

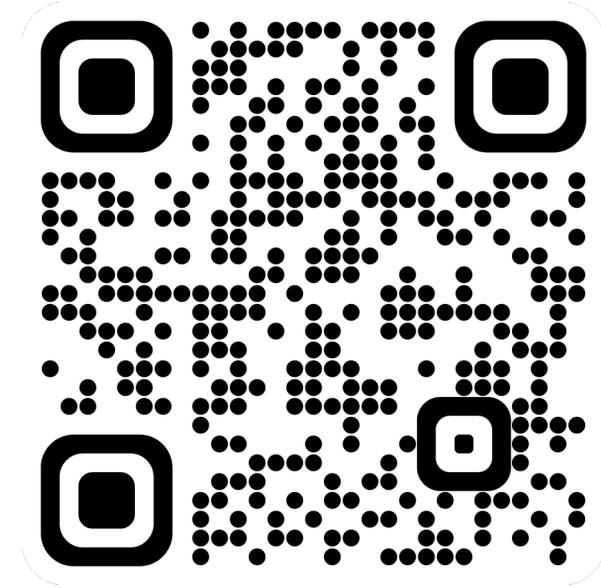
# Sumário

1 Apresentação

2 Resumo das atividades científicas

**3 Apresentação detalhada das atividades científicas**

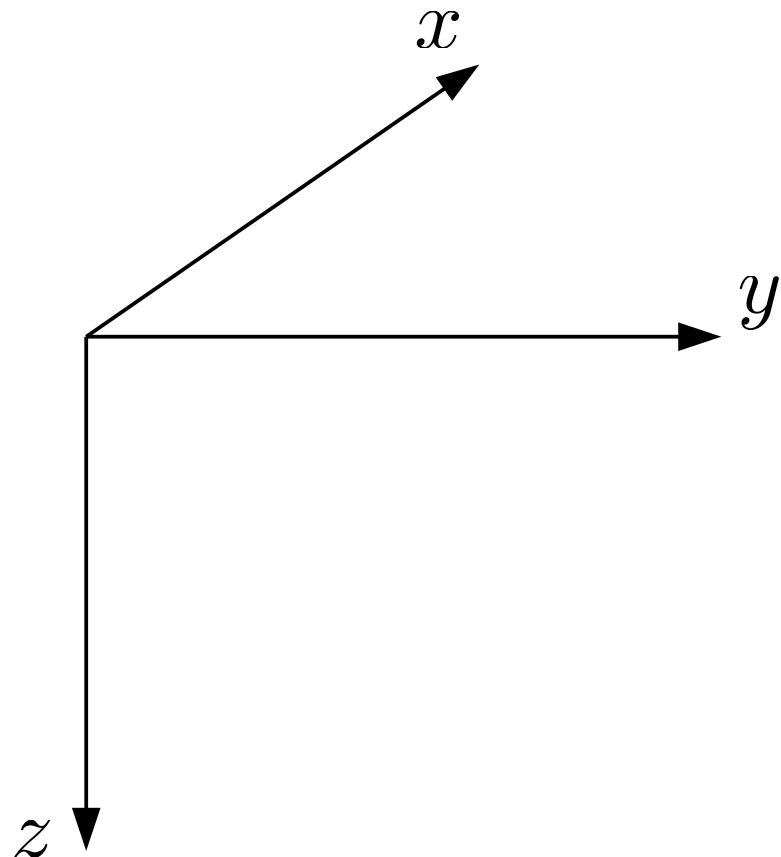
4 Considerações finais



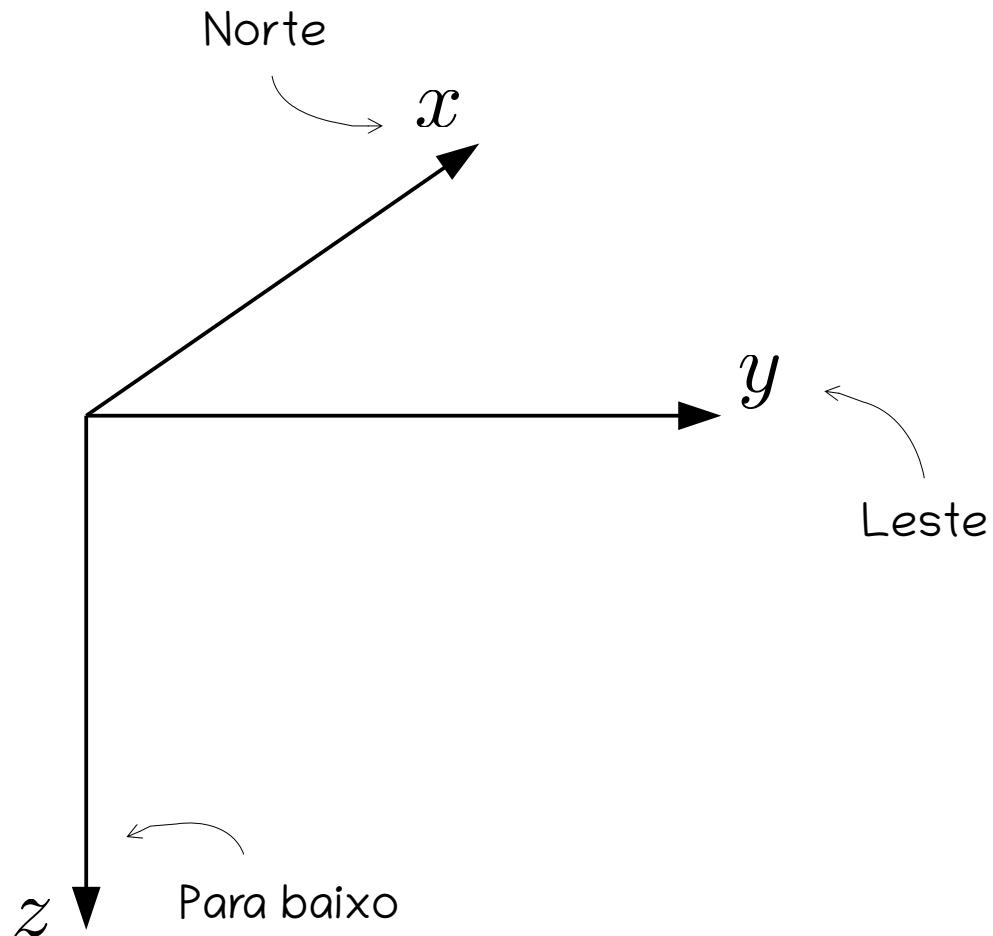
# 3 Apresentação detalhada das atividades científicas

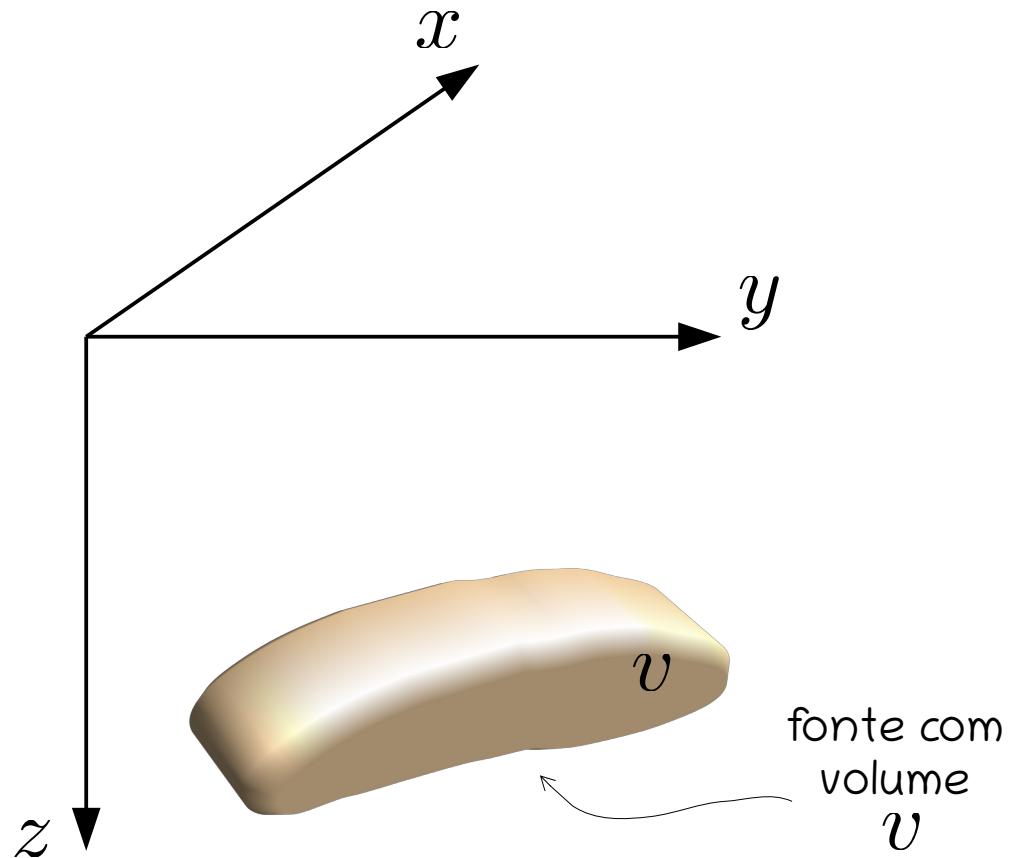
- **Dados grav e mag**
- Técnica da camada equivalente
- Desenvolvimentos teóricos

# Sistema topocêntrico de coordenadas Cartesianas

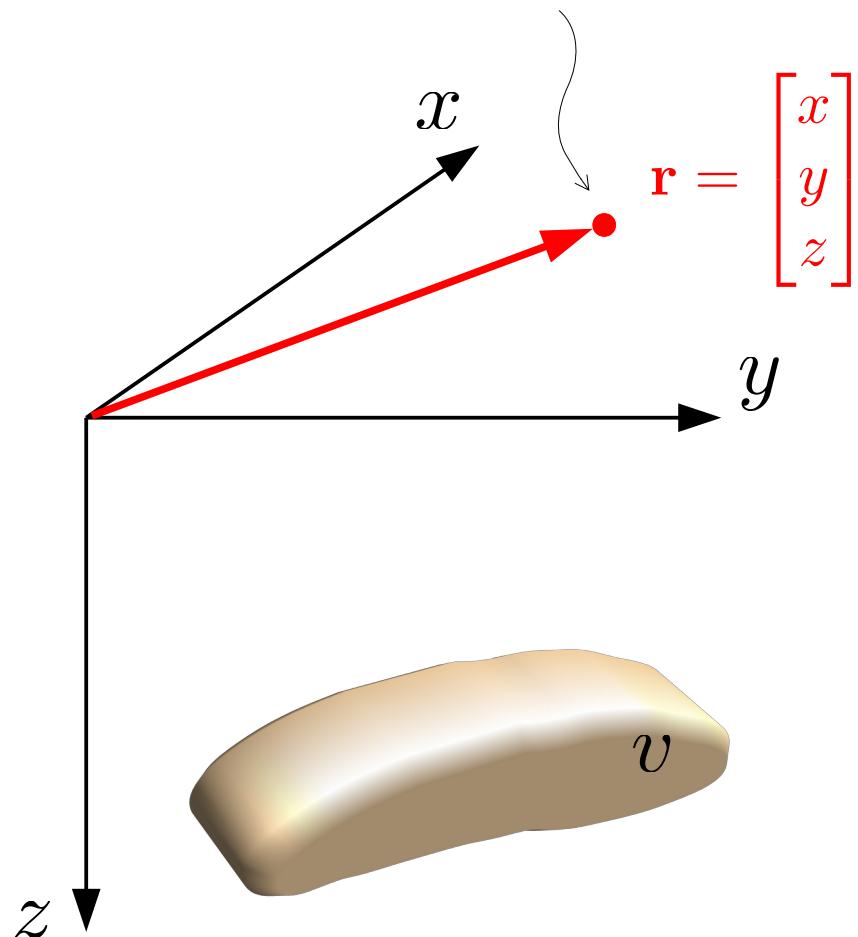


# Sistema topocêntrico de coordenadas Cartesianas





ponto de observação



ponto de observação

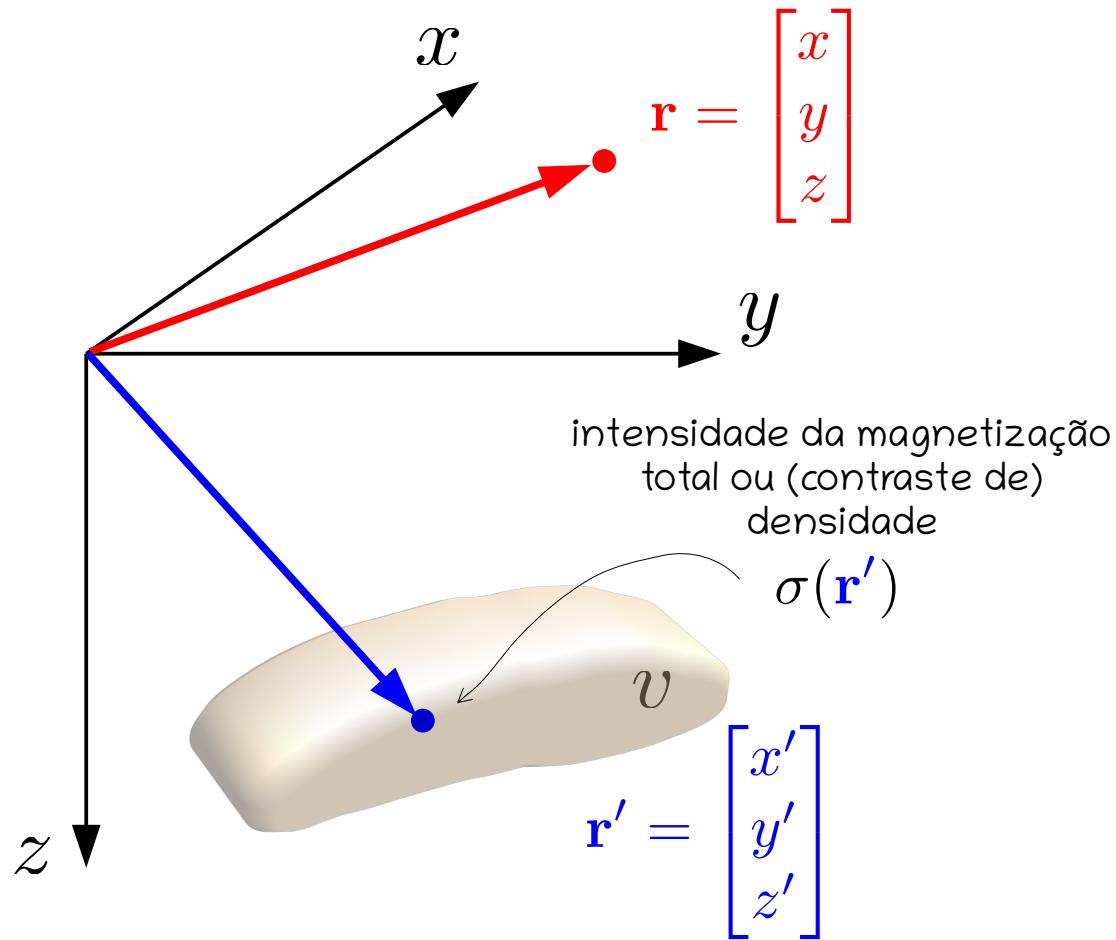
A 3D Cartesian coordinate system is shown with three axes:  $x$  (vertical),  $y$  (horizontal to the right), and  $z$  (depth). A point labeled  $\mathbf{r}$  is located in the first octant. A curved arrow points from the label  $x$  to the  $x$ -axis, and another curved arrow points from the label  $\mathbf{r}$  to the point.

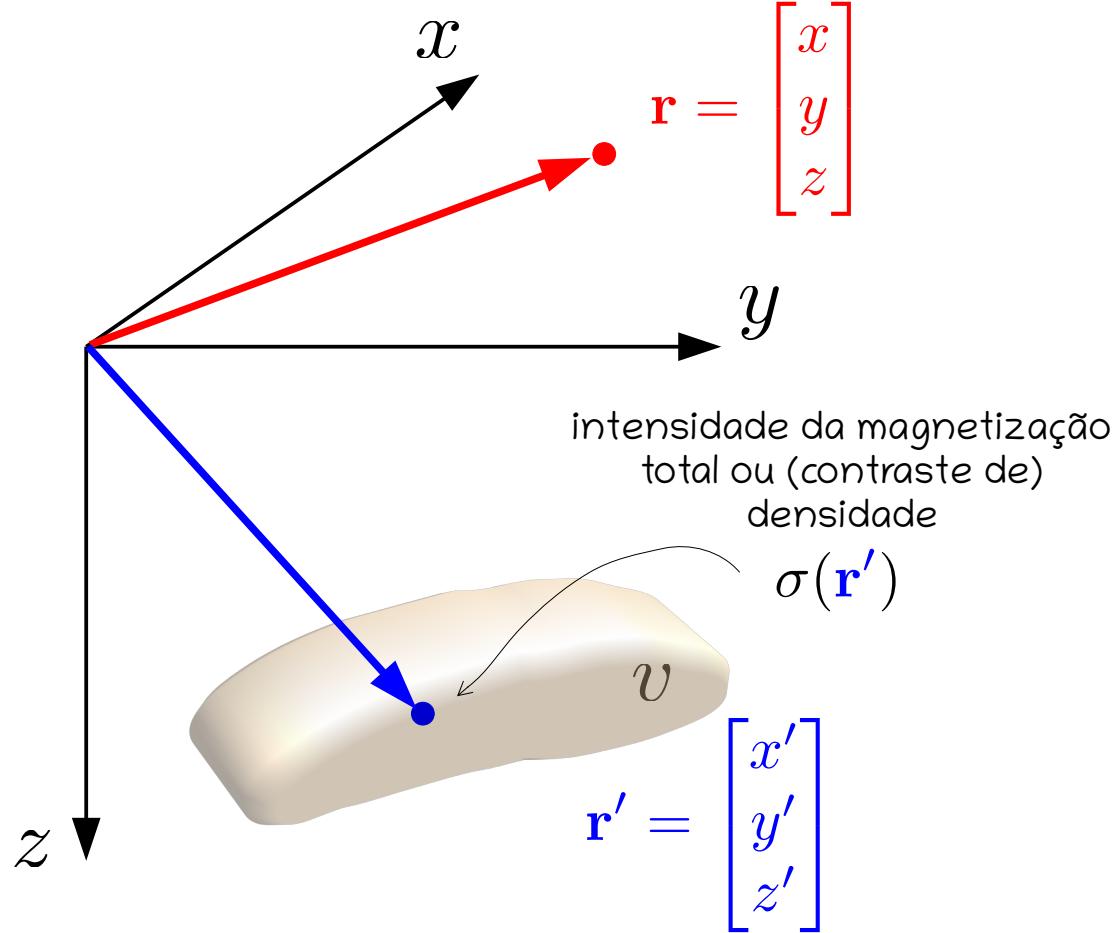
$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

ponto dentro  
da fonte

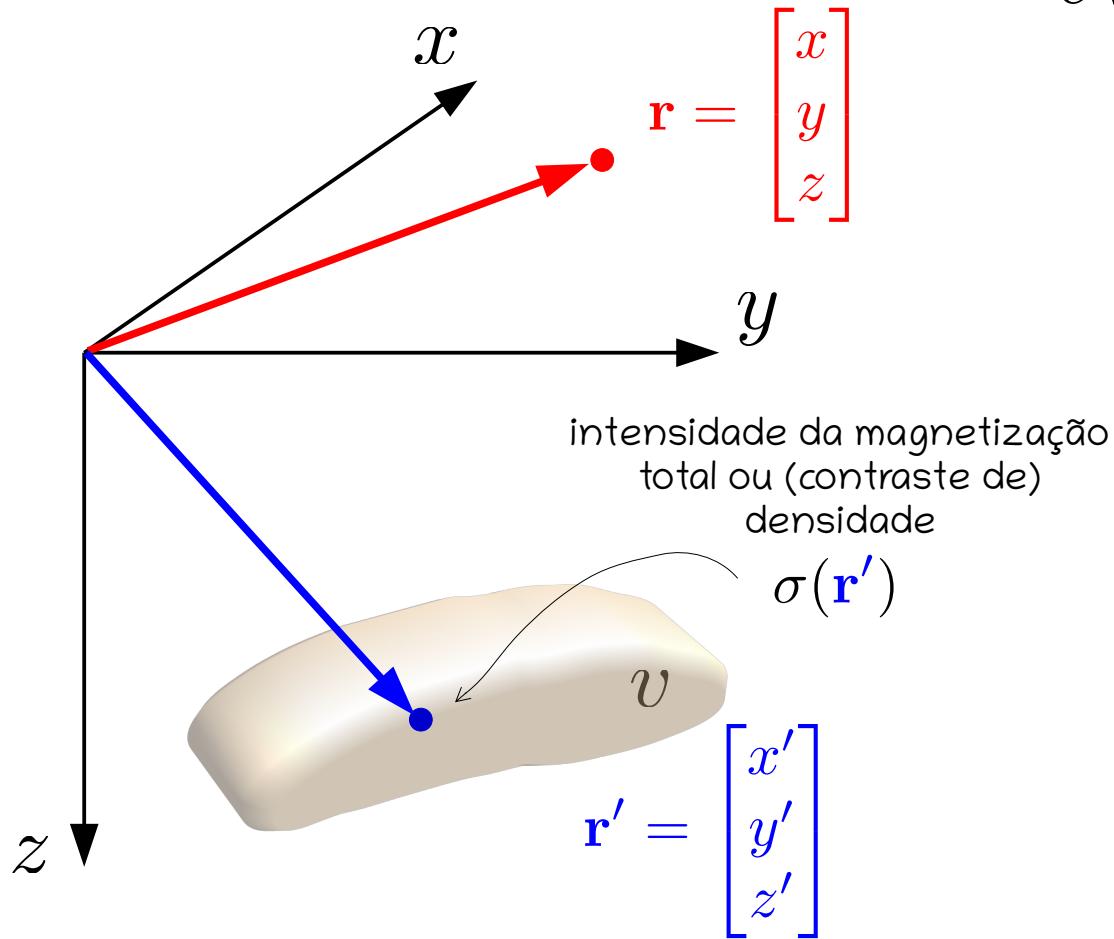
A 3D Cartesian coordinate system is shown with three axes:  $x$  (vertical),  $y$  (horizontal to the right), and  $z$  (depth). A point labeled  $\mathbf{r}'$  is located within a light brown, irregularly shaped volume labeled  $v$ . A curved arrow points from the label  $v$  to the volume, and another curved arrow points from the label  $\mathbf{r}'$  to the point.

$$\mathbf{r}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$



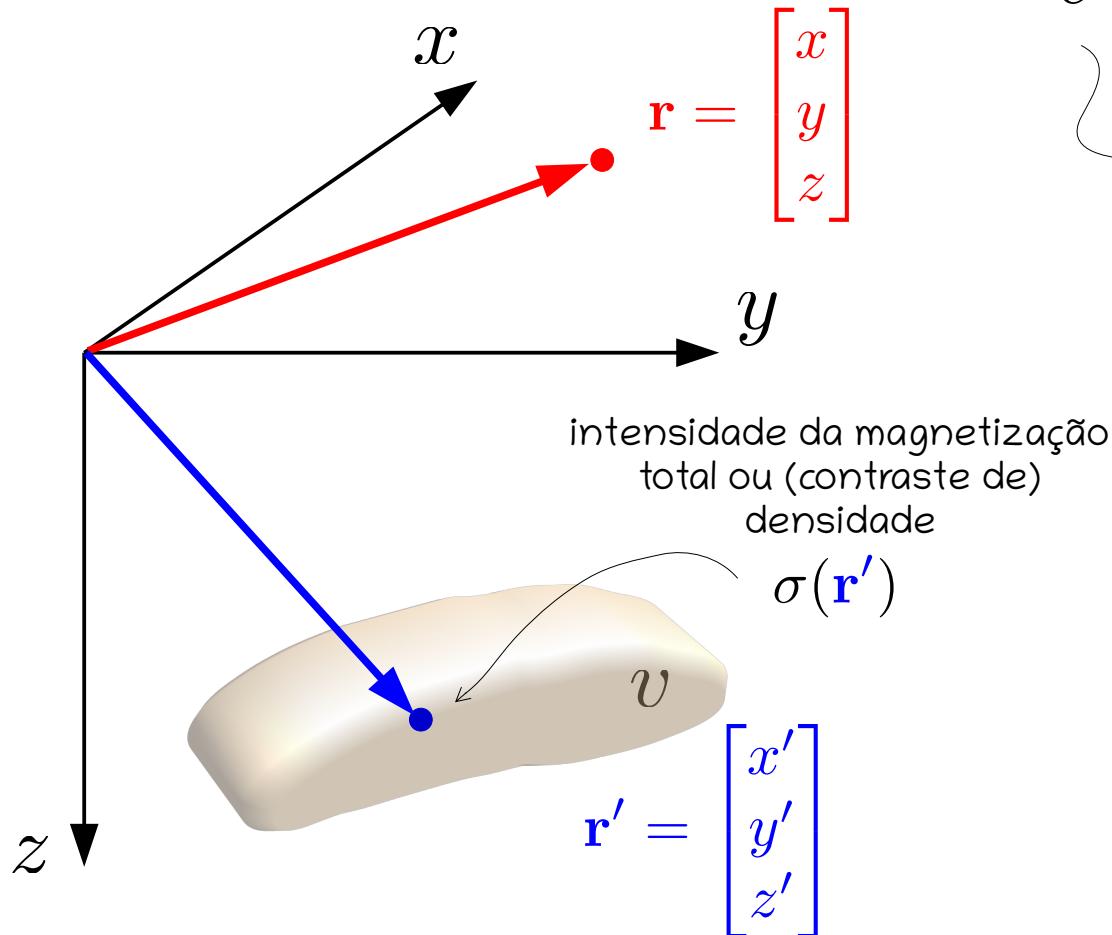


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

↑  
constante

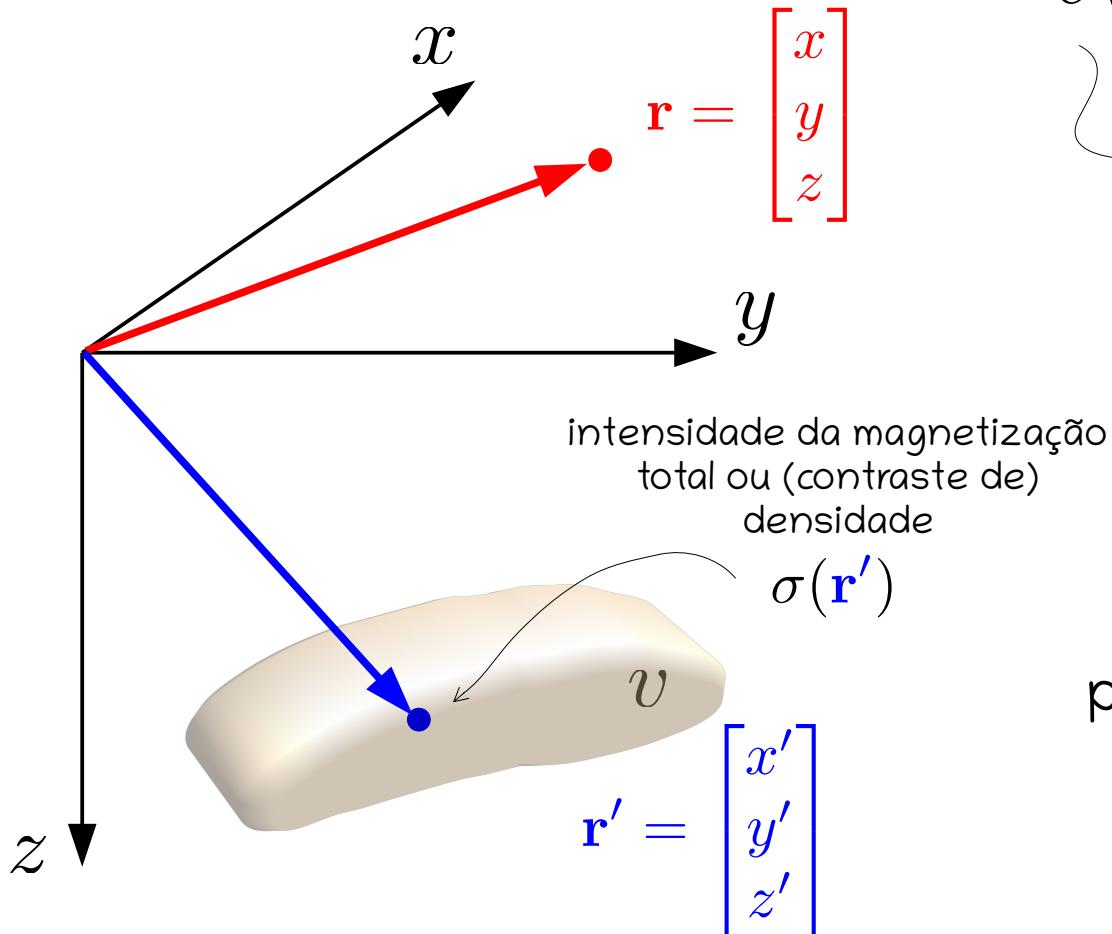


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Esta função se aproxima de 0 junto com suas primeiras derivadas à medida em que \$\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|\$ tende a infinito, para um \$\mathbf{r}'\$ fixo, e é harmônica em pontos \$\mathbf{r}\$ fora da fonte, ou seja:

$$\partial_{xx} U(\mathbf{r}) + \partial_{yy} U(\mathbf{r}) + \partial_{zz} U(\mathbf{r}) = 0$$

para \$\mathbf{r} \notin v\$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Esta função se aproxima de 0 junto com suas primeiras derivadas à medida em que  $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$  tende a infinito, para um  $\mathbf{r}'$  fixo, e é harmônica em pontos  $\mathbf{r}$  fora da fonte, ou seja:

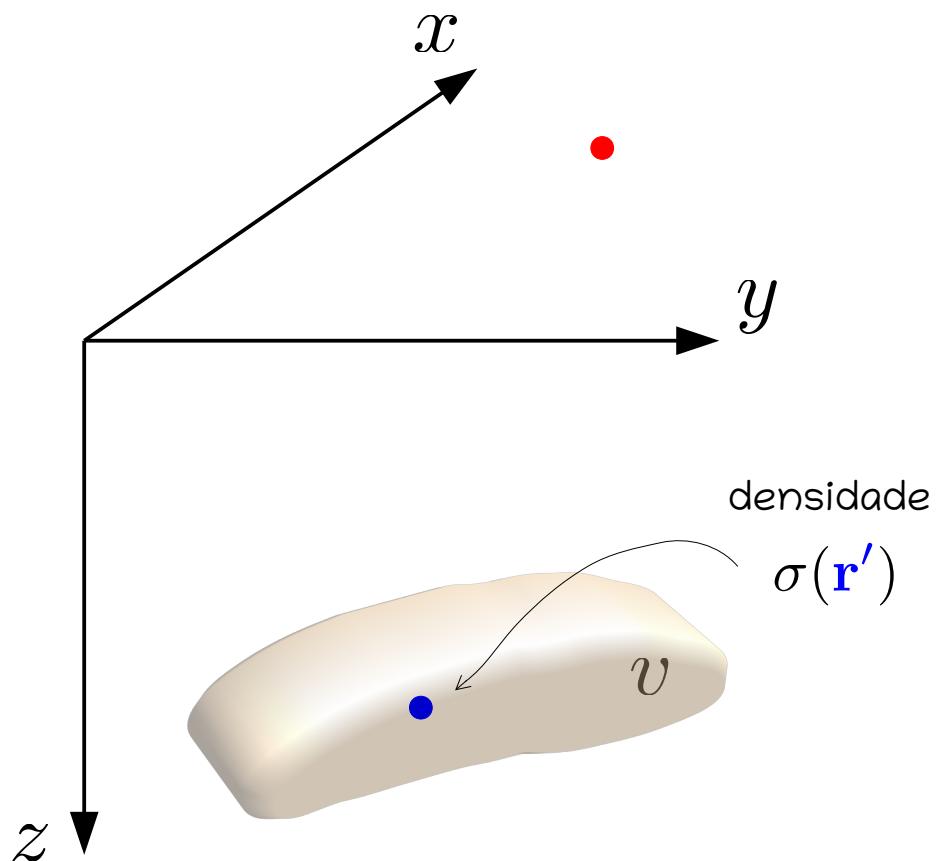
$$\partial_{xx} U(\mathbf{r}) + \partial_{yy} U(\mathbf{r}) + \partial_{zz} U(\mathbf{r}) = 0$$

para  $\mathbf{r} \notin v$

A partir desta função  $U(\mathbf{r})$  é possível descrever os campos gravitacional e de indução magnética produzido por fontes 3D

## Campo gravitacional

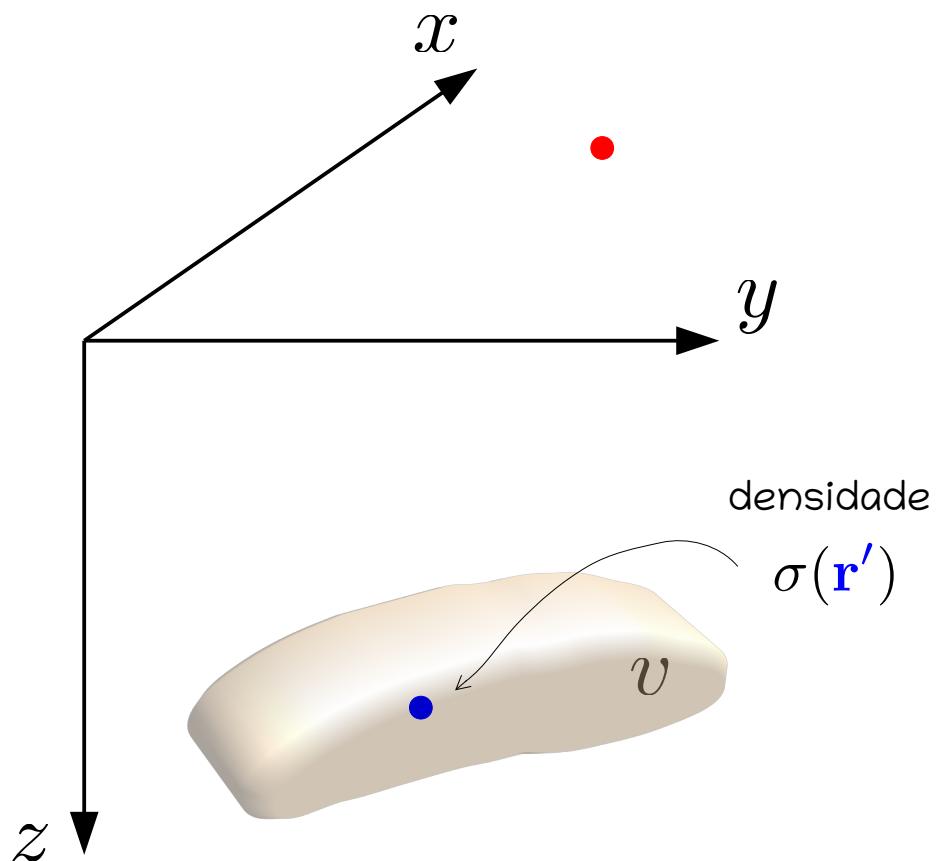
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



## Campo gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade



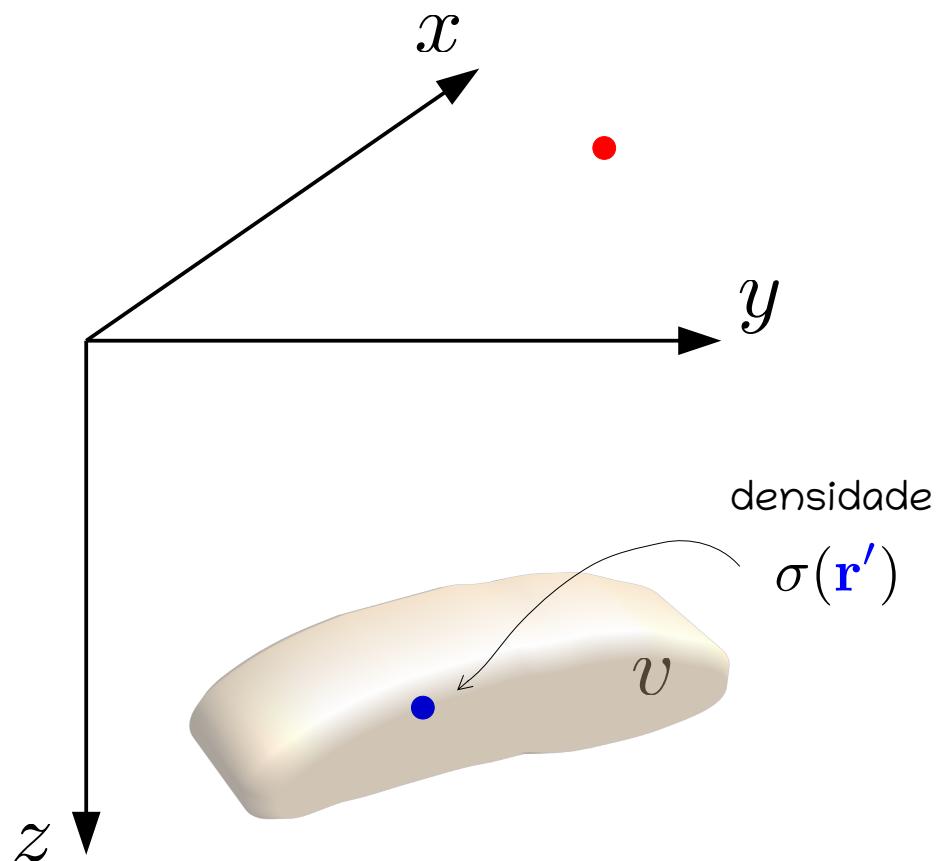
$U(\mathbf{r})$  potencial gravitacional

$\partial_z U(\mathbf{r})$  distúrbio de gravidade

## Campo gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade



$U(\mathbf{r})$  potencial gravitacional

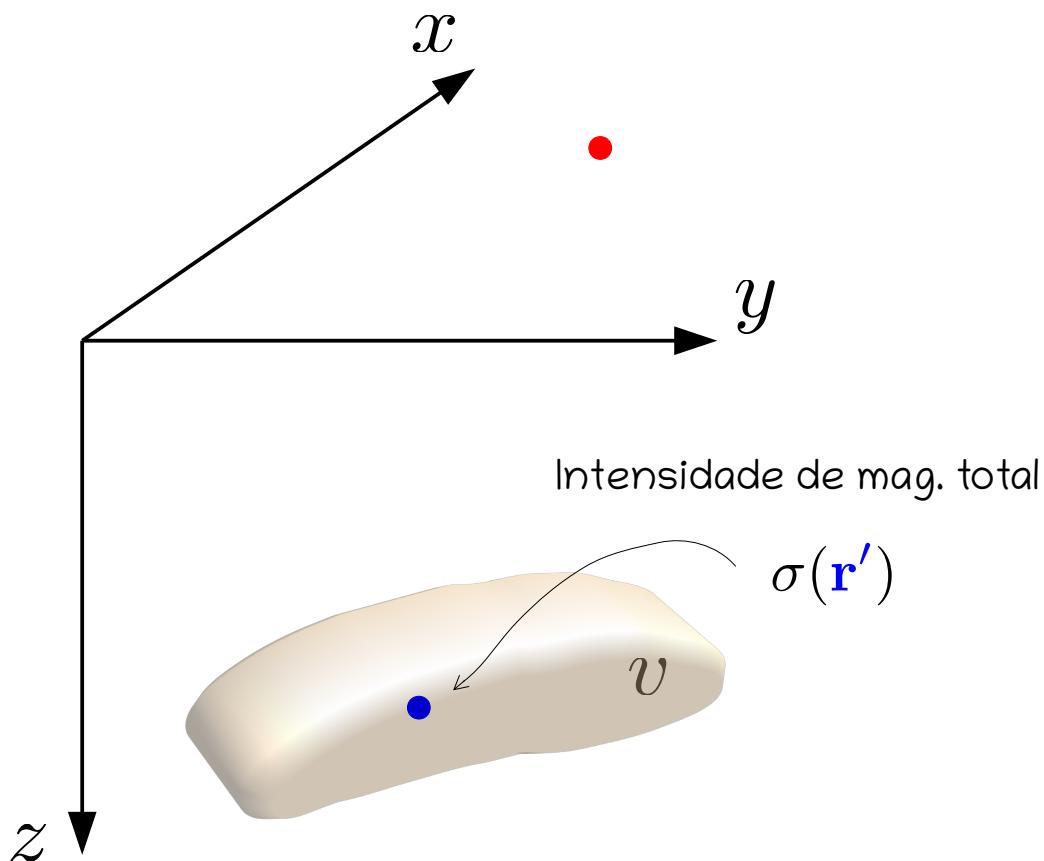
$\partial_z U(\mathbf{r})$  distúrbio de gravidade

$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r})$  tensor gradiente

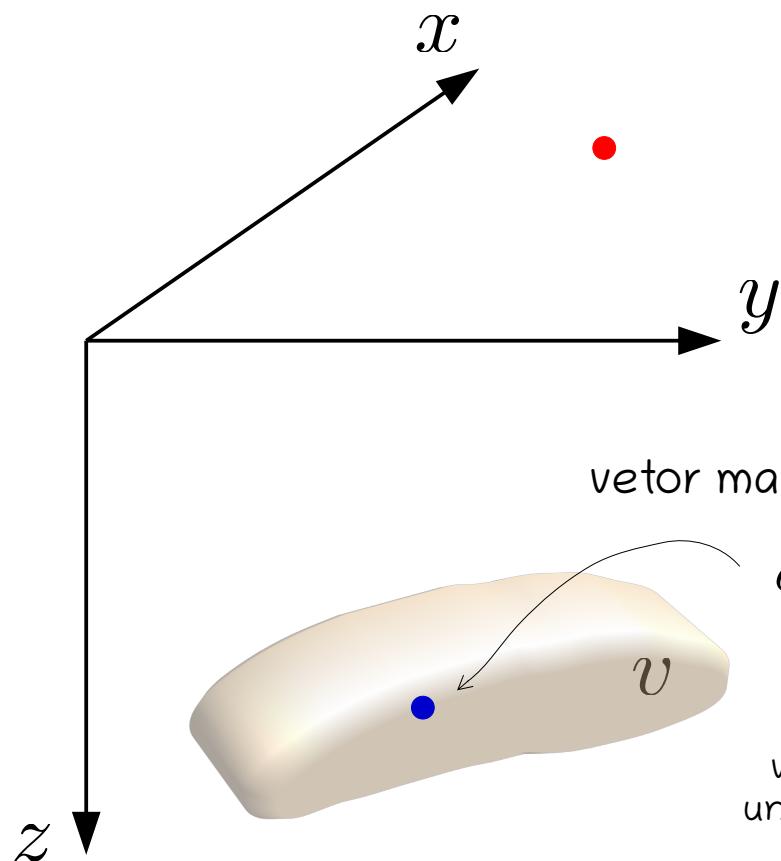
## Campo magnético

intensidade de  
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

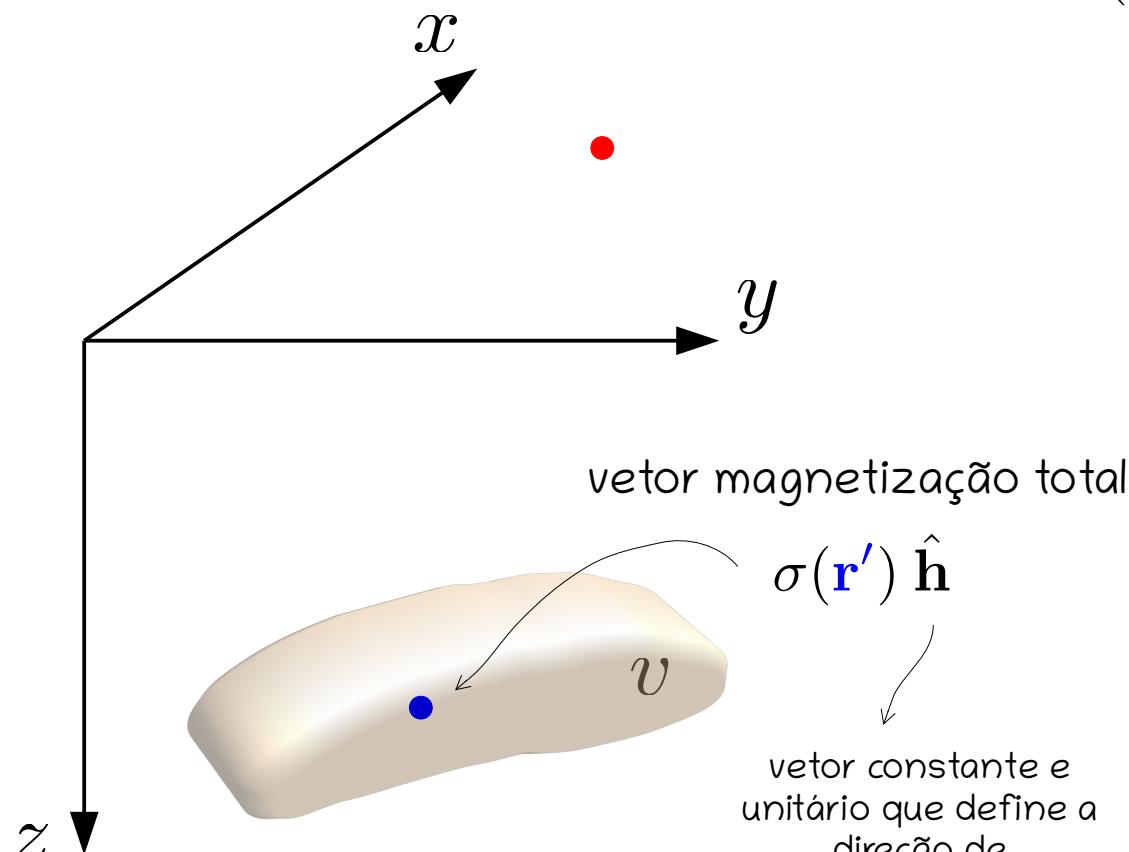
intensidade de  
magnetização total

$\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$

vetor constante e  
unitário que define a  
direção de  
magnetização total

$$\hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \hat{h}_x \\ \hat{h}_y \\ \hat{h}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos I_h \cos D_h \\ \cos I_h \sin D_h \\ \sin I_h \end{bmatrix}$$

## Campo magnético



intensidade de  
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

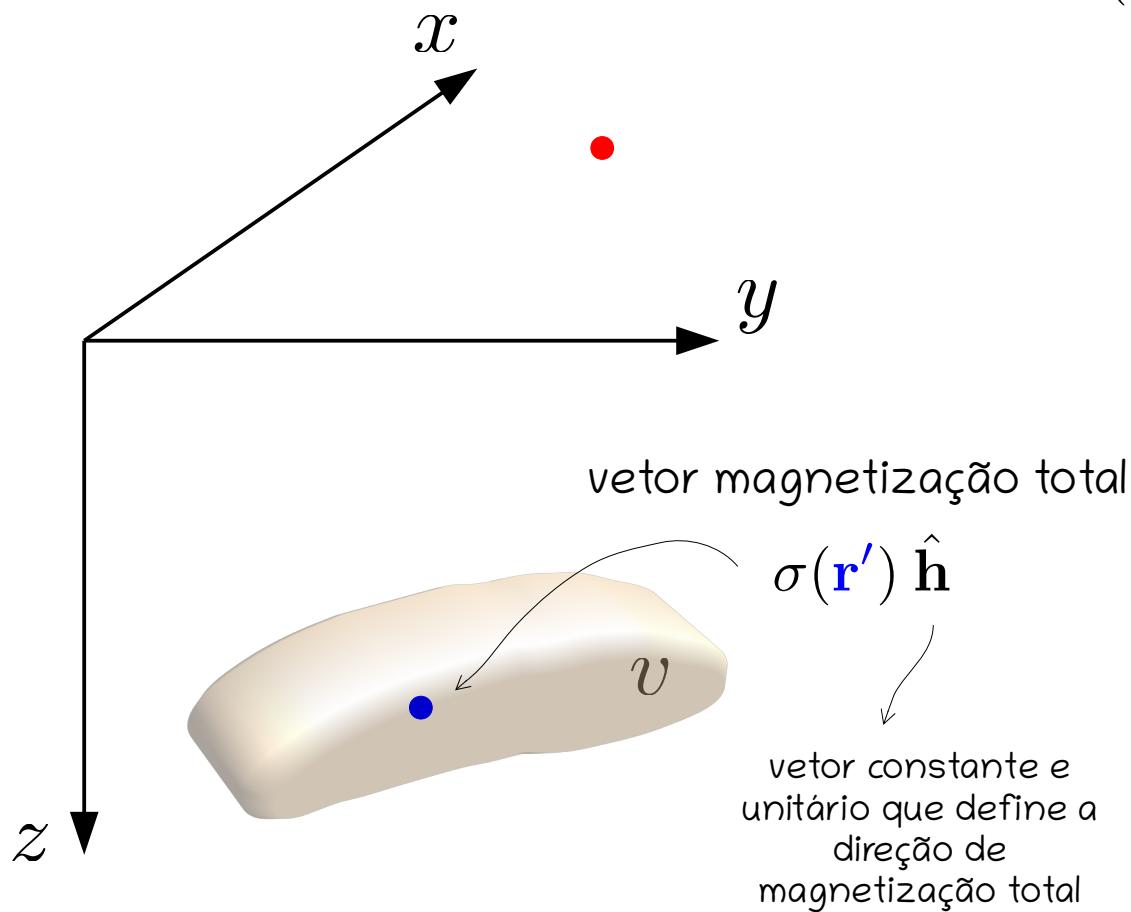
$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

vetor magnetização total

$$\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$$

vetor constante e  
unitário que define a  
direção de  
magnetização total

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

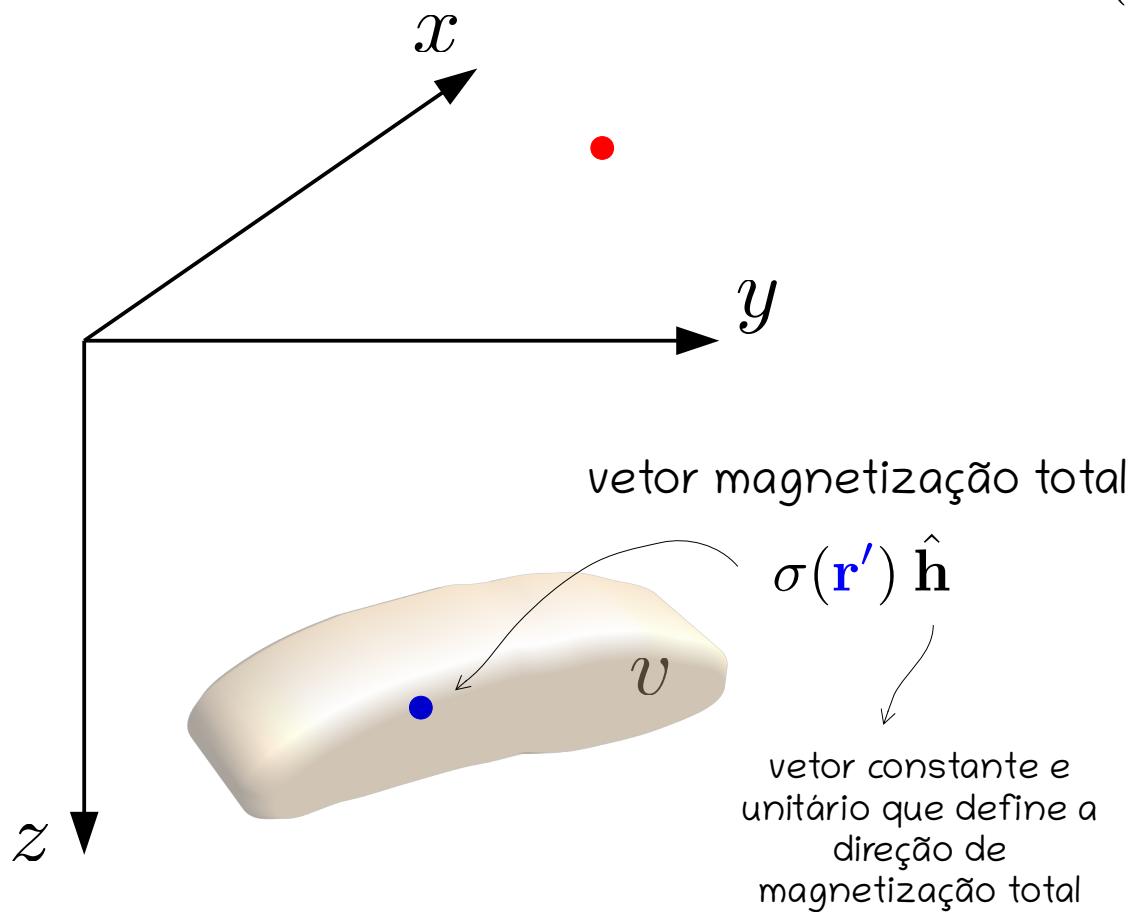
intensidade de  
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$$\partial_h U(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}}$$

vetor constante e  
unitário que define a  
direção de  
magnetização total

## Campo magnético



vetor magnetização total

 $\sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{h}}$ 

vetor constante e  
unitário que define a  
direção de  
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

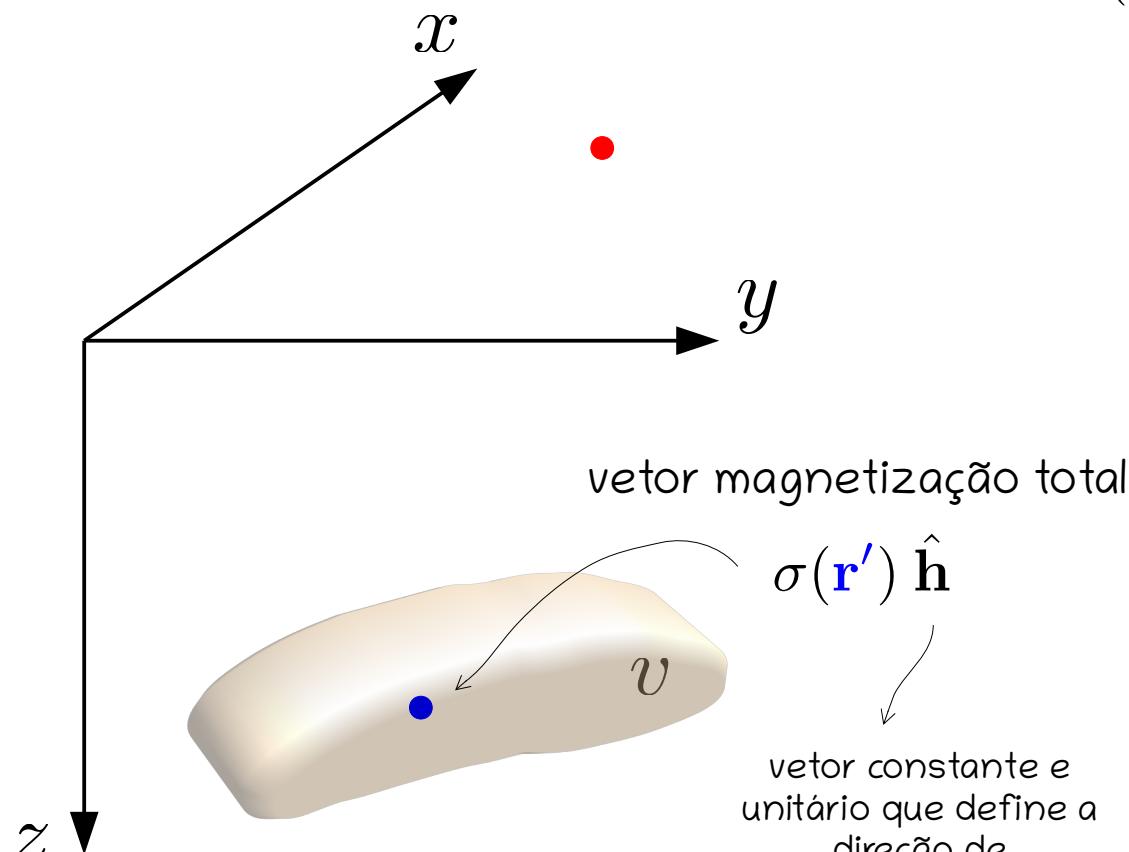
intensidade de  
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$$\partial_h U(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}}$$

vetor gradiente

## Campo magnético



vetor constante e  
unitário que define a  
direção de  
magnetização total

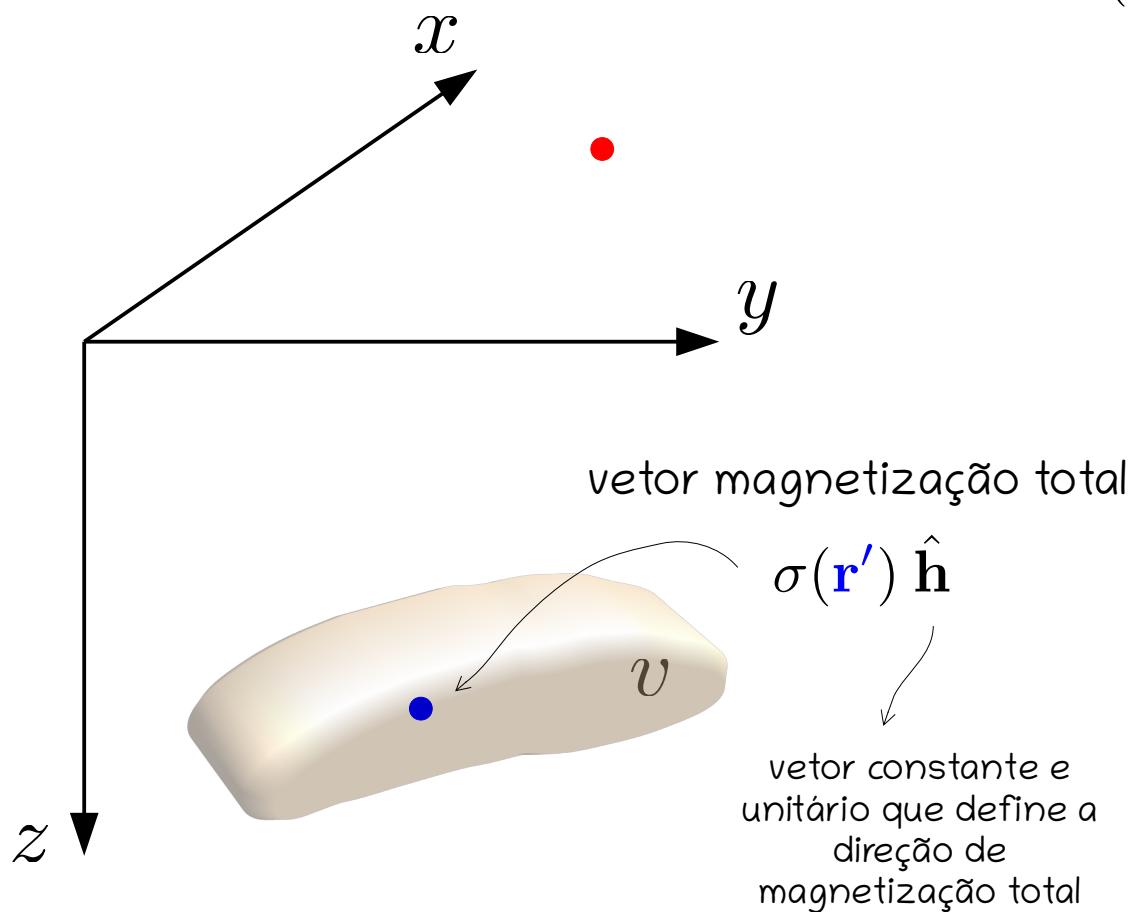
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de  
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

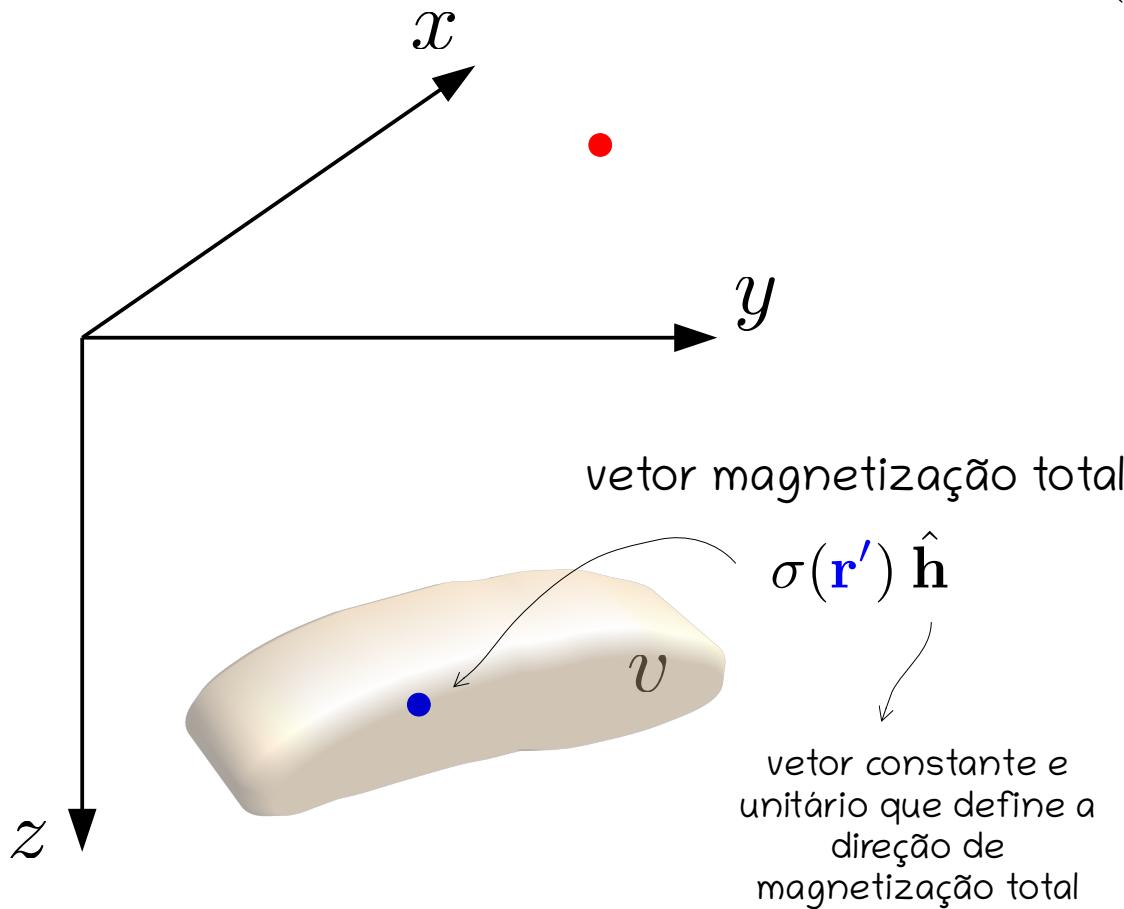
intensidade de  
magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}}$$

Blakely (1996, p. 82)



## Campo magnético

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

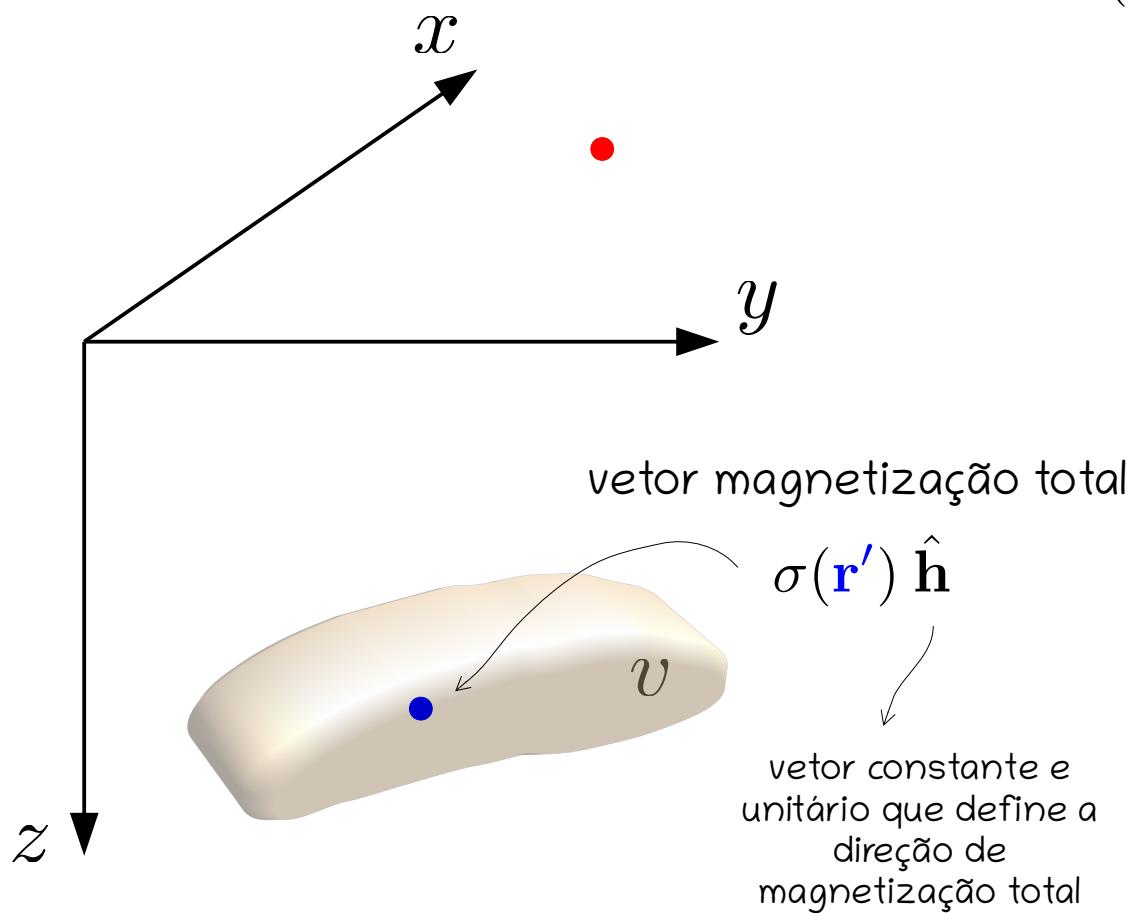
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_{\alpha} \nabla U(\mathbf{r})^T \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{\alpha} \nabla U(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \partial_{\alpha x} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{\alpha y} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{\alpha z} U(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

derivadas parciais de 2<sup>a</sup> ordem

$$\alpha = x, y, z$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de  
magnetização total

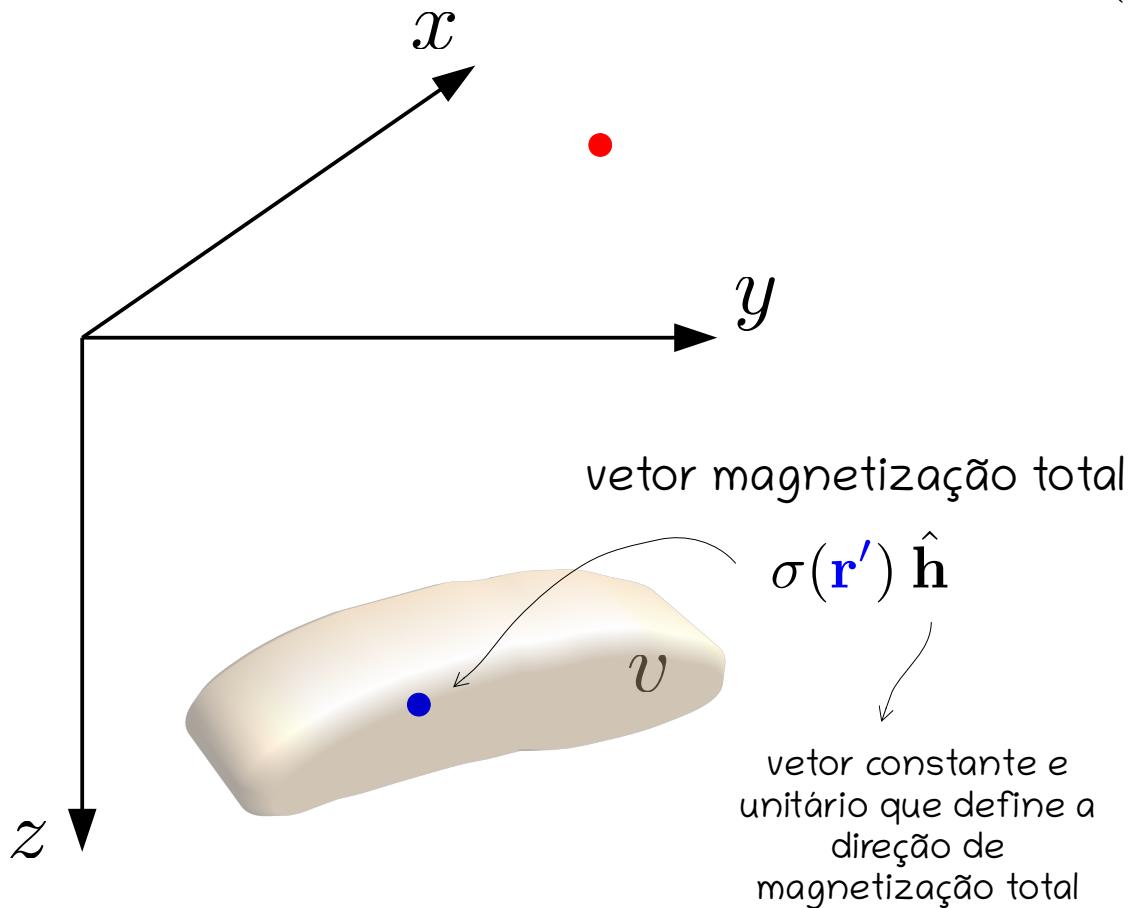
$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$  an. de campo total (aproximada)

vetor constante e  
unitário que define a  
direção de  
magnetização total

Blakely (1996, p. 179, 196)



## Campo magnético

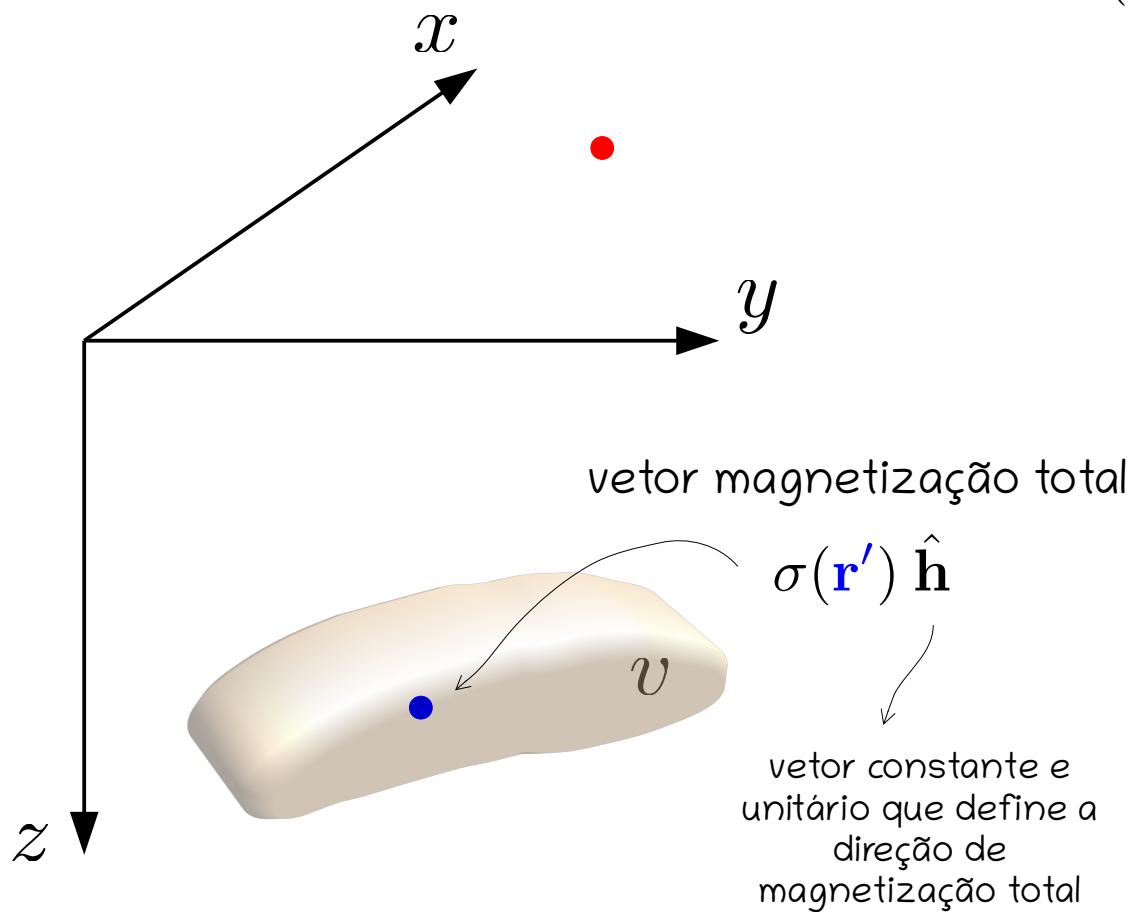
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$  an. de campo total (aproximada)

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

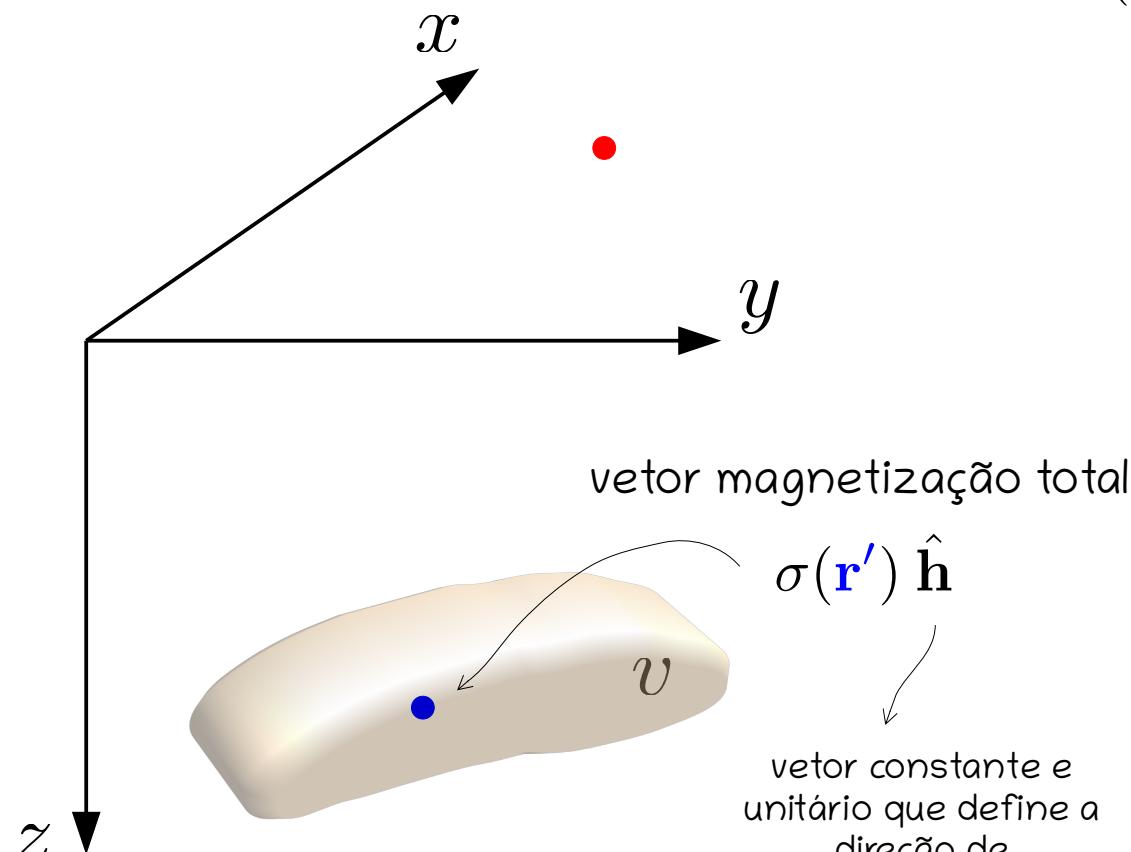
$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$  an. de campo total (aproximada)

$$\hookrightarrow \partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

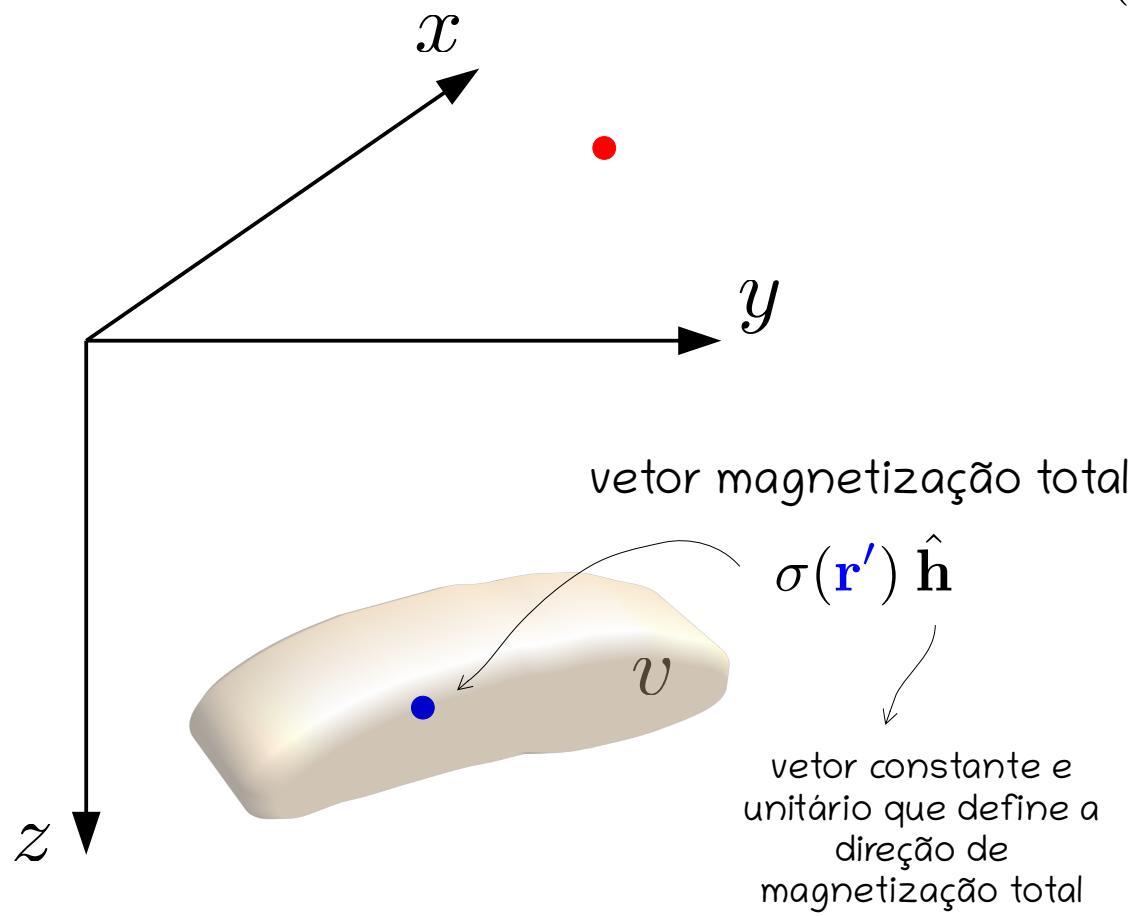
$\partial_{th} U(\mathbf{r})$  an. de campo total (aproximada)

$$\hookrightarrow \partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

vetor unitário constante que define a direção do campo principal

$$\hat{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \\ \hat{t}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos I_t \cos D_t \\ \cos I_t \sin D_t \\ \sin I_t \end{bmatrix}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

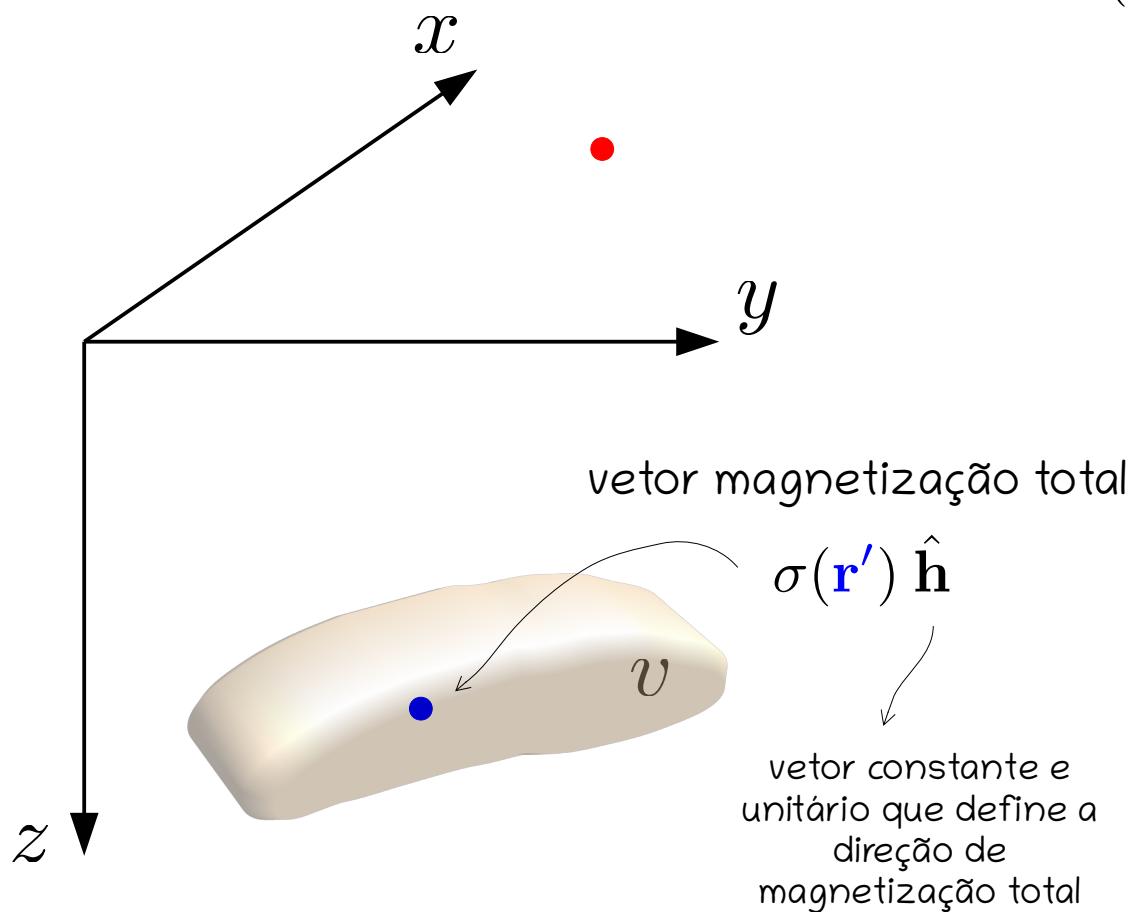
$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$  an. de campo total (aproximada)

$$\hookrightarrow \partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\mathbf{H}_U(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \partial_{xx} U(\mathbf{r}) & \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{xz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xz} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) & \partial_{zz} U(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$-\partial_h U(\mathbf{r})$  potencial mag. escalar

$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r})$  componente  $\alpha$  da indução mag.

$\partial_{th} U(\mathbf{r})$  an. de campo total (aproximada)

$\partial_{zz} U(\mathbf{r})$  anomalia reduzida ao polo

# 3 Apresentação detalhada das atividades científicas

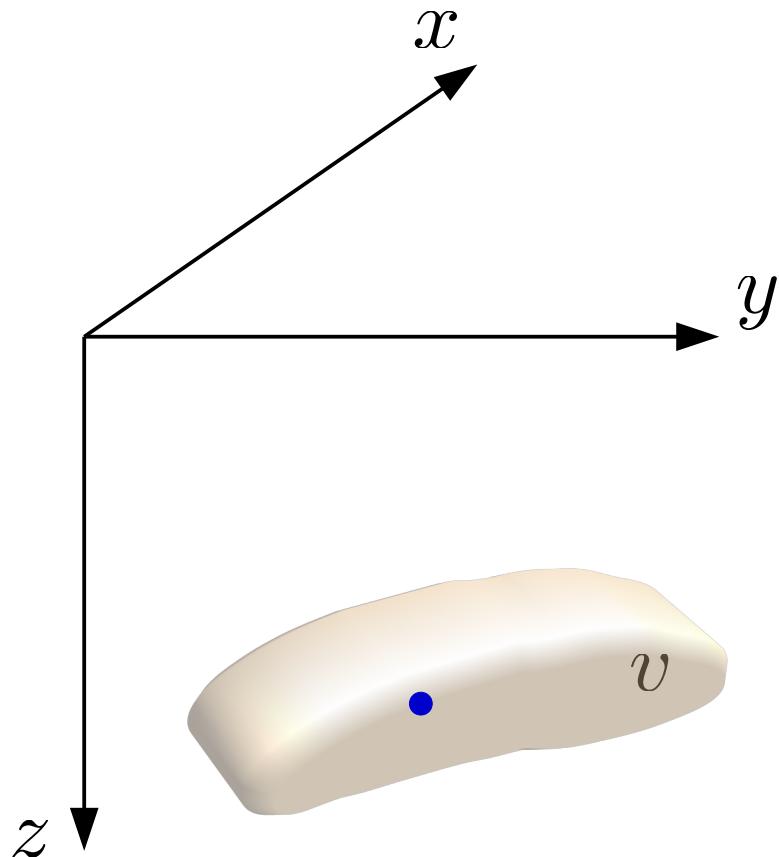
- **Dados grav e mag**
- Técnica da camada equivalente
- Desenvolvimentos teóricos

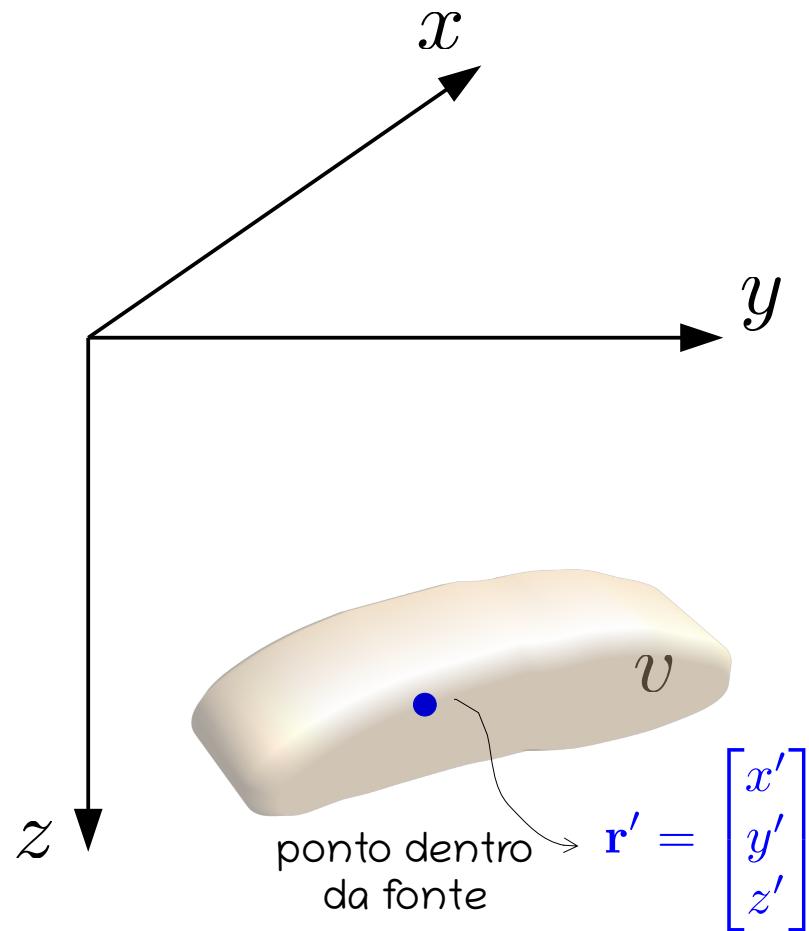
# 3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- **Técnica da camada equivalente**
- Desenvolvimentos teóricos

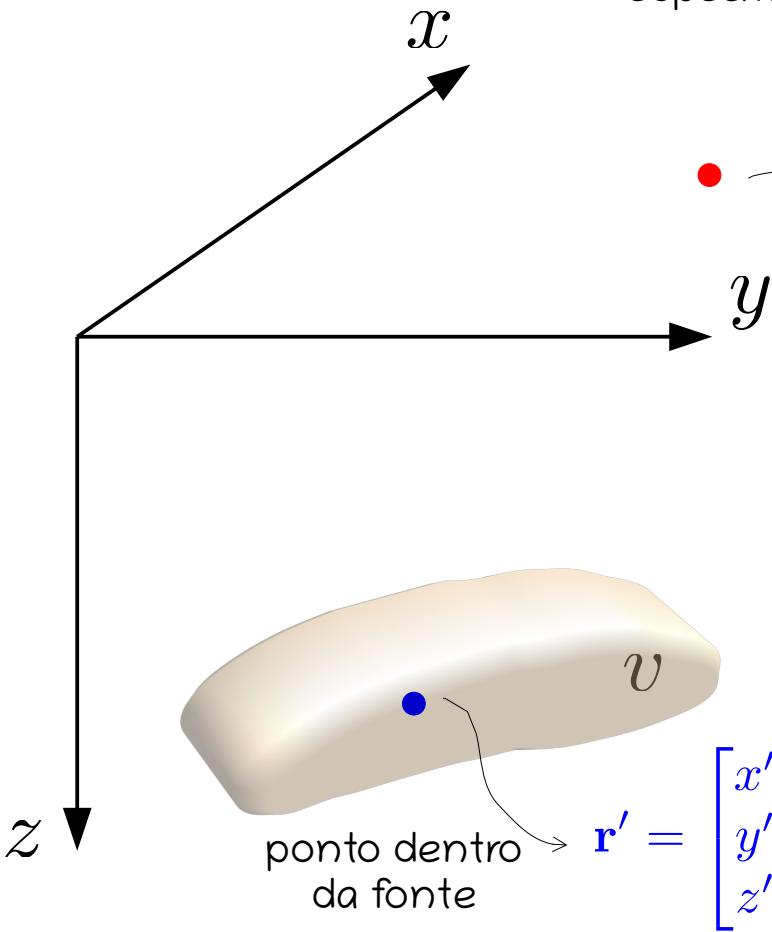
Relembrando a fonte 3D ...

32 / 151





Ponto de observação  
específico com índice i

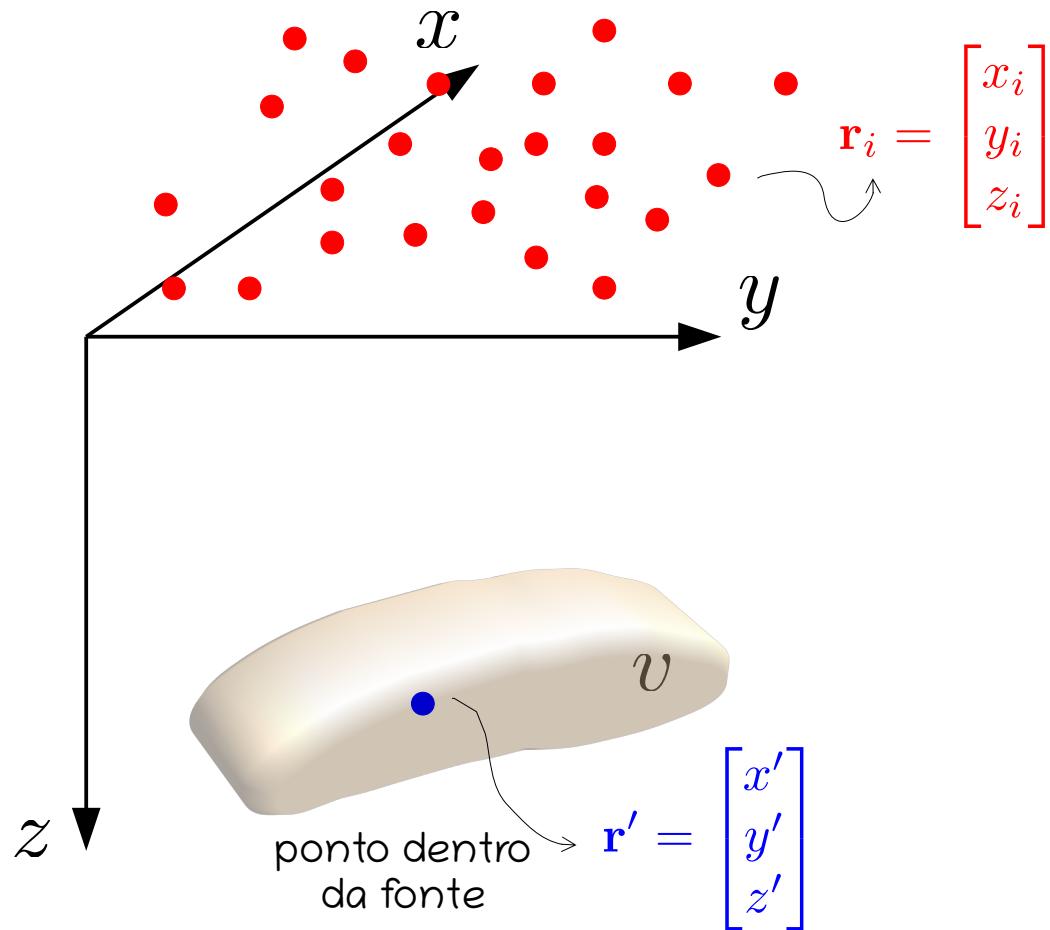


$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

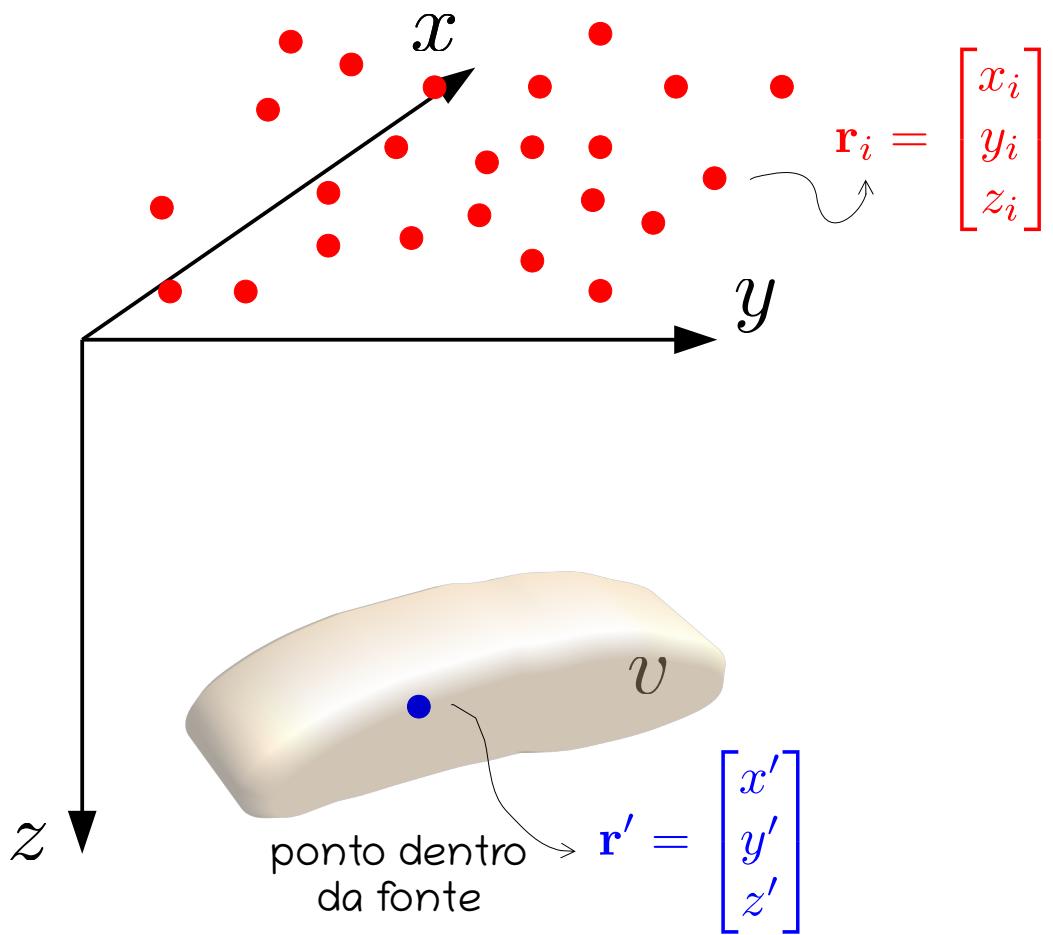
$$\mathbf{r}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

ponto dentro  
da fonte

Conjunto de N pontos  
de observação



## Campo gravitacional



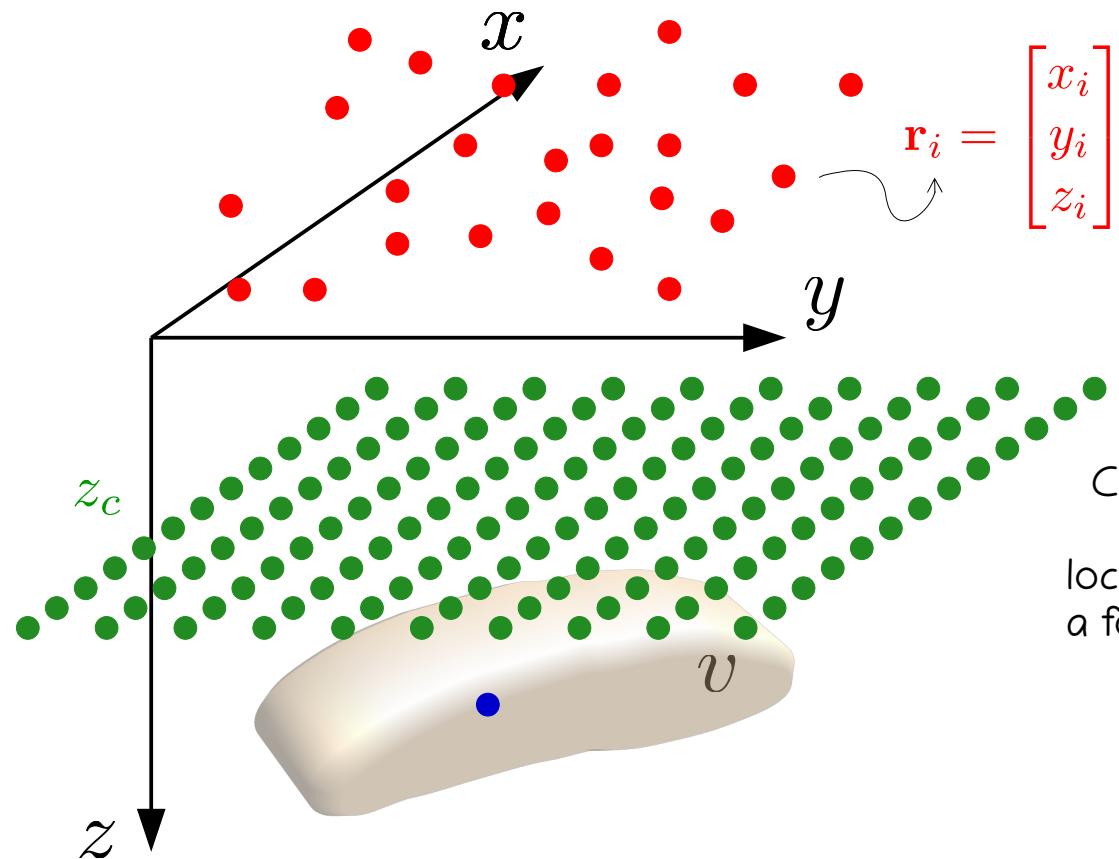
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

## Campo gravitacional



$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

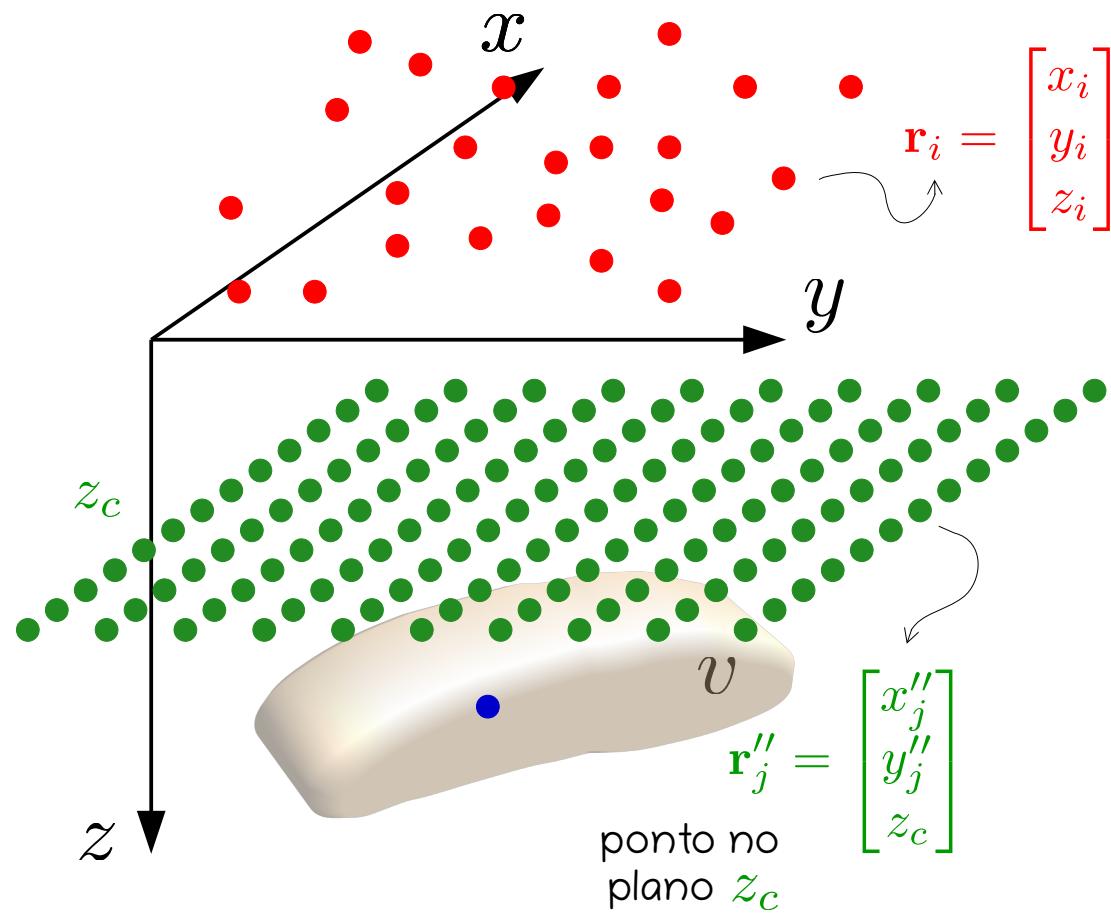
$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

densidade

Conjunto de  $M$   
pontos  
localizados sobre  
a fonte, no plano  
 $z_c$

## Campo gravitacional



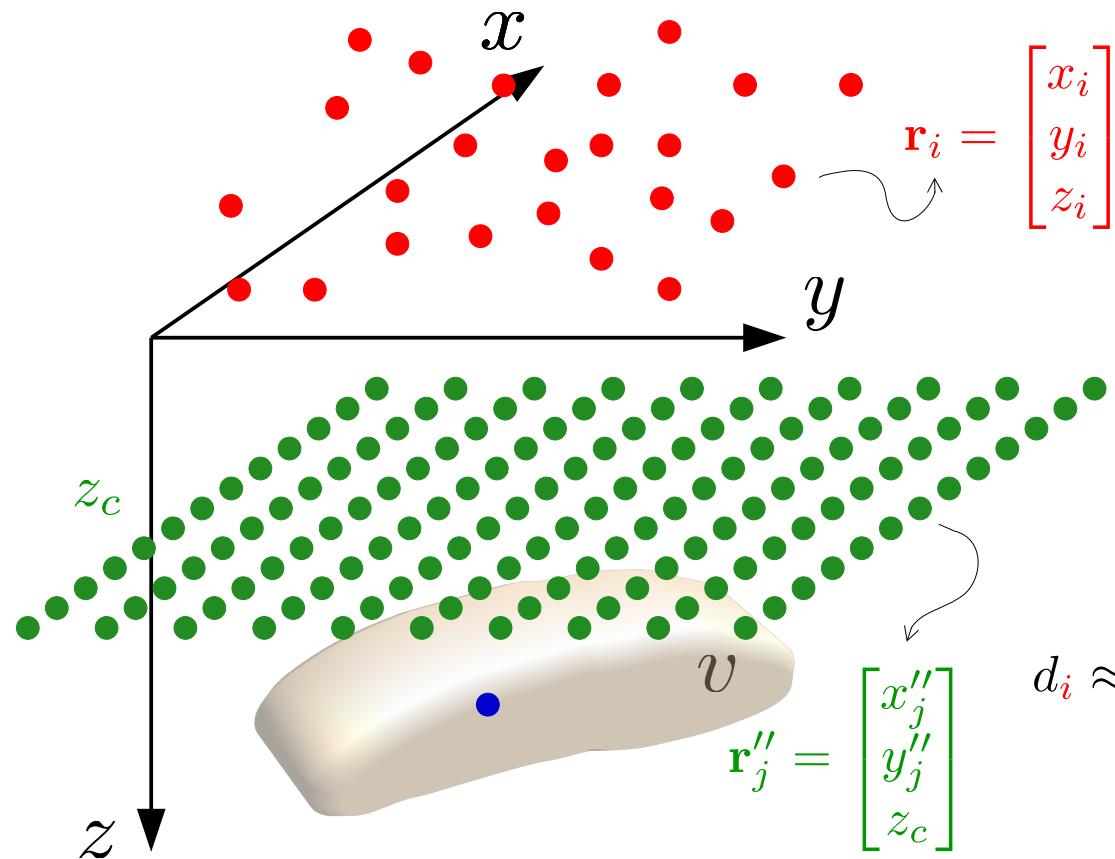
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

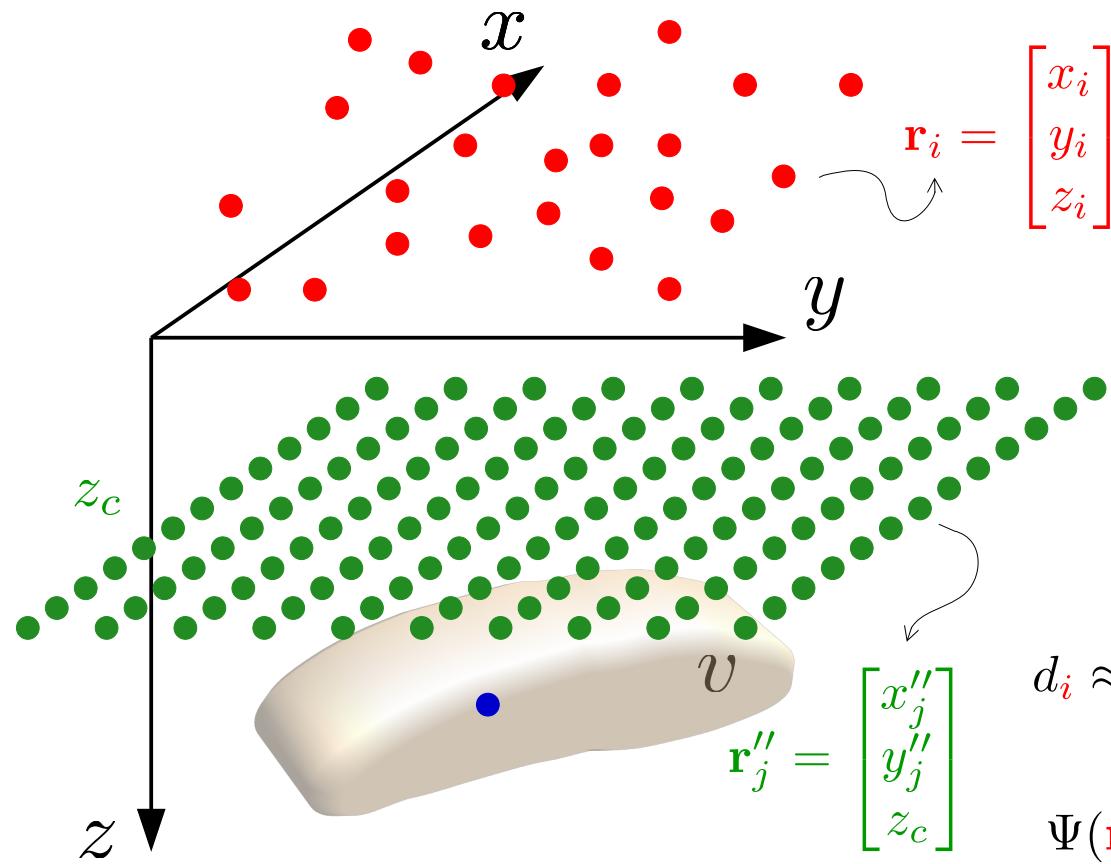
densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

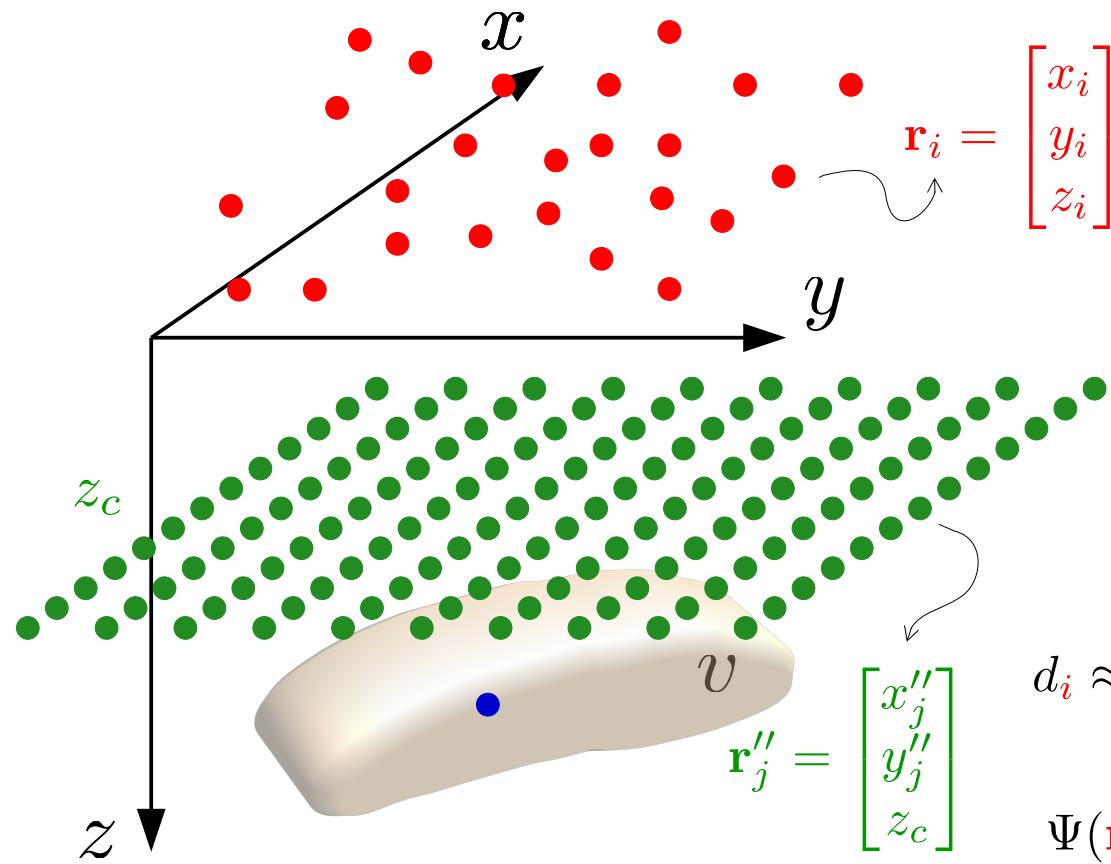
$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

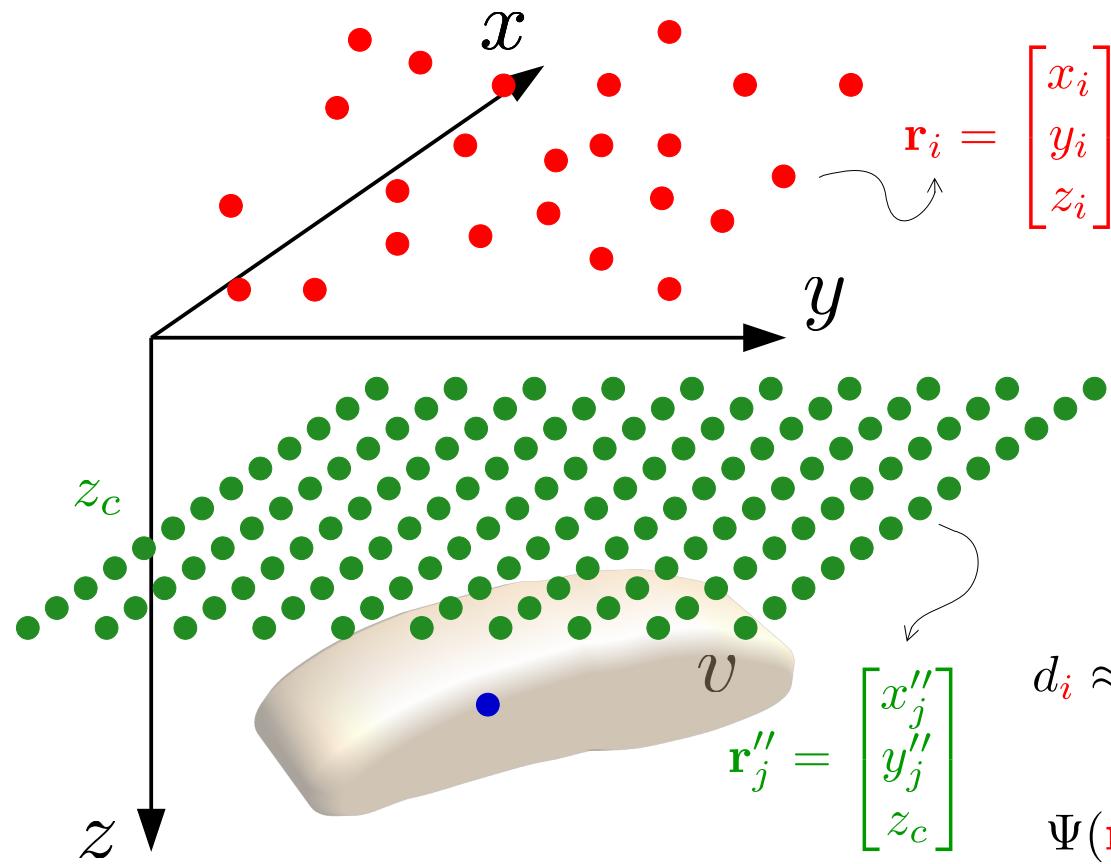
Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$   
representa o distúrbio  
de gravidade produzido  
em  $\mathbf{r}_i$  por um monopolo  
localizado em  $\mathbf{r}_j$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

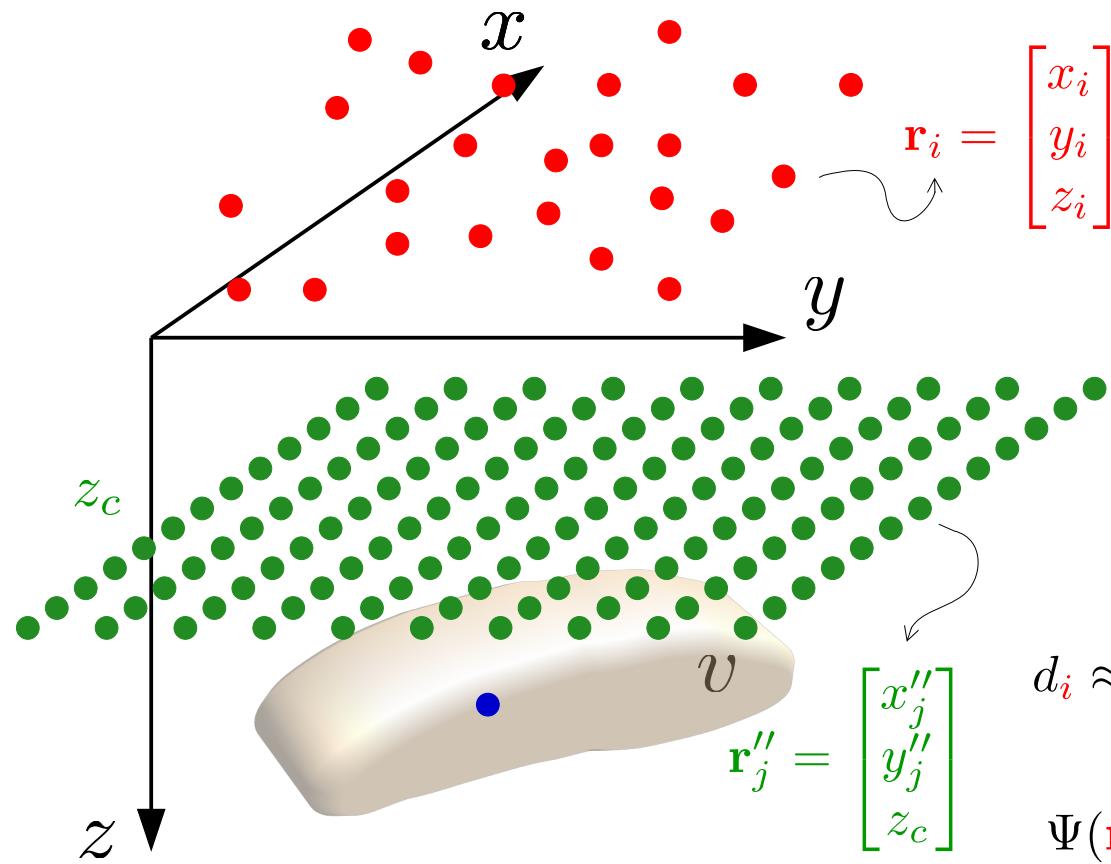
$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Neste caso, a técnica da camada equivalente consiste em resolver este sistema linear para o vetor  $\mathbf{p}$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

Vetor de parâmetros  
com a distribuição de  
prop. física dos  
monopolos (camada  
equivalente discreta)

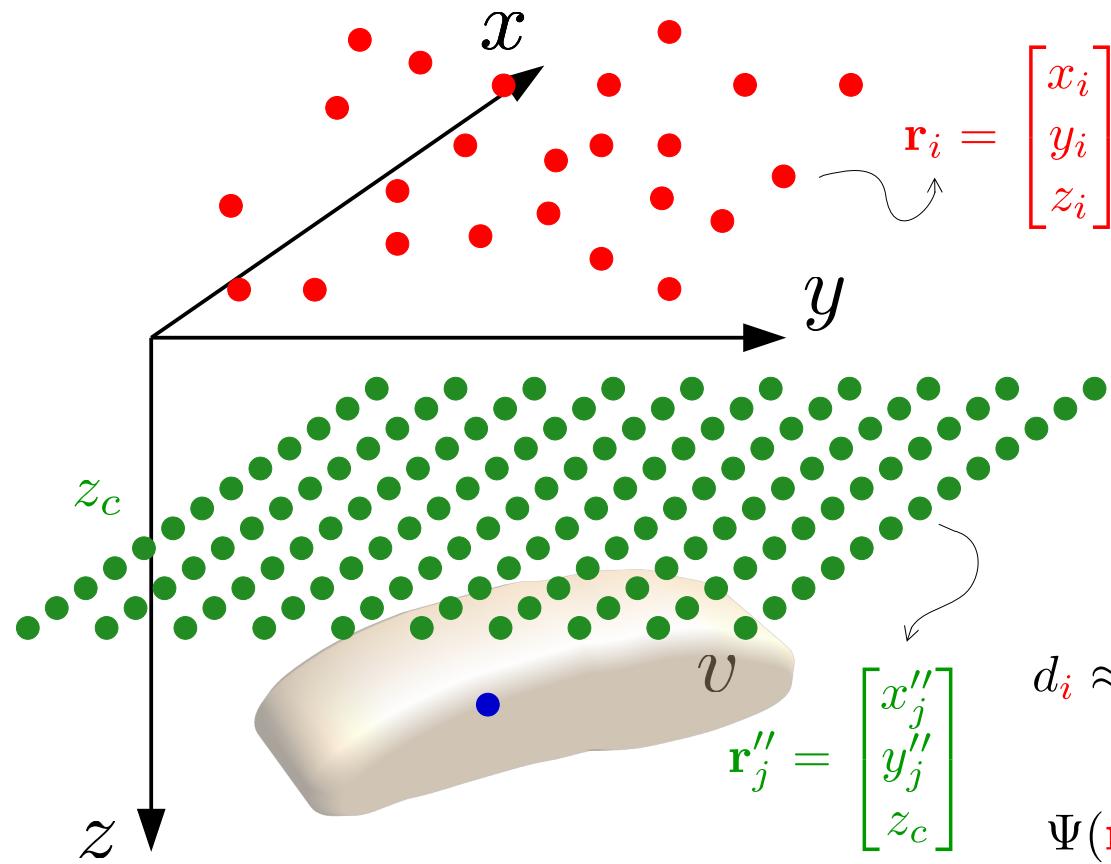
$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

densidade

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

Vetor com dados de distúrbio da gravidade

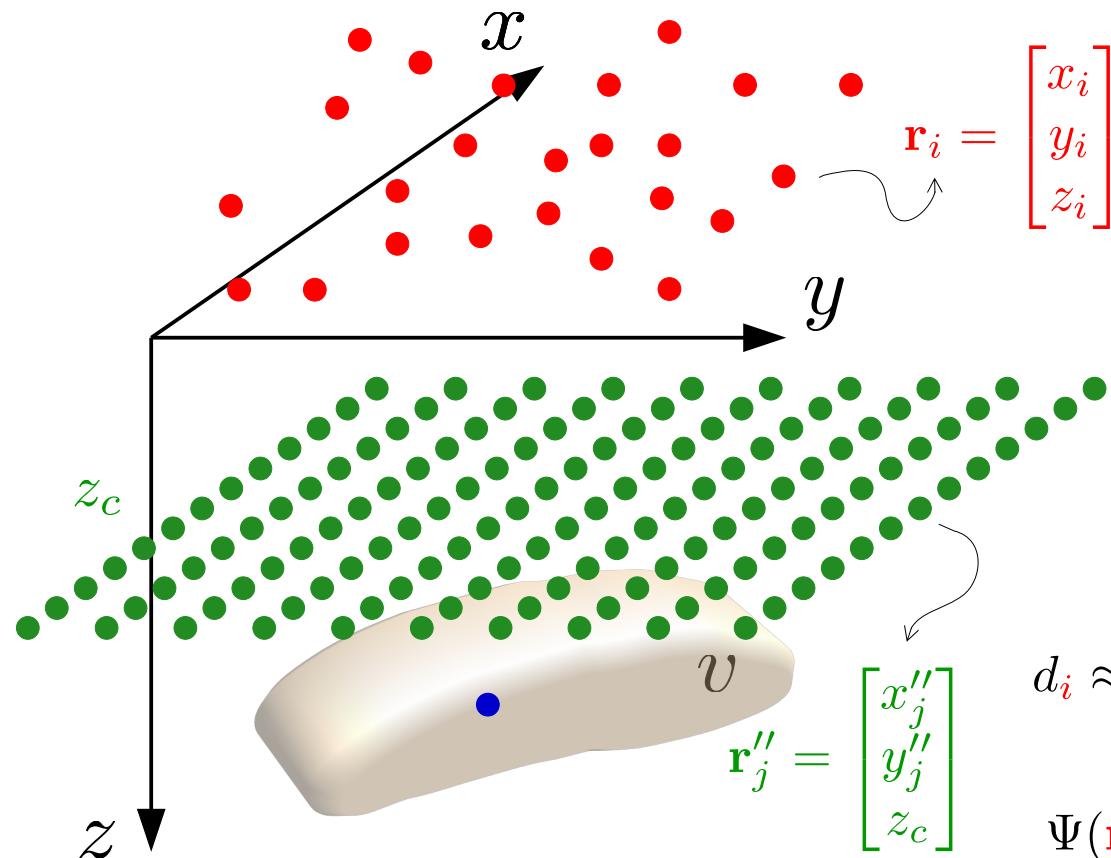
$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

## Campo gravitacional



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

densidade

$$d_i \equiv \partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

Distúrbio de gravidade

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$

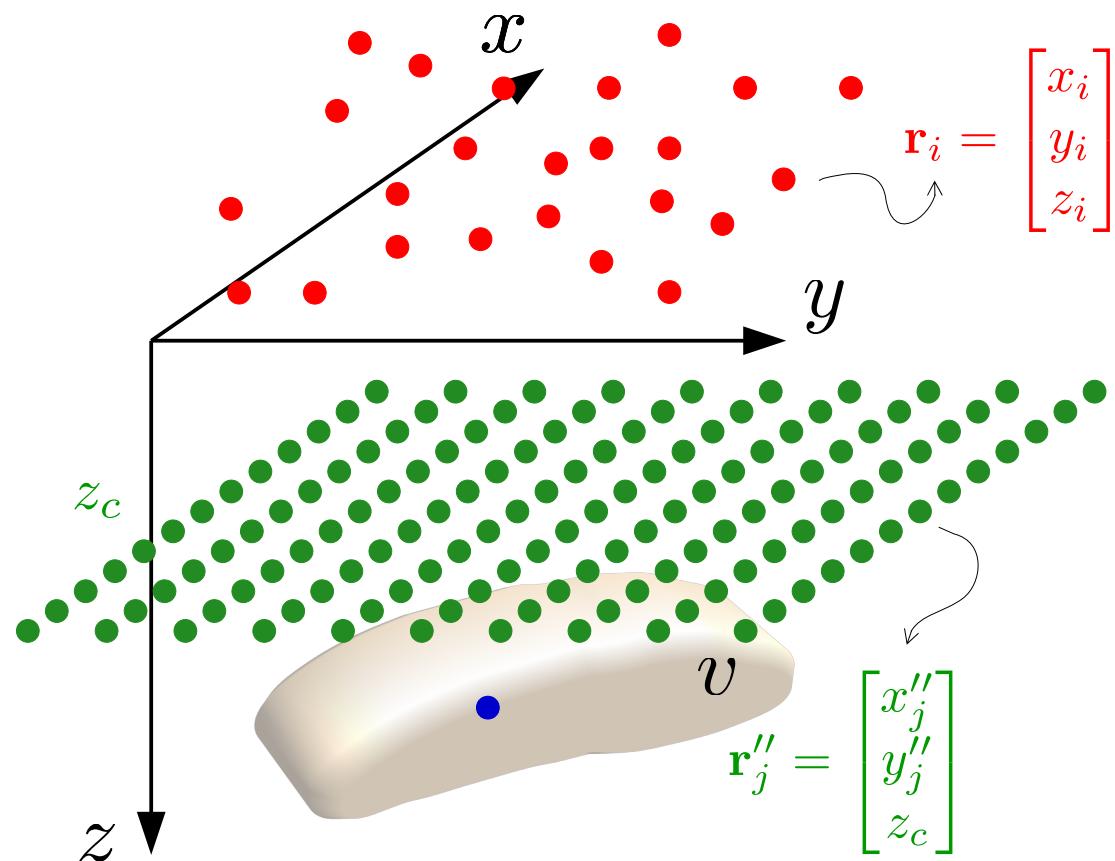
$a_{ij} = \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$

Matriz de sensibilidade

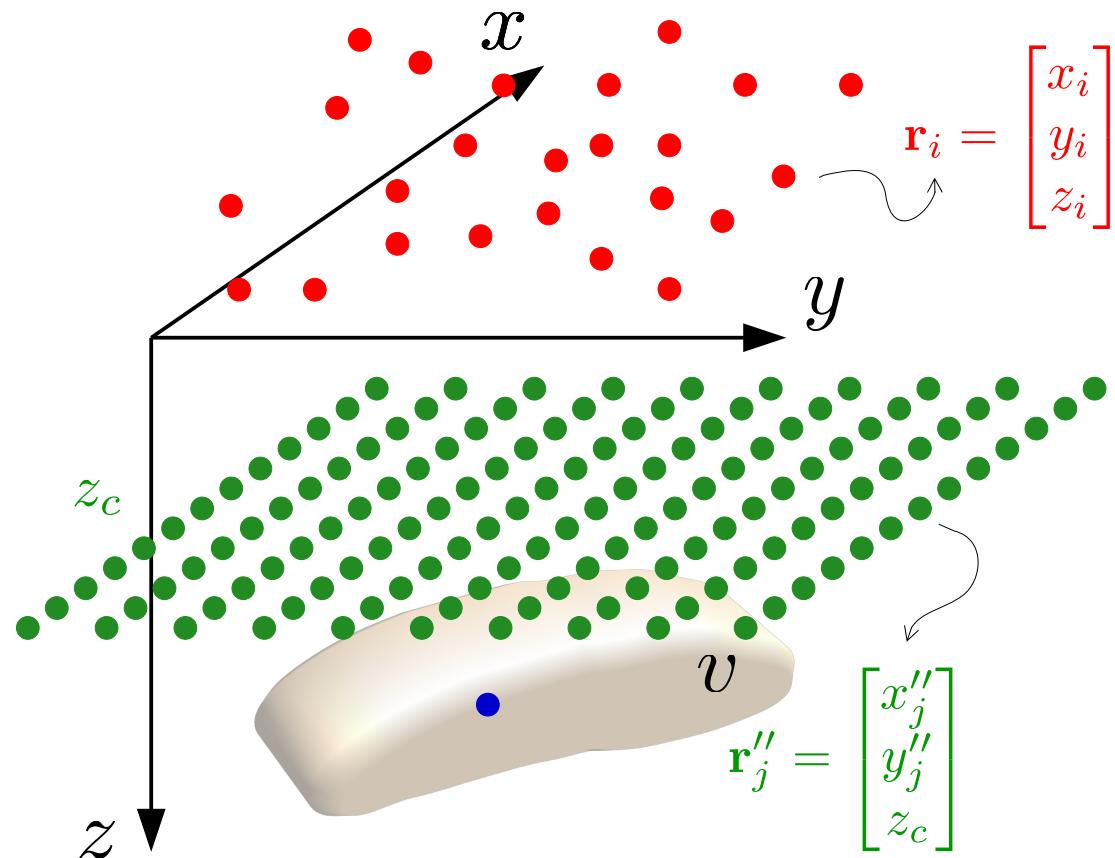
## Campo magnético

intensidade de  
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



## Campo magnético



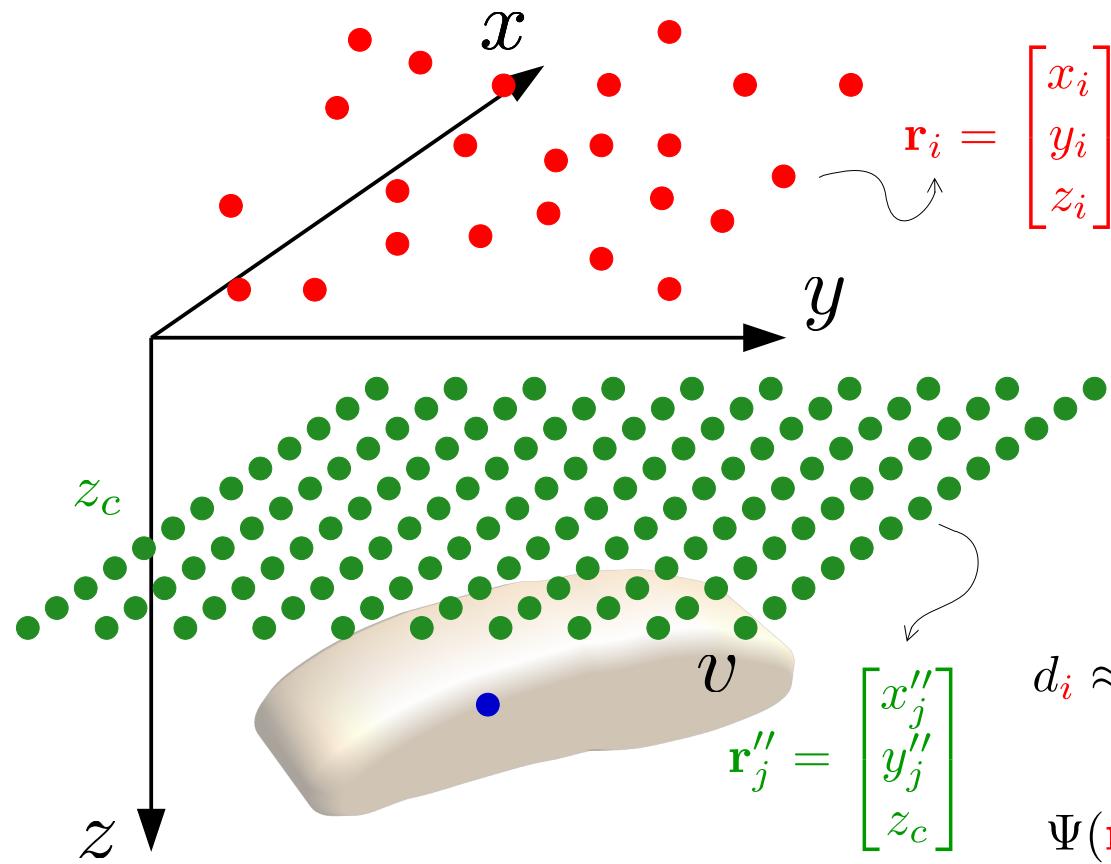
intensidade de  
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

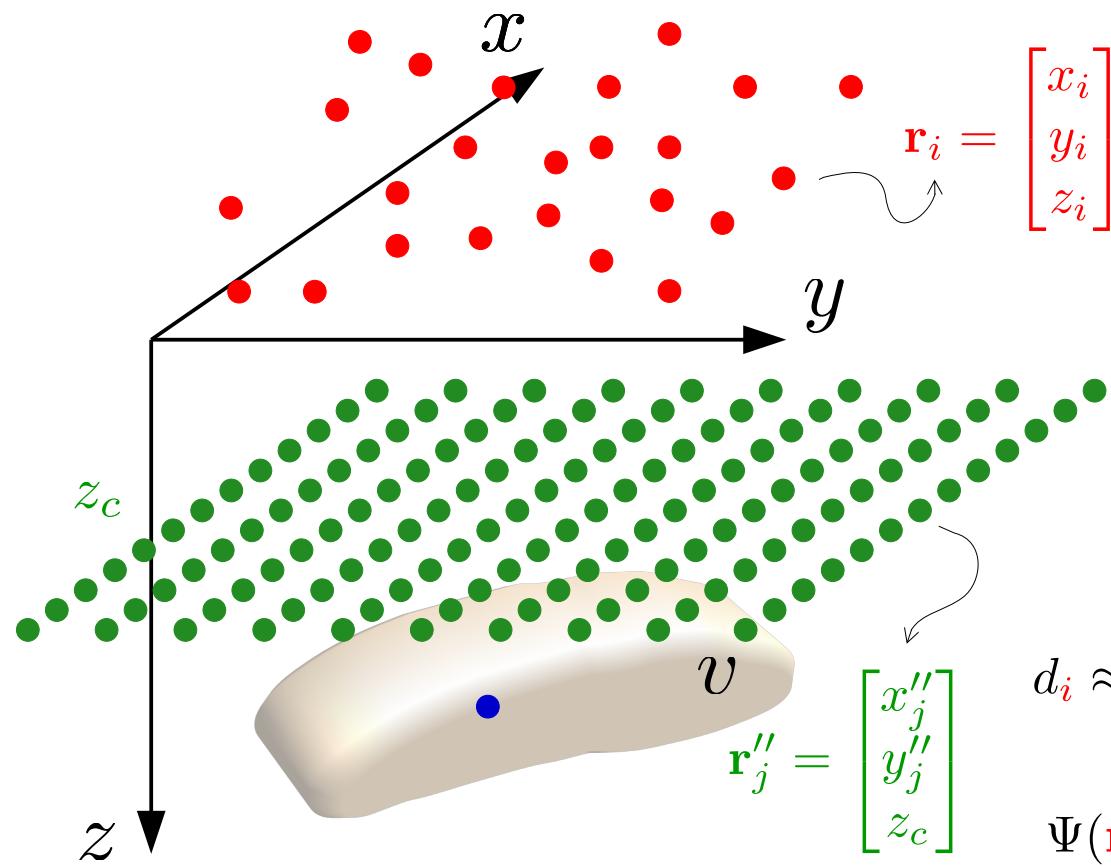
$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

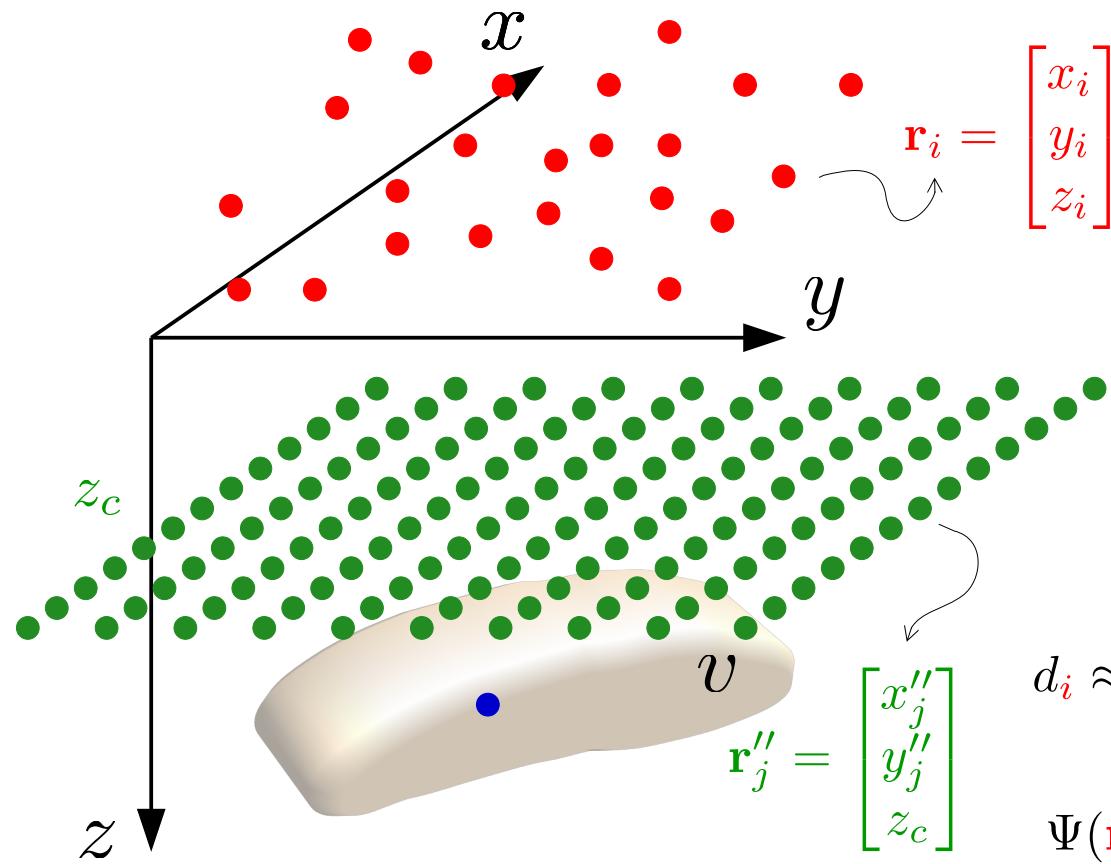
$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$

representa a an. de campo total produzida em  $\mathbf{r}_i$  por um dipolo localizado em  $\mathbf{r}_j$

## Campo magnético



$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_j'' = \begin{bmatrix} x_j'' \\ y_j'' \\ z_c \end{bmatrix}$$

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

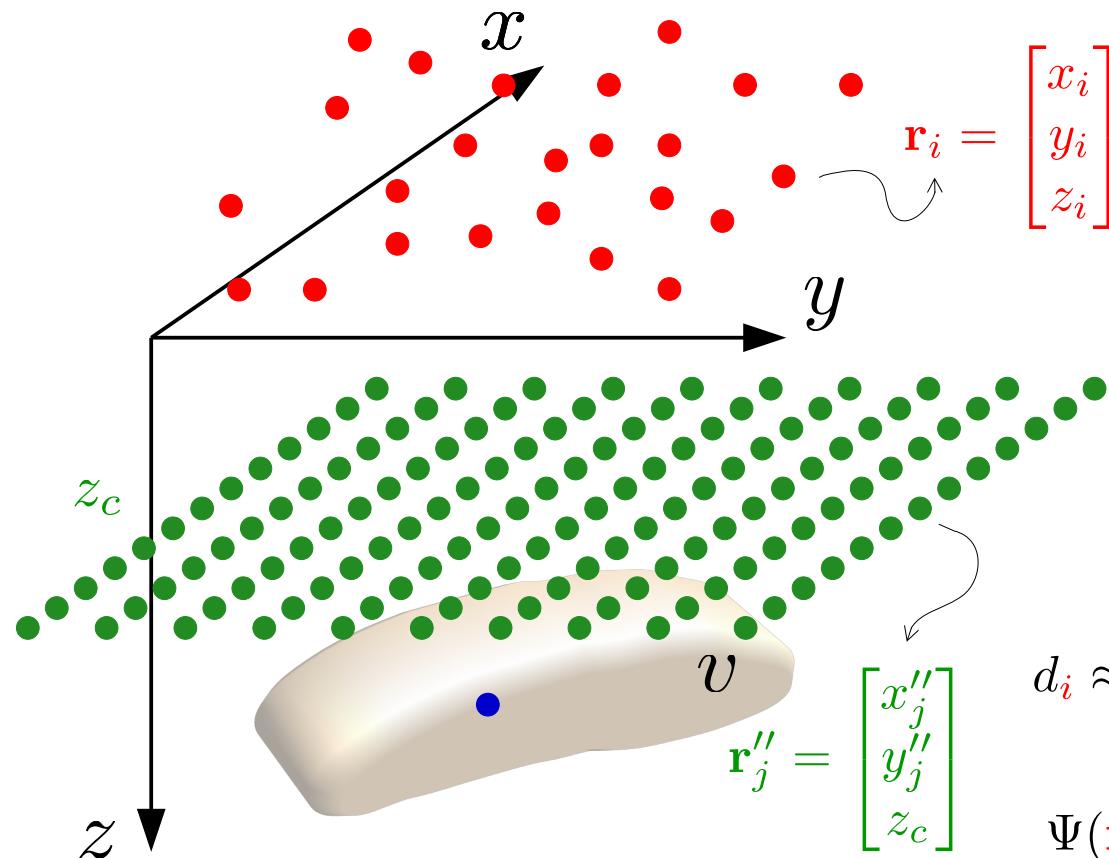
intensidade de magnetização total

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de  
magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

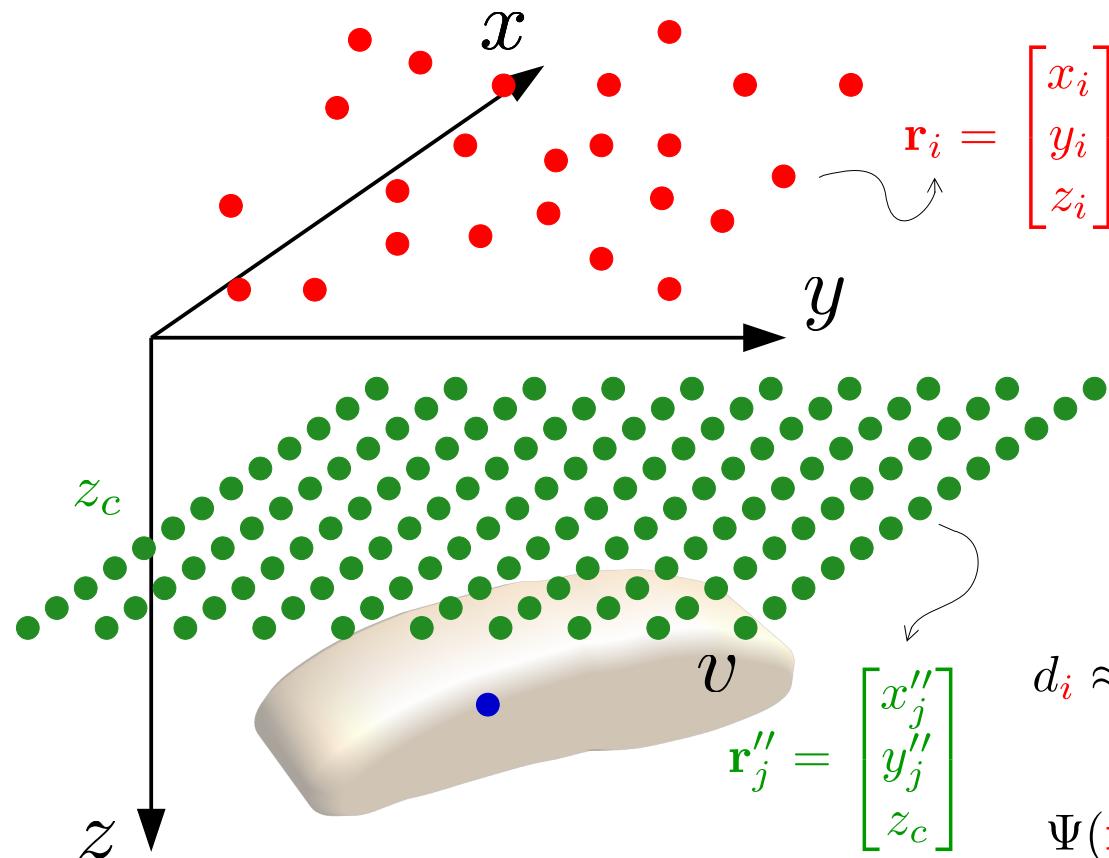
Vetor unitário que define a  
direção do campo  
geomagnético principal na  
área de estudo

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

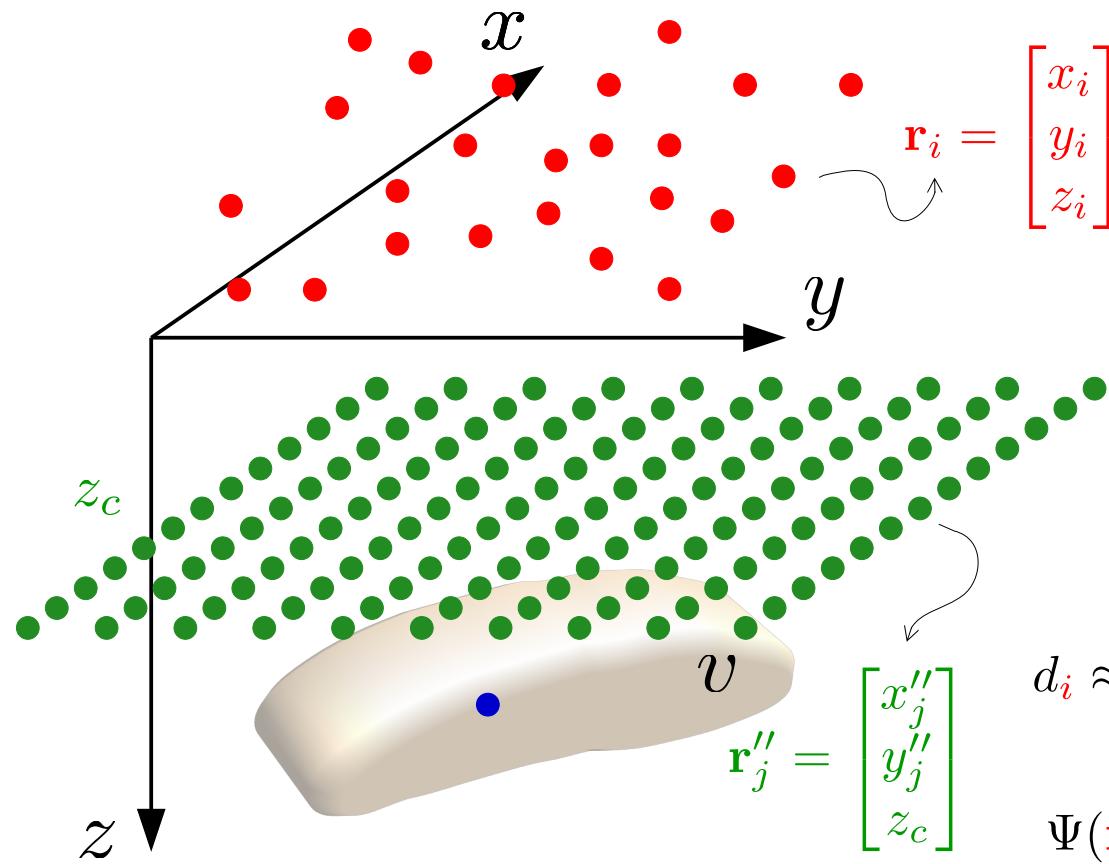
vetor unitário que define a direção de magnetização total dos dipolos

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

## Campo magnético



$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}''_j = \begin{bmatrix} x''_j \\ y''_j \\ z_c \end{bmatrix}$$

intensidade de  
magnetização total

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

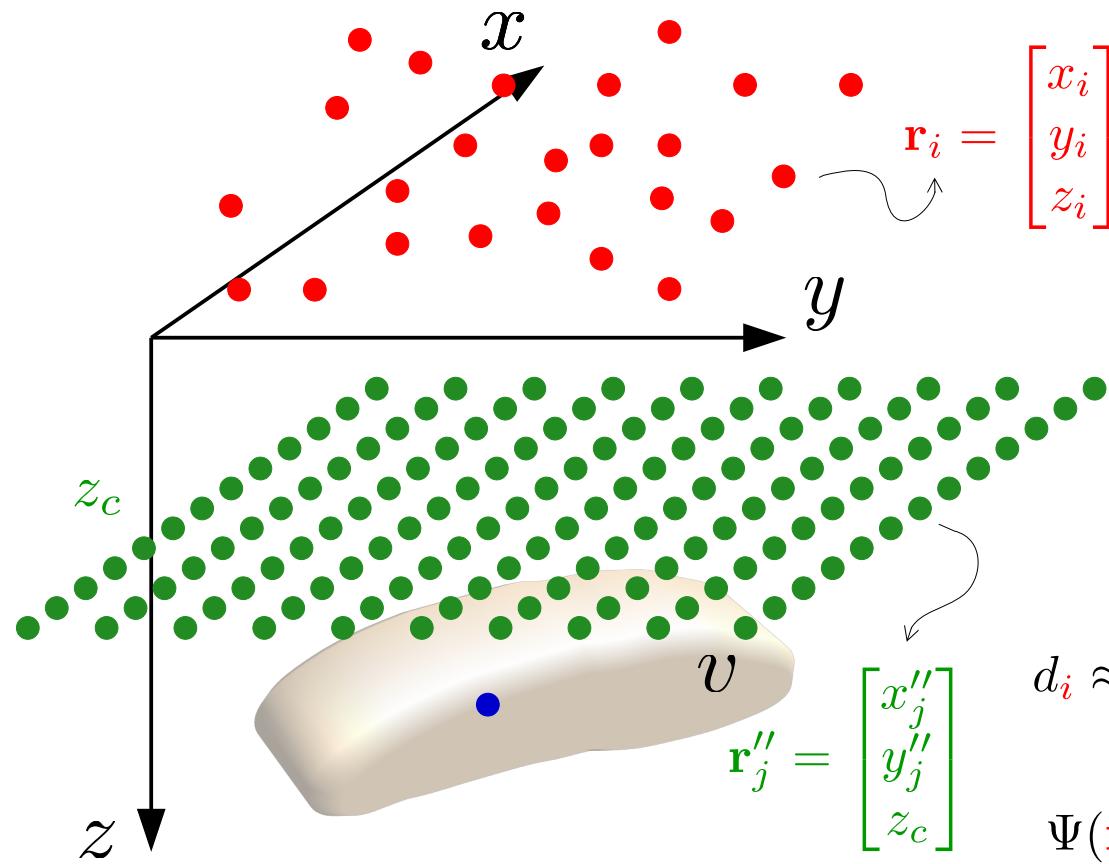
Esta direção pode ser  
arbitrária

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j)$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}''_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}''_j\|}$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

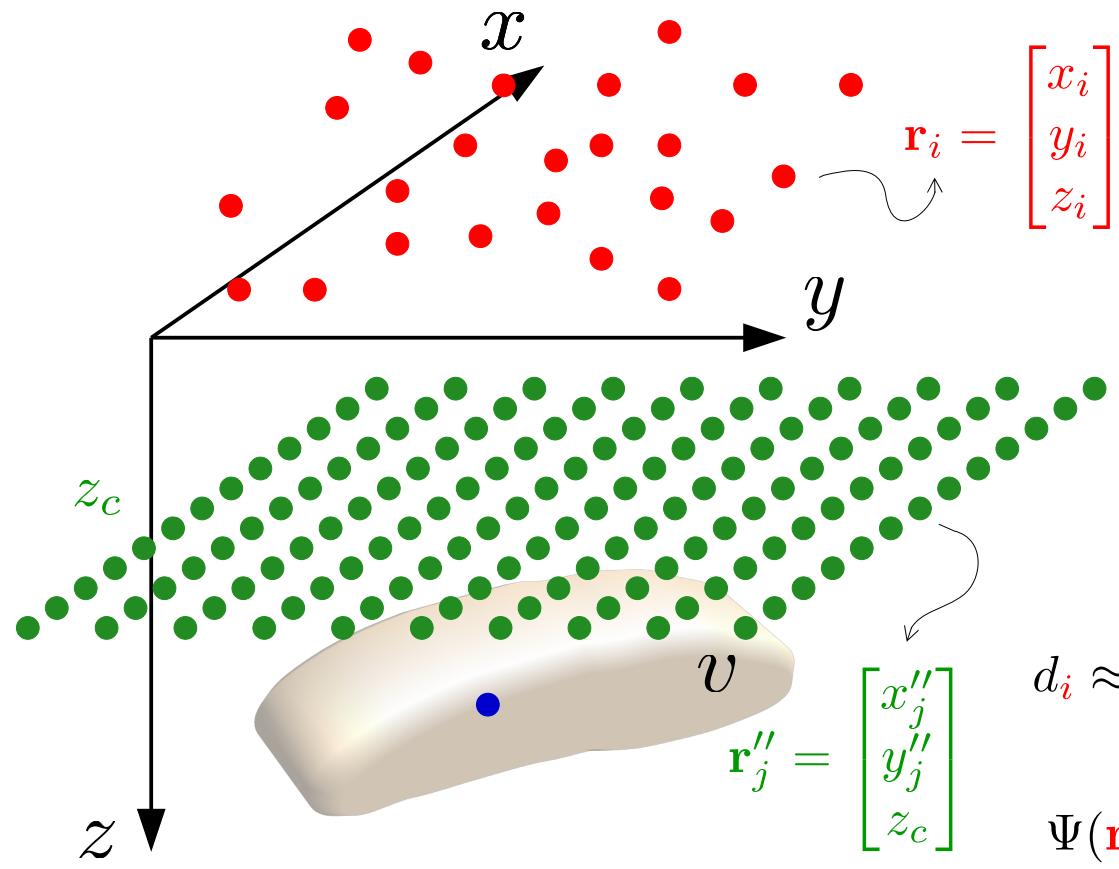
$$\mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \begin{bmatrix} \partial_{xx} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \end{bmatrix}$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{v}}$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

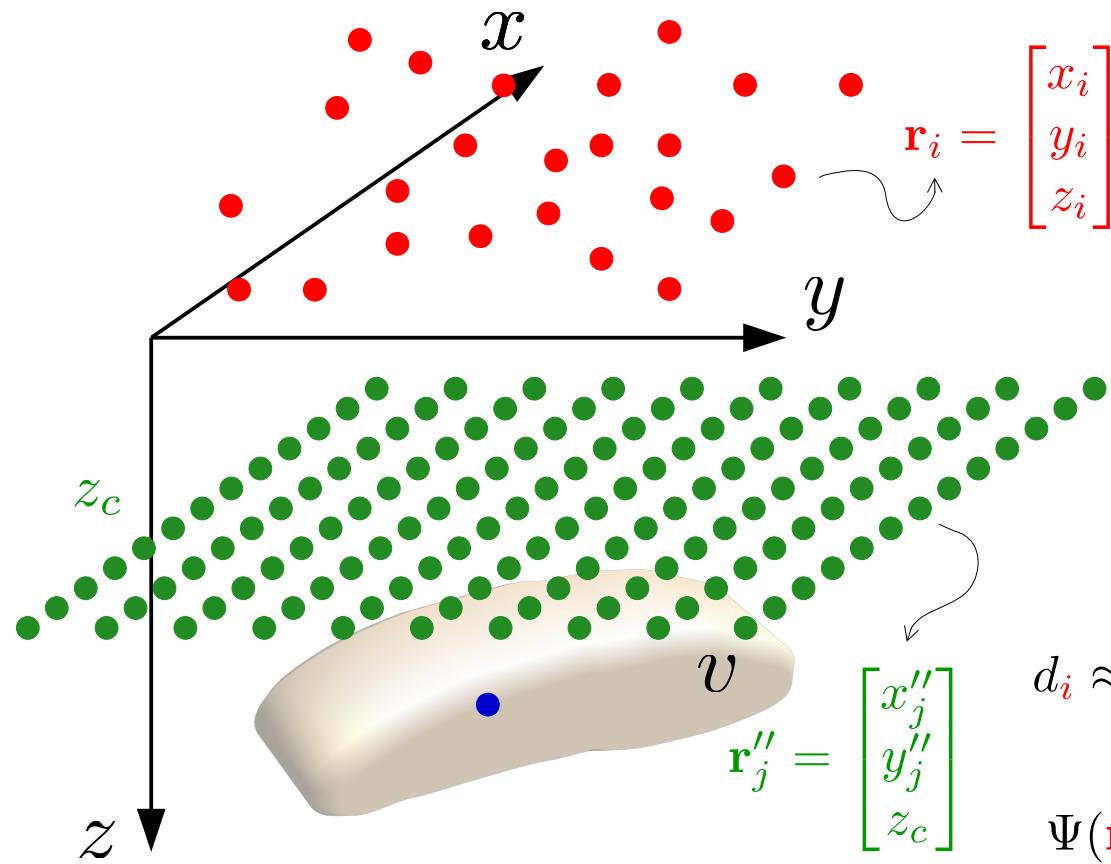
$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Novamente, a técnica da camada equivalente consiste em resolver este sistema para  $\mathbf{p}$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

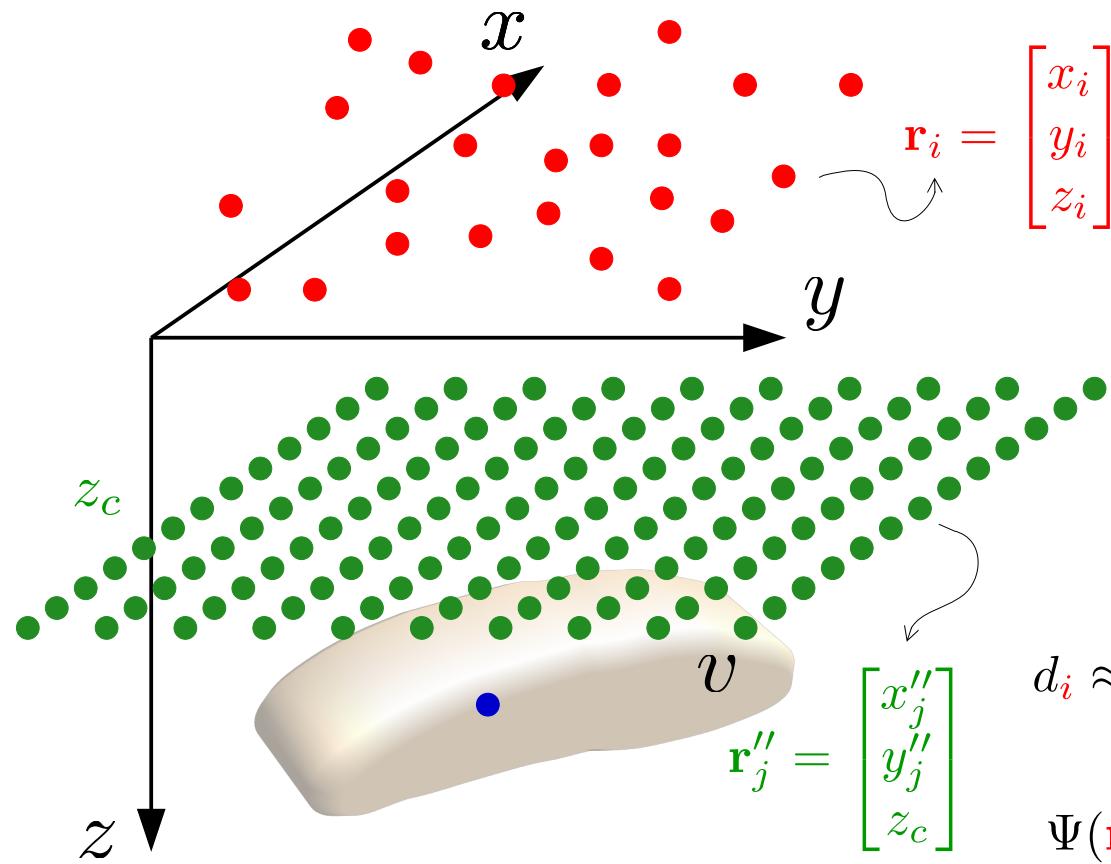
Vetor de parâmetros com a distribuição de prop. física dos dipolos  
(camada equivalente discreta)

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

Vetor com dados de an. de campo total

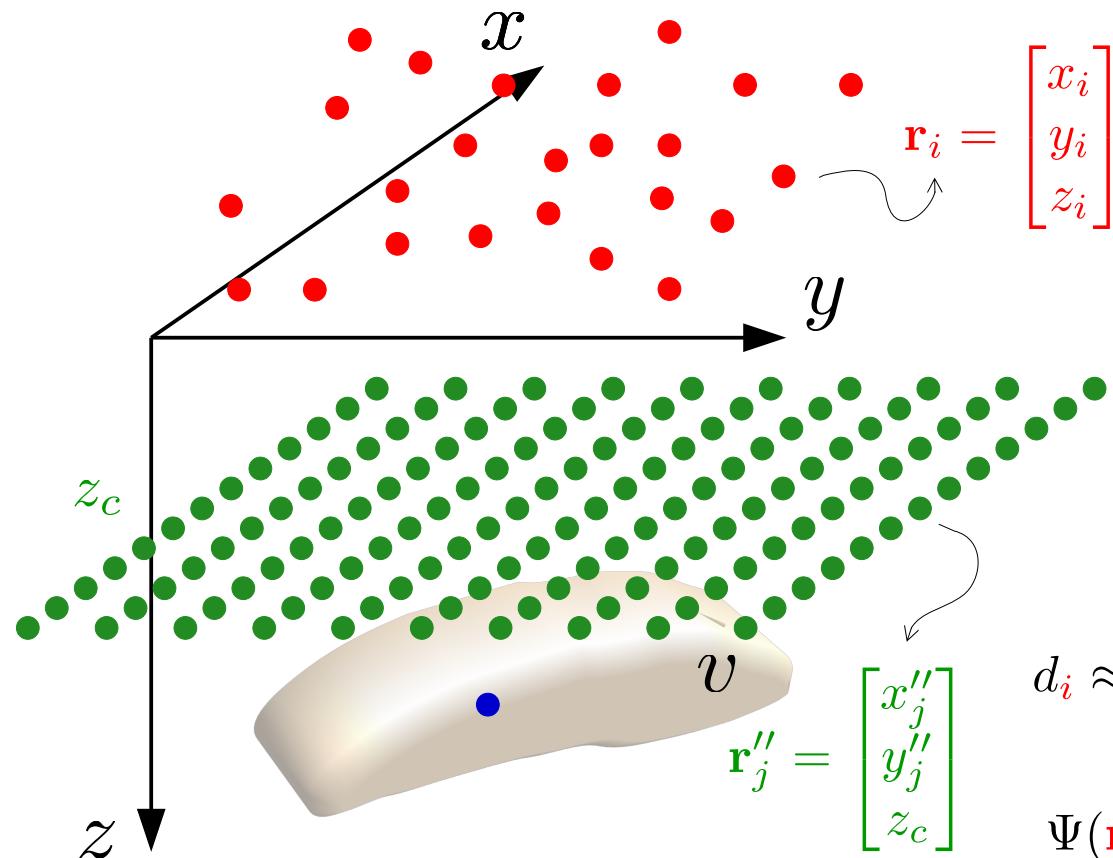
$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

## Campo magnético



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

intensidade de magnetização total

$$d_i \equiv \partial_{th} \Theta(\mathbf{r}_i)$$

Anomalia de campo total (aprox.)

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$$

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j''\|}$$

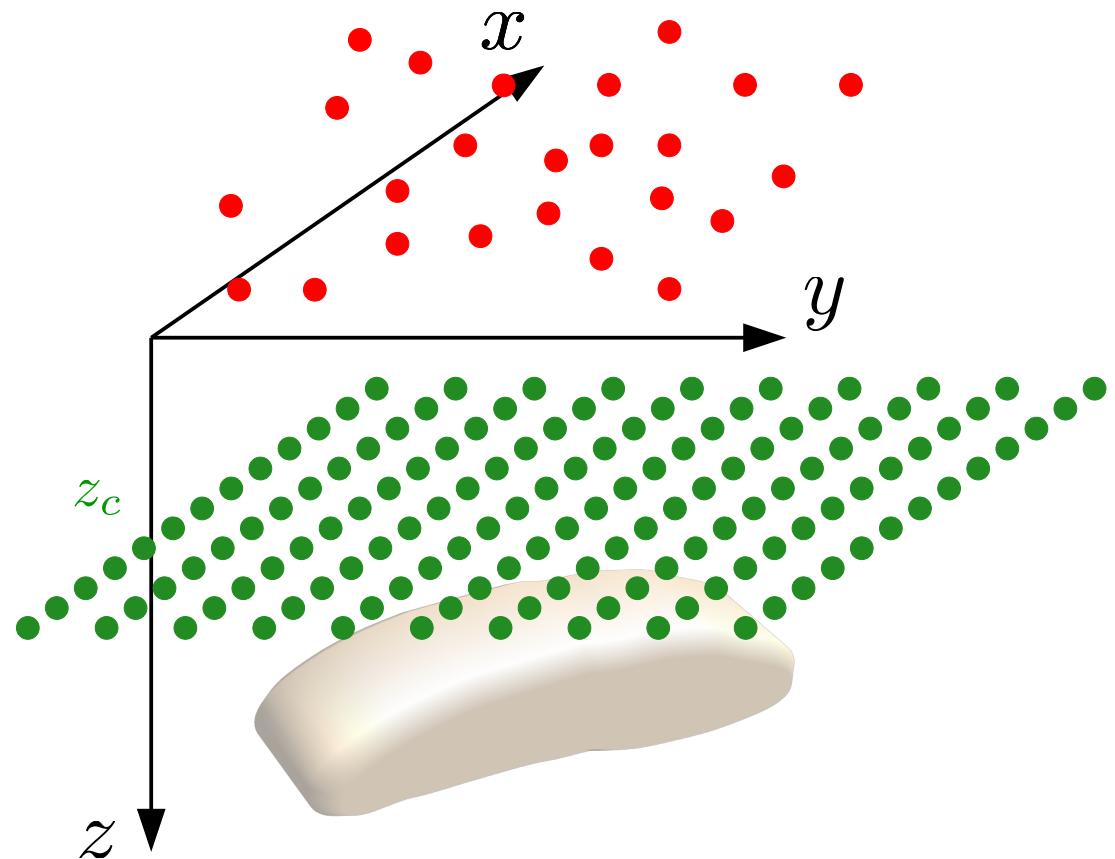
$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$a_{ij} = \partial_{tv} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j'')$

Matriz de sensibilidade

# Camada equivalente

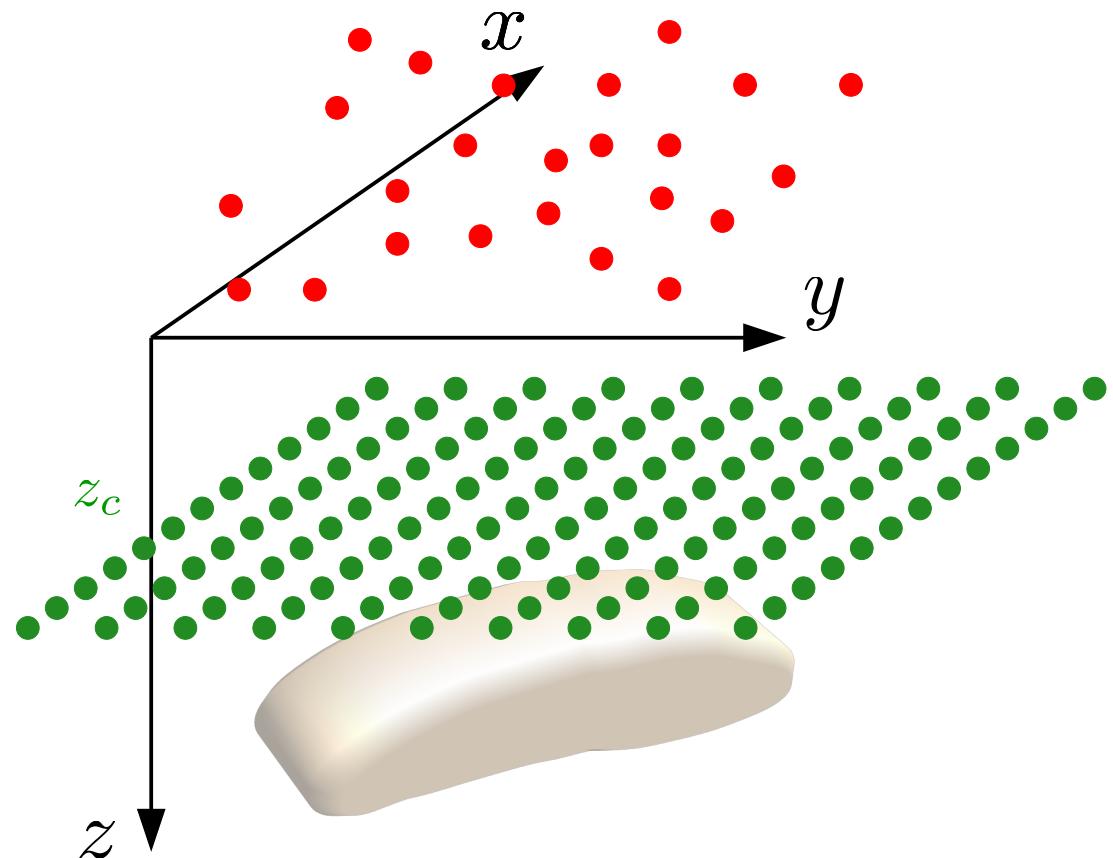
$$d \approx A p$$



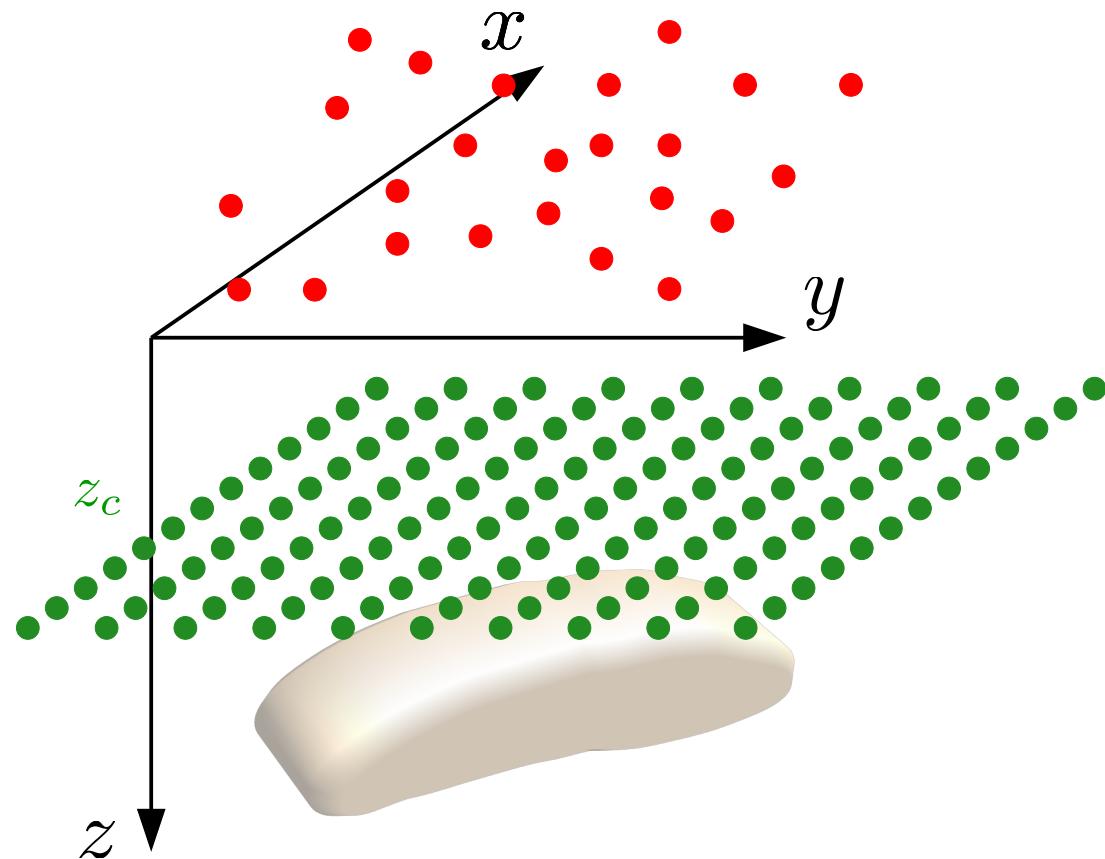
# Camada equivalente

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Resolver este sistema para  $\mathbf{p}$



## Camada equivalente



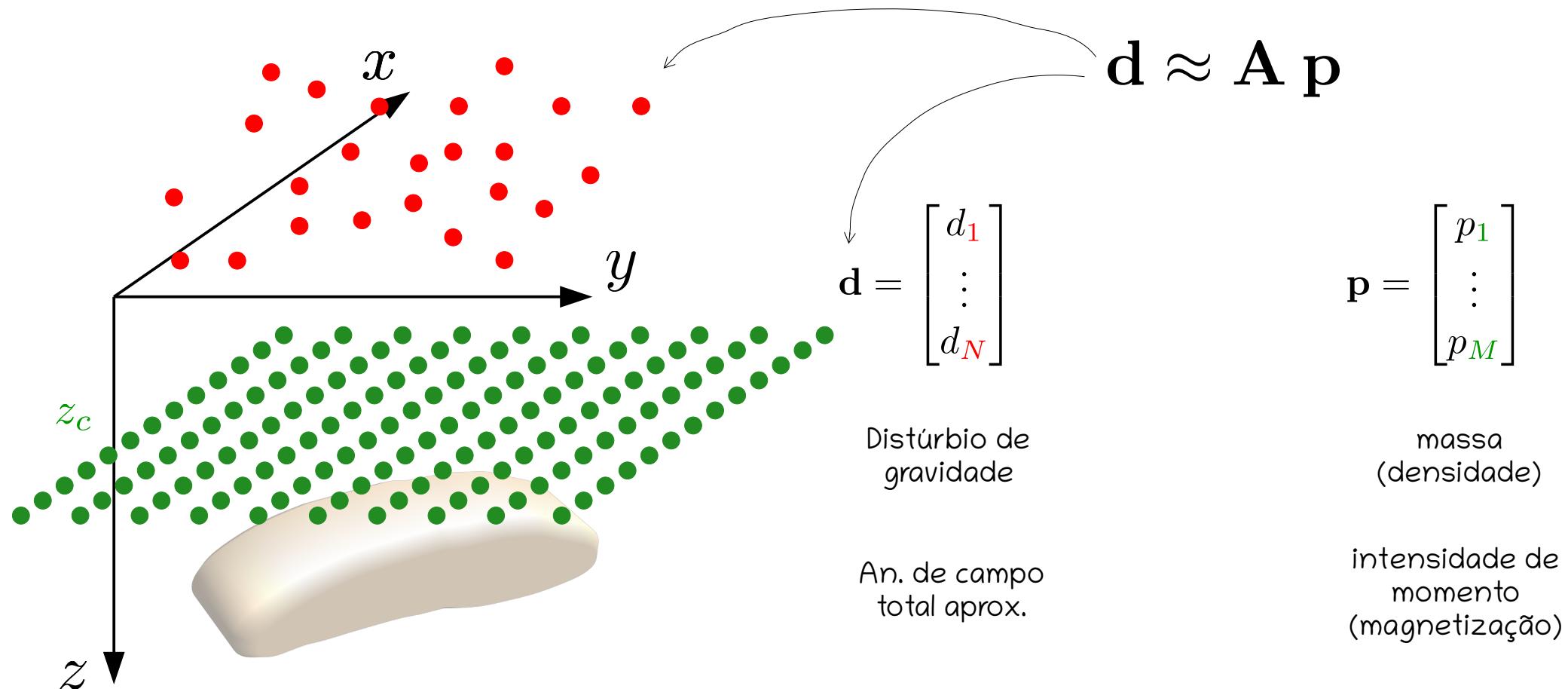
$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$

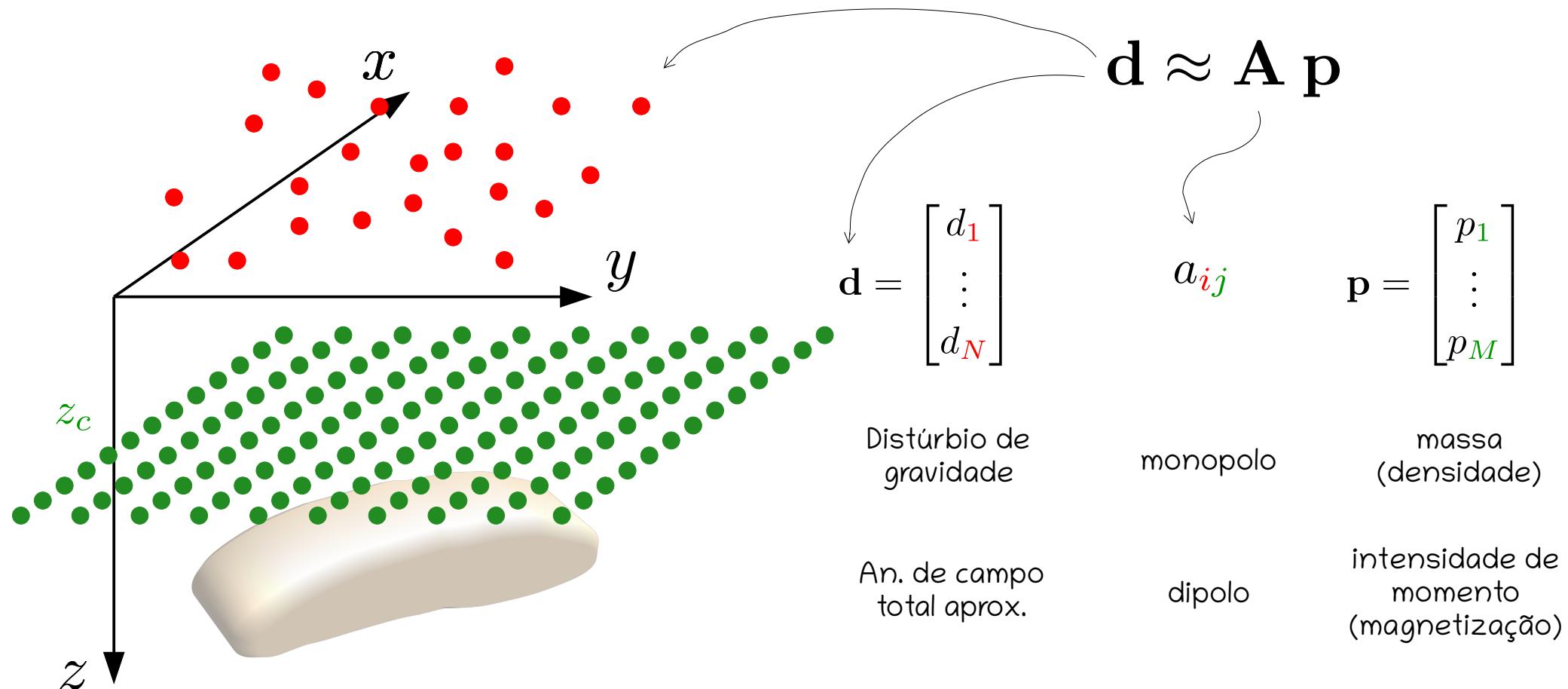
massa  
(densidade)

intensidade de  
momento  
(magnetização)

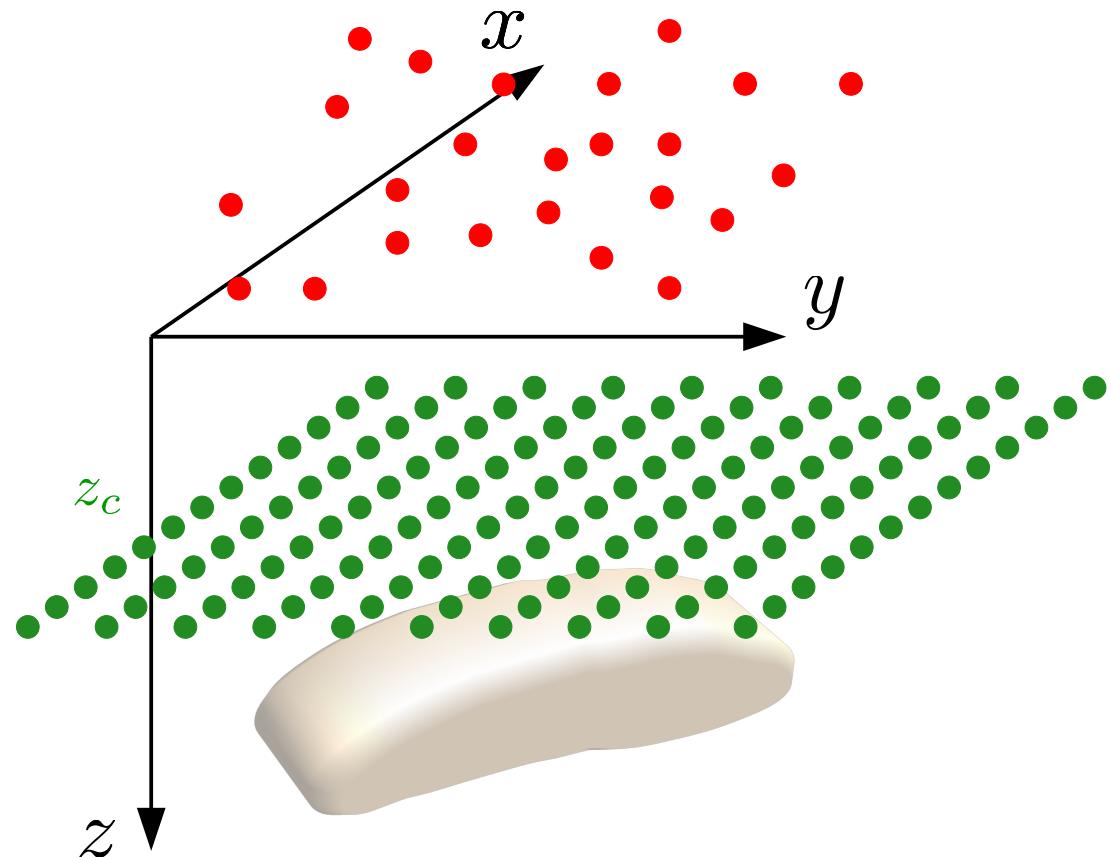
# Camada equivalente



# Camada equivalente



## Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

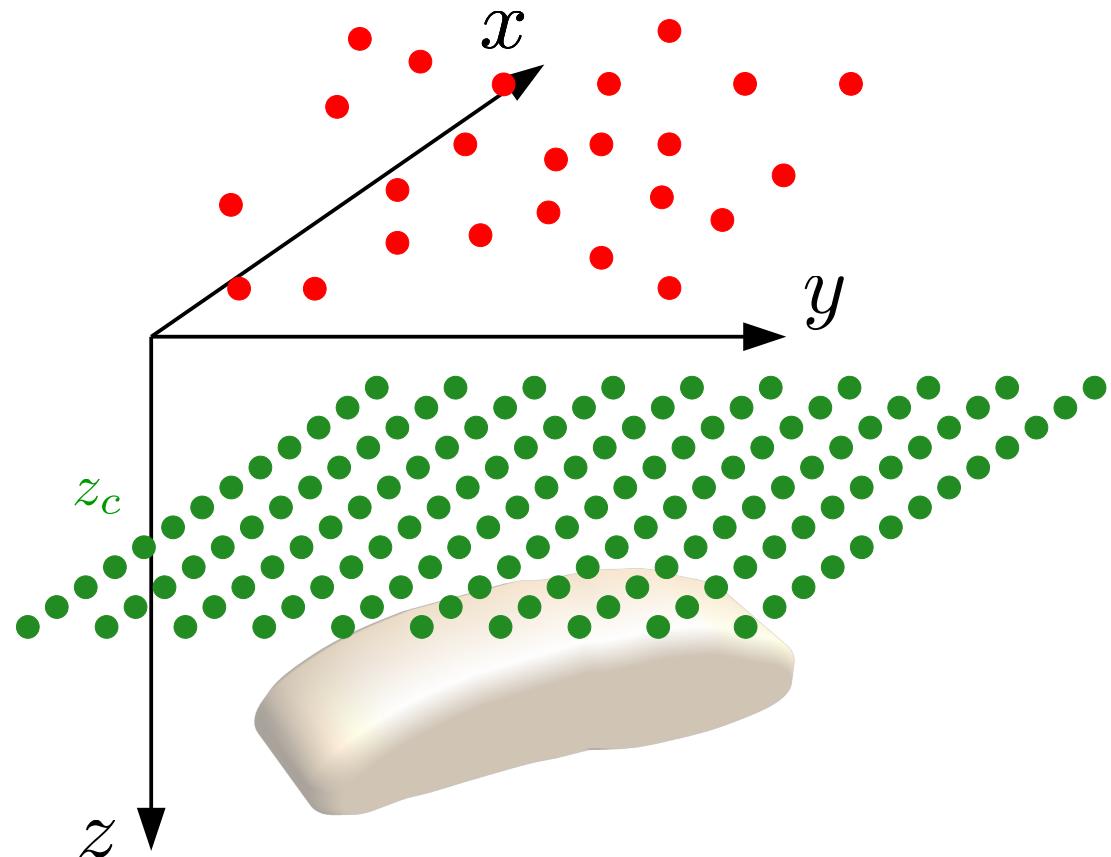
$$a_{ij}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

Transformação de campo potencial

# Camada equivalente



$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

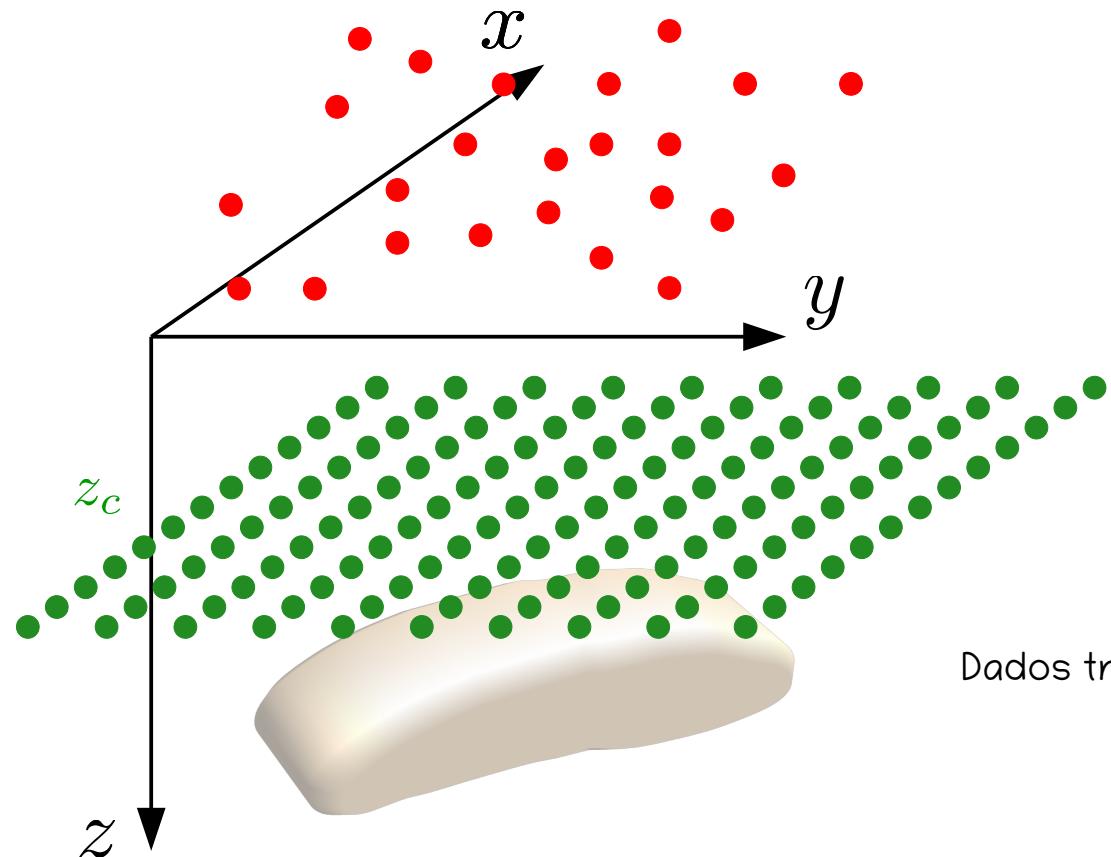
$$a_{ij}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$


 Vetor  $\mathbf{p}$  estimado

# Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

$$a_{ij}$$

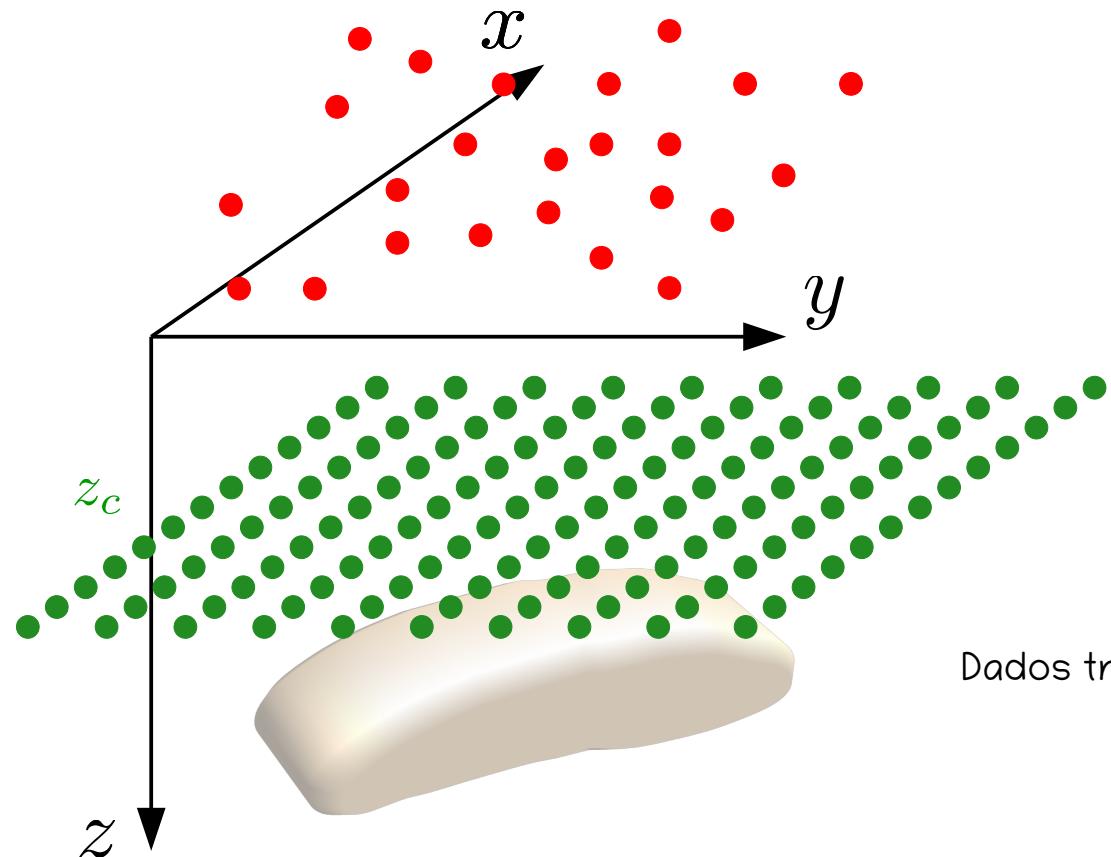
$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

Dados transformados

Vetor  $\mathbf{p}$  estimado

# Camada equivalente



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}$$

$$a_{ij}$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{p}}$$

interpolação,  
continuação p/ cima,  
redução ao polo ...

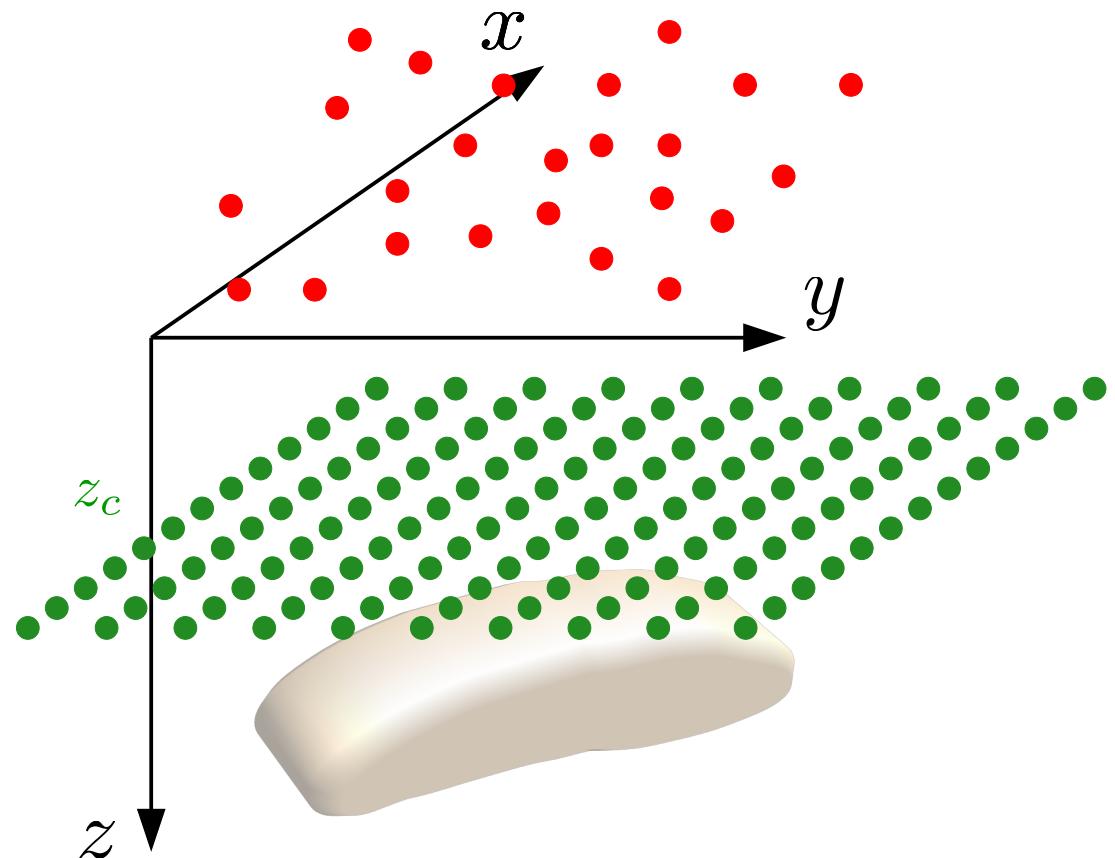
$$t_{kj}$$

Vetor  $\mathbf{p}$  estimado

## Camada equivalente

$$d \approx A p$$

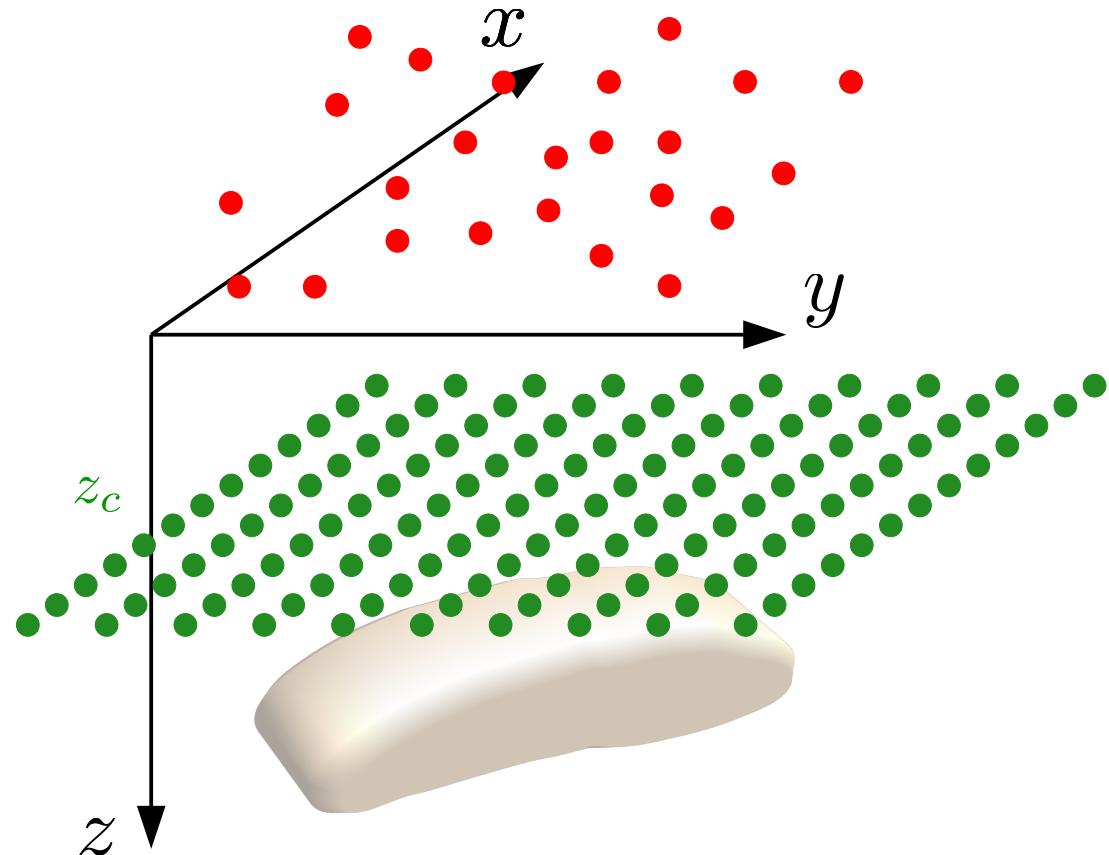
Dampney (1969) e Emilia (1973) foram os pioneiros em propor este tipo de técnica para o processamento de dados grav e mag.



## Camada equivalente

$$d \approx A p$$

Dampney (1969) e Emilia (1973) foram os pioneiros em propor este tipo de técnica para o processamento de dados grav e mag.

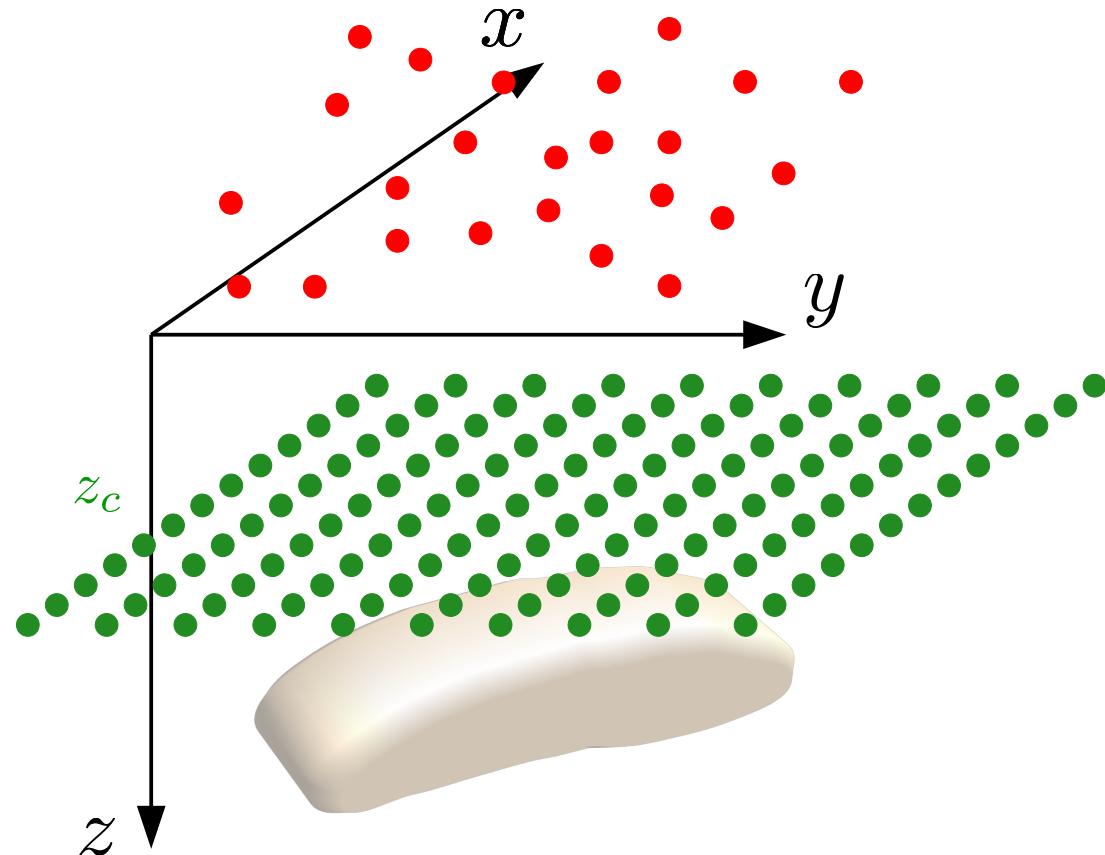


Uma quantidade considerável de trabalhos foi publicada desde então sobre a solução eficiente deste sistema linear (e.g., Leão and Silva, 1989; Cordell, 1992; Mendonça and Silva, 1994; Guspí and Novara, 2009; Li and Oldenburg, 2010; Barnes and Lumley, 2011; Oliveira Jr. et al., 2013; Siqueira et al., 2017; Mendonça, 2020; Takahashi et al., 2020; Soler and Uieda, 2021; Takahashi et al., 2022)

## Camada equivalente

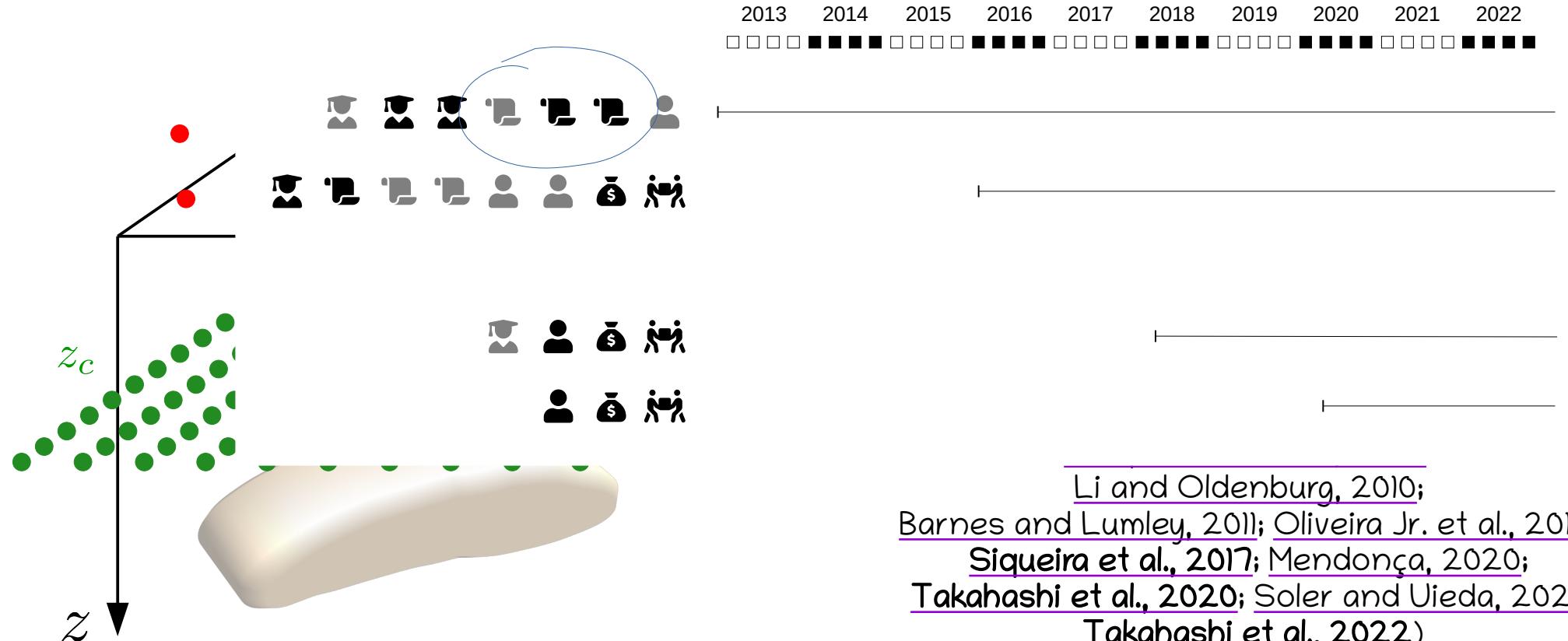
$$d \approx A p$$

Dampney (1969) e Emilia (1973) foram os pioneiros em propor este tipo de técnica para o processamento de dados grav e mag.



Uma quantidade considerável de trabalhos foi publicada desde então sobre a solução eficiente deste sistema linear (e.g., Leão and Silva, 1989; Cordell, 1992; Mendonça and Silva, 1994; Guspí and Novara, 2009; Li and Oldenburg, 2010; Barnes and Lumley, 2011; Oliveira Jr. et al., 2013; Siqueira et al., 2017; Mendonça, 2020; Takahashi et al., 2020; Soler and Uieda, 2021; Takahashi et al., 2022)

# Camada equivalente



# 3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- **Técnica da camada equivalente**
- Desenvolvimentos teóricos

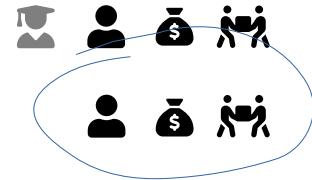
# 3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- Técnica da camada equivalente
- **Desenvolvimentos teóricos**

2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022



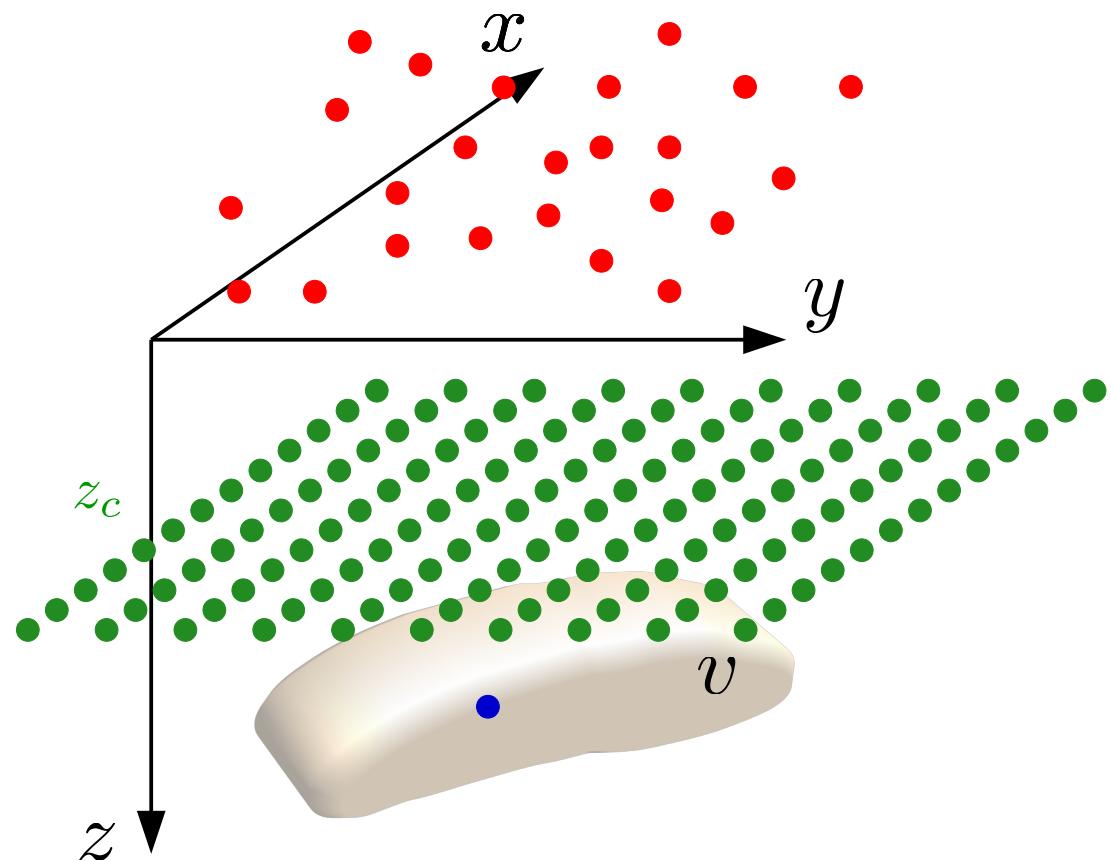
- Da



- Té

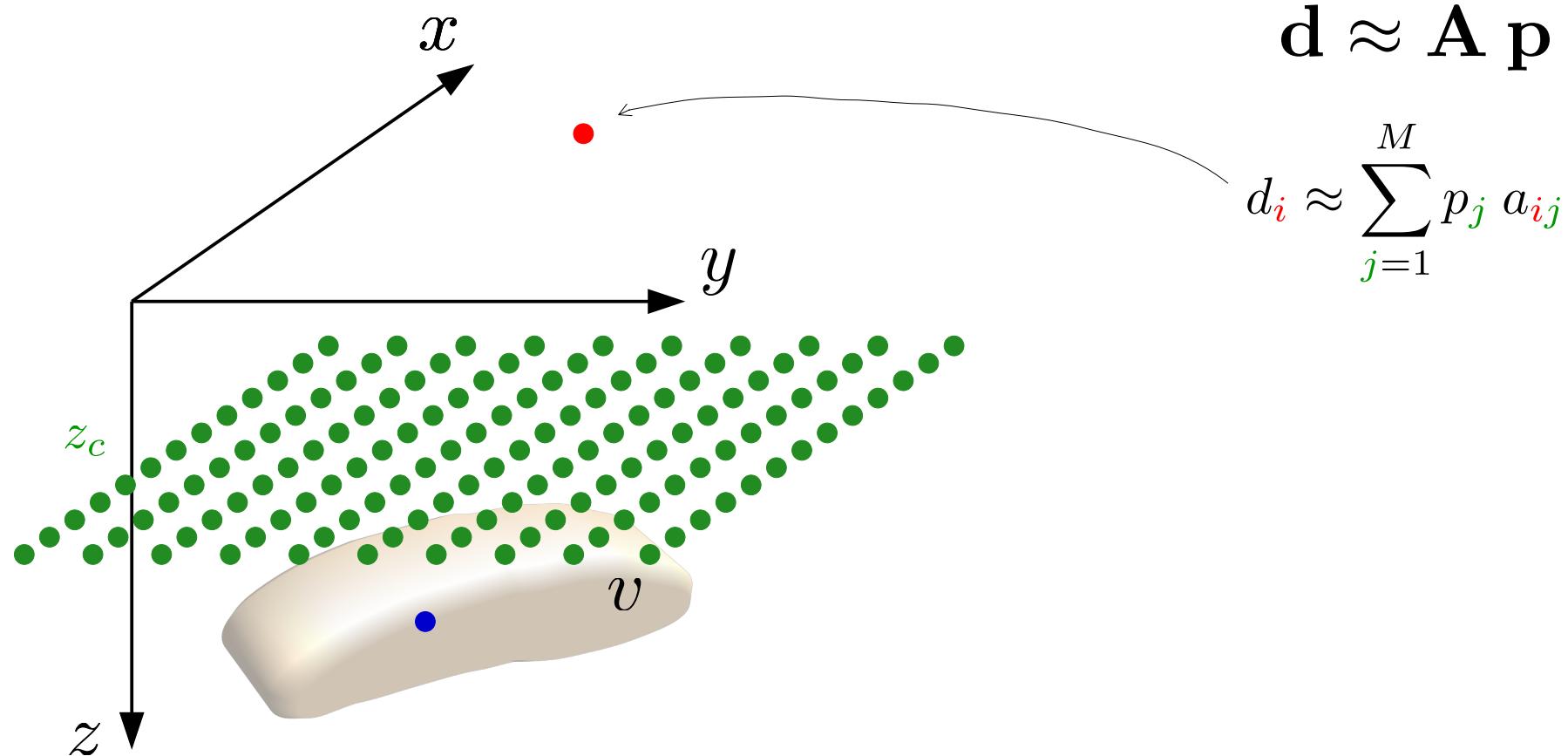


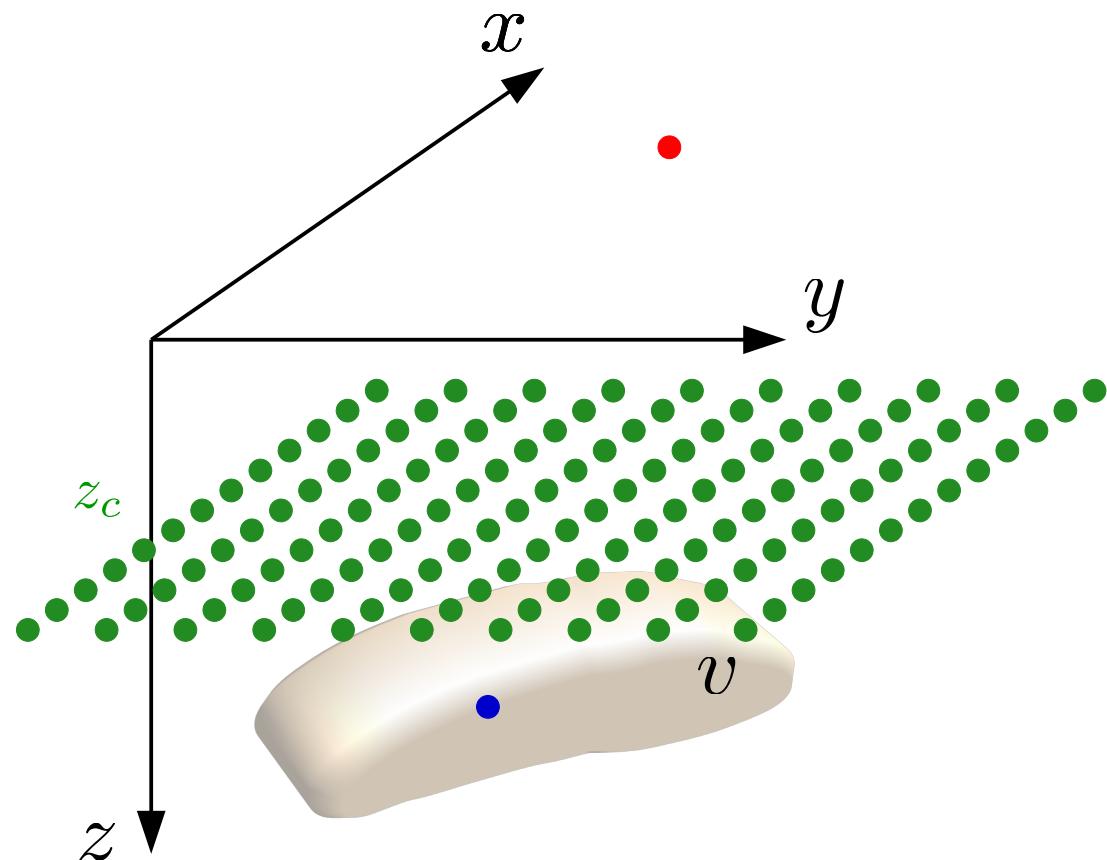
- **Desenvolvimentos teóricos**



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

Retornemos ao sistema linear  
para estimar uma camada  
equivalente discreta

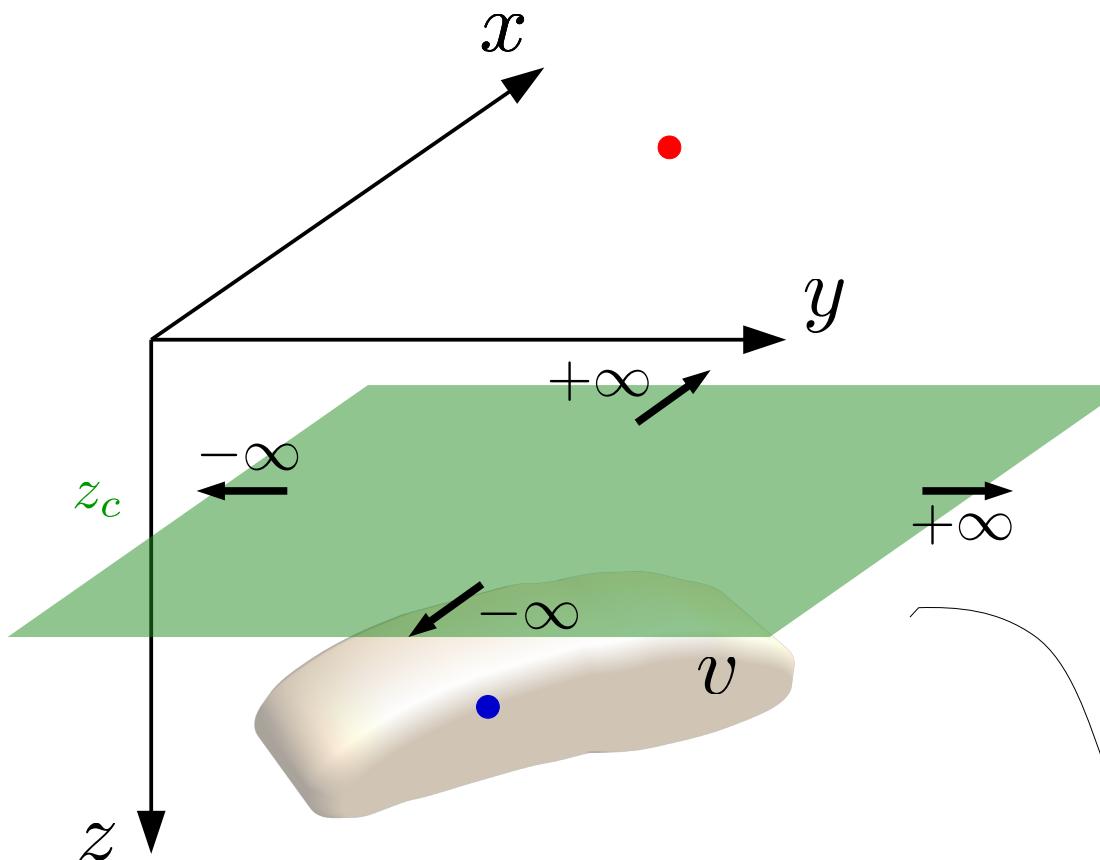




$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

$$d_{\textcolor{red}{i}} \approx \sum_{j=1}^M p_{\textcolor{green}{j}} a_{\textcolor{red}{i}j}$$

Conjunto finito de pontos que  
definem a camada equivalente discreta



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

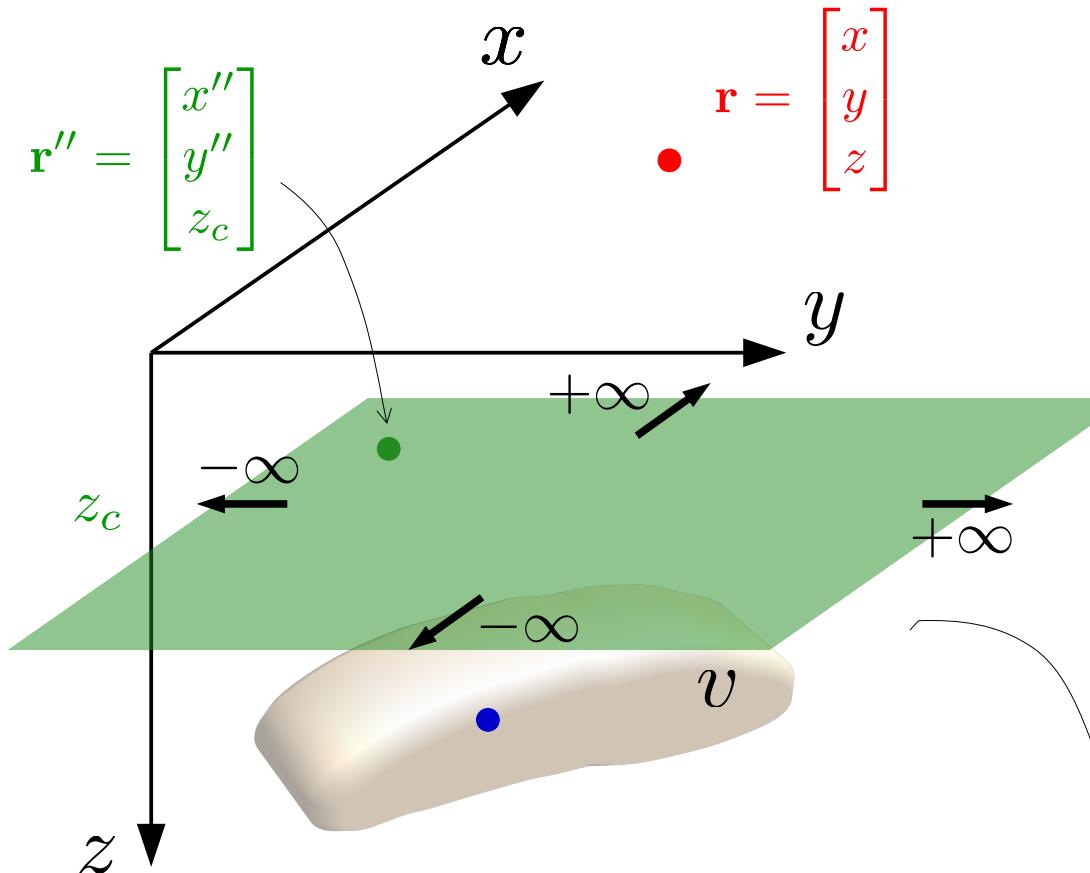
$$d_{\textcolor{red}{i}} \approx \sum_{j=1}^M p_{\textcolor{green}{j}} a_{\textcolor{red}{i}j}$$

Conjunto finito de pontos que definem a **camada equivalente discreta**

$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\curvearrowright dx'' dy''$

Plano horizontal infinito que define uma **camada equivalente continua**



$$\mathbf{d} \approx \mathbf{A} \mathbf{p}$$

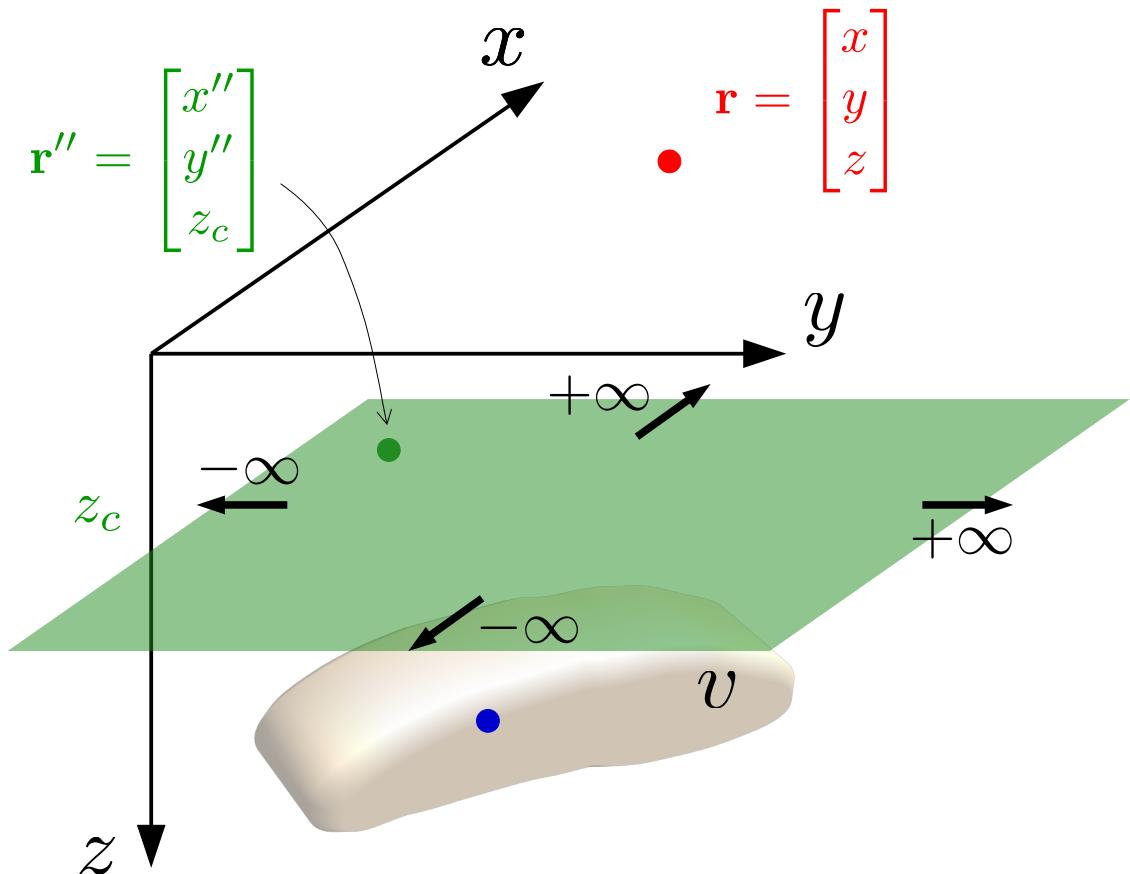
$$d_{\textcolor{red}{i}} \approx \sum_{j=1}^M p_{\textcolor{green}{j}} a_{\textcolor{red}{i}j}$$

Conjunto finito de pontos que definem a **camada equivalente discreta**

$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

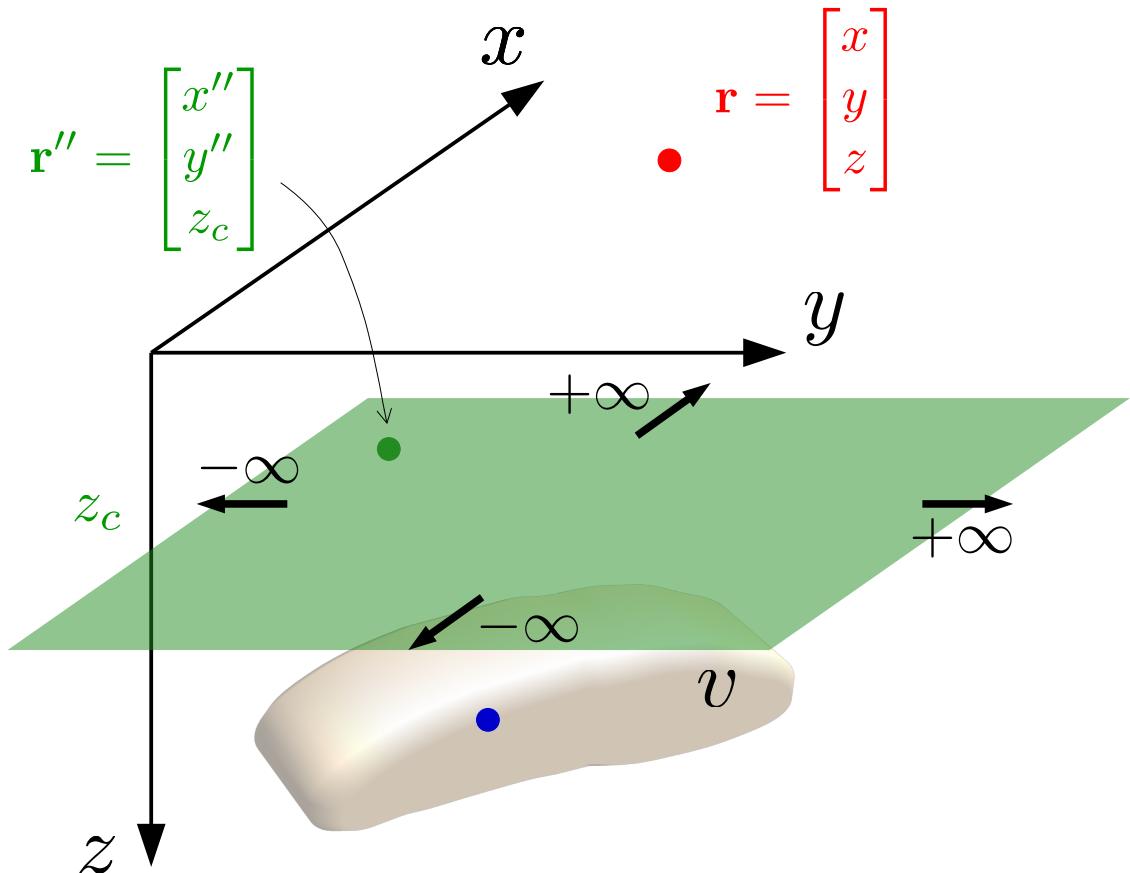
Plano horizontal infinito que define uma **camada equivalente continua**

$dx'' dy''$



Equação integral para uma distribuição de propriedade física contínua  $p(\mathbf{r}'')$

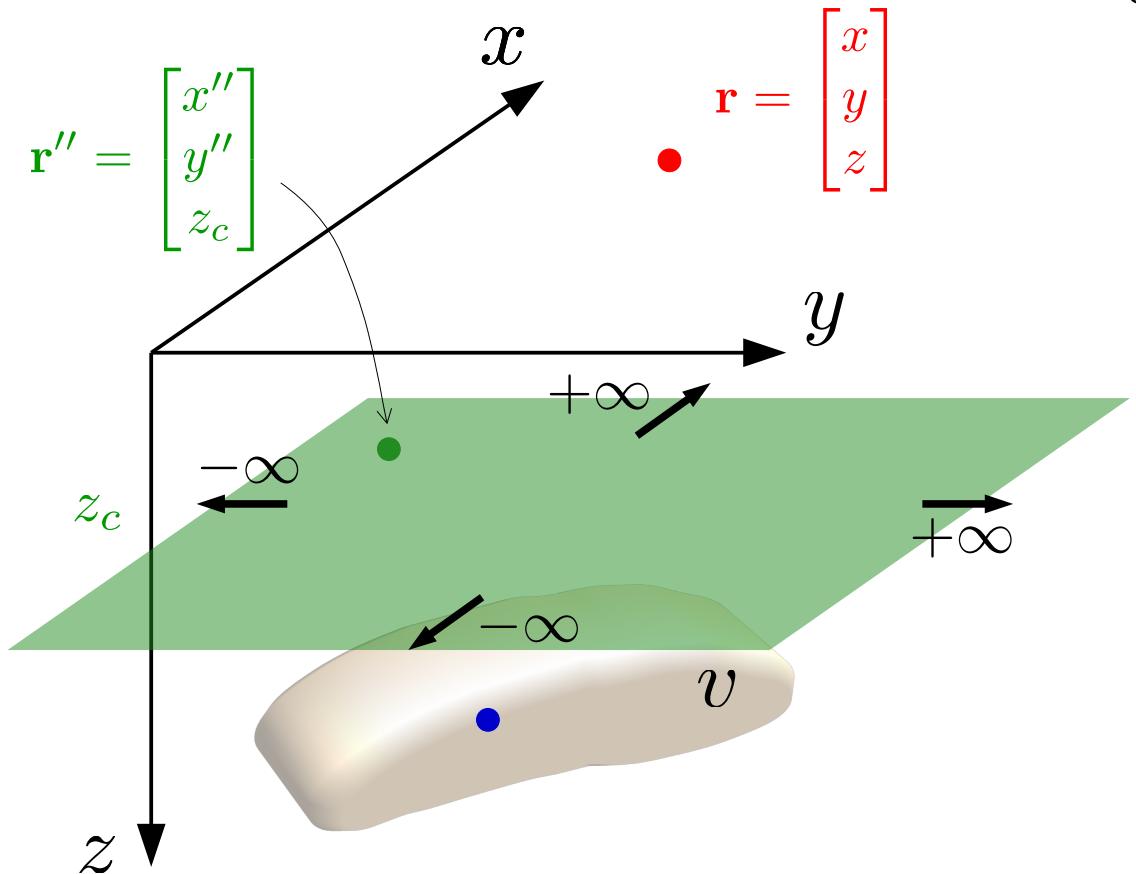
$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' dx'' dy''$$



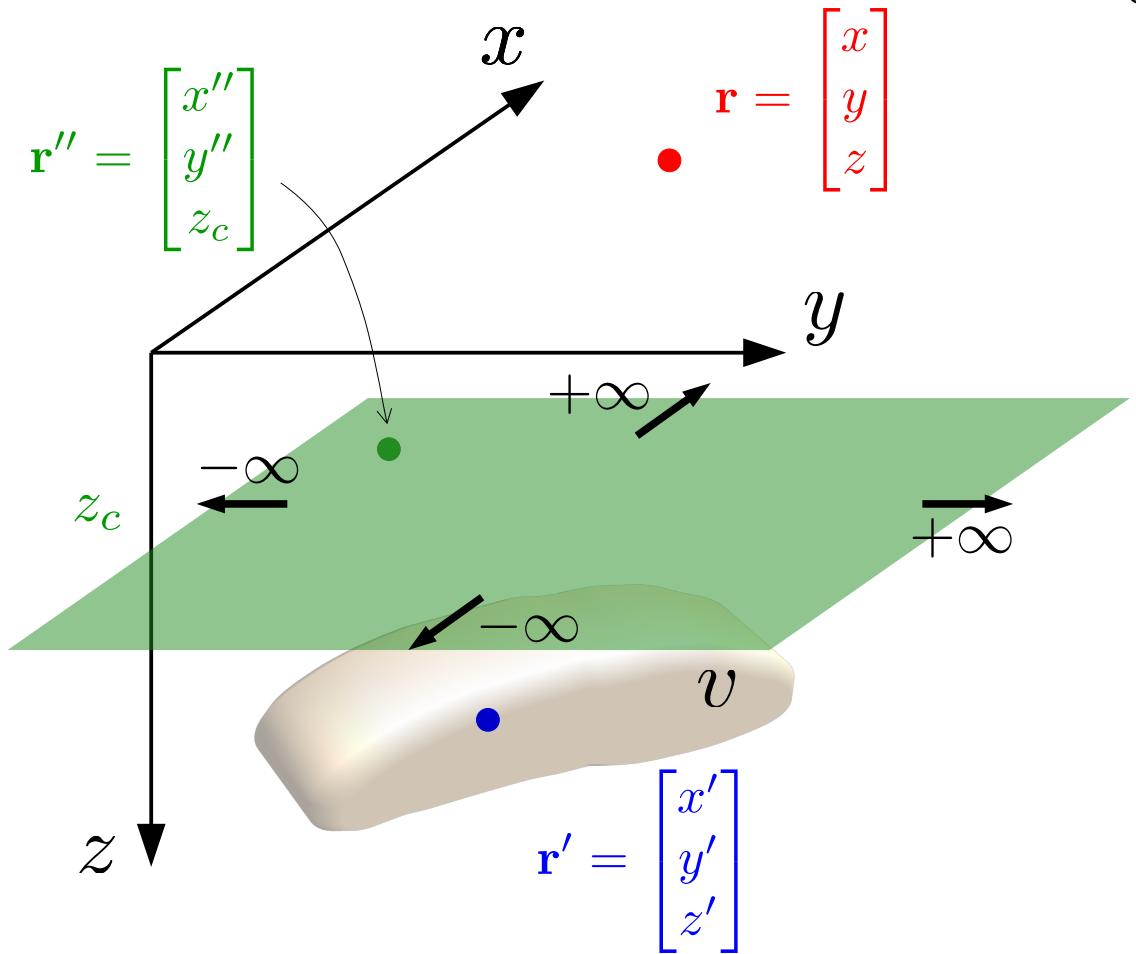
Soluções para esta equação podem ser definidas a partir de problemas de valor de contorno da Teoria do Potencial

$$d(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{r}'') a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

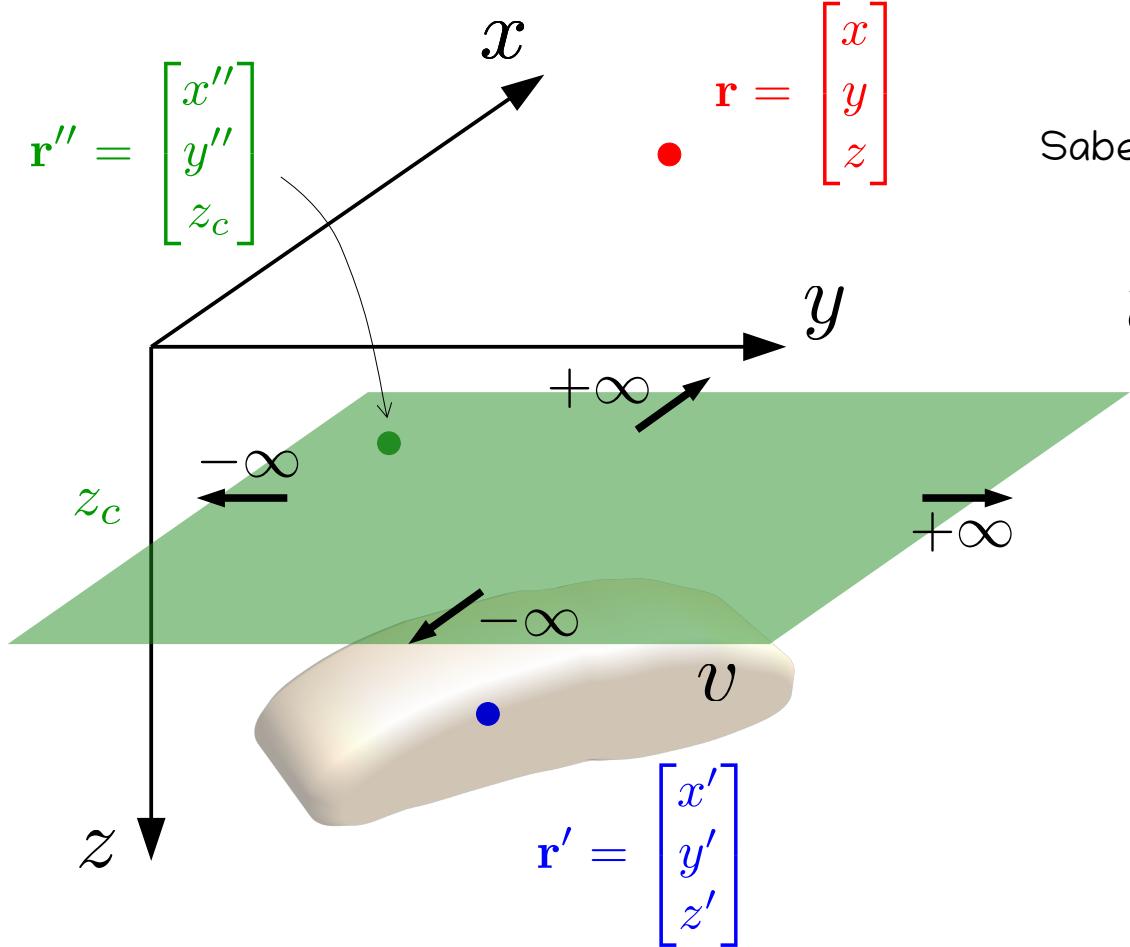
$\curvearrowright dx'' dy''$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

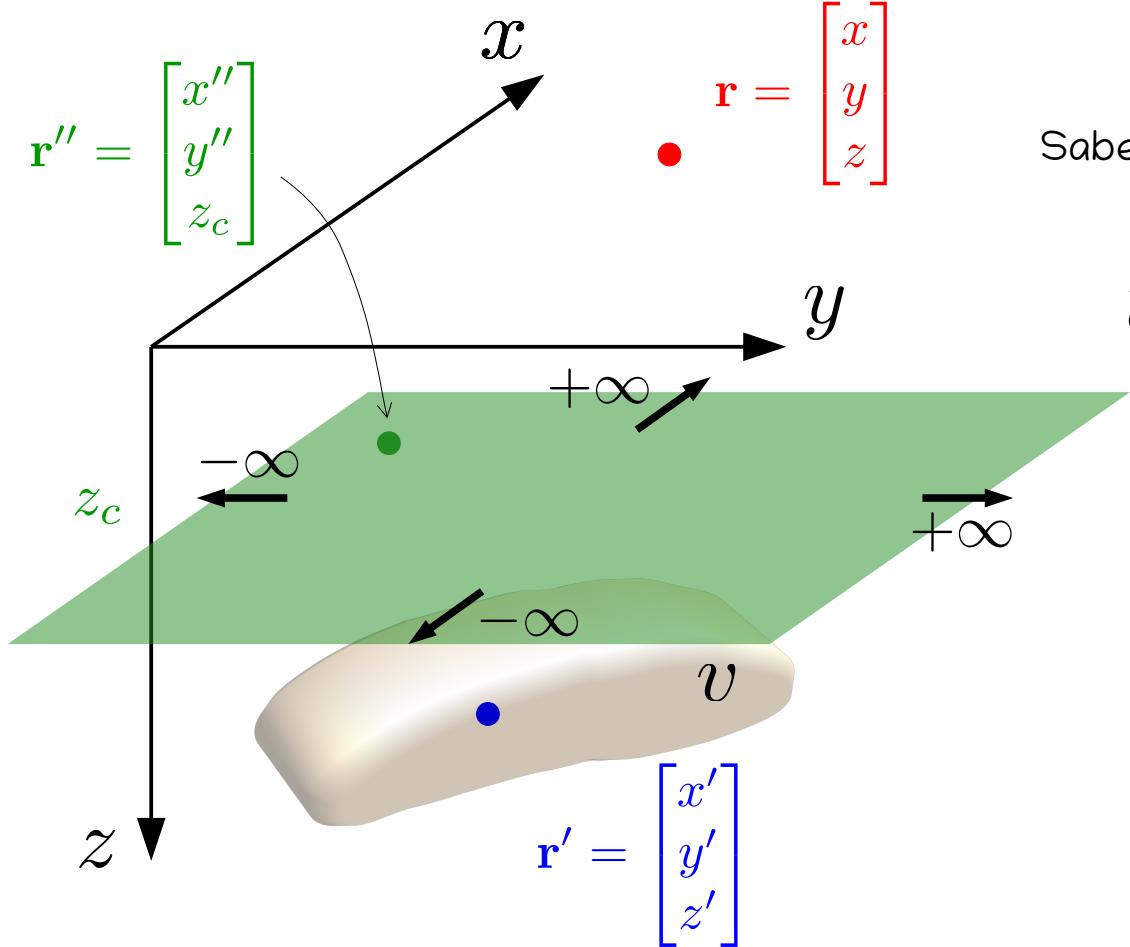


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano



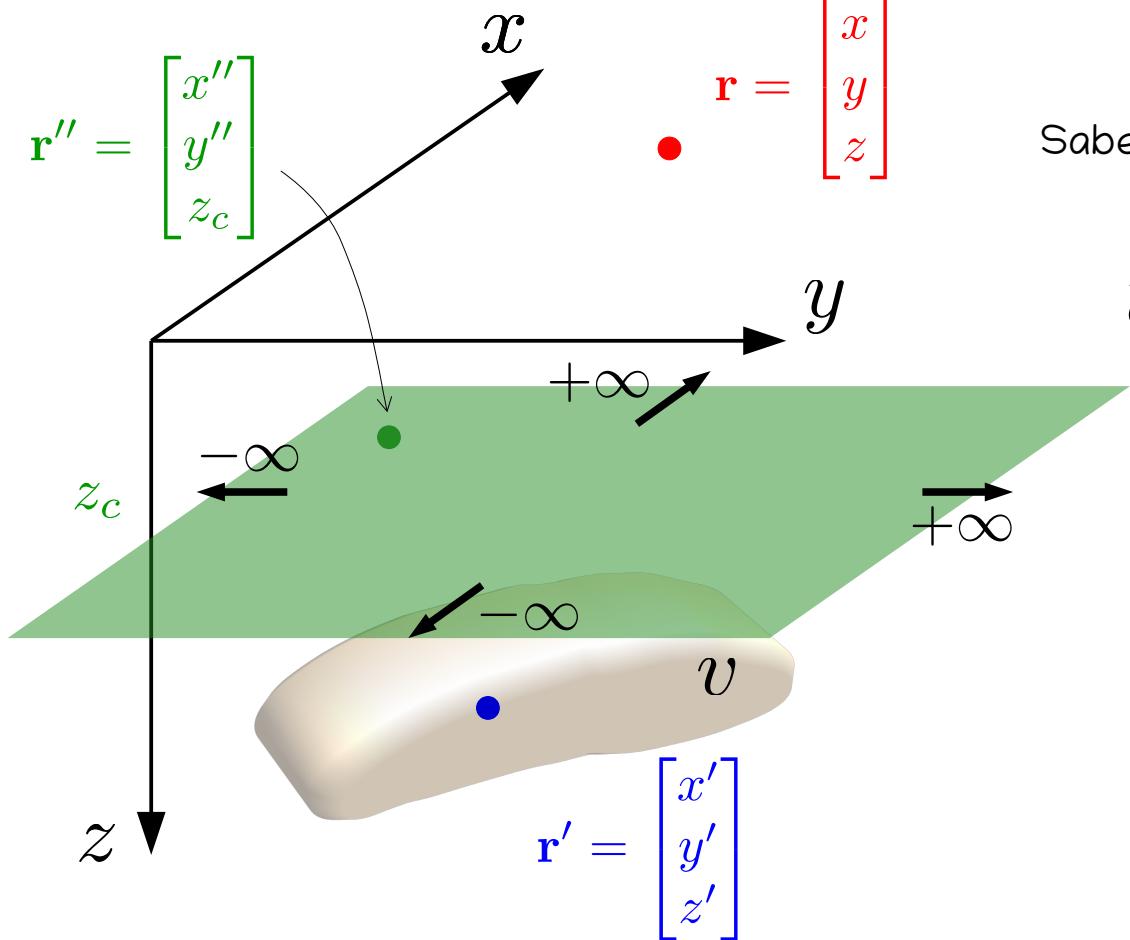
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

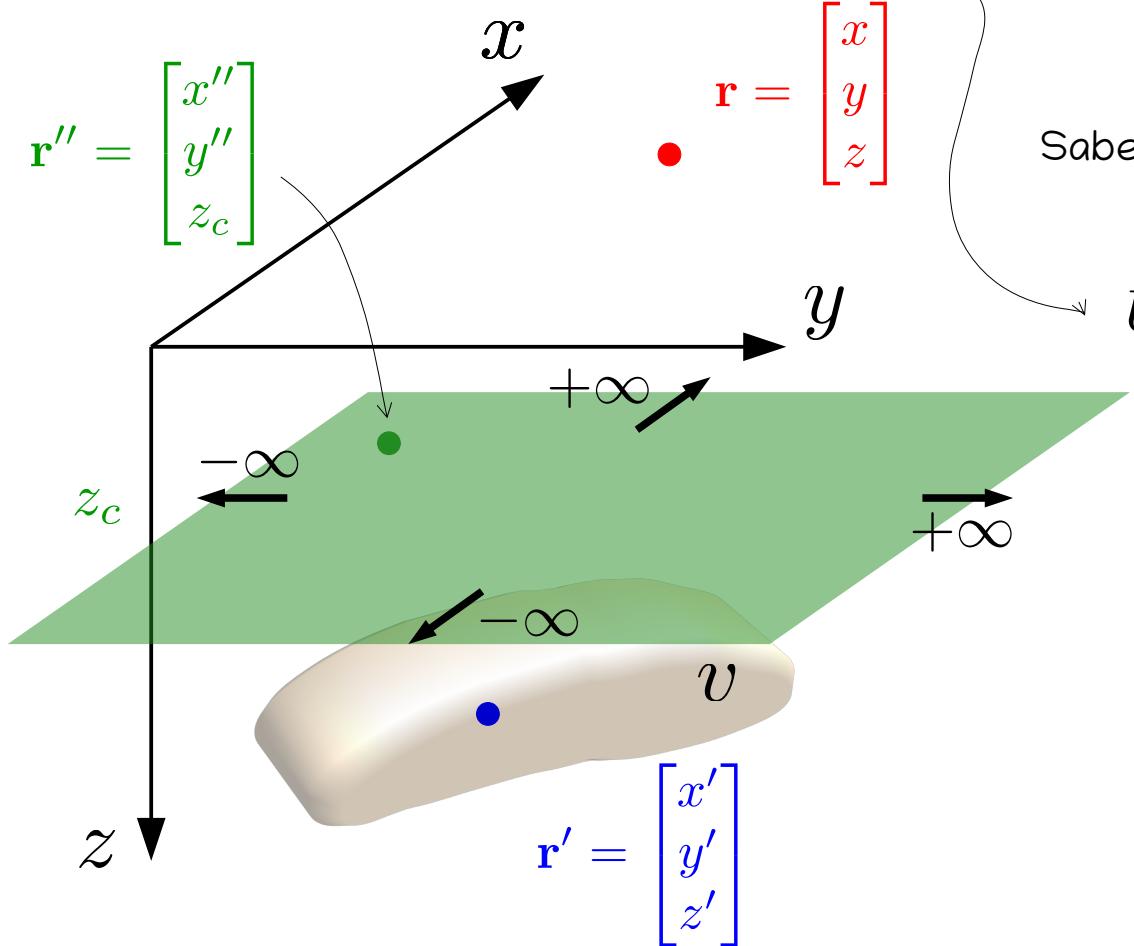
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Praticamente tudo o que se sabe ou é assumido como verdade sem nenhuma prova sobre a camada equivalente pode ser deduzido a partir desta equação



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

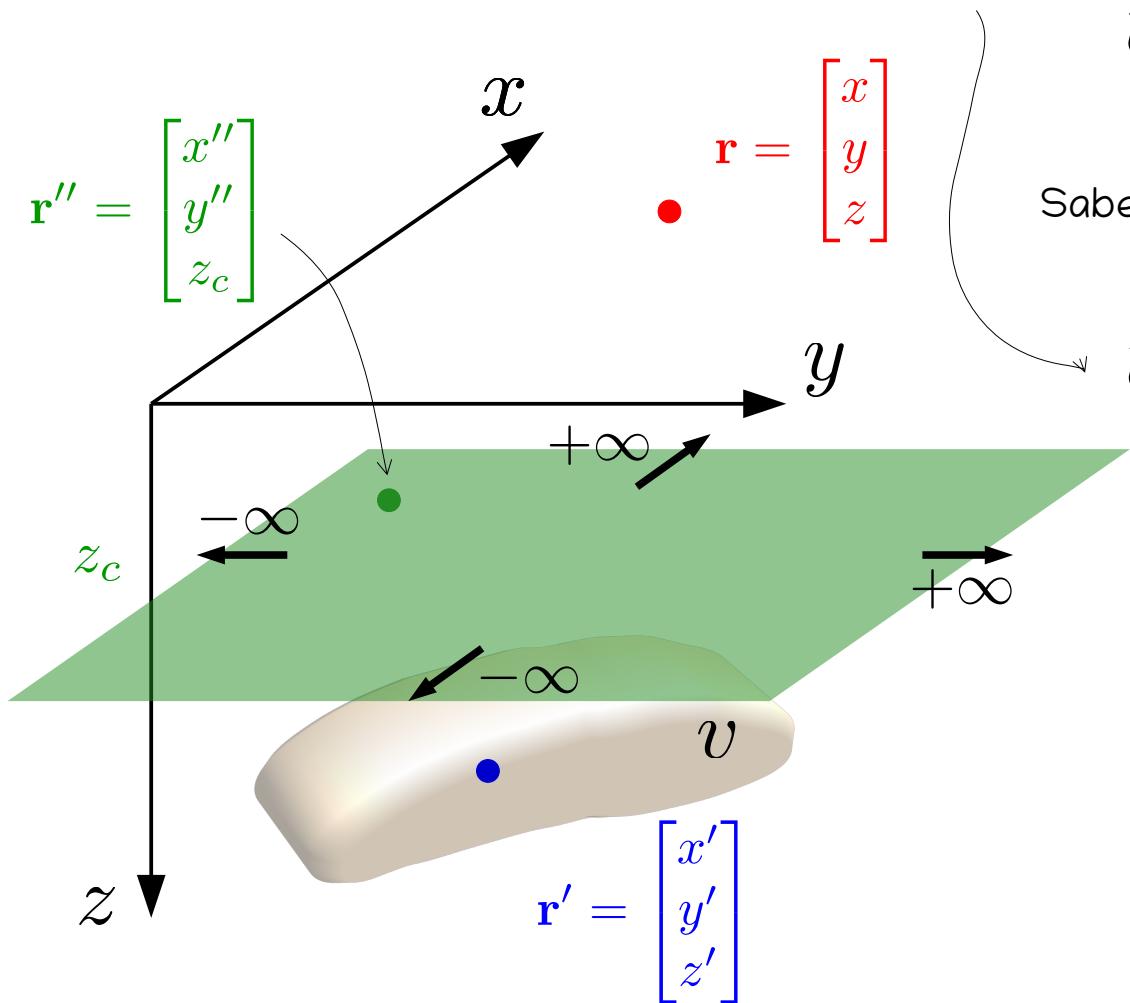
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

A seguir apresento 4 resultados deduzidos a partir desta equação e que são a base teórica para transformações de campos potenciais comumente encontradas na literatura



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

Sabe-se que (e.g., [Roy, 1962](#)):

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

que representa a solução do **problema de Neumann** ou **segundo problema de valor de contorno da teoria do potencial** ([Kellogg, 1967, p. 246](#)) sobre um plano

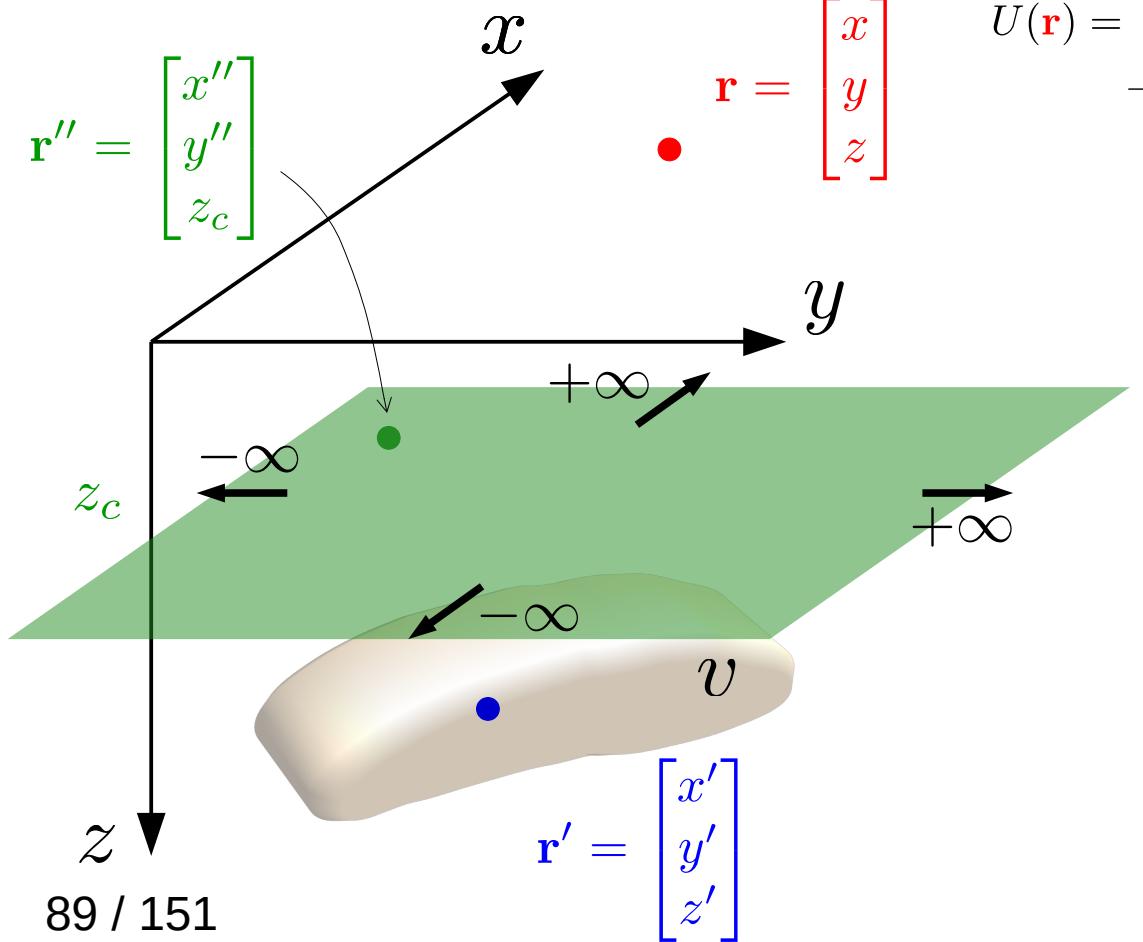
$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Nossa colo:

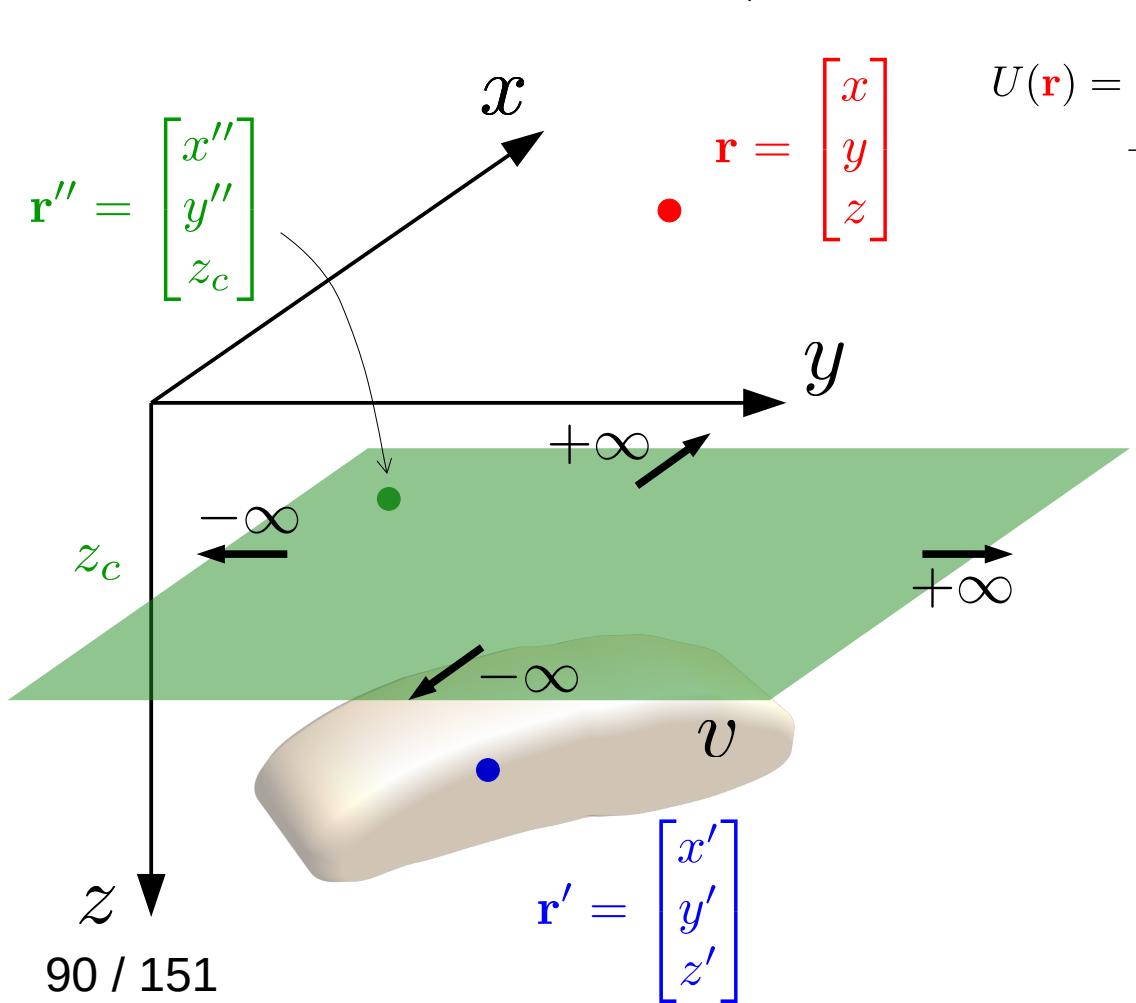
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$



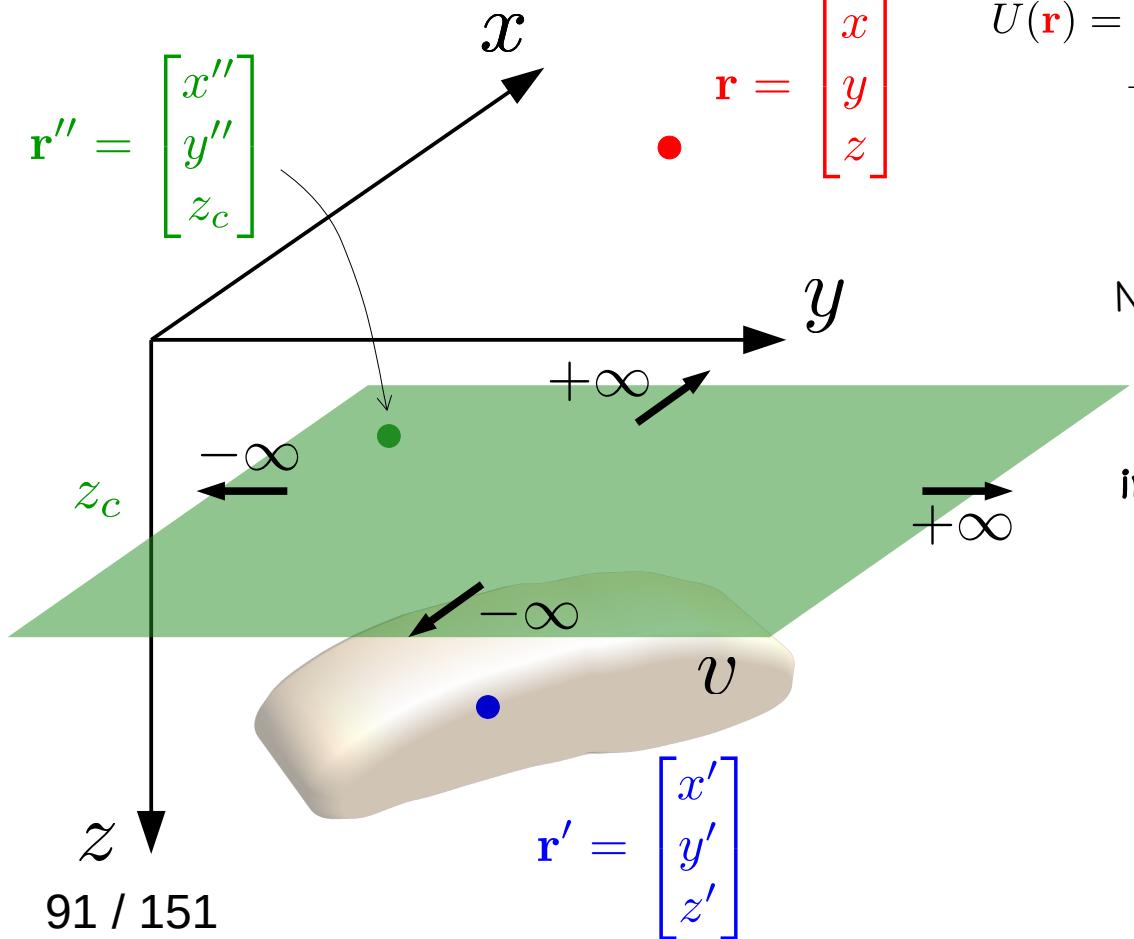
**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos

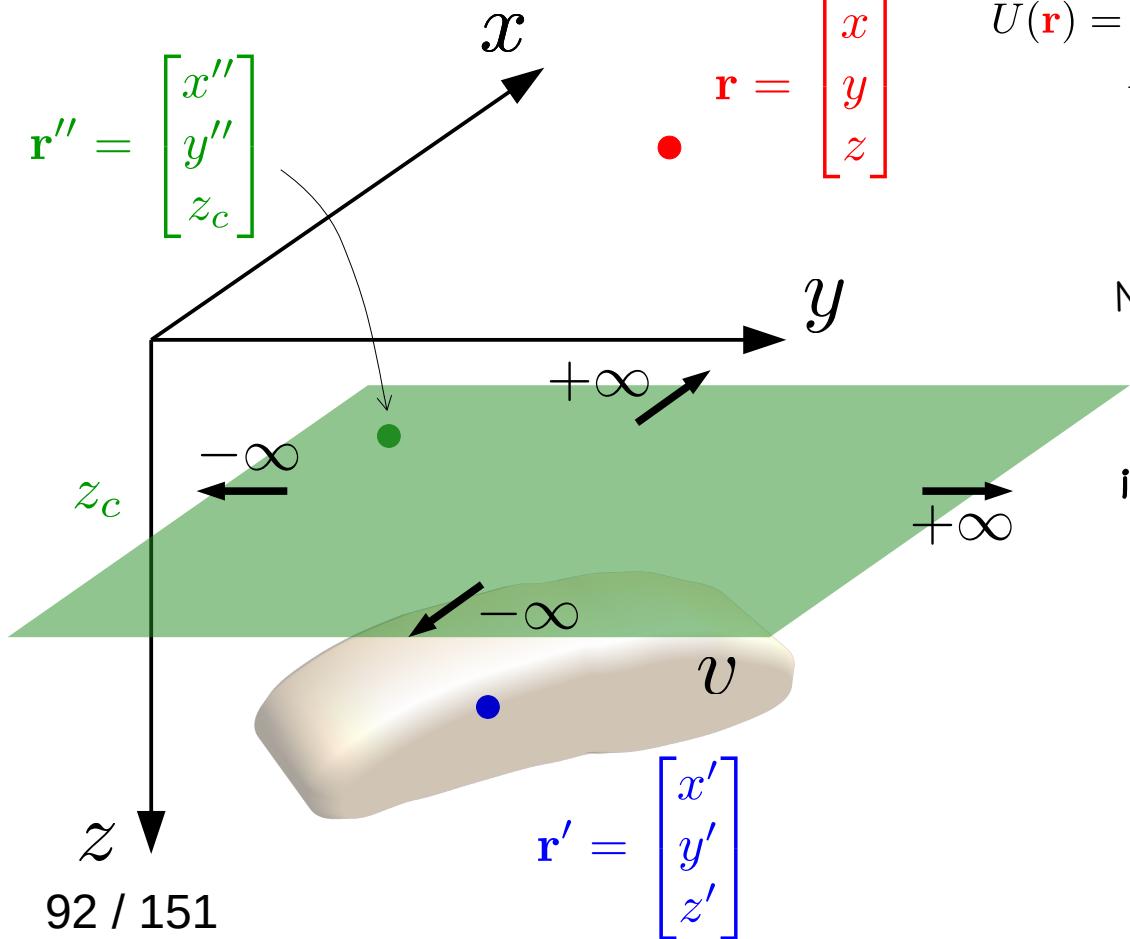


$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Na literatura geofísica (e.g., [Peters, 1949](#); [Roy, 1962](#); [Bhattacharyya, 1967](#); [Dampney, 1969](#); [Henderson, 1970](#), [Gunn, 1975](#)), este resultado teórico é tradicionalmente deduzido a partir da **integral de continuação para cima**, que representa a solução do **problema de Dirichlet ou primeiro problema de valor de contorno da teoria do potencial** sobre um plano ([Kellogg, 1967](#), p. 236)

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



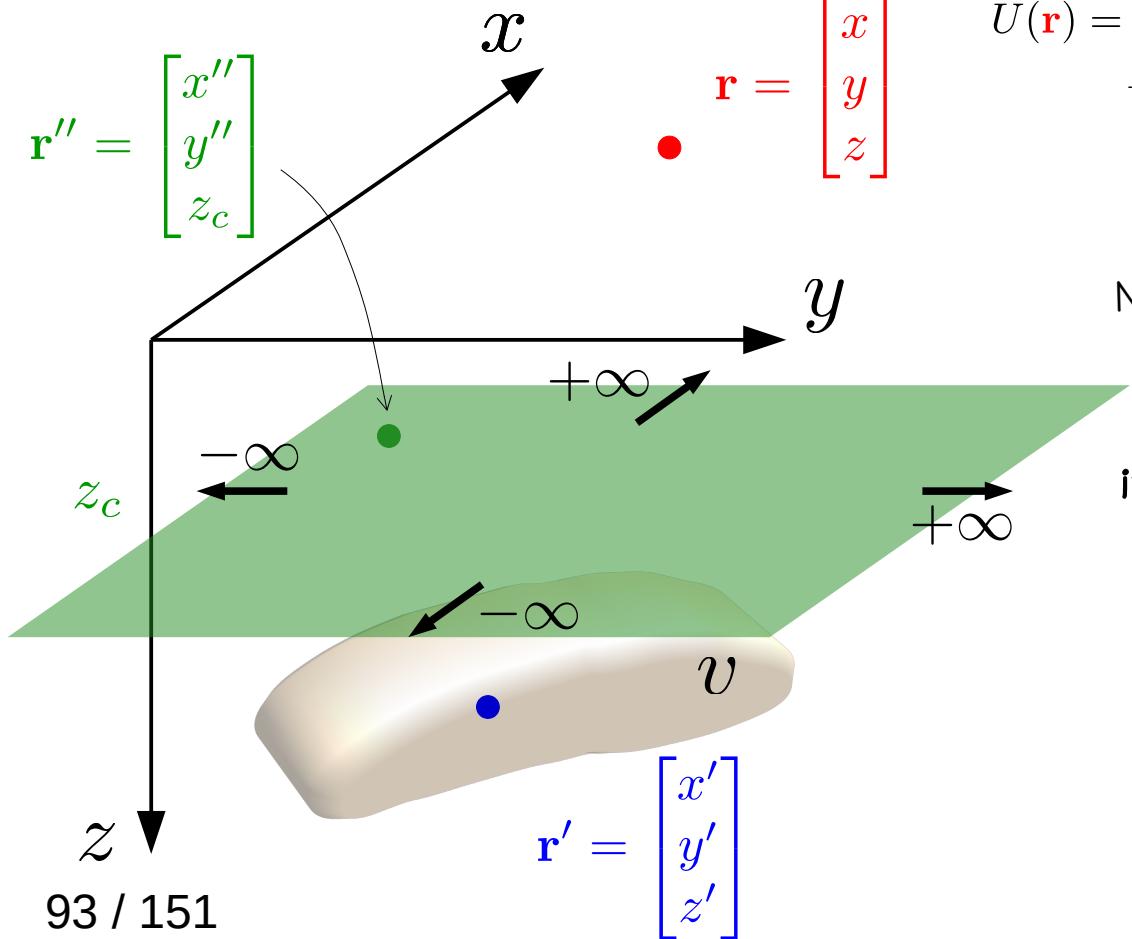
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Na literatura geofísica (e.g., [Peters, 1949](#); [Roy, 1962](#); [Bhattacharyya, 1967](#); [Dampney, 1969](#); [Henderson, 1970](#), [Gunn, 1975](#)), este resultado teórico é tradicionalmente deduzido a partir da **integral de continuação para cima**, que representa a solução do **problema de Dirichlet ou primeiro problema de valor de contorno da teoria do potencial** sobre um plano ([Kellogg, 1967](#), p. 236)

Contudo, este resultado teórico também pode ser deduzido a partir do **problema de Neumann** (equações acima)

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



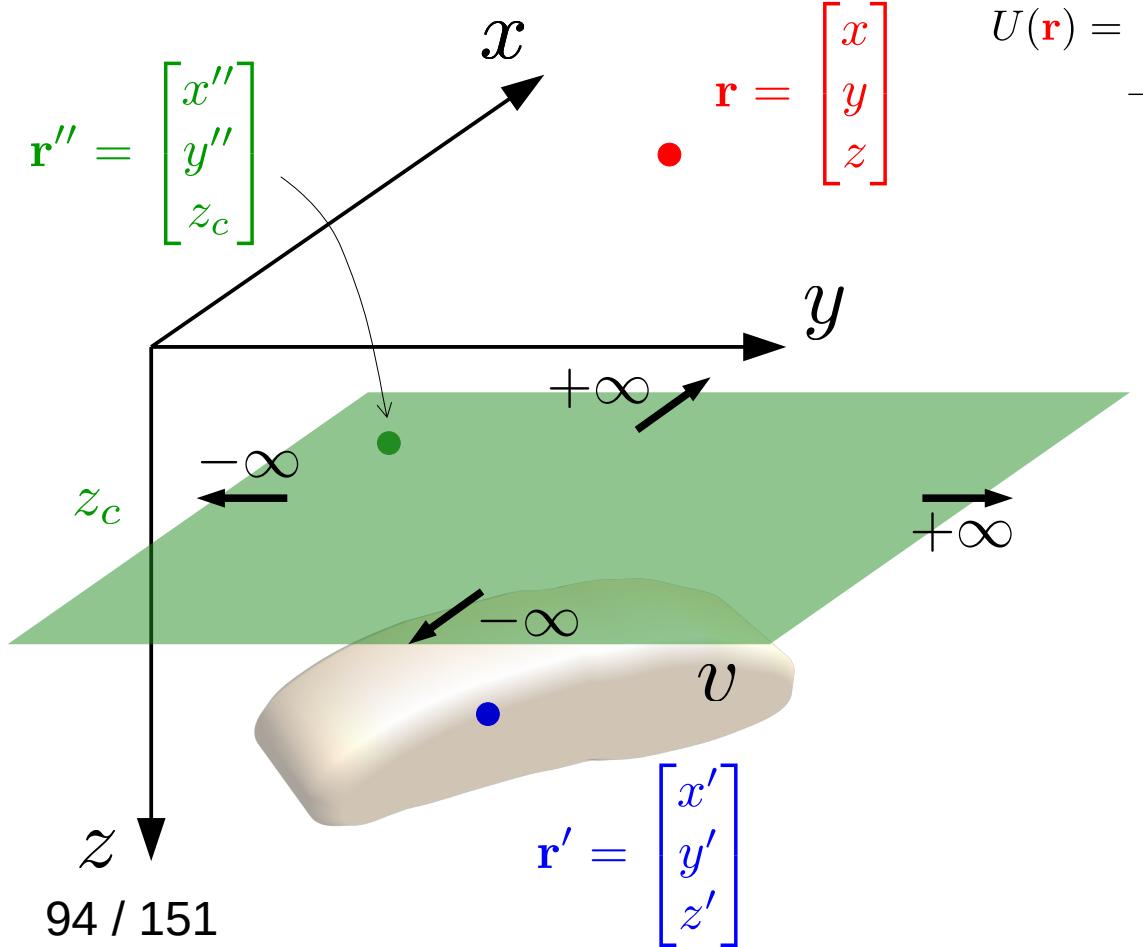
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Na literatura geofísica (e.g., [Peters, 1949](#); [Roy, 1962](#); [Bhattacharyya, 1967](#); [Dampney, 1969](#); [Henderson, 1970](#), [Gunn, 1975](#)), este resultado teórico é tradicionalmente deduzido a partir da **integral de continuação para cima**, que representa a solução do **problema de Dirichlet ou primeiro problema de valor de contorno da teoria do potencial** sobre um plano ([Kellogg, 1967](#), p. 236)

Contudo, este resultado teórico também pode ser deduzido a partir do **problema de Neumann** (equações acima)

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



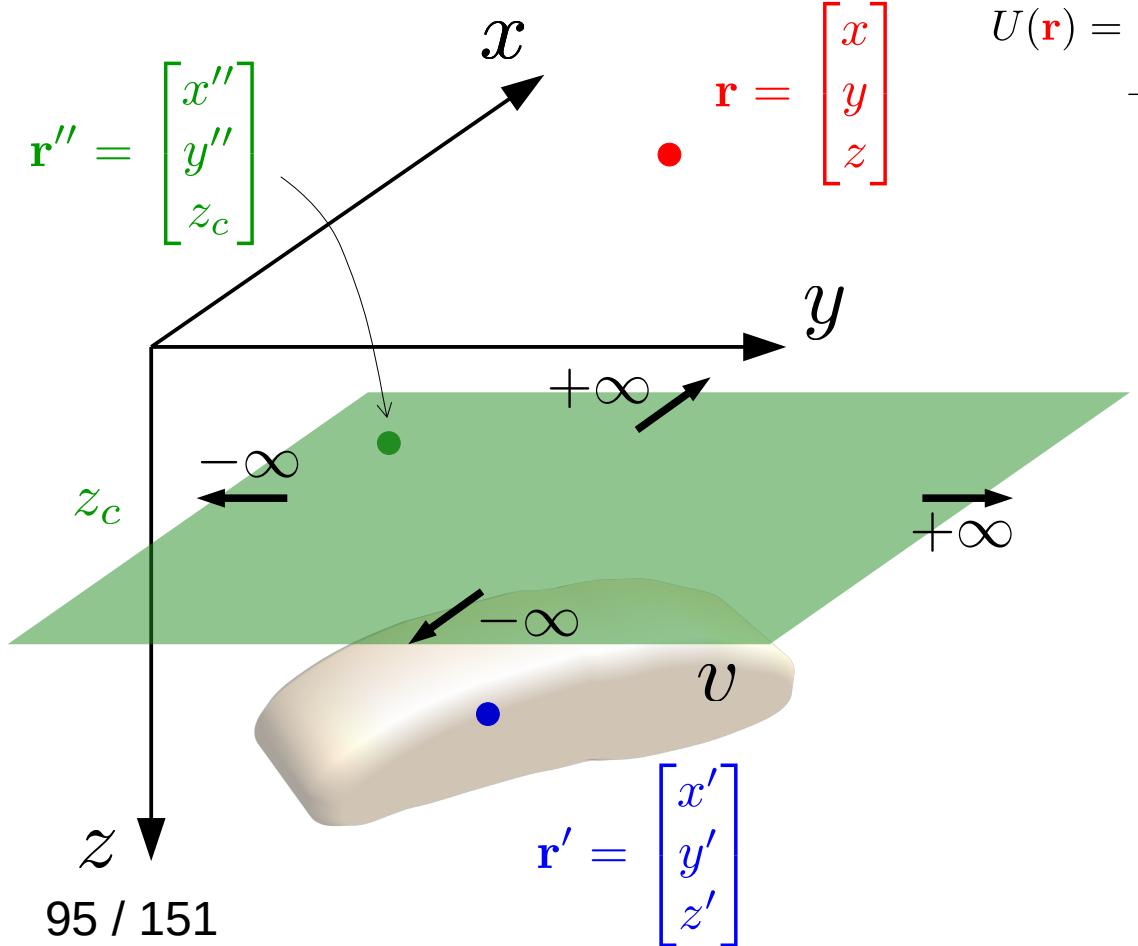
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

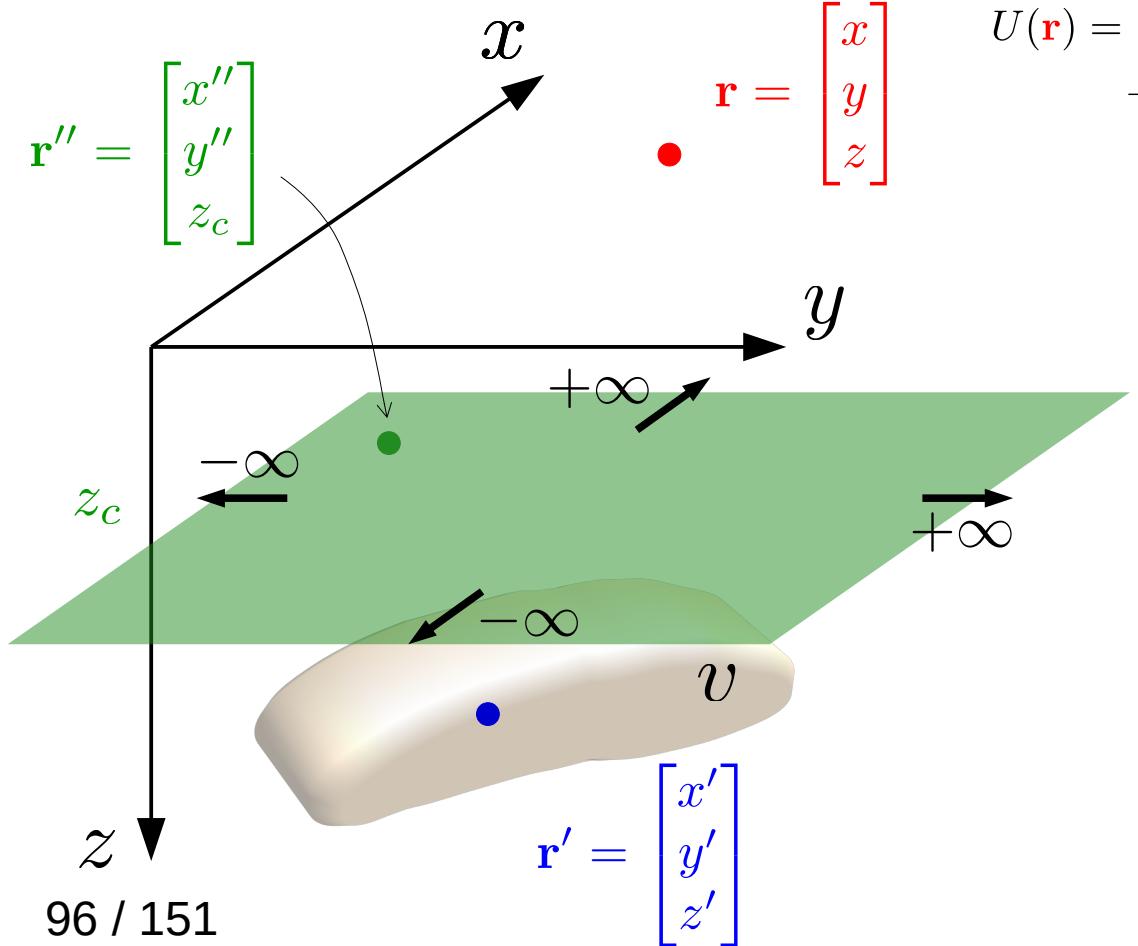
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

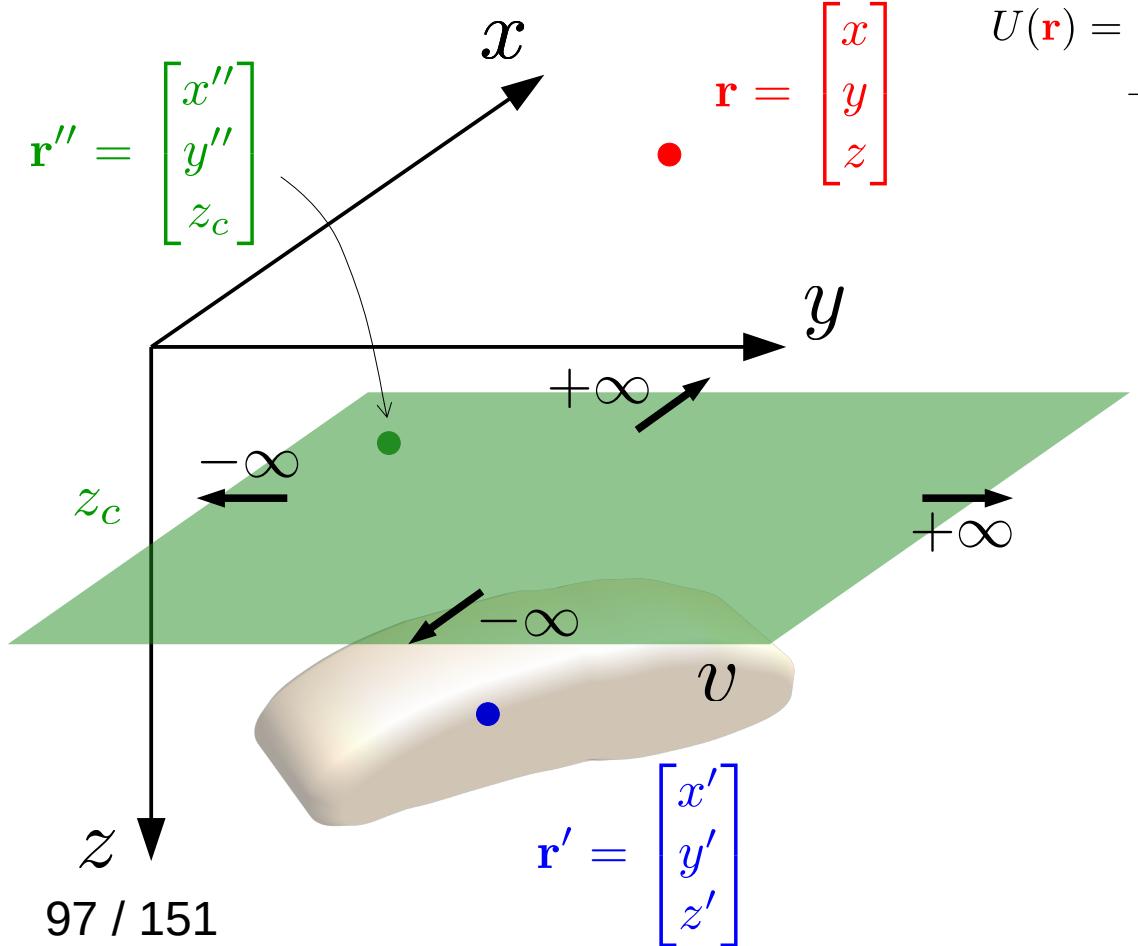
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\partial_z U(\mathbf{r}'')} \underbrace{\partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')} dS''$$

Este termo representa o distúrbio de gravidade produzido em  $\mathbf{r}$  por um monopolo localizado em  $\mathbf{r}''$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

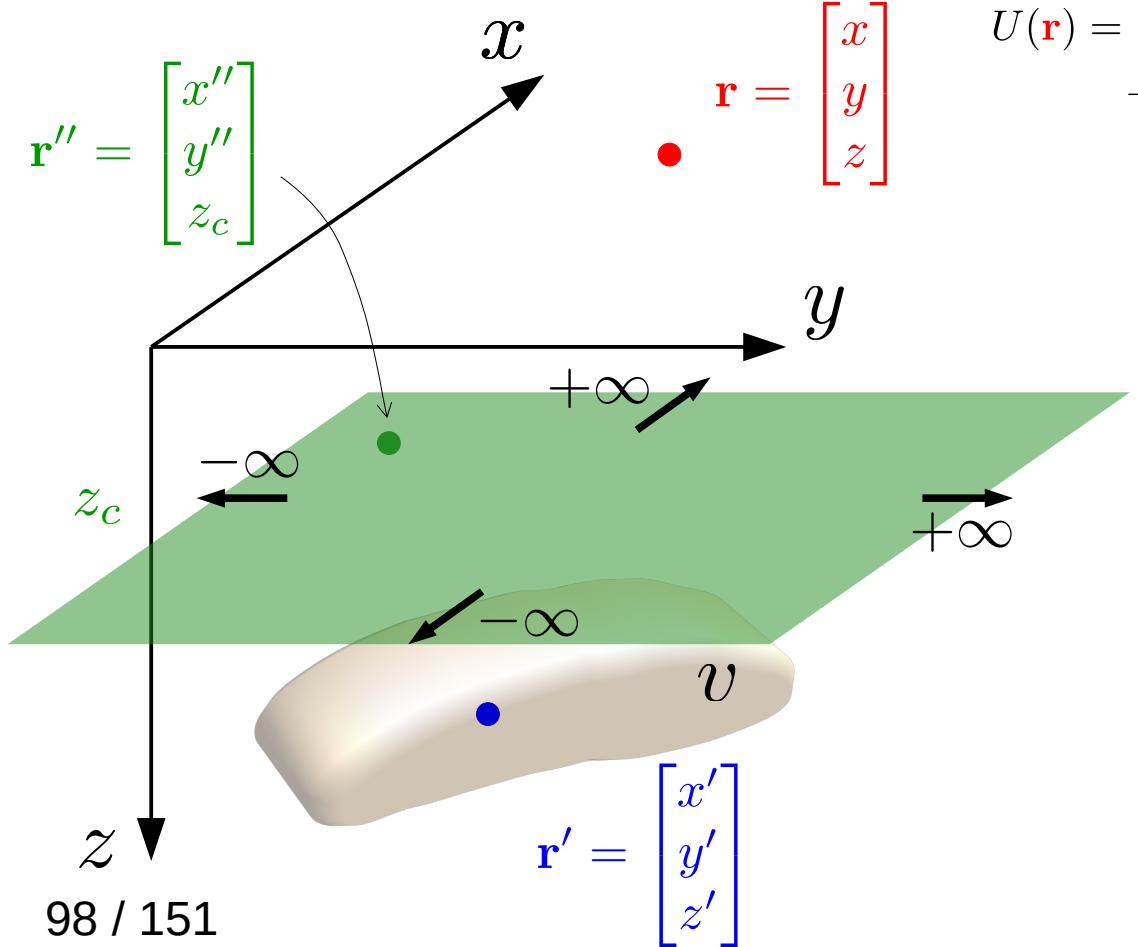
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Esta equação é a integral de continuação para cima aplicada à derivada vertical de  $U(\mathbf{r})$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

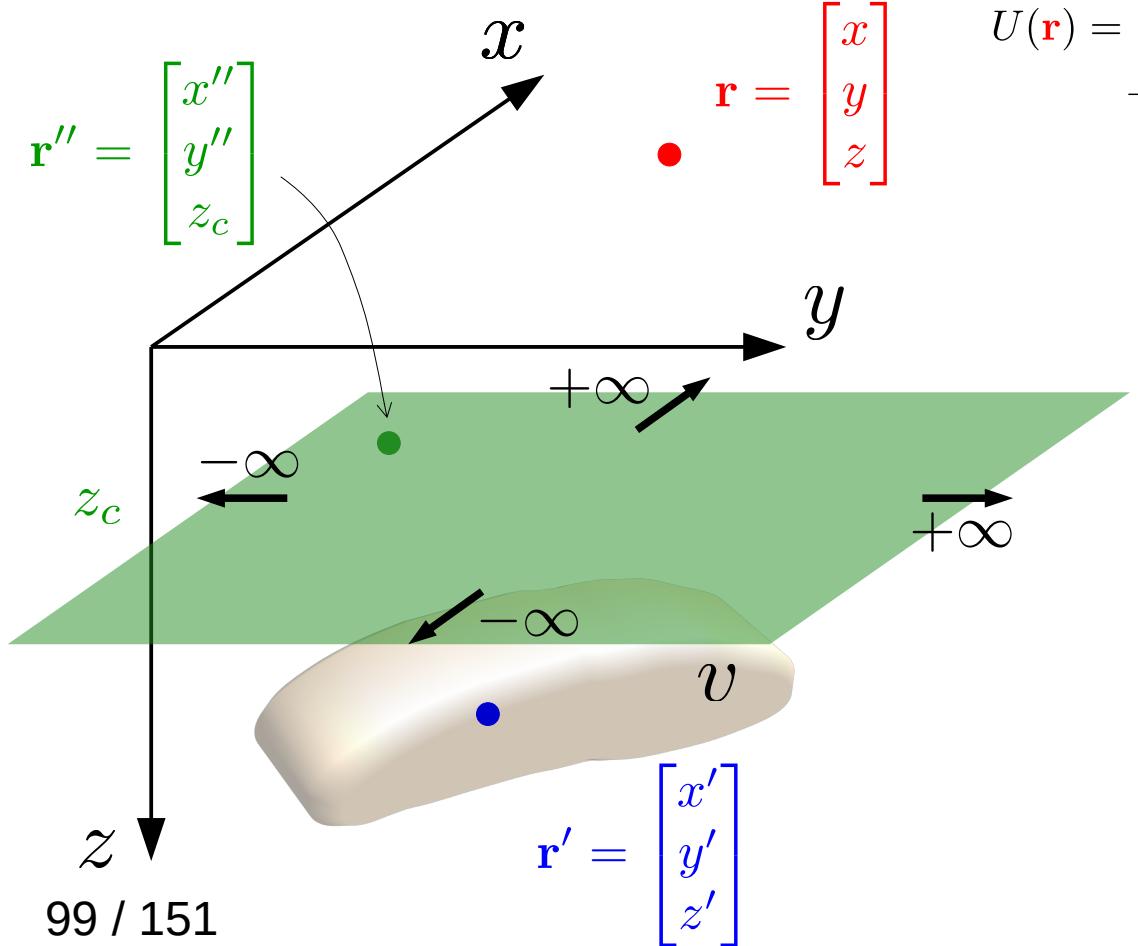
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

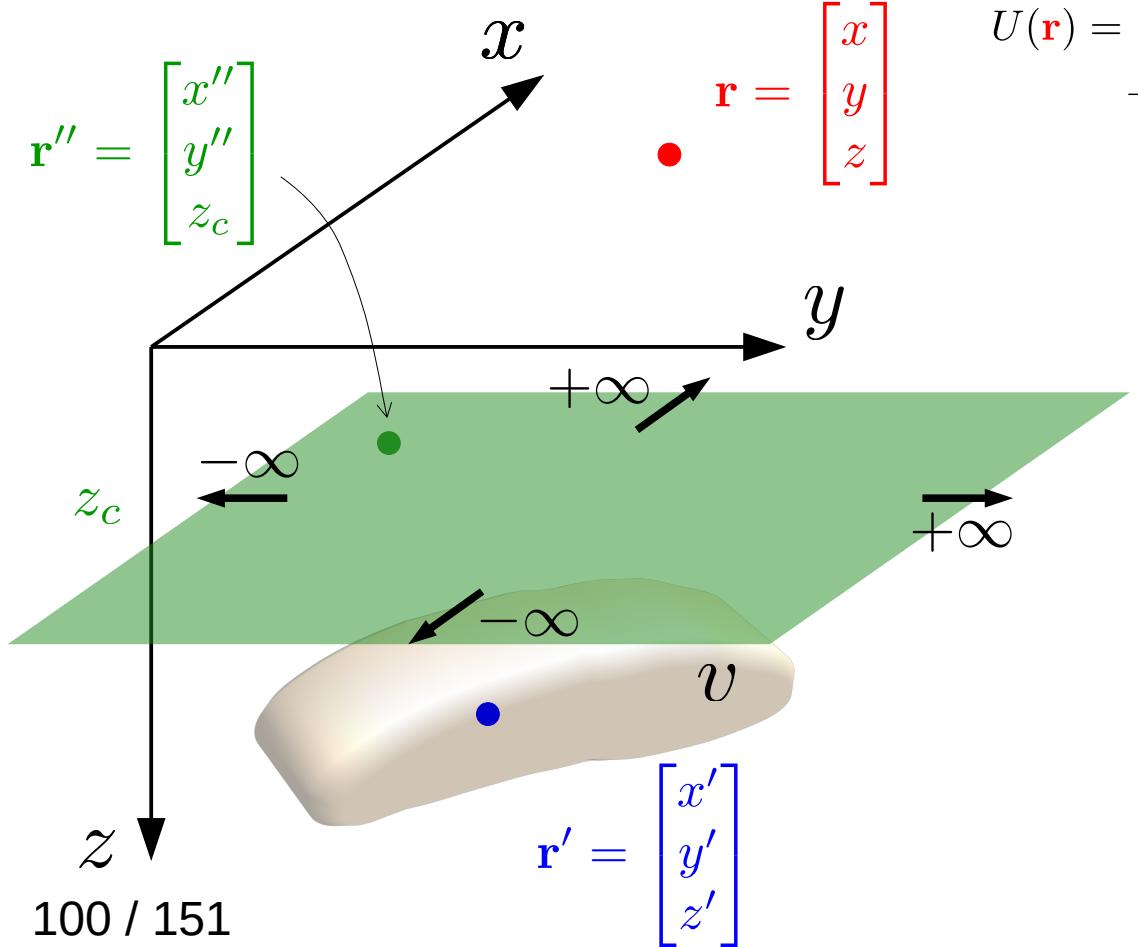
$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Distúrbio de gravidade produzido pela fonte verdadeira sobre o plano  $\mathbf{z}_c$

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

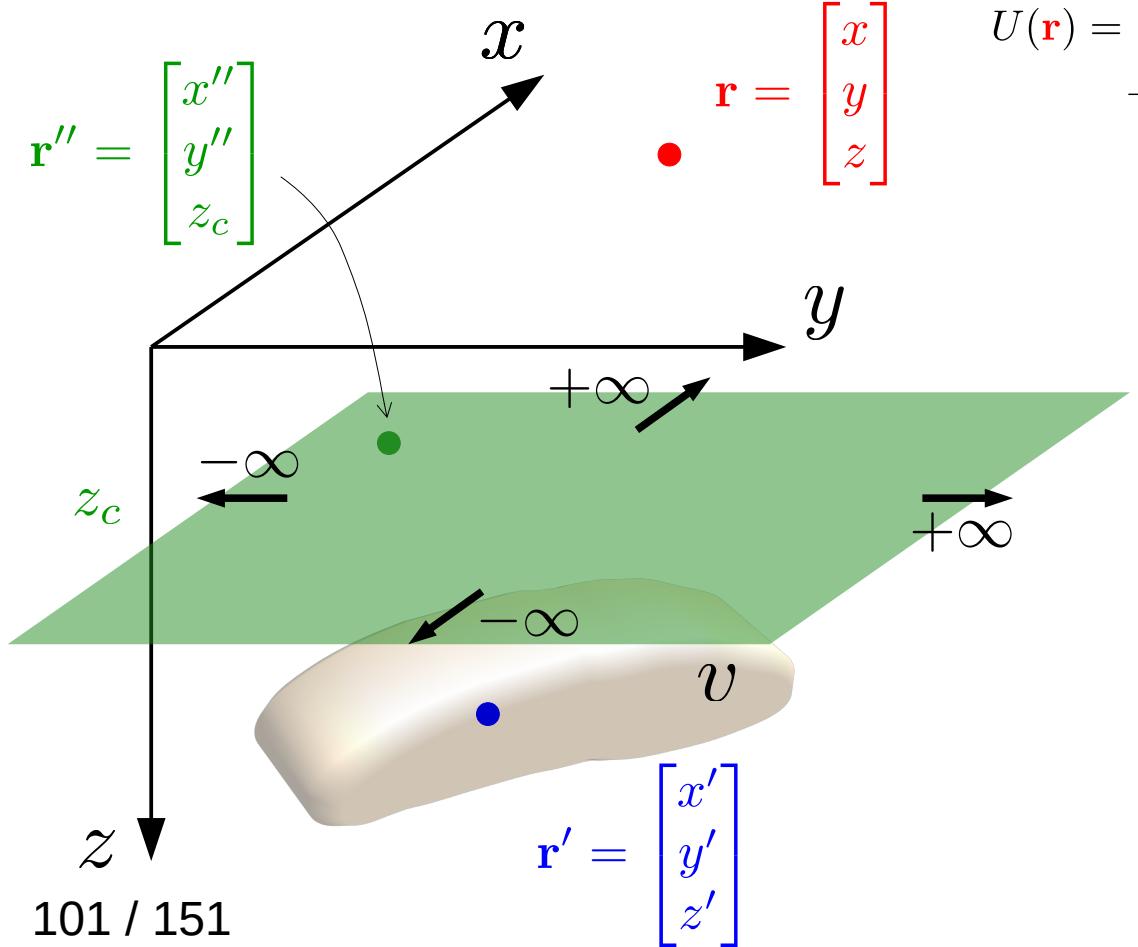
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

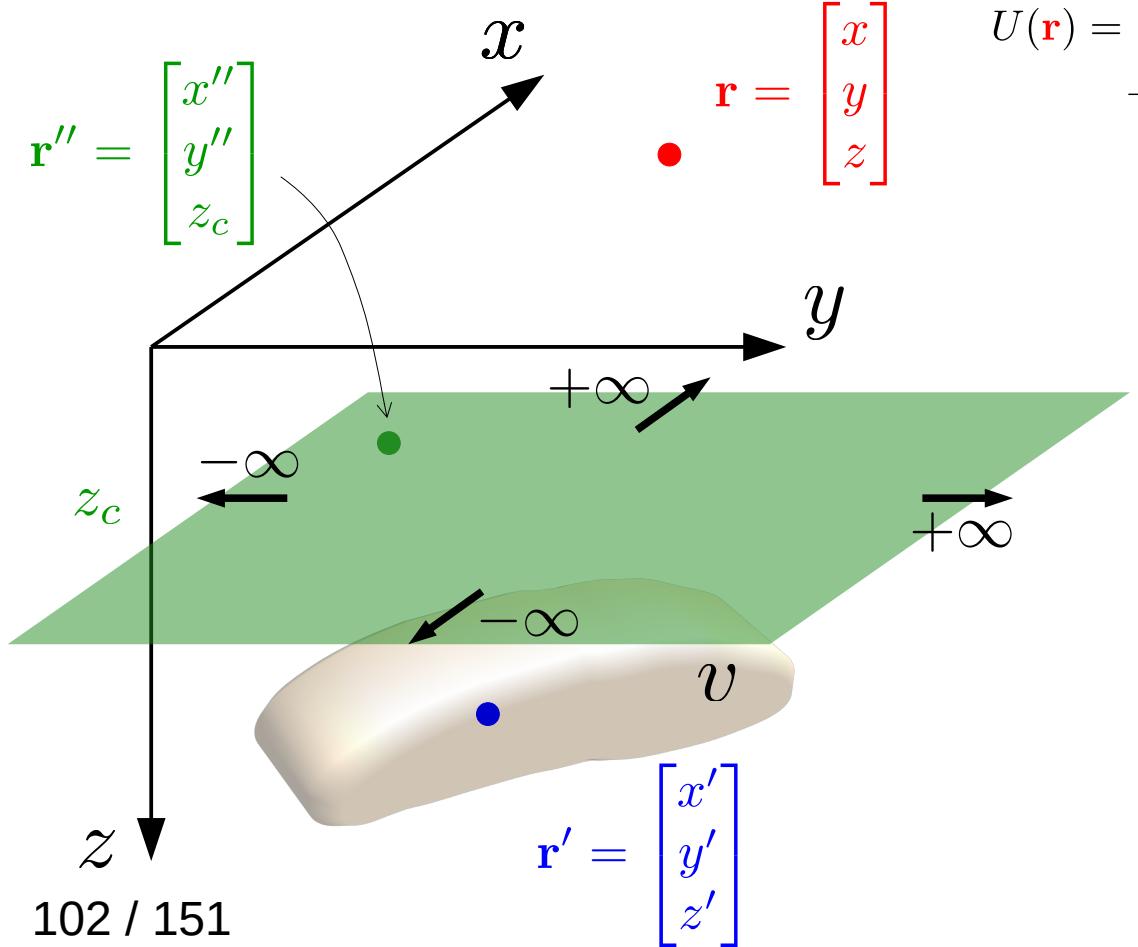
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

$\curvearrowleft$

$$\partial_z U(\mathbf{r}_i)$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

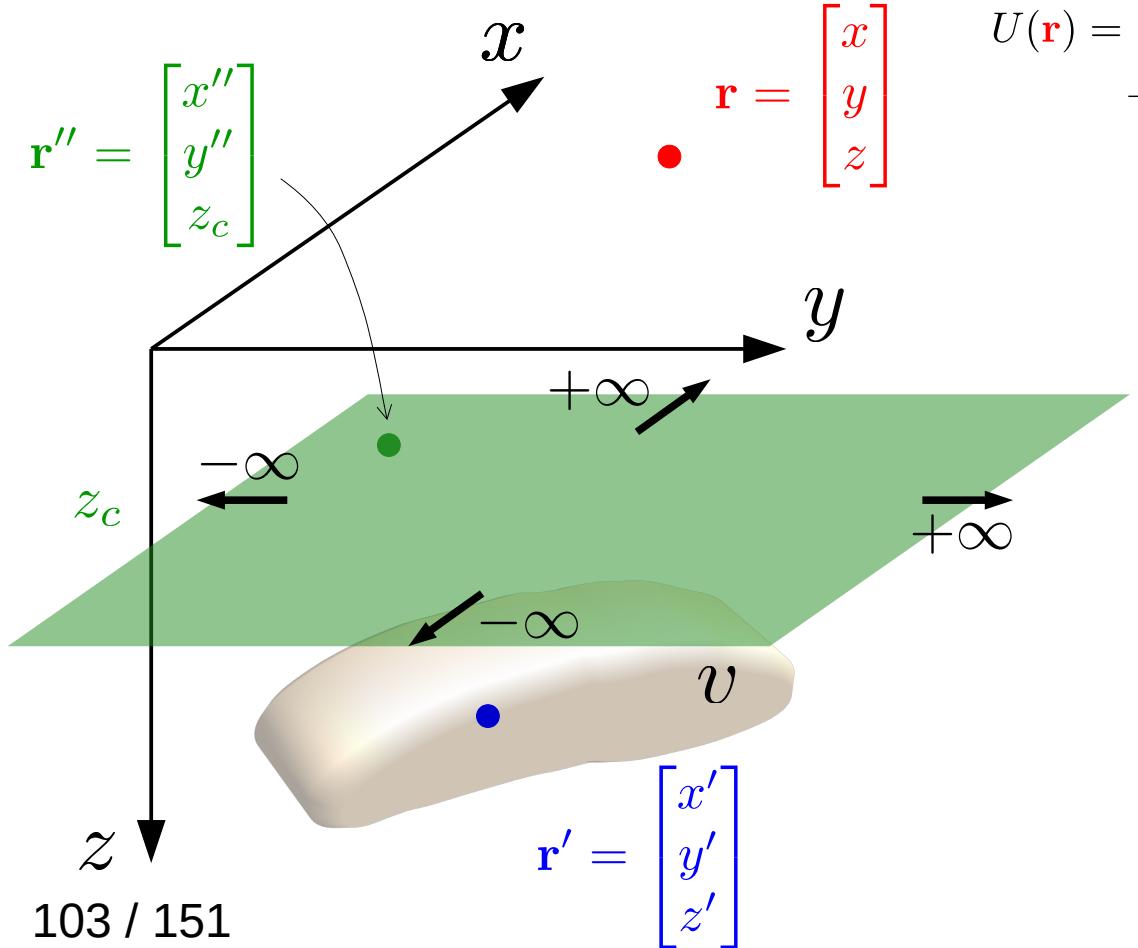
Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_z U(\mathbf{r}_i) \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

**Resultado 1/4:** O distúrbio de gravidade pode ser reproduzido exatamente por uma camada contínua de monopolos



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

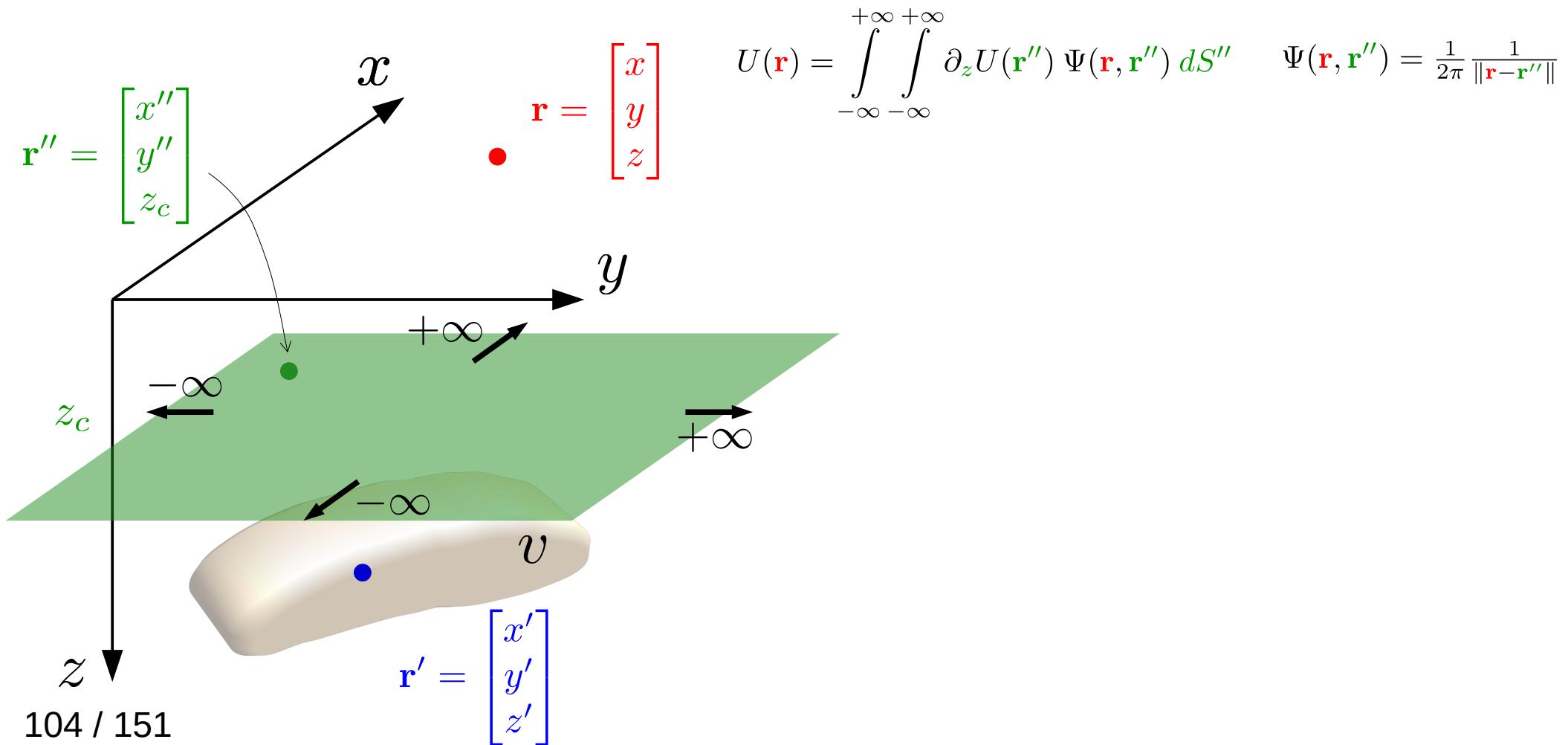
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_z U(\mathbf{r}_i) \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_z \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

Camada equivalente clássica  
aplicada a dados gravimétricos

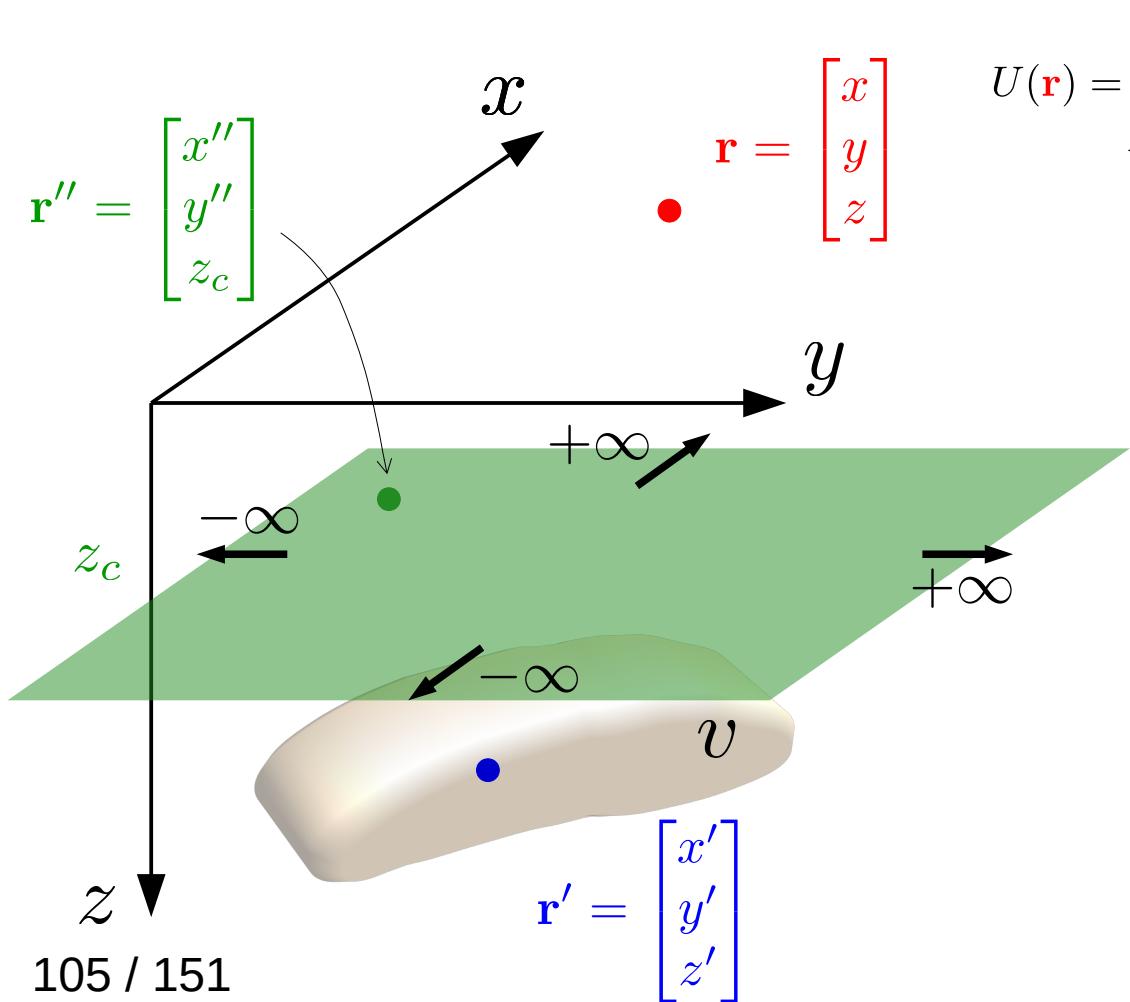
**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

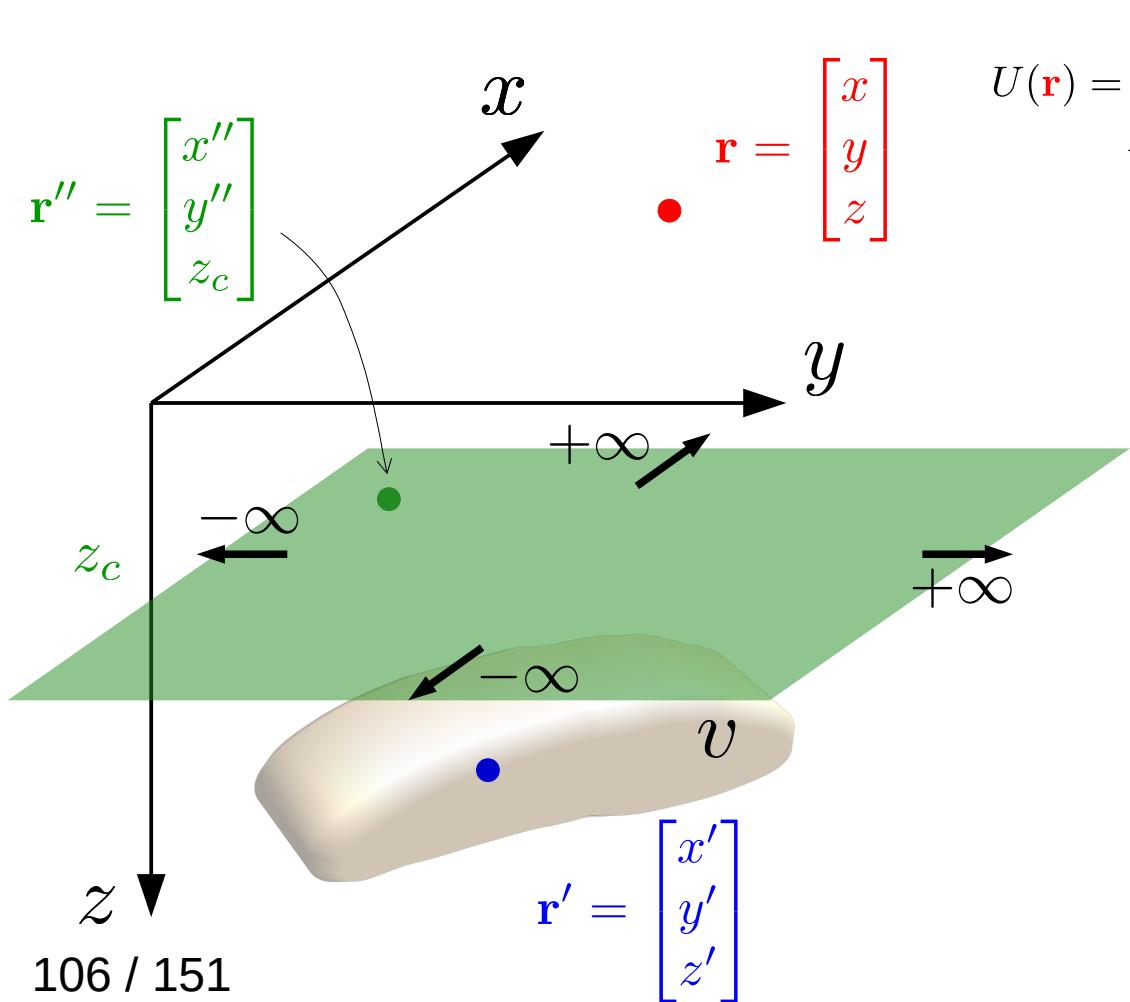
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Este resultado teórico tem sido usado como princípio para, por exemplo, fazer o processamento de dados do tensor gradiente (e.g., [Barnes and Lumley, 2011](#)) ou converter o distúrbio da gravidade no tensor gradiente (e.g., [Piauilino et al., 2019](#))

**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



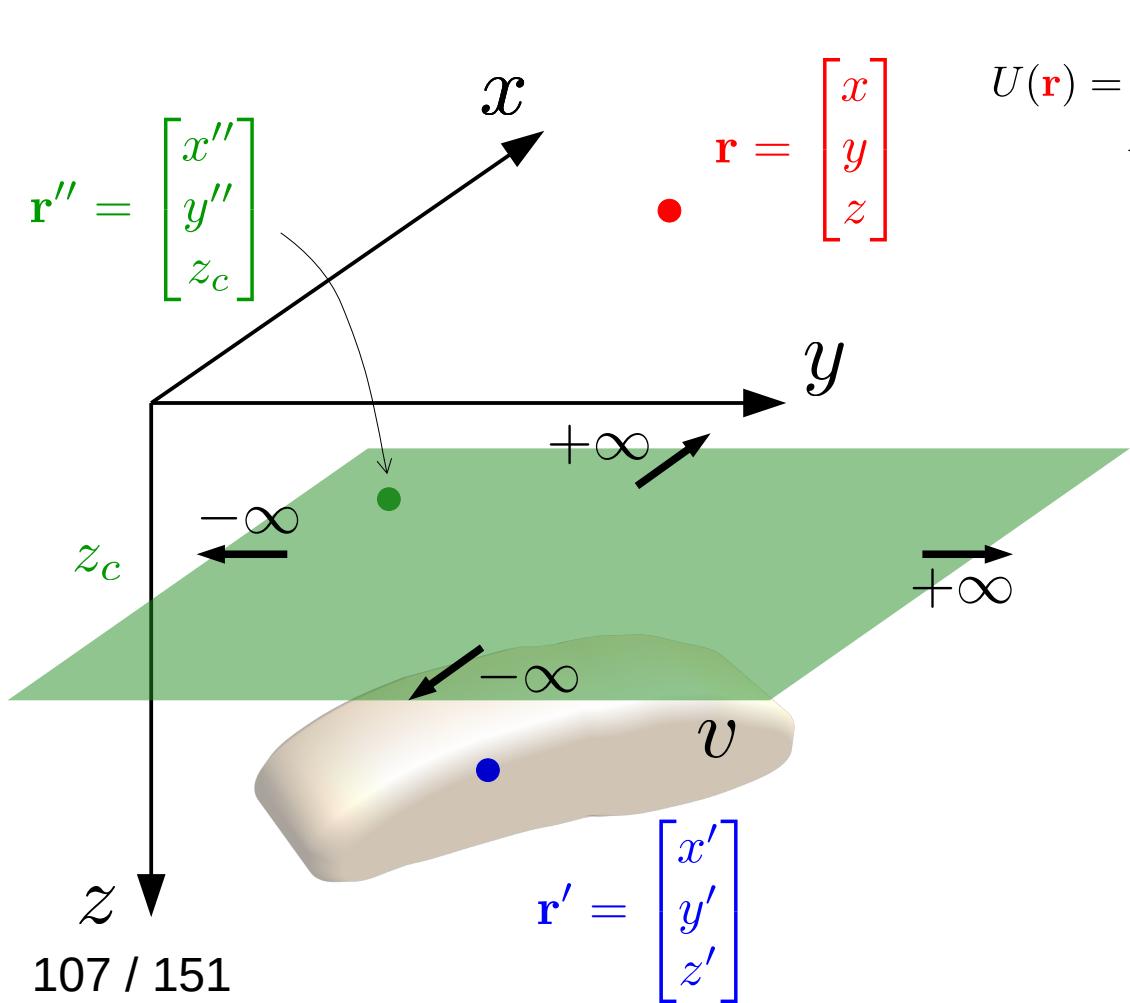
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Este resultado teórico tem sido usado como princípio para, por exemplo, fazer o processamento de dados do tensor gradiente (e.g., [Barnes and Lumley, 2011](#)) ou converter o distúrbio da gravidade no tensor gradiente (e.g., [Piauilino et al., 2019](#))

Não há, ou pelo menos nunca encontrei, trabalhos que discutissem este tema do ponto de vista teórico

**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

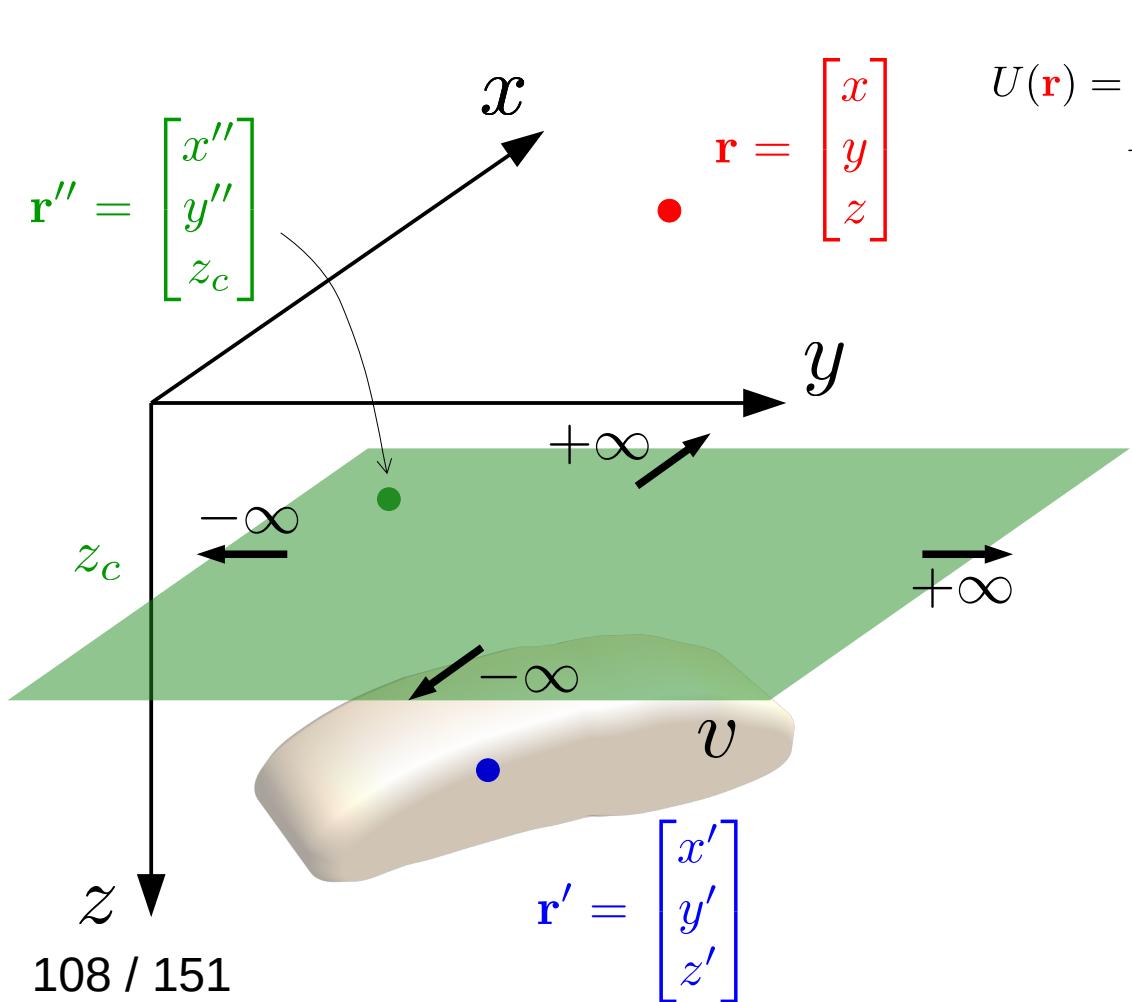
Dedução:

$U(\mathbf{r})$  Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Dedução:

$U(\mathbf{r})$  Potencial gravitacional

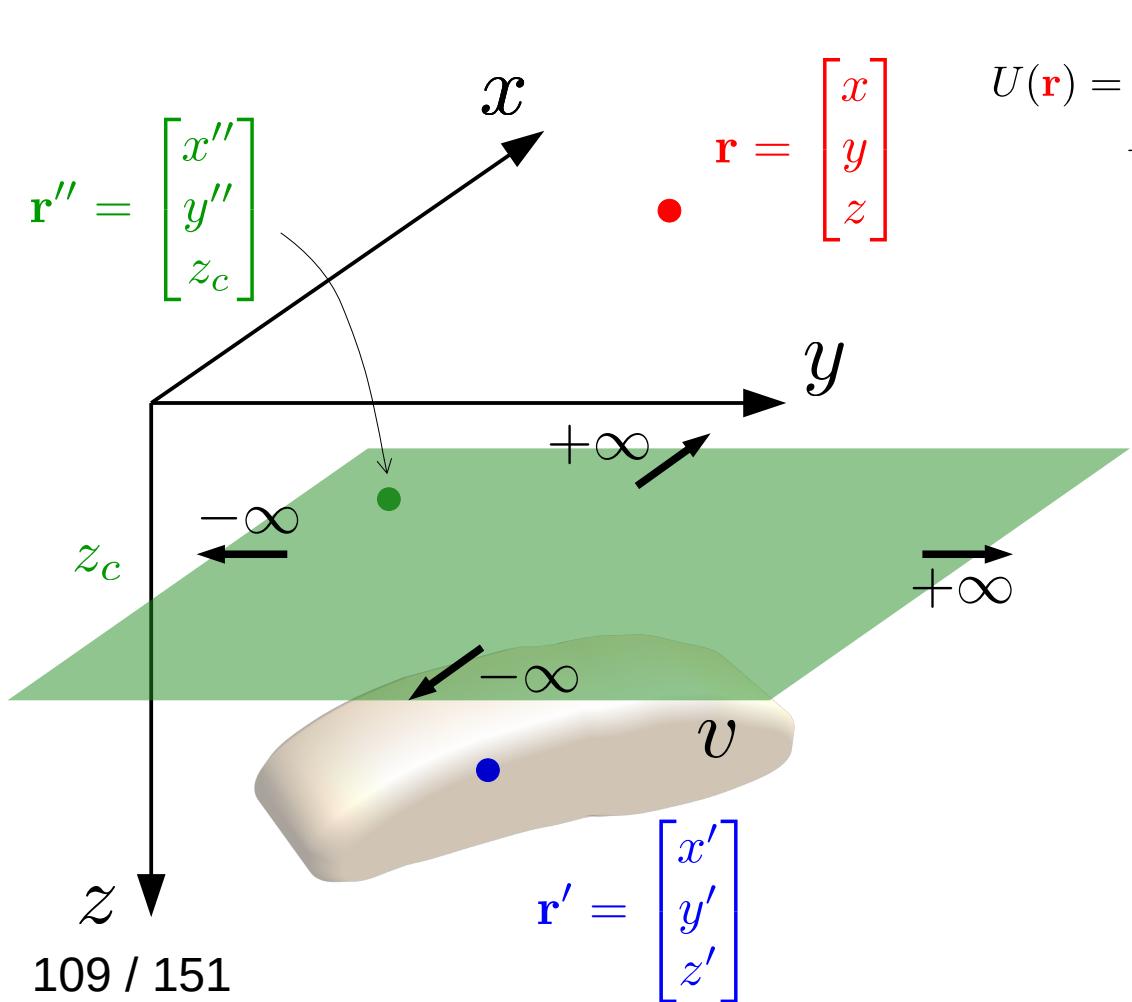
$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$U(\mathbf{r})$  Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

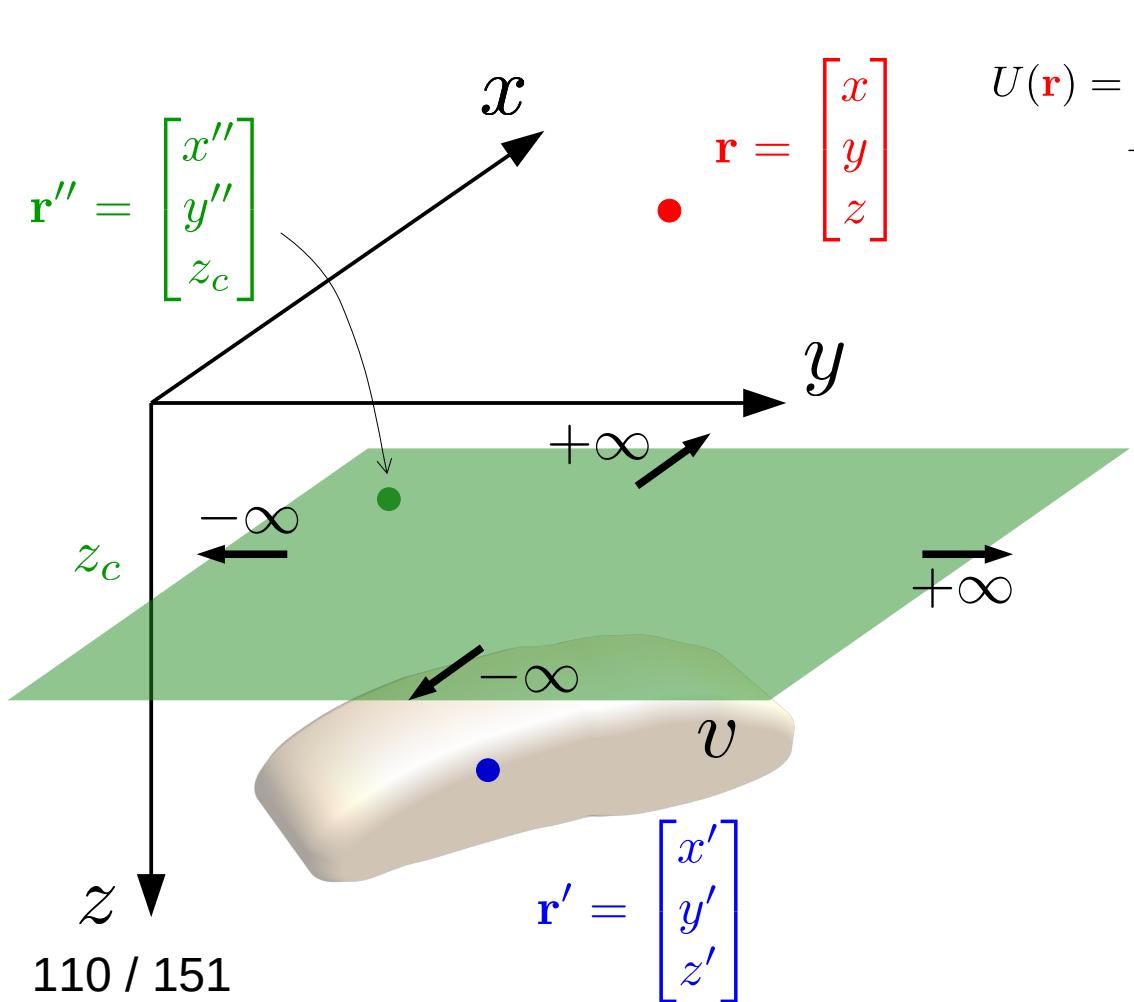
$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Note que este termo não é afetado pela derivada

**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$U(\mathbf{r})$  Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

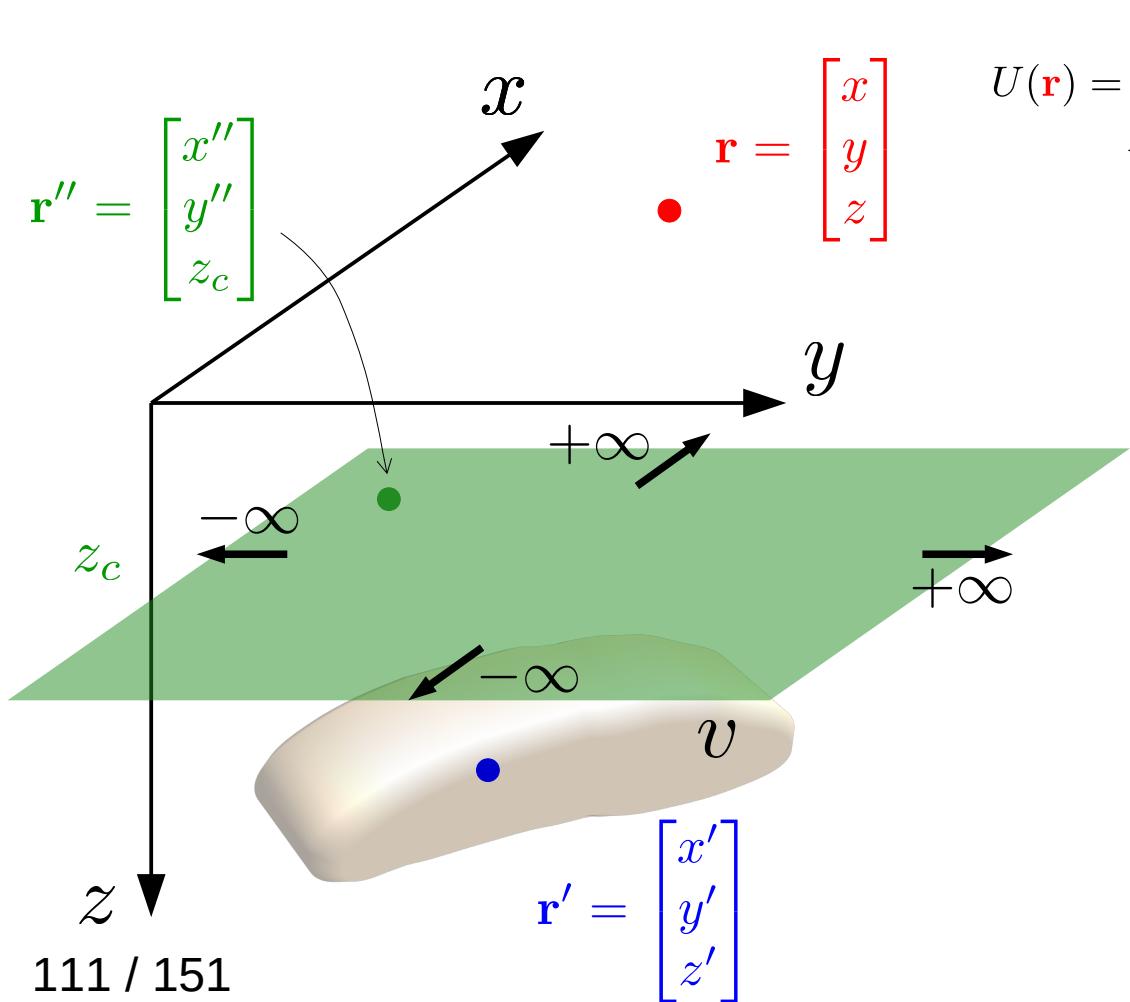
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r})$  Componente do tensor gradiente

$$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{\alpha\beta} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 2/4:** A mesma camada contínua de monopolos que reproduz o distúrbio de gravidade também reproduz o potencial gravitacional e o tensor gradiente

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



Dedução:

$U(\mathbf{r})$  Potencial gravitacional

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_z U(\mathbf{r})$  Distúrbio de gravidade

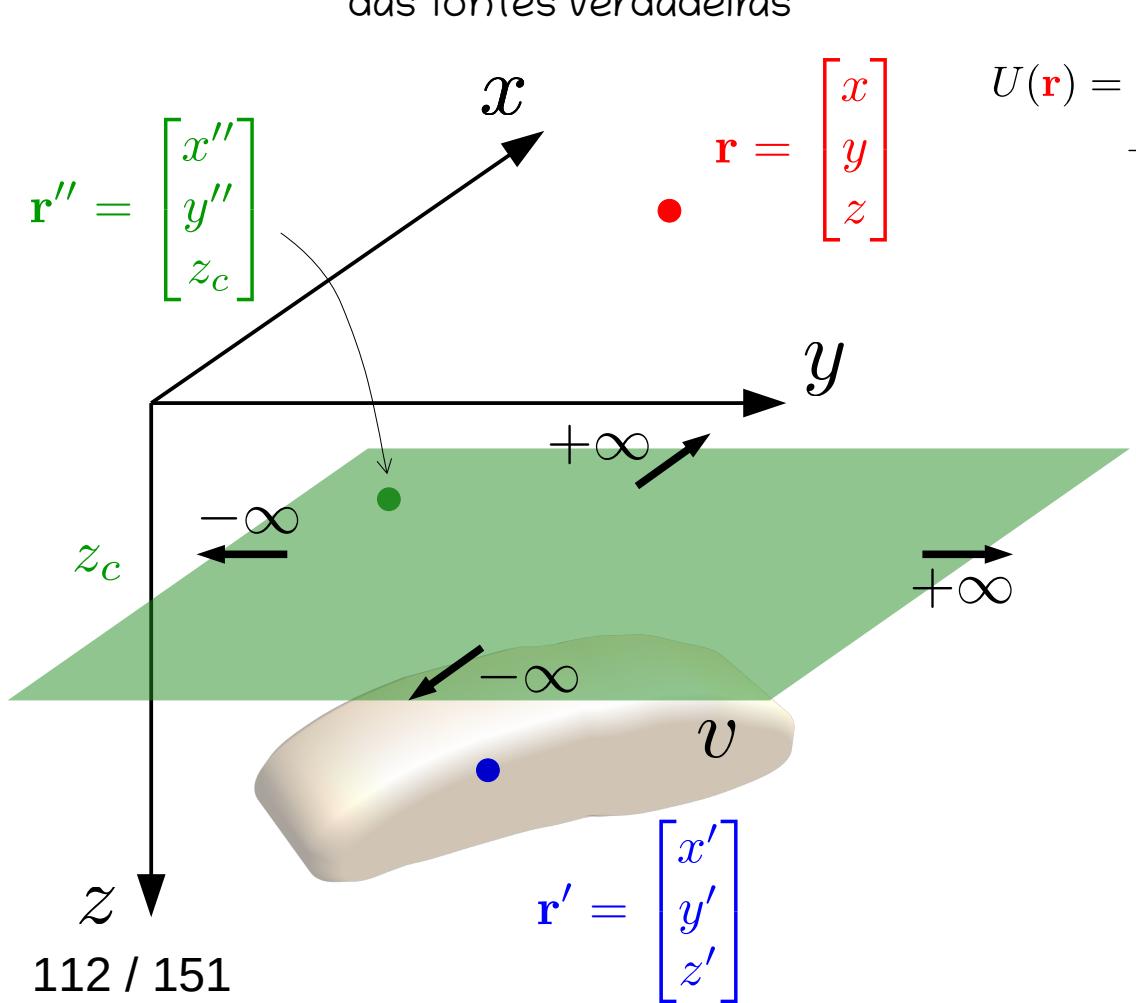
$$\partial_z U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_z \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r})$  Componente do tensor gradiente

$$\partial_{\alpha\beta} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{\alpha\beta} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

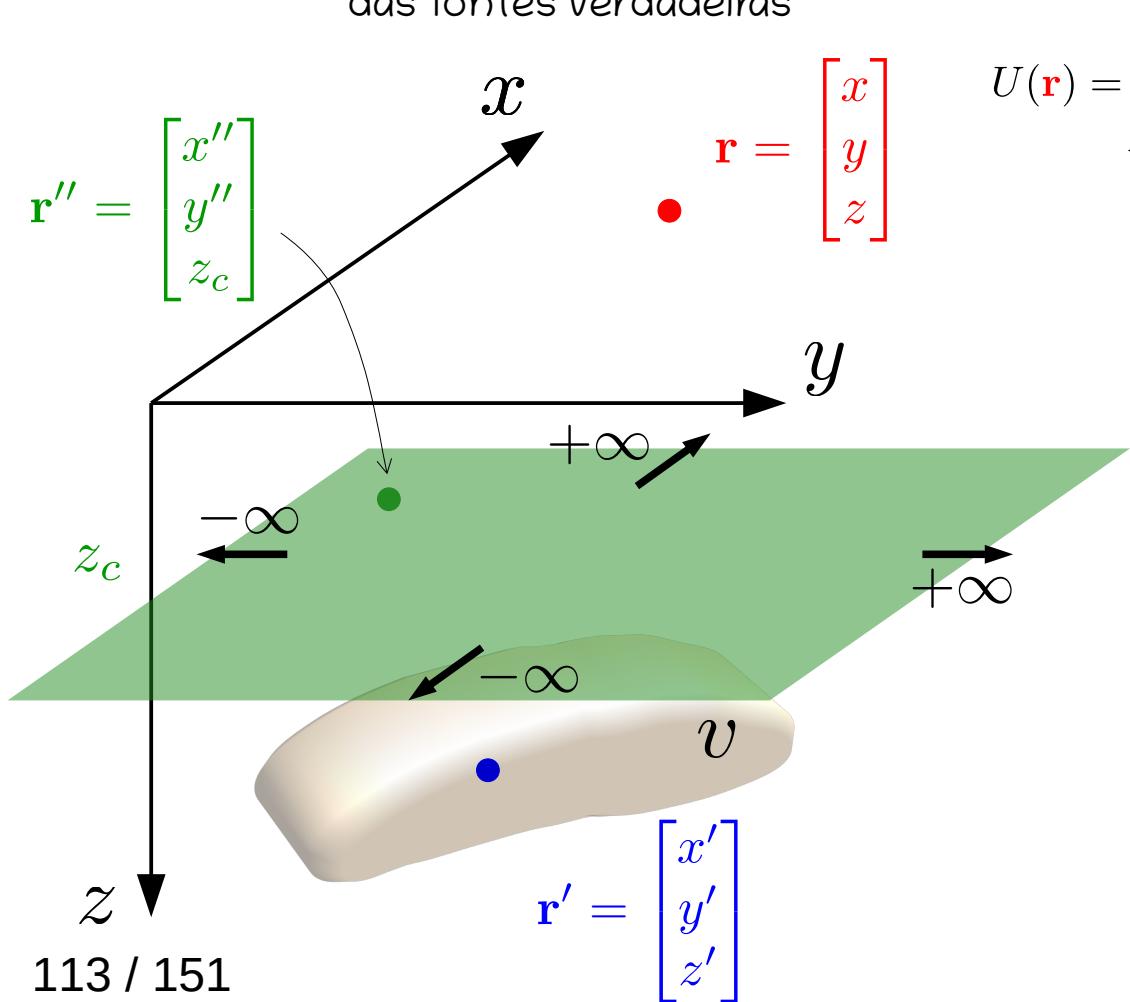
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

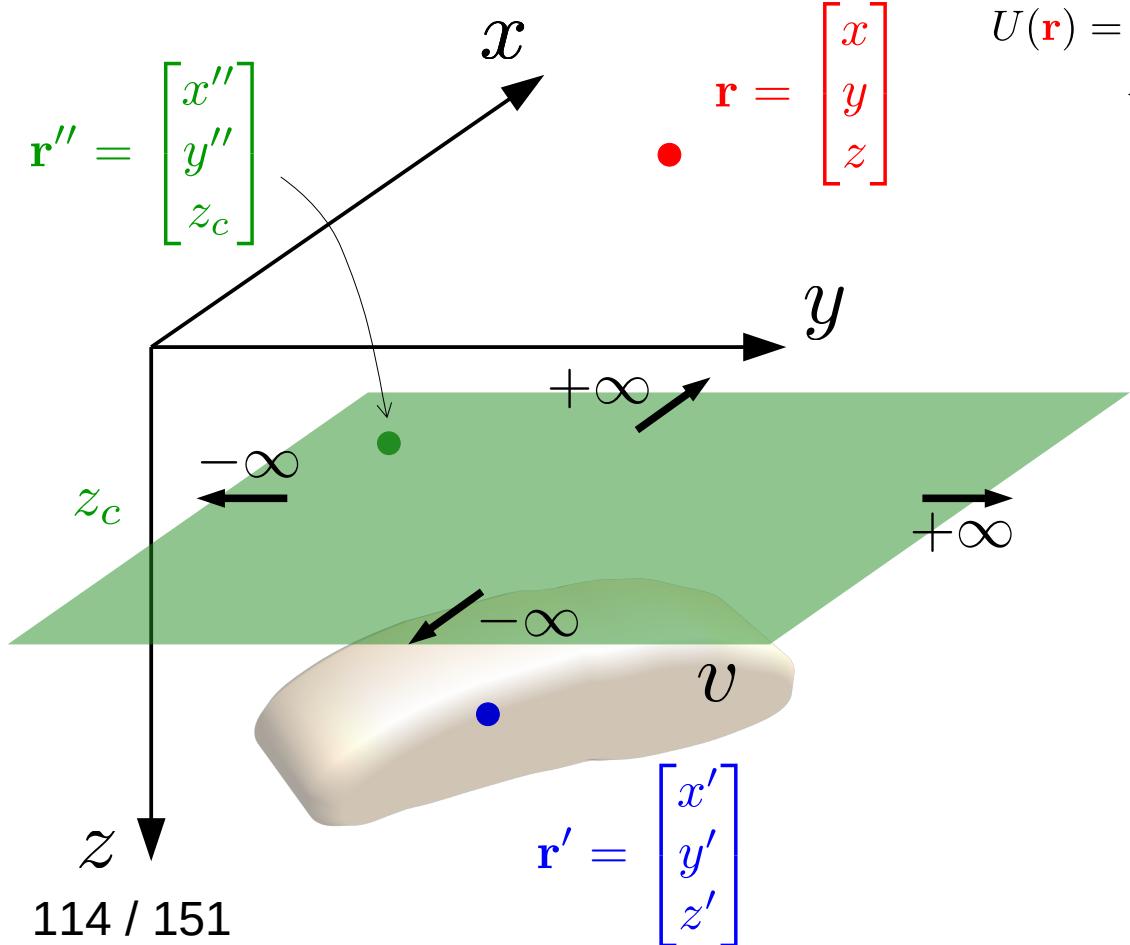
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

A maioria dos estudos é limitada ao uso empírico de uma camada plana de dipolos para o processamento de dados de an. de campo total

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



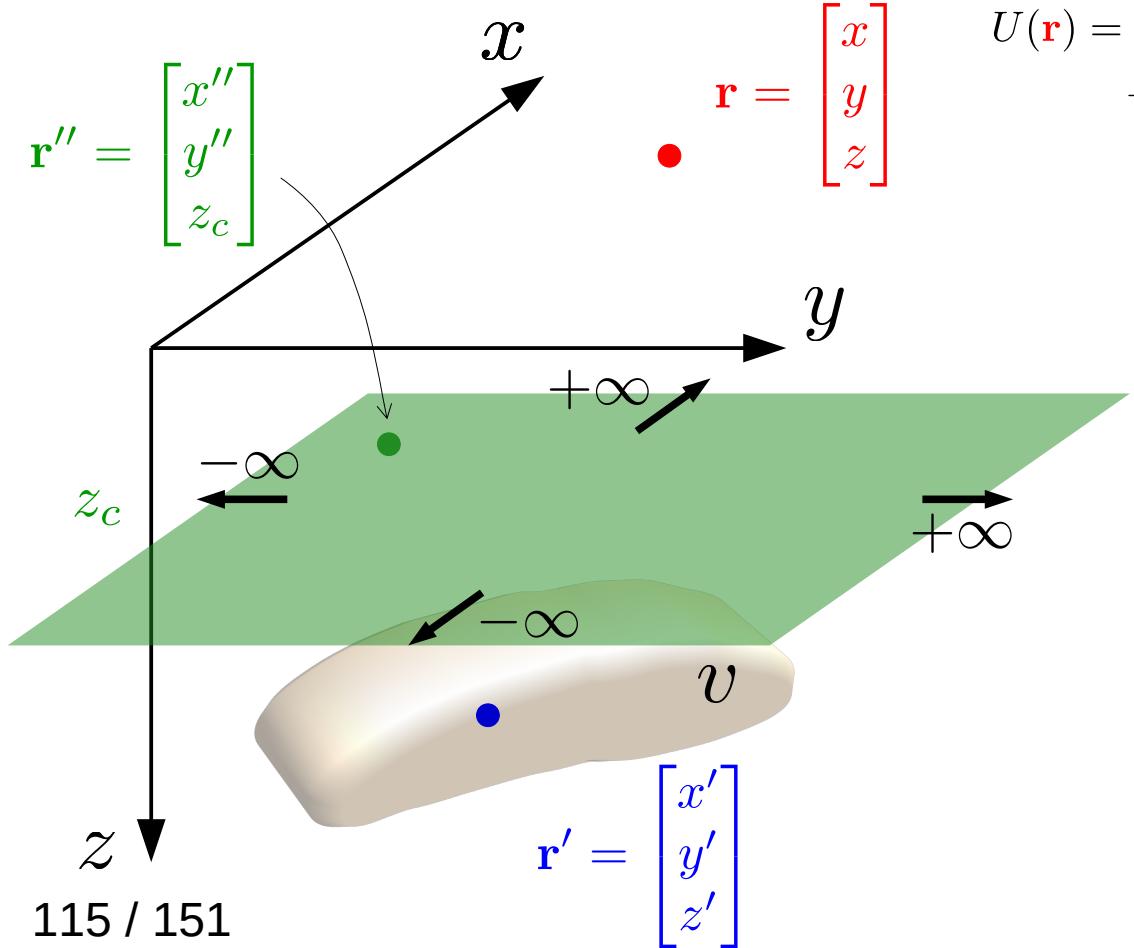
$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

A maioria dos estudos é limitada ao uso empírico de uma camada plana de dipolos para o processamento de dados de an. de campo total

Poucos estudos (e.g., [Pedersen, 1991](#); [Li et al., 2014](#); [Reis et al., 2020](#)) abordaram o problema de provar a existência de uma camada plana de dipolos que reproduz exatamente a an. de campo total

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

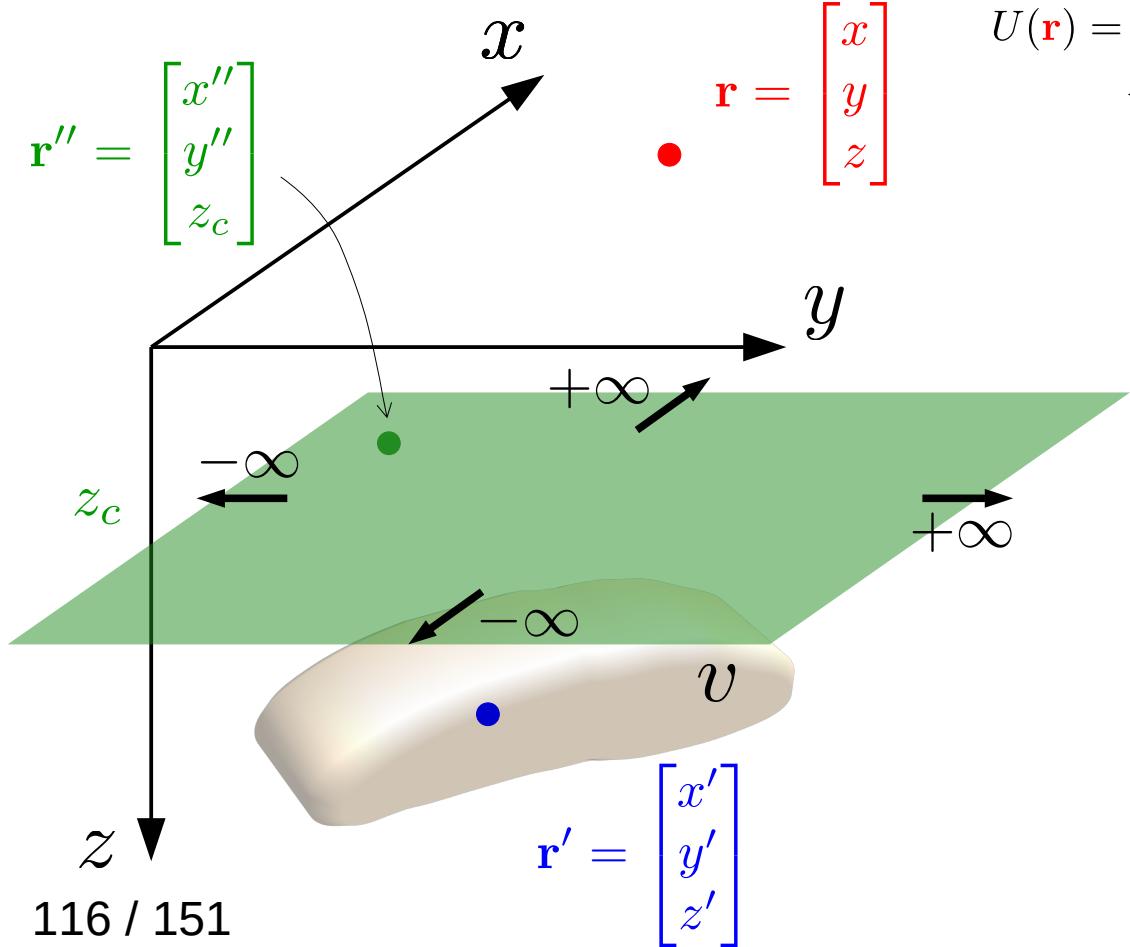
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

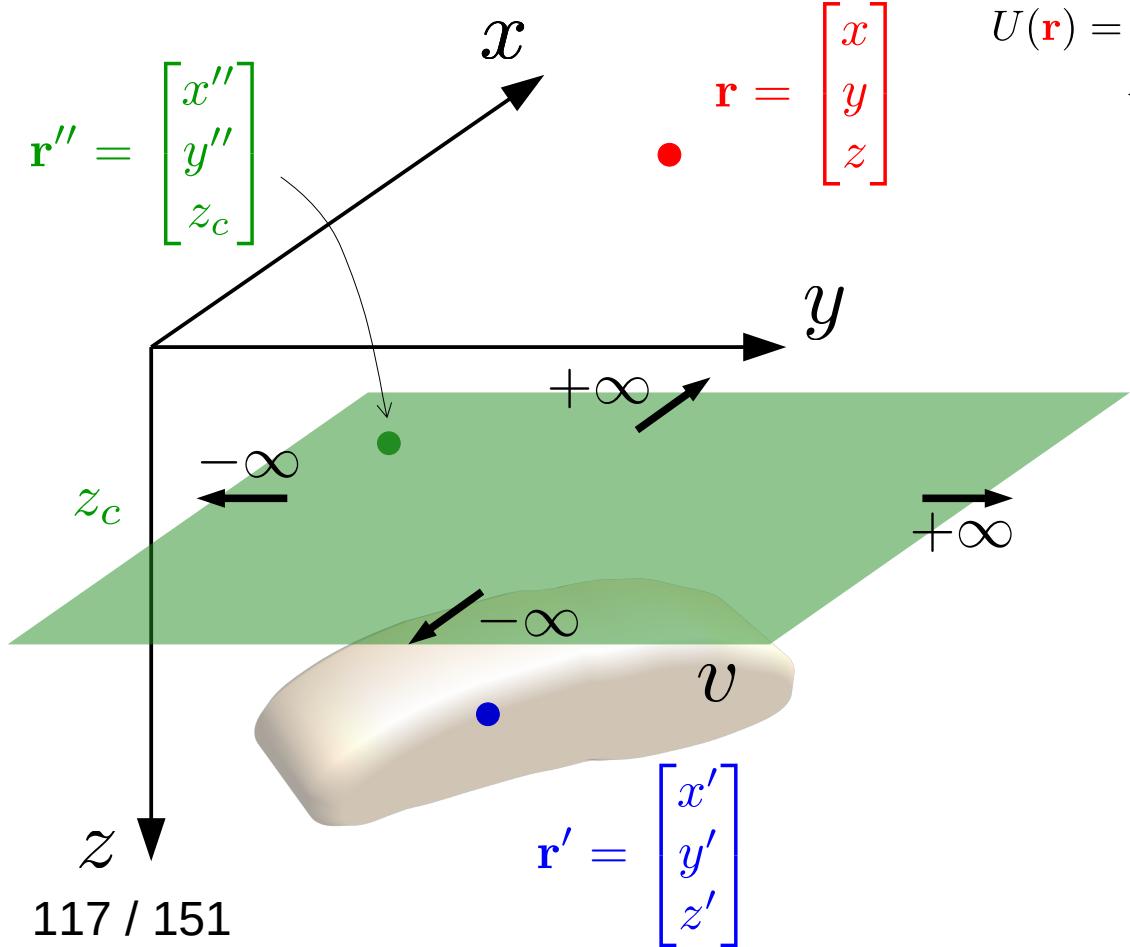
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

Vector unitário que define a direção constante do campo geomagnético principal na área de estudo

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

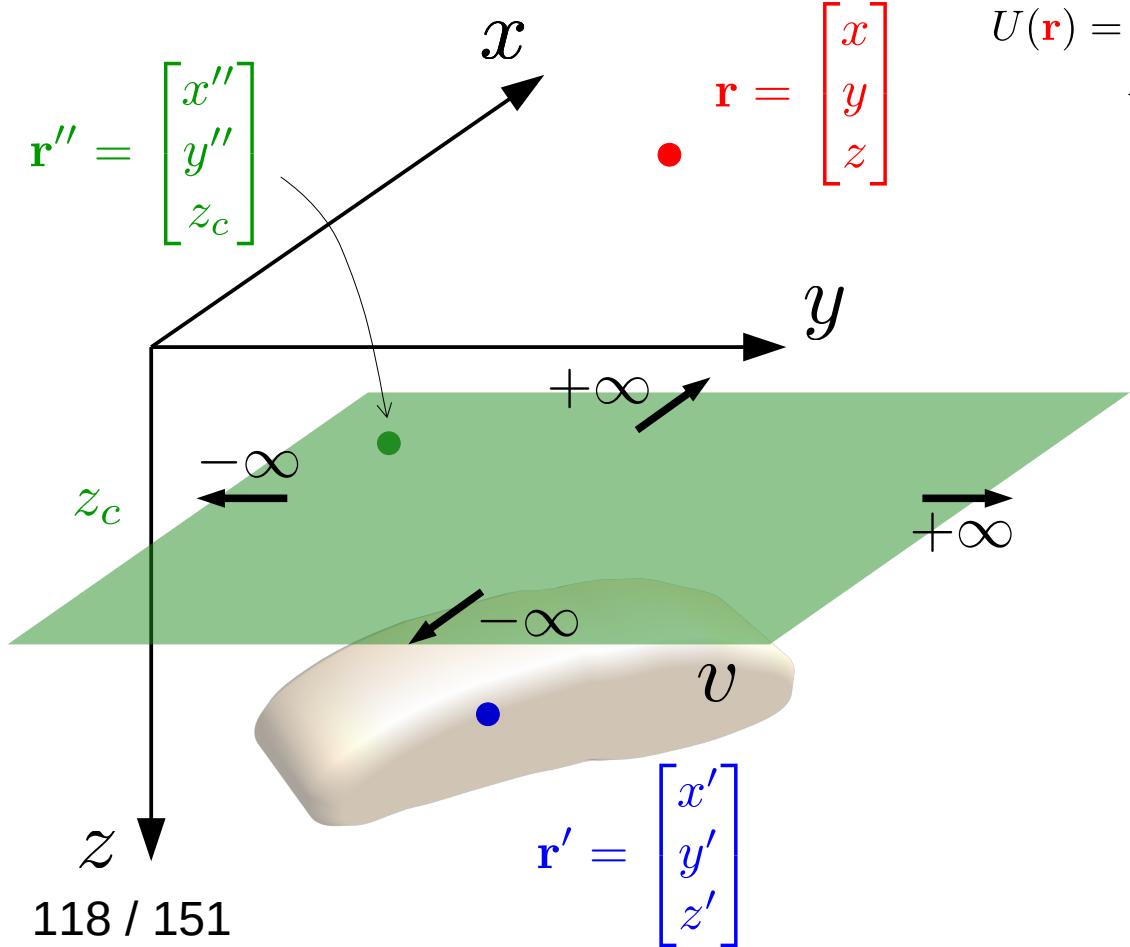
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

Vetor unitário que define a direção de magnetização total uniforme da fonte verdadeira

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

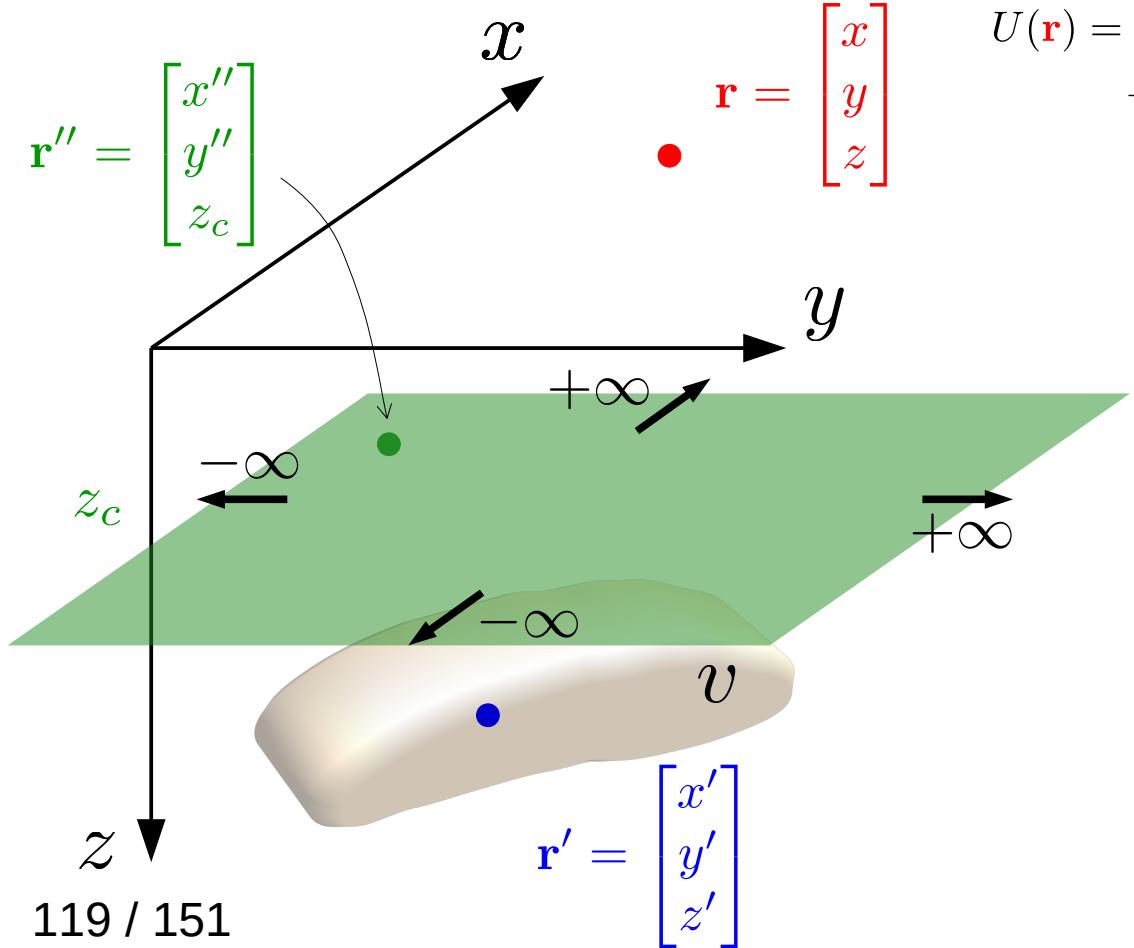
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\mathbf{H}_U(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \partial_{xx} U(\mathbf{r}) & \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{xz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yy} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) \\ \partial_{xz} U(\mathbf{r}) & \partial_{yz} U(\mathbf{r}) & \partial_{zz} U(\mathbf{r}) \end{bmatrix}$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

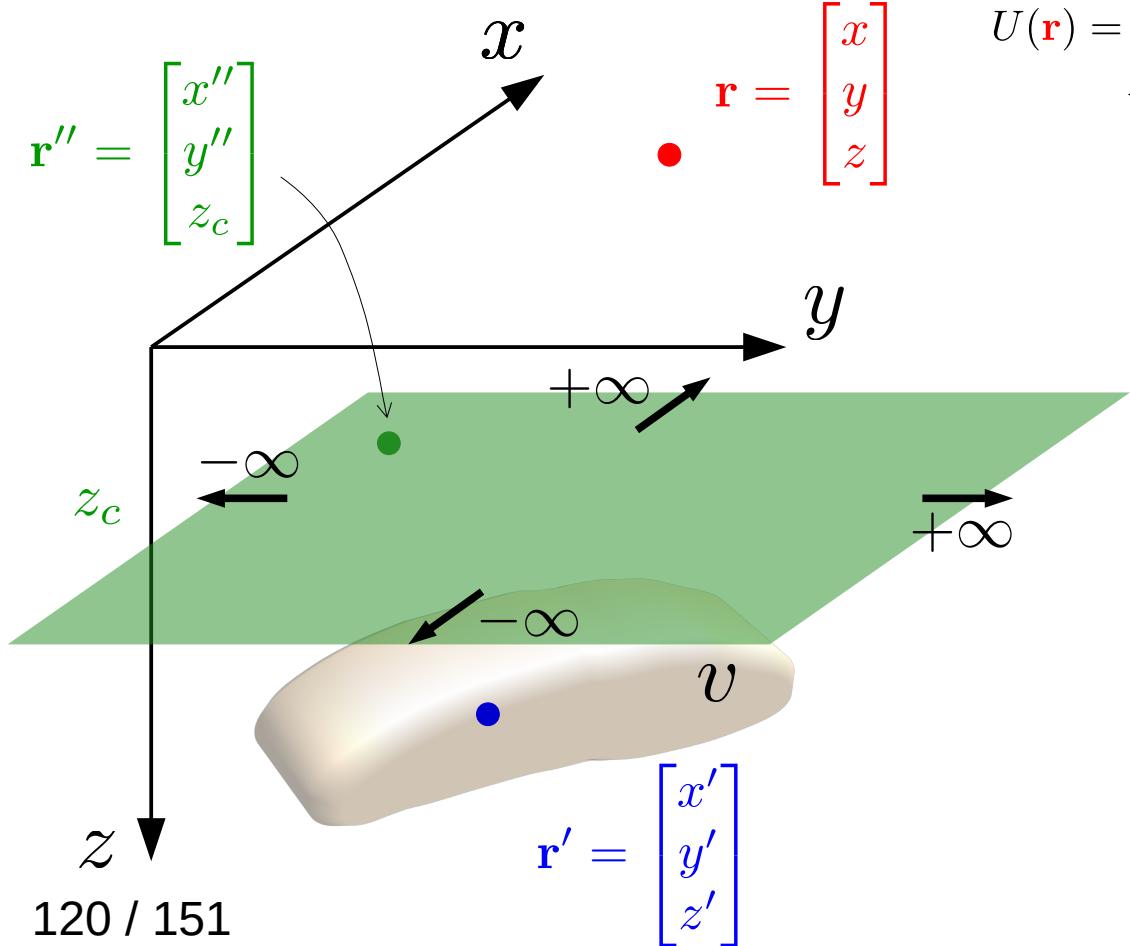
Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

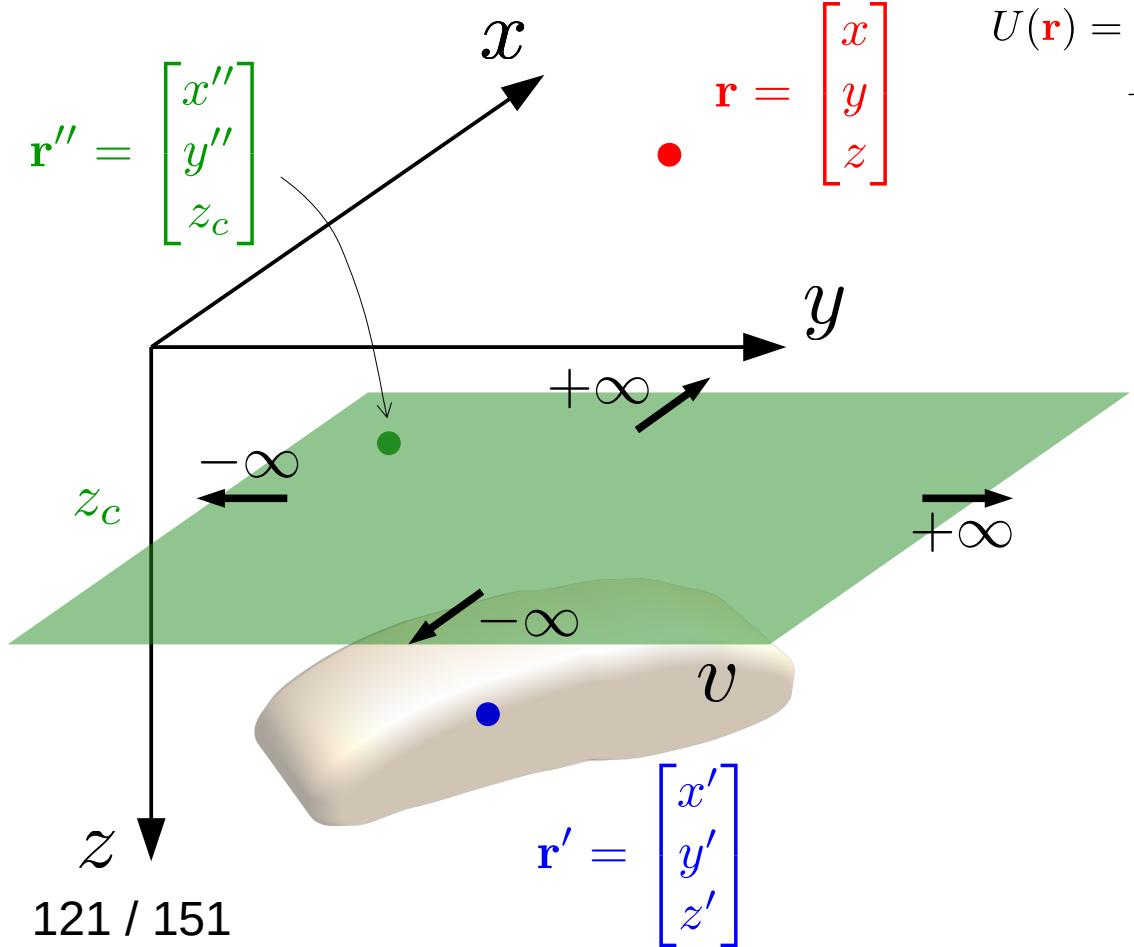
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \underbrace{\partial_z U(\mathbf{r}'')} \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Este termo representa a an. de campo total aprox. produzida em  $\mathbf{r}$  por um dipolo localizado em  $\mathbf{r}''$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

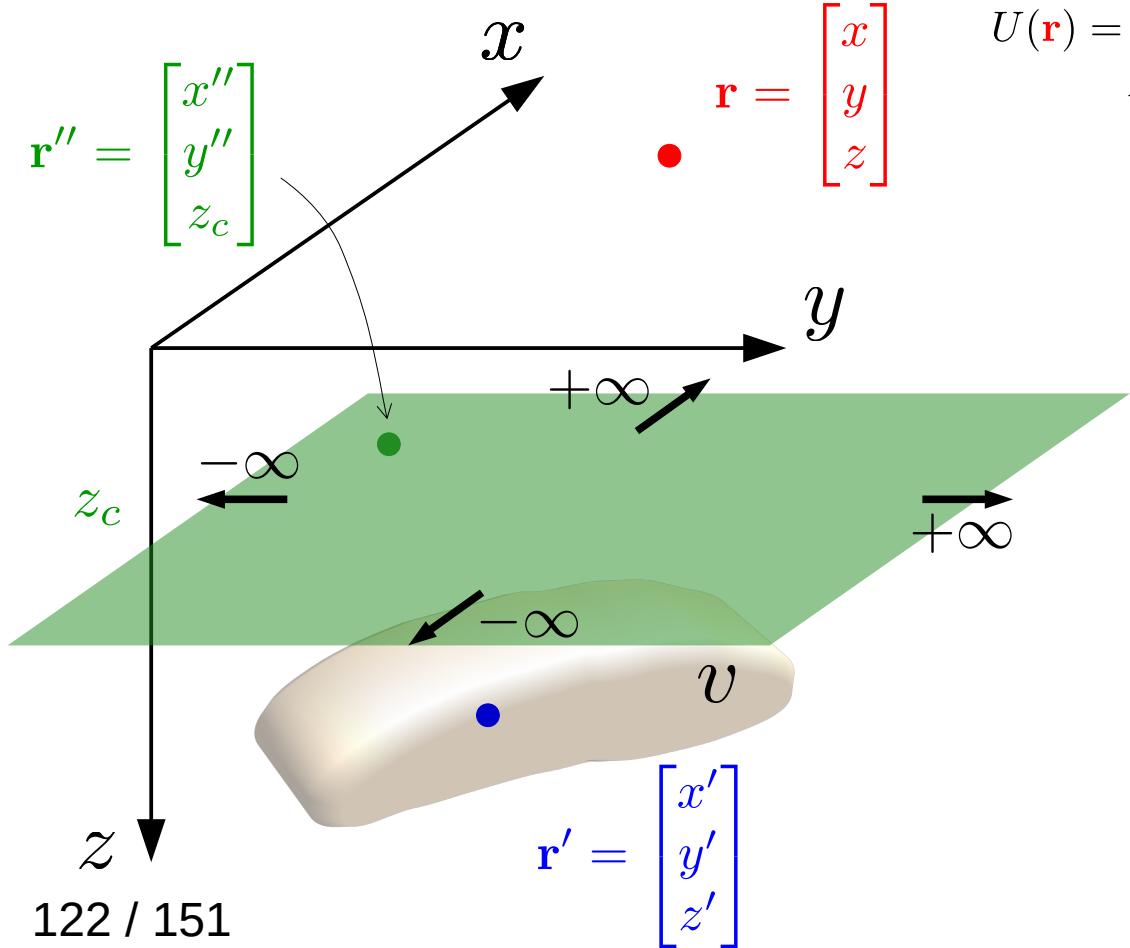
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{h}}$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

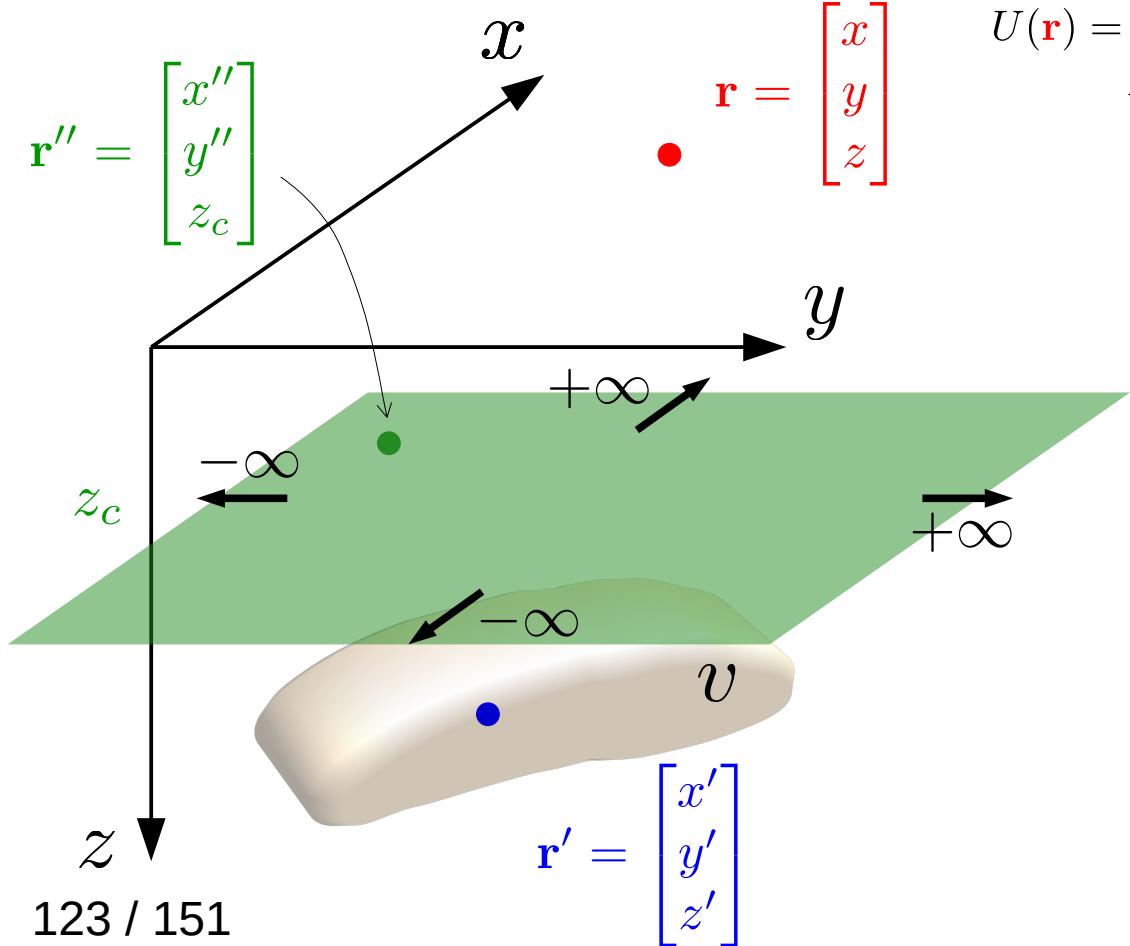
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{\mathbf{h}}$$

$$\mathbf{H}_\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \begin{bmatrix} \partial_{xx} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yy} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \\ \partial_{xz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{yz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') & \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \end{bmatrix}$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



Dedução:

An. de campo total (aprox.)

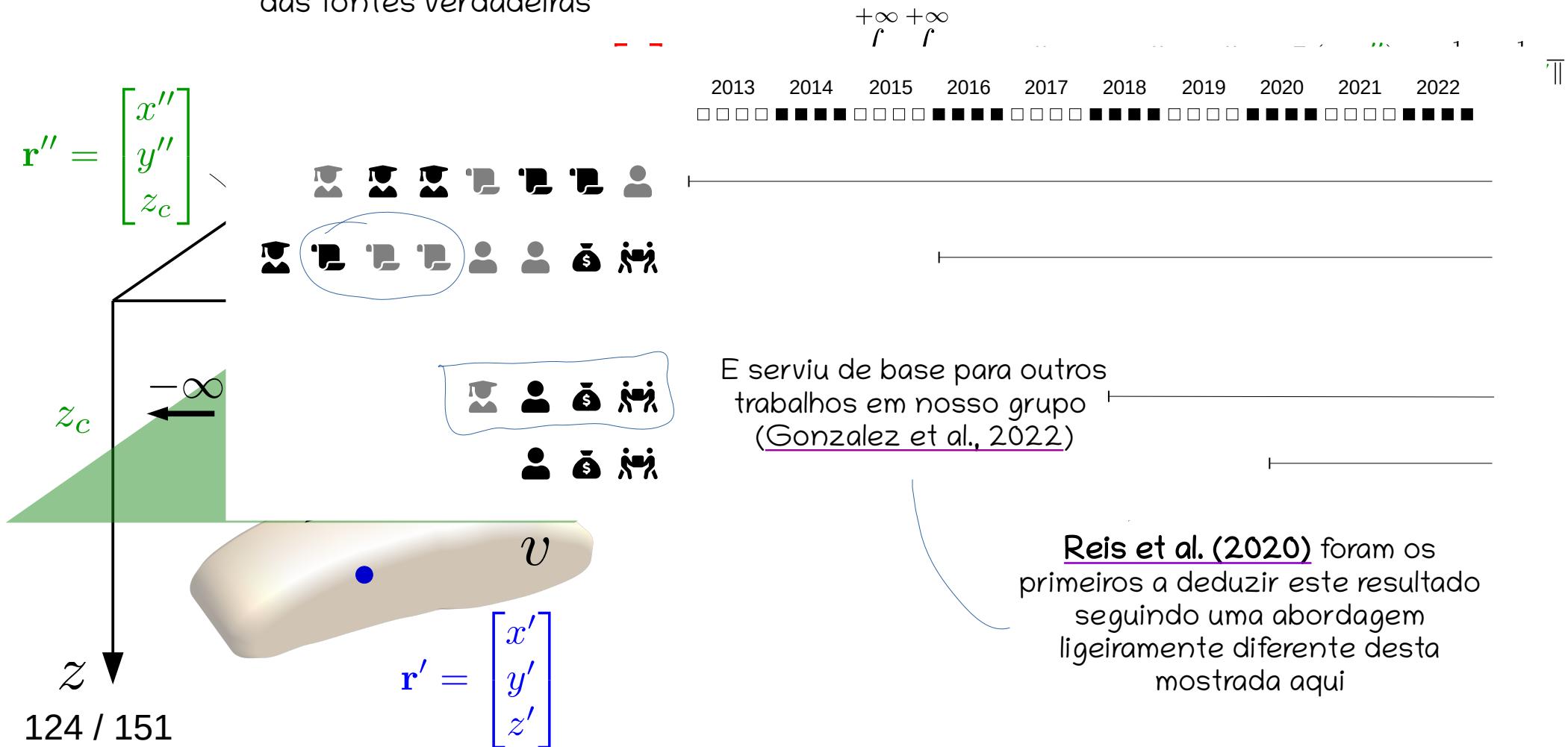
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

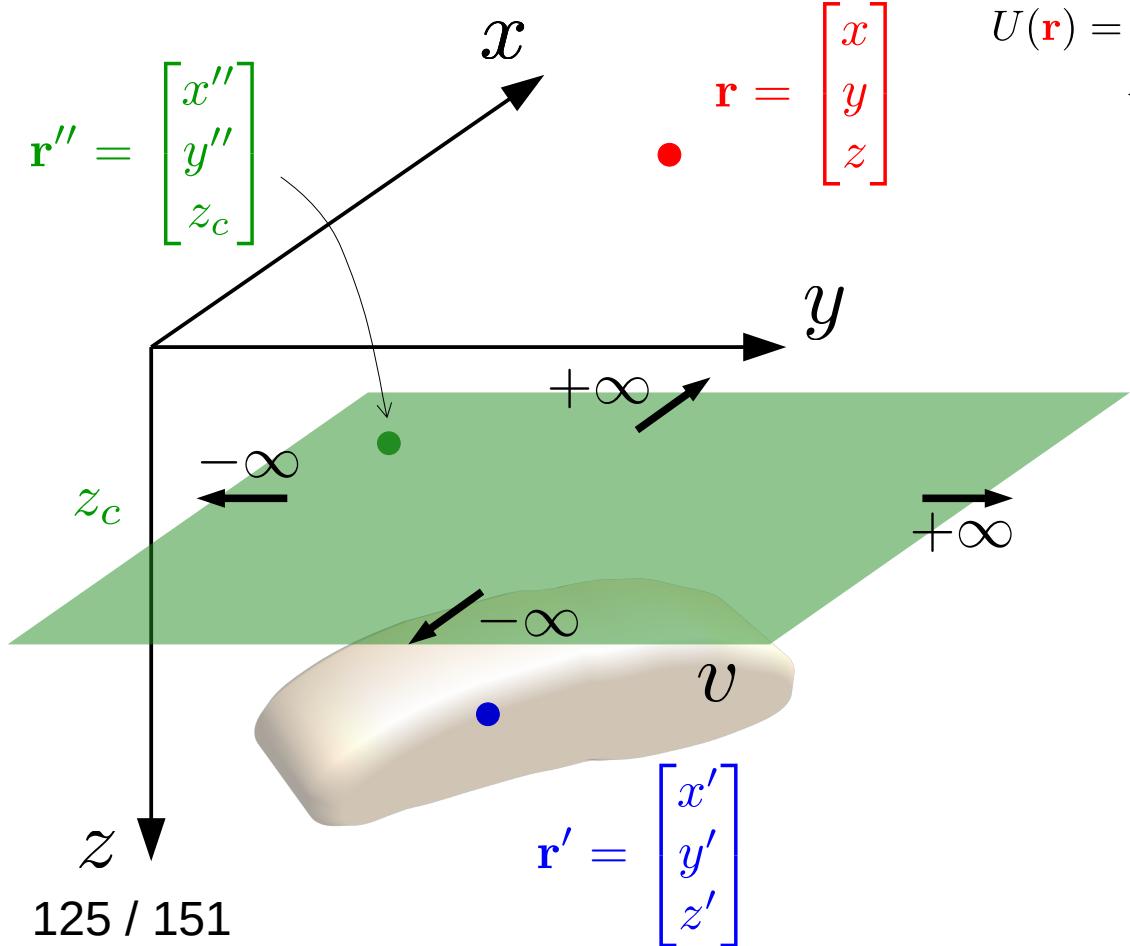
Reis et al. (2020) foram os primeiros a deduzir este resultado seguindo uma abordagem ligeiramente diferente desta mostrada aqui

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

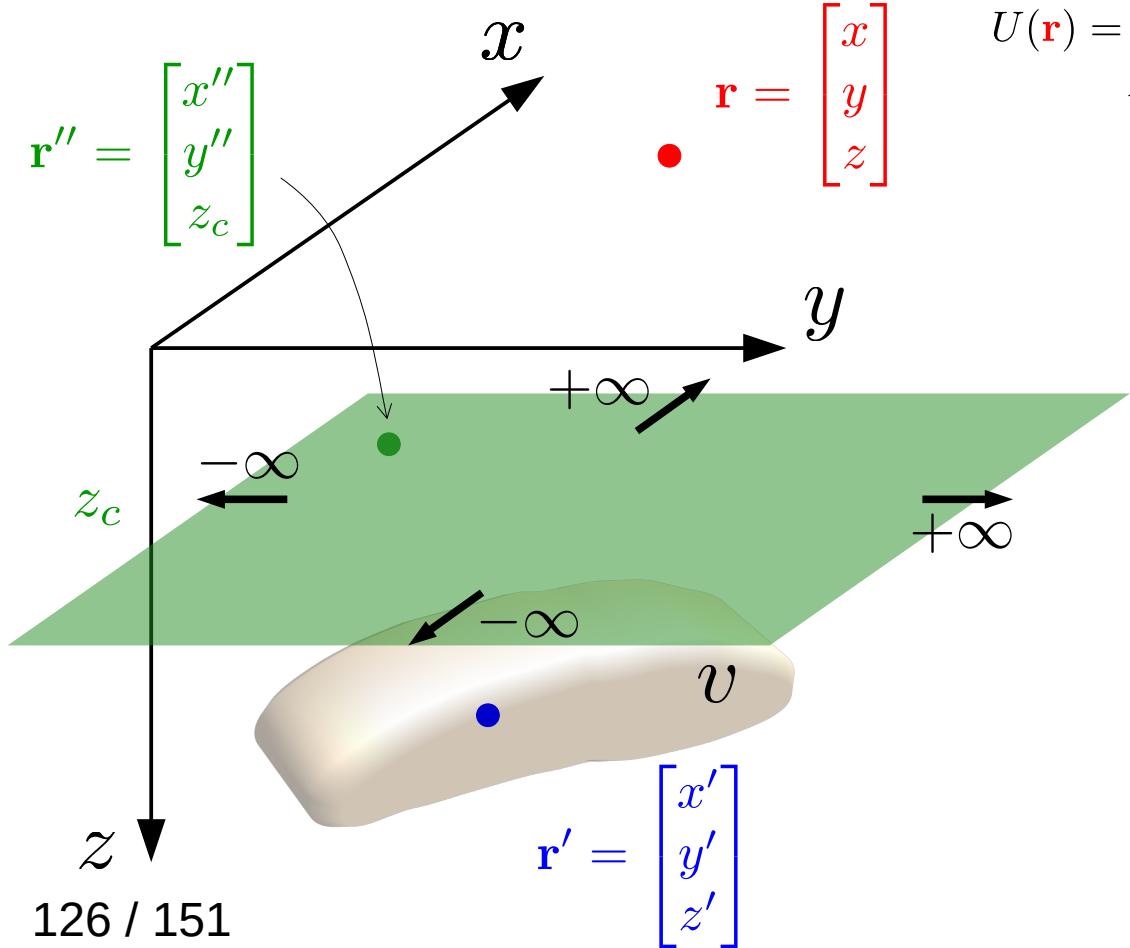
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Intensidade de magnetização total dentro da fonte

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

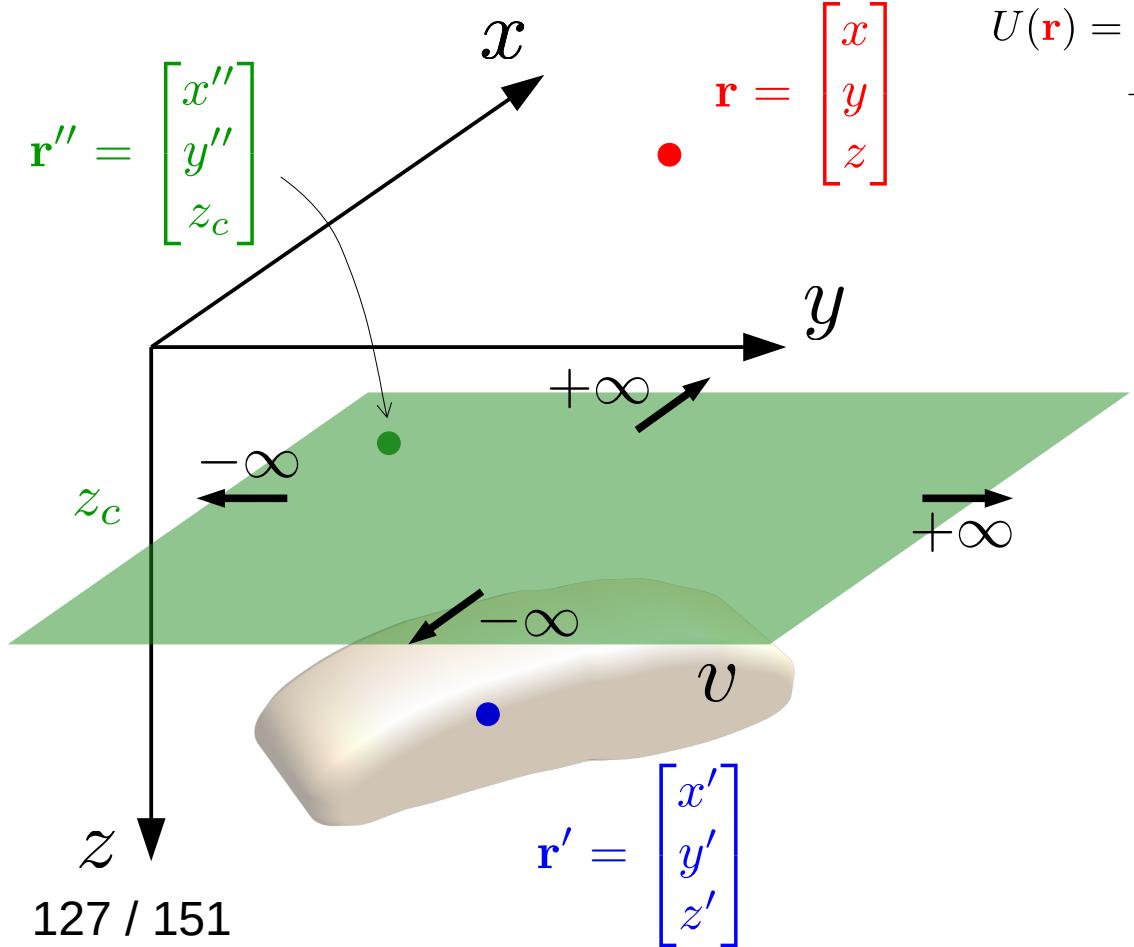
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

Note que esta função é  $\geq 0$  em todos os pontos  $\mathbf{r}'$  dentro da fonte

$$\partial_z U(\mathbf{r}'') = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \partial_z \frac{1}{\|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'\|} dv'$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

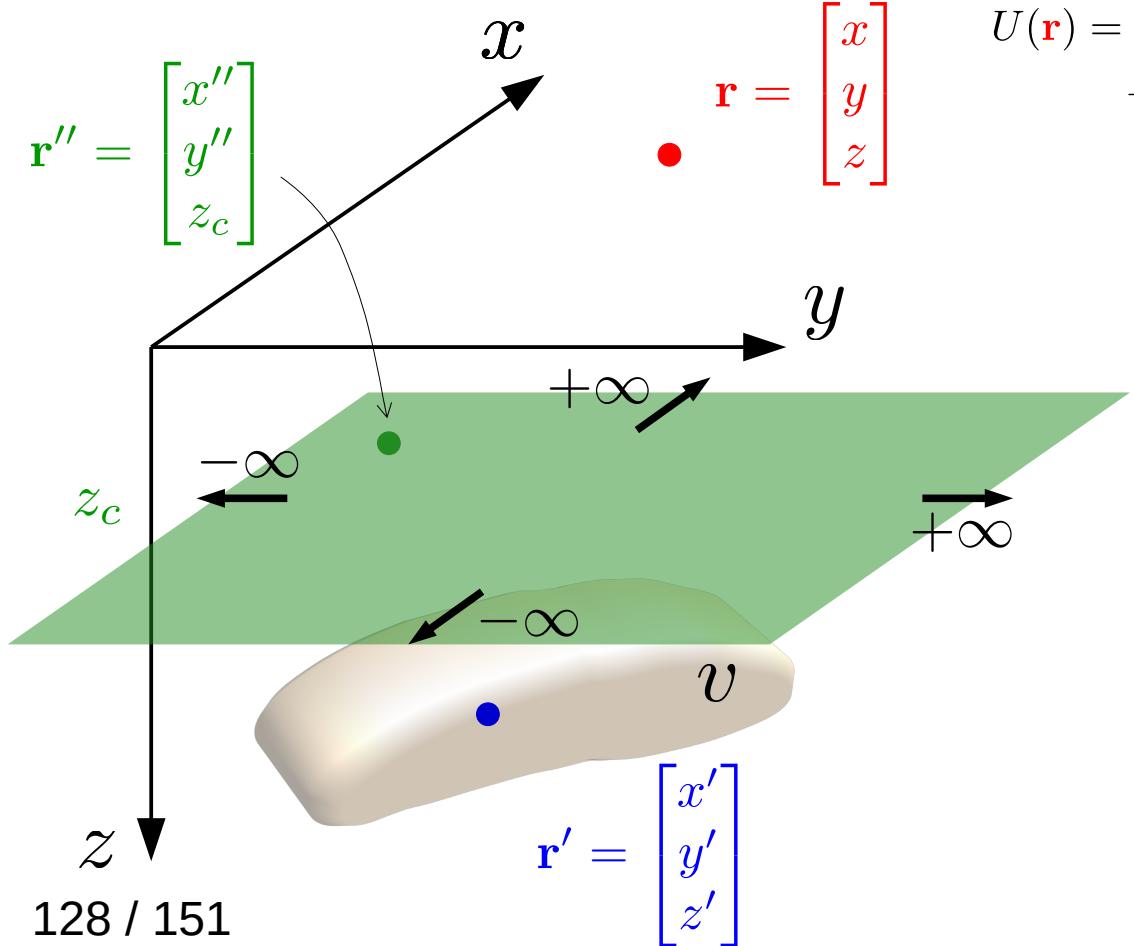
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

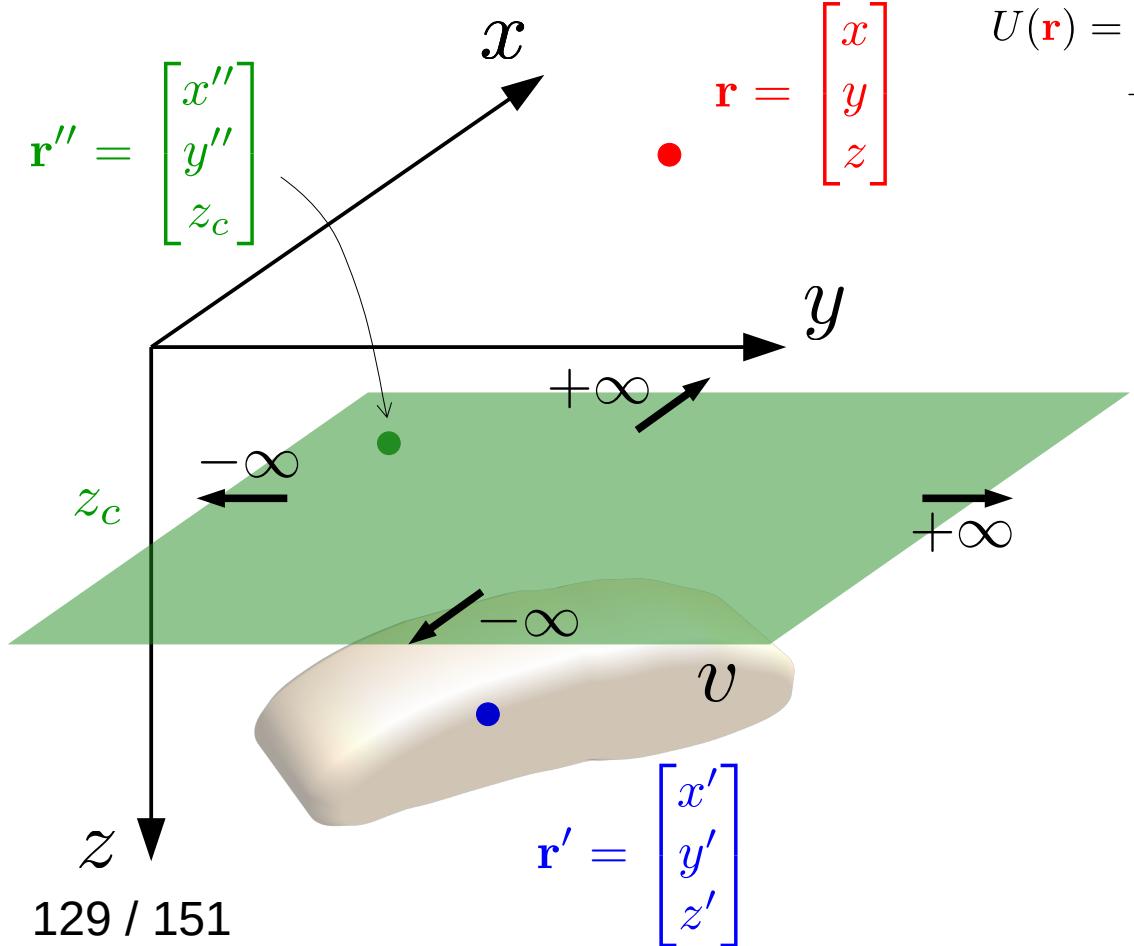
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}_i)$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

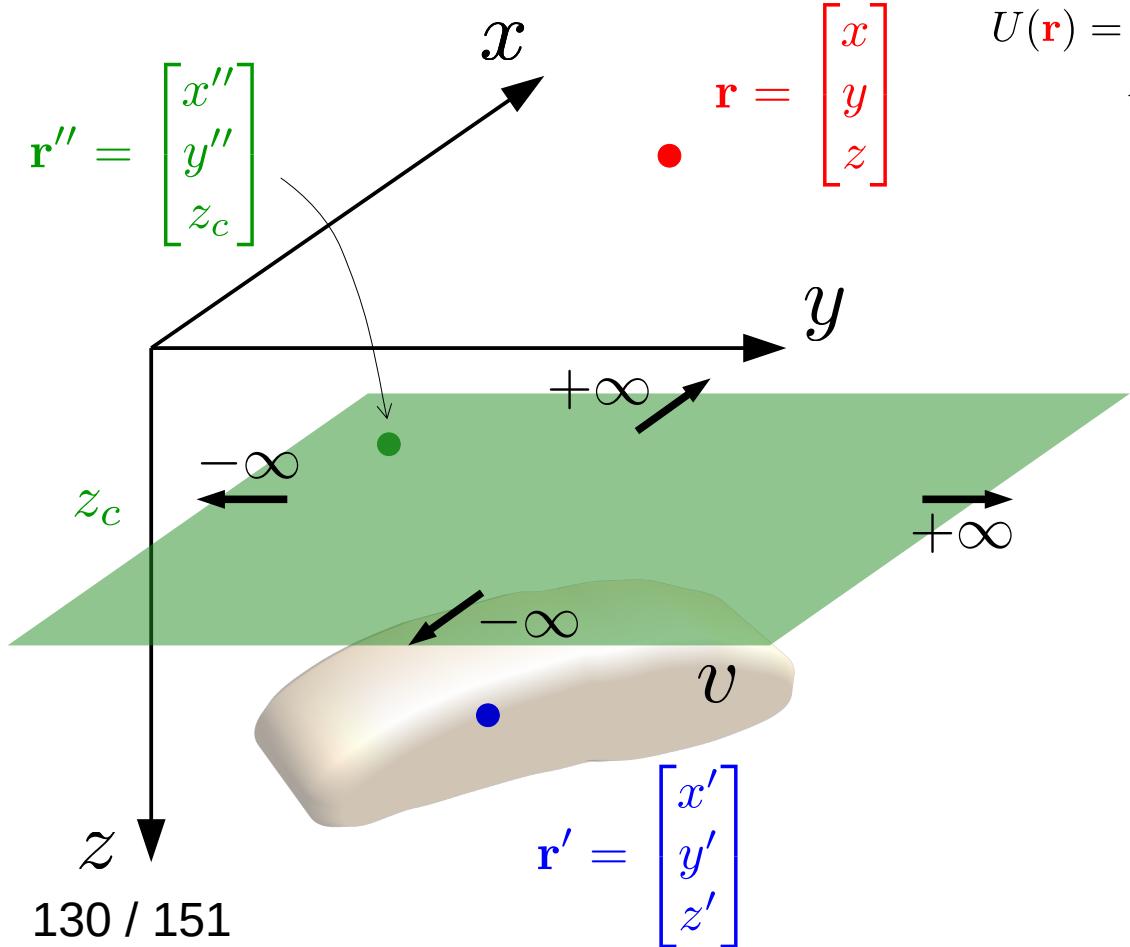
An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$d_i \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

**Resultado 3/4:** A an. de campo total (aprox.) pode ser exatamente reproduzida por uma camada contínua de dipolos com a mesma direção de magnetização uniforme das fontes verdadeiras



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

An. de campo total (aprox.)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}}$$

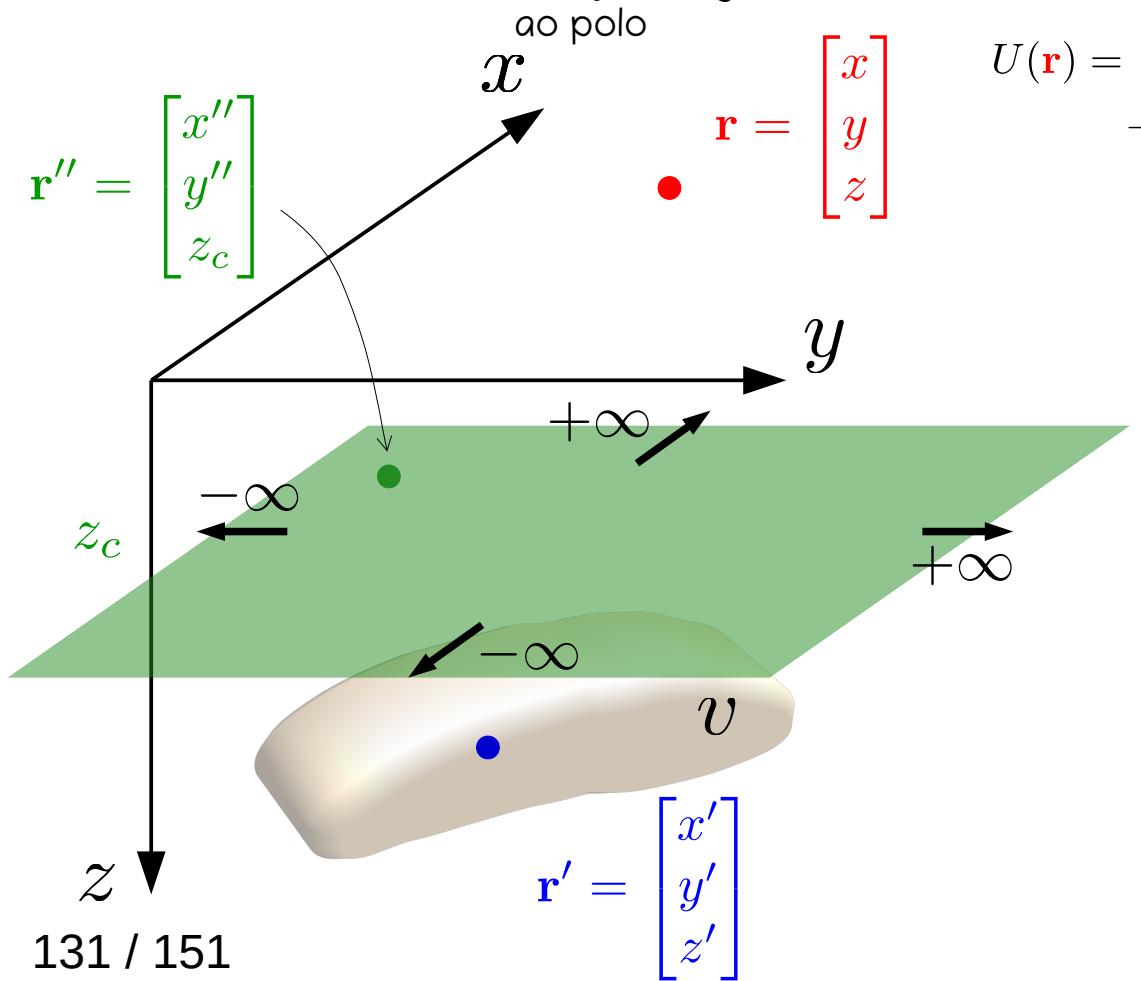
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}_i) \approx \sum_{j=1}^M p_j \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j) \approx \partial_z U(\mathbf{r}'_j)$$

Camada equivalente  
clássica aplicada a dados  
de an. de campo total

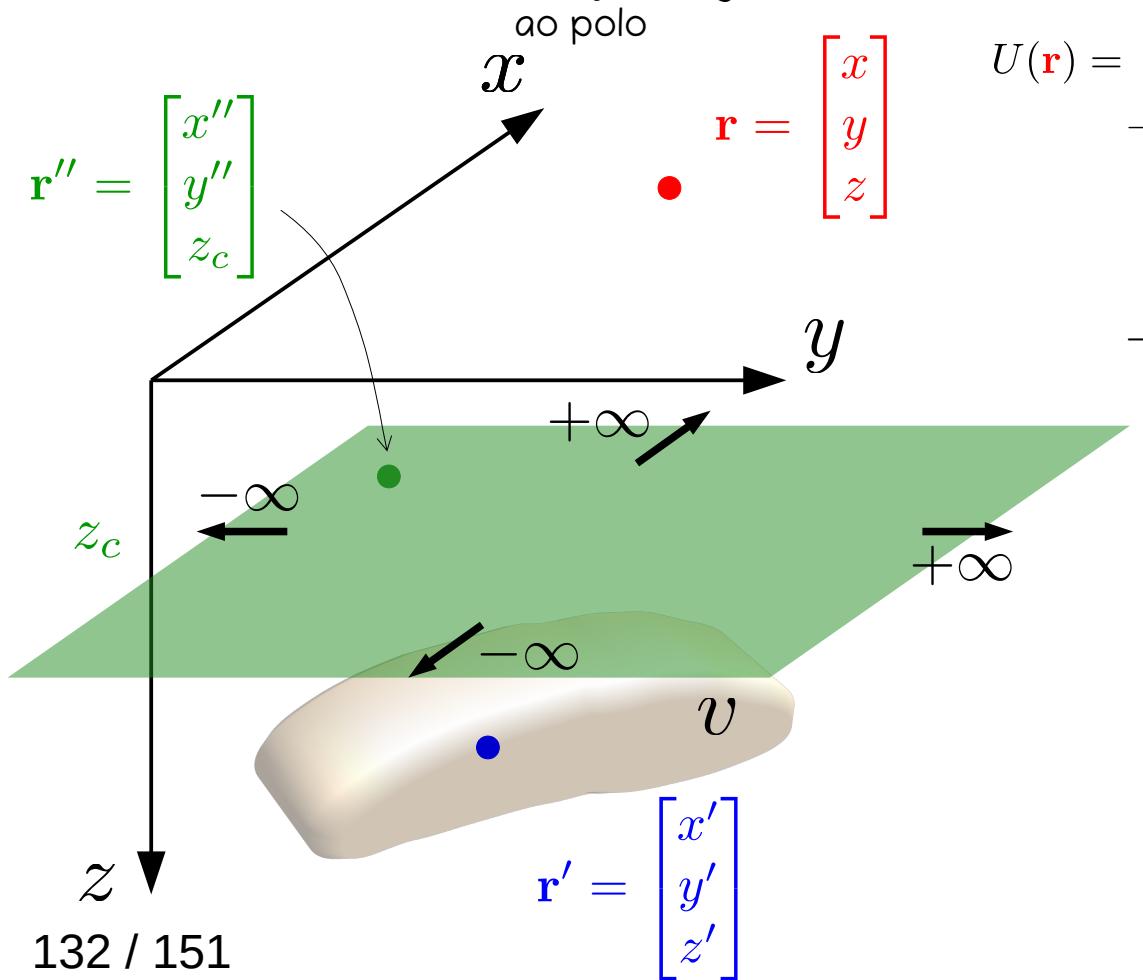
**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



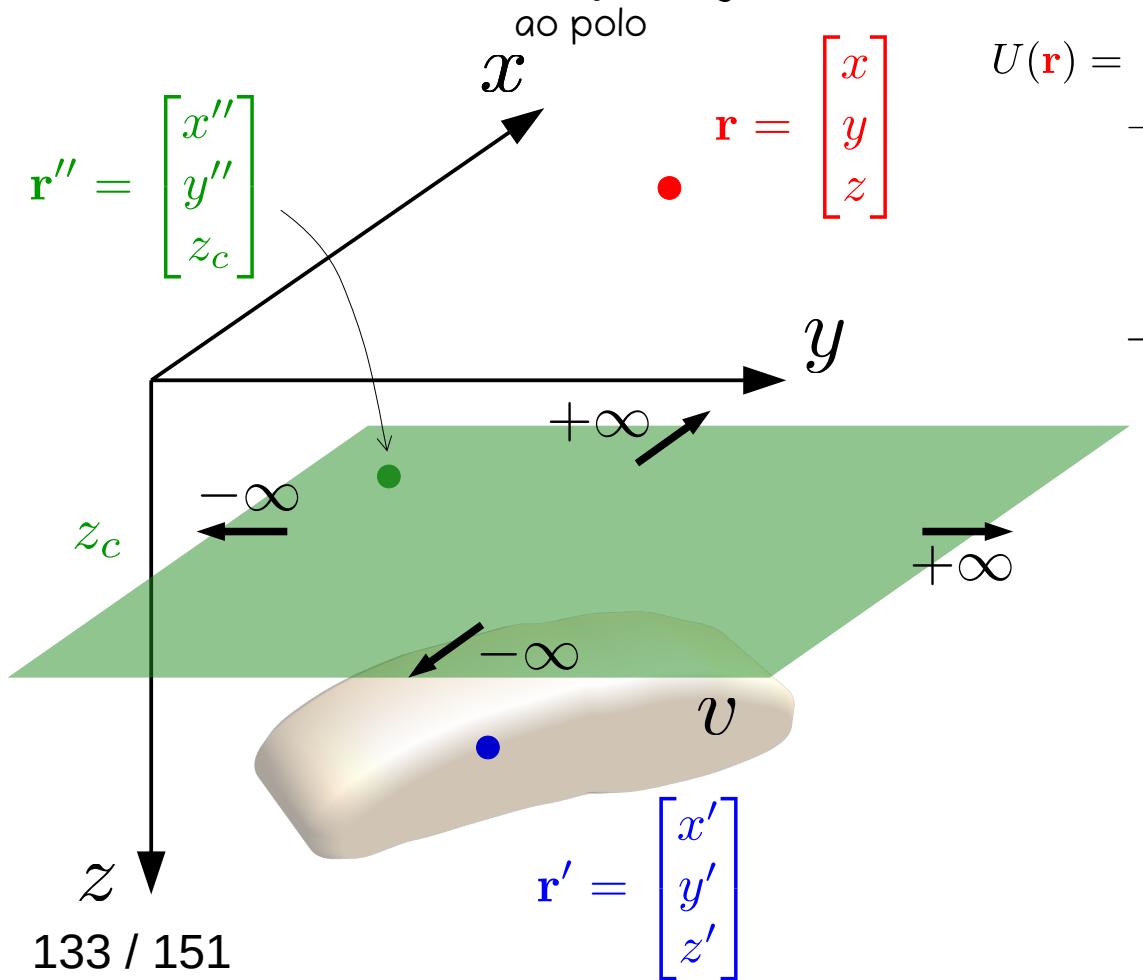
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \text{ Potencial mag. escalar}$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



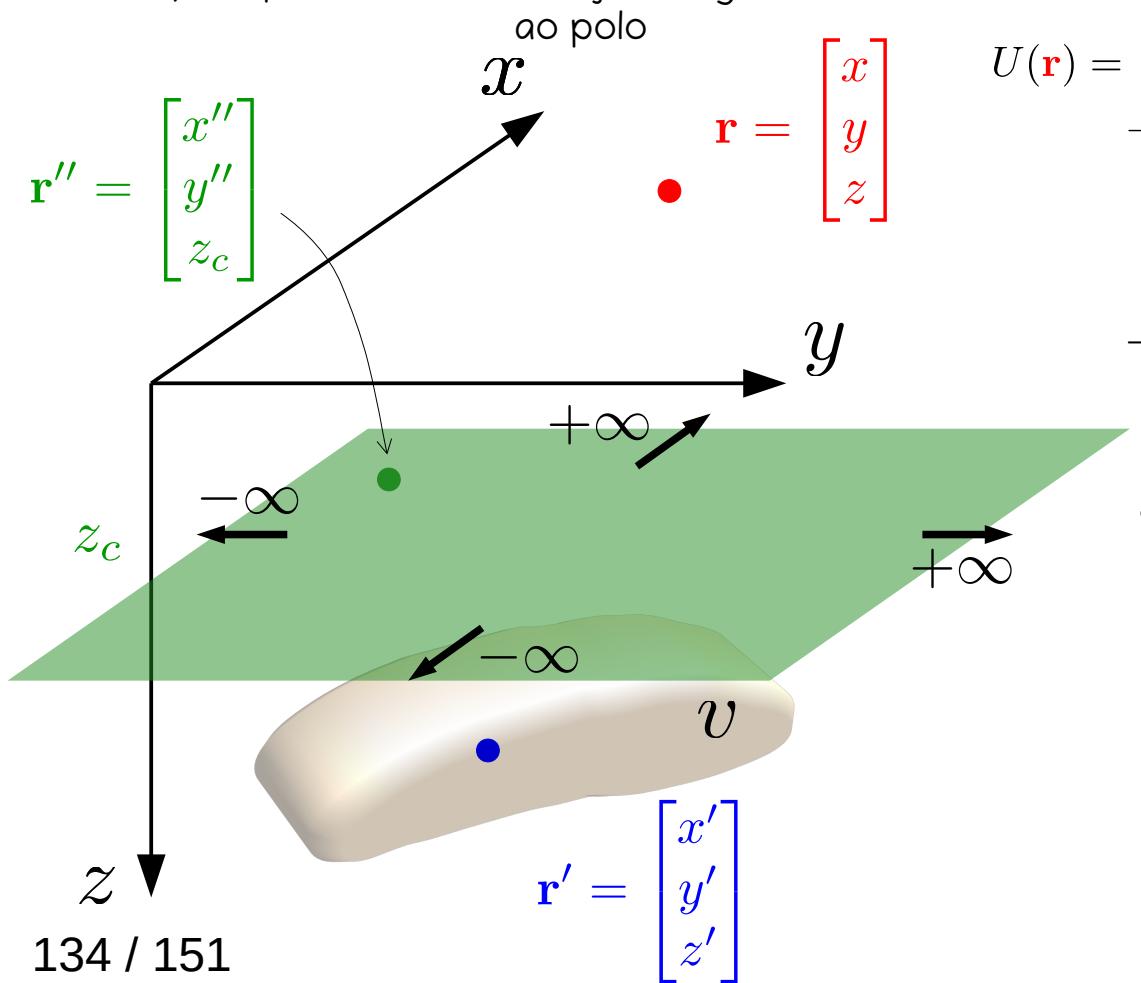
$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

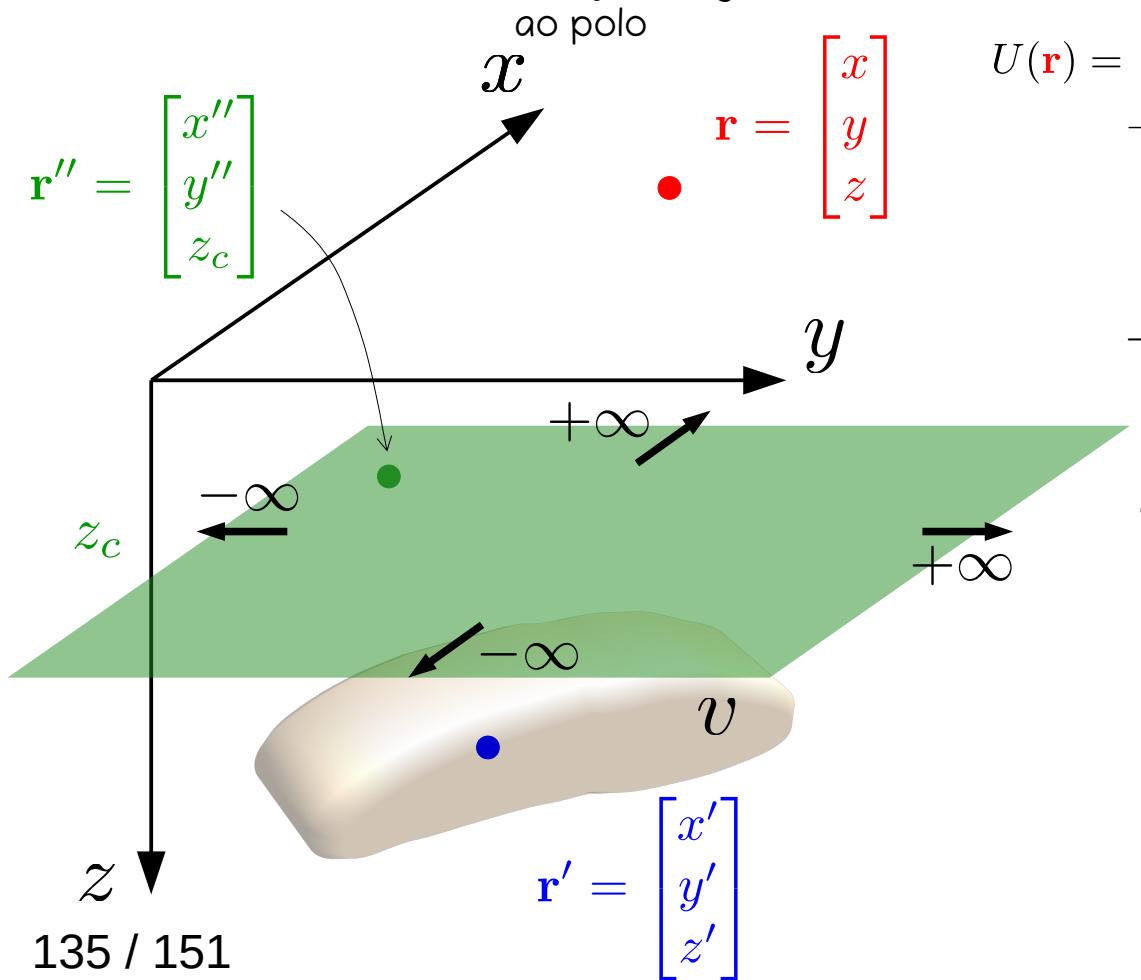
Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

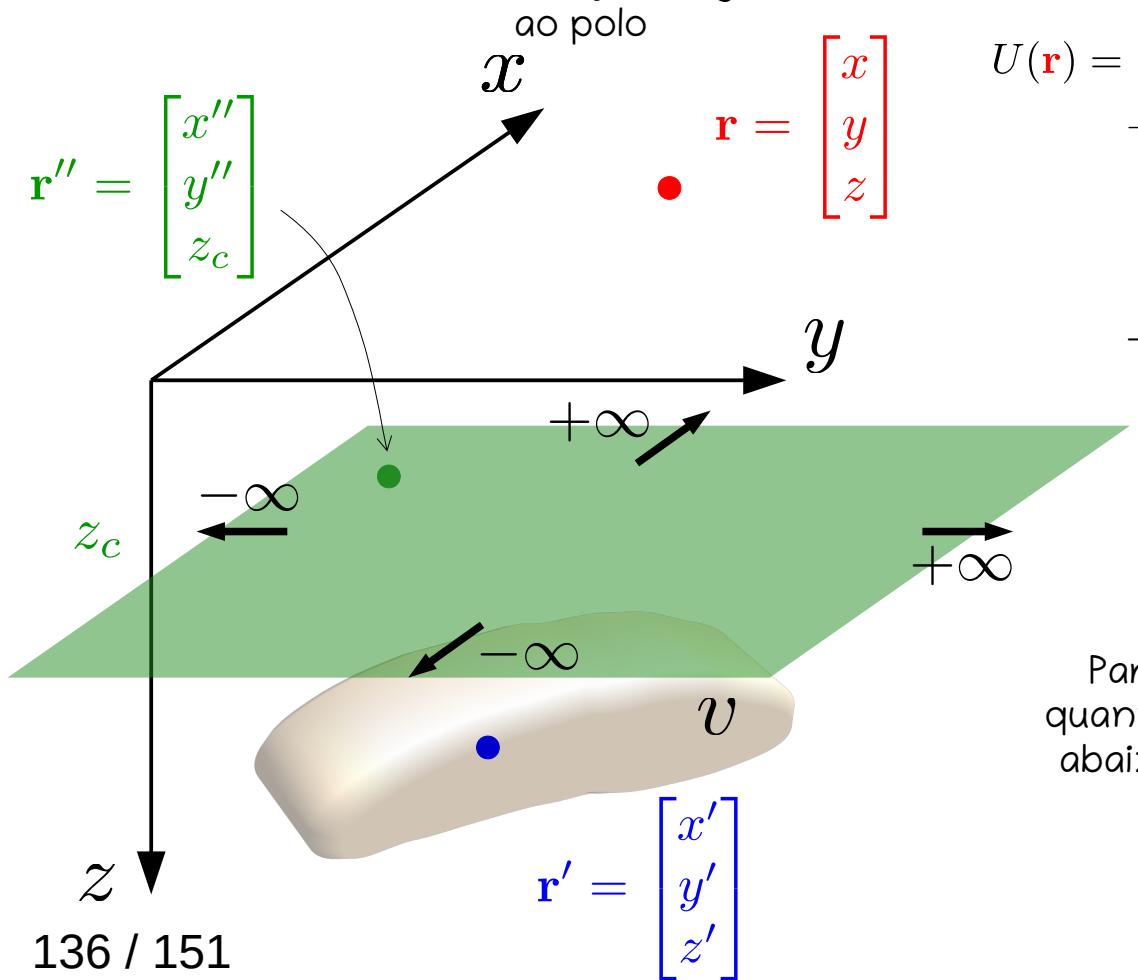
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

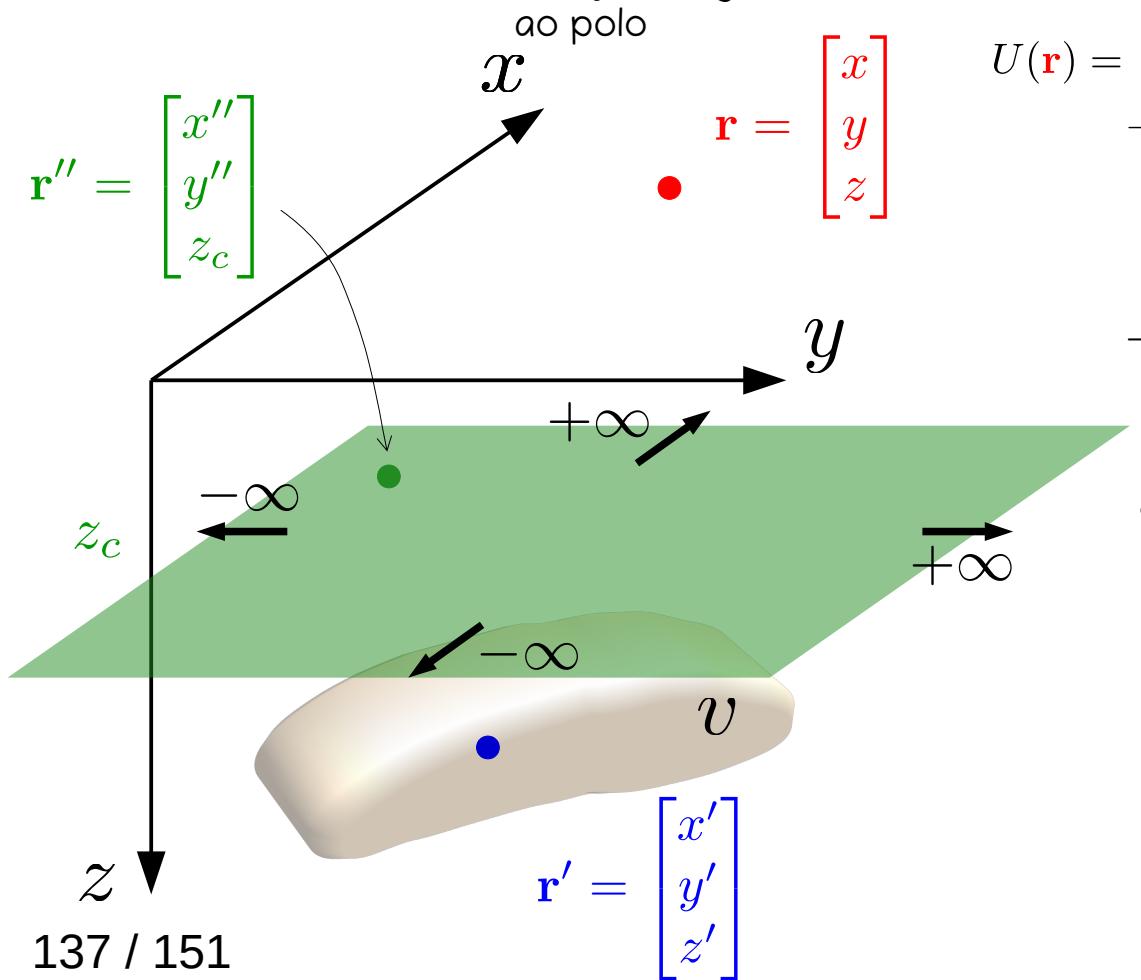
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Para deduzir a camada contínua associada a estas quantidades magnéticas, temos que derivar a equação abaixo (sol. do problema de Neumann) com relação às coordenadas do ponto de observação  $\mathbf{r}$

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

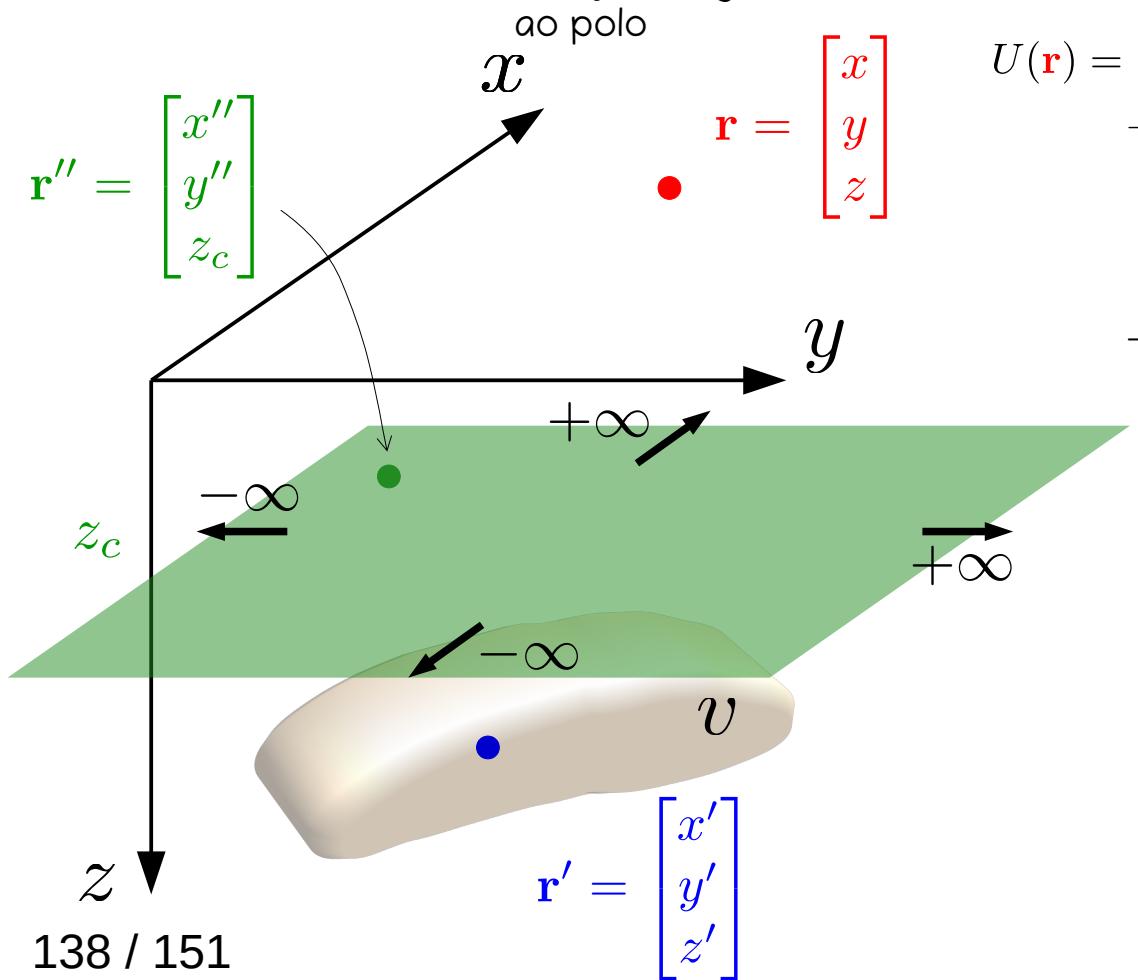
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

As derivadas, entretanto, afetam apenas este termo

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

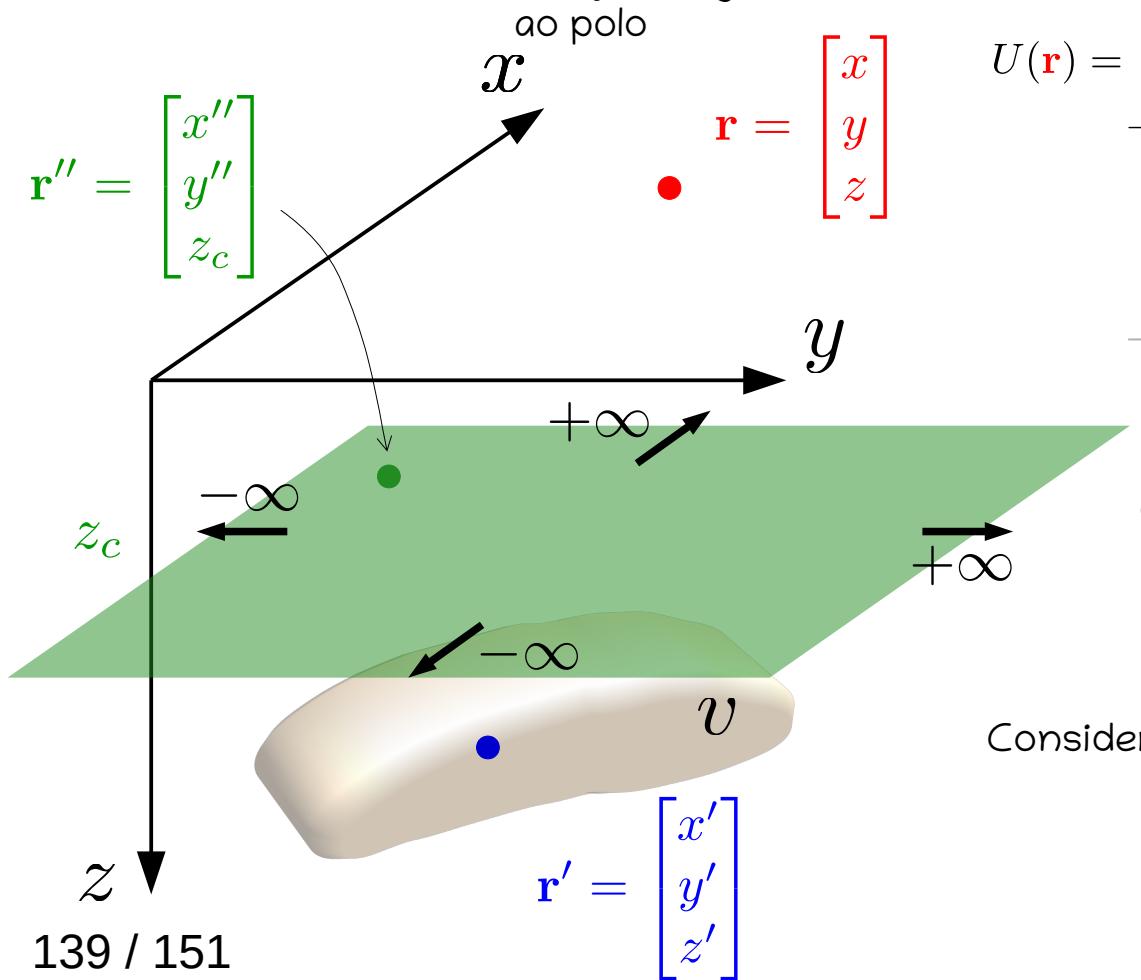
$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Então, todas as quantidades acima são definidas em termos da mesma camada contínua de dipolos

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

$$-\partial_h U(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Potencial mag. escalar}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{\alpha h} U(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \nabla U(\mathbf{r})^\top \hat{\mathbf{h}} \quad \text{Campo ind. magnética}$$

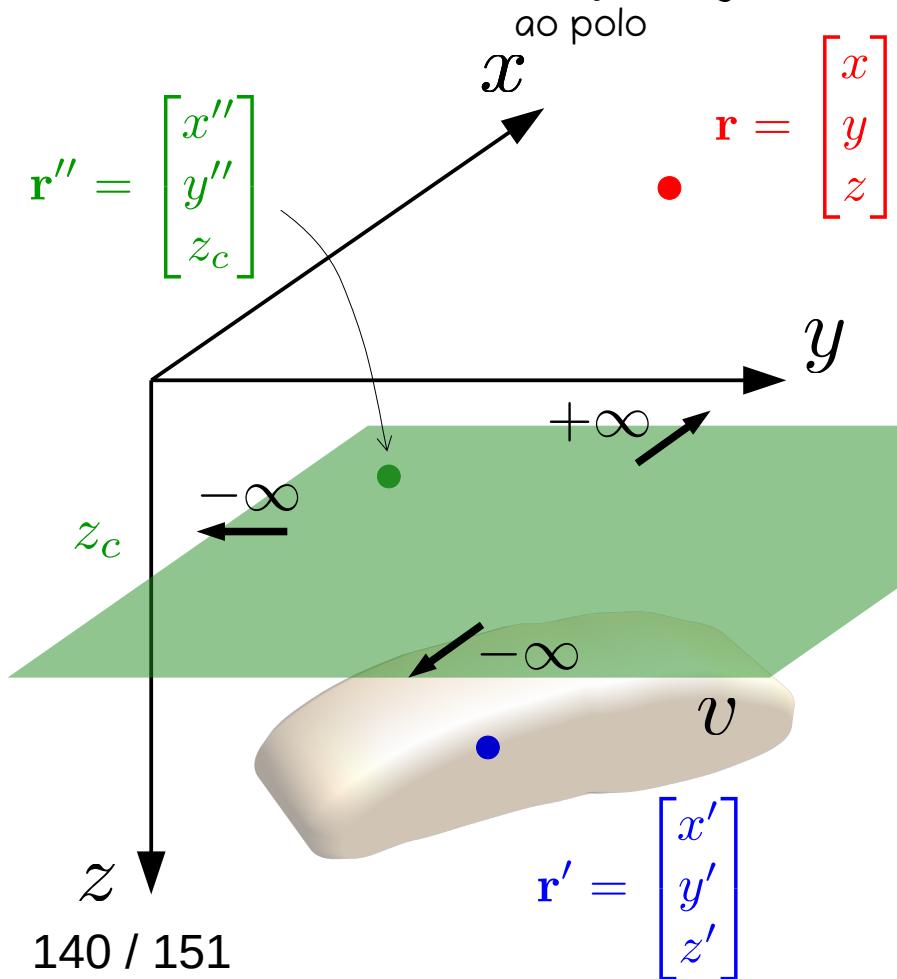
$$\rightarrow \partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

Considerem estas duas equações

$$U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida

$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dv'$$



$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

Dedução:

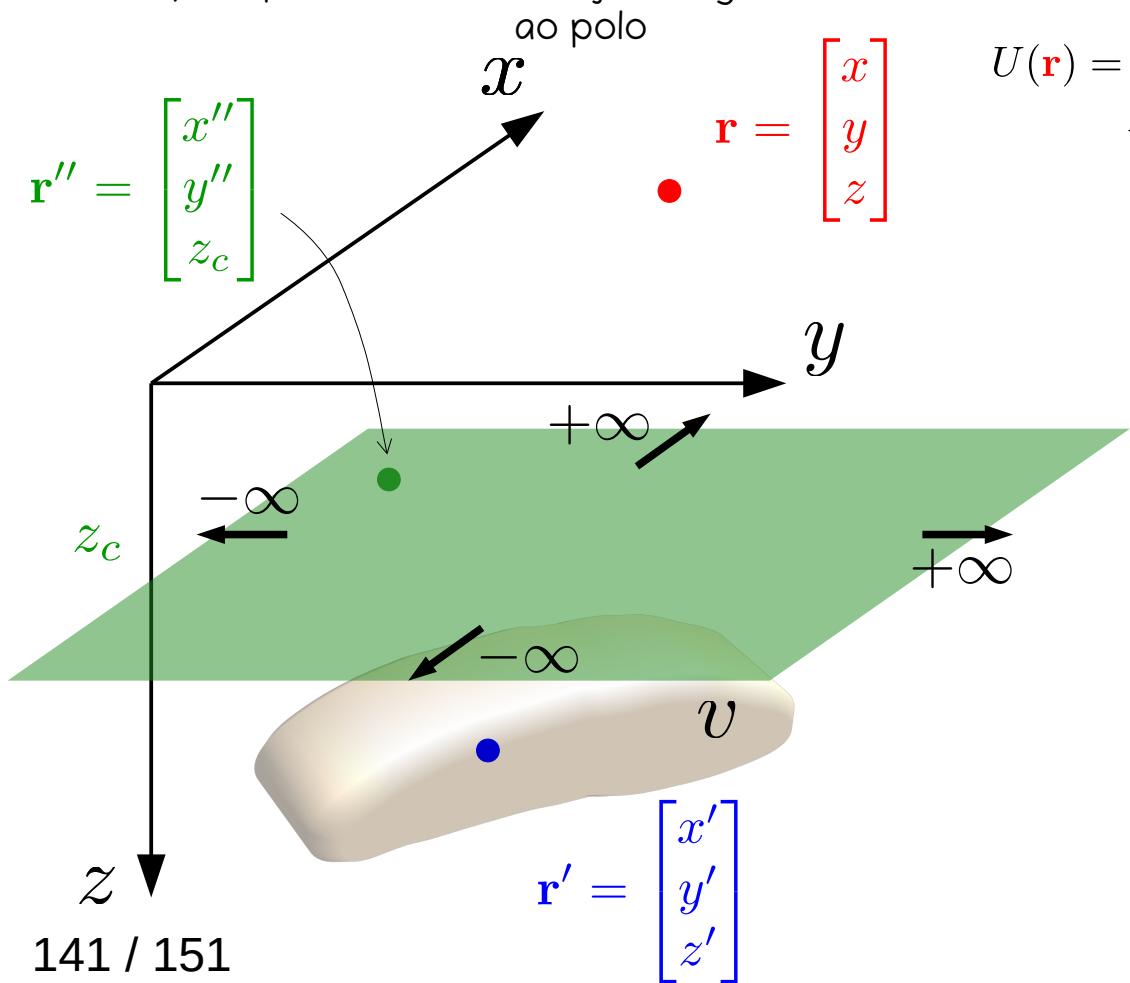
$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{t}}^\top \mathbf{H}_U(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{h}} \quad \text{An. de campo total}$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) \quad \text{An. reduzida ao polo}$$

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

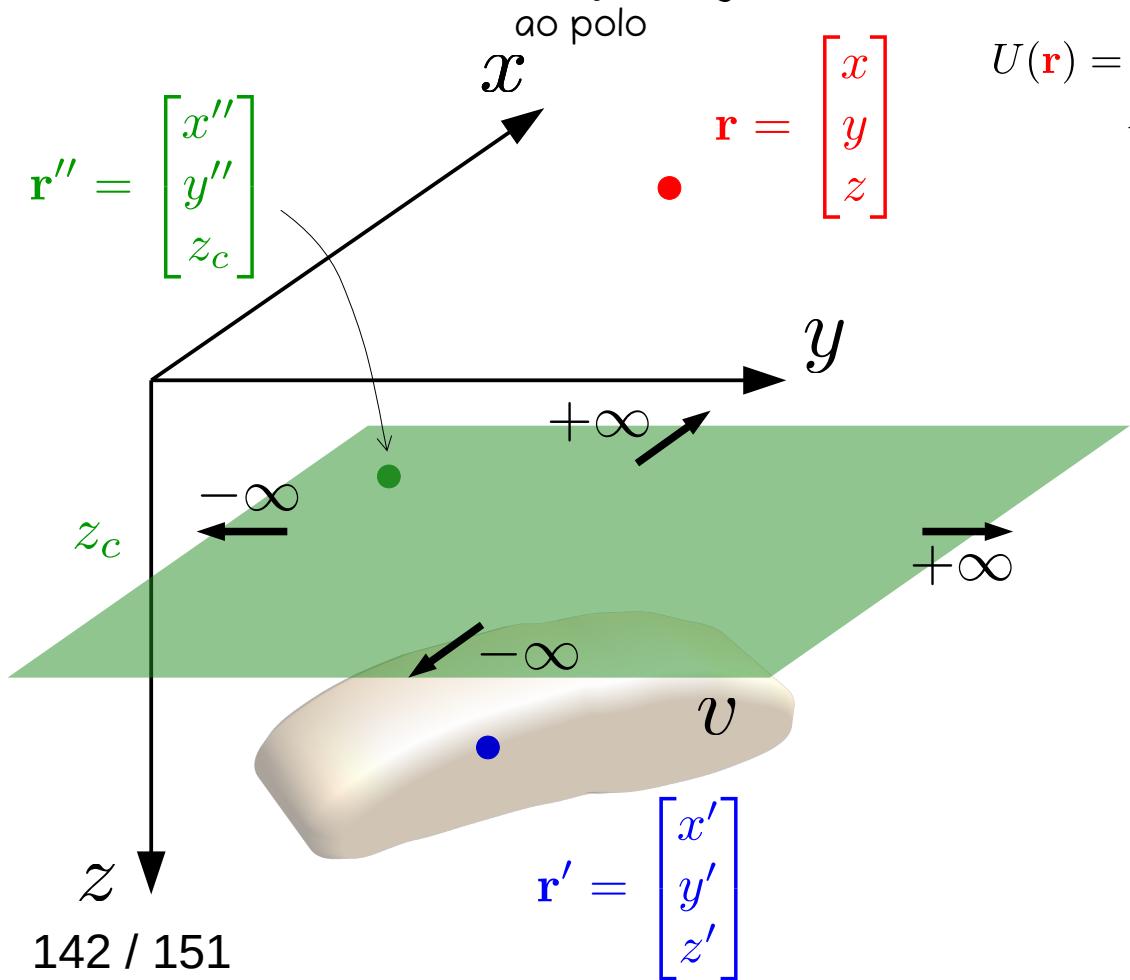
Dedução:

Estas eqs. são a base teórica para o cálculo da redução ao polo no domínio do espaço via camada eq., de acordo com o trabalho pioneiro de [Silva \(1986\)](#)

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

**Resultado 4/4:** A mesma camada contínua de dipolos que reproduz a an. de campo total aprox. com a mesma direção de mag. da fonte verdadeira também reproduz o potencial mag. escalar, componentes da indução magnética e an. reduzida



$$U(\mathbf{r}) = \kappa \iiint_v \sigma(\mathbf{r}') \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{v}'$$

$$U(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_z U(\mathbf{r}'') \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS'' \quad \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}''\|}$$

### Dedução:

É importante ressaltar, contudo, que estas eqs. não foram definidas claramente por [Silva \(1986\)](#) e nem nos trabalhos subsequentes baseados no cálculo da redução ao polo via camada eq. (e.g., [Leão and Silva, 1989](#); [Guspí and Novara, 2009](#); [Oliveira Jr. et al., 2013](#); [Li et al., 2014](#); [Reis et al., 2020](#); [Takahashi et al., 2022](#))

$$\partial_{th} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{th} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

$$\partial_{zz} U(\mathbf{r}) = \iint \partial_z U(\mathbf{r}'') \partial_{zz} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') dS''$$

# 3 Apresentação detalhada das atividades científicas

- Dados grav e mag
- Técnica da camada equivalente
- **Desenvolvimentos teóricos**

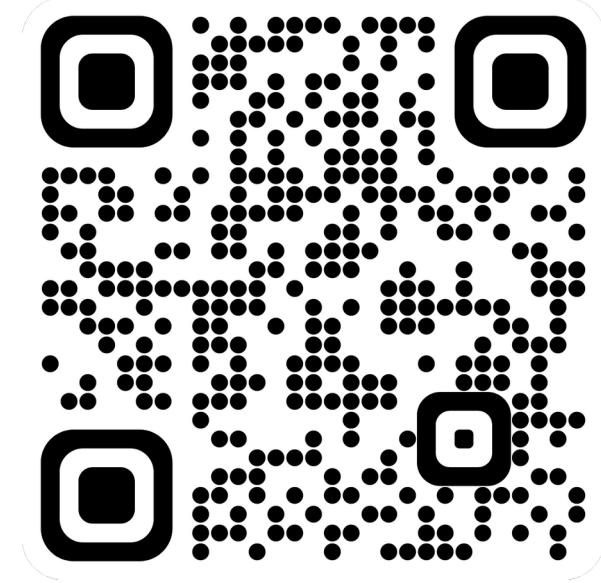
# Sumário

1 Apresentação

2 Resumo das atividades científicas

**3 Apresentação detalhada das atividades científicas**

4 Considerações finais



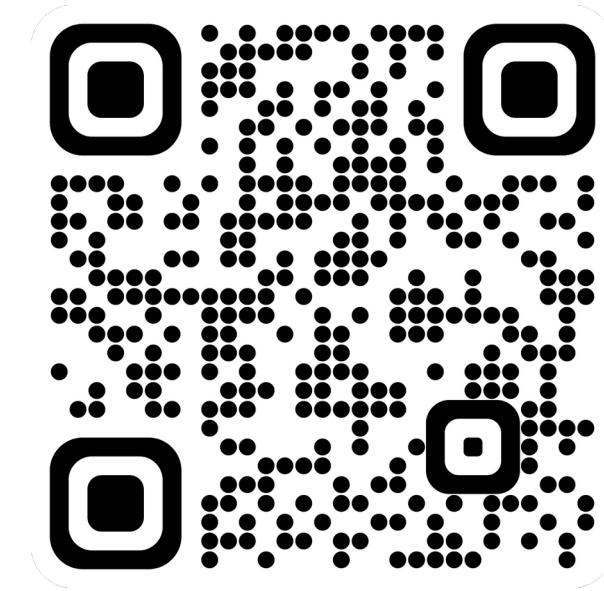
# Sumário

1 Apresentação

2 Resumo das atividades científicas

3 Apresentação detalhada das atividades científicas

**4 Considerações finais**



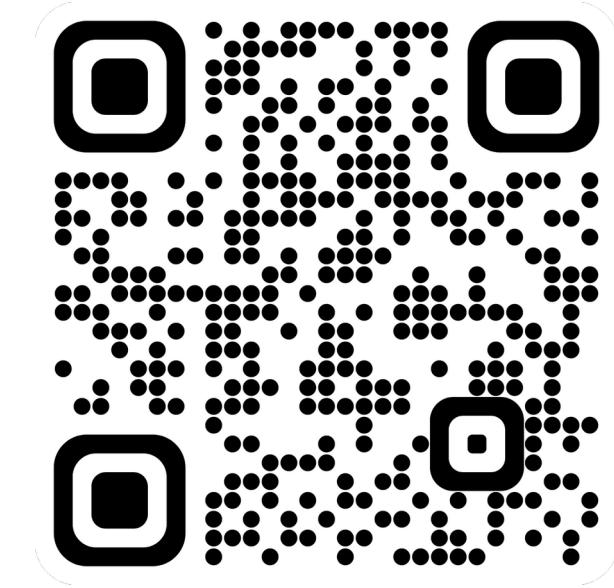
- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.

- Sempre busquei fazer uma pesquisa independente, ainda que eu trabalhe com a minha orientadora de mestrado/doutorado e principal parceira de trabalho até hoje;
- Considero que exerço um papel de liderança porque a minha pesquisa influencia o nosso grupo de maneira positiva;
- Minha pesquisa é feita predominantemente com meus estudantes;
- Sempre tentei estabelecer colaborações em que eu pudesse levar o que desenvolvemos em nosso grupo;
- Considero que a minha atuação contribui para a pesquisa e formação de pesquisadores na área de geofísica, o que está em perfeita consonância com a missão institucional do Observatório Nacional.



Muito obrigado pela atenção!