

Классификация изображений MNIST с использованием сигмоидальной нейронной сети

Чуриков Никита

4 декабря 2016 г.

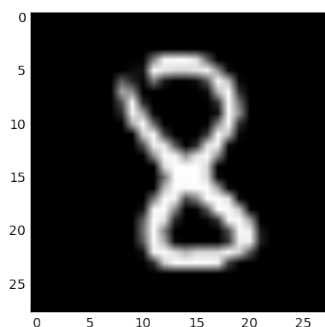
Аннотация

Этот текст описывает нейронную сеть реализованную для классификации рукописных чисел из датасета MNIST. Была использована нейронная сеть с сигмоидальной функцией активации и одним скрытым слоем. Был получен результат 95% правильных предсказаний на тестовой выборке.

1 Вступление

1.1 Постановка задачи

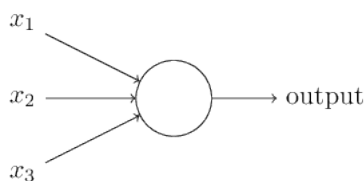
Дан набор чётных изображений (28x28) в виде вектора размерности 784 и соответствующий им набор бинарных векторов размерности 9, где 1 на соответствующем индексе обозначает какое число на изображении. Будем решать эту задачу с помощью нейронной сети с сигмоидальной функцией активации.



2 Описание нейронной сети

2.1 Перцептрон

Перцептрон – простейшая модель нейронной сети. принимает на вход вектор x и на выходе получается некоторый бинарный результат.



Для каждого x_i есть соответствующий вес w_i . С их помощью определяется выход по следующему правилу:

$$output = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_j w_j x_j + b \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

В описанной выше формуле, b = -пороговое значение (bias).

2.2 Сигмоид

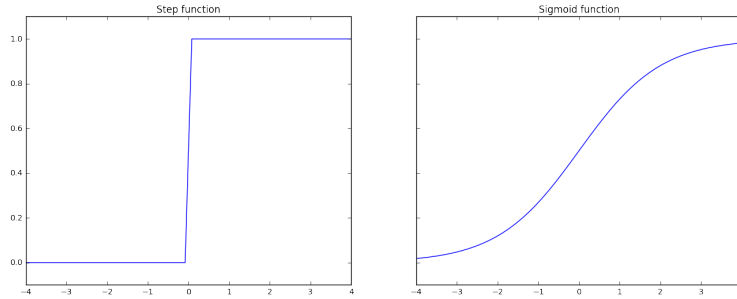
В предыдущей секции ответ получался в виде 0 или 1. *Сигмоид* же выдает результат от 0 до 1. Он определяется следующим образом:

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + \exp^{-z}} \quad (2)$$

Т.е. получается, что при малых изменениях w получаются малые изменения, в отличие от простой суматорной функции. И в итоге мы получаем гладкую функцию которую можно очень просто дифференцировать:

$$\sigma'(z) = \sigma(z)(1 - \sigma(z)) \quad (3)$$

И график сигмоиды очень похож на предыдущую функцию активации:



Поэтому изменение выхода можно посчитать по формуле:

$$\Delta output = \sum_j \frac{\delta output}{\delta w_j} \Delta w_j + \frac{\delta output}{\delta b} \Delta b \quad (4)$$

2.3 Архитектура нейронной сети

Нейронная сеть имеет один входной слой (*input layer*) один выходной слой (*output layer*) и один или несколько скрытых слоёв (*hidden layers*). Скрытый слой означает лишь то, что слой не является ни выходом ни входом сети. Значением с выходного узла нейронной сети будет величина от 0 до 1. Например, если у нас есть черно-белое изображение 28×28 , то мы можем представить его в виде вектора $28 \times 28 = 784$ из значений от 0 до 1. Это будут входные сигналы. И по таким векторам мы получим значение с выходного нейрона будет ли изображение 8кой или нет. Да, если значение на выходе больше 0.5 и нет если меньше.

Также, для решения будем использовать сеть прямого распространения (т.е. нет цикла на узлах, как в рекуррентных сетях), а для поиска градиента алгоритм обратного распространения ошибки (*back propagation*)

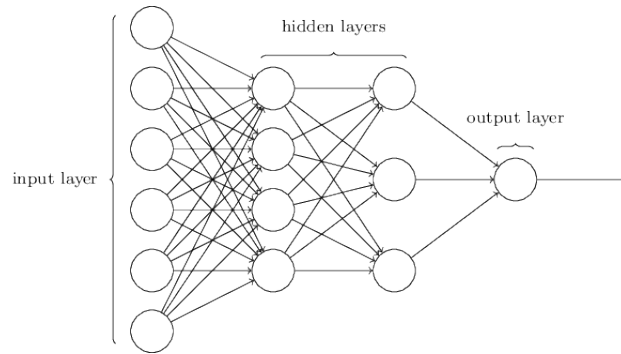


Рис. 1: сеть с одним входным слоем (*input layer*), одним выходным слоем (*output layer*) и двумя скрытыми слоями (*hidden layer*). Такая сеть будет называться *сетью с четырьмя слоями*.

3 Результаты

Была использована трехслойная нейронная сеть с 784 узлами во входном слое, 30 в скрытом слое и 10 в выходном слое.

Скорость градиентного спуска $\eta = 3$.

На обучение сети потребовалось 5 минут 59 секунд.

По прохождении 30 эпох получен следующий график ошибки:

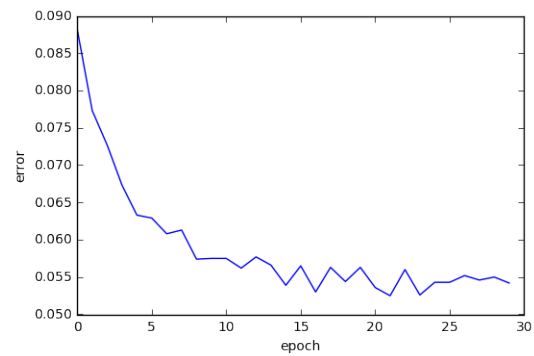


Рис. 2: График ошибки относительно эпох