Examen scris la Algebră liniară şi geometrie

Grupa **CR 1.2**, 3 februarie 2017, ora 14, ACB

Fără parţial

1. Complementul ortogonal al unui subspaţiu al unui spaţiu euclidian (definiţii, două proprietăţi, o demonstraţie) [1p + 2p def. + 3p propr. + 4p dem]

2. Fie $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ o aplicaţie liniară care are matricea $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ relativ la baza canonică. Să se determine:
a) Valorile proprii pentru f;
b) Vectorii proprii pentru f;
c) Calculaţi A^n, $n \in \mathbb{N}^*$.

Cu parţial

1. Produs scalar, produs vectorial, produc mixt (definiţii, formule, proprietăţi) [1p + 3p + 3p +3p]

2. Fie punctele $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$, $D(1,1,1)$.
a) Arătaţi că punctele A, B, C, D sunt necoplanare;
b) Calculaţi volumul tetraedrului $OABC$;
c) Calculaţi $d\,(D,(ABC))$.

Comune

3. Fie punctul $A(1,0,1)$ şi dreapta d, de ecuaţii scalare parametrice:

$$\begin{cases} x &= \quad 1+t \\ y &= -1+2t \\ z &= \quad t \end{cases}, \; t \in \mathbb{R}$$

a) Calculaţi distanţa de la punctul A la dreapta d;
b) Scrieţi ecuaţia planului π care conţine punctul A şi dreapta d;
c) Găsiţi coordonatele proiecţiei ortogonale a punctului A pe dreapta d.

4. Fie cuadrica Γ, de ecuaţie carteziană:

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 4x + 4y + 4z + 2 = 0.$$

a) Calculaţi δ şi Δ. Recunoaşteţi cuadrica!
b) Scrieţi ecuaţia planului tangent la Γ în punctul $A(0,0,-1)$;
c) Scrieţi ecuaţiile planelor tangente la Γ care sunt paralele cu planul xOy.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10, nota 1 fiind din oficiu. Nota pe lucrare este media aritmetică a notelor celor patru subiecte. Timp de lucru 2 ore.