

Problema de Alocação

Isabel de Castro Cordeiro

2021

1 Modelagem matemática

O problema de alocação de recursos envolve n tarefas e n agentes, tal que cada tarefa é executada por um único agente e cada agente executa uma única tarefa. A execução da tarefa j pelo agente i tem um custo c_{ij} . O problema, então, consiste em designar as tarefas aos agentes de modo a minimizar o custo total.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o agente } i \text{ for designado a tarefa } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

O modelo que representa o problema é dado por:

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n. \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

A função objetivo 2 minimiza o custo total de designação de tarefas a agentes. As restrições 3 e 4 asseguram que cada tarefa j é designada a um único agente, e cada agente i executa exatamente uma tarefa. A restrição 5 indica o tipo das variáveis.

Exemplo:

Uma empresa de desenvolvimento de software possui atualmente quatro projetos de programação a serem desenvolvidos; A empresa perguntou a 4 programadores quanto estariam dispostos a receber para realizar cada um dos projetos;

Devemos determinar a qual projeto cada programador deve ser alocado.

		Projeto	Projeto	Projeto	Projeto
		1	2	3	4
Programador	1	1	4	6	3
Programador	2	9	7	10	9
Programador	3	4	5	11	7
Programador	4	8	7	8	5

A função objetivo final será:

$$\begin{aligned} \min z = & x_{11} + 4x_{12} + 6x_{13} + 3x_{14} \\ & + 9x_{21} + 7x_{22} + 10x_{23} + 9x_{24} \\ & + 4x_{31} + 5x_{32} + 11x_{33} + 7x_{34} \\ & + 8x_{41} + 7x_{42} + 8x_{43} + 5x_{44} \end{aligned} \quad (6)$$

s.a.

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 1 \\x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 1 \\x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 1 \\x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} &= 1 \\x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 1 \\x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 1 \\x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 1 \\x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 1\end{aligned}\tag{7}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, 3, 4.\tag{8}$$

As restrições limitam que cada programador possa realizar somente uma tarefa e cada projeto só possa ser realizado por somente um programador.

1.1 Algoritmo Guloso

Este método possui uma estratégia muito simples: para cada agente se escolhe a melhor associação (a que possui o menor custo) e em seguida a elimina da lista de tarefas livres. Isto é feito da seguinte maneira: é feito um *loop* que percorre as linhas (que correspondem aos agentes) da matriz de custos. Dentro deste *loop*, há um outro para percorrer a lista de tarefas disponíveis. Para cada tarefa, avalia-se o seu custo com o agente que está sendo alocado e guarda-se o menor destes custos, e a respectiva tarefa. Ao avaliar todas as tarefas disponíveis, a que tem menor custo é associada ao agente e removida da lista de tarefas. Assim continua até que todos os agentes sejam alocados às tarefas.