REFUERZO DE CONTROL AUTOMATICO

Pregunta 1

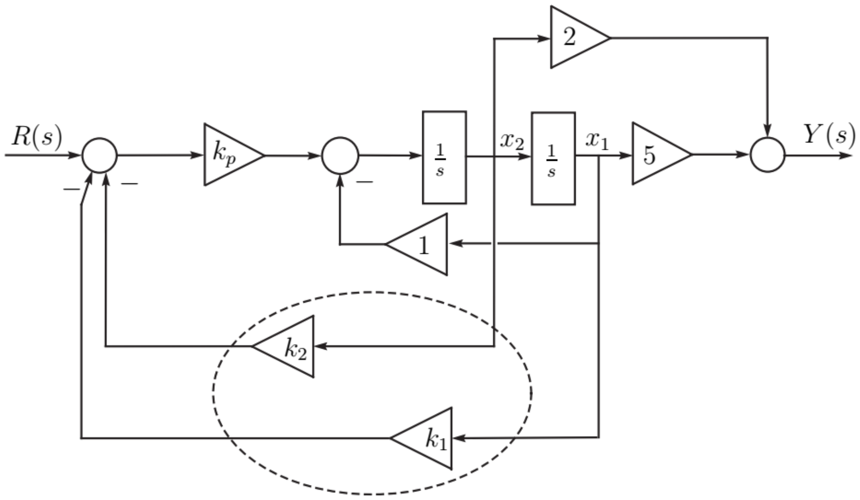
Tenemos la planta:

$$G(s) = \frac{2s+5}{s^2+1}$$

Queremos polos en -1 y -2, es decir:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2s+5}{(s+1)(s+2)} = \frac{2s+5}{s^2+3s+2}.$$

El diagrama de bloques equivalente es:



Solución

Del diagrama notamos que:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + k_p(-k_2x_2 - k_1x_1 + r(t)),$$
$$\dot{x}_2 = -(1 + k_pk_1)x_1 - k_pk_2x_2 + k_pr(t), \quad y = 2x_2 + 5x_1.$$

El sistema deseado es:

$$(s^2 + 3s + 2)Y(s) = (2s + 5)R(s) \Rightarrow \ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 2\dot{r} + 5r.$$

o en la forma de espacio de estados:

$$\left\{ \begin{array}{c} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right] r.$$

notamos que:

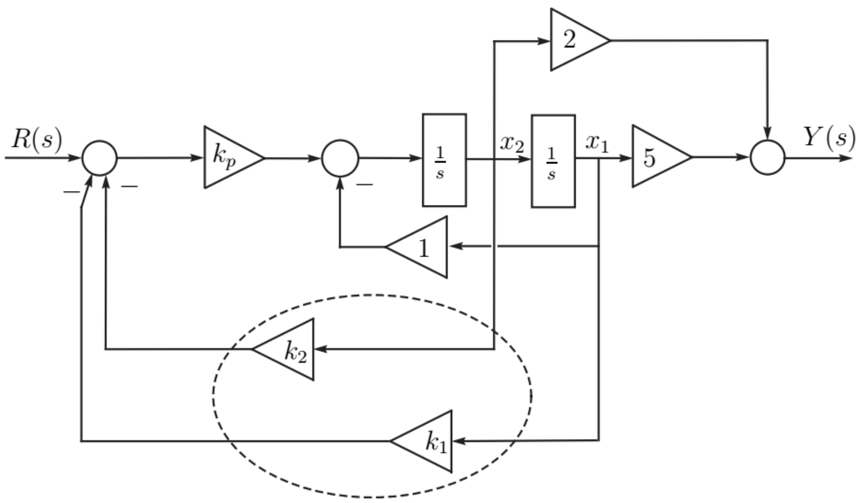
$$\dot{x}_1 = x_2 \quad e \quad \dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + r.$$

Por comparación notamos que:

$$1 + k_pk_1 = 2, \quad -k_pk_2 = -3, \quad k_p = 1,$$

Entonces

$$k_1 = 1,\ k_2 = 3,\ k_p = 1$$



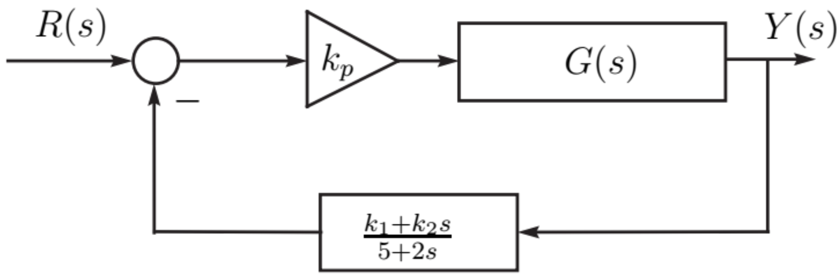
Segunda forma de resolver este problema:
Del diagrama de bloques tenemos:

$$Y(s) = 5X_1(s) + 2X_2(s) = 5X_1(s) + 2sX_1(s) = (5 + 2s)X_1(s),$$

$$\mathbf{KX}(s) = k_1X_1(s) + k_2X_2(s) = (k_1 + k_2s)X_1(s),$$

$$H_{eq}(s) = \frac{\mathbf{KX}(s)}{Y(s)} = \frac{(k_1 + k_2s)X_1(s)}{(5 + 2s)X_1(s)} = \frac{k_1 + k_2s}{5 + 2s}.$$

Este sistema puede ser representado mediante el diagrama de bloques:
De la figura, la función de transferencia en malla cerrada es:



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_p(\frac{2s+5}{s^2+1})}{1 + k_p(\frac{2s+5}{s^2+1})(\frac{k_1+k_2s}{5+2s})} = \frac{k_p(2s + 5)}{s^2 + k_pk_2s + (1 + k_pk_1)},$$

Comparando con la función de transferencia deseada notamos que:

$$k_1 = 1,\ k_2 = 3,\ k_p = 1$$