Lucrare scrisă la examenul de algebră liniară, geometrie analitică şi diferenţială

gr. 10.108

07 feb. 2015

Fără parţial

1). Spaţii euclidiene (def. ex. propr.) [1p+3p+1p+1p+1p+3p dem]

2). Fie $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ o aplicaţie liniară care are expresia analitică

$$f(\bar{x})=(x_1+x_2+x_3\,,x_1+x_2+x_3\,,x_1+x_2+x_3\,)\quad \forall\,\bar{x}=(x_1\,,x_2\,,x_3)\in\mathbb{R}^3$$

a)Determinaţi matricea lui f relativ la baza $\mathcal{B}=(\bar{e}_1\,,\bar{e}_2\,,\bar{e}_3)$

b)Arătaţi că $Ker\ \ f\oplus Im\ \ f=\mathbb{R}^3$.

c)Determinaţi valorile proprii şi vectorii proprii pentru f

Cu parţial

1). Perpendiculara comună a două drepte necoplanare. Distanţa dintre două drepte necoplanar.

2). Fie punctul $A(1,1,0)$, dreapta δ de ecuaţii parametrice $\begin{cases}x=1+t\\ y=1-t \quad t\in\mathbb{R}\\ z=2t\end{cases}$

a) Calculaţi $d(A\,,\delta)$

b) Scrieţie ecuaţia unui plan π, astfel ca $\pi\perp\delta$ şi $O\in\pi$.

c) Scrieţi ecuaţiile planelor tangente la elipsoidul $(\mathcal{E})$: $x^2+y^2+2z^2-1=0$ care sunt perpendiculare pe dreapta δ.

Comune

3) Fie punctele $A(1,0,1)\,,B(-1,1,1)\,,C(-1,2,1)\,,D(0,1,2)$

a) Verificaţi dacă A, B, C sunt puncte necolineare

b) Verificaţi dacă A, B, C, D sunt puncte necoplanare

c) Calculaţi $d(A\,,(BCD))$.

4) Fie cuadrica

$$\Gamma:\quad x^2+y^2+z^2-2x+2y+4z=0$$

a) Arătaţi că Γ este o sferă şi calculaţi coordonatele centrului ei şi raza ei

b) Scrieţi ecuaţia planului tangent la Γ în punctul O.

c) Scrieţi ecuaţiile normalei la sfera Γ în punctul O.

indicaţii: Γ: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2-R^2=0$

$\Gamma=S(C(x_0\,,y_0,z_0)\,,R)$