Examen scris la Algebră liniară şi geometrie

AIA 1.2, ISM 1.1

30 ianuarie 2018, ora 11, sala ACB

Fără parţial

1. Inegalitatea lui Cauchy. Inegalitatea lui Minkowski (enunţuri, o demonstraţie).

2. Fie $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ o aplicaţie liniară care are matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

relativ la baza canonică $\mathcal{B} = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$.

a) Determinaţi câte o bază şi dimensiunea pentru $Ker\, f$ şi $Im\, f$;

b) Determinaţi valorile proprii şi vectorii proprii pentru f;

c) Stabiliţi dacă f este un endomorfism diagonalizabil.

Cu parţial

1. Distanţe în spaţiu (formule, o demonstraţie).

2. Fie punctul $A(1, -1, 0)$ şi dreapta d de ecuaţii scalare parametrice:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}, \ t \in \mathbf{R}.$$

a) Scrieţi ecuaţia planului π_1 care trece prin A şi este perpendicular pe dreapta d;

b) Scrieţi ecuaţia planului π_2 care conţine punctul A şi dreapta d;

c) Scrieţi ecuaţiile planelor tangente la elipsoidul $E :\ x^2 + y^2 + 2z^2 - 1 = 0$ şi care sunt perpendiculare pe dreapta d.

Subiecte comune

3. Fie punctele $A(1, -1, 1)$, $B(1, 0, 1)$, $C(-1, 2, 1)$, $D(0, 1, 2)$.

a) Verificaţi dacăA, B, C sunt puncte necoliniare;

b) Verificaţi dacă A, B, C, D sunt puncte necoplanare;

c) Calculaţi $d(A, BC)$ şi $d(D, (ABC))$.

4. Fie cuadrica $\Gamma :\ x^2+y^2+z^2-5x-4y-4z = 0$ şi planul $\pi :\ x+2y-2z = 0$.

a) Arătaţi că Γ este o sferă şi determinaţi coordonatele centrului şi raza;

b) Arătaţi că planul π intersectează sfera Γ după un cerc γ şi determinaţi coordonatele centrului acestui cerc şi raza lui;

c) Scrieţi ecuaţia planului tangent şi ecuaţiile normalei la Γ în punctul O.