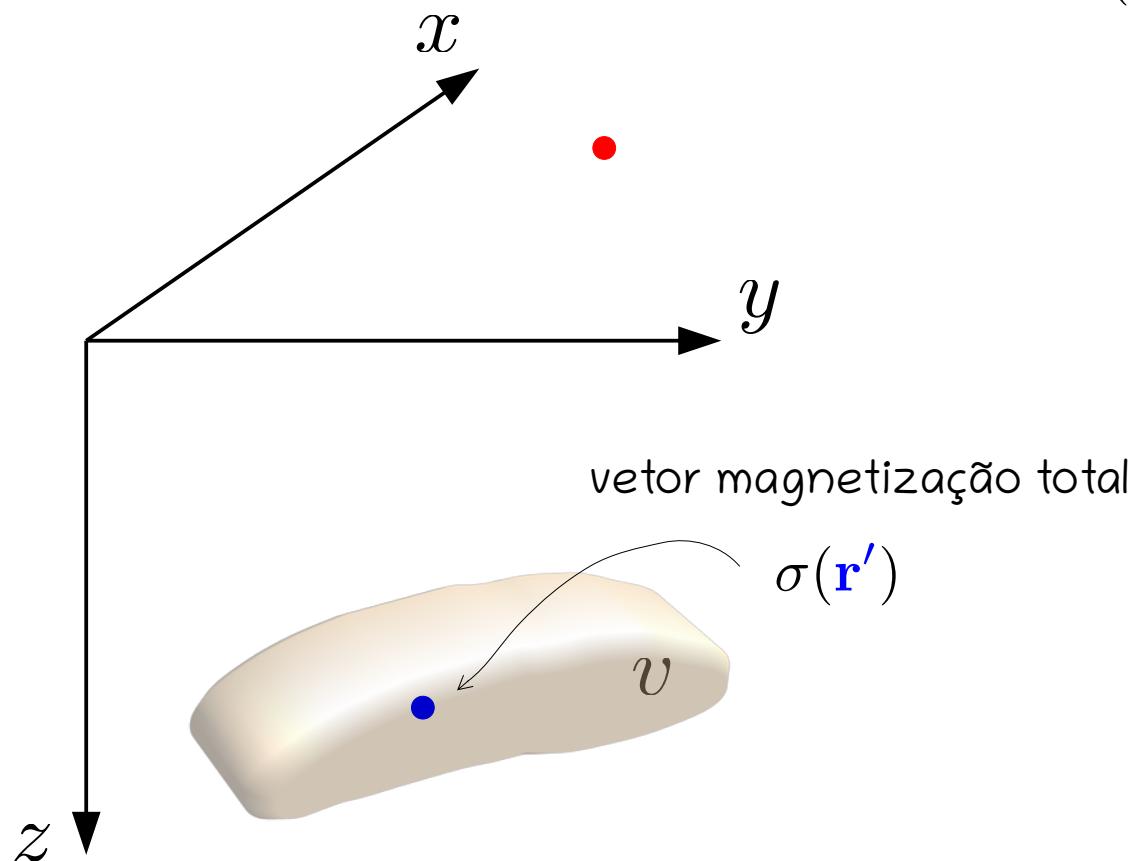
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$U(\mathbf{r})$ potencial gravitacional

$\partial_z U(\mathbf{r})$ distúrbio de gravidade

$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r})$ tensor gradiente

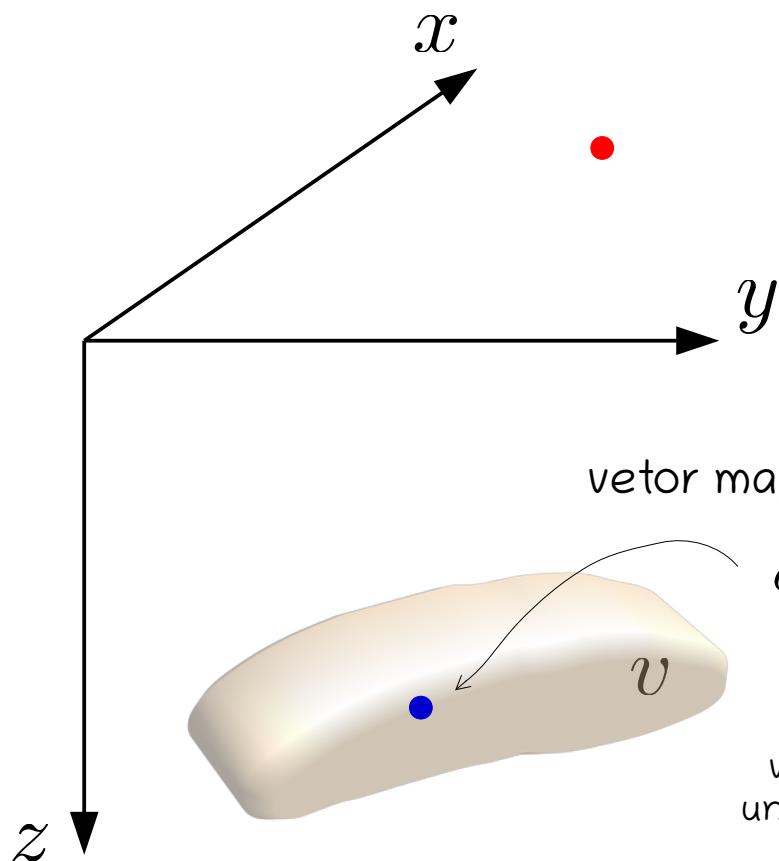
Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

Campo magnético



vetor magnetização total

$$\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$$

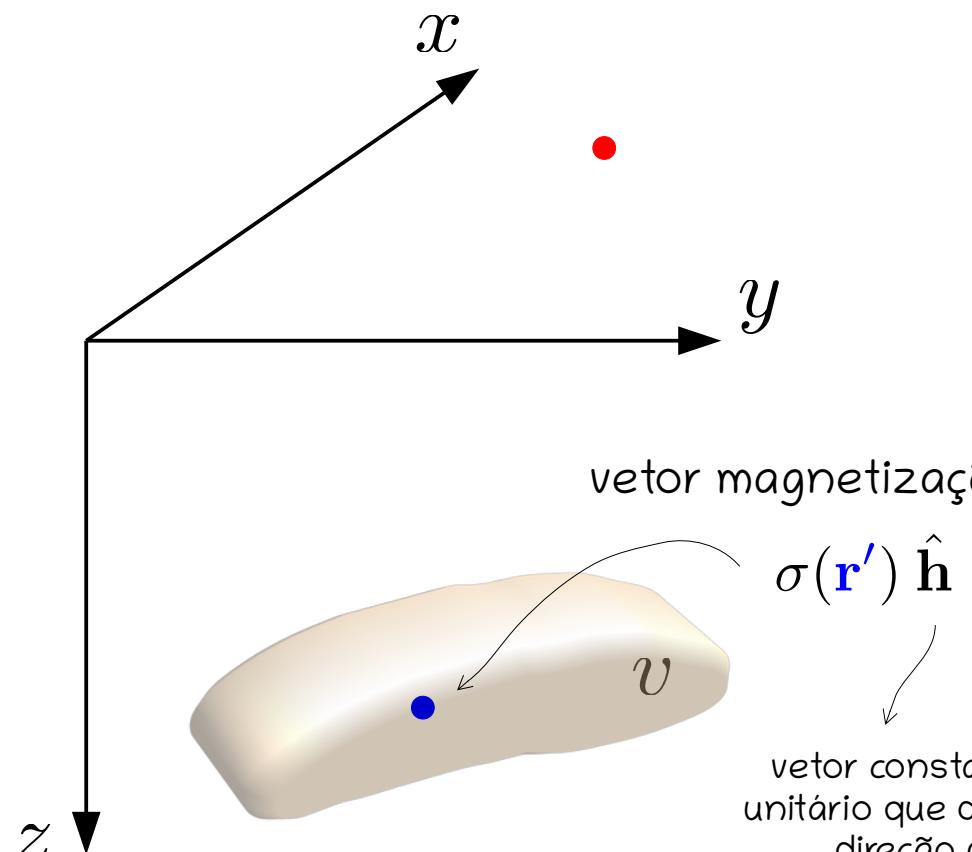
vetor constante e
unitário que define a
direção de
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

$$\hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \hat{h}_x \\ \hat{h}_y \\ \hat{h}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos I_h \cos D_h \\ \cos I_h \sin D_h \\ \sin I_h \end{bmatrix}$$

Campo magnético



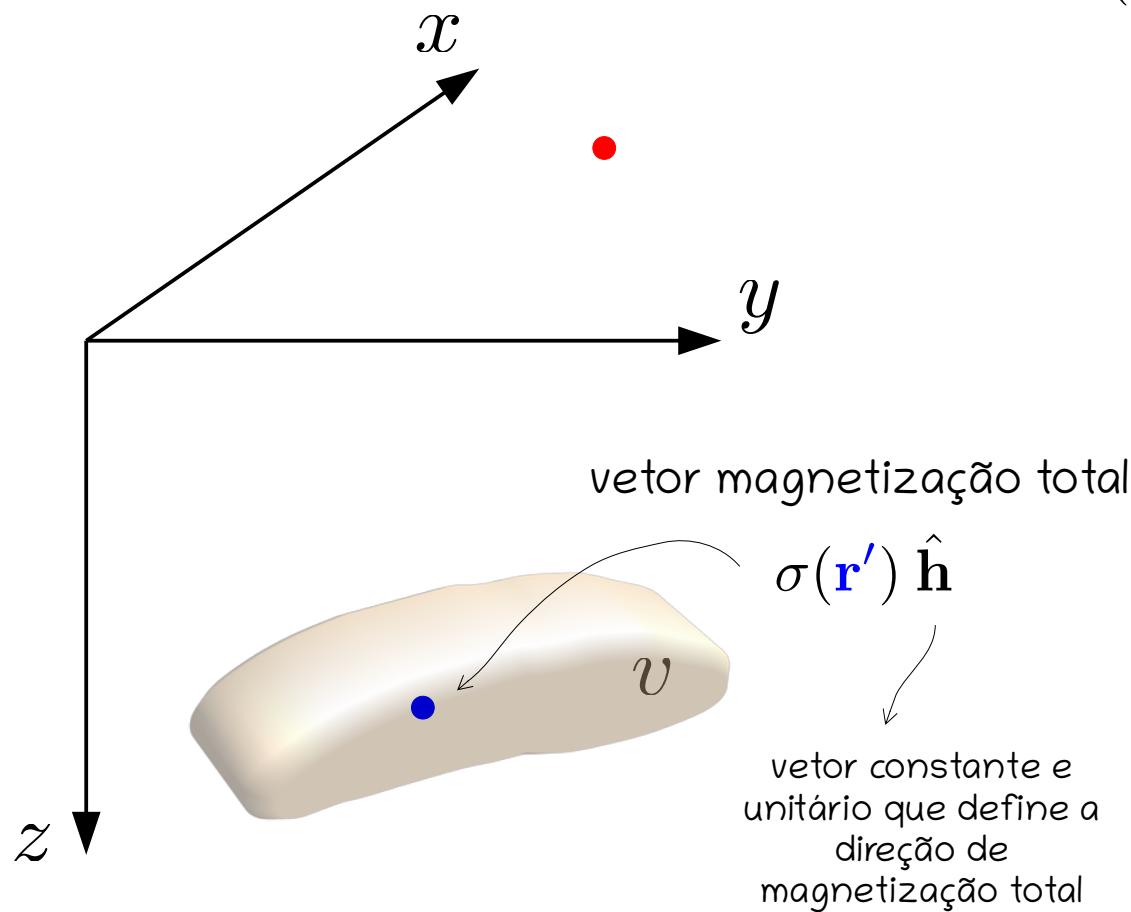
vetor magnetização total
 $\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$
 vetor constante e
 unitário que define a
 direção de
 magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

Campo magnético



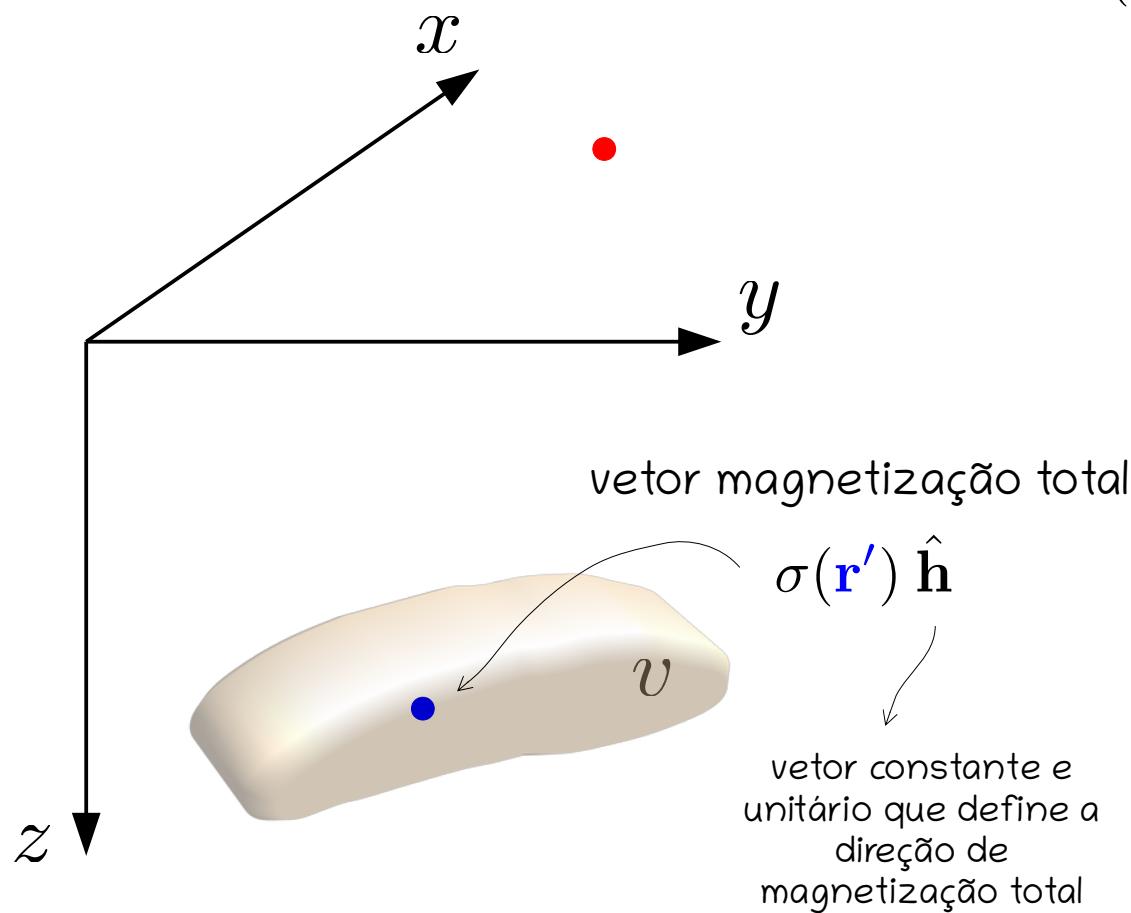
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$$\partial_h U(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}}$$

intensidade de
magnetização total

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

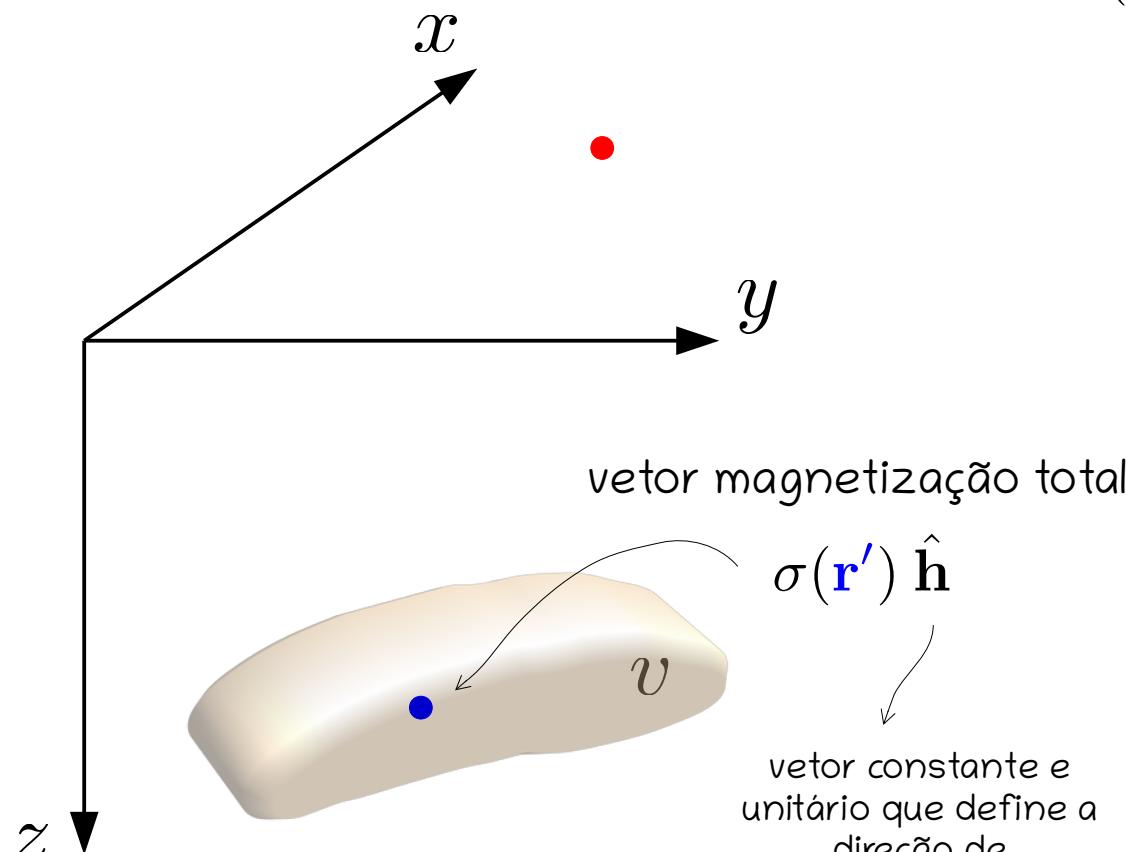
$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$$\partial_h U(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}}$$

vetor gradiente

vetor constante e unitário que define a direção de magnetização total

Campo magnético



$$\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$$

vetor constante e
unitário que define a
direção de
magnetização total

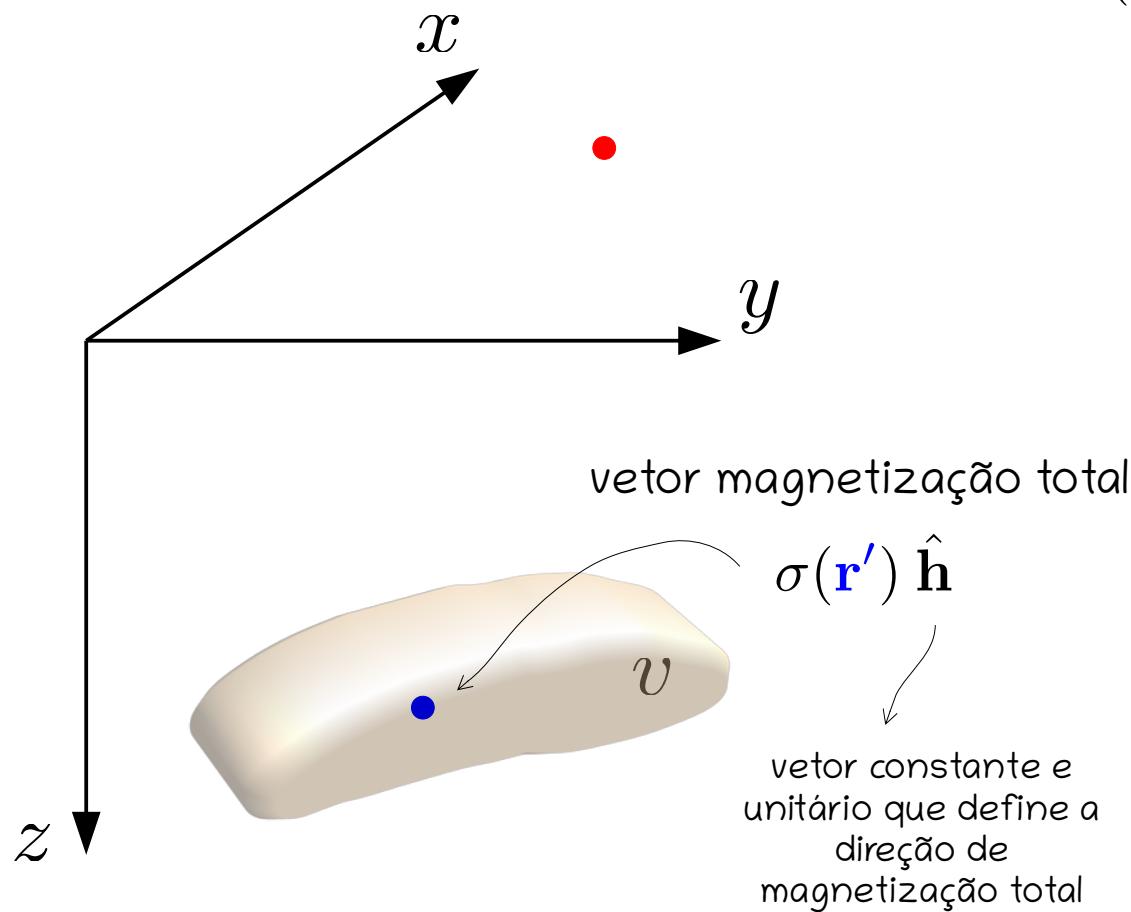
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

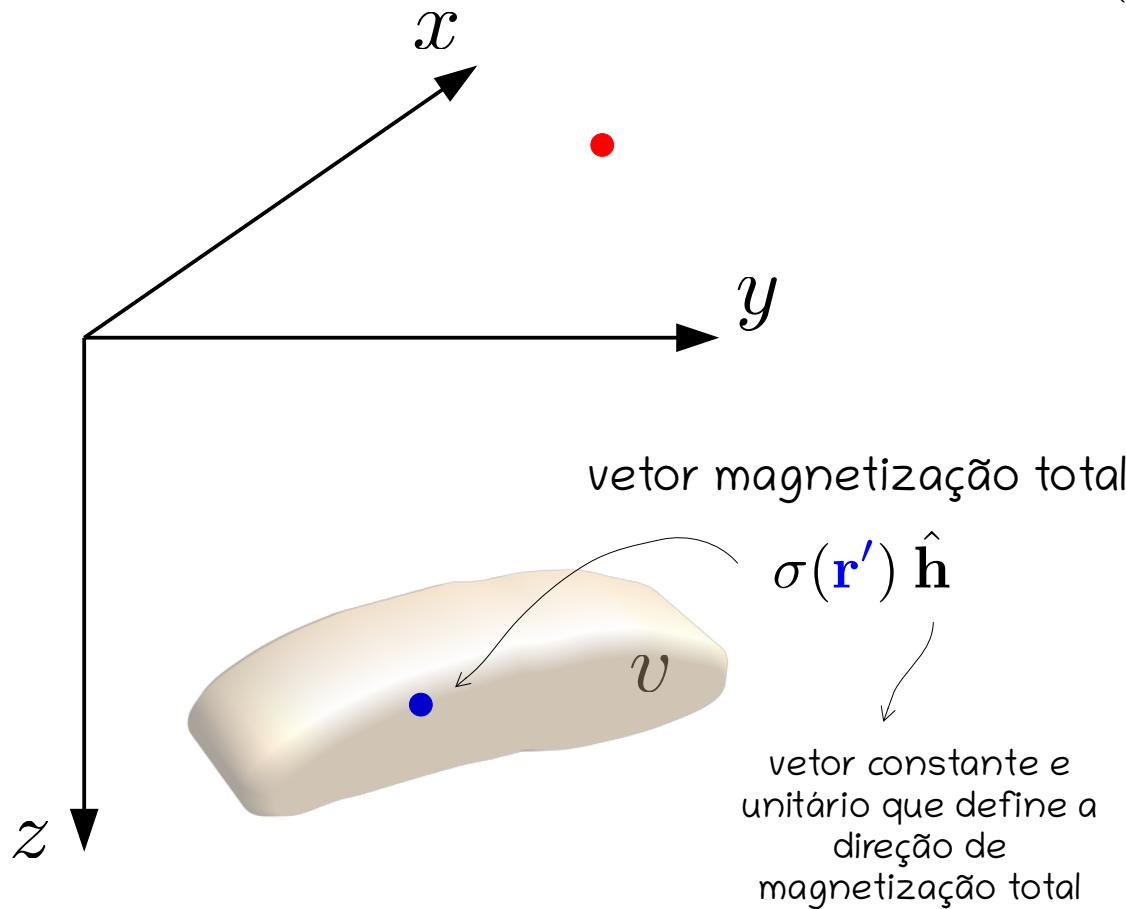
$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_{\alpha} \nabla U(\mathbf{r})^T \hat{\mathbf{h}}$$

vetor constante e
unitário que define a
direção de
magnetização total

Blakely (1996, p. 82)



Campo magnético

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

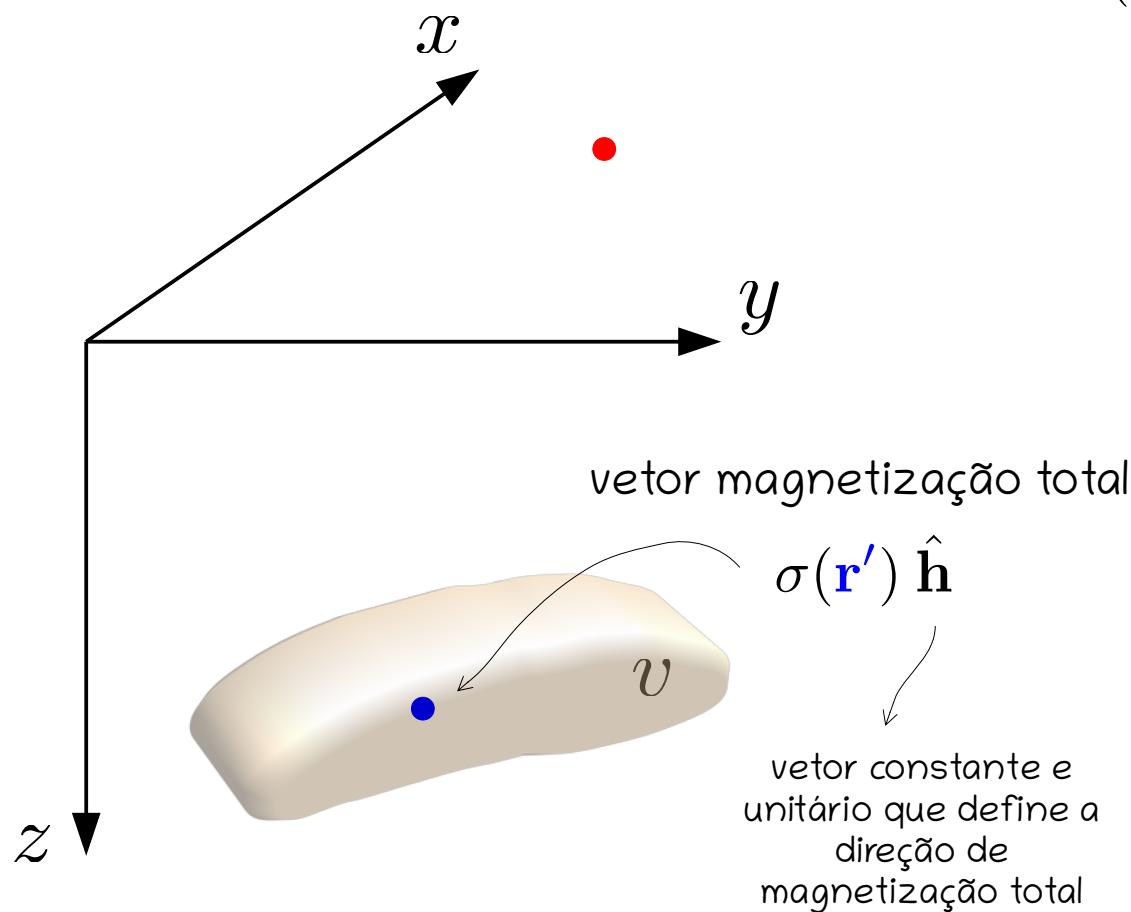
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_{\alpha} \nabla U(\mathbf{r})^T \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{\alpha} \nabla U(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \partial_{\alpha x} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{\alpha y} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{\alpha z} U(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

derivadas
parciais de 2^a
ordem

$$\alpha = x, y, z$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de
magnetização total

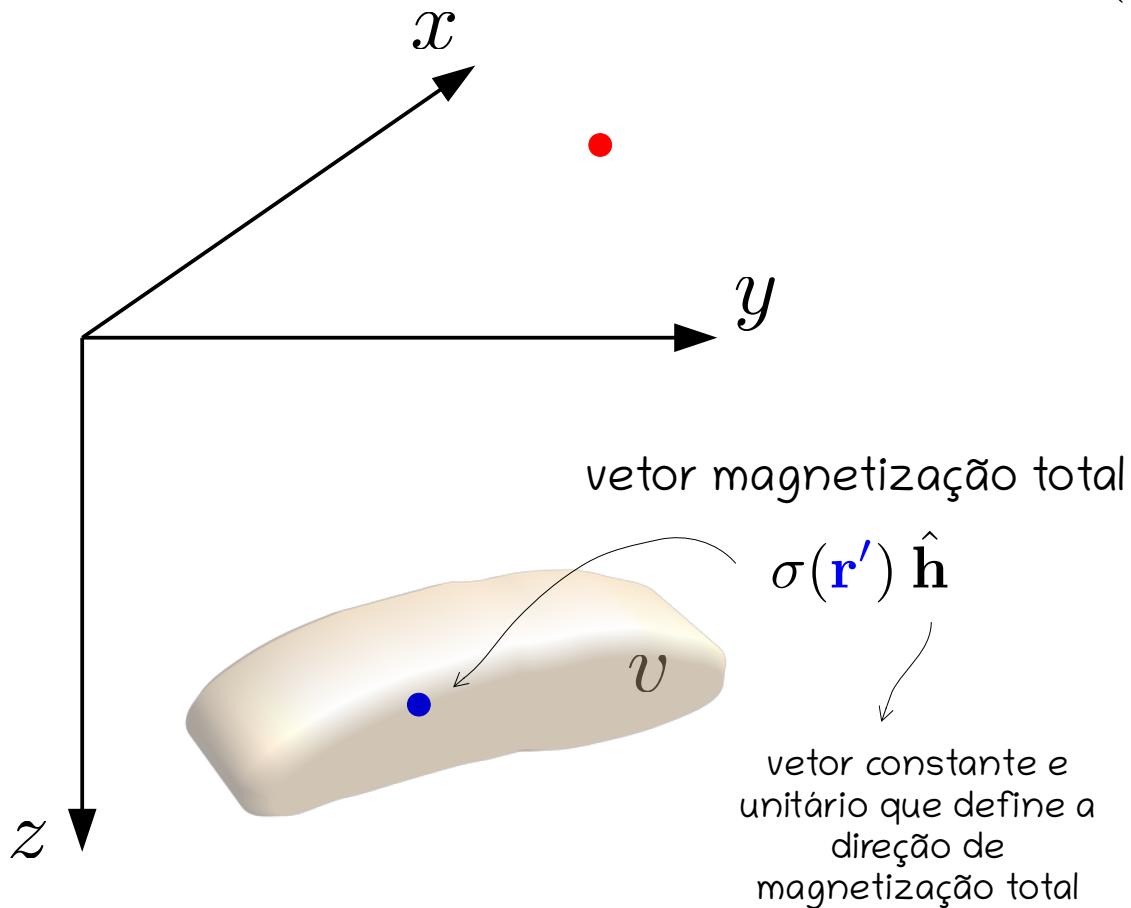
$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$ an. de campo total (aproximada)

vetor constante e
unitário que define a
direção de
magnetização total

Blakely (1996, p. 179, 196)



Campo magnético

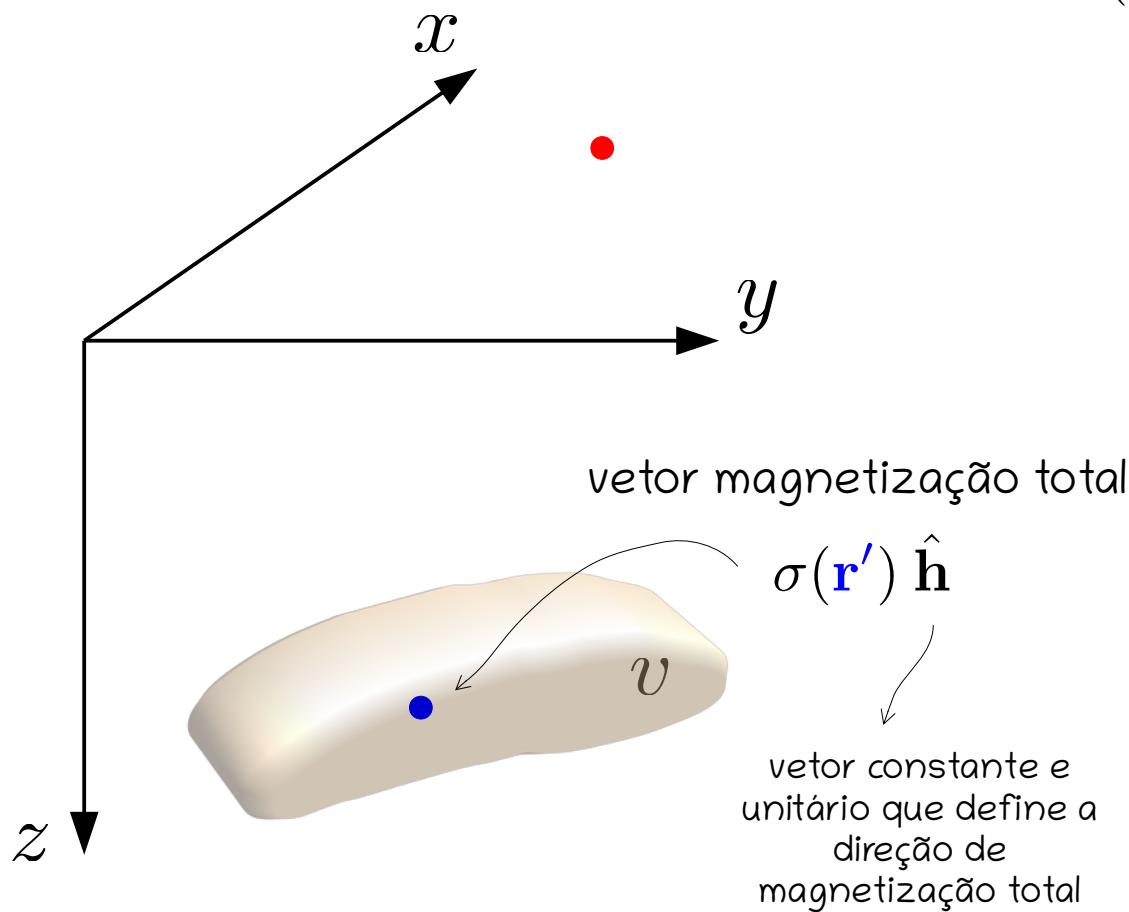
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$ an. de campo total (aproximada)

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

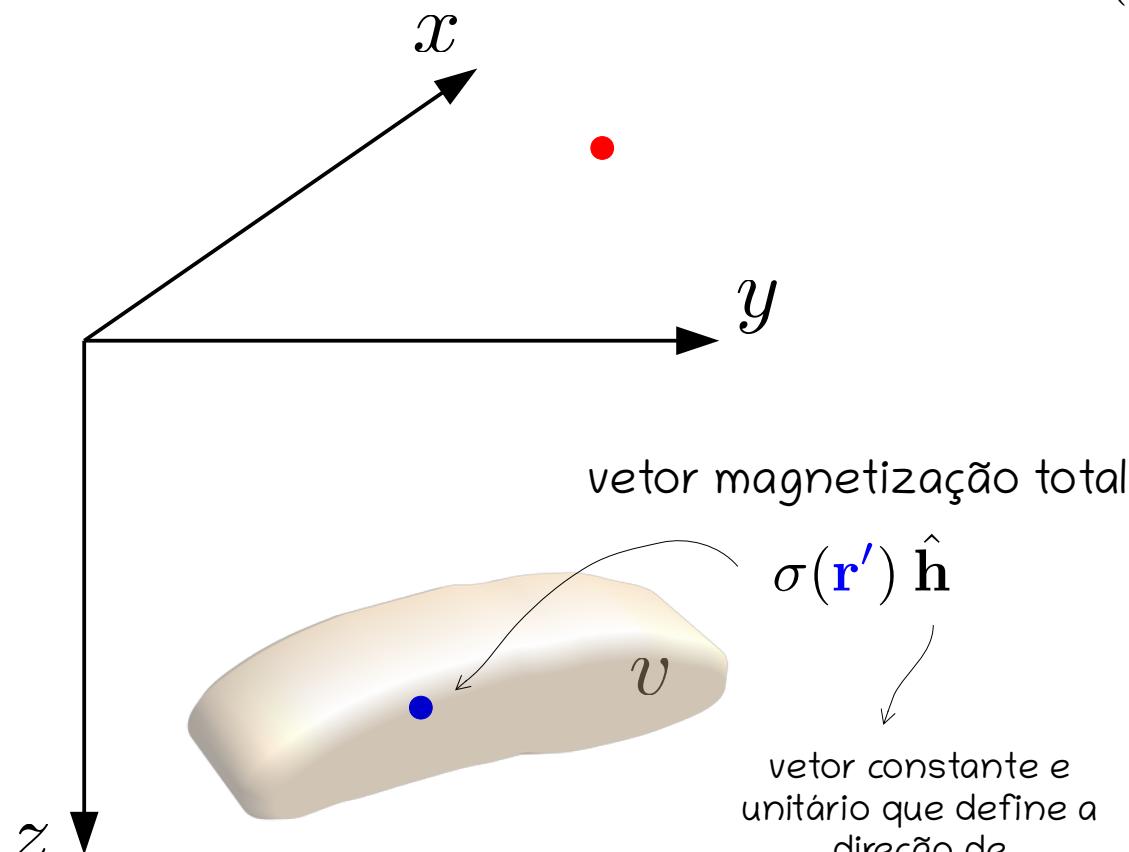
$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$ an. de campo total (aproximada)

$$\hookrightarrow \partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

Campo magnético



vetor constante e
unitário que define a
direção de
magnetização total

$$\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$$

intensidade de
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

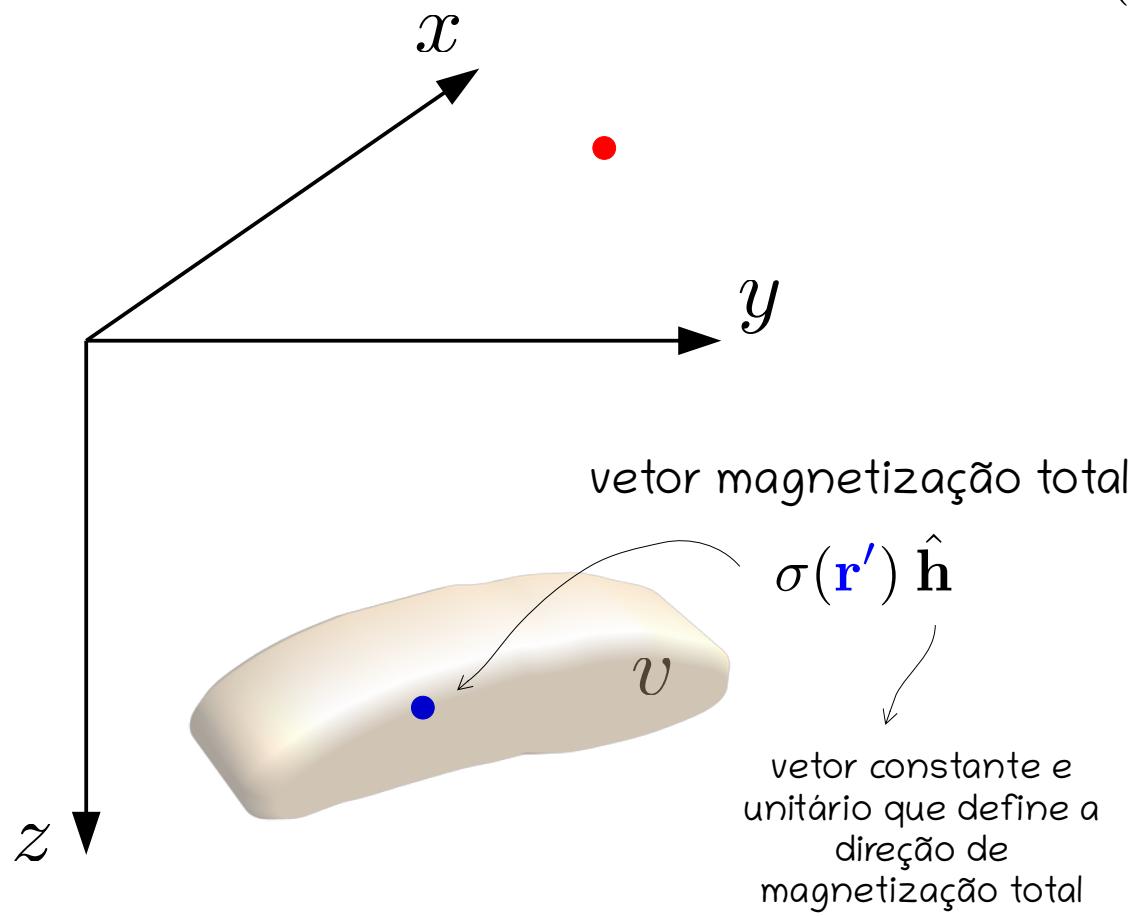
$\partial_{th} U(\mathbf{r})$ an. de campo total (aproximada)

$$\hookrightarrow \partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

vetor unitário constante que
define a direção do campo
principal

$$\hat{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \\ \hat{t}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos I_t \cos D_t \\ \cos I_t \sin D_t \\ \sin I_t \end{bmatrix}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

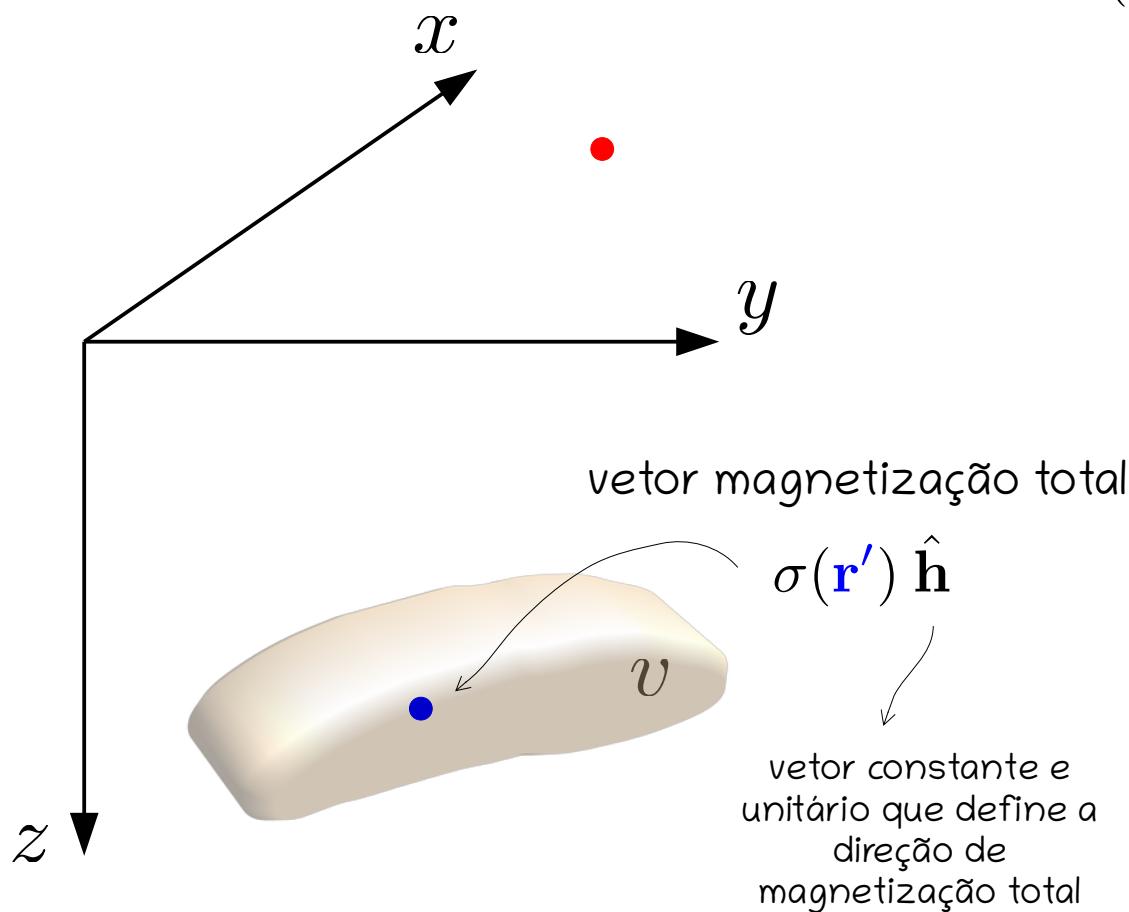
$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$ an. de campo total (aproximada)

$$\hookrightarrow \partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\mathbf{H}_U(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \partial_{xx} U(\mathbf{r}) & \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{xz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xz} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) & \partial_{zz} U(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$ potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$ componente α da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$ an. de campo total (aproximada)

$\partial_{zz} U(\mathbf{r})$ anomalia reduzida ao polo

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

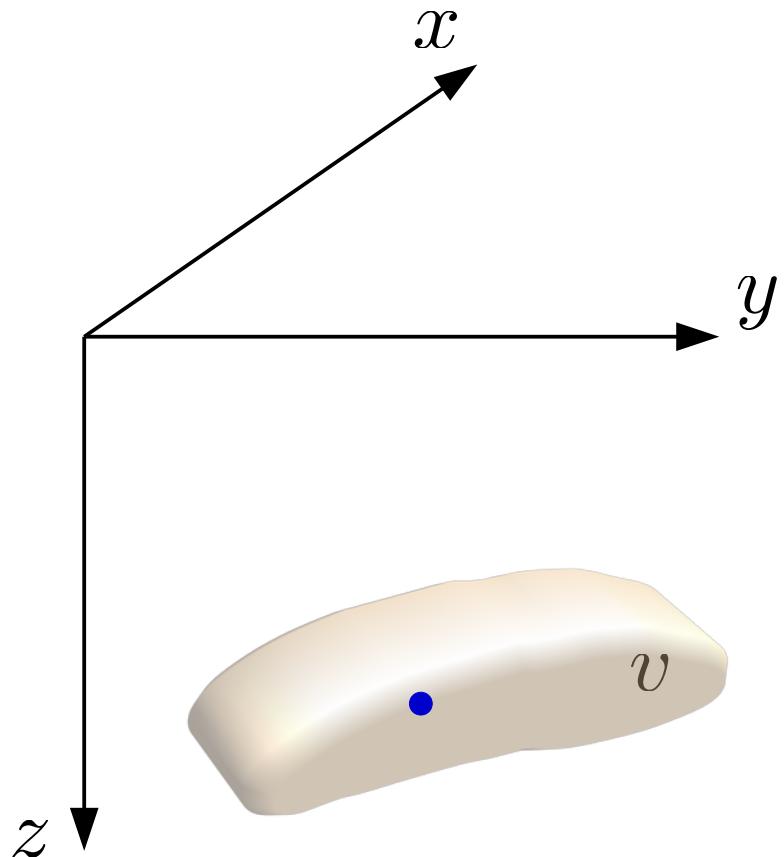
- **Dados grav e mag**
- Técnica da camada equivalente
- Desenvolvimentos teóricos

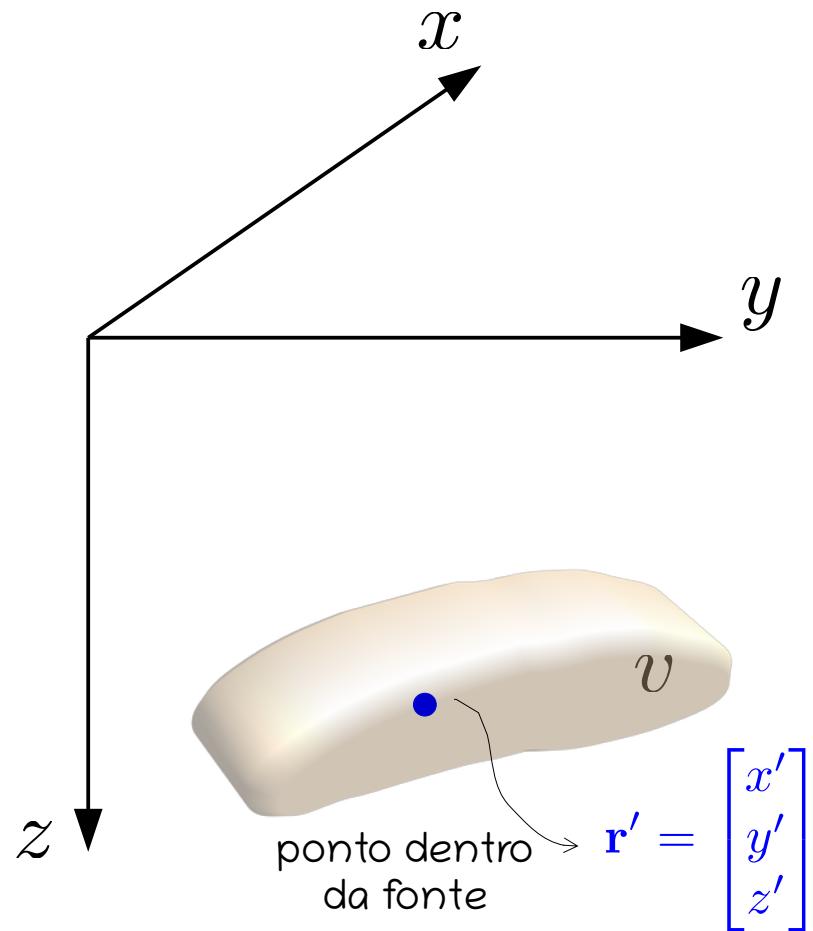
3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- **Técnica da camada equivalente**
- Desenvolvimentos teóricos

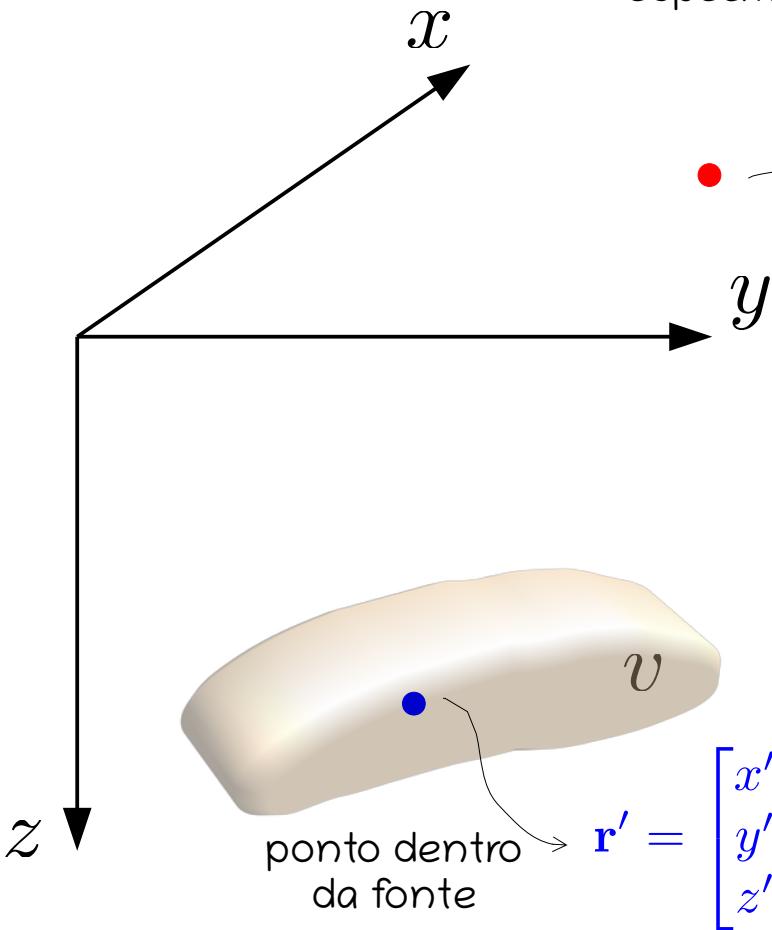
Relembrando a fonte 3D ...

32 / 14





Ponto de observação
específico com índice i

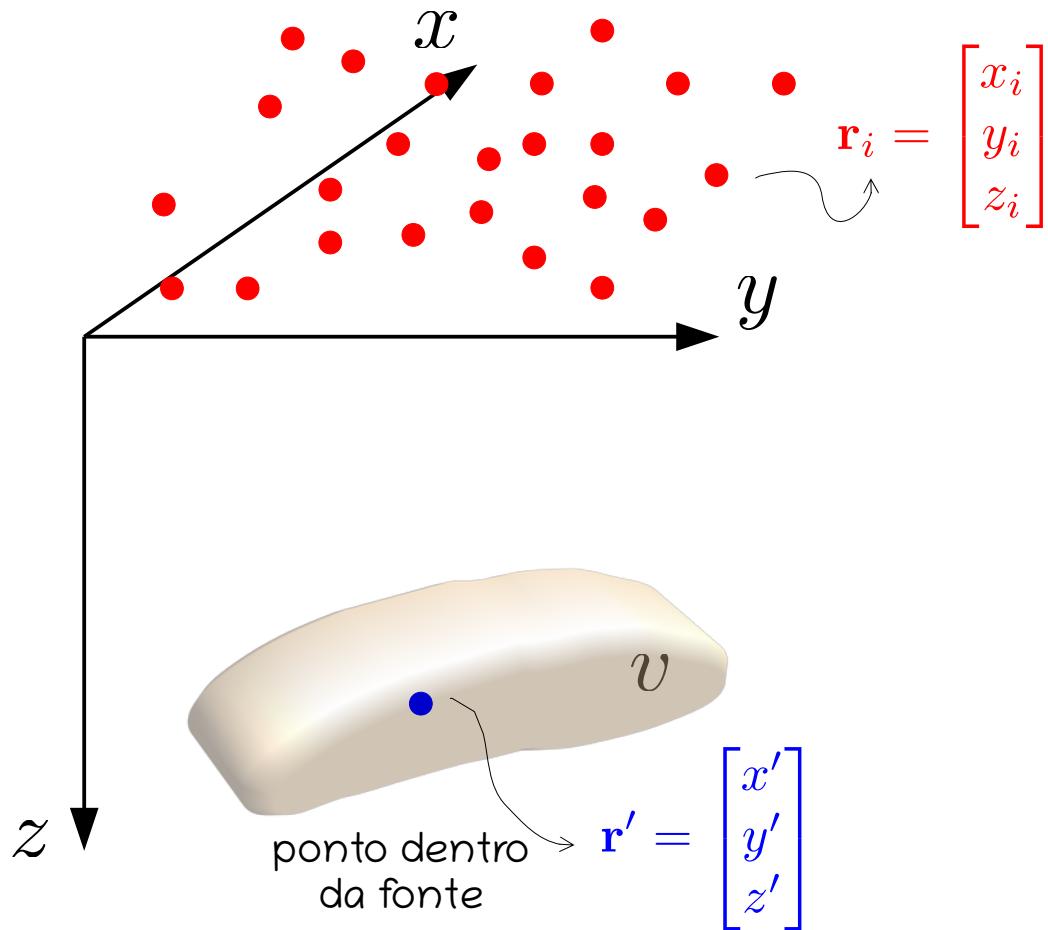


$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

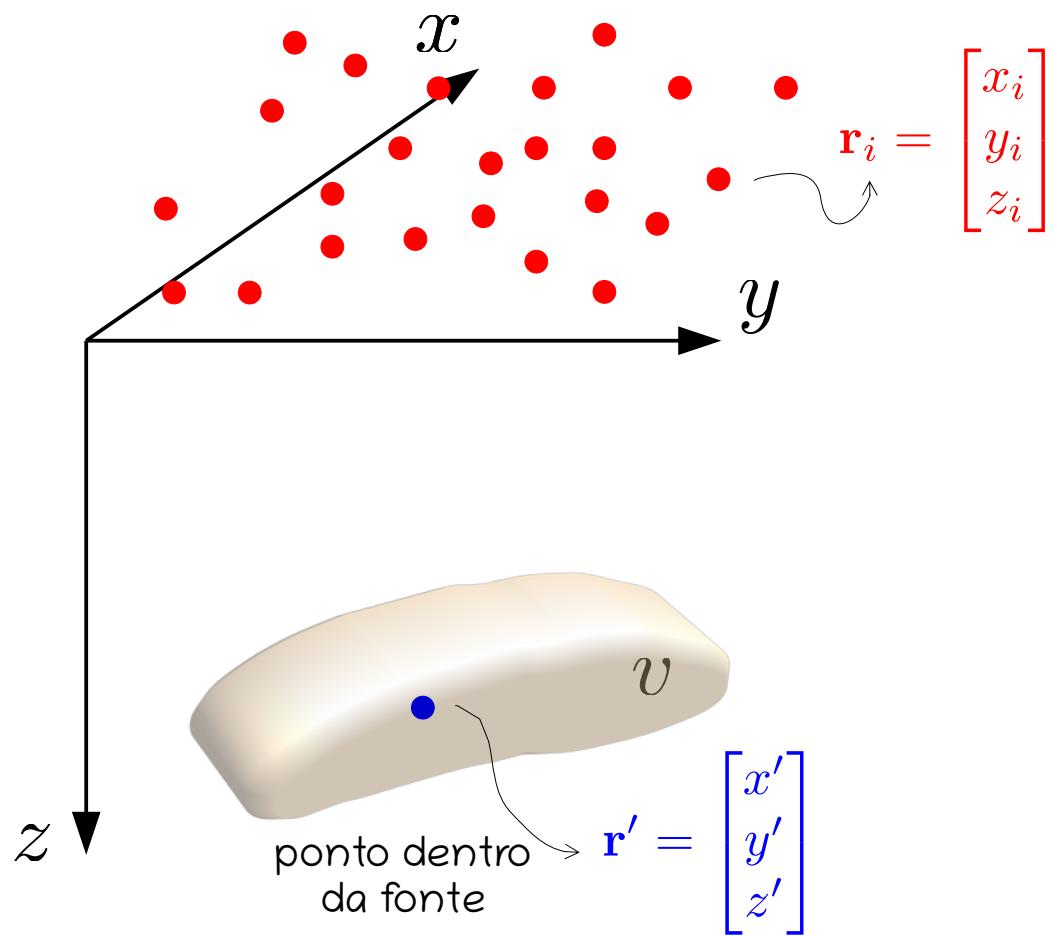
$$\mathbf{r}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

ponto dentro
da fonte

Conjunto de N pontos
de observação



Campo gravitacional



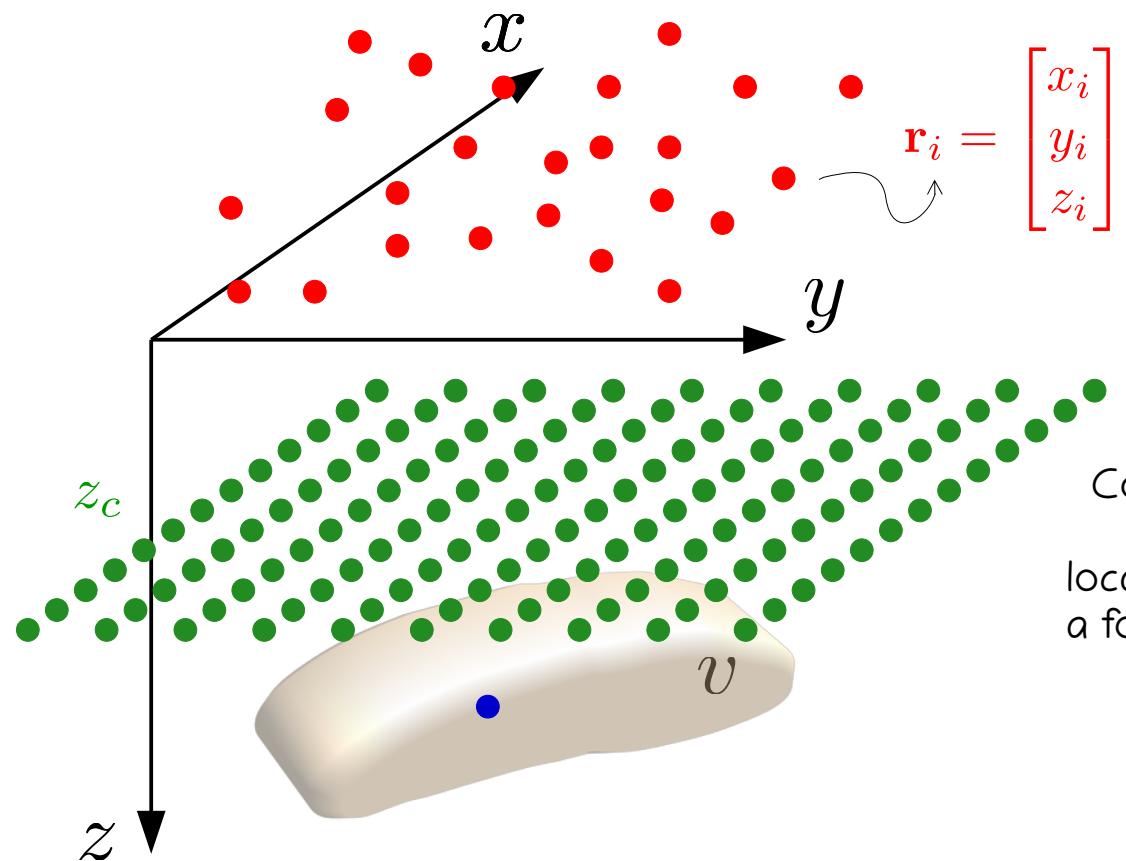
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$

Distúrbio de gravidade

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

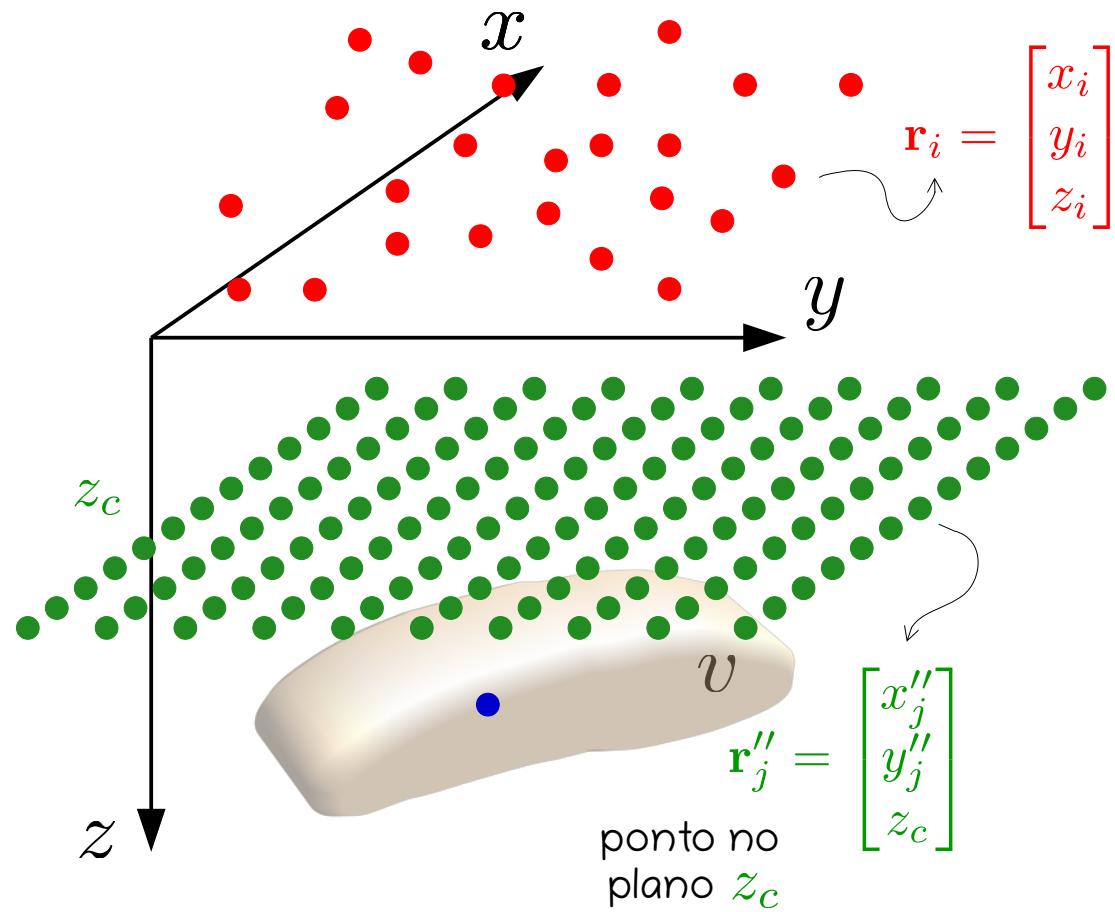
$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

densidade

Conjunto de M
pontos
localizados sobre
a fonte, no plano
 z_c

Campo gravitacional



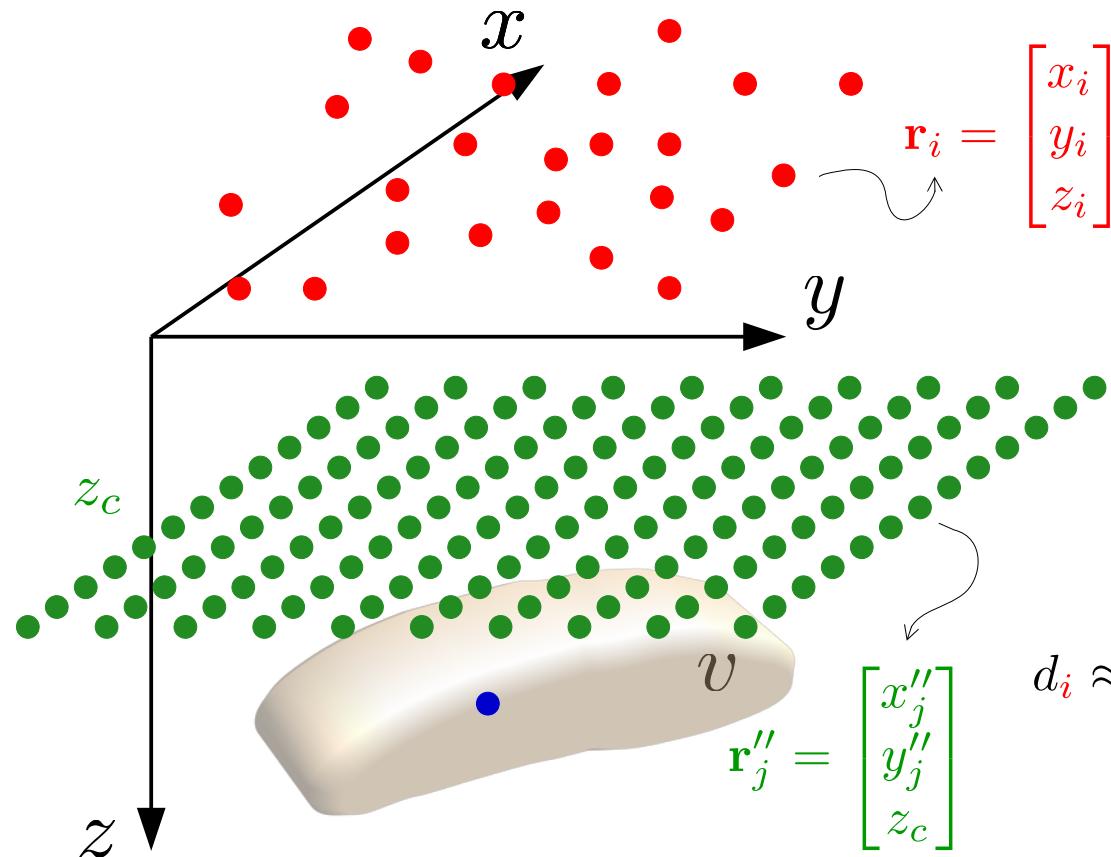
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

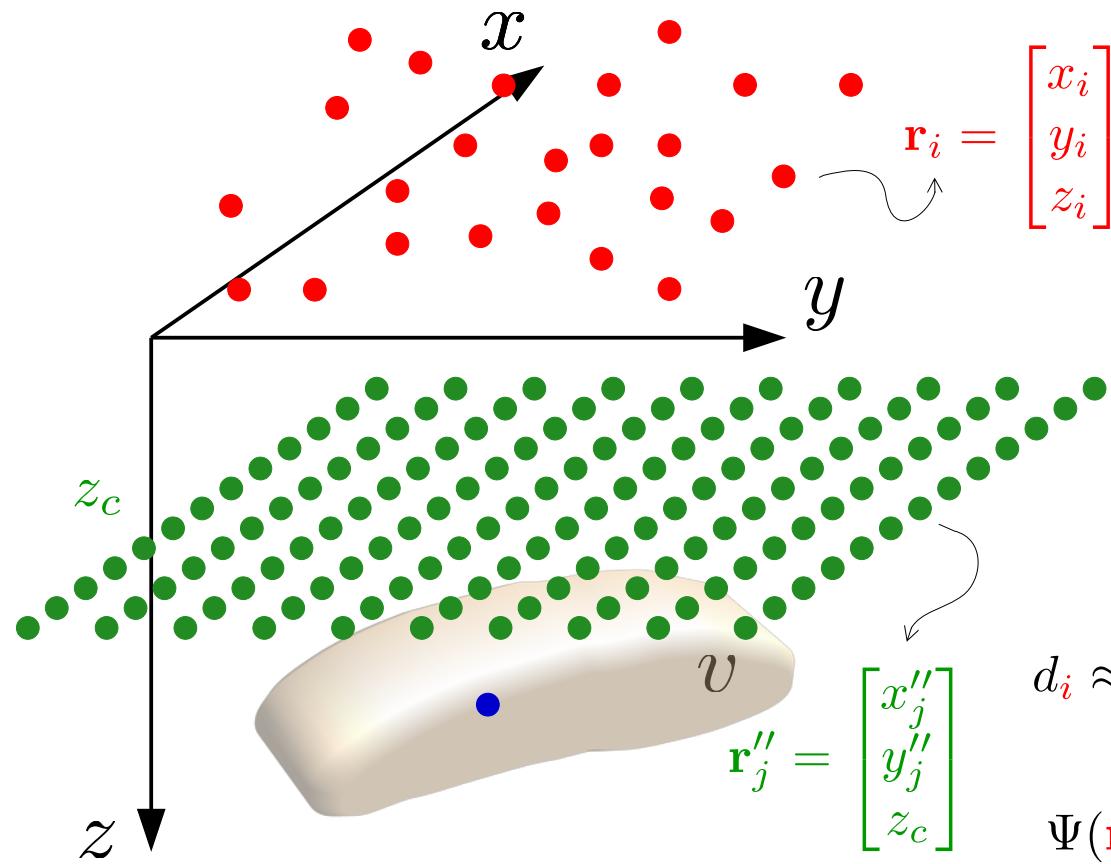
densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

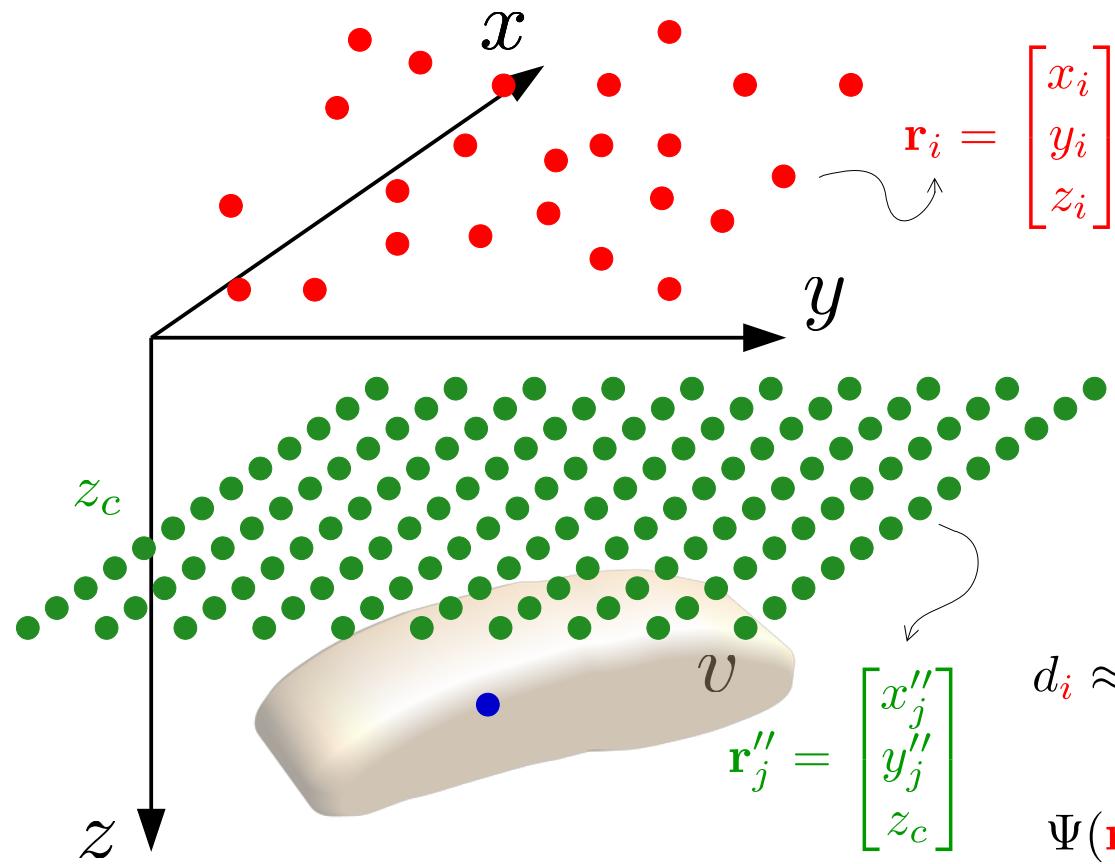
Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

densidade

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

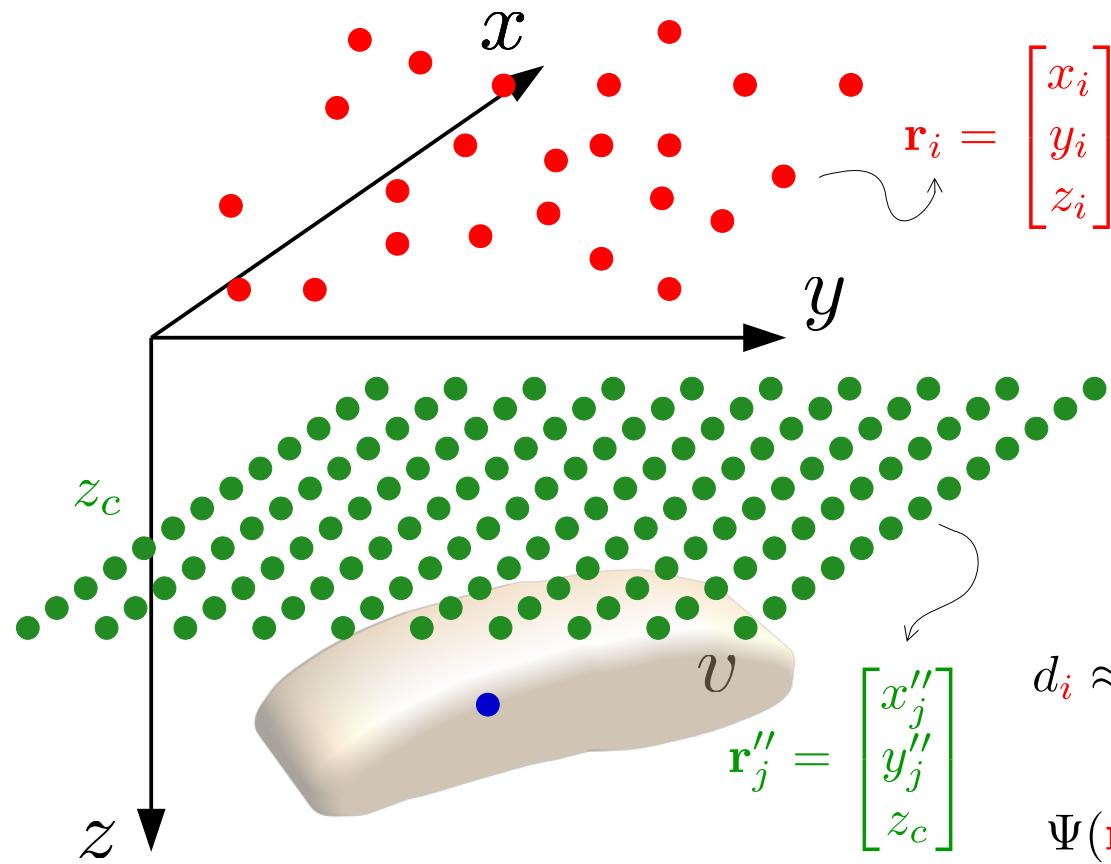
Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

$p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$
representa o distúrbio
de gravidade produzido
em \mathbf{r}_i por um monópole
localizado em \mathbf{r}_j

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

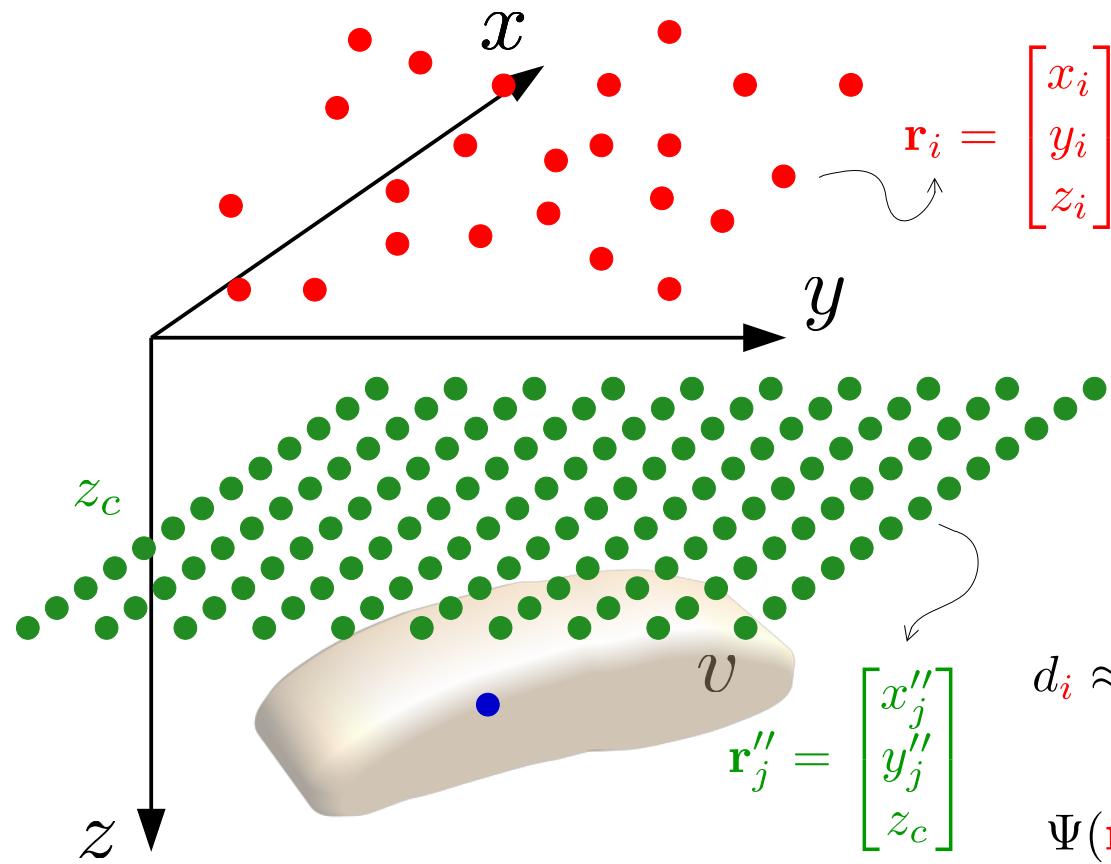
$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Neste caso, a técnica da camada equivalente consiste em resolver este sistema linear para o vetor \mathbf{p}

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

Vetor de parâmetros
com a distribuição de
prop. física dos
monopolos (camada
equivalente discreta)

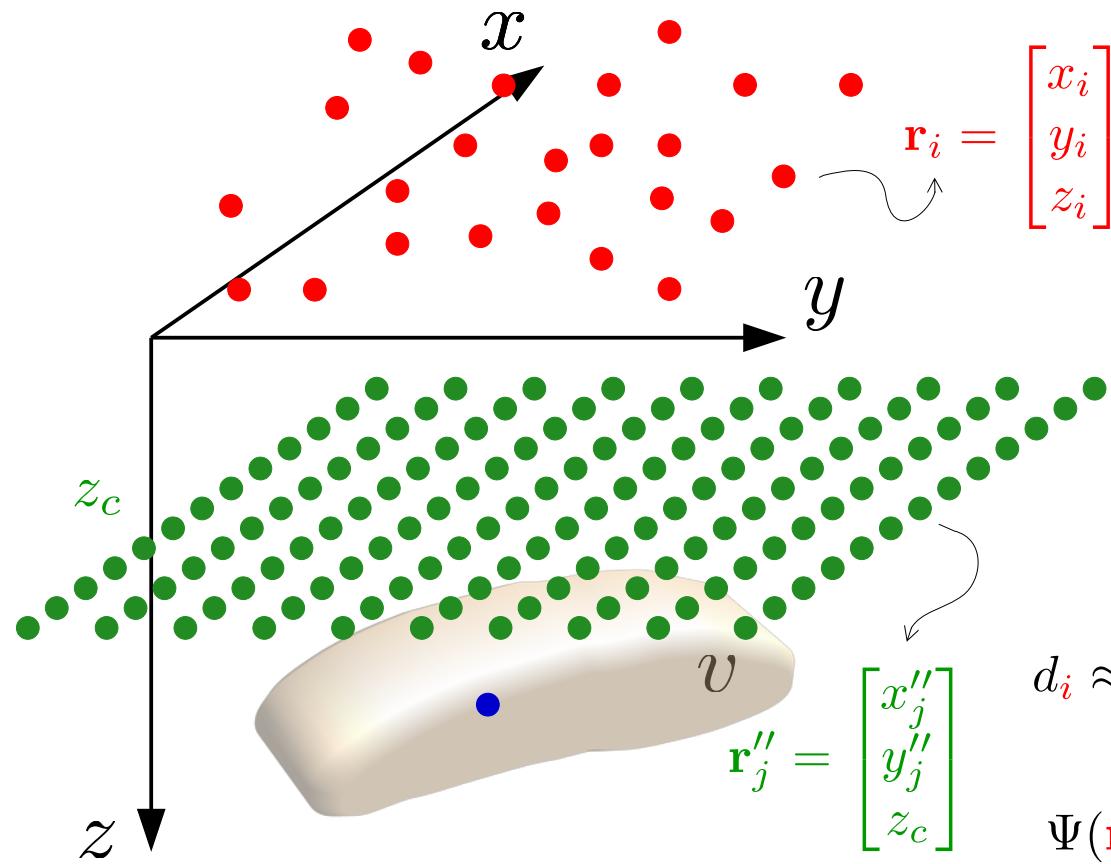
$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

densidade

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

Vetor com dados de distúrbio da gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

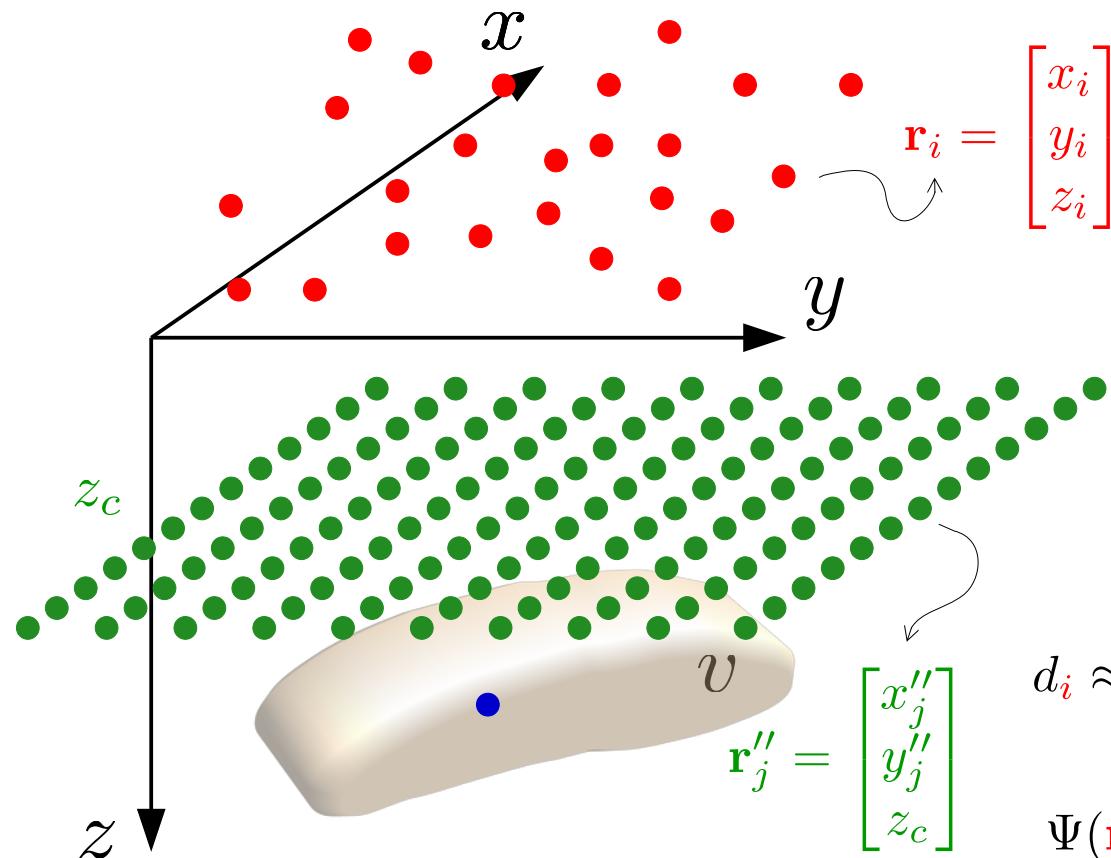
$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

densidade

Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

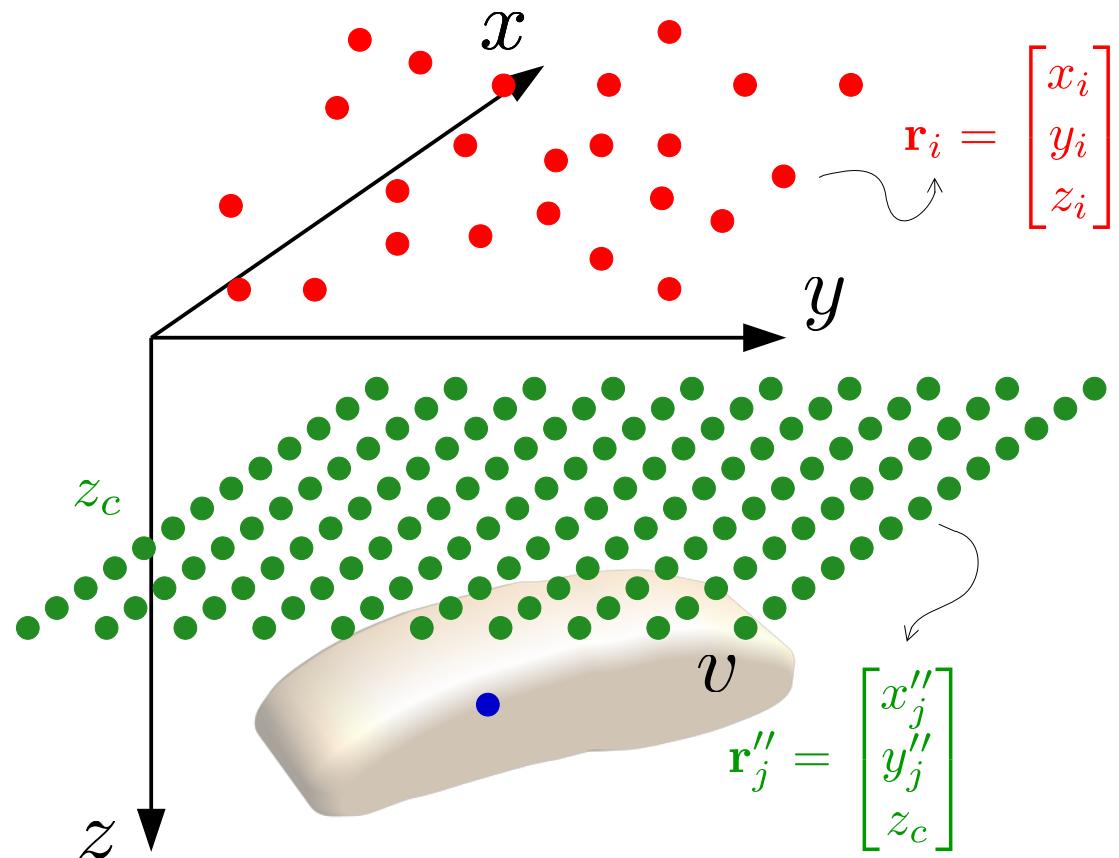
$a_{ij} = \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$

Matriz de sensibilidade

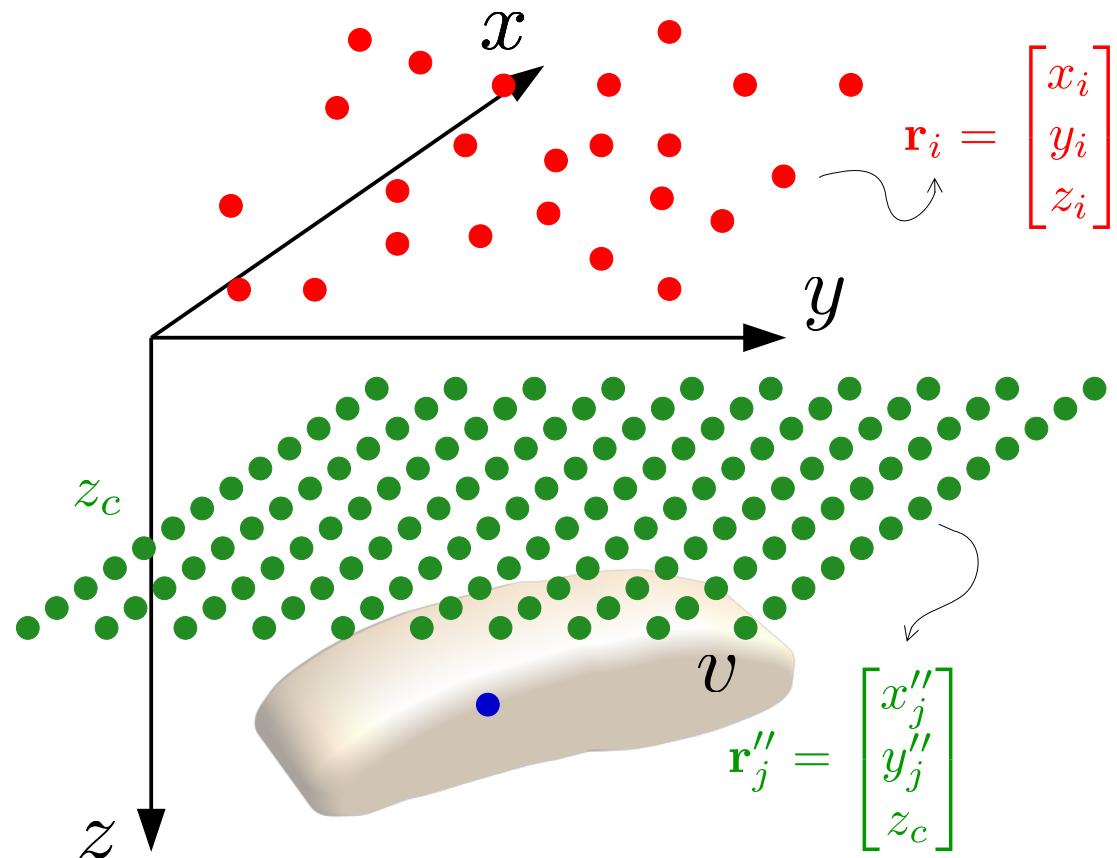
Campo magnético

intensidade de
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Campo magnético



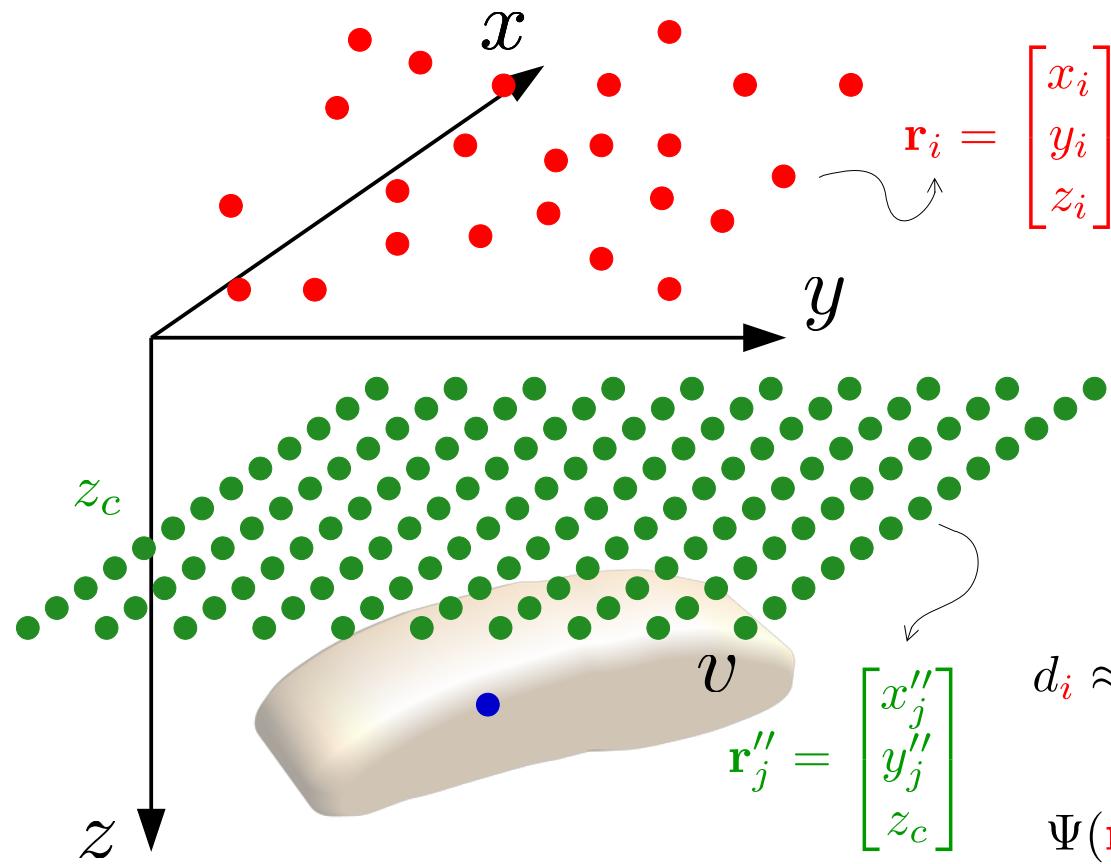
intensidade de
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

Campo magnético



intensidade de
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

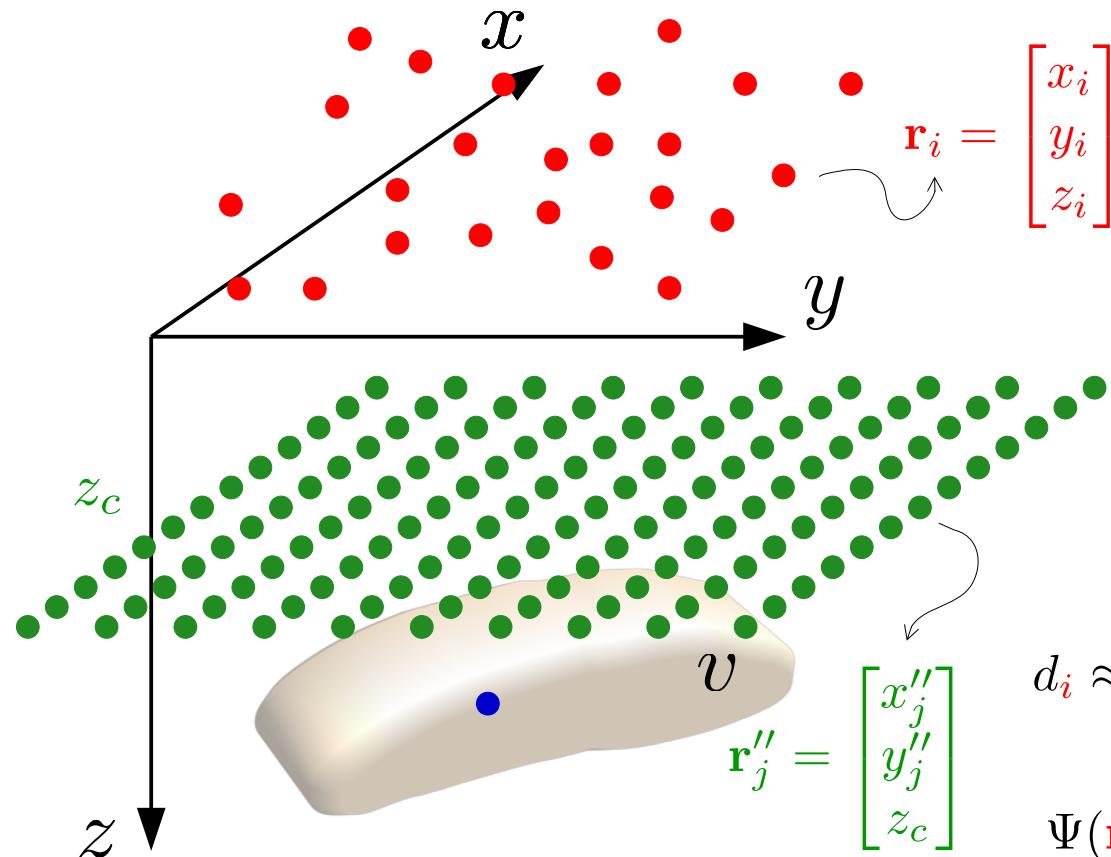
$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

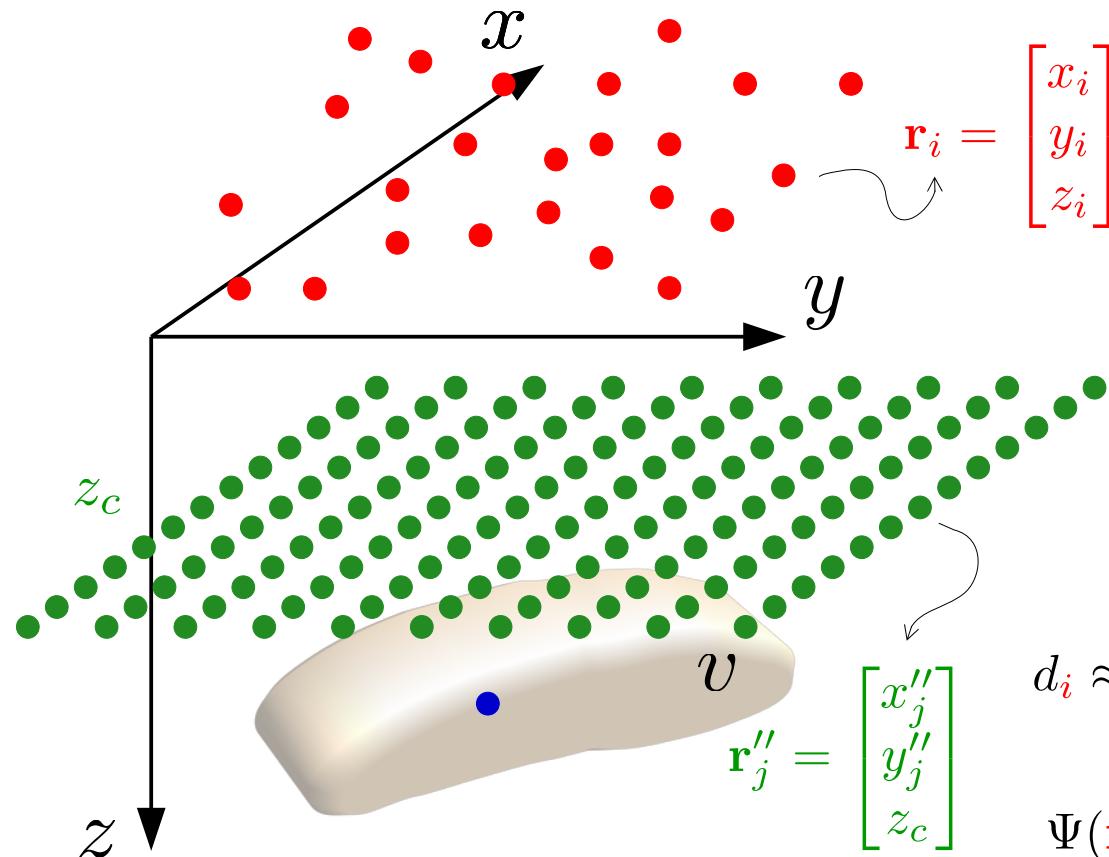
Anomalia de campo total (aprox.)

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$
representa a an. de campo total produzida em \mathbf{r}_i por um dipolo localizado em \mathbf{r}_j

Campo magnético



$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_j'' = \begin{bmatrix} x_j'' \\ y_j'' \\ z_c \end{bmatrix}$$

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

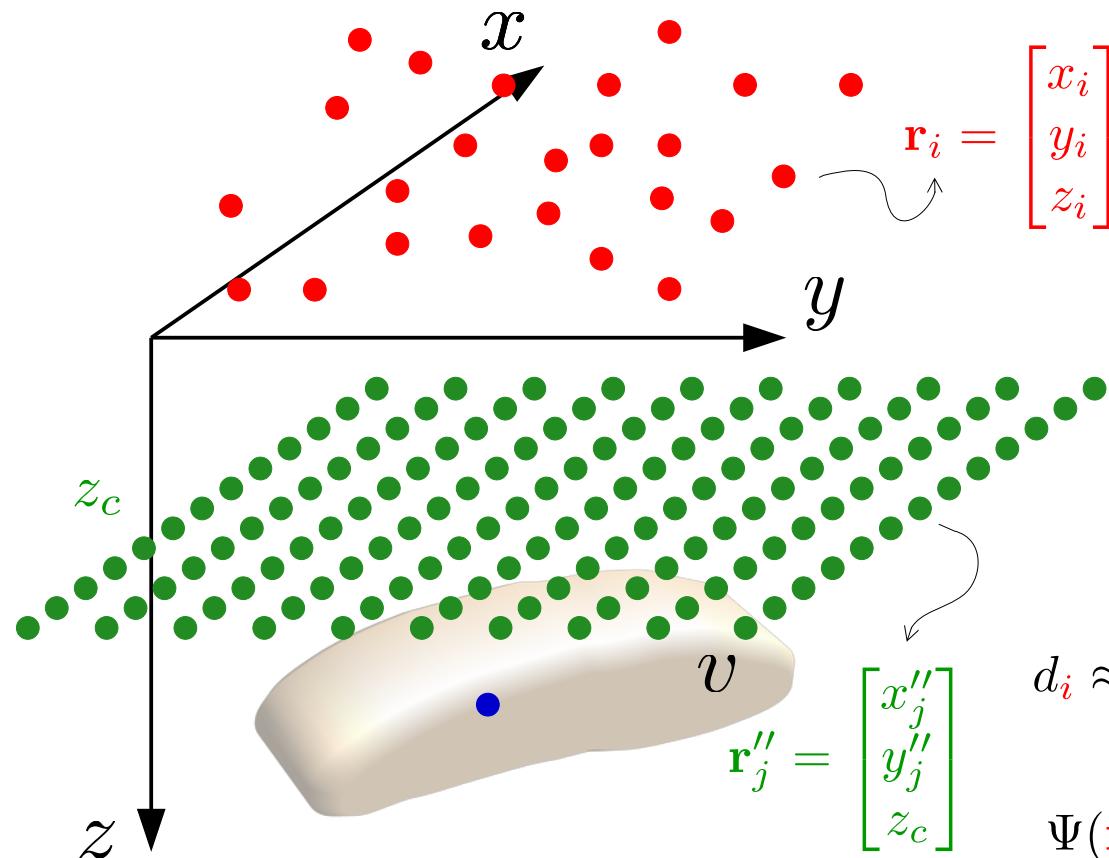
intensidade de magnetização total

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

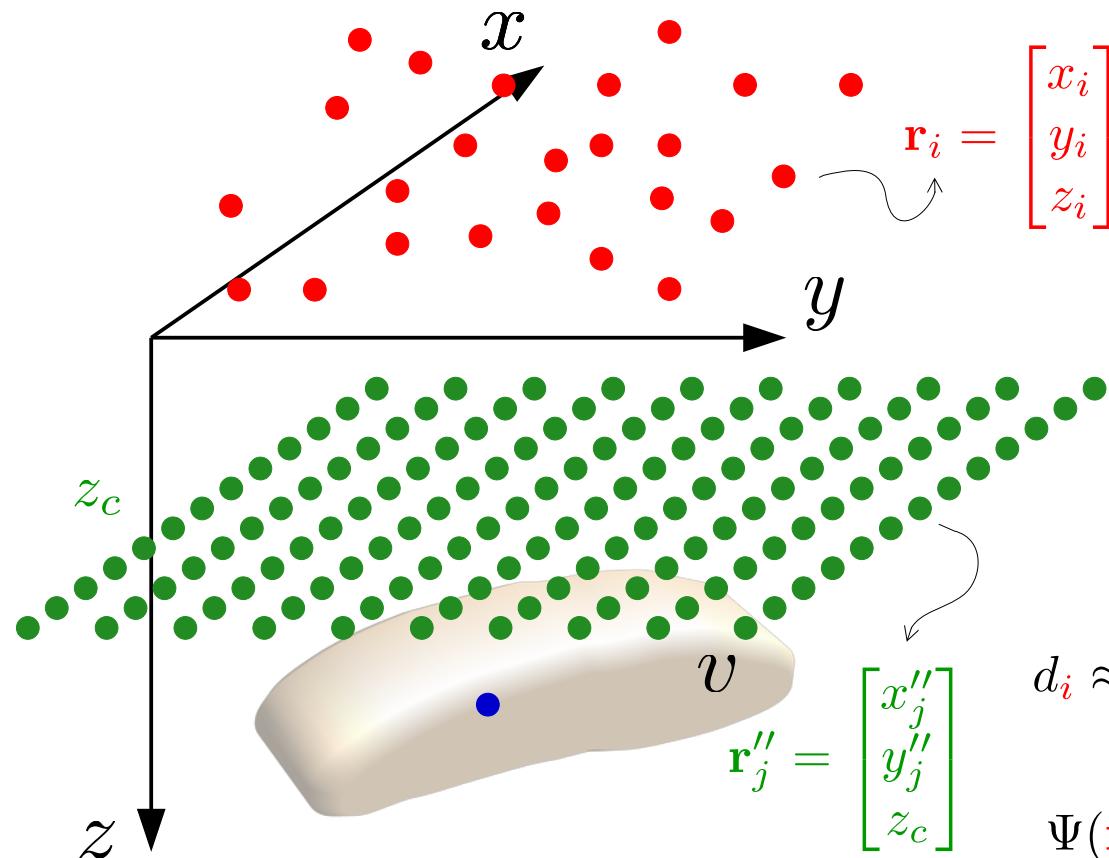
Vetor unitário que define a direção do campo geomagnético principal na área de estudo

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

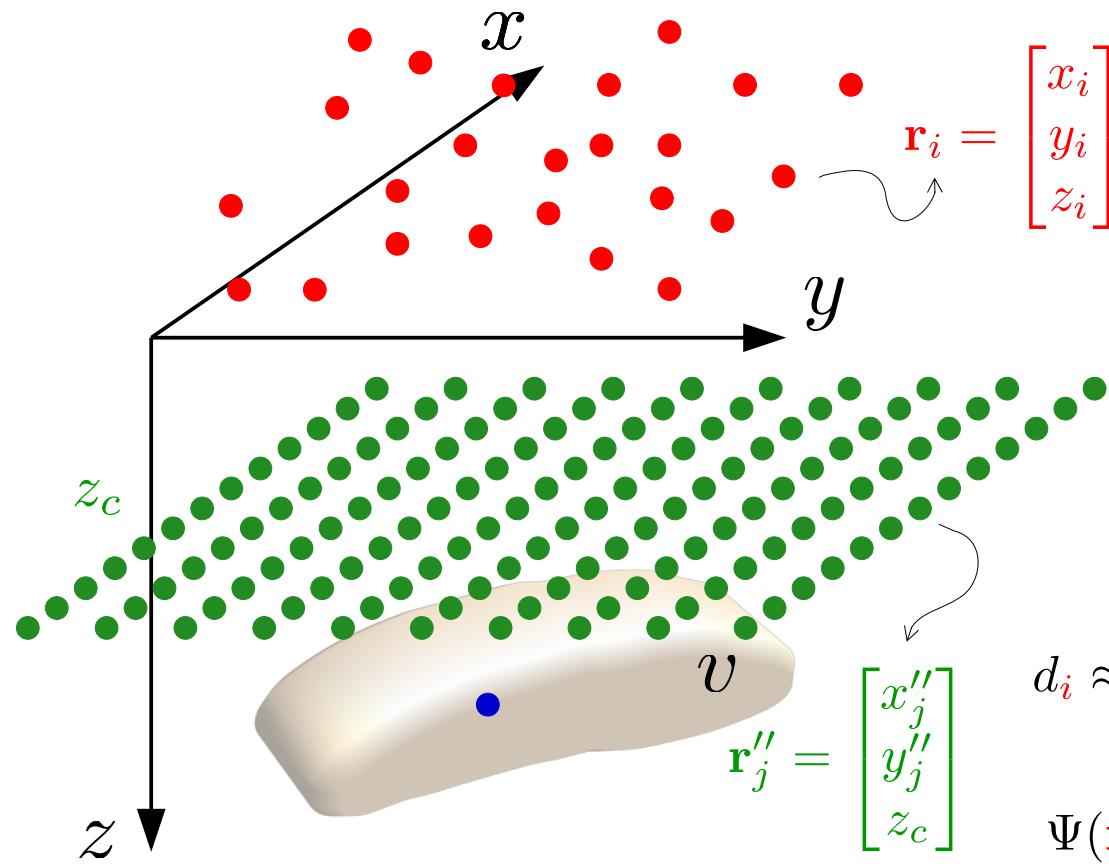
vetor unitário que define a direção de magnetização total dos dipolos

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

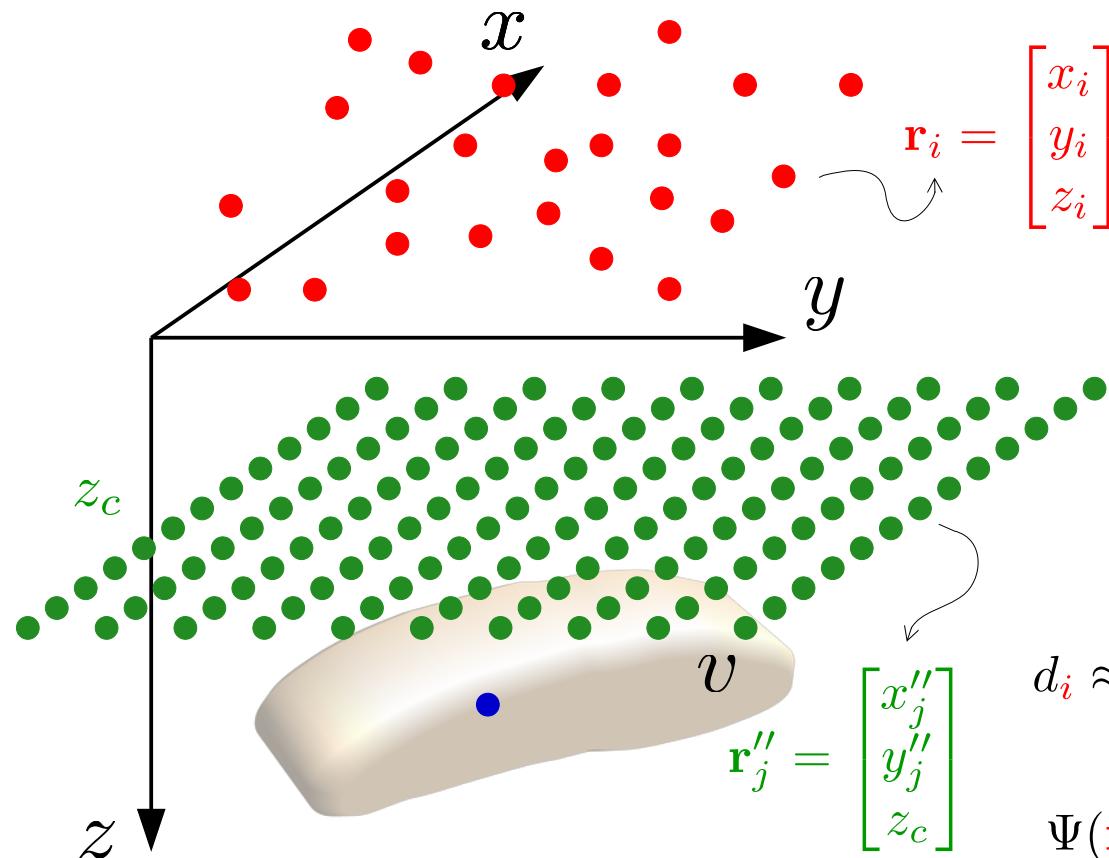
Esta direção pode ser arbitrária

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

Campo magnético



intensidade de
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

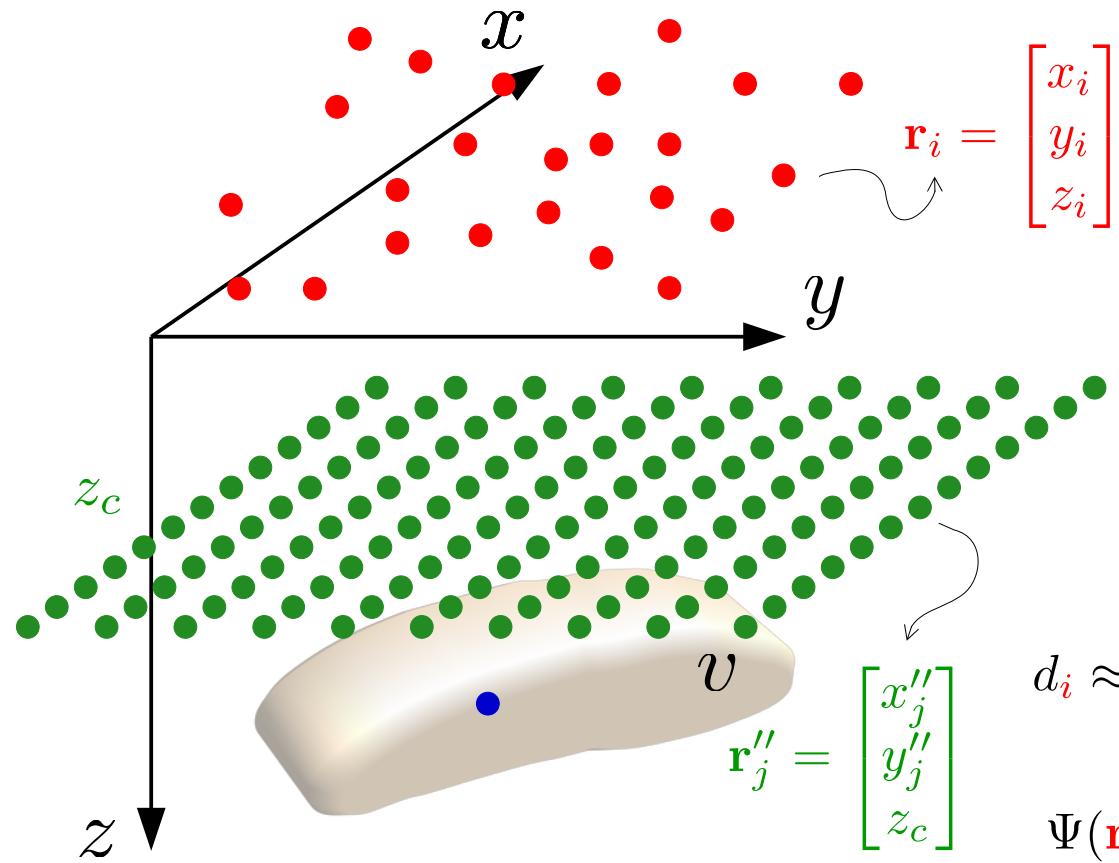
$$\mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \begin{bmatrix} \partial_{xx} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \end{bmatrix}$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Novamente, a técnica da camada equivalente consiste em resolver este sistema para \mathbf{p}

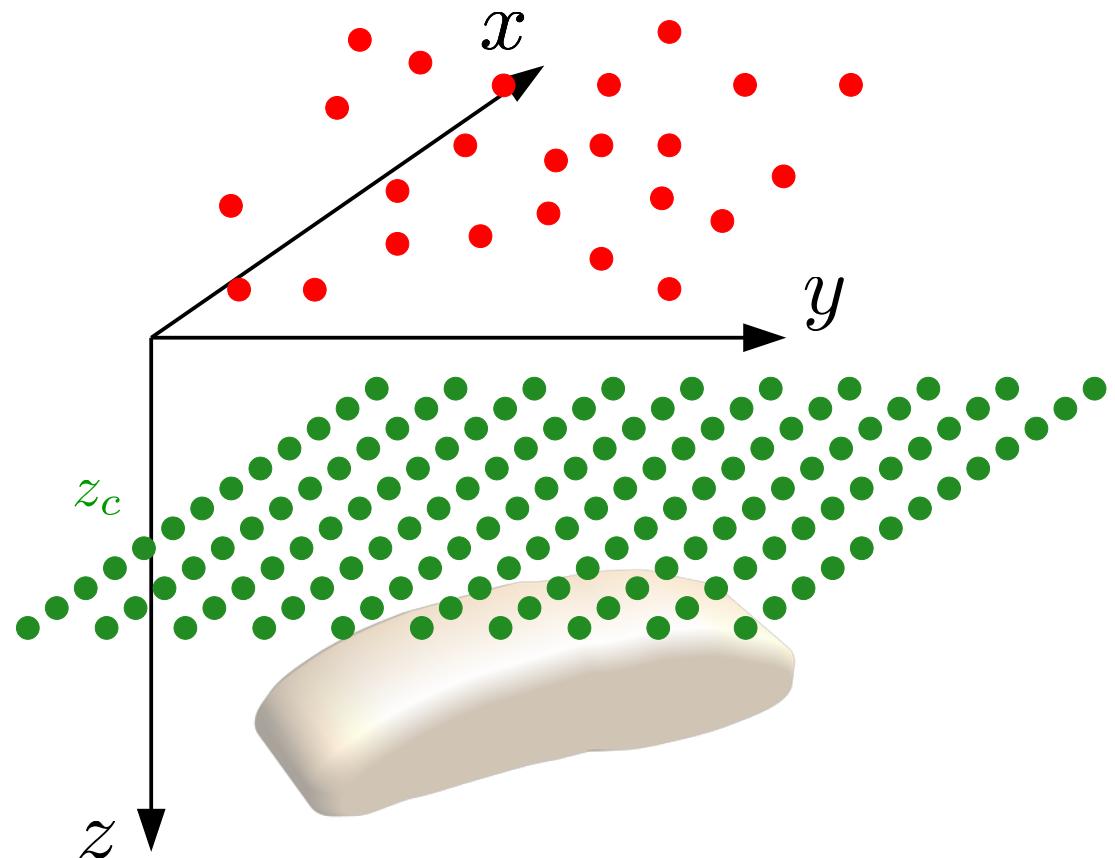
$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

intensidade de magnetização total

Camada equivalente

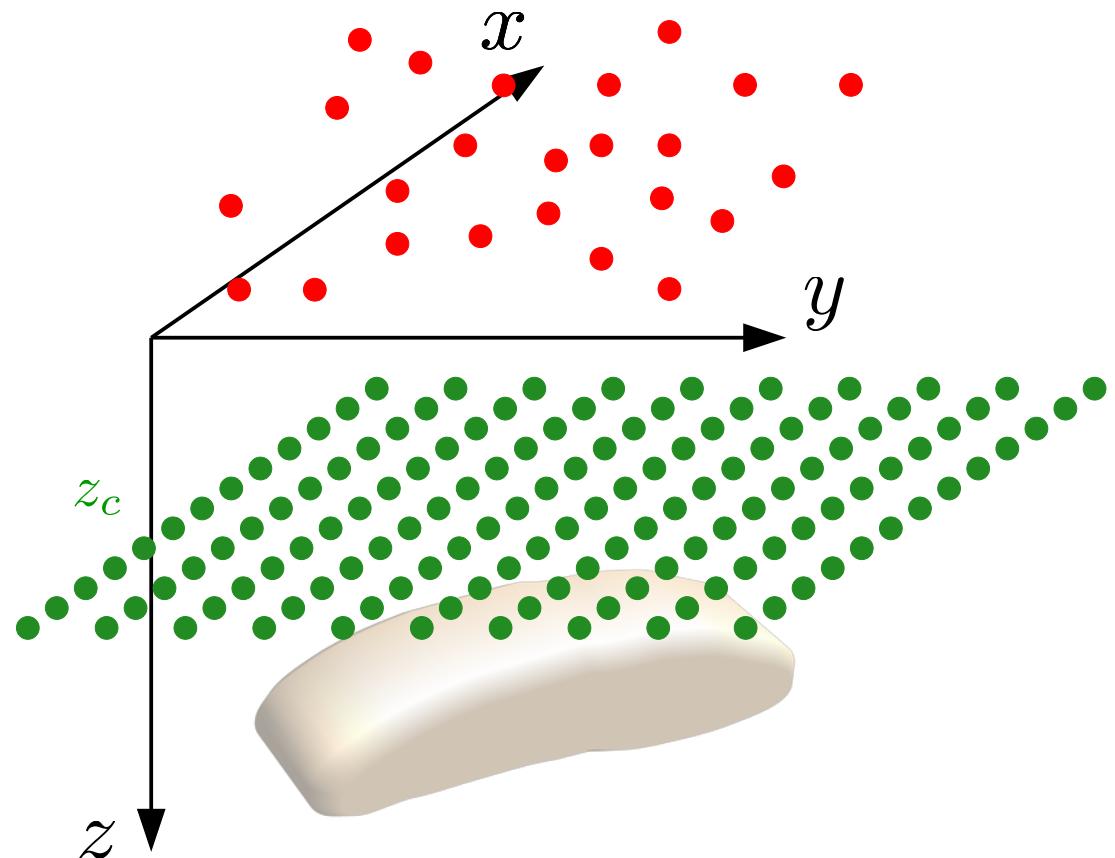
$$d \approx A p$$



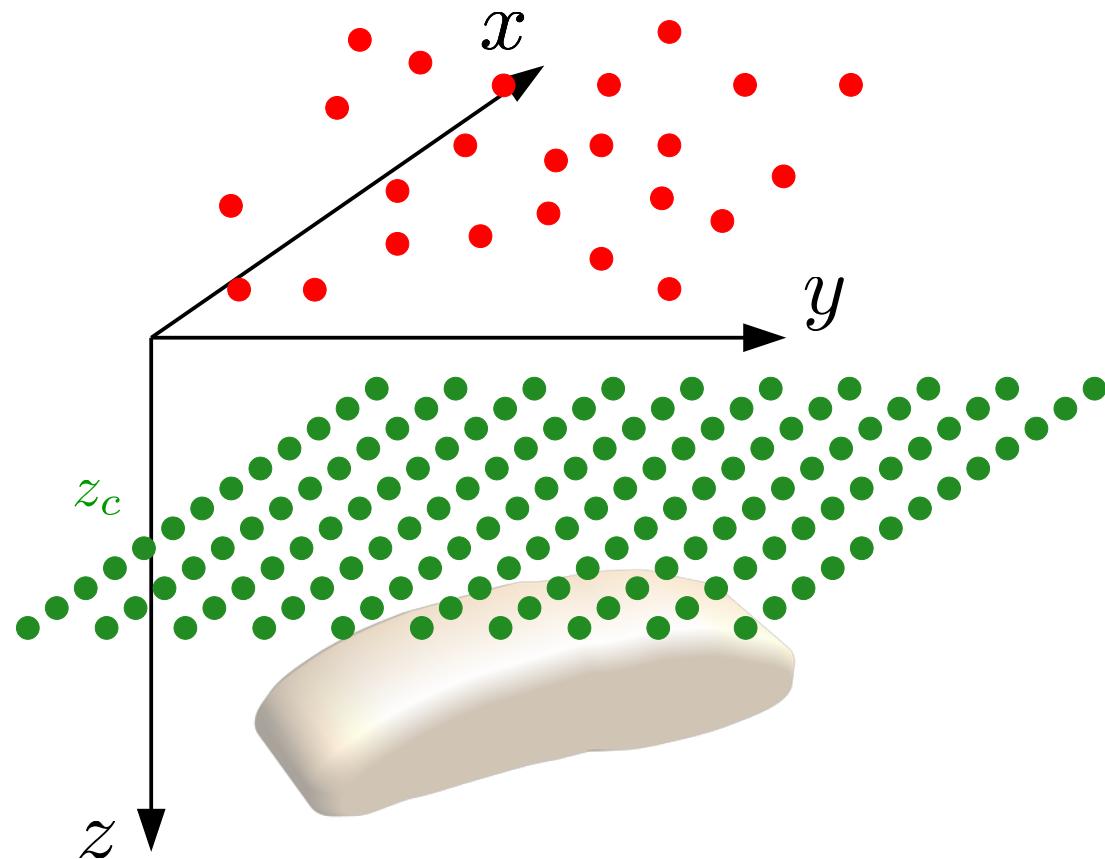
Camada equivalente

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Resolver este sistema para \mathbf{p}



Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

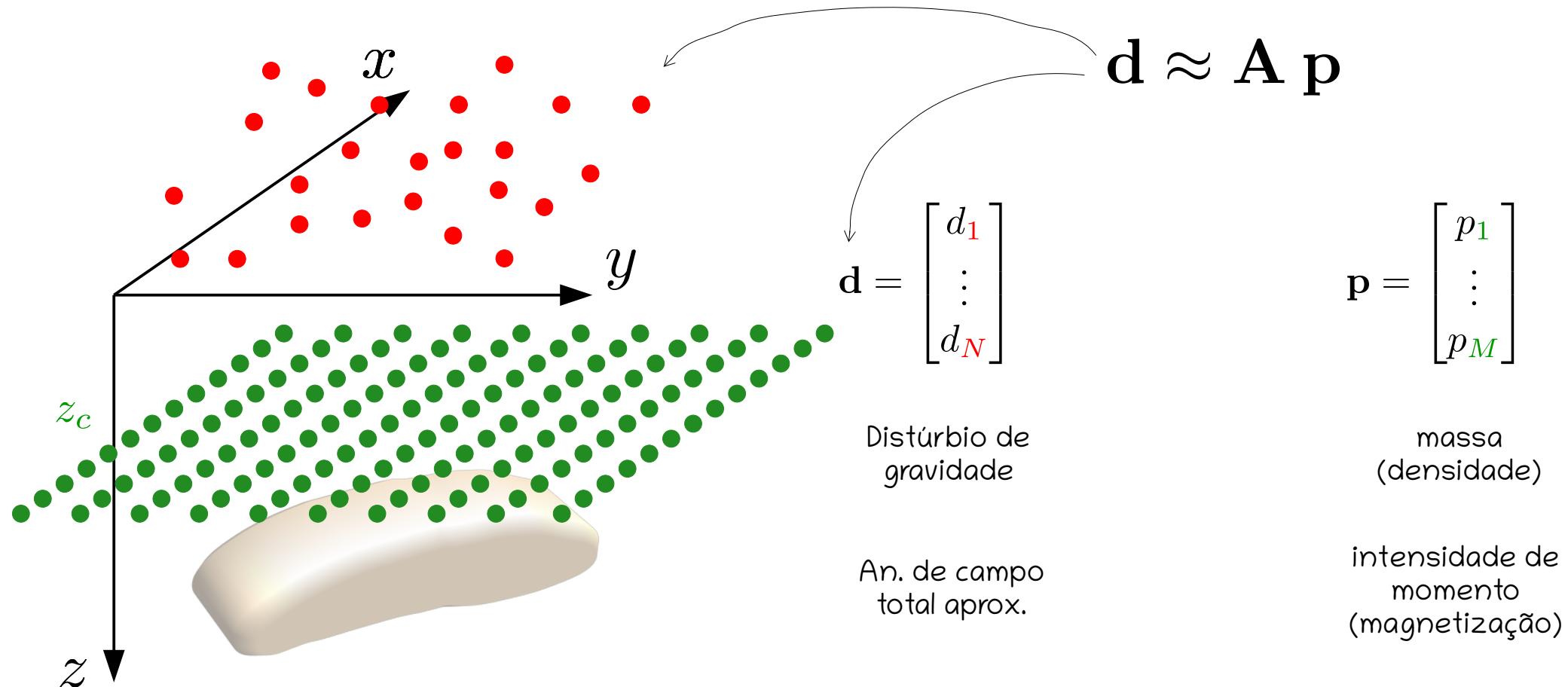
A diagram showing a wavy curve with two arrows: one pointing upwards and to the left, and another pointing downwards and to the right, illustrating a flow or mapping between two spaces.

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

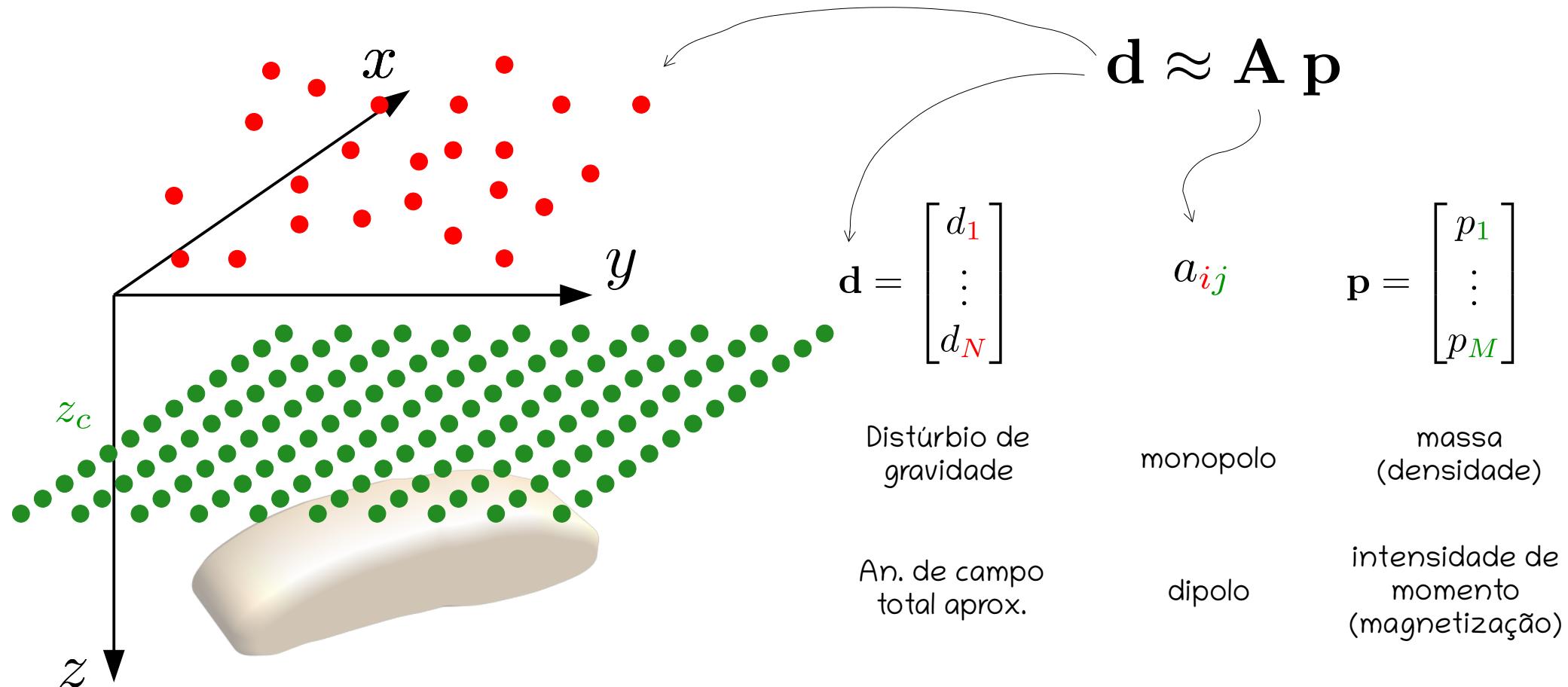
massa
(densidade)

intensidade de
momento
(magnetizaçāo)

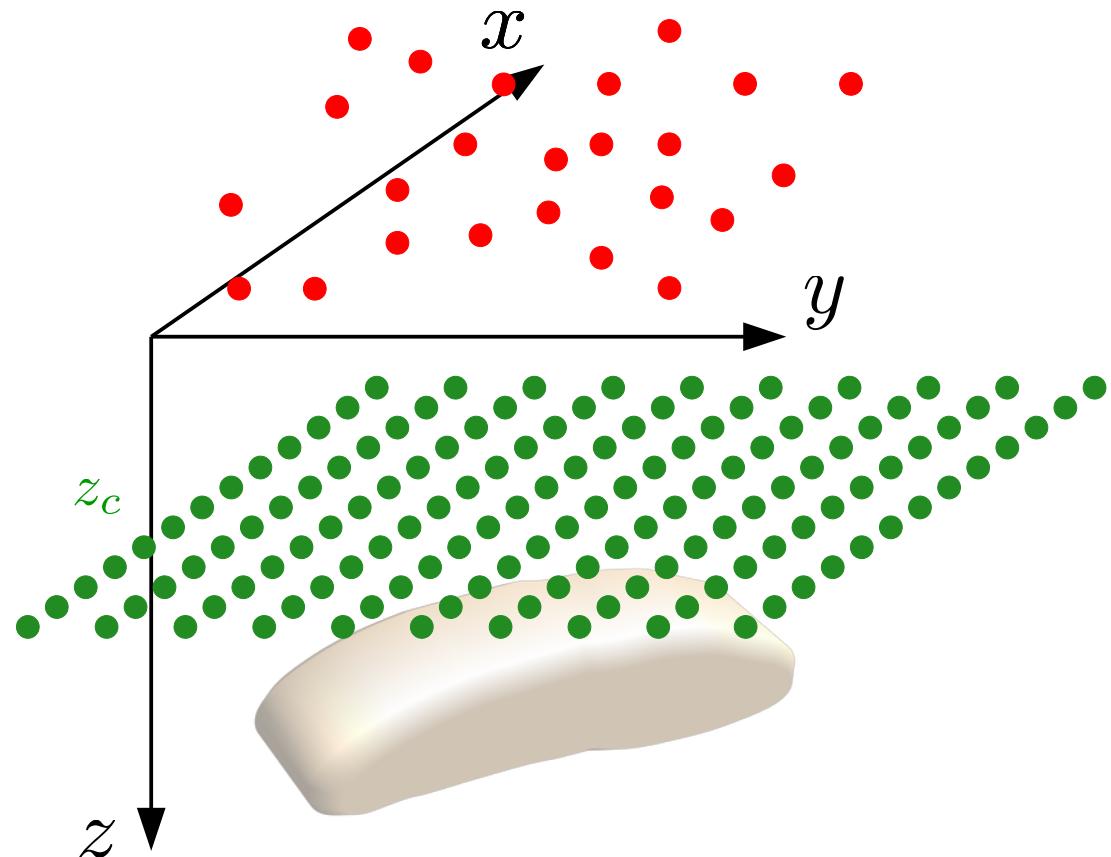
Camada equivalente



Camada equivalente



Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

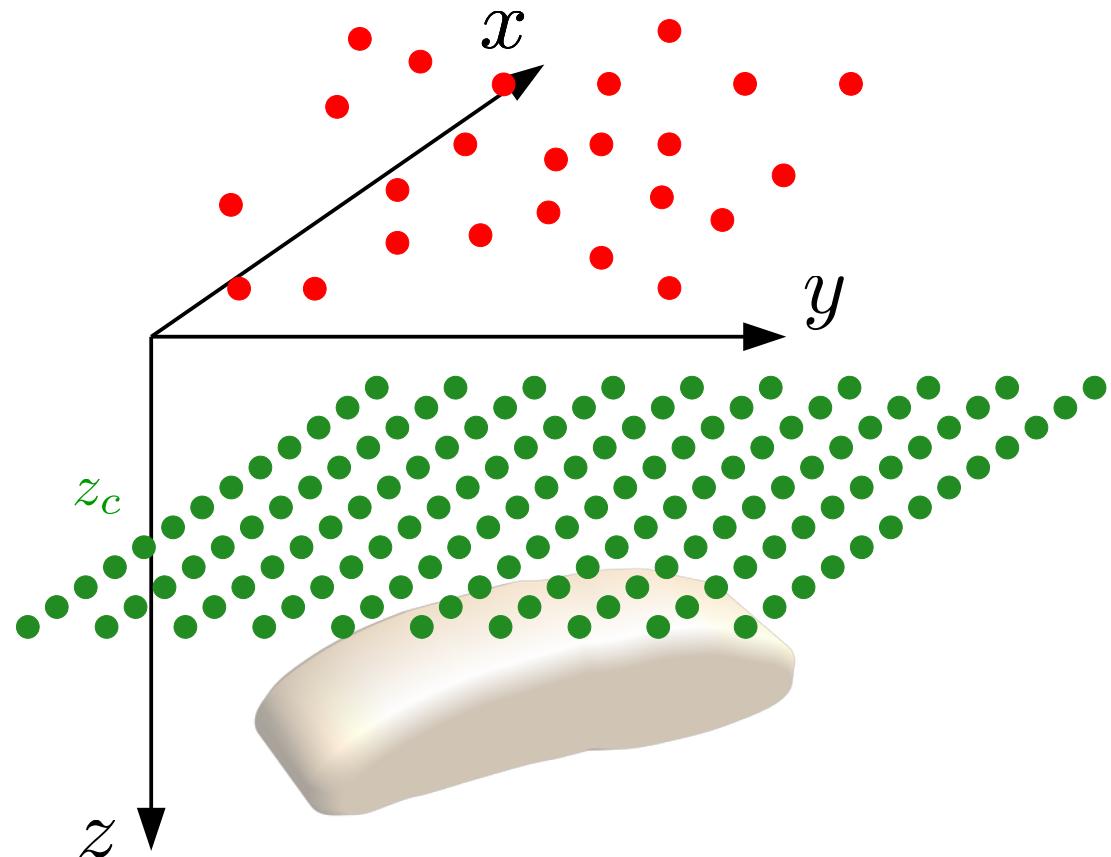
$$a_{ij}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

Transformação de campo potencial

Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

$$a_{ij}$$

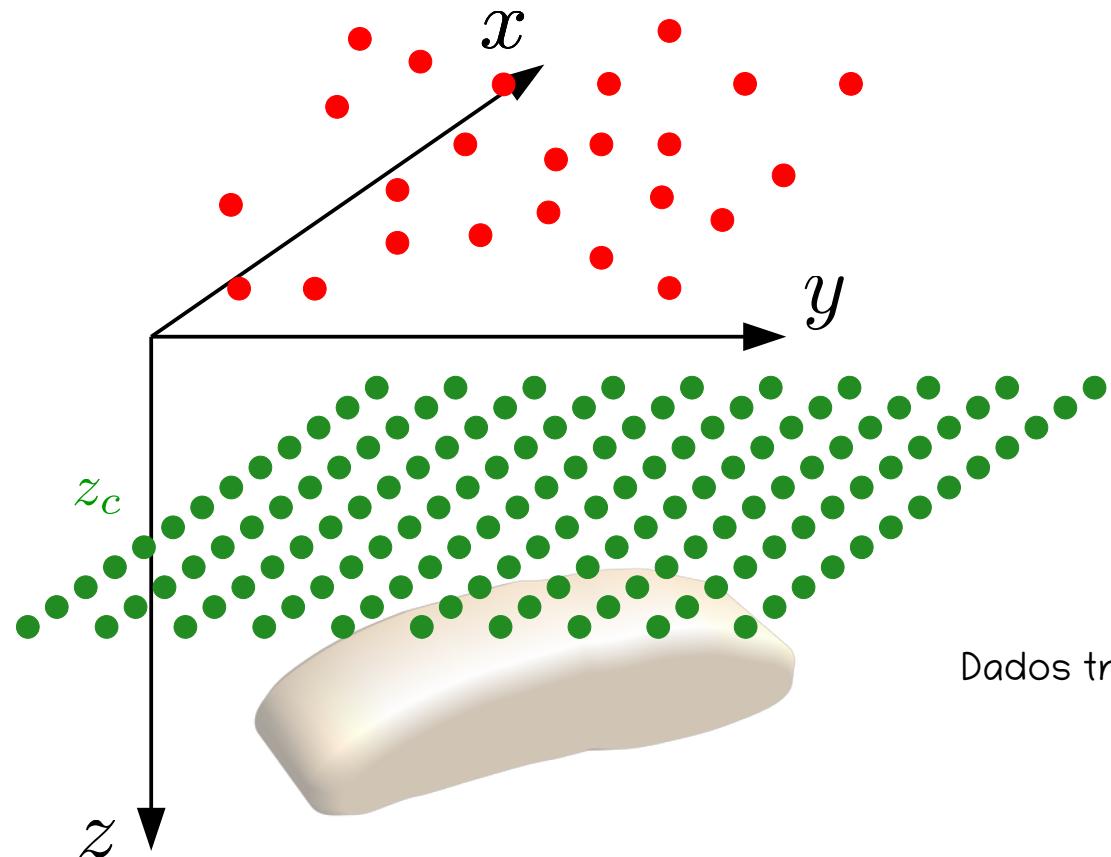
$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

↙

Vetor \mathbf{p} estimado

Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

 a_{ij}

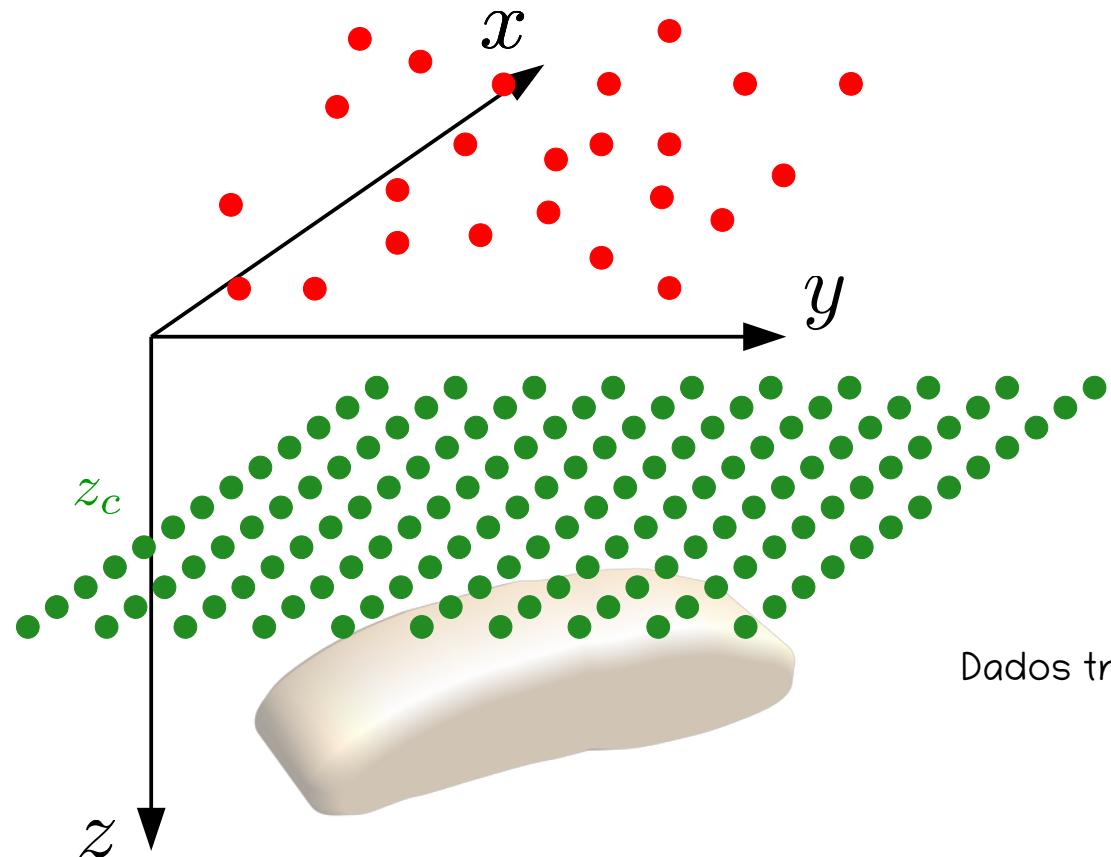
$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

Dados transformados

Vetor \mathbf{p} estimado

Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

$$a_{ij}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

Dados transformados

$$t_{kj}$$

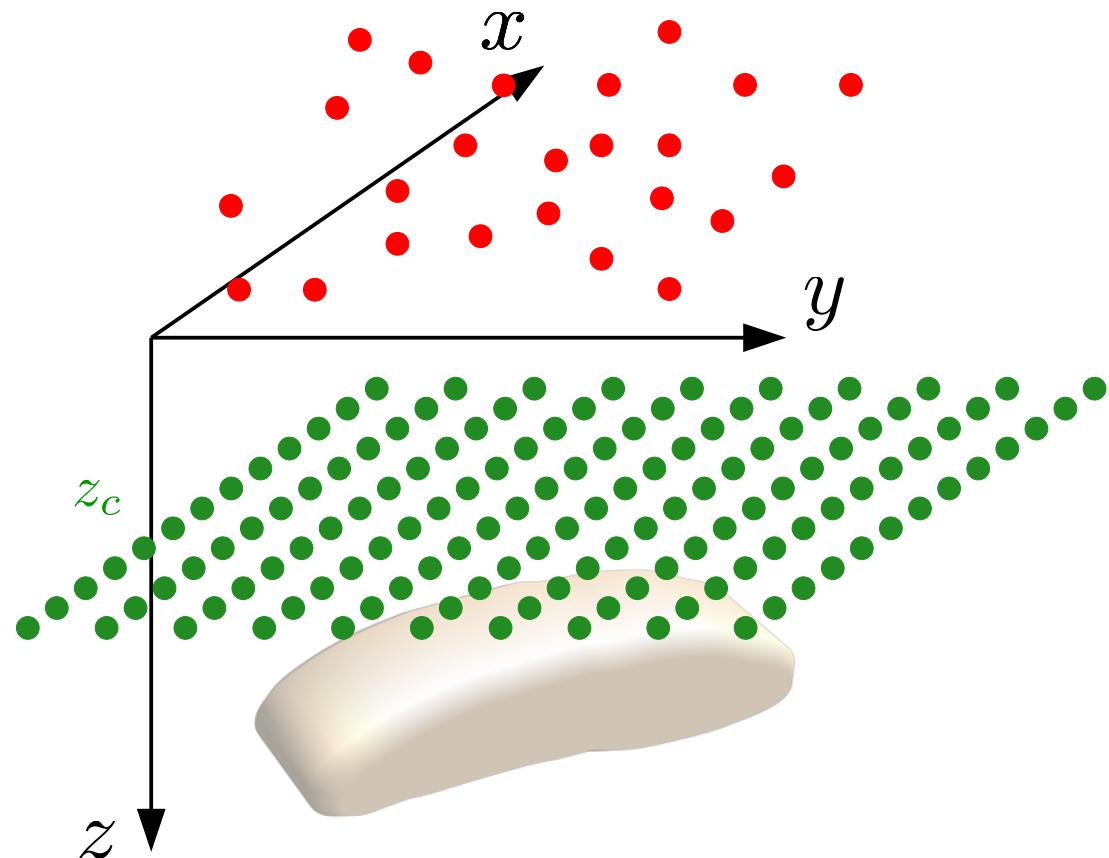
interpolação,
continuação p/ cima,
redução ao polo ...

Vetor \mathbf{p} estimado

Camada equivalente

$$d \approx A p$$

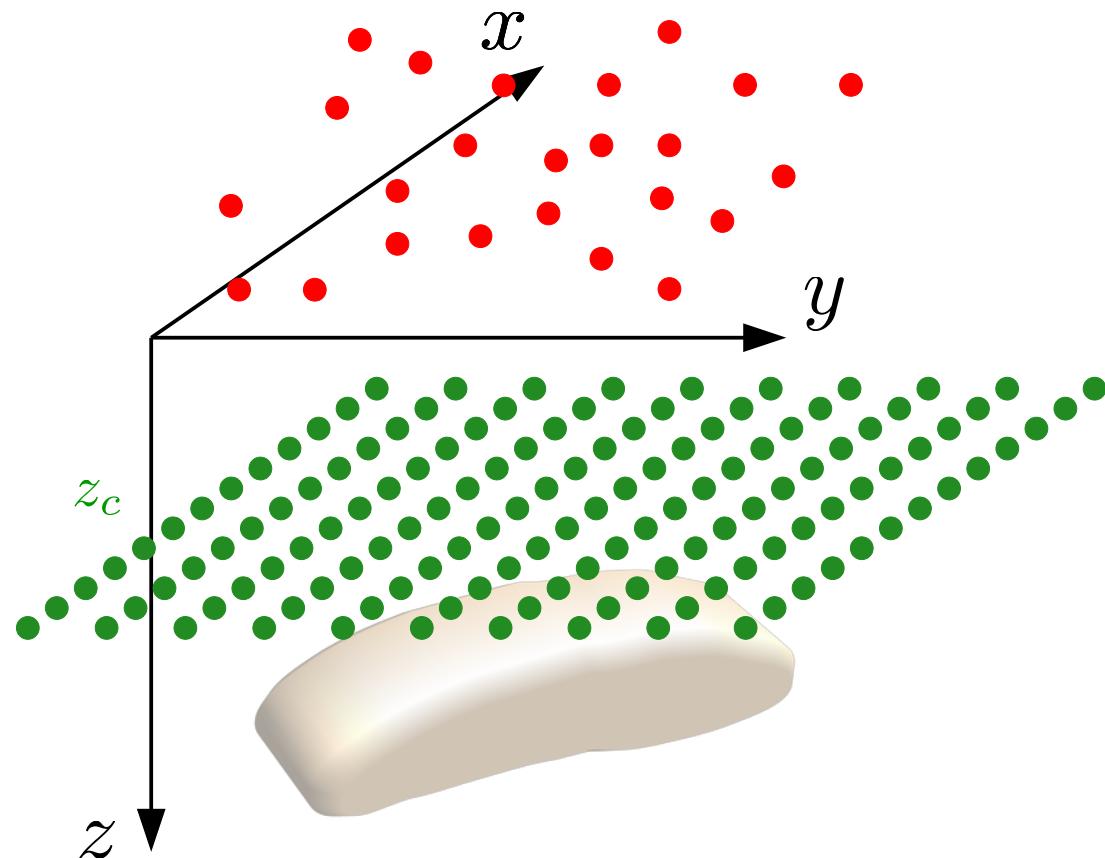
Dampney (1969) e Emilia (1973) foram os pioneiros em propor este tipo de técnica para o processamento de dados grav e mag.



Camada equivalente

$$d \approx A p$$

Dampney (1969) e Emilia (1973) foram os pioneiros em propor este tipo de técnica para o processamento de dados grav e mag.

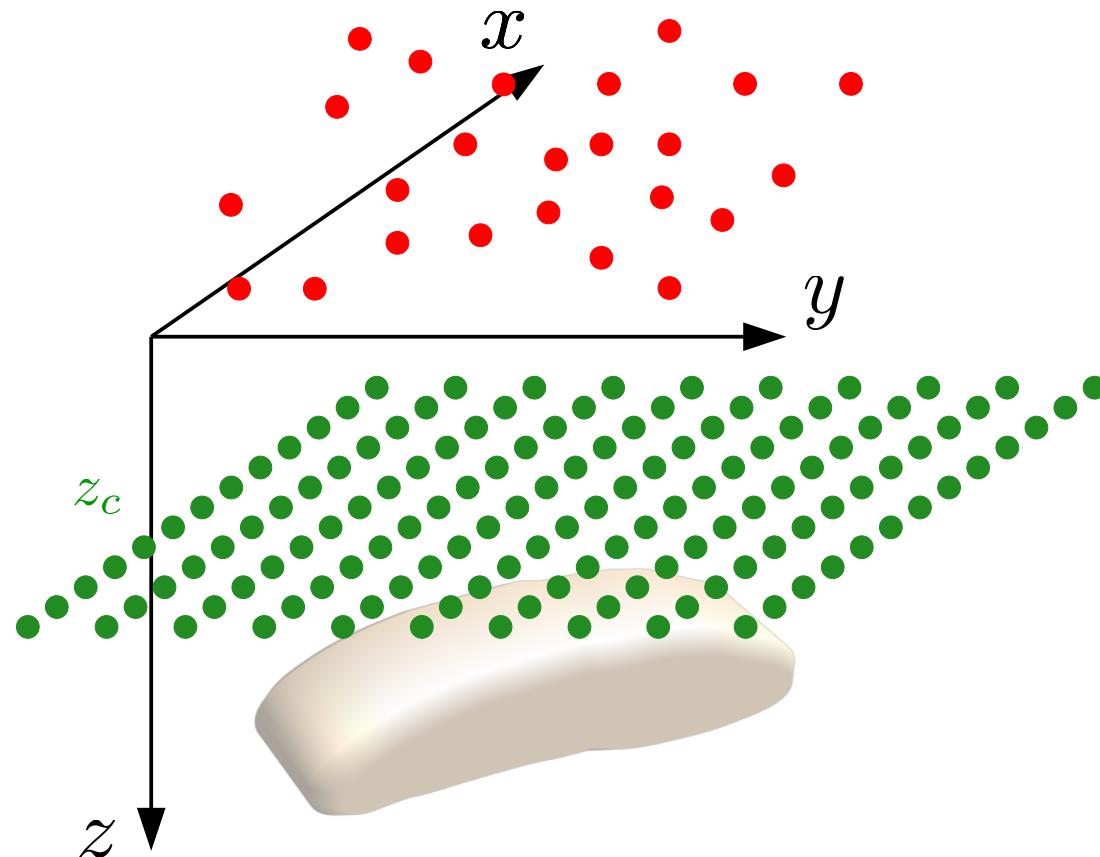


Uma quantidade considerável de trabalhos foi publicada desde então sobre a solução eficiente deste sistema linear (e.g., Leão and Silva, 1989; Cordell, 1992; Mendonça and Silva, 1994; Guspí and Novara, 2009; Li and Oldenburg, 2010; Barnes and Lumley, 2011; Oliveira Jr. et al., 2013; Siqueira et al., 2017; Mendonça, 2020; Takahashi et al., 2020; Soler and Uieda, 2021; Takahashi et al., 2022)

Camada equivalente

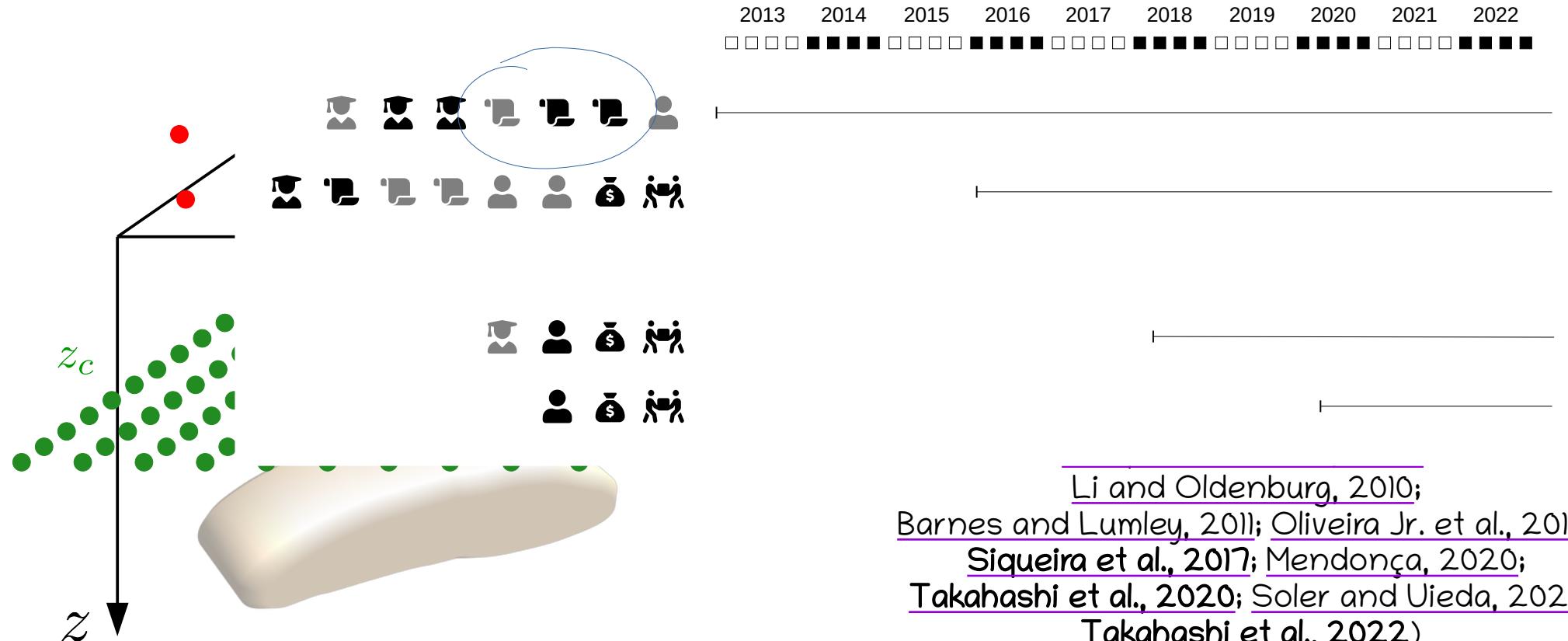
$$d \approx A p$$

Dampney (1969) e Emilia (1973) foram os pioneiros em propor este tipo de técnica para o processamento de dados grav e mag.



Uma quantidade considerável de trabalhos foi publicada desde então sobre a solução eficiente deste sistema linear (e.g., Leão and Silva, 1989; Cordell, 1992; Mendonça and Silva, 1994; Guspí and Novara, 2009; Li and Oldenburg, 2010; Barnes and Lumley, 2011; Oliveira Jr. et al., 2013; Siqueira et al., 2017; Mendonça, 2020; Takahashi et al., 2020; Soler and Uieda, 2021; Takahashi et al., 2022)

Camada equivalente



Li and Oldenburg, 2010;
Barnes and Lumley, 2011; Oliveira Jr. et al., 2013;
Siqueira et al., 2017; Mendonça, 2020;
Takahashi et al., 2020; Soler and Uieda, 2021;
Takahashi et al., 2022)

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- **Técnica da camada equivalente**
- Desenvolvimentos teóricos

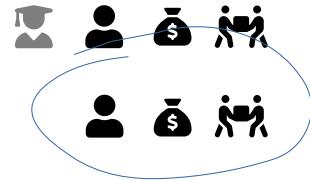
3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- Técnica da camada equivalente
- **Desenvolvimentos teóricos**

2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022



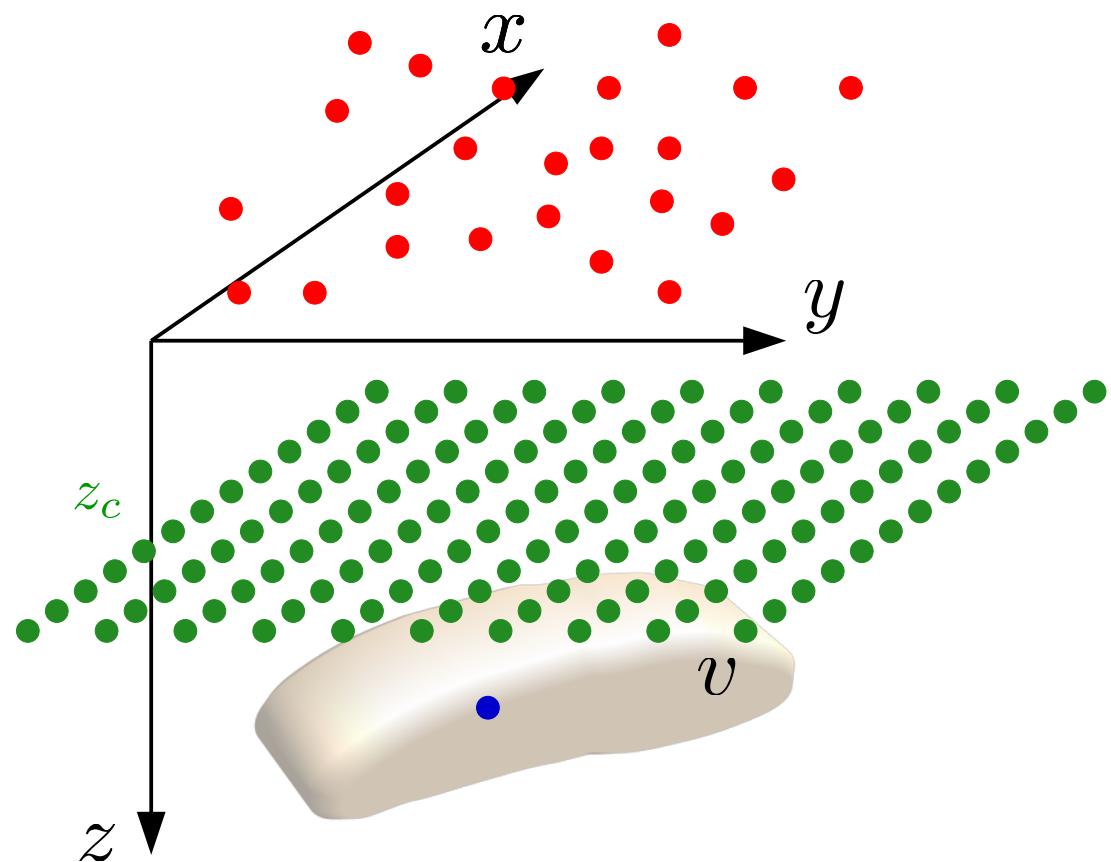
- Da



- Té

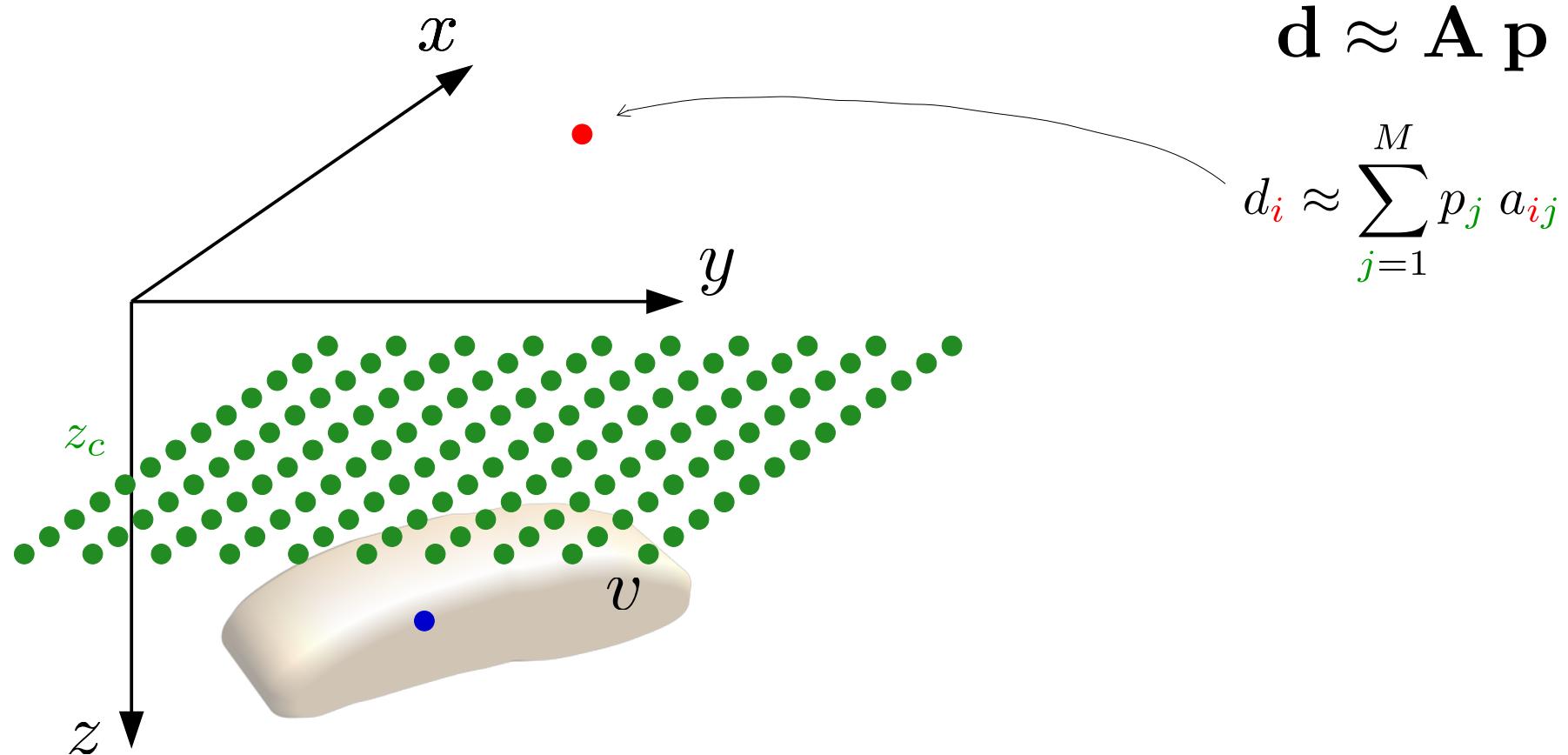


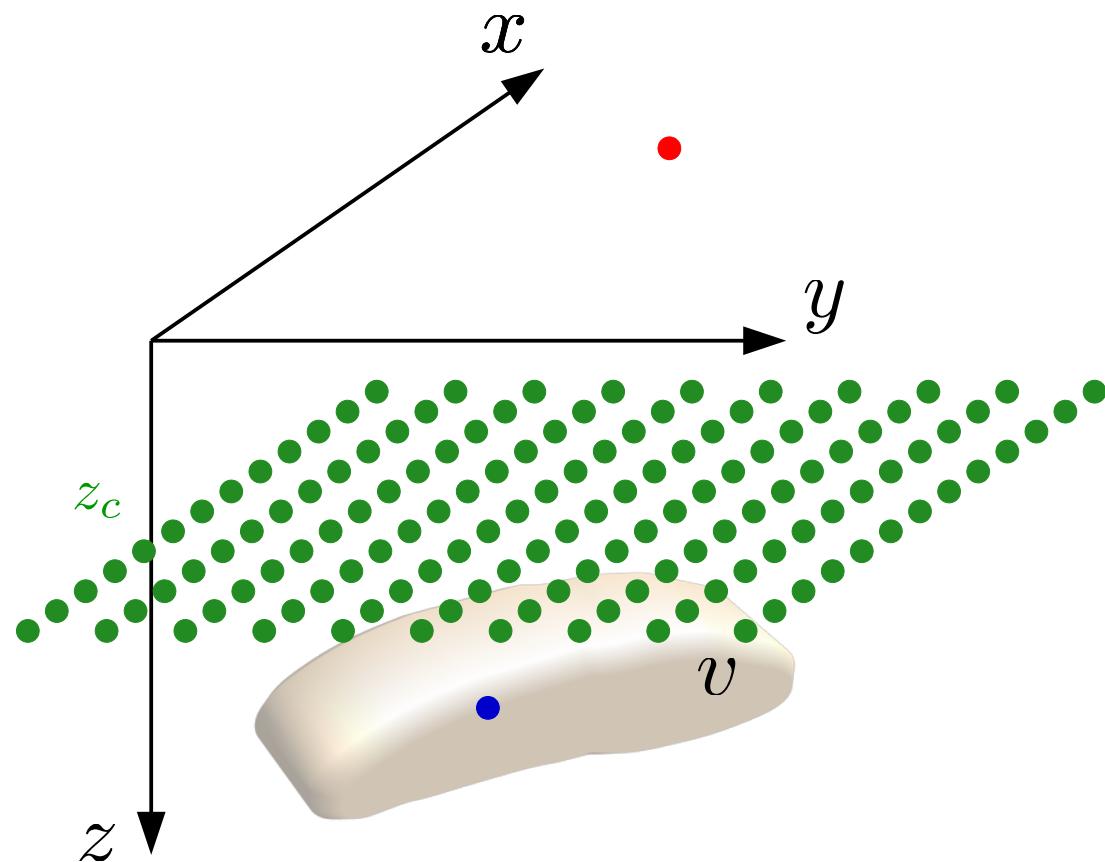
- **Desenvolvimentos teóricos**



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Retornemos ao sistema linear
para estimar uma camada
equivalente discreta

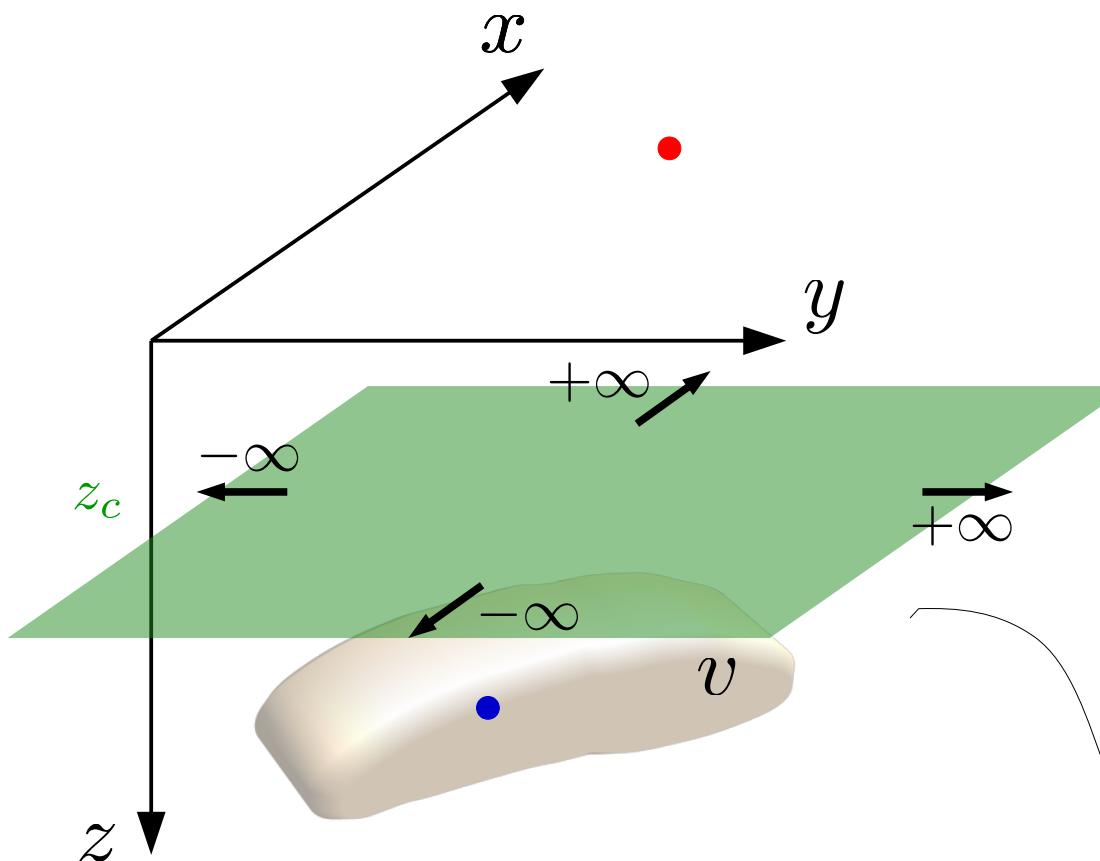




$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$d_{\textcolor{red}{i}} \approx \sum_{j=1}^M p_{\textcolor{green}{j}} a_{\textcolor{red}{i}j}$$

Conjunto finito de pontos que
definem a camada equivalente discreta



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

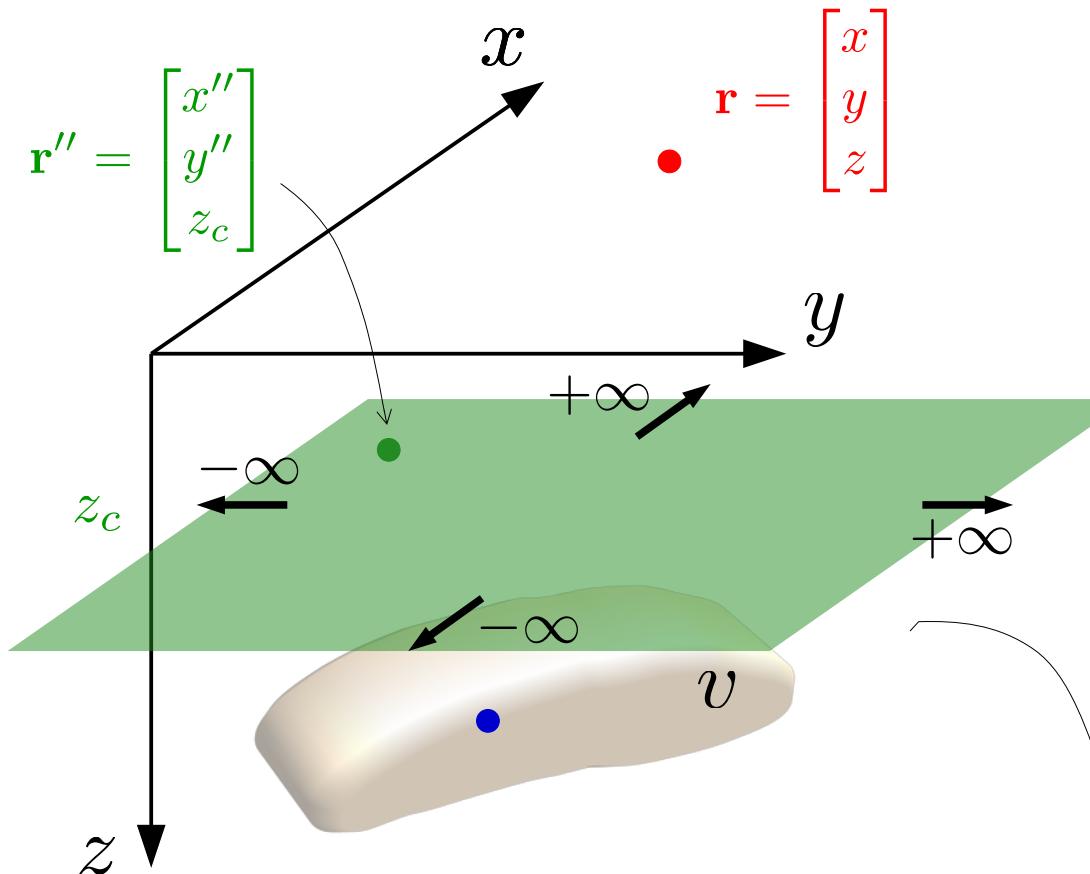
$$d_{\textcolor{red}{i}} \approx \sum_{j=1}^M p_{\textcolor{green}{j}} a_{\textcolor{red}{i}j}$$

Conjunto finito de pontos que definem a **camada equivalente discreta**

$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Plano horizontal infinito que define uma **camada equivalente continua**

$\curvearrowright dx'' dy''$



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

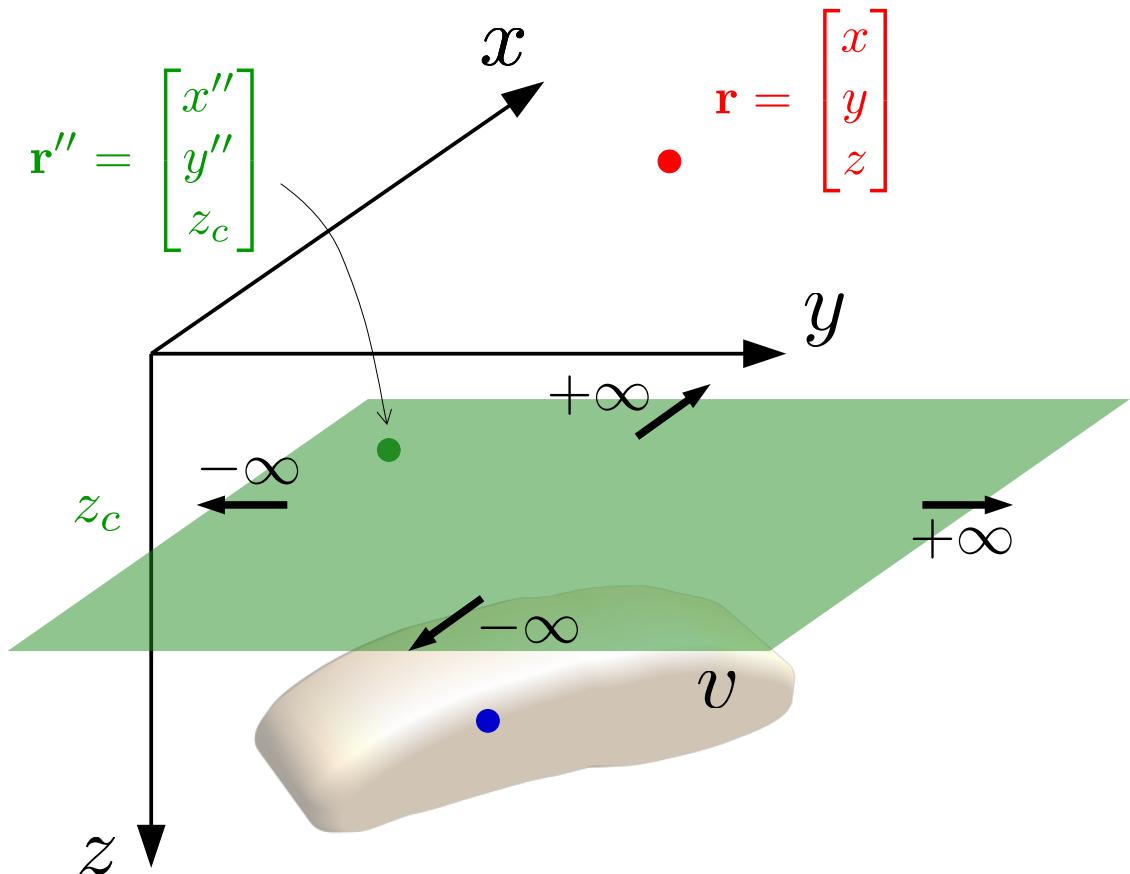
$$d_{\textcolor{red}{i}} \approx \sum_{j=1}^M p_{\textcolor{green}{j}} a_{\textcolor{red}{i}j}$$

Conjunto finito de pontos que definem a **camada equivalente discreta**

$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

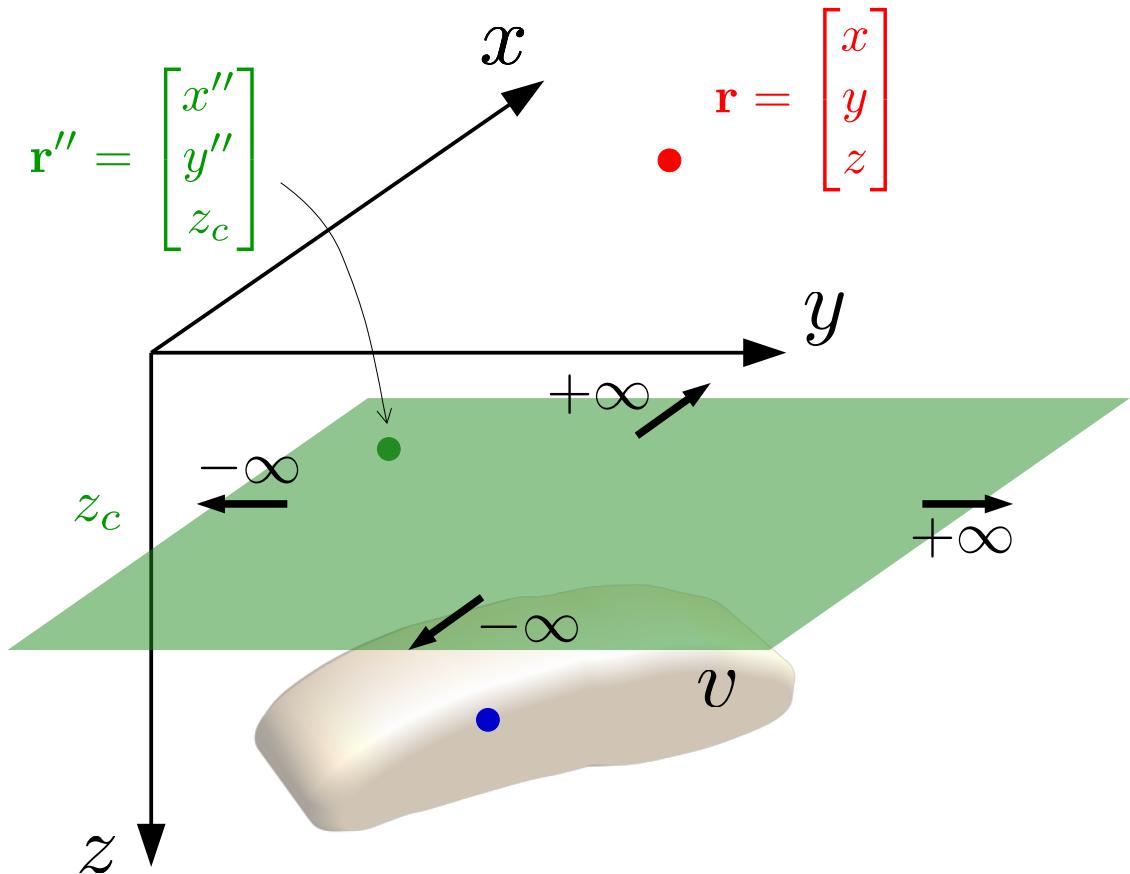
Plano horizontal infinito que define uma **camada equivalente continua**

$dx'' dy''$



Equação integral para uma distribuição de propriedade física contínua $p(\mathbf{r}'')$

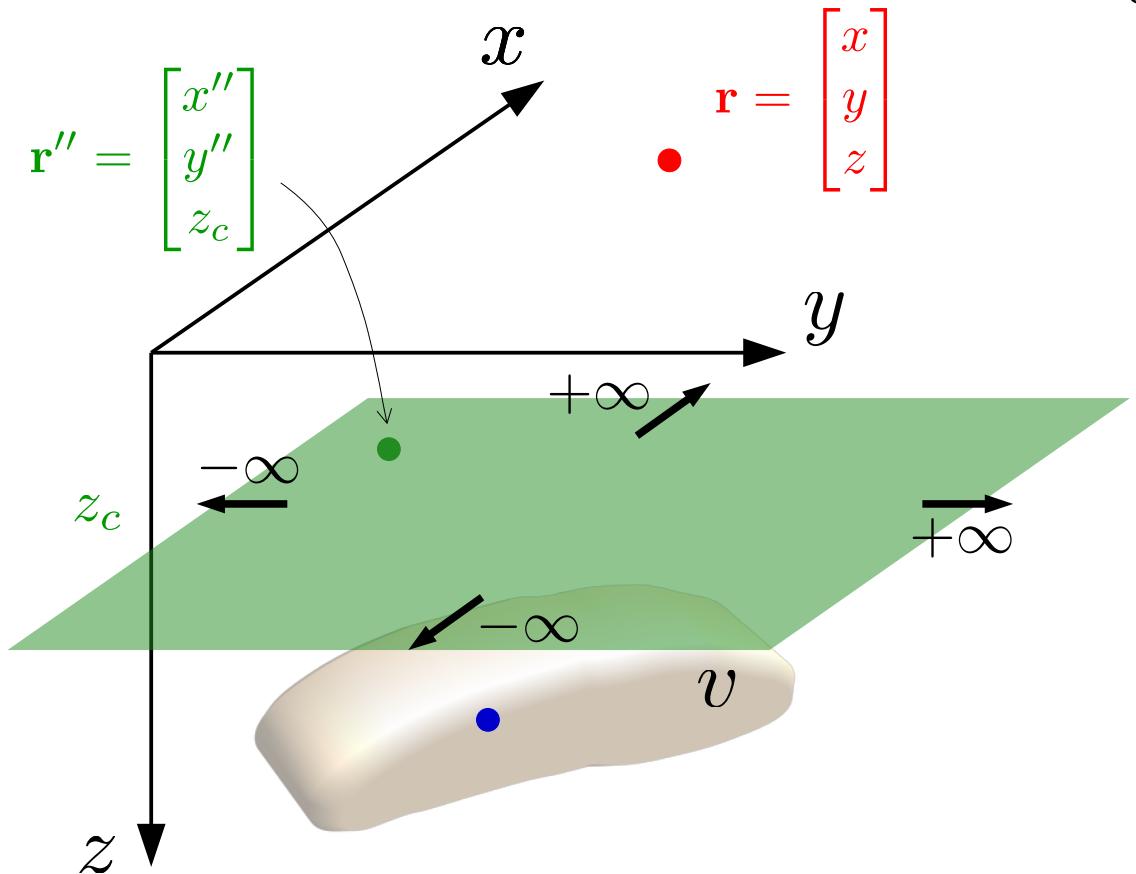
$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' dx'' dy''$$



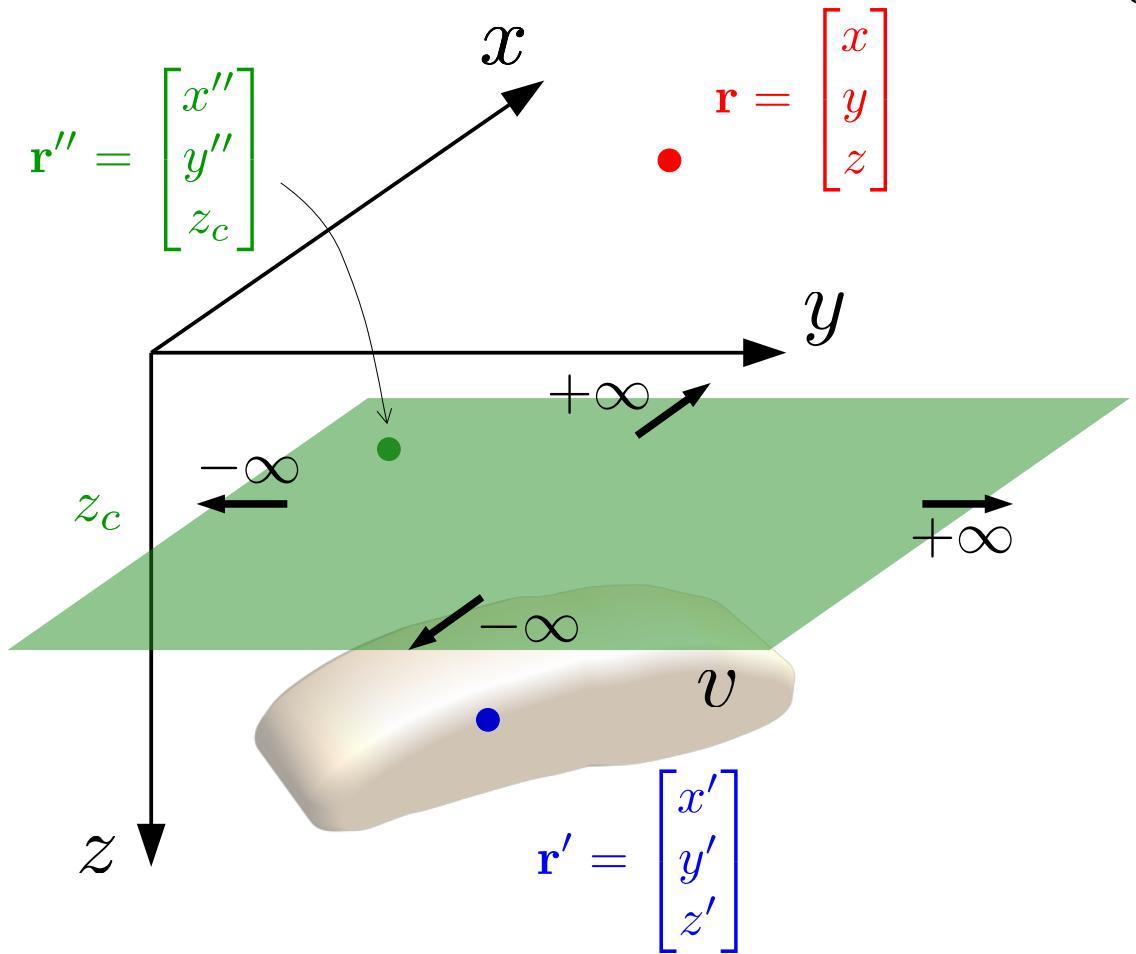
Soluções para esta equação podem ser definidas a partir de problemas de valor de contorno da Teoria do Potencial

$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

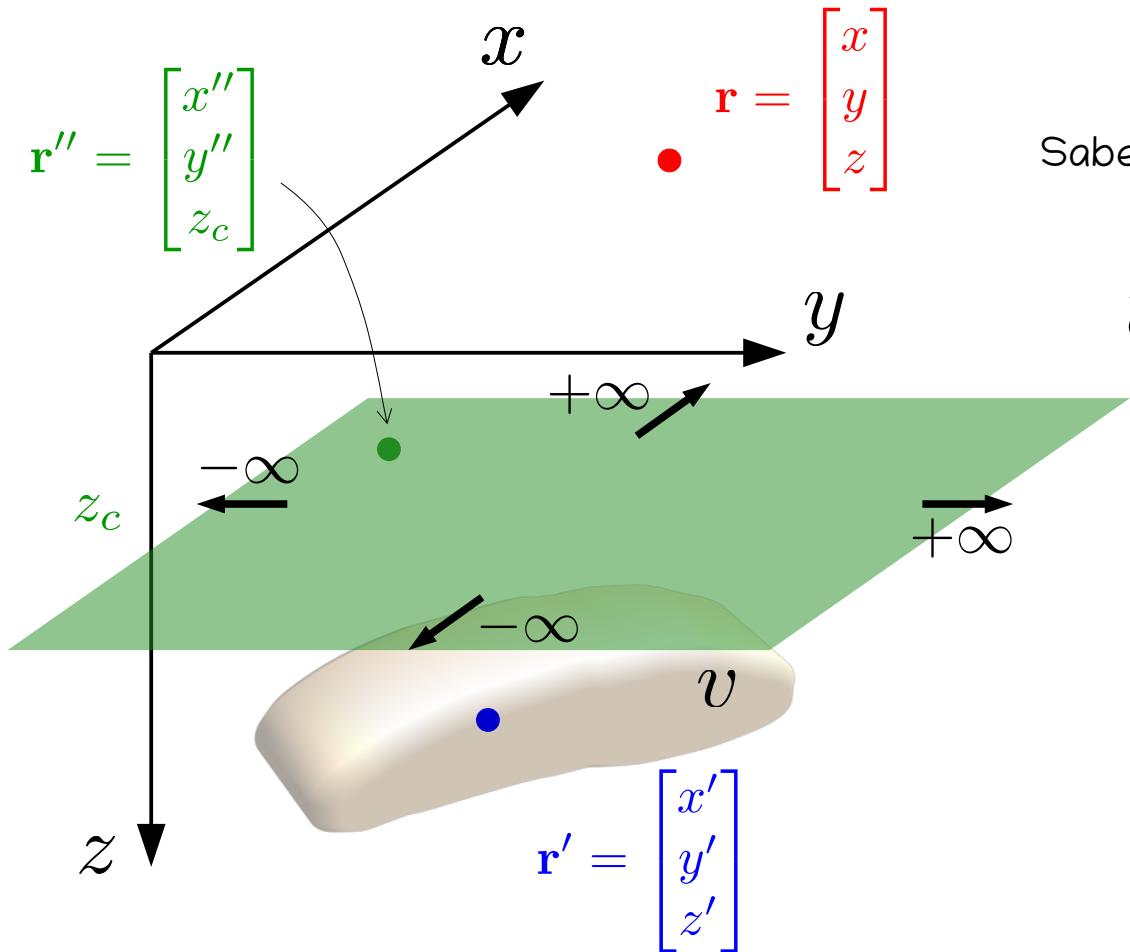
$\curvearrowright dx'' dy''$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

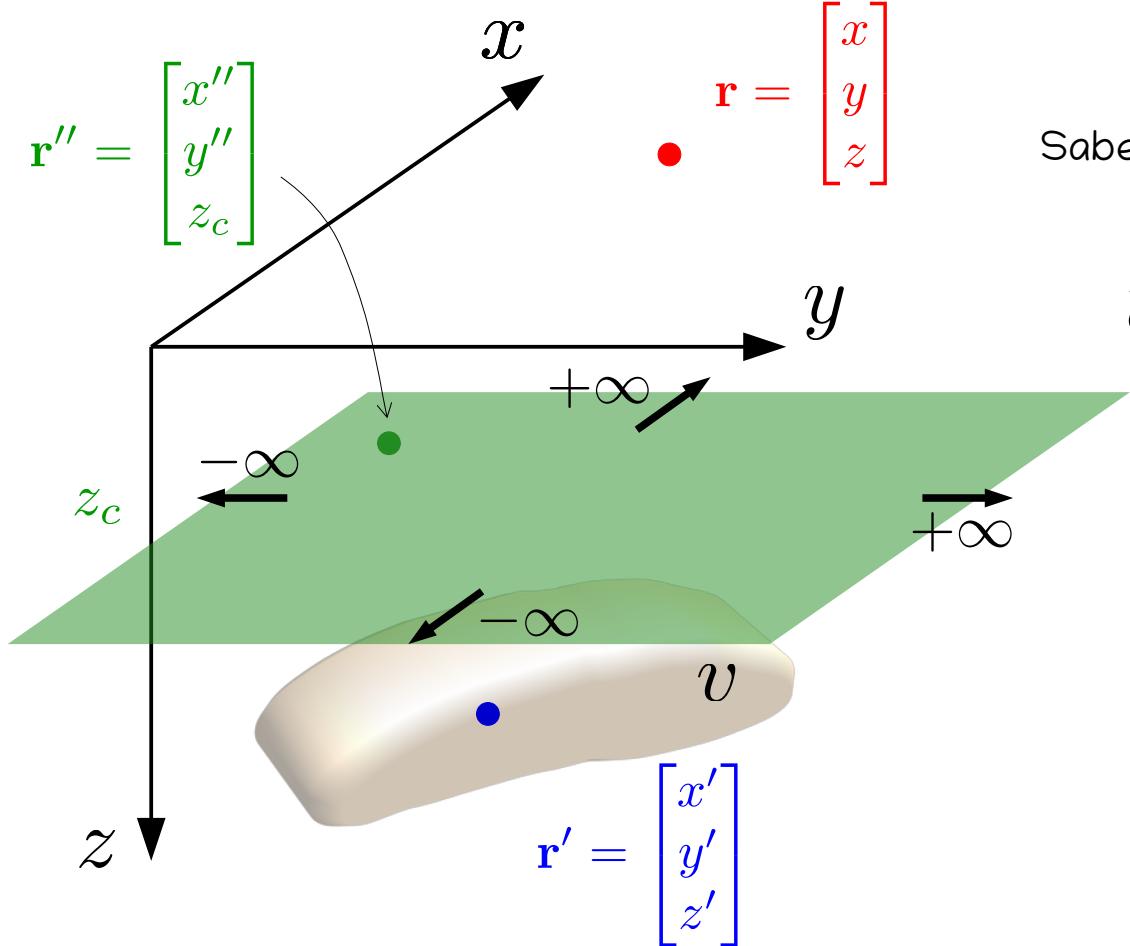


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano



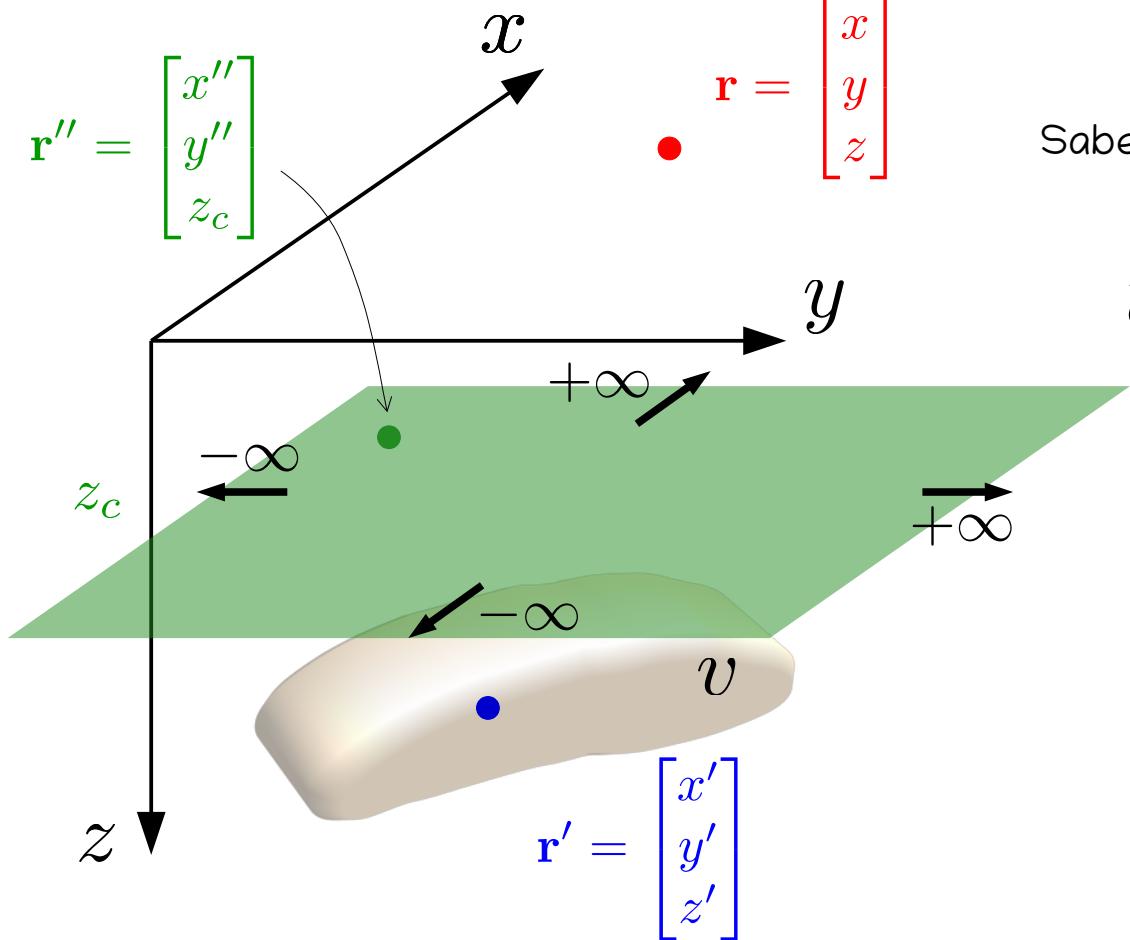
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

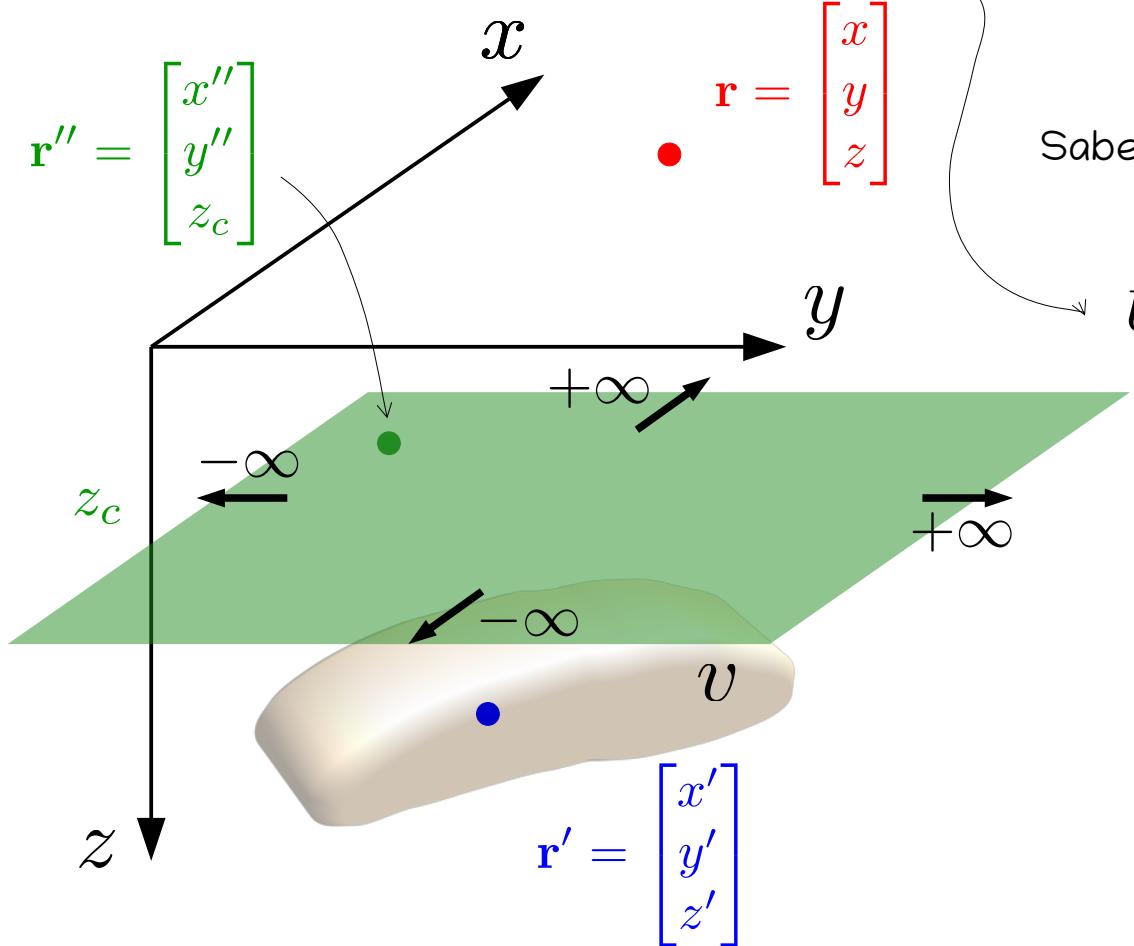
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Praticamente tudo o que se sabe ou é assumido como verdade sem nenhuma prova sobre a camada equivalente pode ser deduzido a partir desta equação



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

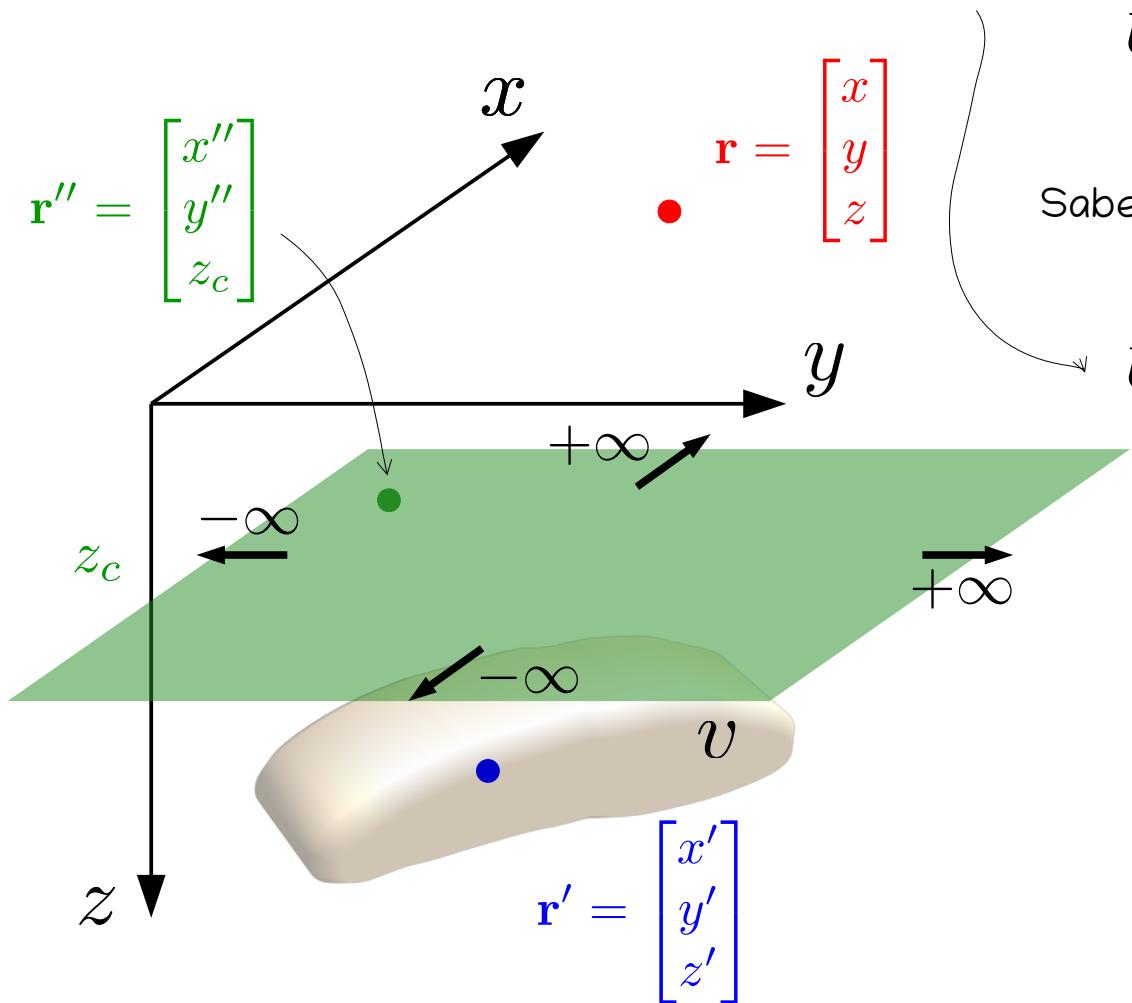
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

A seguir apresento 4 resultados deduzidos a partir desta equação e que são a base teórica para transformações de campos potenciais comumente encontradas na literatura



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

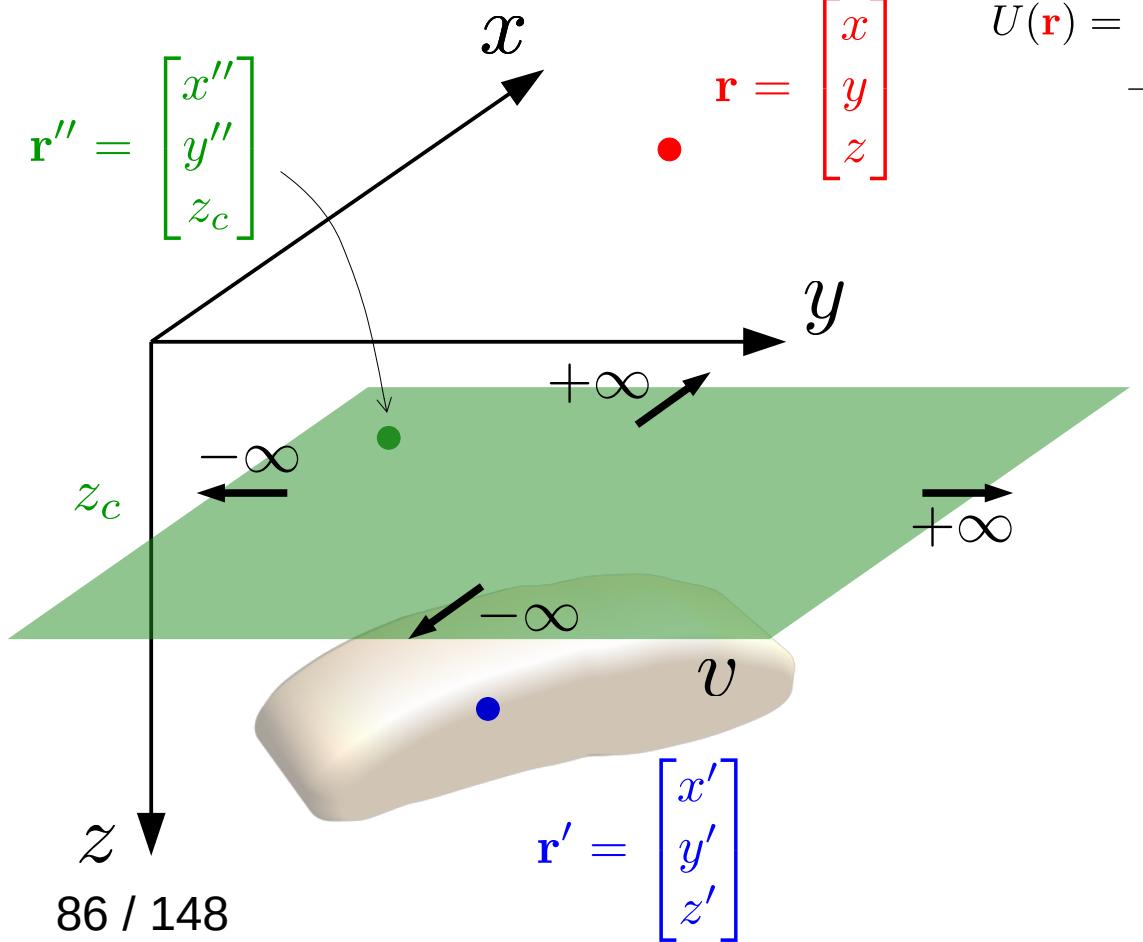
$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Nossa colo:

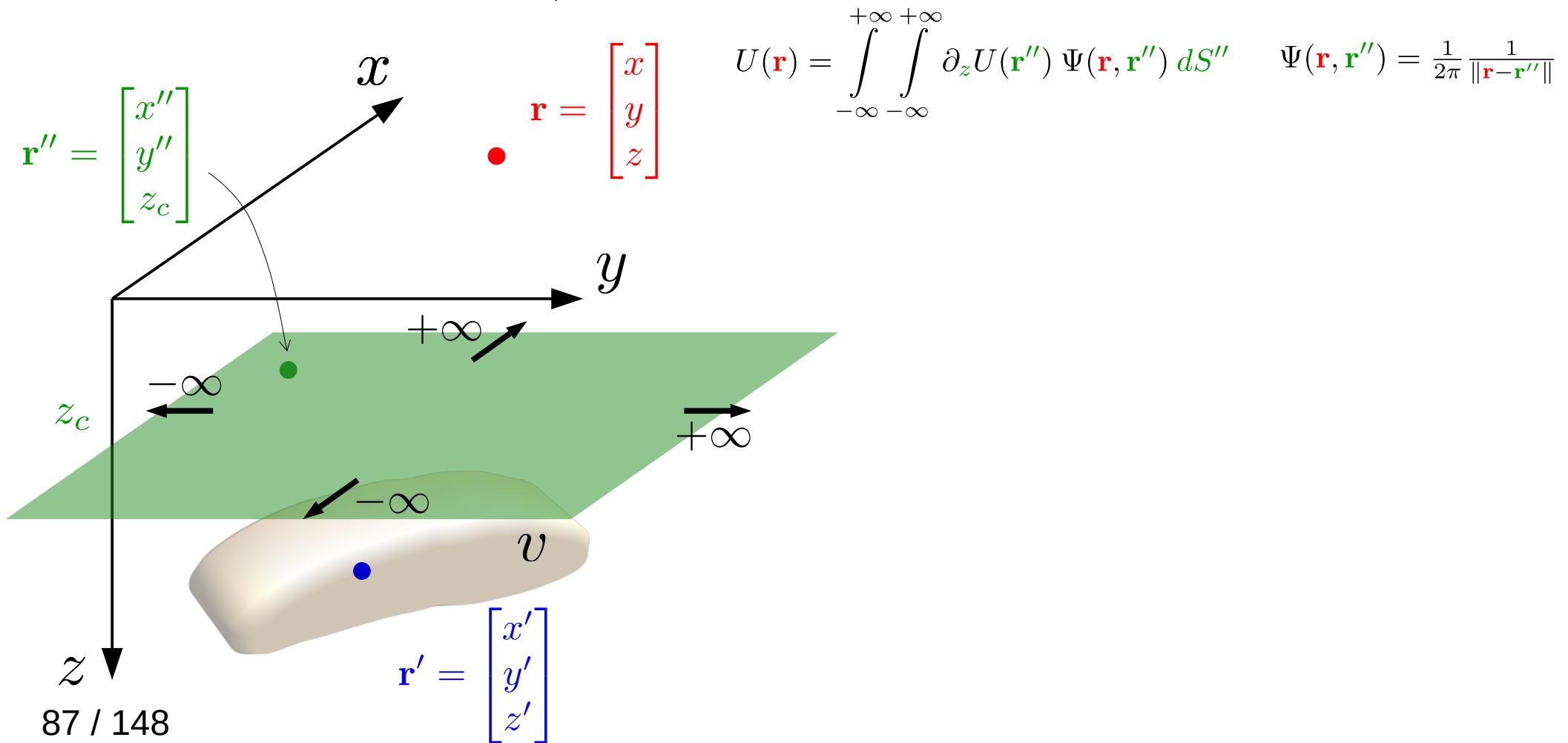
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

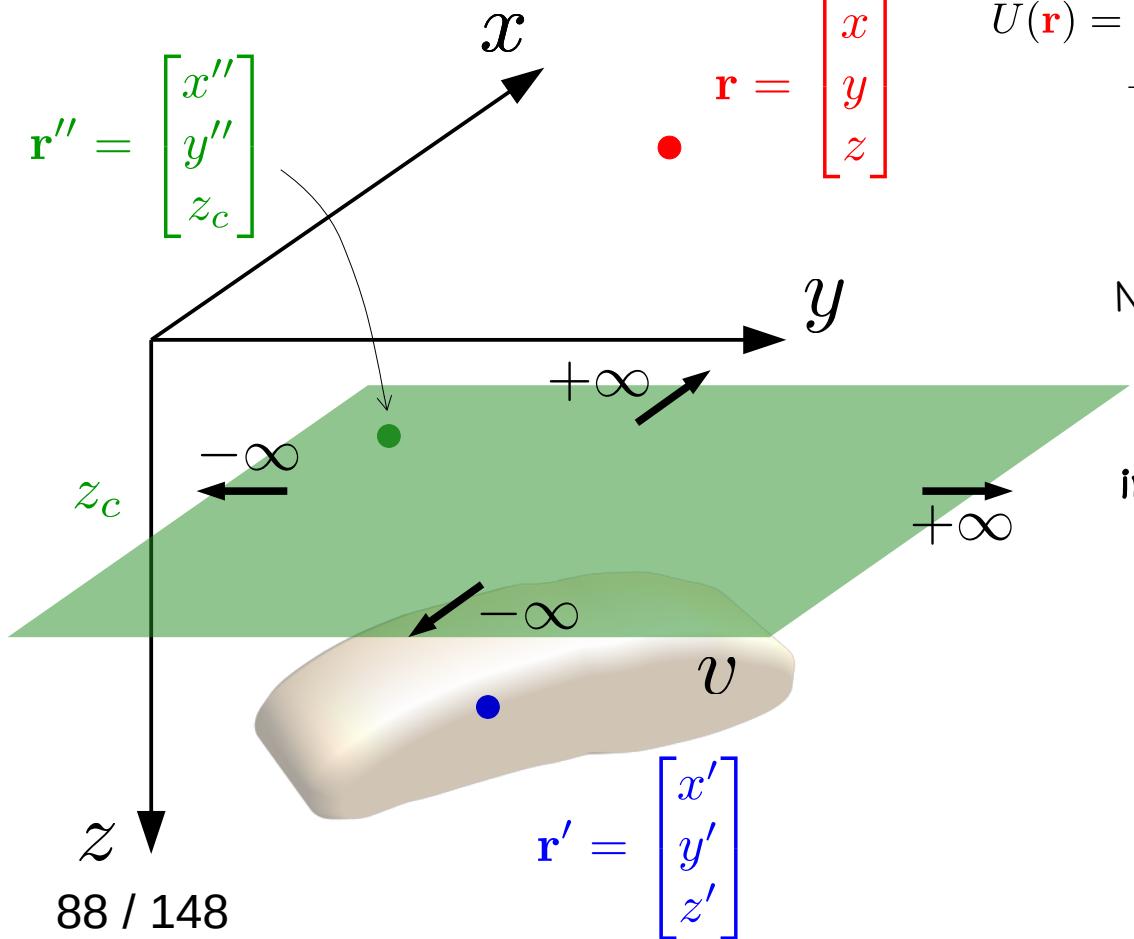


Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos

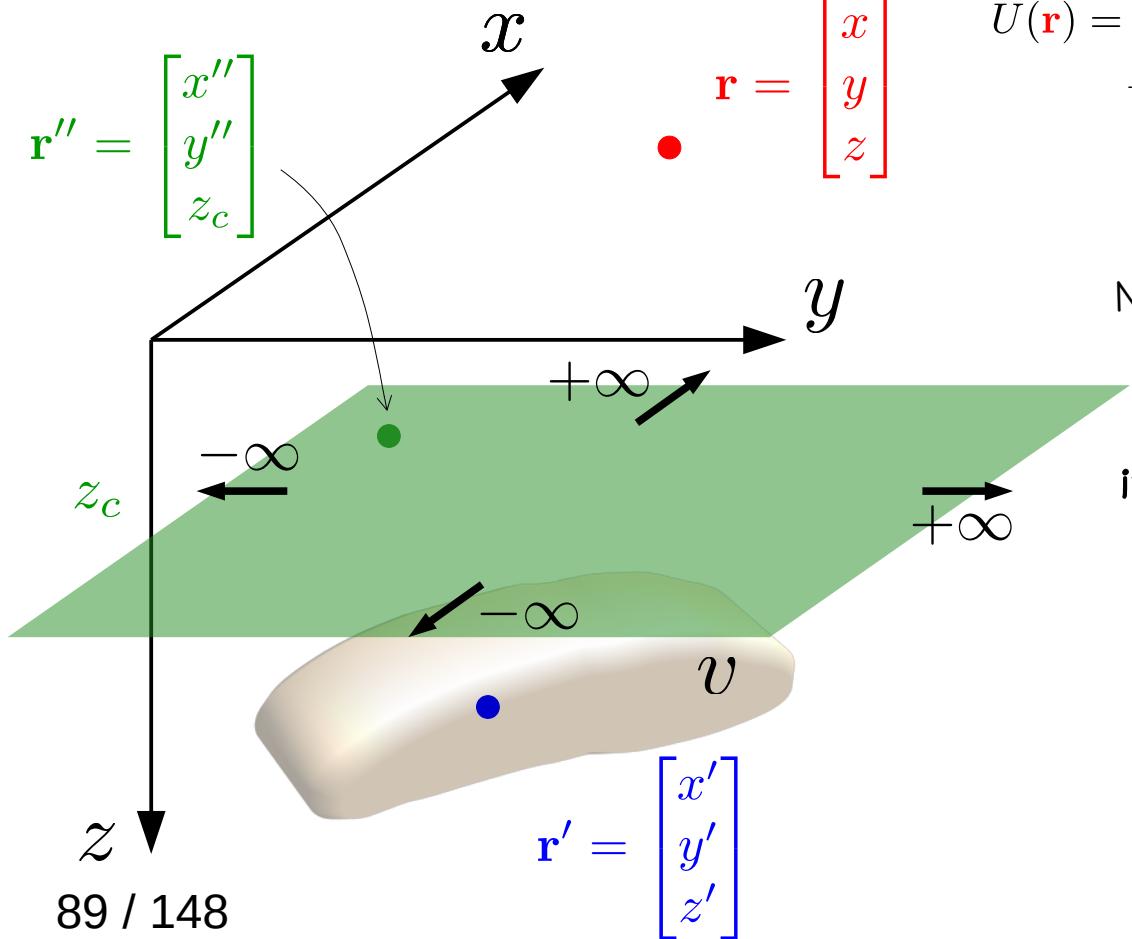


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Na literatura geofísica (e.g., [Peters, 1949](#); [Roy, 1962](#); [Bhattacharyya, 1967](#); [Dampney, 1969](#); [Henderson, 1970](#), [Gunn, 1975](#)), este resultado teórico é tradicionalmente deduzido a partir da **integral de continuação para cima**, que representa a solução do **problema de Dirichlet** ou **primeiro problema de valor de contorno** da teoria do potencial sobre um plano ([Kellogg, 1967](#), p. 236)

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



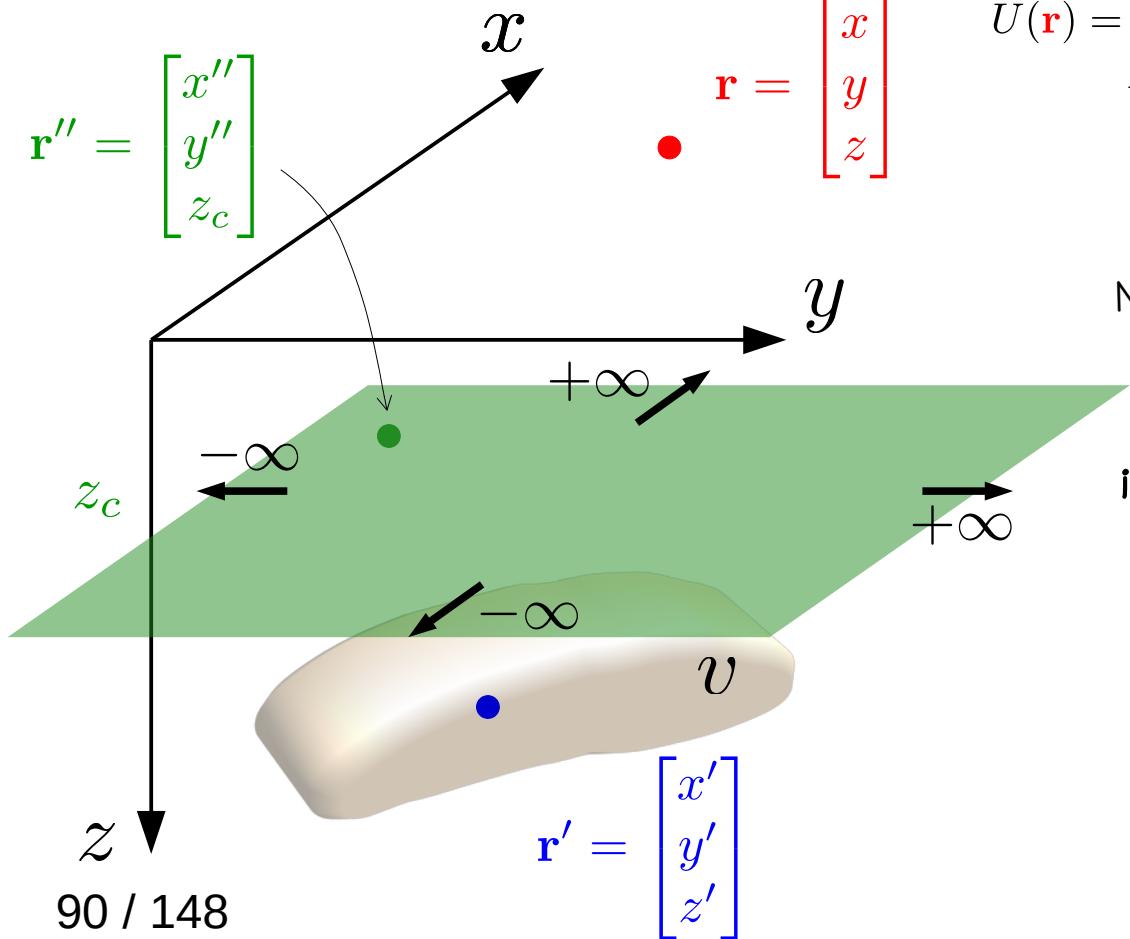
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Na literatura geofísica (e.g., [Peters, 1949](#); [Roy, 1962](#); [Bhattacharyya, 1967](#); [Dampney, 1969](#); [Henderson, 1970](#), [Gunn, 1975](#)), este resultado teórico é tradicionalmente deduzido a partir da **integral de continuação para cima**, que representa a solução do **problema de Dirichlet ou primeiro problema de valor de contorno da teoria do potencial** sobre um plano ([Kellogg, 1967](#), p. 236)

Contudo, este resultado teórico também pode ser deduzido a partir do **problema de Neumann** (equações acima)

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



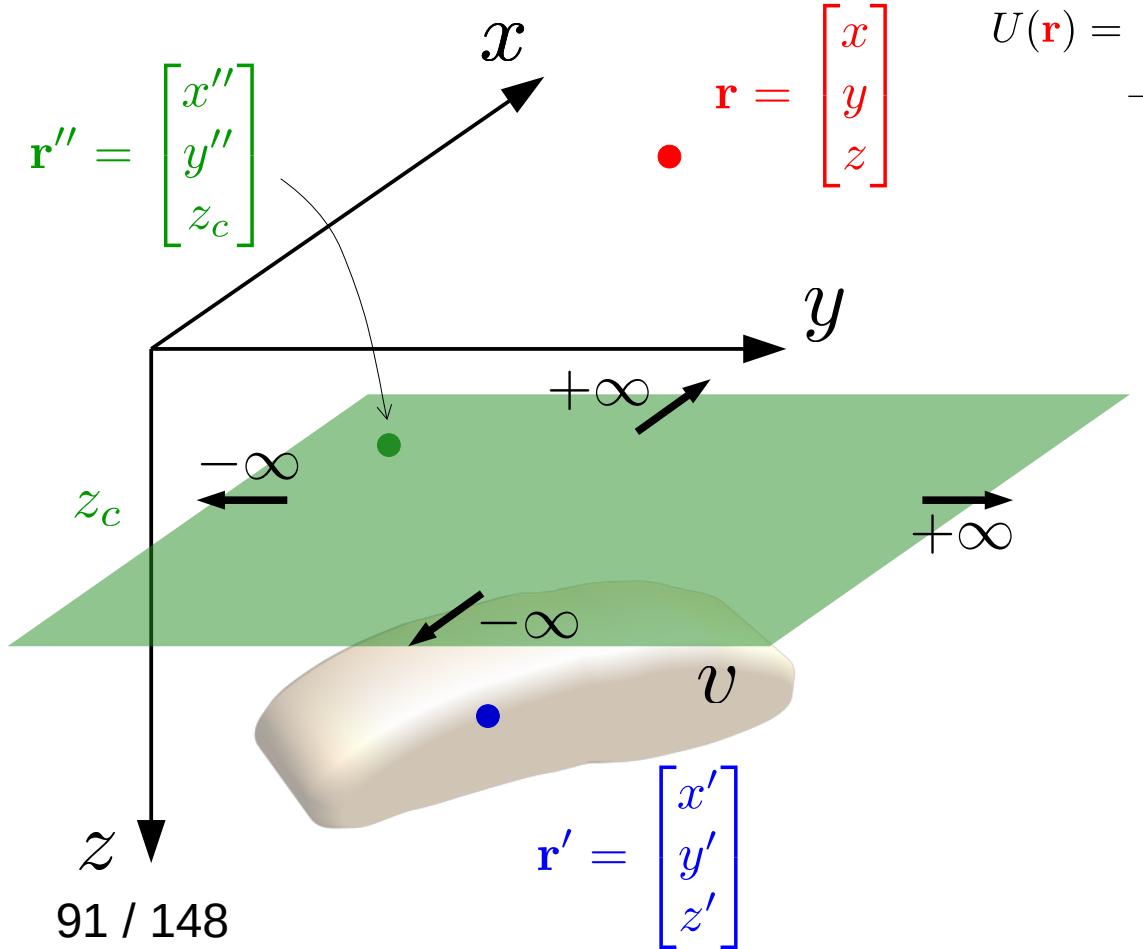
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Na literatura geofísica (e.g., [Peters, 1949](#); [Roy, 1962](#); [Bhattacharyya, 1967](#); [Dampney, 1969](#); [Henderson, 1970](#), [Gunn, 1975](#)), este resultado teórico é tradicionalmente deduzido a partir da **integral de continuação para cima**, que representa a solução do **problema de Dirichlet ou primeiro problema de valor de contorno da teoria do potencial** sobre um plano ([Kellogg, 1967](#), p. 236)

Contudo, este resultado teórico também pode ser deduzido a partir do **problema de Neumann** (equações acima)

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



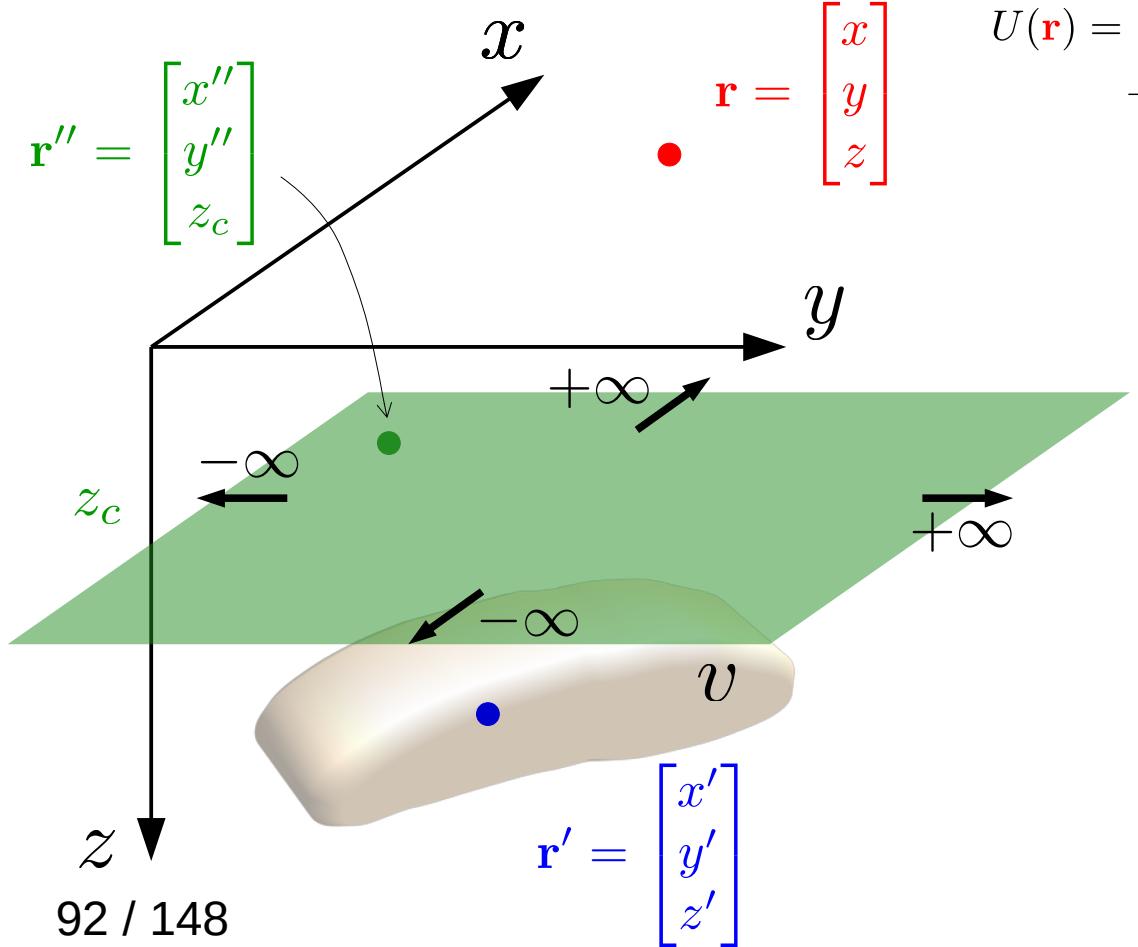
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

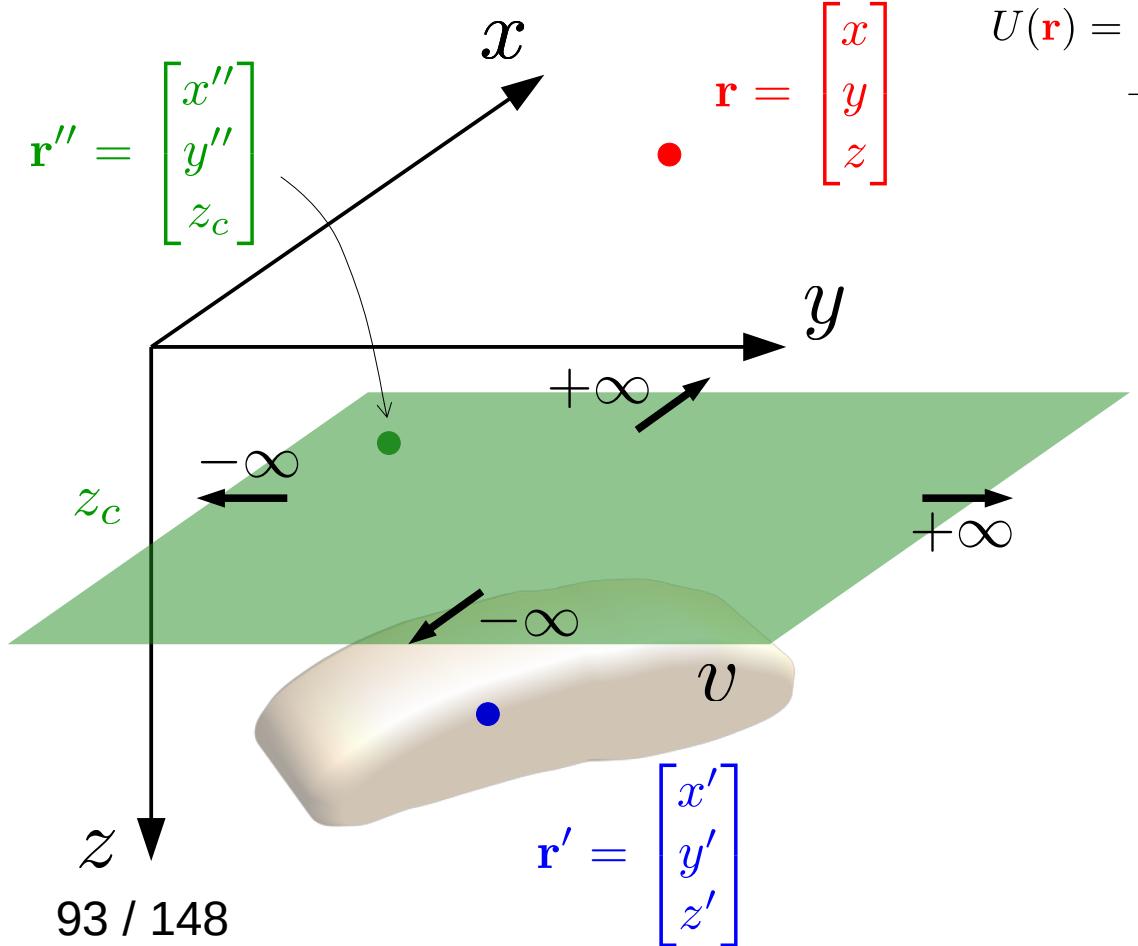
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

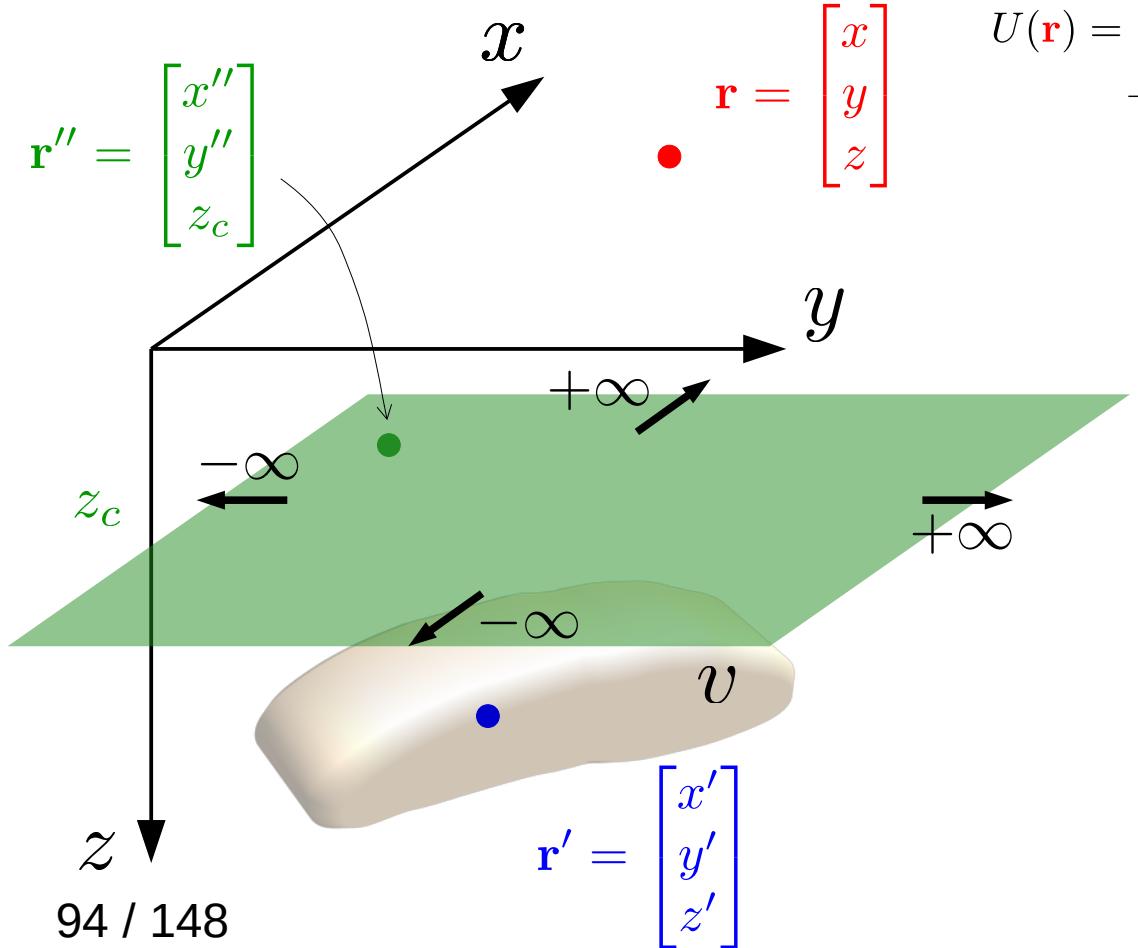
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\partial_z U(\mathbf{r}'')} \underbrace{\partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')} dS''$$

Este termo representa o distúrbio de gravidade produzido em \mathbf{r} por um monopolo localizado em \mathbf{r}''

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

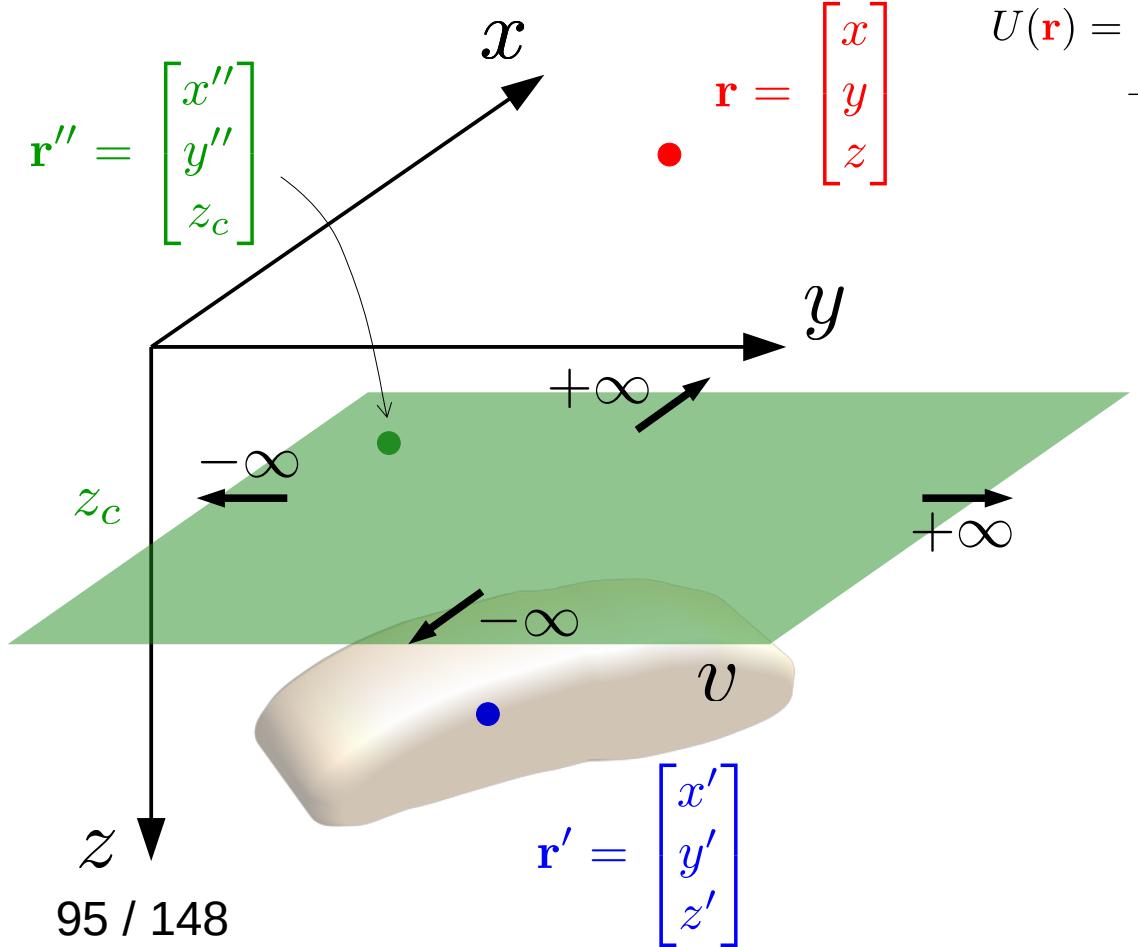
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Esta equação é a integral de continuação para cima aplicada à derivada vertical de $U(\mathbf{r})$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

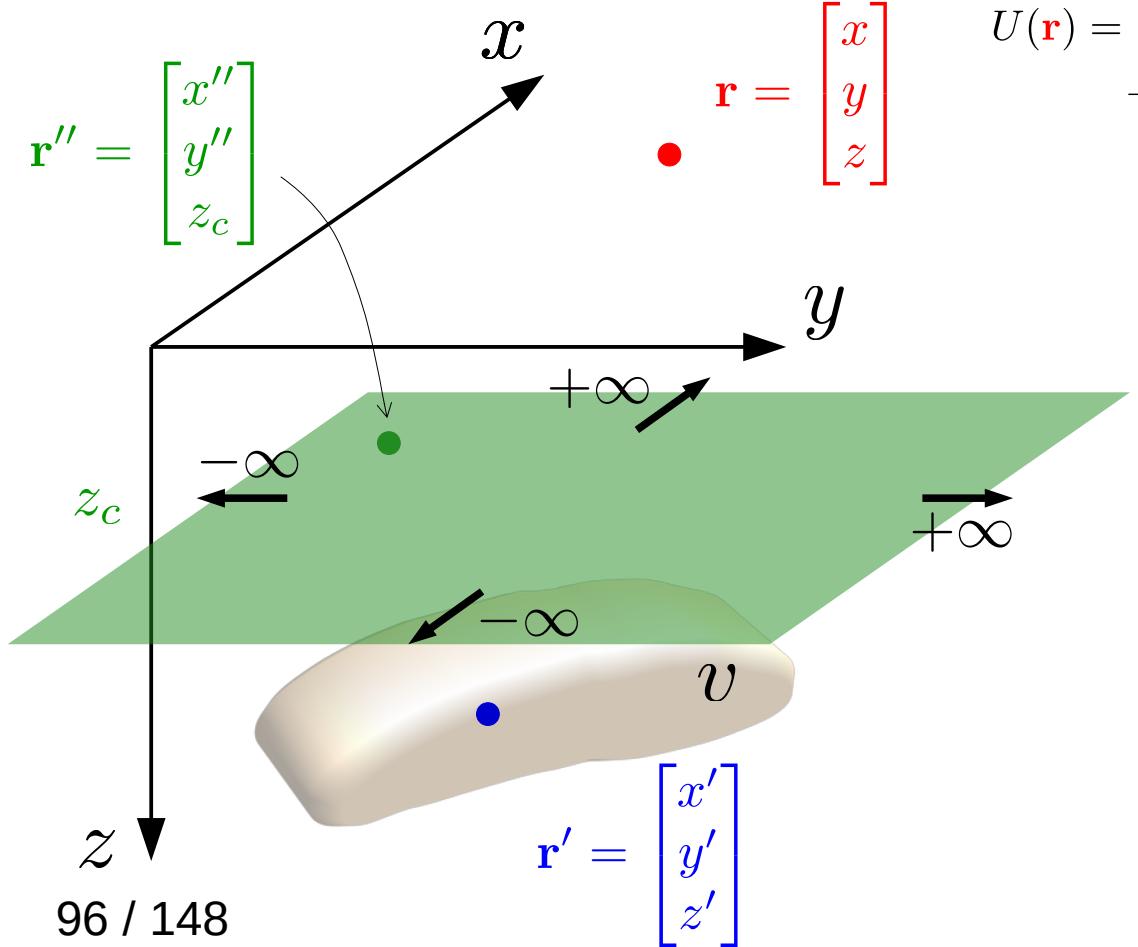
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

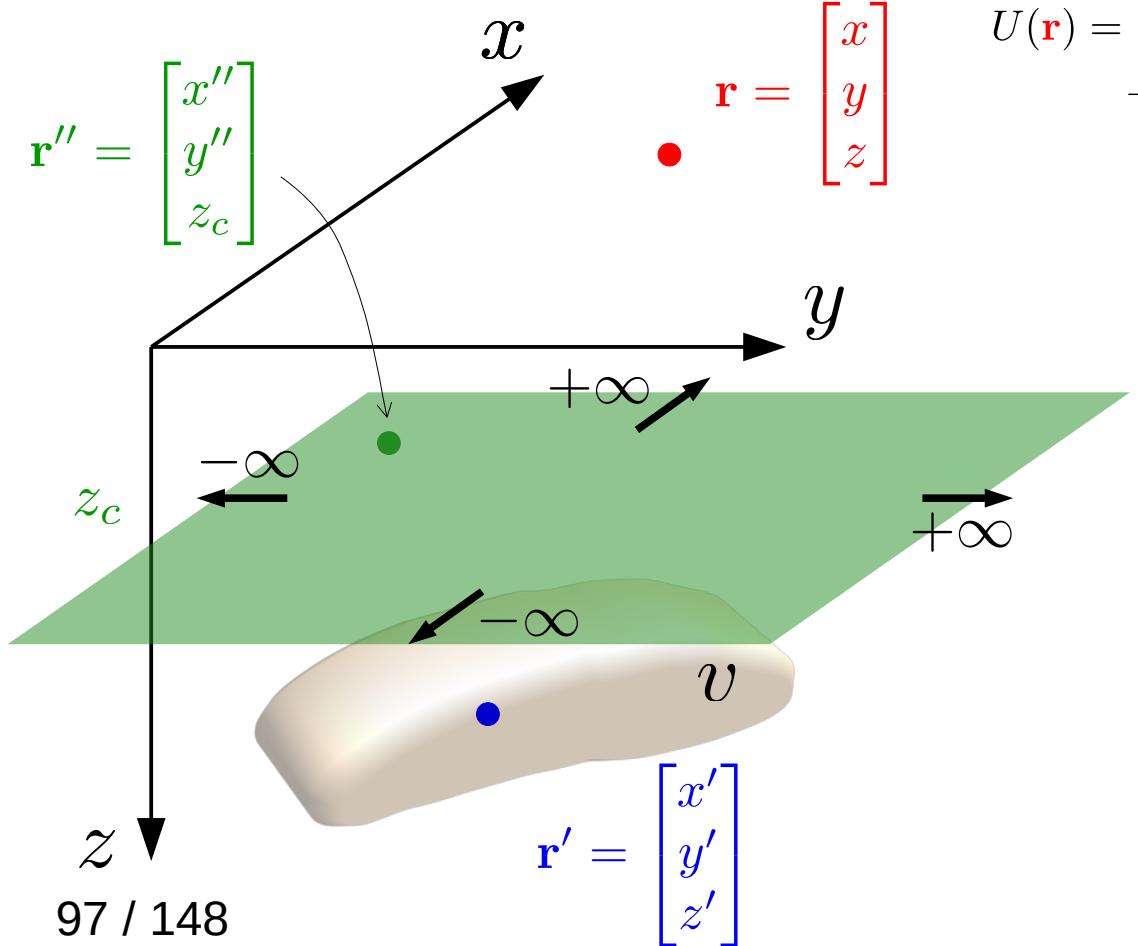
$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Distúrbio de gravidade produzido pela fonte verdadeira sobre o plano \mathbf{z}_c

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

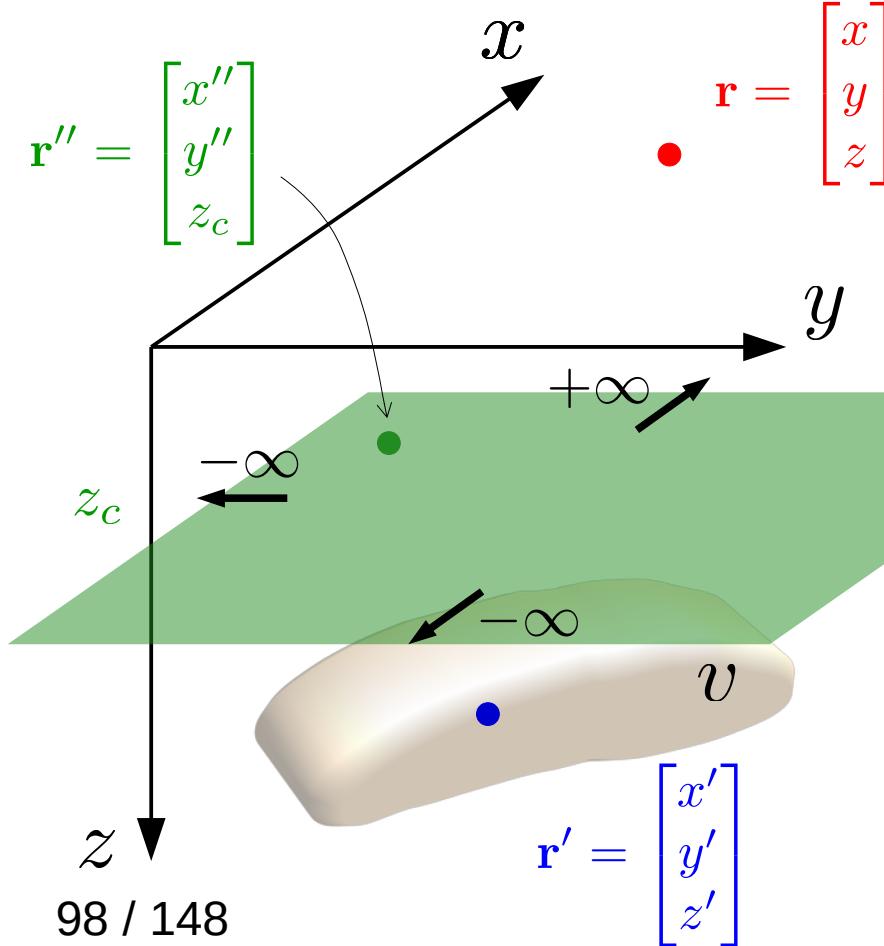
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

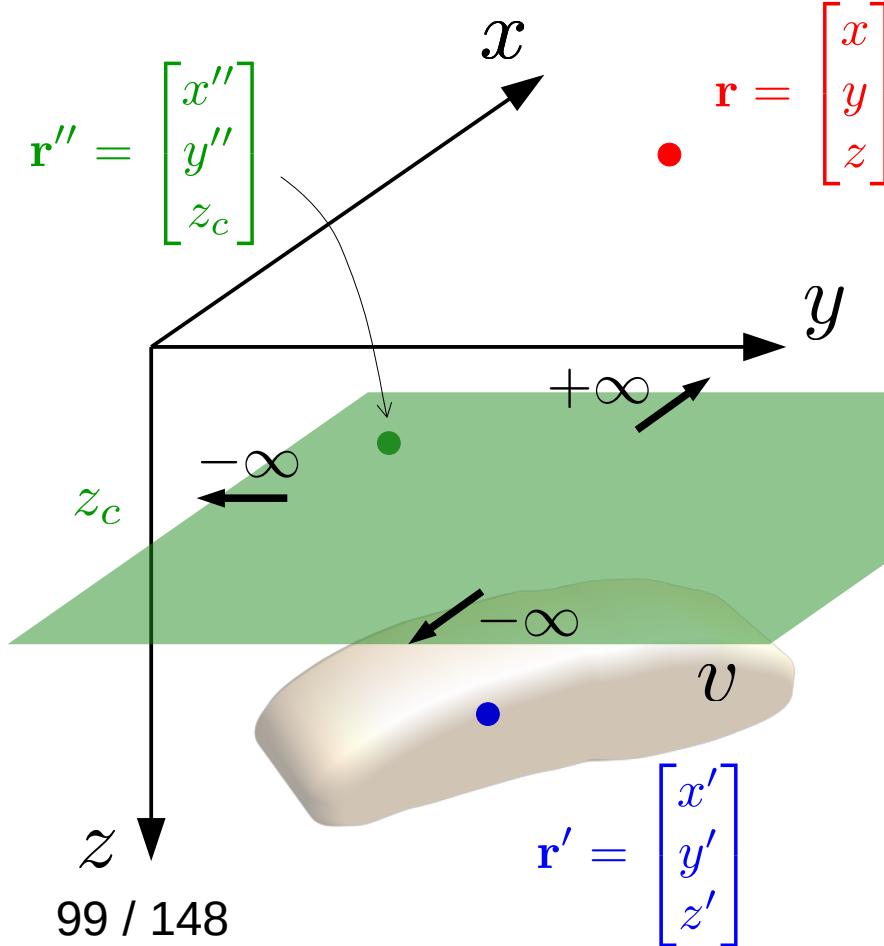
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

\curvearrowleft

$$\partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

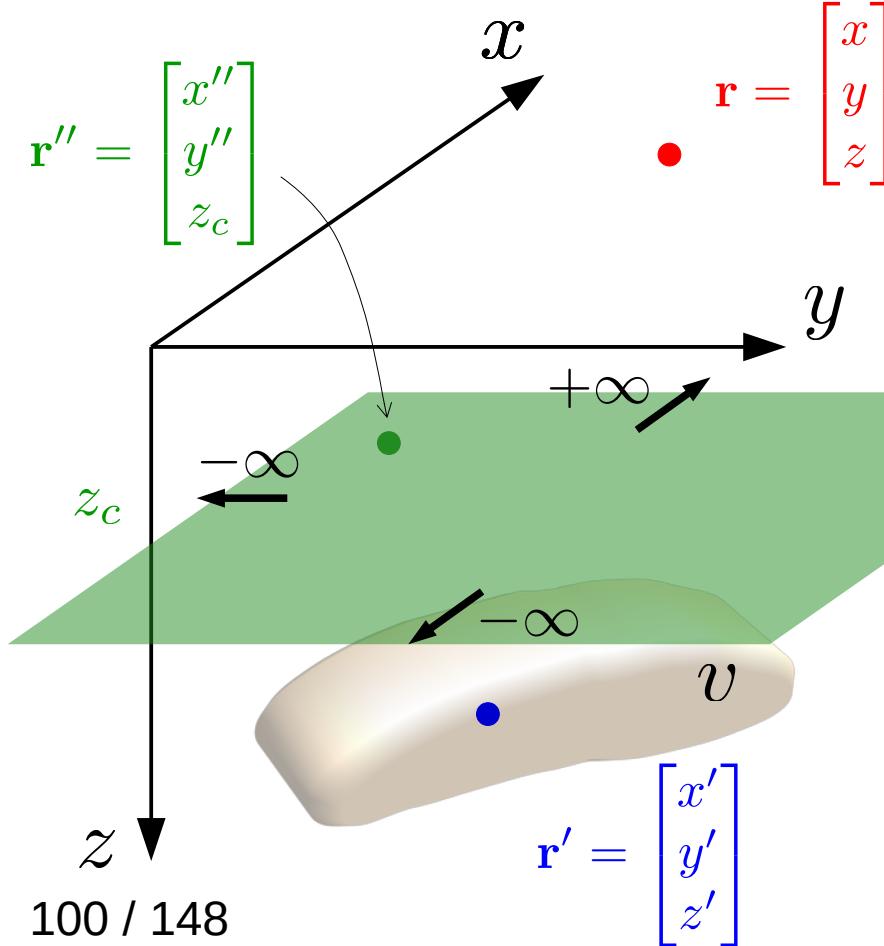
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

Resultado 1/4: O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

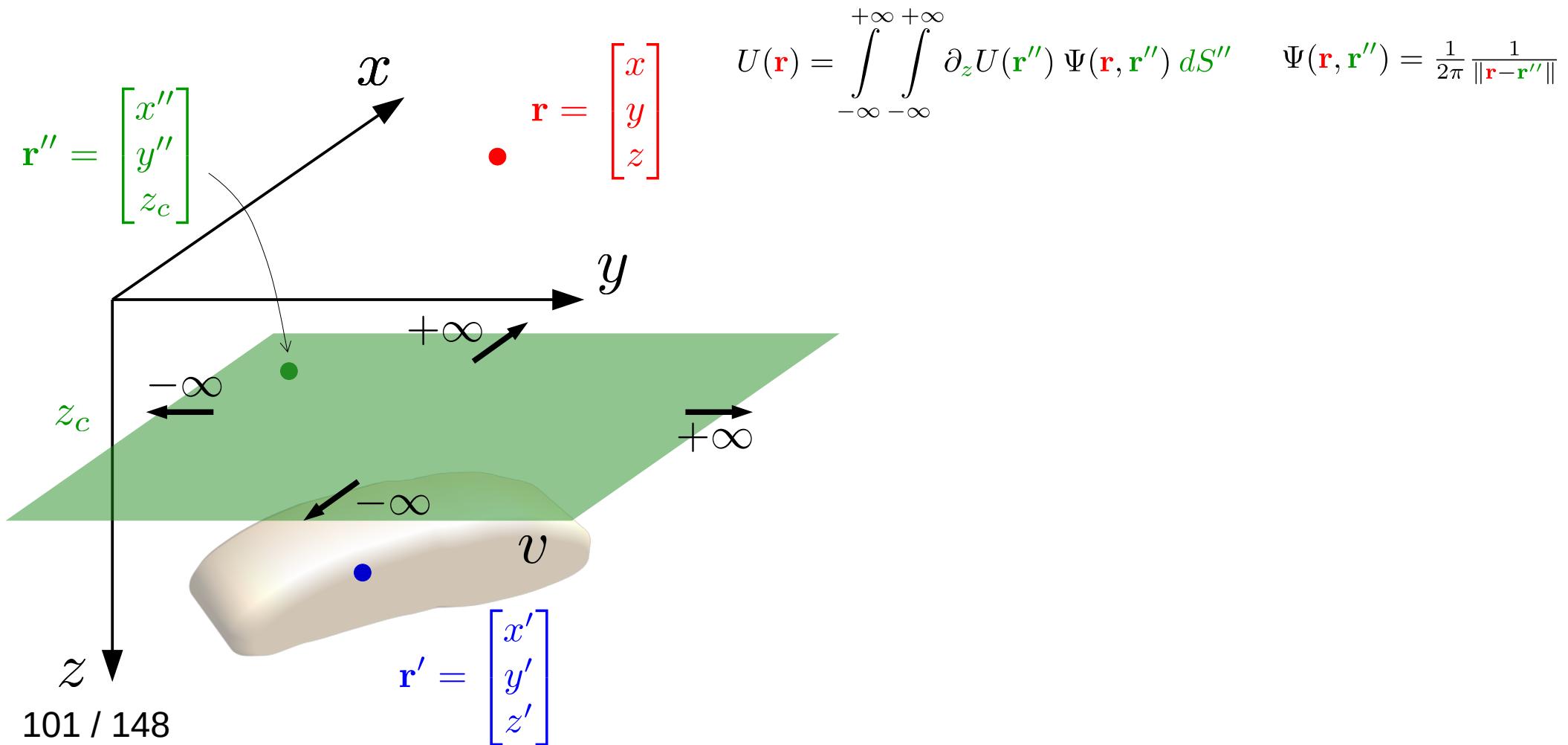
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_z U(\mathbf{r}_i) \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

Camada equivalente clássica aplicada a dados gravimétricos

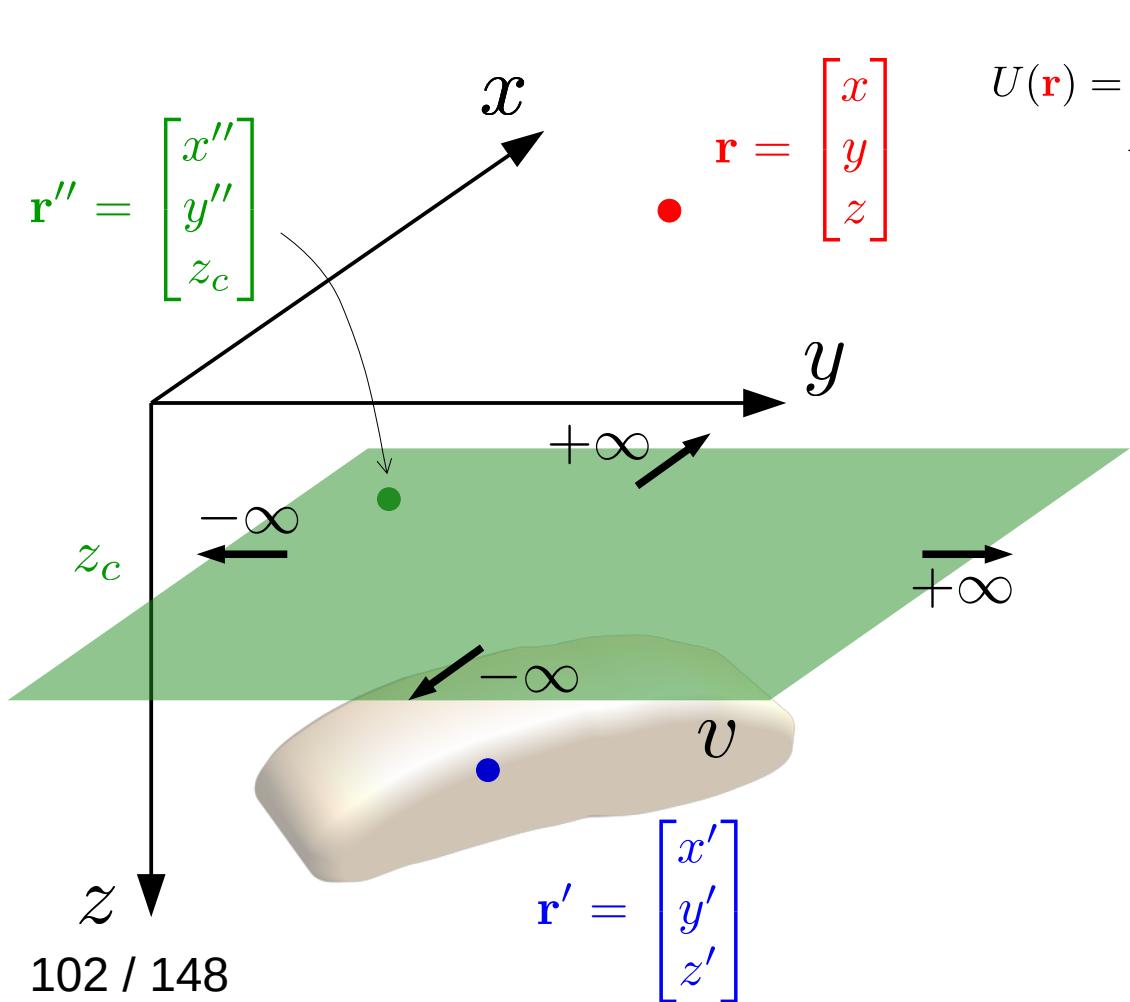
Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

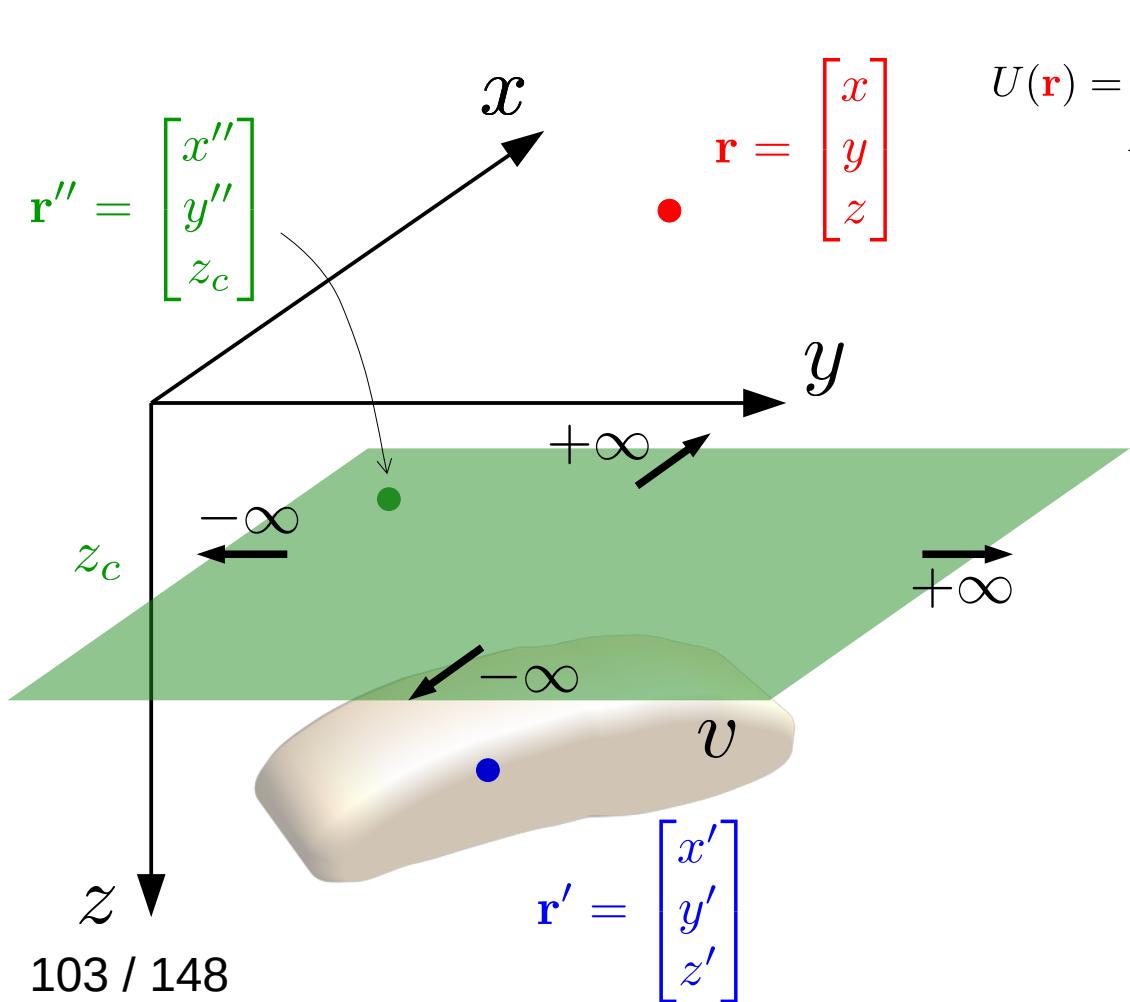


$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Este resultado teórico tem sido usado como princípio para, por exemplo, fazer o processamento de dados do tensor gradiente (e.g., [Barnes and Lumley, 2011](#)) ou converter o distúrbio da gravidade no tensor gradiente (e.g., [Piauilino et al., 2019](#))

Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



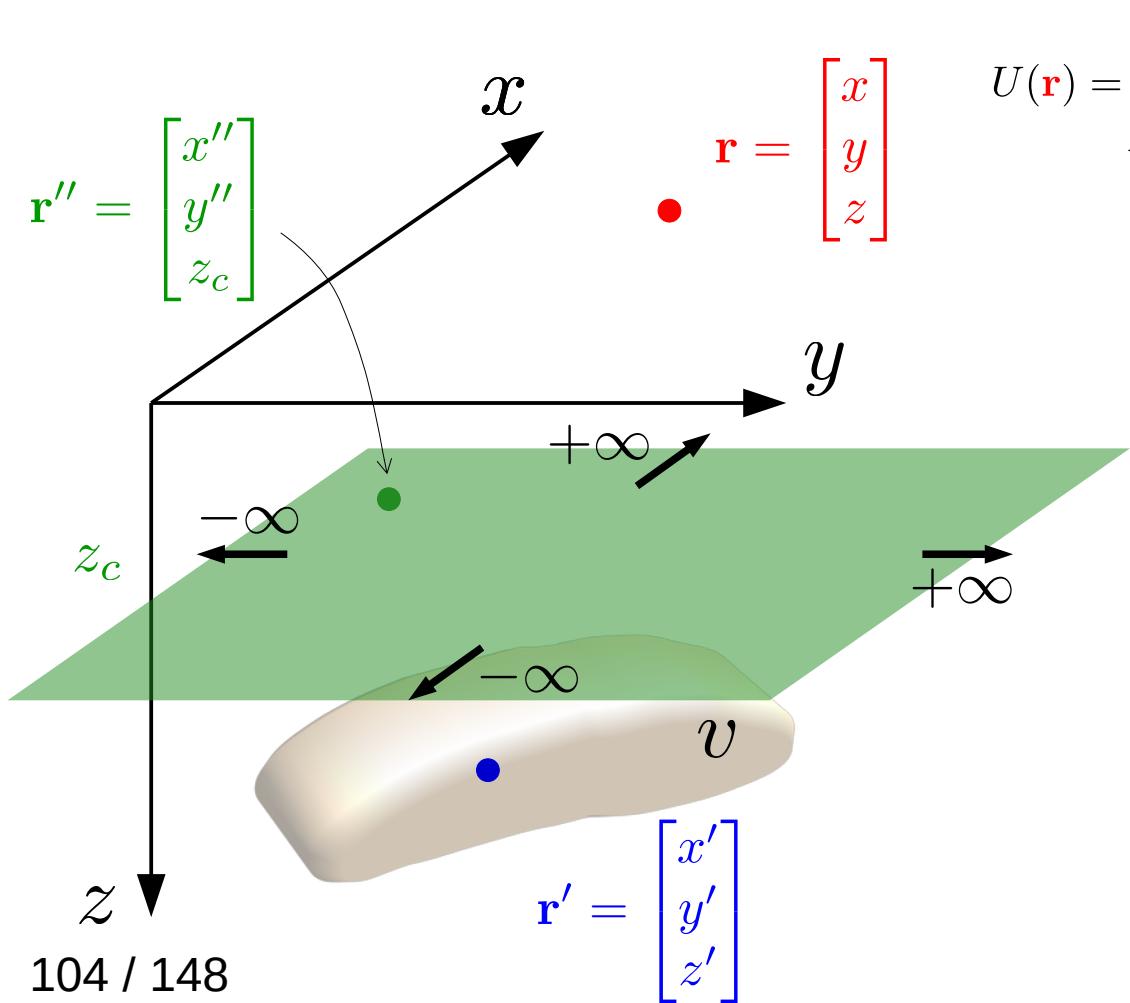
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Este resultado teórico tem sido usado como princípio para, por exemplo, fazer o processamento de dados do tensor gradiente (e.g., [Barnes and Lumley, 2011](#)) ou converter o distúrbio da gravidade no tensor gradiente (e.g., [Piauilino et al., 2019](#))

Não há, ou pelo menos nunca encontrei, trabalhos que discutissem este tema do ponto de vista teórico

Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

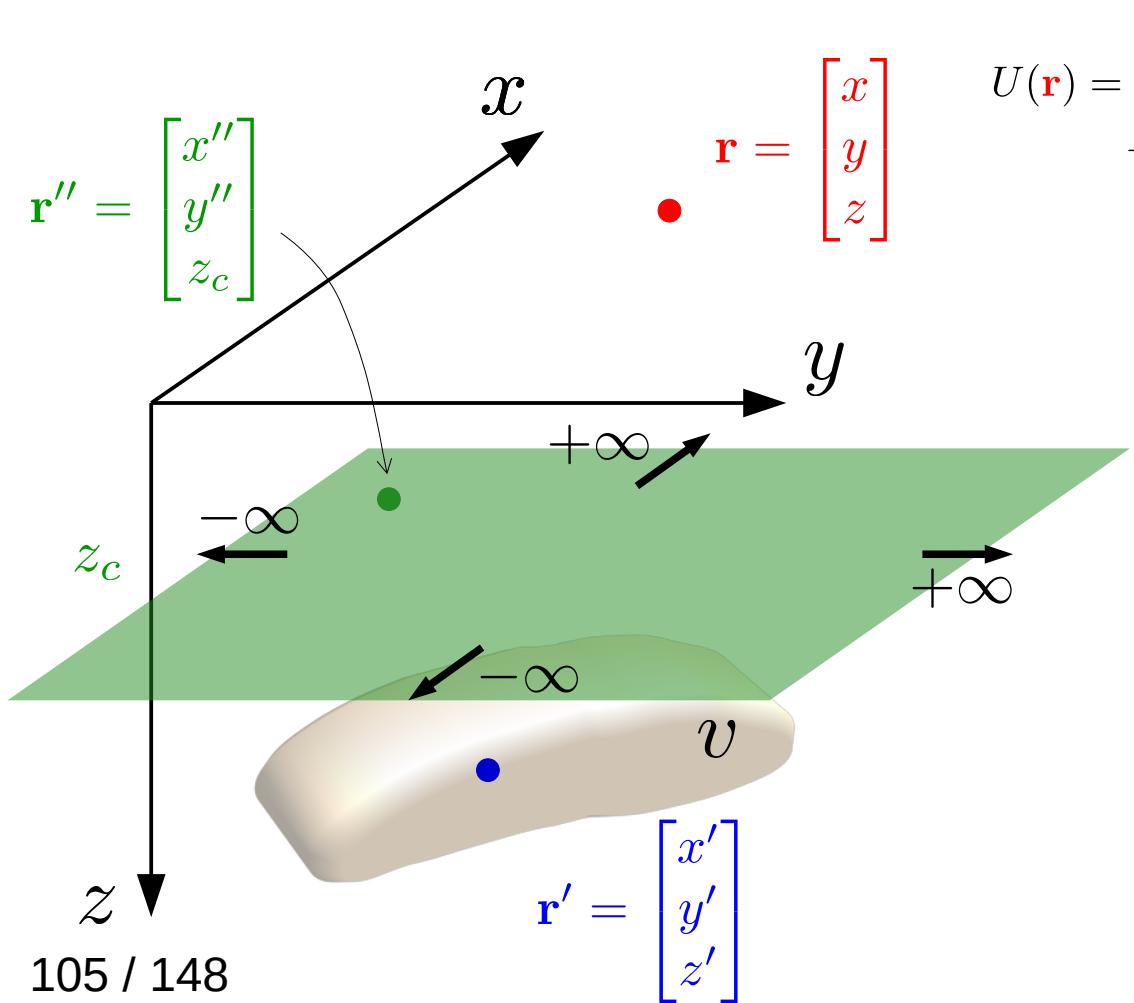
Dedução:

$U(\mathbf{r})$ Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$U(\mathbf{r})$ Potencial gravitacional

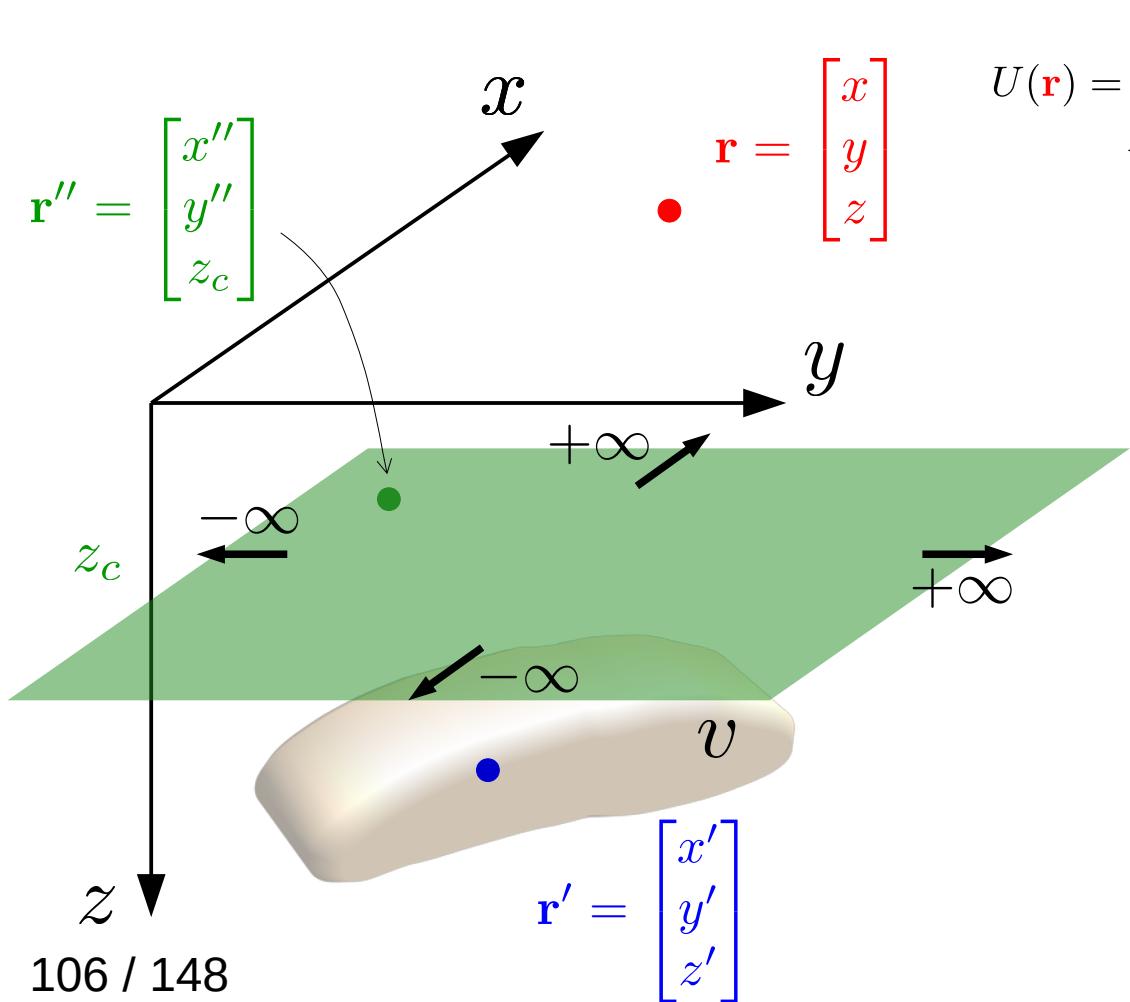
$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$U(\mathbf{r})$ Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

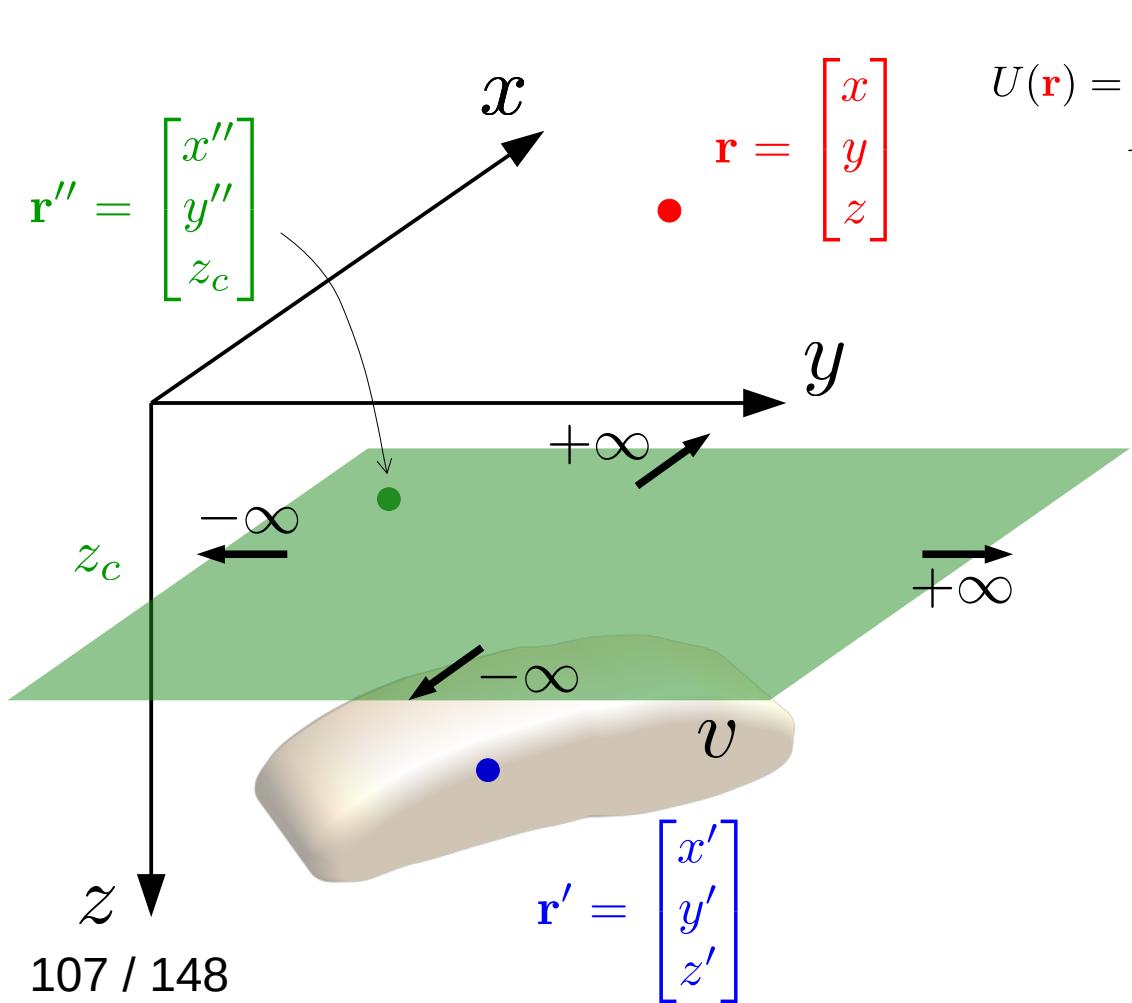
$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Note que este termo não é afetado pela derivada

Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$U(\mathbf{r})$ Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

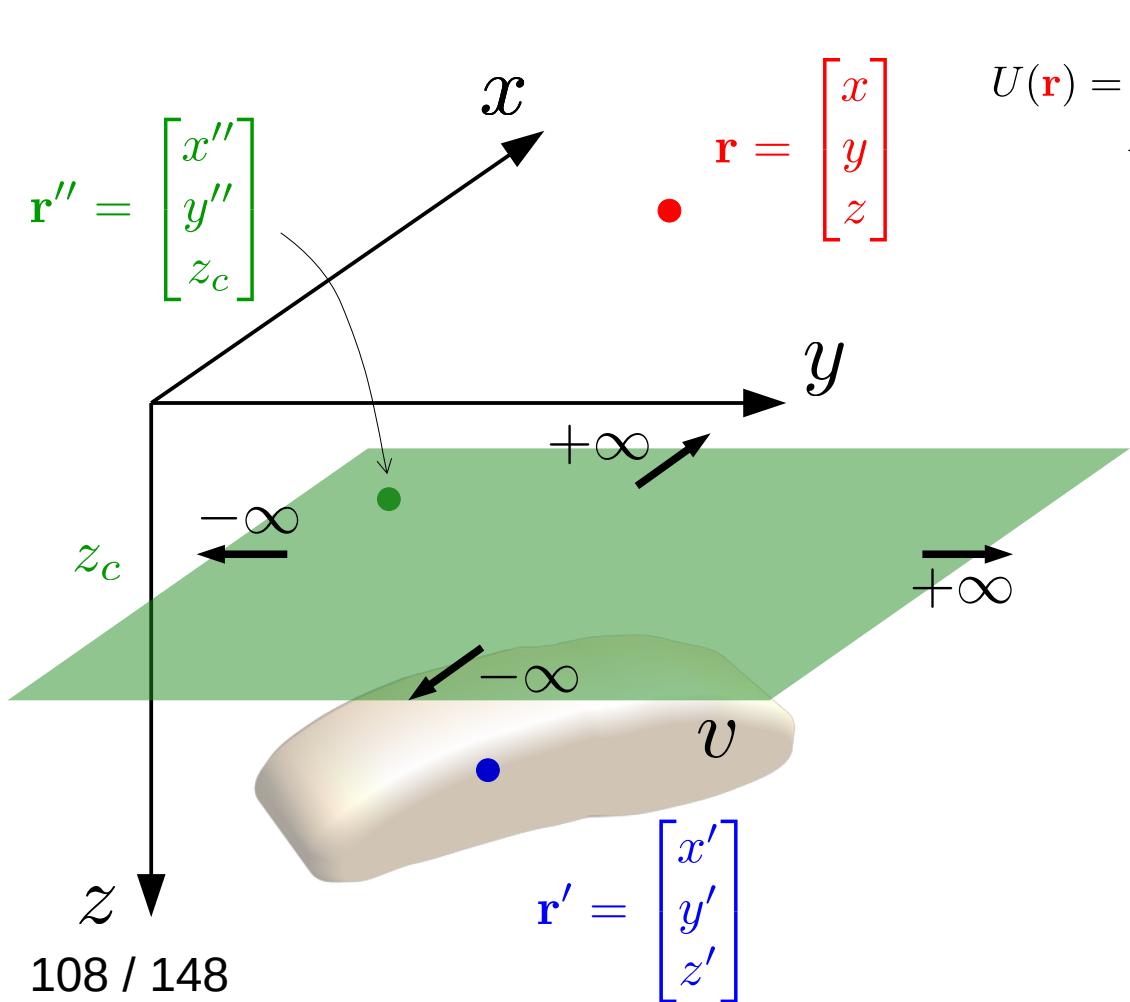
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r})$ Componente do tensor gradiente

$$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{\alpha\beta} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 2/4: A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$U(\mathbf{r})$ Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_z U(\mathbf{r})$ Distúrbio de gravidade

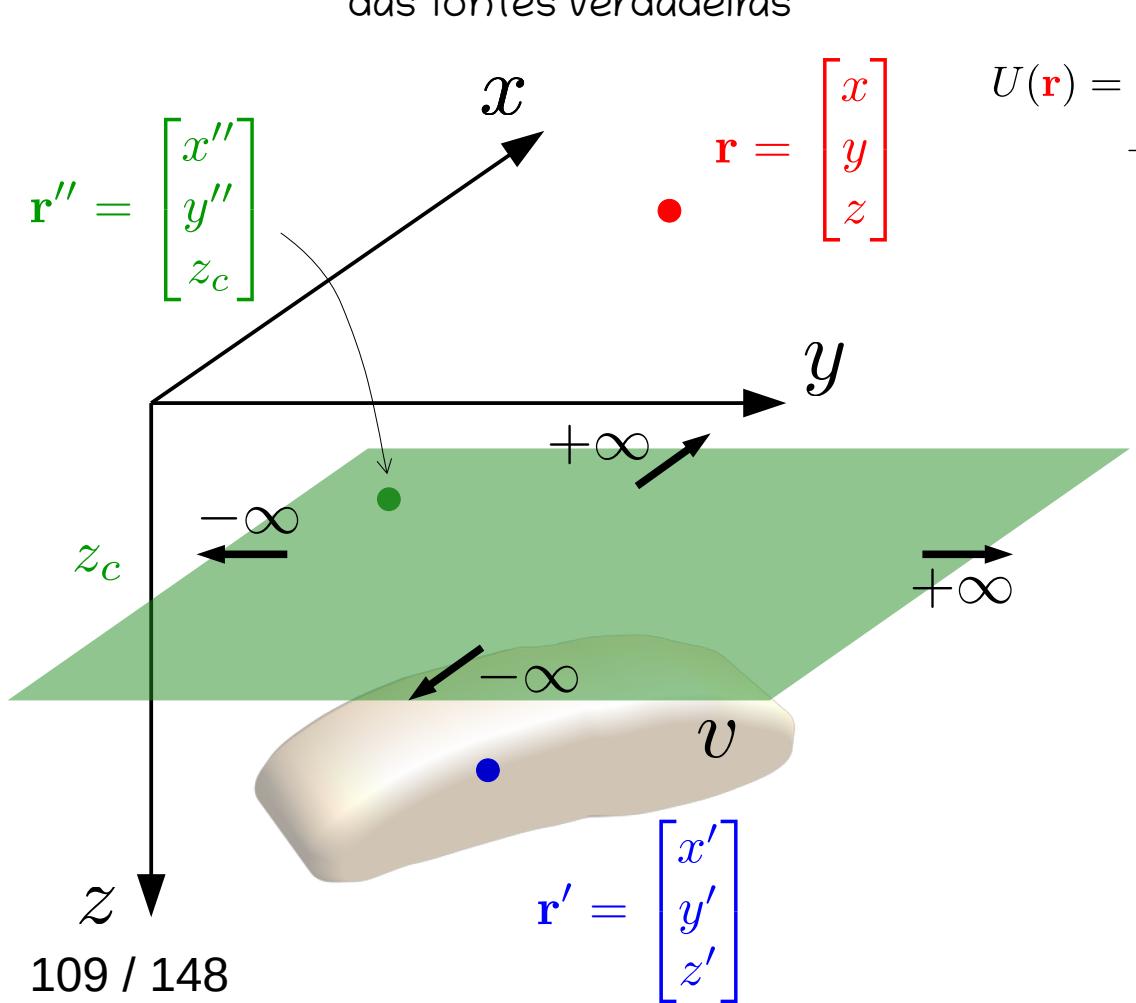
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r})$ Componente do tensor gradiente

$$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{\alpha\beta} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

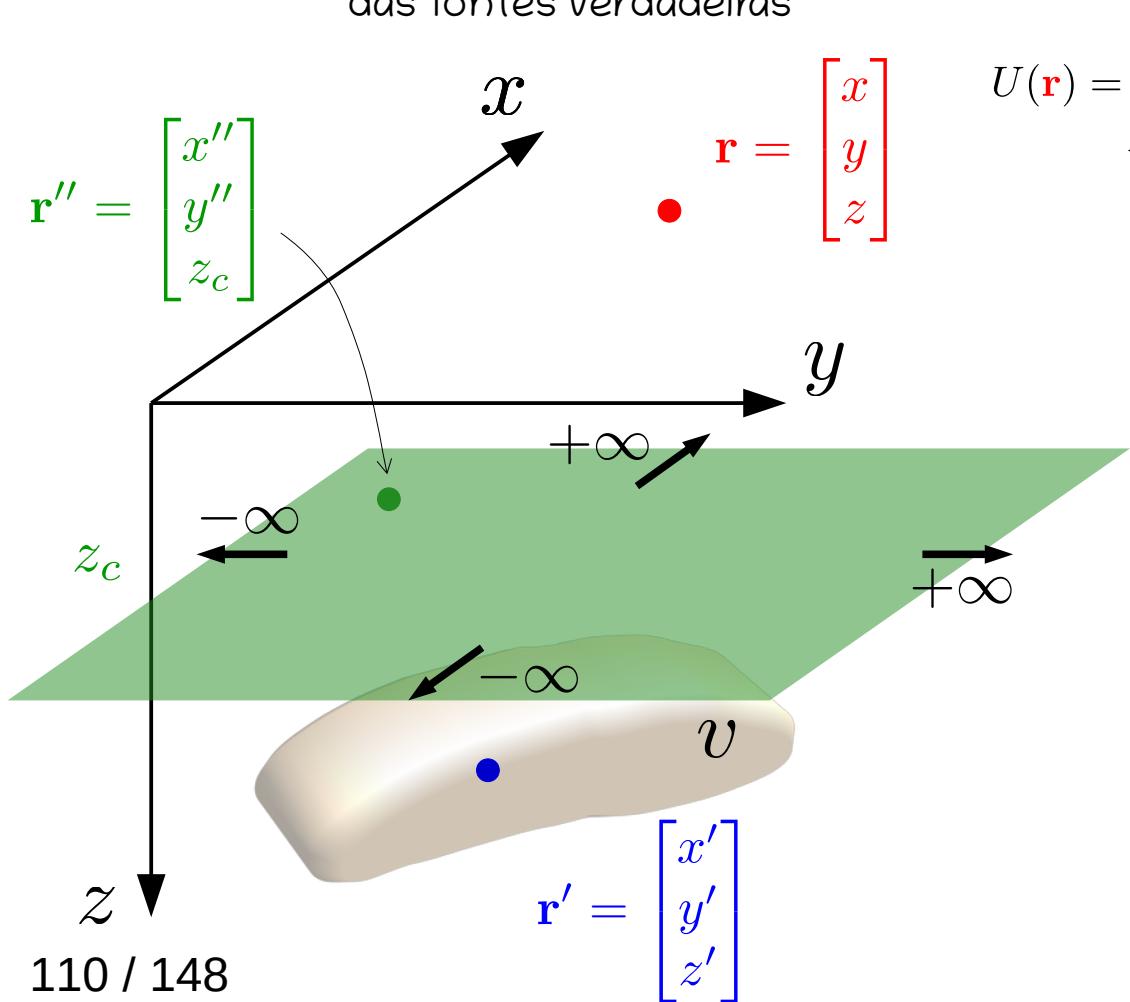
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

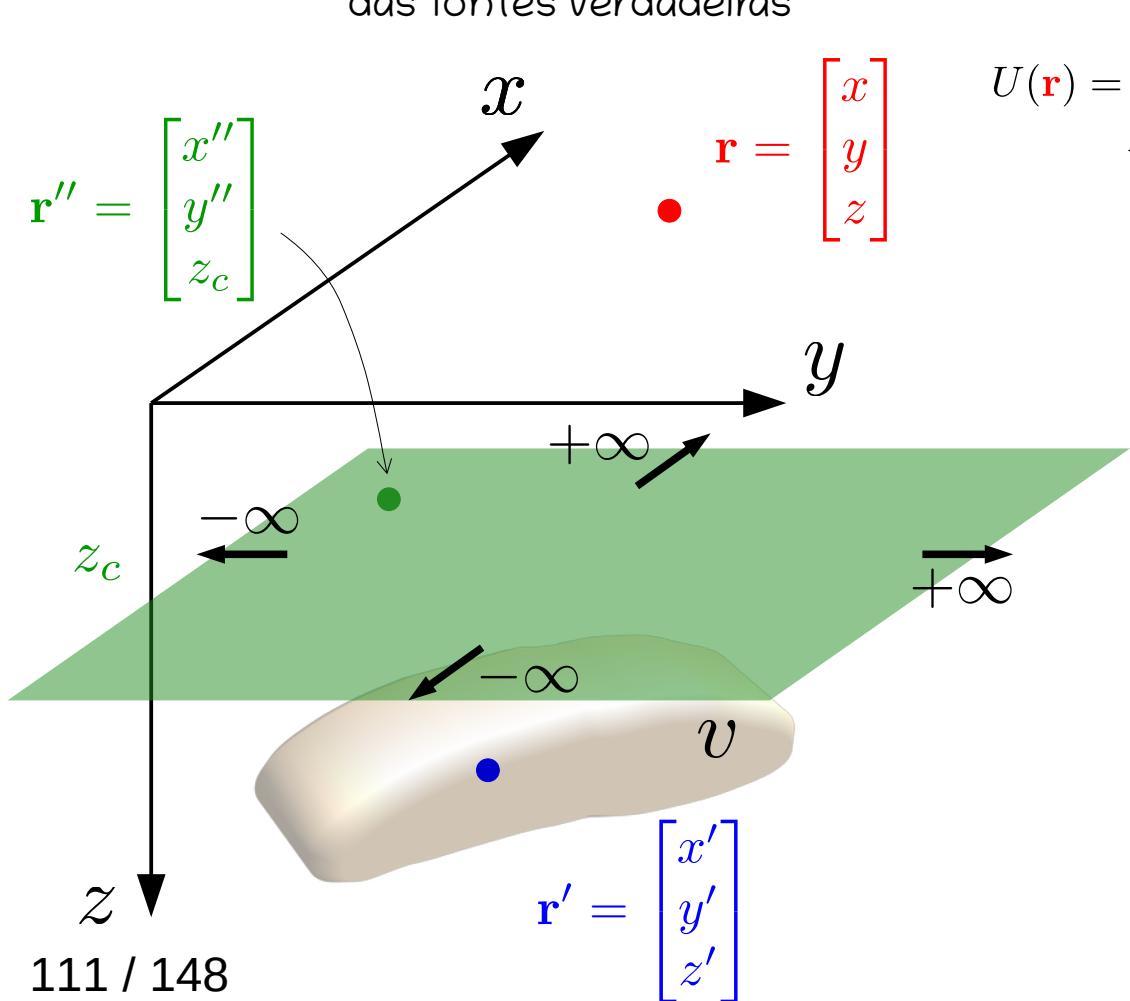


$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

A maioria dos estudos é limitada ao uso empírico de uma camada plana de dipolos para o processamento de dados de an. de campo total

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

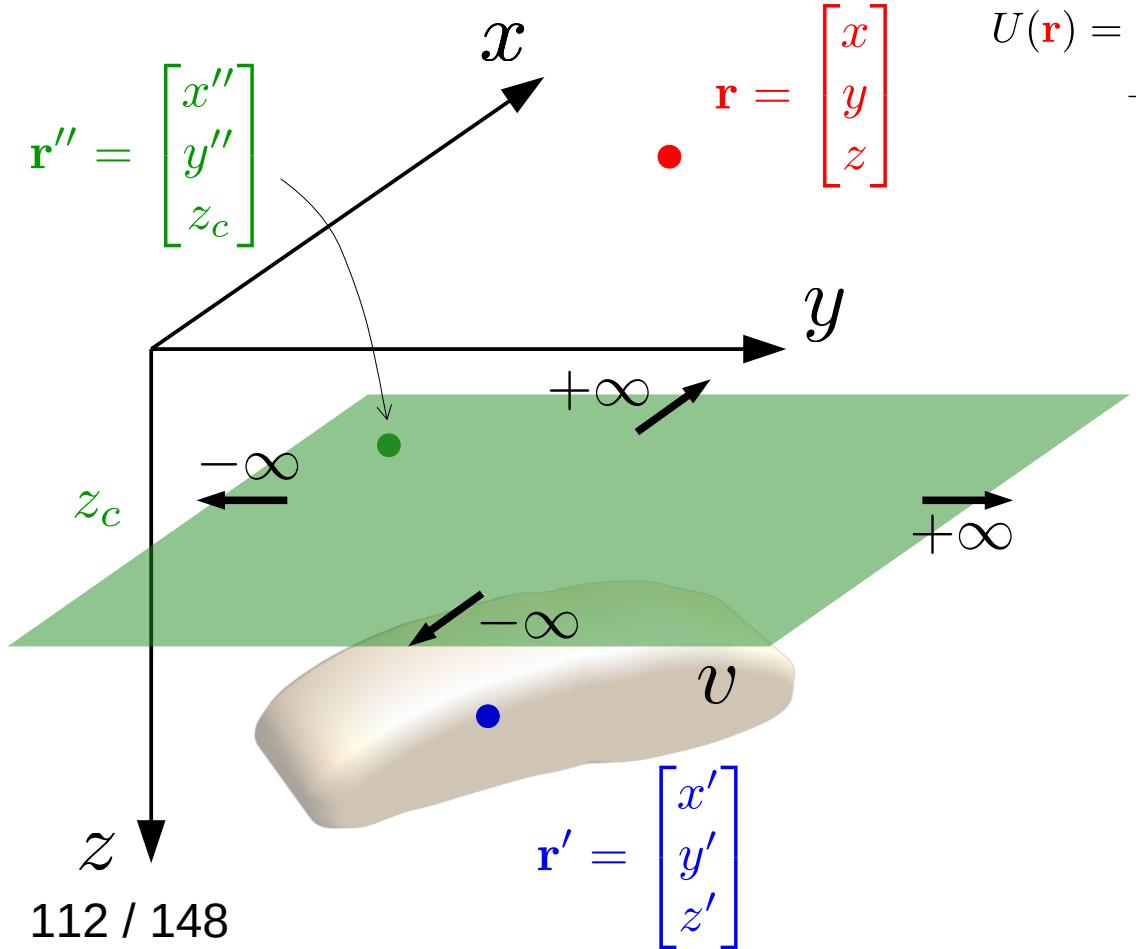


$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

A maioria dos estudos é limitada ao uso empírico de uma camada plana de dipolos para o processamento de dados de an. de campo total

Poucos estudos (e.g., [Pedersen, 1991](#); [Li et al., 2014](#); [Reis et al., 2020](#)) abordaram o problema de provar a existência de uma camada plana de dipolos que reproduz exatamente a an. de campo total

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

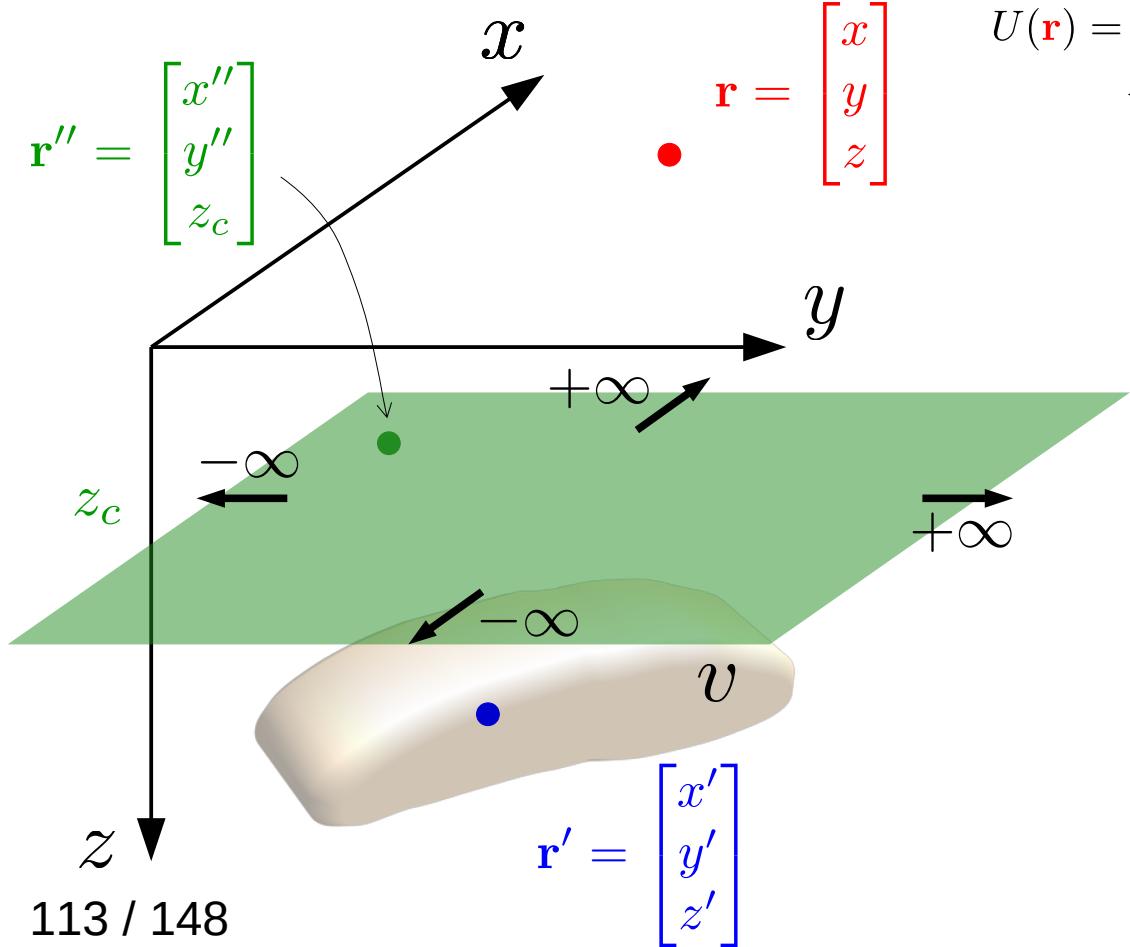
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

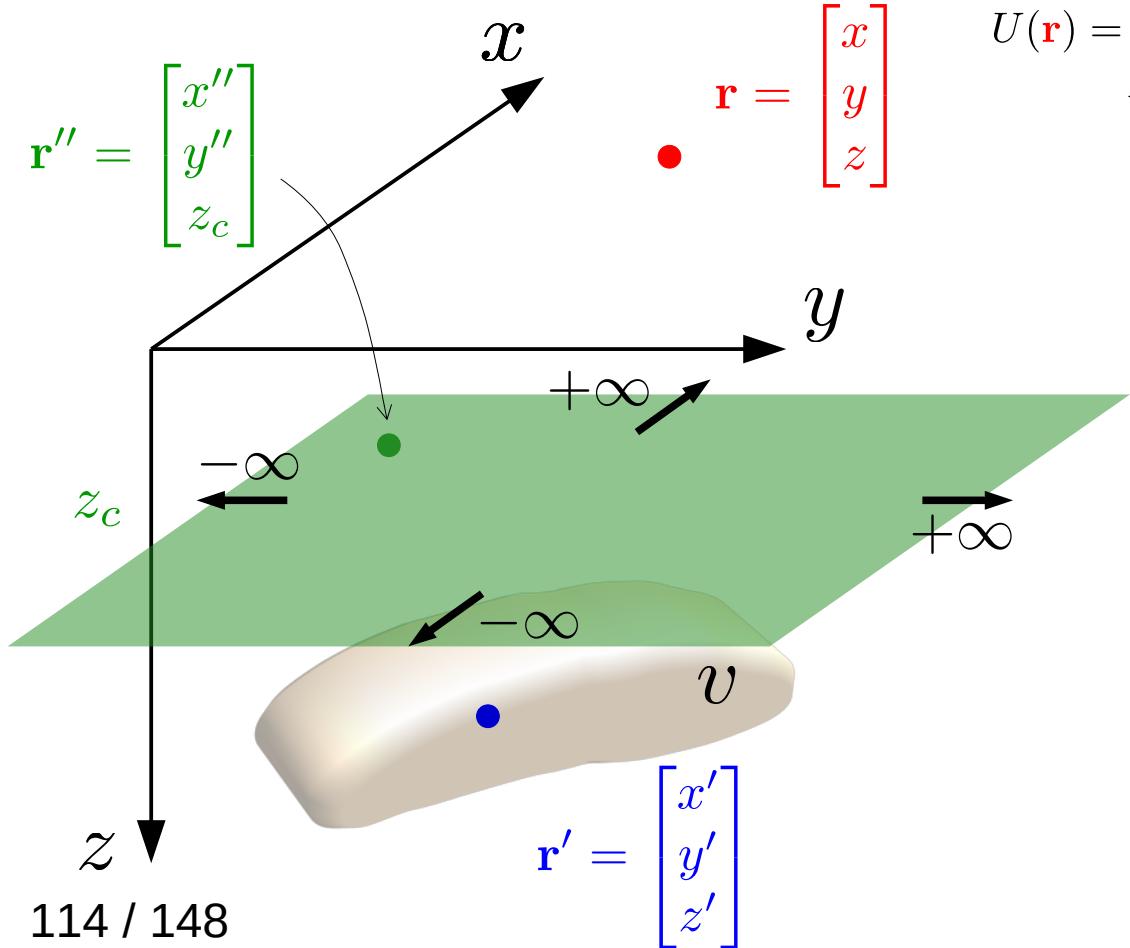
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

Vector unitário que define a direção constante do campo geomagnético principal na área de estudo

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

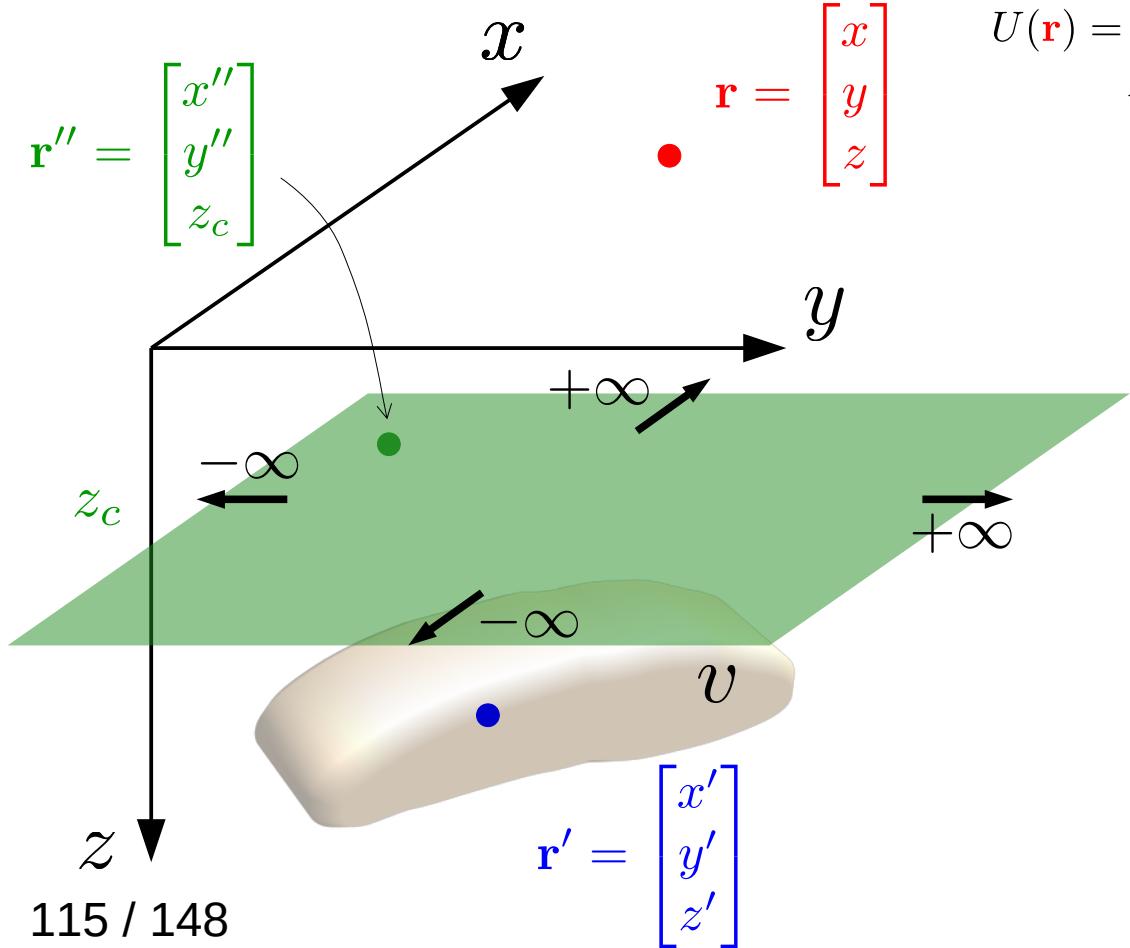
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

Vetor unitário que define a direção de magnetização total uniforme da fonte verdadeira

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

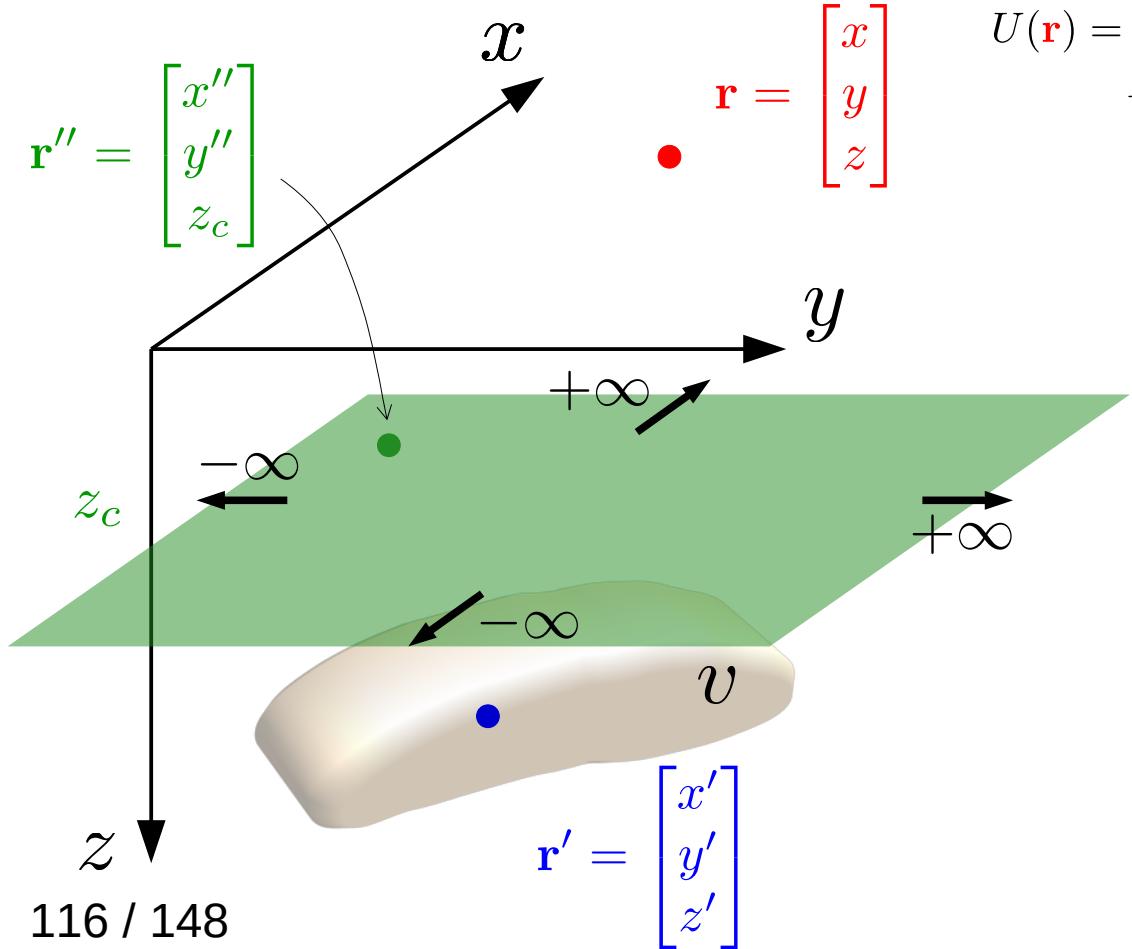
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\mathbf{H}_U(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \partial_{xx} U(\mathbf{r}) & \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{xz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xz} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) & \partial_{zz} U(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

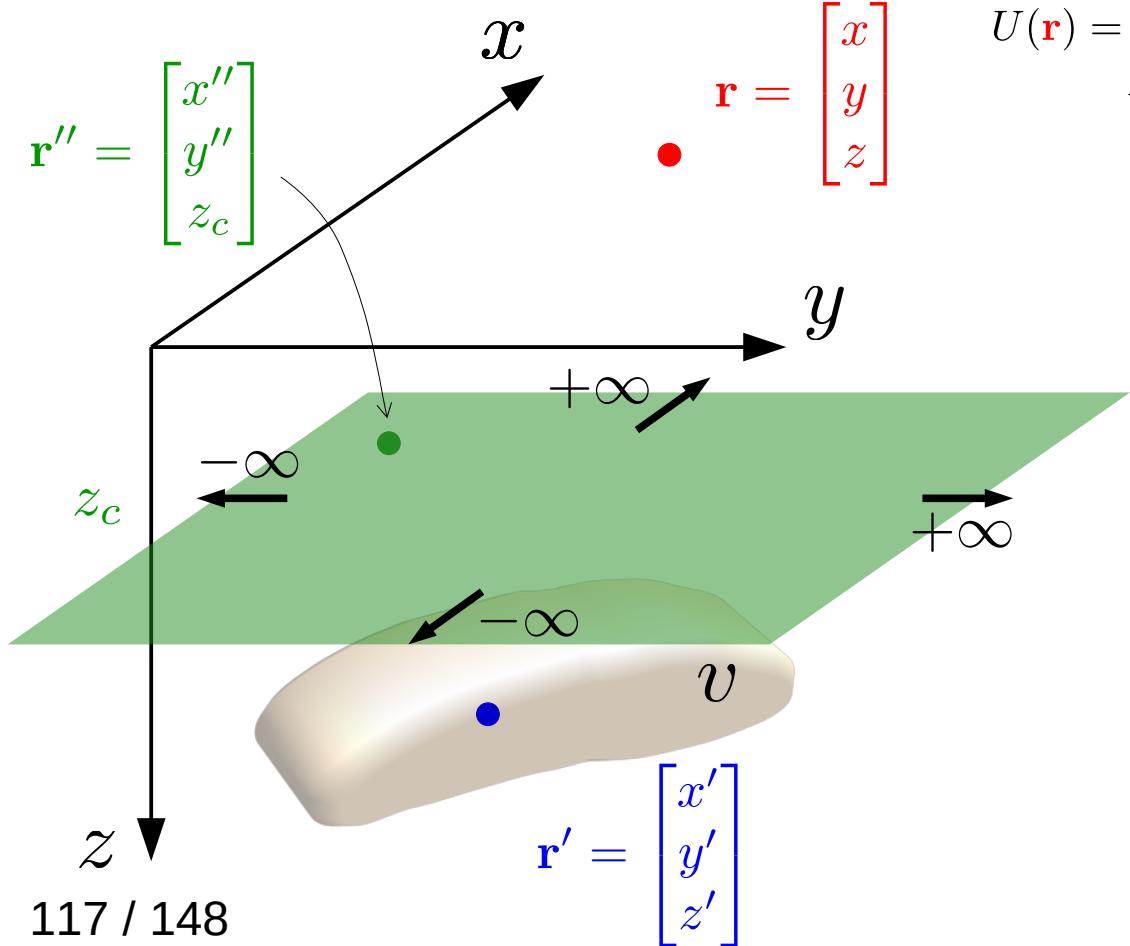
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

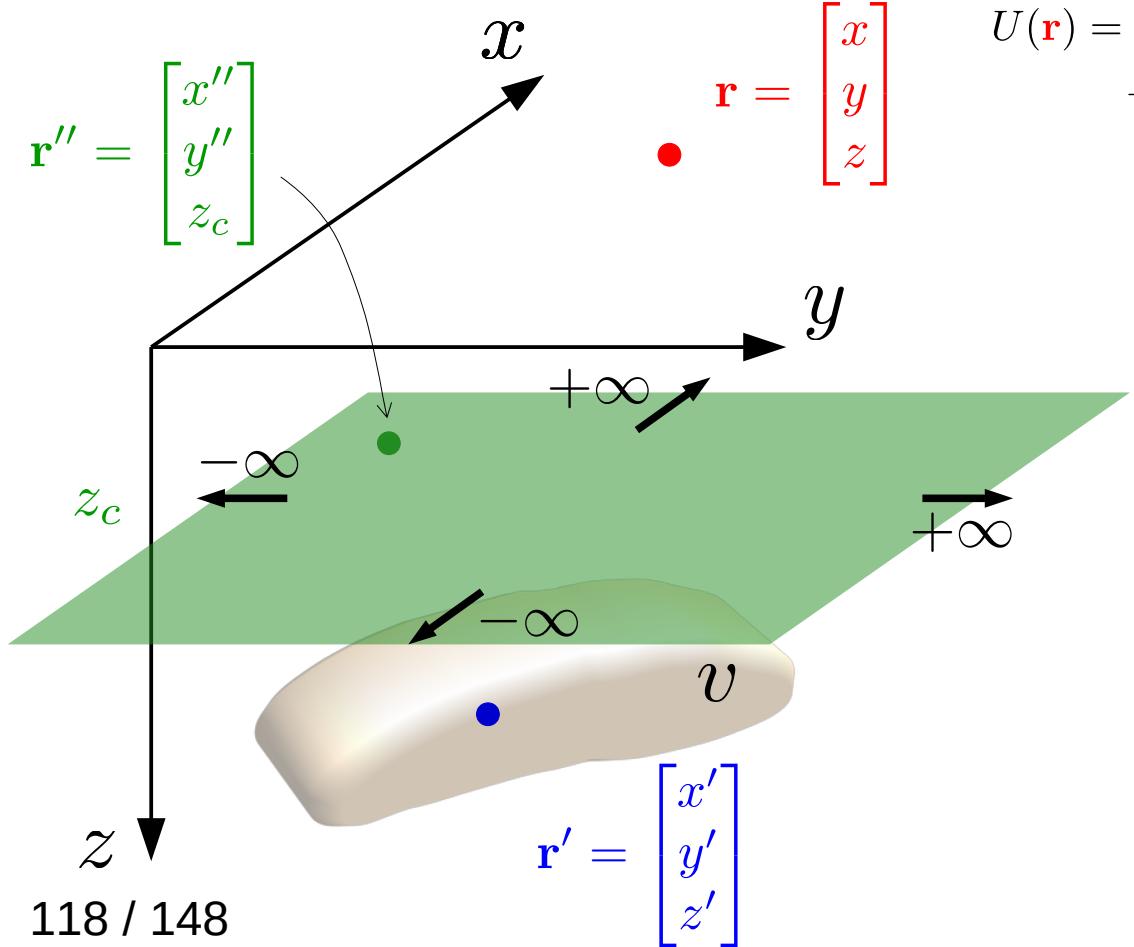
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \underbrace{\partial_z U(\mathbf{r}'')} \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Este termo representa a an. de campo total aprox. produzida em \mathbf{r} por um dipolo localizado em \mathbf{r}''

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

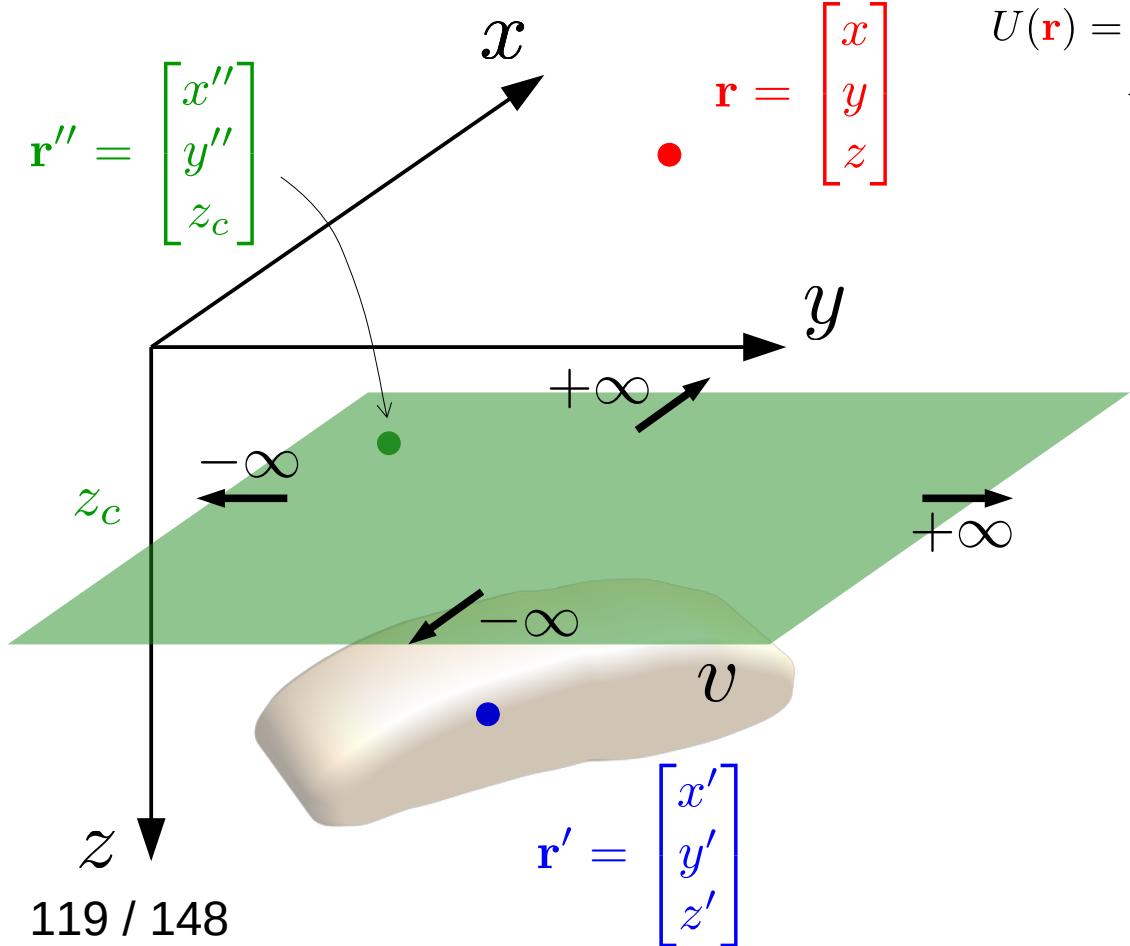
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{h}}$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

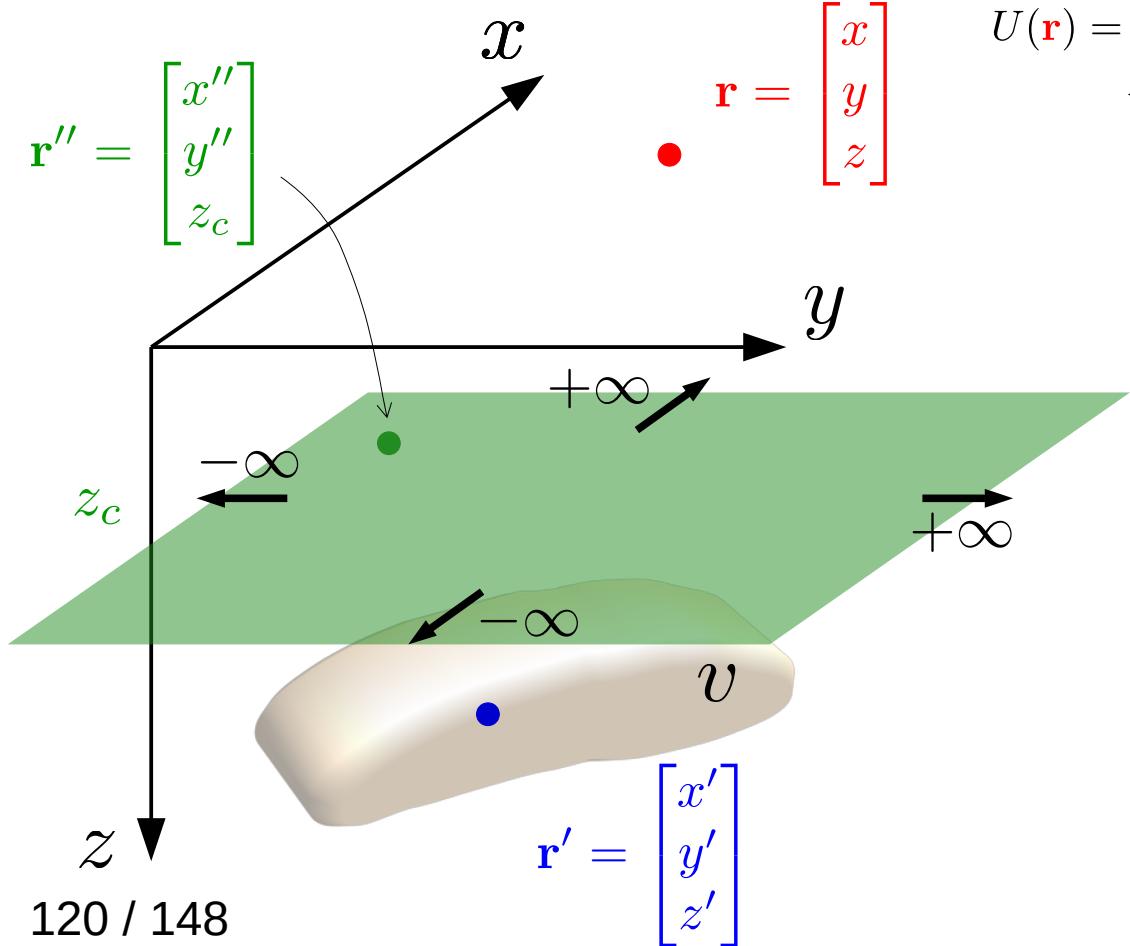
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{h}}$$

$$\mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \begin{bmatrix} \partial_{xx} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \end{bmatrix}$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

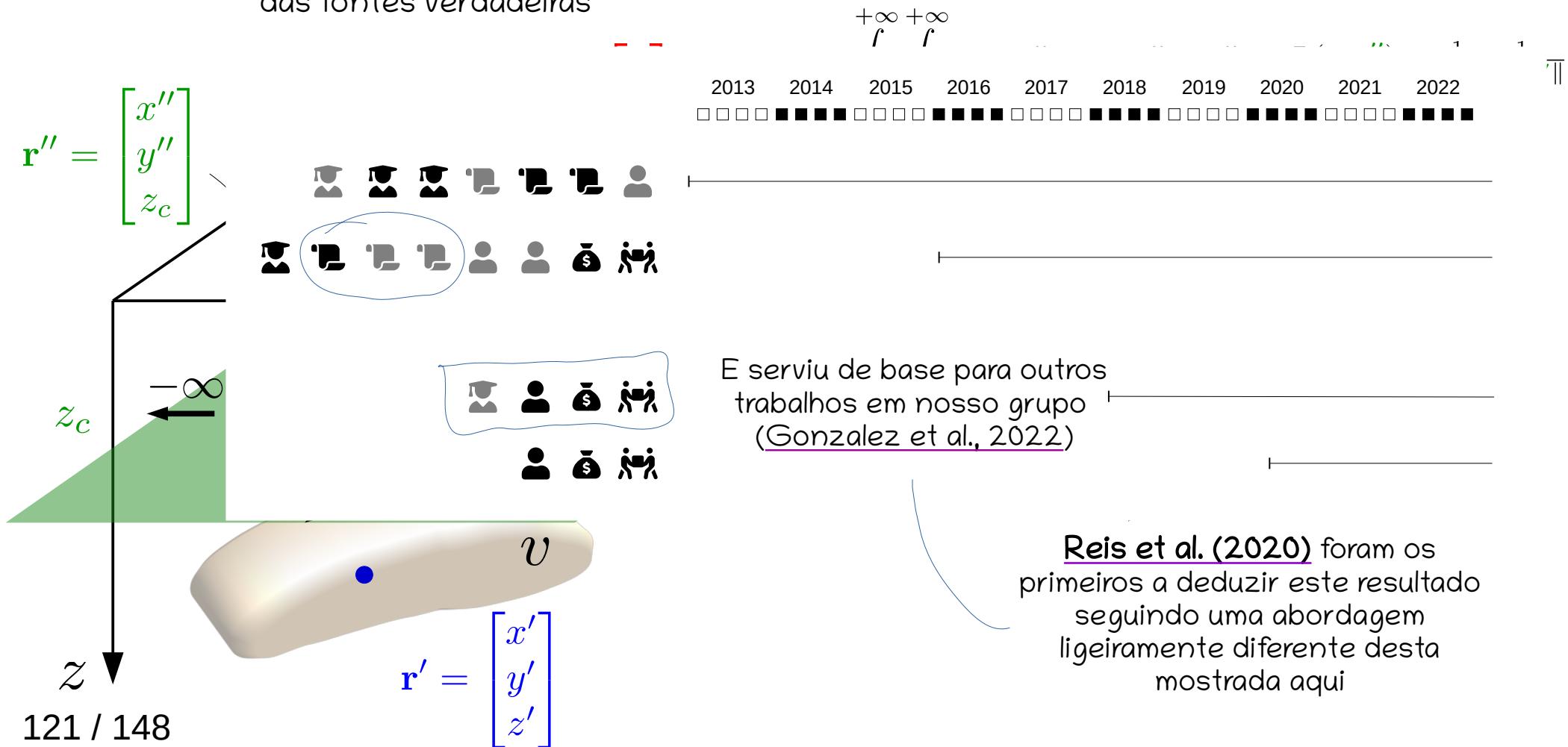
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

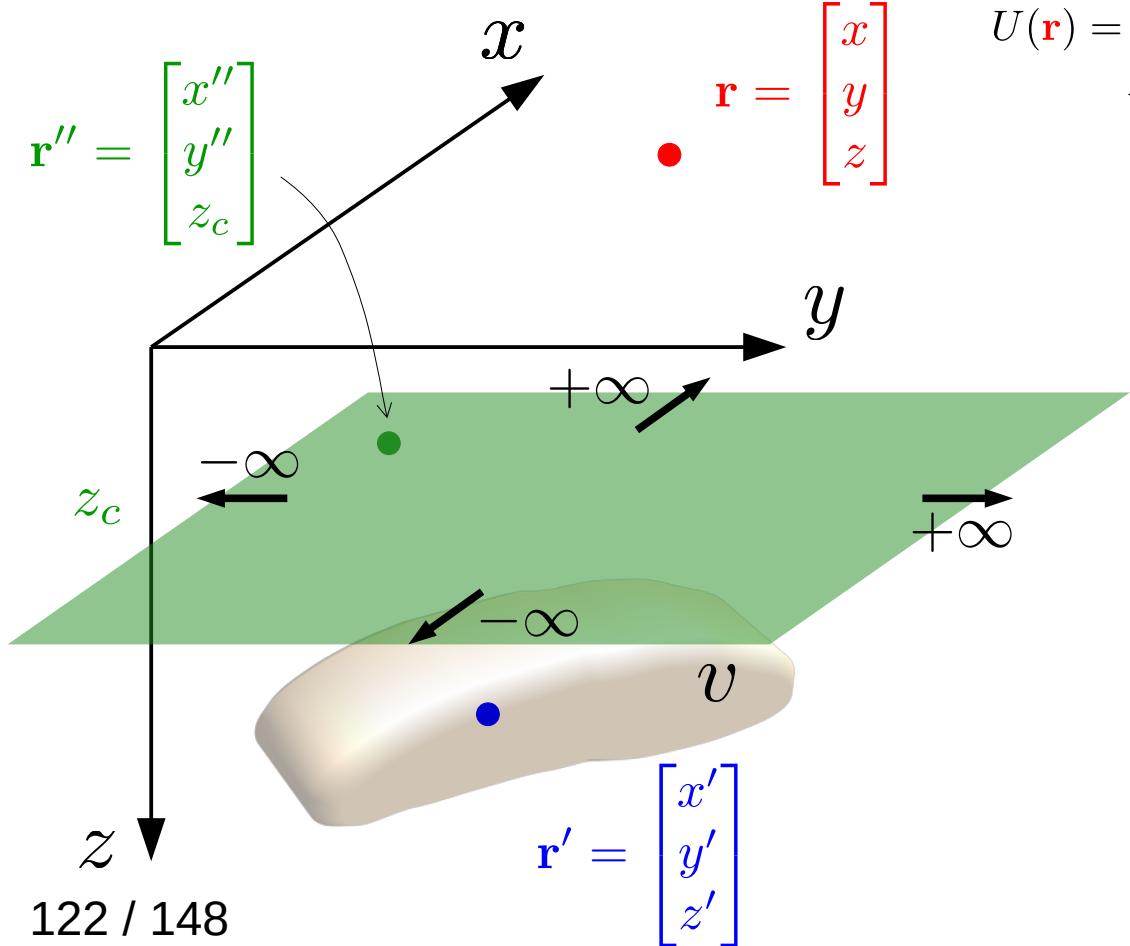
Reis et al. (2020) foram os primeiros a deduzir este resultado seguindo uma abordagem ligeiramente diferente desta mostrada aqui

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

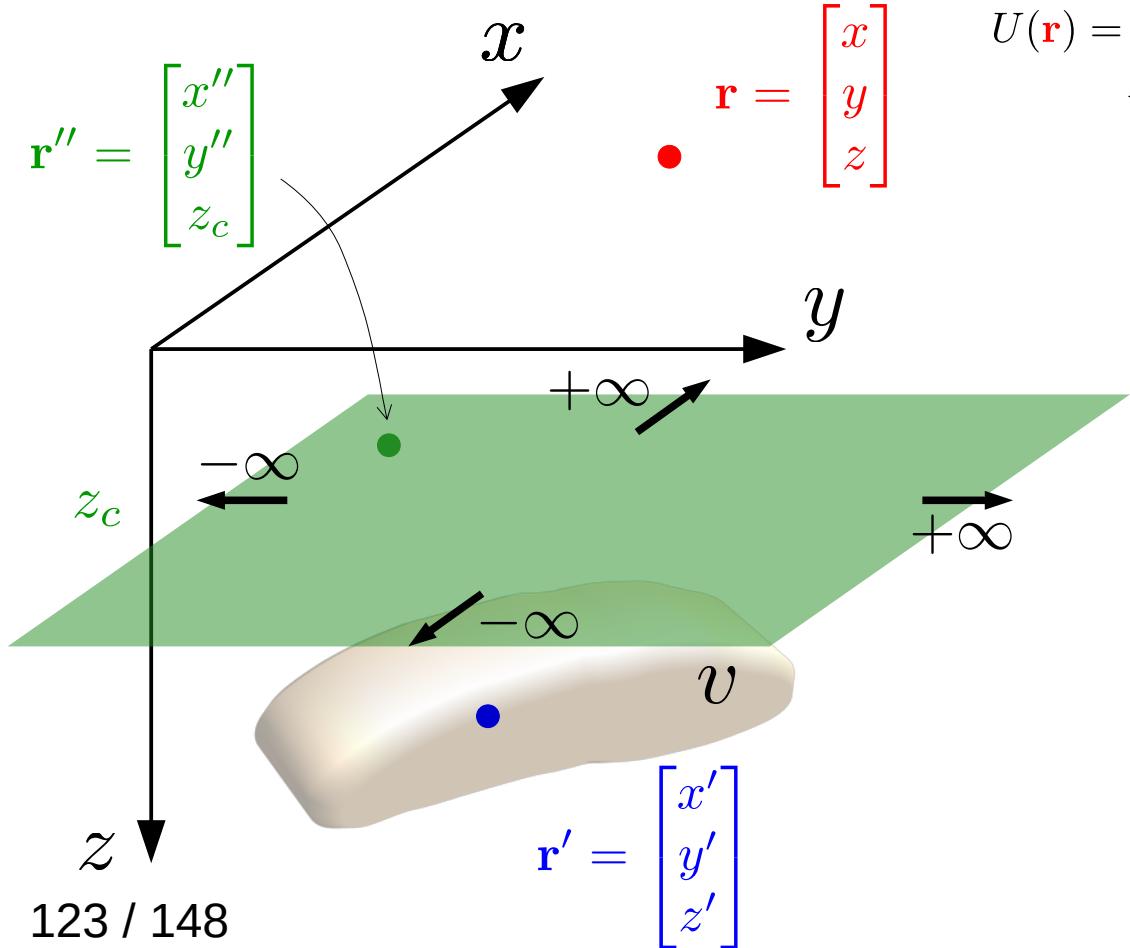
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Intensidade de magnetização total dentro da fonte

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

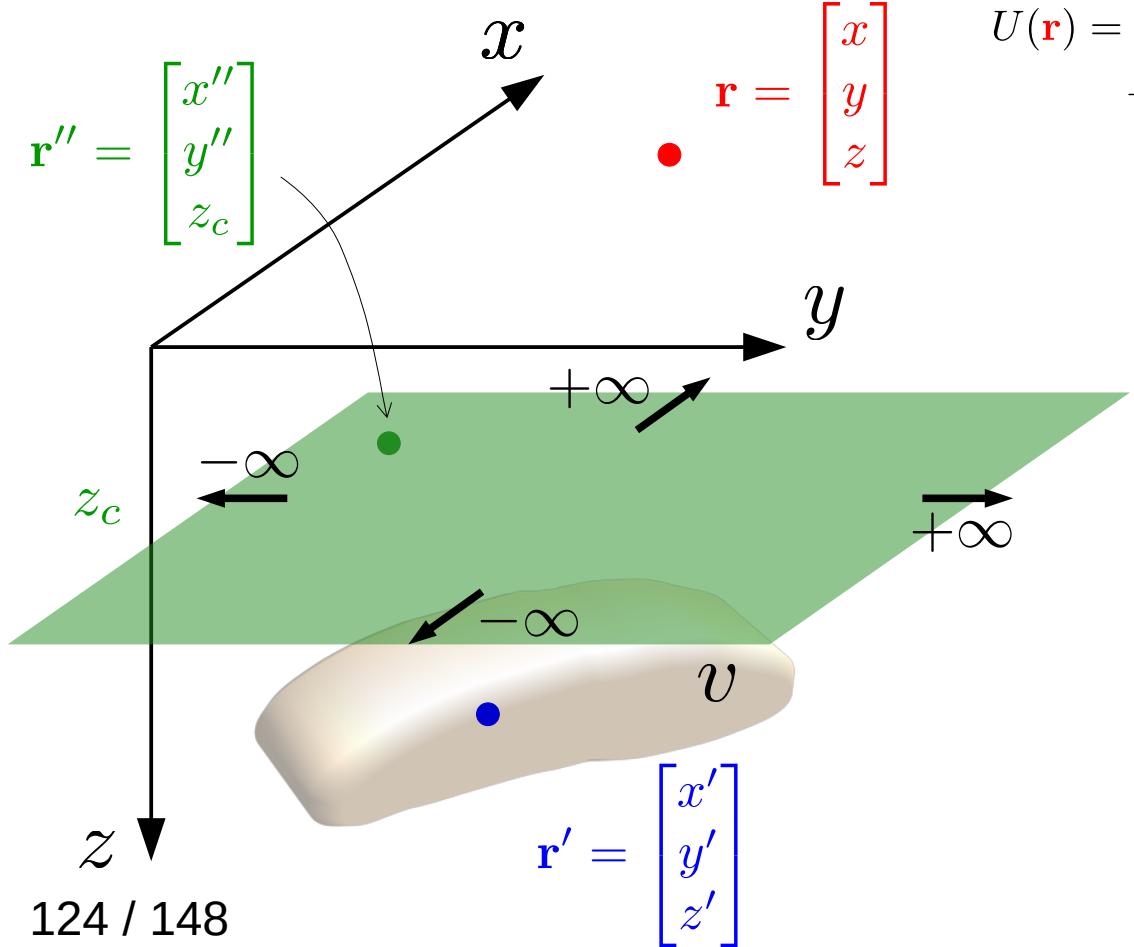
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Note que esta função é ≥ 0 em todos os pontos \mathbf{r}' dentro da fonte

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

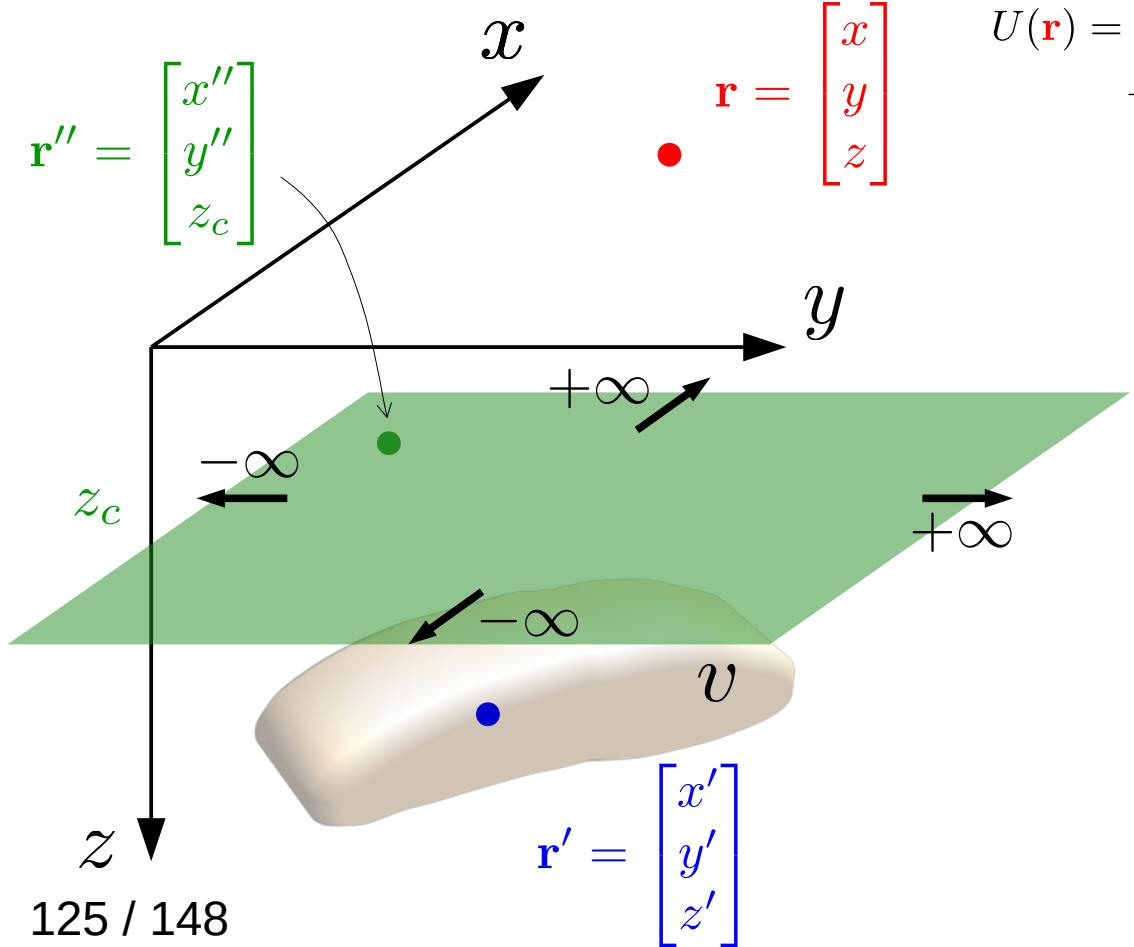
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

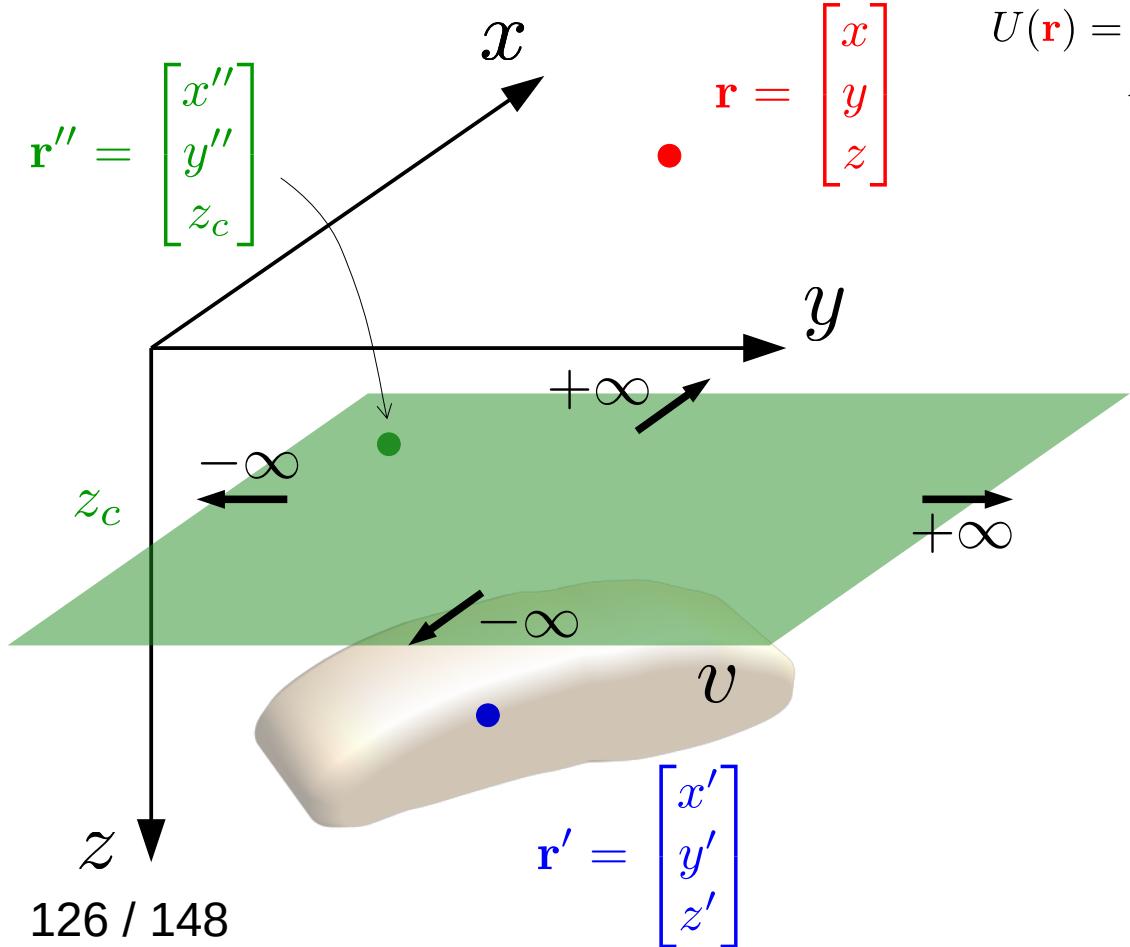
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}_i)$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

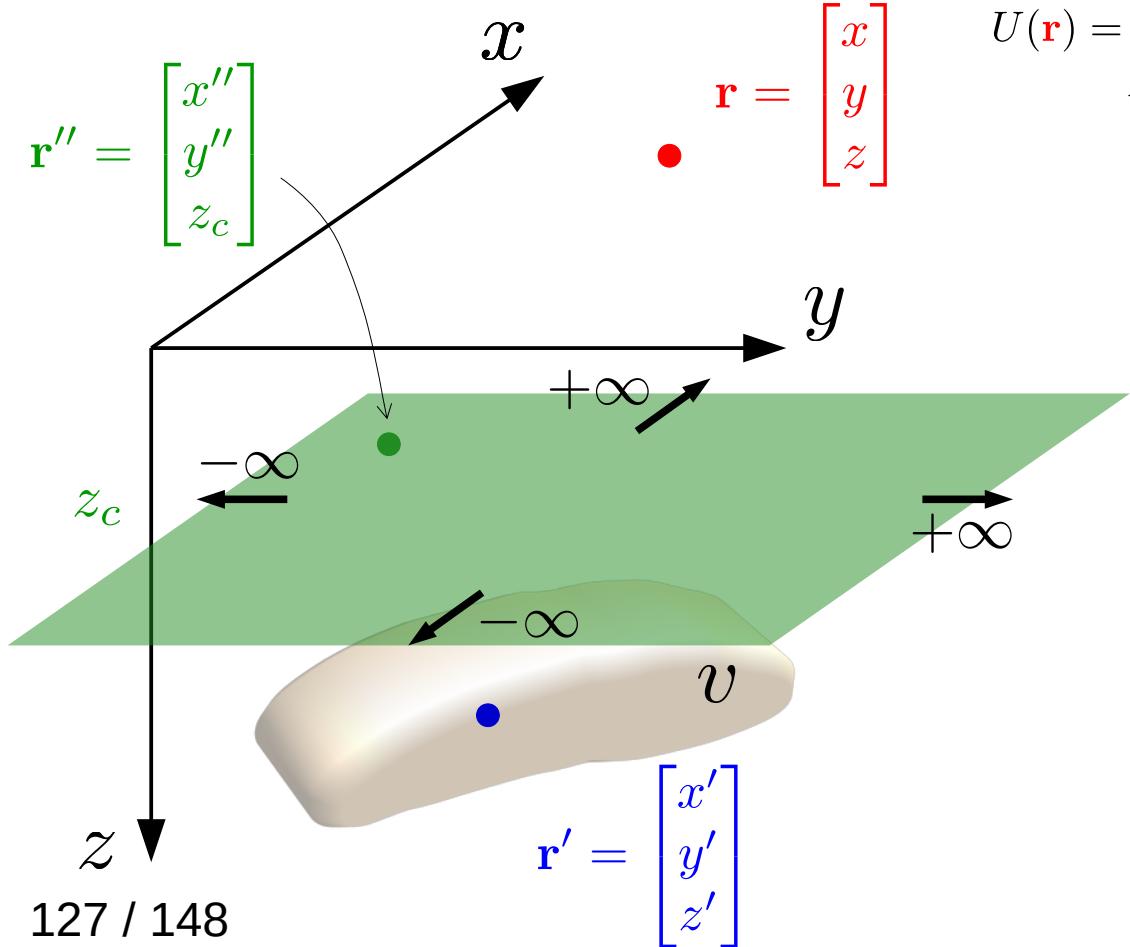
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

Resultado 3/4: A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

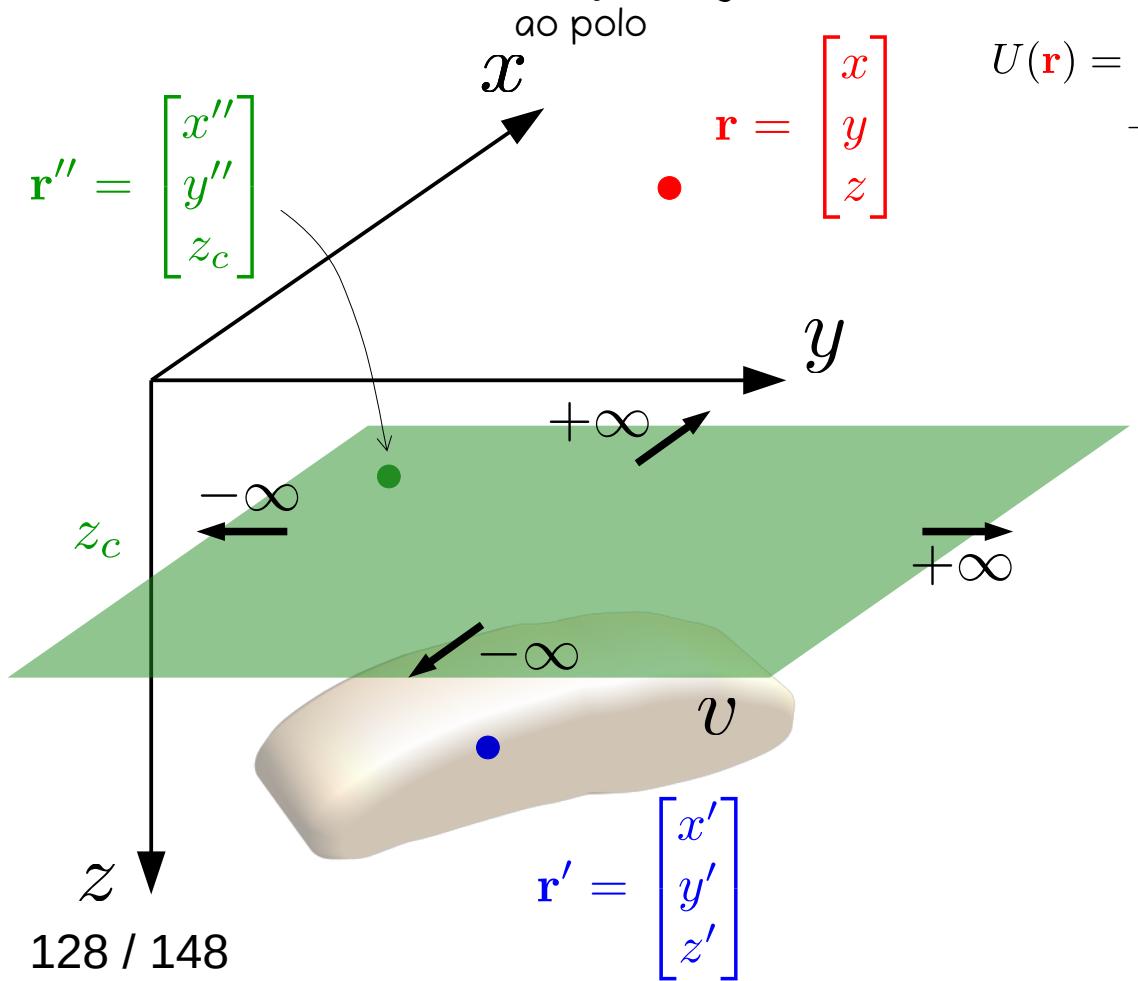
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}_i) \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

Camada equivalente
clássica aplicada a dados
de an. de campo total

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

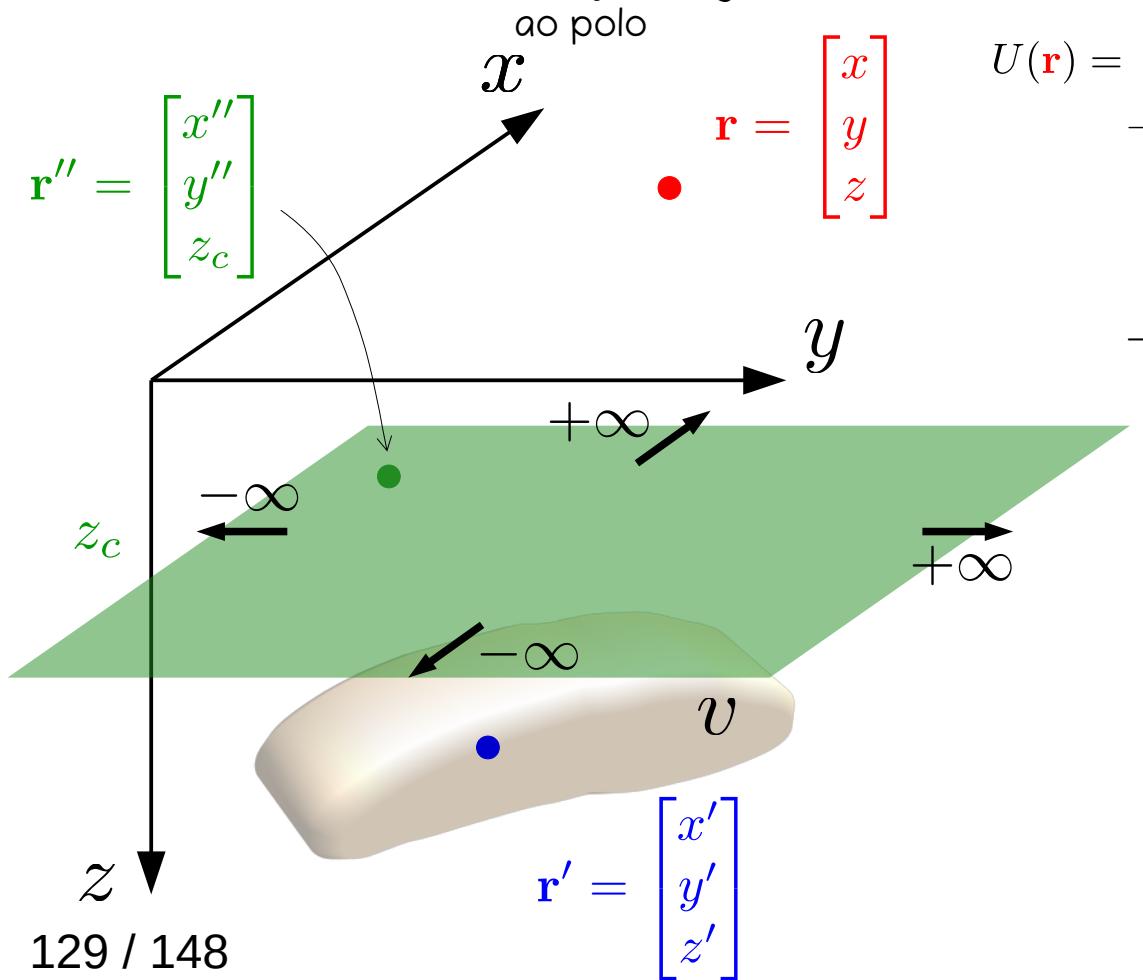
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



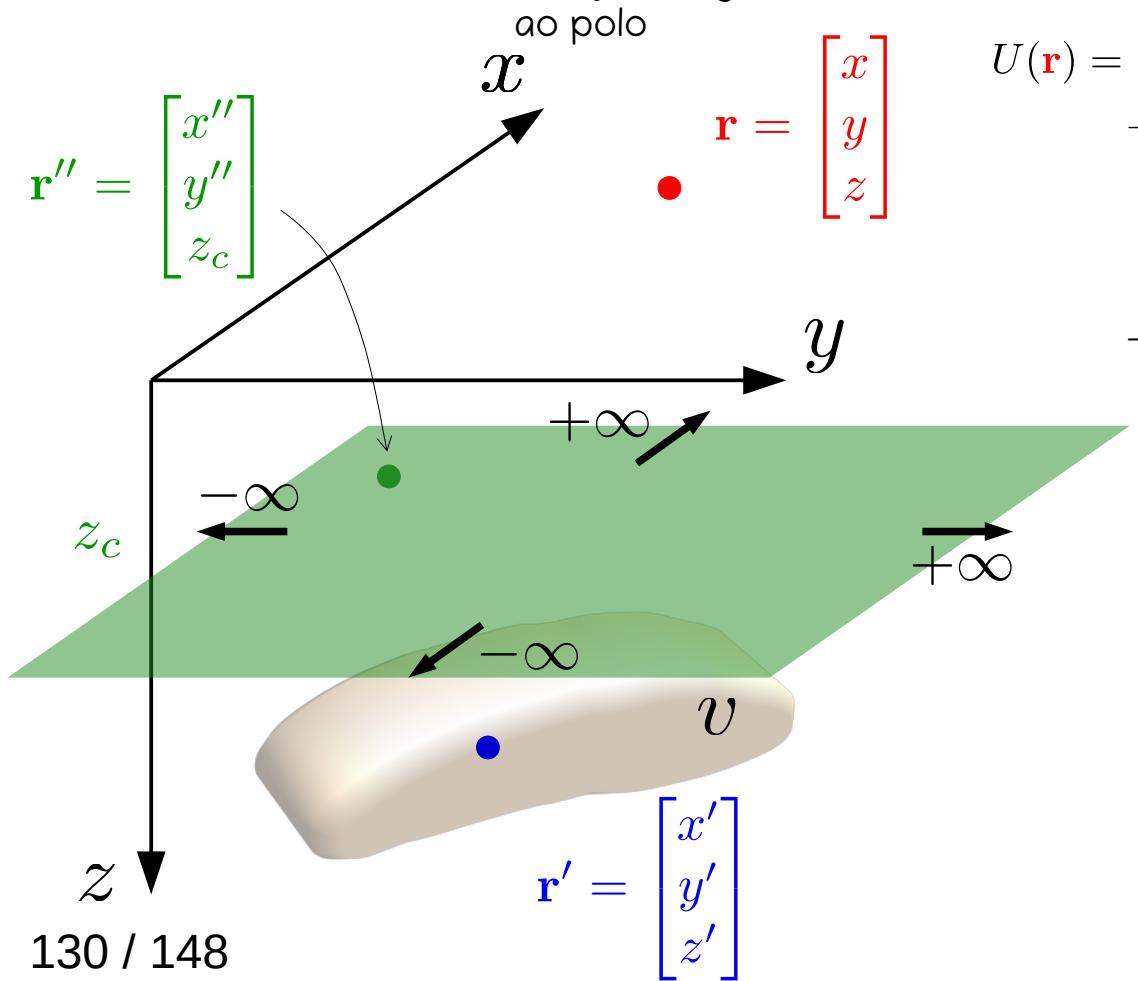
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \text{ Potencial mag. escalar}$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

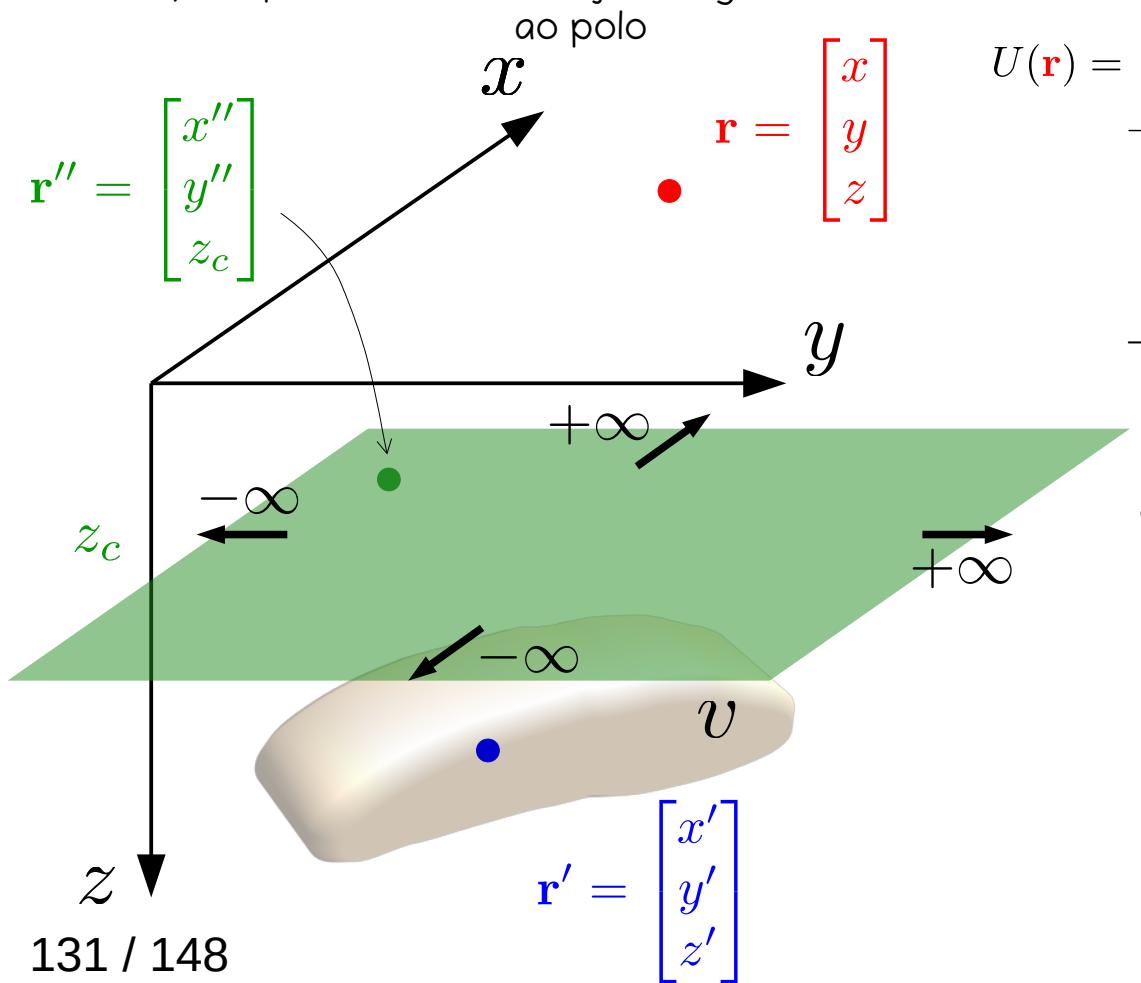


$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$\begin{aligned} -\partial_h U(\mathbf{r}) &= -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} && \text{Potencial mag. escalar} \\ \partial_{th} U(\mathbf{r}) &= \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} && \text{An. de campo total} \end{aligned}$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

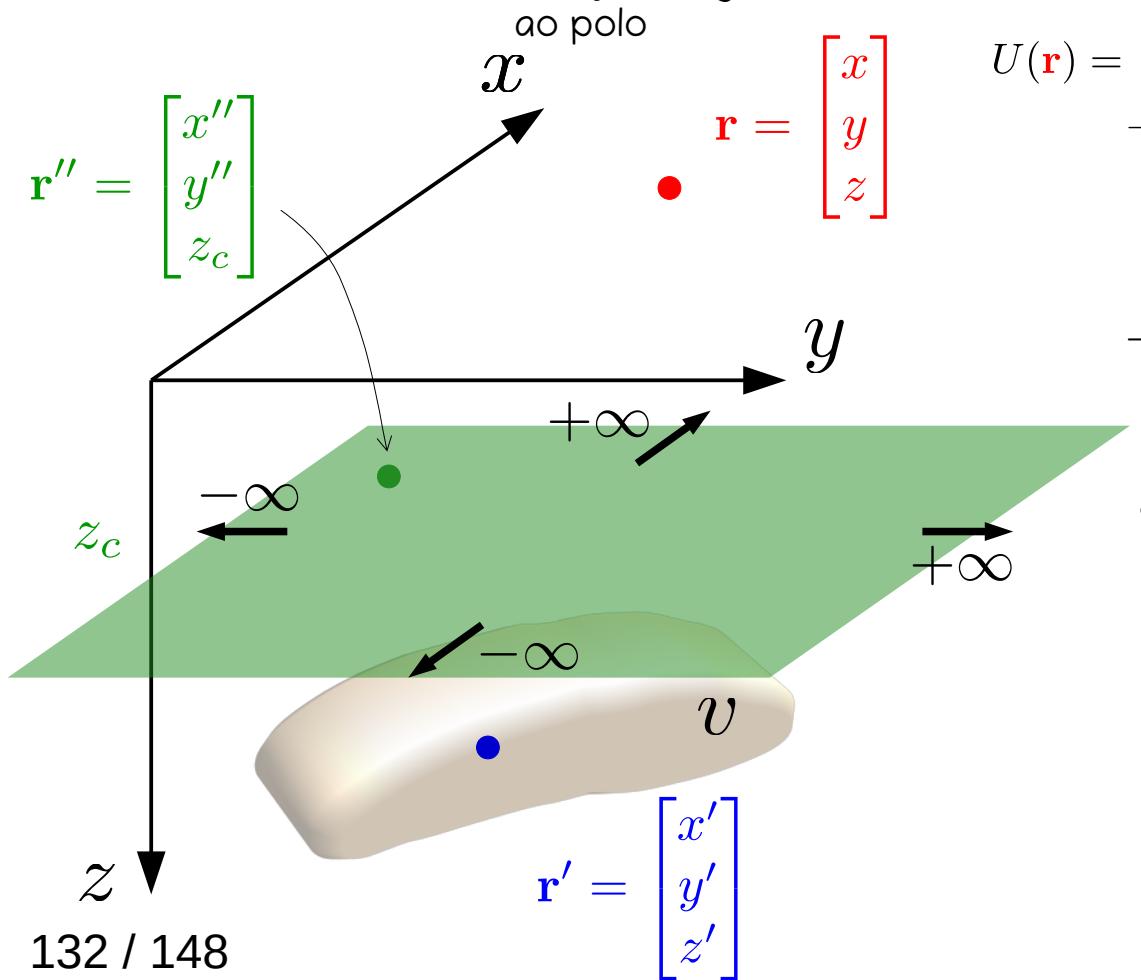
Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

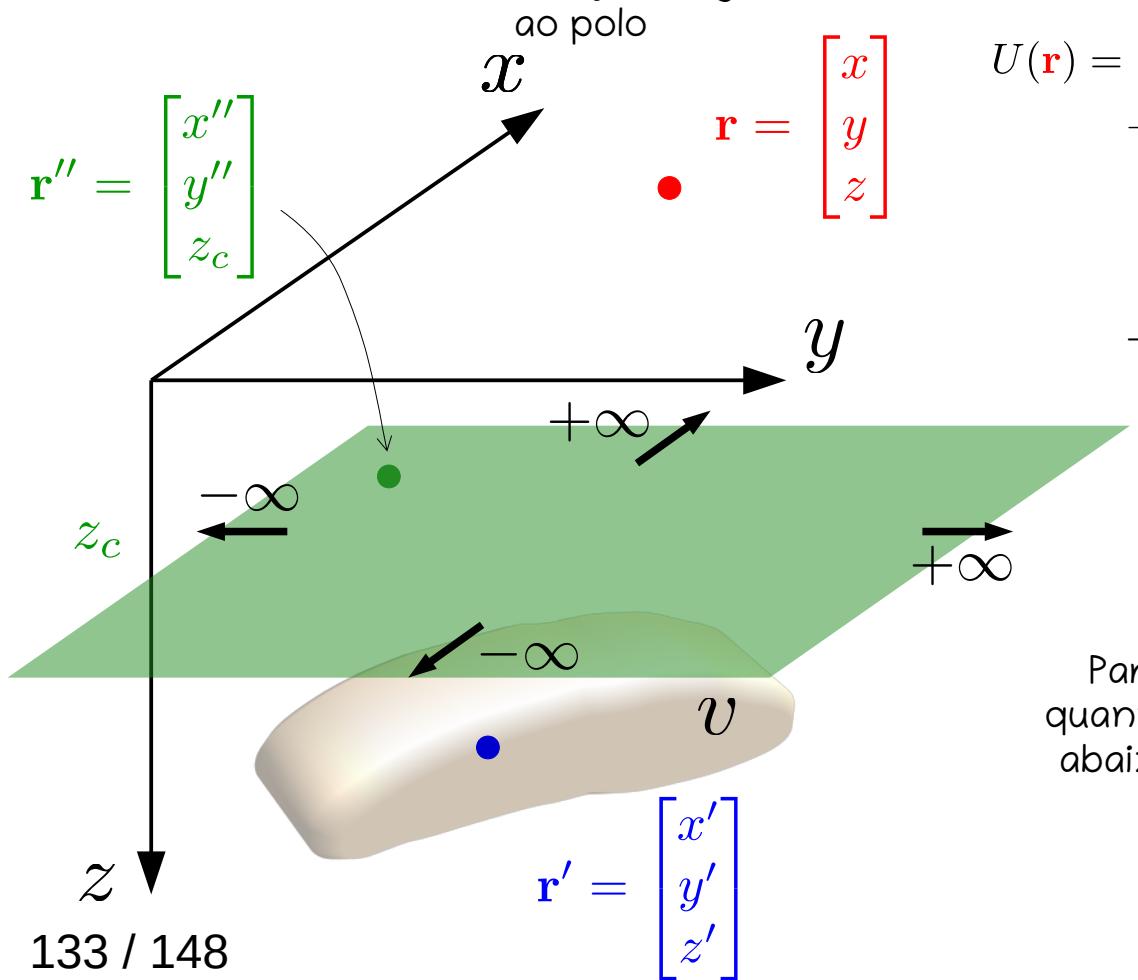
$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

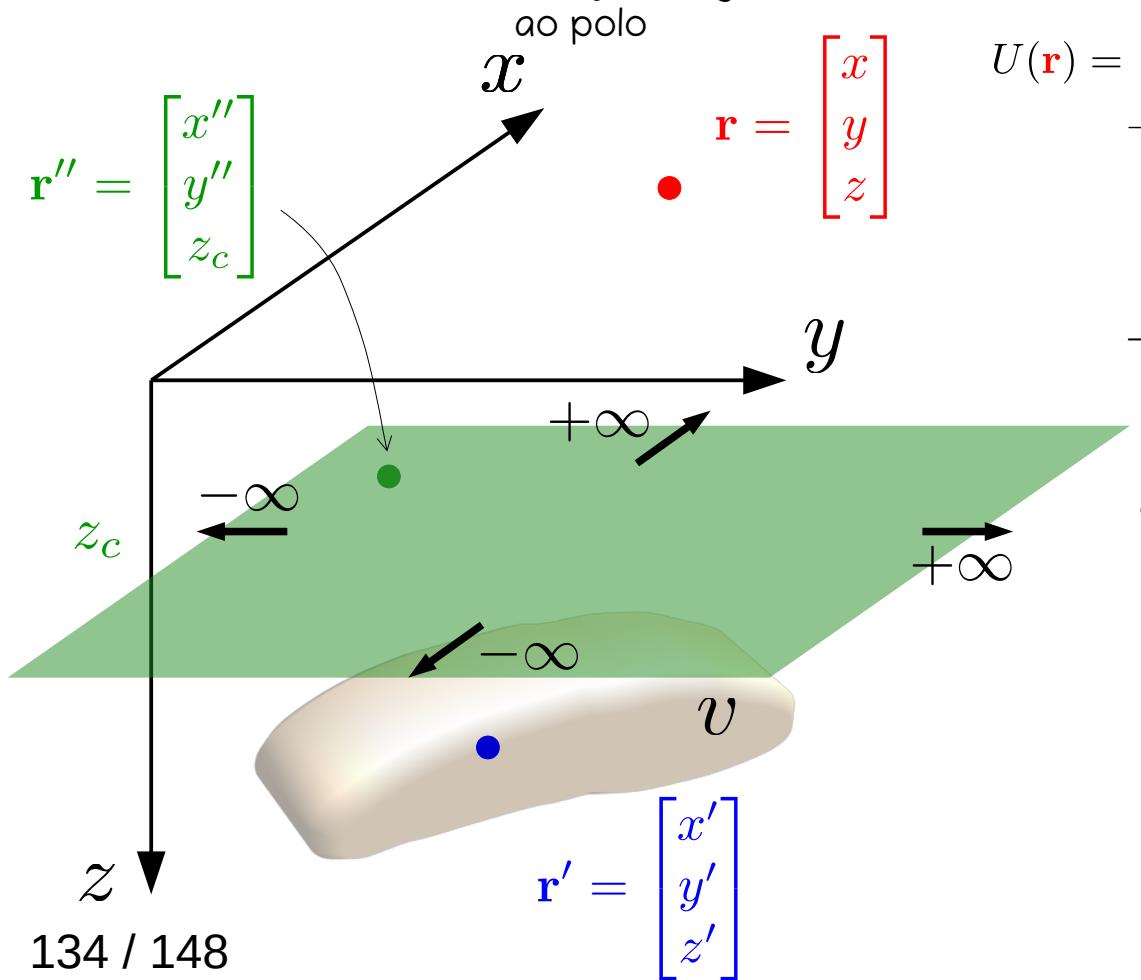
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Para deduzir a camada contínua associada a estas quantidades magnéticas, temos que derivar a equação abaixo (sol. do problema de Neumann) com relação às coordenadas do ponto de observação \mathbf{r}

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

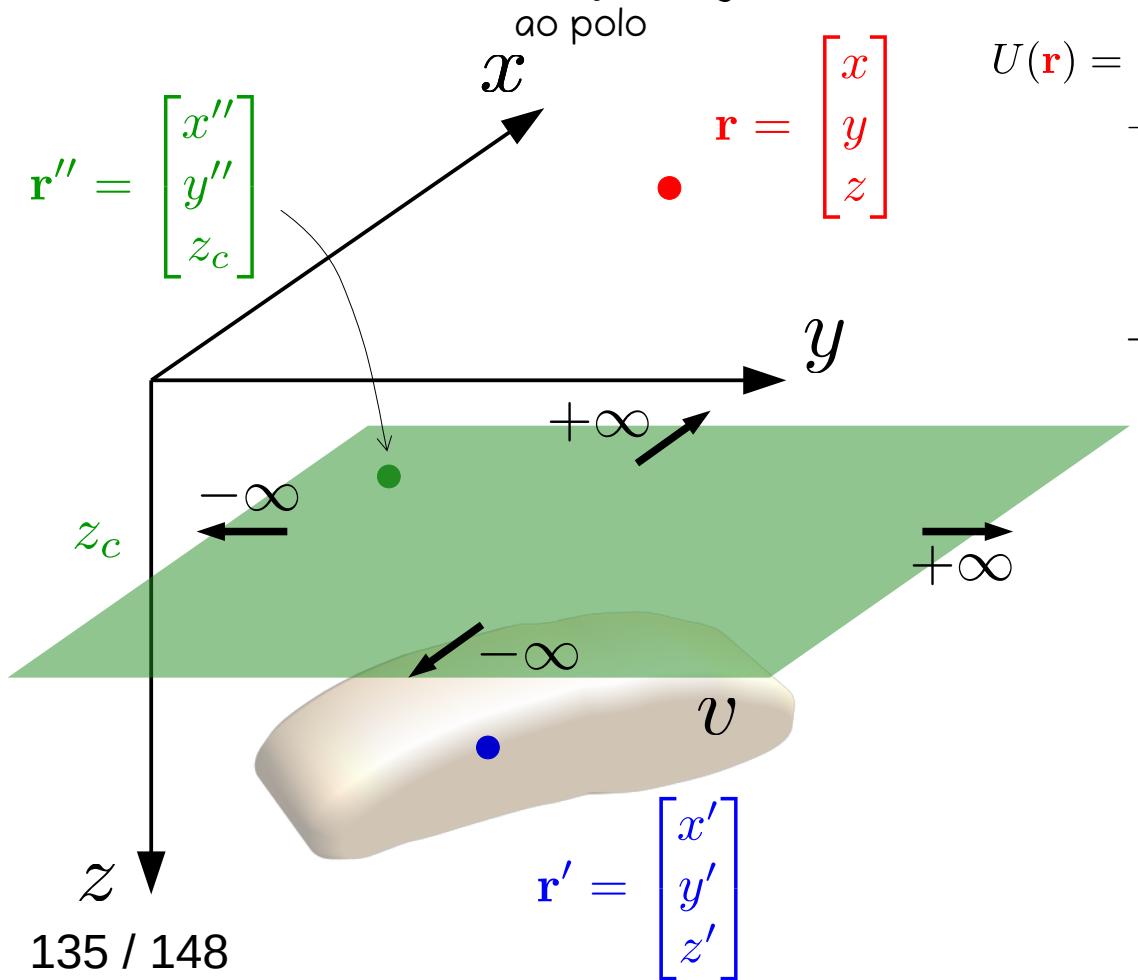
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

As derivadas, entretanto, afetam apenas este termo

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

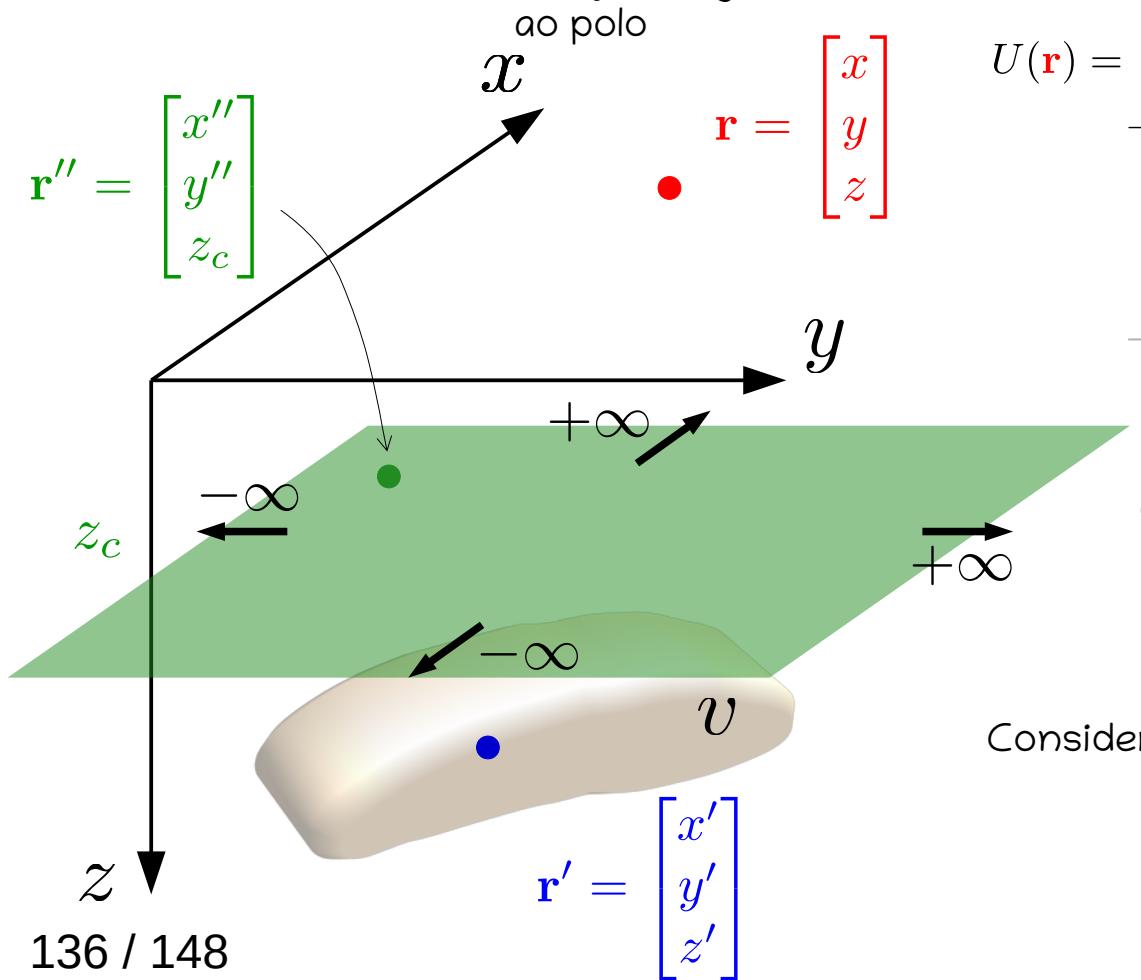
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Então, todas as quantidades acima são definidas em termos da mesma camada contínua de dipolos

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

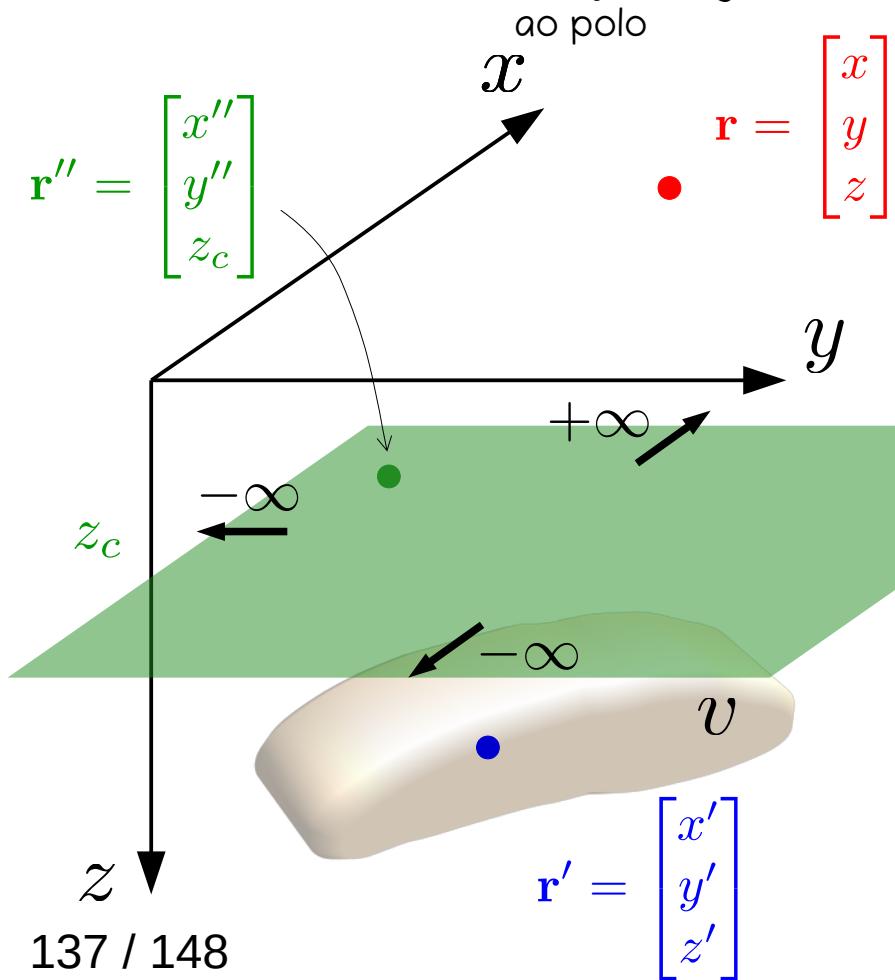
$$\rightarrow \partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Considerem estas duas equações

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

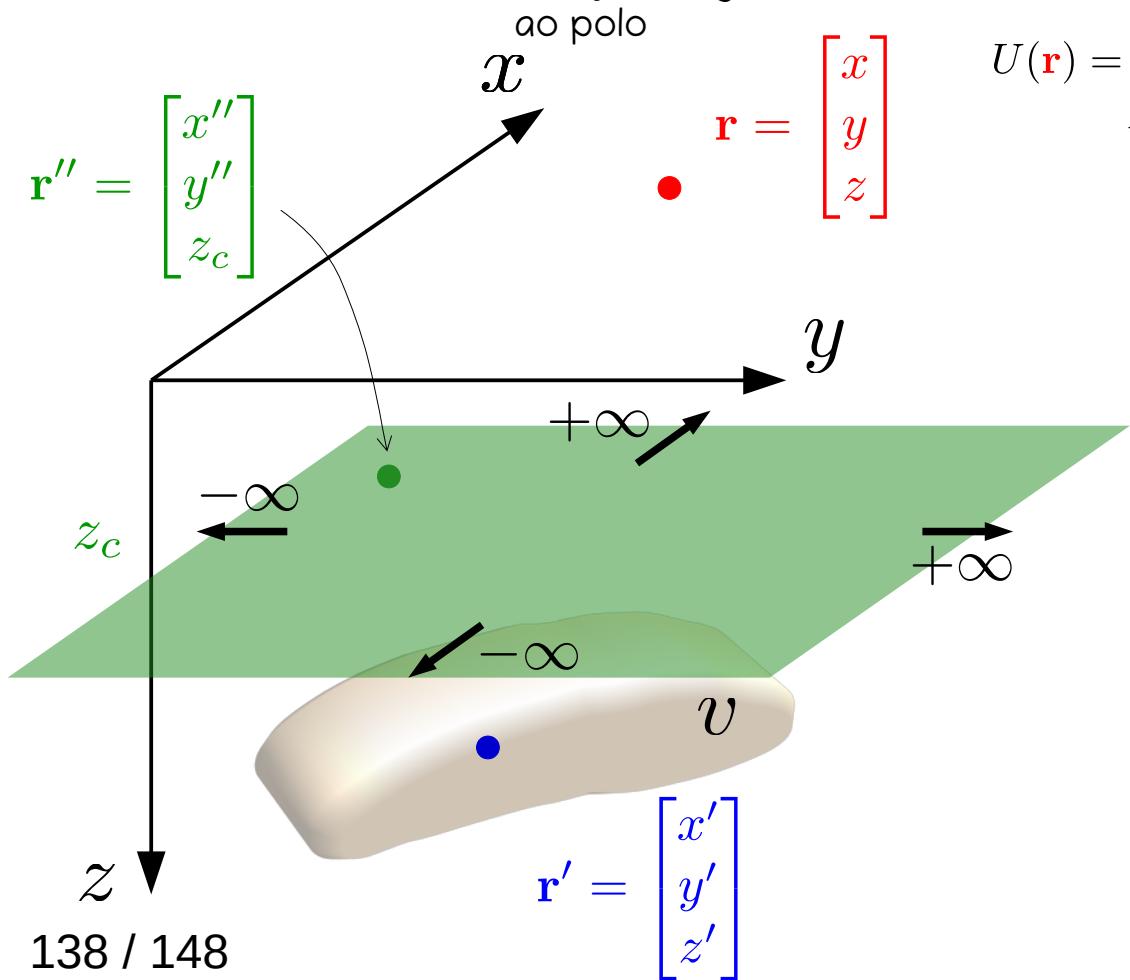
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

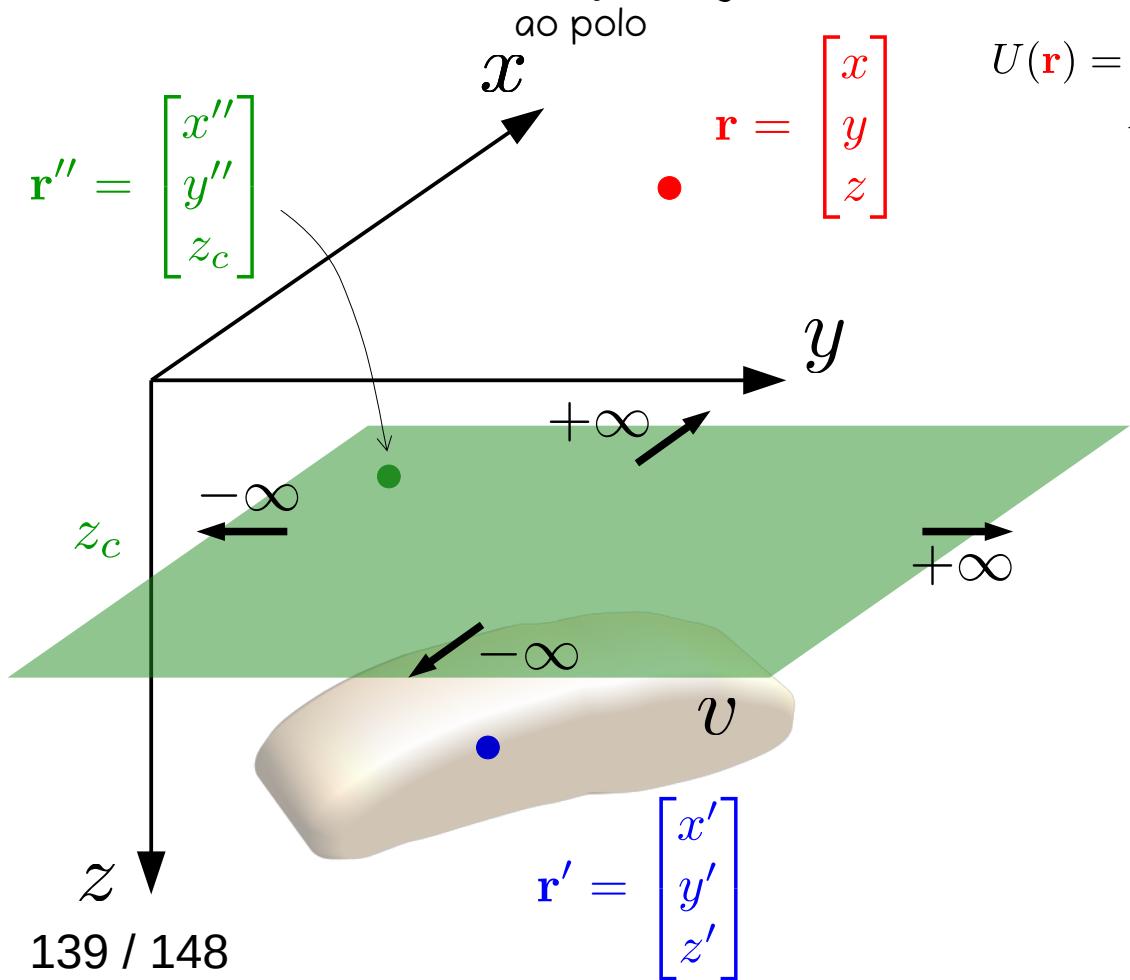
Dedução:

Estas eqs. são a base teórica para o cálculo da redução ao polo no domínio do espaço via camada eq., de acordo com o trabalho pioneiro de [Silva \(1986\)](#)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Resultado 4/4: A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

É importante ressaltar, contudo, que estas eqs. não foram definidas claramente por [Silva \(1986\)](#) e nem nos trabalhos subsequentes baseados no cálculo da redução ao polo via camada eq. (e.g., [Leão and Silva, 1989](#); [Guspí and Novara, 2009](#); [Oliveira Jr. et al., 2013](#); [Li et al., 2014](#); [Reis et al., 2020](#); [Takahashi et al., 2022](#))

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- Técnica da camada equivalente
- **Desenvolvimentos teóricos**

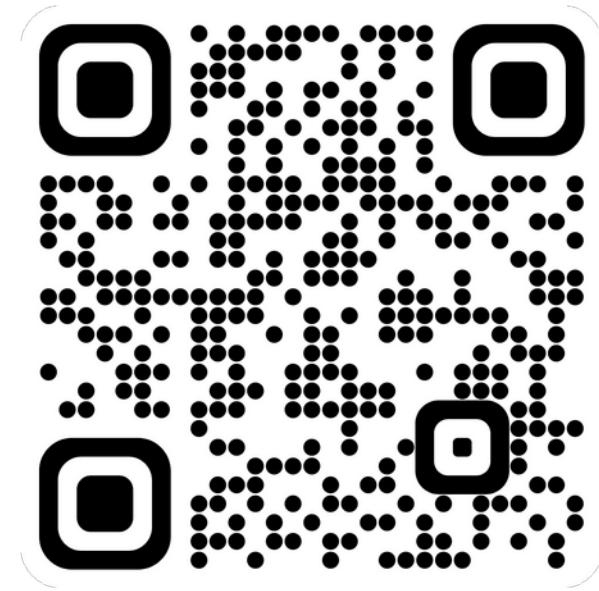
Sumário

1 Apresentação

2 Resumo das atividades científicas

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

4 Considerações finais



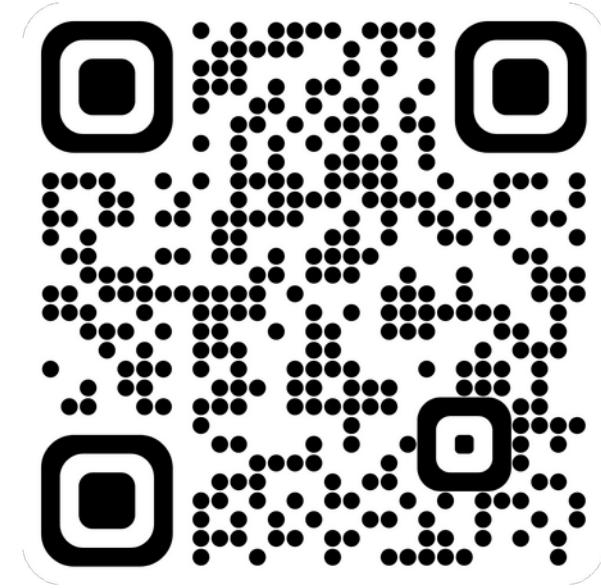
Sumário

1 Apresentação

2 Resumo das atividades científicas

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

4 Considerações finais



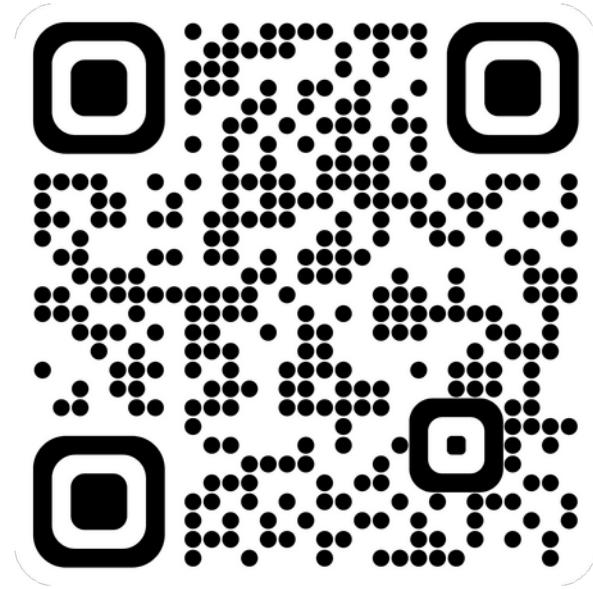
- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.



Muito obrigado pela atenção!