

# Algoritem potisni-povišaj za iskanje maksimalnega pretoka

Marcel Čampa

Fakulteta za matematiko in fiziko

10. maj 2017

**Definicija 1** ***Graf**  $G$  je par množic  $G = (V, E)$ , kjer je  $V$  množica vozlišč grafa,  $E$  pa je množica povezav grafa  $G$ .*

**Definicija 2** *Naj bo  $G = (V, E)$  graf. **Omrežje** na grafu  $G$  je par  $(G, c)$ , kjer je  $c: V \times V \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{\infty\}$  **funkcija prepustnosti**, ki vsaki povezavi  $(u, v)$  priredi njeno prepustnost  $c(u, v)$ . Prepustnost  $c(u, v) = \infty$  natanko tedaj, ko prepustnost povezave ni omejena.*

Rekli bomo še, da  $c(u, v) = 0$  natanko tedaj, ko povezava ne obstaja.

**Definicija 3** Naj bo  $G = (V, E)$  graf in  $(G, c)$  omrežje na grafu  $G$ . **Pretočno omrežje** na omrežju  $(G, c)$  je četverica  $(G, c, s, t)$ , kjer je  $s \in V$  začetno vozlišče pretočnega omrežja, rečemo mu **izvir**,  $t \in V$  pa končno vozlišče pretočnega omrežja, ki mu pravimo **ponor**.

Ponavadi pišemo pretočno omrežje kar kot  $G = (V, E, s, t)$ . Pri tem namreč privzemamo, da imamo neko funkcijo prepustnosti  $c$ .

**Definicija 4** *Psevdopretok* je funkcija  $f: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ , ki zadošča pogojem

1. Za vsaki vozlišči  $u, v \in V$  velja  $f(u, v) = -f(v, u)$ .
2. Za vsaki vozlišči  $u, v \in V$  velja  $f(u, v) \leq c(u, v)$ , kjer je  $c$  funkcija prepustnosti.

**Definicija 5** *Funkcija presežka* za psevdopretok  $f$  je funkcija  $e_f: V \rightarrow \mathbb{R}$ , definirana z  $e_f(u) = \sum_{v \in V} f(v, u)$ . Če je  $e_f(u) > 0$ , pravimo, da je  $u$  **v presežku**.

**Definicija 6** *Residualna prepustnost* povezave glede na trenuten psevdopretok  $f$  je funkcija  $c_f: V \times V \rightarrow \mathbb{R}_+$ , definirana kot razlika prepustnosti povezave in trenutnega toka preko nje. Velja torej  $c_f(u, v) = c(u, v) - f(u, v)$ .

**Definicija 7** *Predpretok*  $f$  je tak psevdopretok, v katerem za vsak  $v \in V \setminus \{S\}$  velja, da je neto tok, ki priteče v vozlišče  $v$ , nenegativen, torej da velja  $e_f(v) \geq 0$ .

**Definicija 8** *Pretok*  $f$  je tak psevdopretok, v katerem za vsak  $v \in V \setminus \{s, t\}$  velja, da je neto tok, ki priteče v vozlišče  $v$ , enak nič, torej da velja  $e_f(v) = 0$ .

**Definicija 9** *Vrednost pretoka*  $f$  je tok, ki vstopa v ponor  $t$ . Označimo ga z  $|f|$ . Velja torej  $|f| = e_f(t)$ .

**Definicija 10** *Maksimalni pretok* je pretok  $f$ , za katerega velja

$$|f| = \max_{f_i} |f_i|.$$