

El teorema de los cuatro colores

Introducción a la matemática discreta CM – 254

C. Aznarán Laos

F. Cruz Ordoñez

G. Quiroz Gómez

J. Navío Torres

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional de Ingeniería

18 de junio del 2018

Índice analítico

1 Introducción

- El problema de los cuatro colores

2 Un poco de historia

- Formulación de la conjetura
- Primer intento de demostración: Las cadenas de Kempe
- Idea clave: La reducibilidad de mapas de Birkhoff
- Demostración de Appel y Haken
- Demostración de Robertson y col.

3 Aplicaciones

- Juego Hex

4 Conclusiones

- Importancia del teorema para los matemáticos

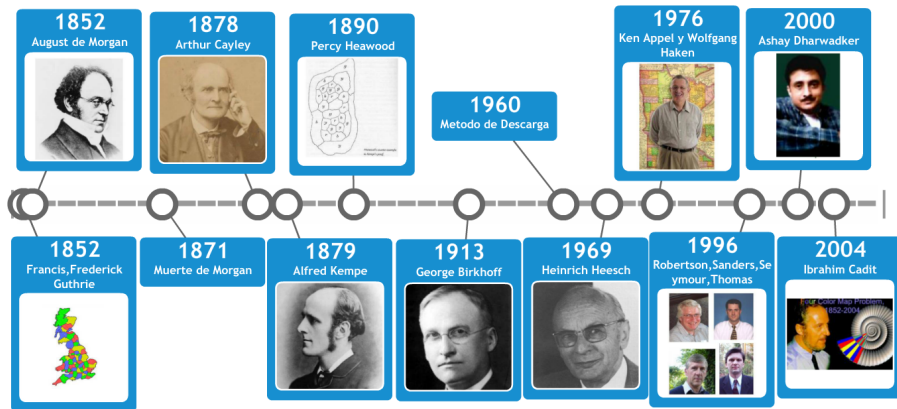
Índice analítico

- 1 Introducción
 - El problema de los cuatro colores
- 2 Un poco de historia
- 3 Aplicaciones
- 4 Conclusiones

TIMELINE

Teorema de 4 Colores

By: jose



Introducción

¿Qué dice la conjetura?

Bastan cuatro colores para colorear un mapa geográfico plano, de modo que dos países con frontera común tengan colores diferentes.



Figura: Mapa político coloreado

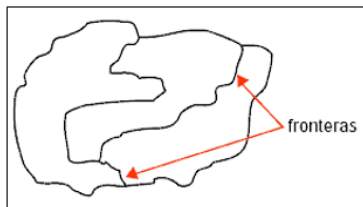
Mapa conexo

Un mapa es conexo^a y cada una de sus regiones también es conexa.

^ade una pieza

Introducción

Dos regiones no pueden tocarse solo en un punto, y así, se pueden ignorar regiones con una única línea frontera.



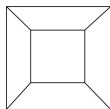
Es un problema topológico: no importa la forma de las regiones, sino como están colocadas unas respecto a otras.

Introducción

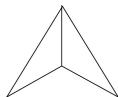
Leonhard Euler

Fórmula de Euler para mapas:

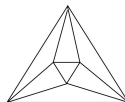
$$\# \text{caras} - \# \text{aristas} + \# \text{vértices} = 2.$$



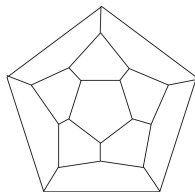
Cubo



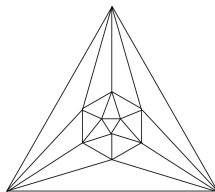
Tetraedro



Octaedro



Dodecaedro



Icosaedro

1 Introducción

2 Un poco de historia

■ Formulación de la conjetura

■ Primer intento de demostración: Las cadenas de Kempe

■ Idea clave: La reducibilidad de mapas de Birkhoff

■ Demostración de Appel y Haken

■ Demostración de Robertson y col.

3 Aplicaciones

4 Conclusiones

Un poco de historia

Francis Guthrie (1839-1899)

Abogado y botánico, observa que puede colorear un mapa complejo de los cantones de Inglaterra con 4 colores. En 1852, enuncia el problema a su hermano Frederick (University College London) y a éste a Augustus de Morgan. Francis Guthrie observa que 3 colores no son suficientes, con el diagrama crítico:

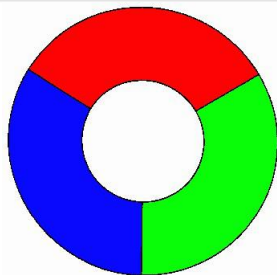


Figura: Diagrama Crítico

Hola

1 Introducción

2 Un poco de historia

- Formulación de la conjetura
- Primer intento de demostración: Las cadenas de Kempe
- Idea clave: La reducibilidad de mapas de Birkhoff
- Demostración de Appel y Haken
- Demostración de Robertson y col.

3 Aplicaciones

4 Conclusiones

Índice analítico

1 Introducción

2 Un poco de historia

- Formulación de la conjetura
- Primer intento de demostración: Las cadenas de Kempe
- Idea clave: La reducibilidad de mapas de Birkhoff
- Demostración de Appel y Haken
- Demostración de Robertson y col.

3 Aplicaciones

4 Conclusiones

1 Introducción

2 Un poco de historia

- Formulación de la conjetura
- Primer intento de demostración: Las cadenas de Kempe
- Idea clave: La reducibilidad de mapas de Birkhoff
- Demostración de Appel y Haken
- Demostración de Robertson y col.

3 Aplicaciones

4 Conclusiones

1 Introducción

2 Un poco de historia

- Formulación de la conjetura
- Primer intento de demostración: Las cadenas de Kempe
- Idea clave: La reducibilidad de mapas de Birkhoff
- Demostración de Appel y Haken
- Demostración de Robertson y col.

3 Aplicaciones

4 Conclusiones

Un poco de historia

Fechas importantes

- 1852: Francis Guthrie plantea el problema a su hermano Frederick y éste a Augustus de Morgan.
- 1878: Arthur Cayley publica el enunciado de la conjetura.
- 1879: Sir Alfred Bray Kempe publica su demostración.
- 1913: George Birkhoff introduce la noción de configuración reducible.
- 1960: Se introduce el llamado método de descarga.
- 1969: Avances de Heinrich Heesch en reducibilidad y obtención de conjuntos inevitables de configuraciones.
- 1976: Ken Appel y Wolfgang Haken prueban con ayuda de un ordenador que sus 1.482 configuraciones son reducibles (50 días de cálculo).
- 1996: N. Robertson, D.P. Sanders, P. Seymour y R. Thomas mejoran la demostración con ayuda de ordenador (sólo 633 configuraciones) y automatizan la prueba de la inevitabilidad.

Un poco de historia

August de Morgan

Difusión del teorema

Augustus de Morgan (1806-1871) estaba muy interesado en la conjetura de los 4 colores y difundió entre sus colegas su importancia. Una de las primeras personas con las que “habló” fue con el matemático y físico irlandés Sir William Rowan Hamilton (1805-1865), que no compartía el interés de De Morgan por el problema. Le escribe una carta el 23 de octubre de 1852.

Respuesta de Hamilton

Cuatro días después, Hamilton le contesta: “I am not likely to attempt your “quaternion” of colours very soon”.

Un poco de historia

Primera demostración

Kempe se interesa por el problema de los 4 colores tras la pregunta de Cayley en la London Mathematical Society.

En junio de 1879 obtiene su solución del teorema de los 4 colores y lo publica en el Amer. Journal of Maths. En 1880, publica unas versiones simplificadas de su prueba, donde corrige algunas erratas de su prueba original, pero deja intacto el error fatal.

Un poco de historia

El error fatal

Un poco de historia

Demostración definitiva

- 1 Introducción
- 2 Un poco de historia
- 3 Aplicaciones
 - Juego Hex
- 4 Conclusiones

Referencias I

■ Libros



Rudolf Fritsch y Gerda Fritsch. *The Four-Color Theorem: History, Topological Foundations, and Idea of Proof*. Springer, 1998, págs. 1-41.



Jiří Matoušek y Jaroslav Nešetřil. *Invitation to Discrete Mathematics*. Oxford University Press, 2009, págs. 206-214.

■ Artículos matemáticos



Alfred Bray Kempe. “On the Geographical Problem of the Four Colours”. En: *American Journal of Mathematics* 2.3 (1879), págs. 193-200.



George D. Birkhoff. “The Reducibility of Maps”. En: *American Journal of Mathematics* 35.2 (1913), págs. 115-128.

Referencias II



Kenneth Appel y Wolfgang Haken. "The Solution of the Four-Color-Map Problem". En: *Scientific American* 237.4 (1977), págs. 108-121.



Neil Robertson y col. "The four-colour theorem". En: *journal of combinatorial theory, Series B* 70.1 (1997), págs. 2-44.



V. Vilfred Kamalappan. "The four color theorem: a new proof by induction". En: (2017).

■ Sitios web



Combinatorics y Optimization University of Waterloo. *SiGMa 2017 Paul Seymour, Rainbow induced paths in graphs with large chromatic and small clique number*. 2017. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=CnxmwDuYpX8> (visitado 30-11-2017).

Referencias III



Robin Thomas. *The Four Color Theorem*. 2017. URL:
<http://people.math.gatech.edu/~thomas/FC/> (visitado
01-06-2018).

- 1 Introducción
- 2 Un poco de historia
- 3 Aplicaciones
- 4 Conclusiones
 - Importancia del teorema para los matemáticos

Hola hola