Examen scris la Algebră liniară, geometrie analitică şi diferenţială

Grupa **AIA 1.1**, 1 februarie 2017, ora 11, ACB

Fără parţial

1. Operatori simetrici (definiţie, exemple, proprietăţi (3), o dem)

[barem: 1p of. + 2p def. + 1p ex. + 3p enunţuri trei propr. + 3p o dem]

2. Fie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o aplicaţie liniară care are matricea $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, relativ la baza canonică $\mathcal{B} = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$.

a) Determinaţi câte o bază şi dimensiunea pentru $Ker\ f$ şi $Im\ f$;

b) Are loc $Ker\ f \oplus Im\ f = \mathbb{R}^3$? Justificaţi răspunsul!

c) Dacă $\bar{a}_1 = (1, 1, 0)$, $\bar{a}_2 = (0, 1, -1)$ şi $V = \mathcal{L}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$, atunci determinaţi $f(V)$.

Cu parţial

1. Distanţe în spaţiu (formule, o demonstraţie)
[barem: 1p of. + 4p formule + 5p o dem]

2. Fie punctele $A(1, -1, 1)$, $B(1, 0, 1)$, $C(-1, 2, 1)$, $D(0, 1, 2)$.
a) Arătaţi că punctele A, B, C, D sunt necoplanare;
b) Calculaţi $d(A, (BCD))$;
c) Calculaţi $d(AB, CD)$.

Comune

3. Fie punctul $A(1, -1, 0)$ şi dreapta d, de ecuaţii scalare parametrice:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$$

a) Scrieţi ecuaţiile unei drepte h care trece prin A şi este paralelă cu d;
b) Calculaţi distanţa de la punctul A la dreapta d;
c) Scrieţi ecuaţia unui plan π care trece prin A şi este perpendicular pe d.

4. Fie cuadrica Γ, de ecuaţie carteziană:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 2x + 2y + 2z + 1 = 0.$$

a) Calculaţi δ şi Δ. Recunoaşteţi cuadrica;
b) Scrieţi ecuaţia planului tangent la Γ în punctul $A(1, -1, -1)$;
c) Scrieţi ecuaţiile normalei la Γ în punctul $A(1, -1, -1)$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10, nota 1 fiind din oficiu. Nota pe lucrare este media aritmetică a notelor celor patru subiecte. Timp de lucru 2 ore.