Examen Parţial

Algebră liniară, geometrie analitică şi diferenţială

12.12.2018
grupa ELA

1 Operatori simetrici (definiţie, exemple, 3 proprietăţi, 1 dem.) (1+2+1+3+3p)

2 Fie $f \in End\left(I\!R^3\right)$ care are, relativ la baza canonică, matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Determinaţi câte o bază şi dimensiunea pentru $Ker\ f$ şi $Im\ f$.

b) Are loc $Ker\ f \oplus Im\ f = I\!R^3$? Justificaţi răspunsul.

c) Dacă $V = \mathcal{L}\left(2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 3\bar{e}_3, \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3\right)$, atunci să se determine $f\left(V\right)$ şi $\left(f(V)\right)^{\perp}$.

3 Dacă $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ este matricea aplicaţiei liniare $f : I\!R^3 \longrightarrow I\!R^3$ relativ la baza canonică, atunci se cer:

a) Valorile proprii pentru f.

b) Vectorii proprii pentru f.

c) Este f diagonalizabil? Justificaţi răspunsul.

4 Fie forma pătratică $f : I\!R^3 \longrightarrow I\!R$,
$f\left(\bar{x}\right) = 3\left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 + 3\left(x^2\right)^2 + 2x^2x^3 + 3\left(x^3\right)^2 + 2x^1x^3$, $(\forall)\left(x^1, x^2, x^2\right) \in I\!R^3$.

a) Determinaţi o formă canonică pentru f.

b) Determinaţi baza coresunzătoare formei canonice găsite la a).

c) Determinaţi o bază ortonormată în spaţiul euclidian canonic $I\!R^3$ faţă de care f are forma canonică găsită la punctul a).