

Examen scris la Algebră liniară și geometrie

MCT și ROB

2 februarie 2018, ora 14, sala ACB

Fără parțial

1. Spații euclidiene (definiții, exemple, proprietăți).
2. Fie $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ o aplicație liniară care are matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

relativ la baza canonică $\mathcal{B} = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$.

- a) Determinați câte o bază și dimensiunea pentru $\text{Ker } f$ și $\text{Im } f$;
- b) Determinați valorile proprii și vectorii proprii pentru f ;
- c) Stabiliți dacă f este un endomorfism diagonalizabil.

Cu parțial

1. Produse de vectori liberi în spațiu (definiții, proprietăți).
2. Fie punctul $A(1, 1, 1)$ și dreapta d de ecuații scalare parametrice:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbf{R}.$$

- a) Calculați $d(A, d)$;
- b) Scrieți ecuația unui plan π care trece prin A și este perpendicular pe dreapta d ;
- c) Scrieți ecuațiile planelor tangente la elipsoidul $E : x^2 + y^2 + 2z^2 - 1 = 0$ și care sunt perpendiculare pe dreapta d .

Subiecte comune

3. Fie punctele $A(1, 0, 1)$, $B(-1, 1, 1)$, $C(-1, 2, 1)$, $D(0, 1, 2)$.
 - a) Verificați dacă A , B , C sunt puncte necoliniare;
 - b) Verificați dacă A , B , C , D sunt puncte necoplanare;
 - c) Calculați $d(A, (BCD))$.
4. Fie cuadrica $\Gamma : x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 4y - 4z = 0$.
 - a) Calculați δ și Δ ;
 - b) Arătați că Γ este o sferă și determinați coordonatele centrului și raza;
 - c) Scrieți ecuația planului tangent și ecuațiile normalei la Γ în punctul O .