

Fără parțial

1). Inegalitatea lui Cauchy (enunț + demonstrație). Definiția unghiului

2) Fie $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o aplicație liniară care are matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ relativ la baza $\mathcal{B} = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

a) Scrieți ecuațiile lui f și expresia analitică a lui f relativ la \mathcal{B}

b) $\text{Ker } f \oplus \text{Im } f = \mathbb{R}^3$?

c) Determinați valorile proprii și vectorii proprii ai lui f .

Cu parțial

1). Distanța de la un punct la o dreaptă. Unghiul a două drepte. Poziția relativă a două drepte în spațiu.

2). Fie punctele $A(1, -1, 1), B(1, 0, 1), C(-1, 2, 1), D(0, 1, 2)$.

a) Arătați că punctele A, B, C, D sunt necoplanare

b) Calculați $d(A, (BCD))$

c) Calculați $d(AB, CD)$.

Comune

3). Se dau: punctul $A(1, 1, 0)$, dreapta δ definită prin $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ și elipsoidul (E) de ecuație $x^2 + y^2 + 2z^2 - 1 = 0$

a) Calculați $d(A, \delta)$

b) Determinați coordonatele $pr_{\delta} A$

c) Scrieți ecuațiile planelor tangente la (E) care sunt $\perp \delta$.

4). Fie curba $\gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ y^2 + z^2 - 1 = 0 \end{cases}$

a) Arătați că ecuațiile: $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = \cos t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ reprezintă un drum parametrizat al cărui suport coincide cu curba γ

b) Determinați versorii triedrului Frenét asociat curbei γ în punctul $M(t=0)$.

c) Scrieți ecuațiile axelor și fețelor triedrului Frenét în $M(1, 0, 1)$.