

# 41

## *Vše o atomech*



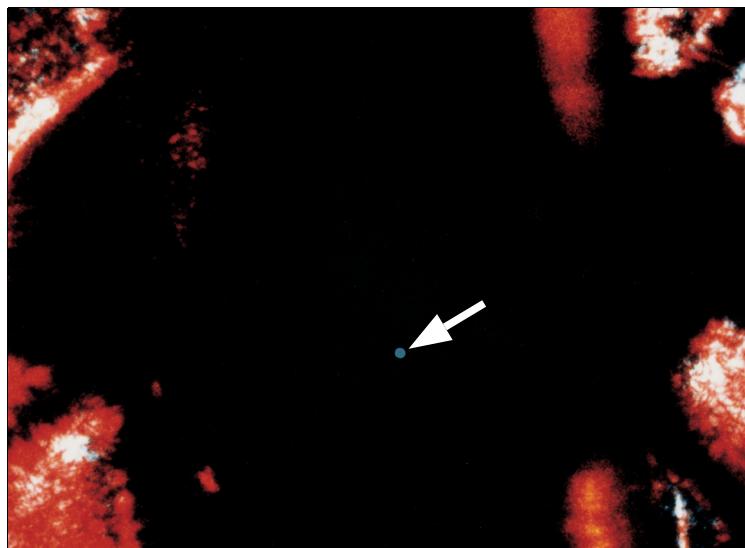
---

Lasery začaly sloužit jako nové zdroje světla v mnoha výzkumných laboratorních na celém světě krátce poté, co byly v šedesátých letech objeveny. Dnes jsou ale lasery doslova všudypřítomné, používáme je jak pro přenos hlasu a dat, tak pro vyměřování, svařování, ale i čtení čárových kódů v obchodech. Na fotografii je zachycena operace prováděná světlem z laseru vyvedeným optickými vlákny. Světlo z laseru, podobně jako světlo z většiny jiných zdrojů, má svůj původ v emisi světla atomy. Čím je tedy světlo z laserů tak zvláštní?

---

## 41.1 ATOMY A SVĚT KOLEM NÁS

Na začátku dvacátého století ještě řada předních vědců pochybovala o existenci atomů. Dnes již každý dobře informovaný člověk věří, že atomy existují a jsou základními stavebními kameny hmotného světa. Dnes dokonce můžeme uchopit jednotlivé atomy a posunovat s nimi. Tímto způsobem byla vytvořena kvantová hradba z úvodu kap. 40. Můžeme v ní spočítat všech 48 atomů železa, které na tomto obrázku vytvářejí pravidelný kruh. Můžeme dokonce vyfotografovat jednotlivé atomy emitující světlo. Například slabá modrá tečka uprostřed obr. 41.1 pochází od světla emitovaného jediným atomem barya (přesněji jeho iontem) uvězněným v „pasti“.



Obr. 41.1 Modrý bod na fotografií odpovídá světlu emitovanému jediným atomem barya (přesněji jeho iontem) uvězněným v „pasti“ (University of Washington, USA). Zachycený iont je nucen opakovaně emitovat světlo při kvantovém přechodu mezi stejnou dvojicí energiových hladin. Tečka pak představuje akumulovanou emisi mnoha fotonů.

## 41.2 NĚKTERÉ VLASTNOSTI ATOMŮ

Zdálo by se, že podrobnosti atomové fyziky jsou na hony vzdáleny našemu každodennímu životu. Avšak uvažme, na kolik následující vlastnosti atomů — tak základní, že o nich přemýšíme jen málokdy — ovlivňují náš způsob života.

**Atomy jsou stabilní.** V podstatě všechny atomy, které vytvářejí náš hmatatelný svět, existovaly beze změny miliardy let. Jak by svět vypadal, kdyby se všechny atomy měnily, například po několika týdnech či měsících?

**Atomy se sdružují.** Atomy se slučují do stabilních molekul. Mohou se také seskupovat a vytvářet pevné látky. V atomu převládá převážně prázdný prostor, přesto můžeme stát na podlaze — tvořené atomy — aniž bychom jí propadli.

Tyto základní vlastnosti atomů mohou být vysvětleny pomocí kvantové fyziky stejně jako tři další méně známé vlastnosti, které vysvětlíme v následujících odstavcích.

### Atomy lze seřadit systematicky

Obr. 41.2 ukazuje příklad opakující se vlastnosti prvků v závislosti na poloze prvku v periodické tabulce (dodatek G). Jedná se o graf **ionizační energie** prvků: zobrazuje energii nutnou k odejmutí nejslabější vázaného elektronu z neutrálního atomu v závislosti na zařazení příslušného prvku v periodické tabulce. Pozoruhodná podobnost chemických a fyzikálních vlastností prvků, nacházejících se ve stejných sloupcích periodické tabulky, dostatečně dokazuje, že atomy jsou sestaveny na základě systematických pravidel.

Prvky jsou v periodické tabulce uspořádány do šesti vodorovných **period**; kromě první začíná každá z period nalevo vysoce reaktivním alkalickým kovem (lithium, sodík, draslík atd.) a končí napravo chemicky inertním vzácným plynem (neon, argon, krypton atd.). Chemické vlastnosti prvků objasňuje kvantová fyzika. Počty prvků v jednotlivých šesti periodách jsou následující:

$$2, 8, 8, 18, 18, 32.$$

Tyto hodnoty kvantová fyzika rovněž předpovídá.

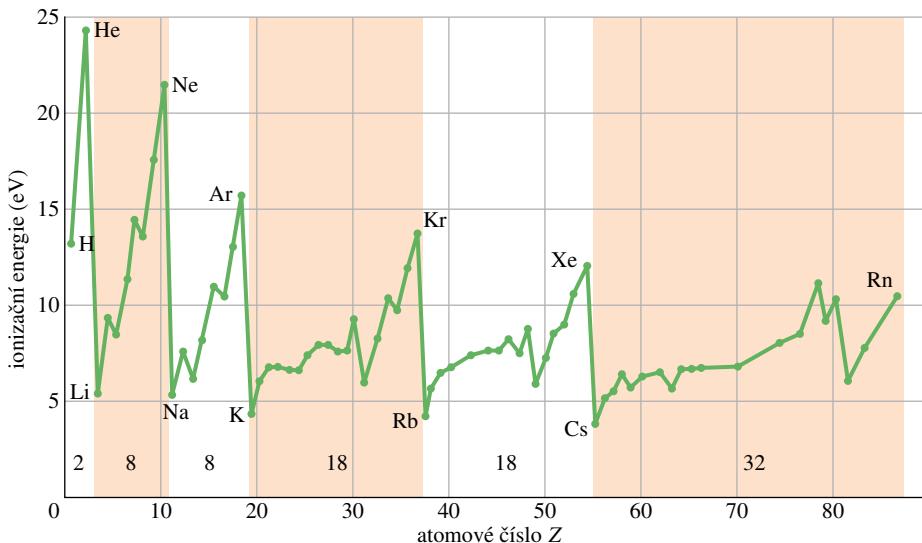
### Atomy emitují a absorbují světlo

Již jsme poznali, že atomy mohou existovat pouze v diskrétních kvantových stavech, kterým pak přísluší určitá energie. Atom může přejít z jednoho stavu do druhého za současné emise světla (při přechodu na nižší energiovou hladinu), nebo absorpcí světla (při přechodu na vyšší hladinu). Frekvence světla  $f$  je dána tzv. **Bohrovou frekvenční podmínkou**, postulovanou Bohrem ještě před příchodem moderní kvantové fyziky:

$$hf = E_v - E_n \quad (\text{Bohrova frekvenční podmínka}). \quad (41.1)$$

Zde  $E_v$  je energie vyššího kvantového stavu,  $E_n$  je energie nižšího kvantového stavu pro daný přechod,  $hf$  je energie fotonu emitovaného nebo absorbovaného světla.

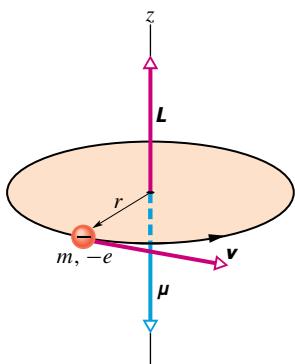
Problém určení frekvence světla vyzářeného nebo polceného atomem se tak redukuje na problém nalezení energie kvantových stavů atomu. Kvantová fyzika nám, alespoň v principu, umožňuje tyto energie vypočítat.



**Obr. 41.2** Závislost ionizačních energií prvků na jejich atomových číslech ukazuje, že vlastnosti prvků se pravidelně opakují v šesti vodorovných řádcích periodické tabulky prvků. V grafu jsou rovněž uvedeny počty prvků v jednotlivých řádcích periodické soustavy.

### Atomy mají moment hybnosti a vlastní magnetismus

Na obr. 41.3 je znázorněna záporně nabité částice (elektron) obíhající po kruhové dráze kolem nehybného středu (jádra atomu). Ze čl. 32.4 víme, že obíhající částice má jak moment hybnosti  $\mathbf{L}$ , tak magnetický dipólový moment  $\mu$  (protože je ekvivalentní malé proudové smyčce). Jak ukazuje obr. 41.3, jsou oba vektory  $\mathbf{L}$  a  $\mu$  kolmé na rovinu dráhy, ale vzhledem k zápornému znaménku náboje mají opačný směr.



**Obr. 41.3** Klasický model atomu znázorňuje částici o hmotnosti  $m$  a s nábojem  $-e$  pohybující se rychlostí  $\mathbf{v}$  po kružnici o poloměru  $r$ . Pohybující se částice má moment hybnosti  $\mathbf{L}$  dáný vztahem  $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ , kde  $\mathbf{p}$  je její hybnost  $m\mathbf{v}$ . Pohyb nabité částice po uzavřené kruhové dráze je ekvivalentní proudové smyčce, se kterou je spojen magnetický dipólový moment  $\mu$ , mířící do opačného směru než  $\mathbf{L}$ .

Model z obr. 41.3 je čistě klasický a nevyjadřuje přesně chování elektronu v atomu. V kvantové fyzice byl tento model pevné dráhy nahrazen pravděpodobnostním modelem,

nejlépe znázorněným pomocí bodového grafu z čl. 40.7. I v kvantové fyzice však stále obecně platí, že každý kvantový stav elektronu v atomu má určitý moment hybnosti  $\mathbf{L}$  a magnetický dipólový moment  $\mu$ , které jsou opačně orientovány. Tyto vektorové veličiny jsou spolu svázány.

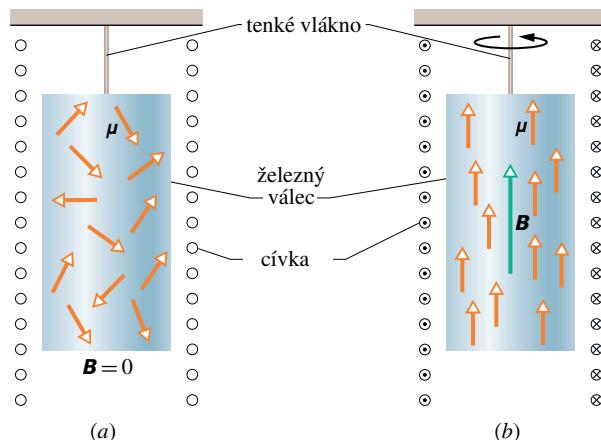
### Einsteinův-de Haasův pokus

V roce 1915, mnohem dříve než byla objevena kvantová fyzika, Albert Einstein a holandský fyzik W. J. de Haas uskutečnili chytrý pokus navržený tak, aby potvrdil existenci vzájemné vazby mezi momentem hybnosti a magnetickým dipólovým momentem jednotlivých atomů.

Einstein a de Haas zavěsili železný válec na tenké vlátko, jak ukazuje obr. 41.4a. Kolem válce pak umístili solenoid, který se však válce nedotýkal. Zpočátku míří magnetické dipóly  $\mu$  atomů ve válci náhodně do všech směrů, takže se jejich magnetický účinek navenek vyrůší (obr. 41.4a). Jakmile ovšem začne solenoidem protékat proud (obr. 41.4b) a vytvoří se tak magnetické pole  $\mathbf{B}$  orientované rovnoběžně s osou válce, zorientují se magnetické dipóly atomů železa tak, aby zaujaly směr daný pole  $\mathbf{B}$ . Pokud je moment hybnosti  $\mathbf{L}$  opravdu svázán s magnetickým dipólovým momentem  $\mu$ , pak toto natočení magnetických dipólů ve směru vnějšího magnetického pole  $\mathbf{B}$  musí mít za následek natočení momentů hybnosti jednotlivých atomů železa v opačném směru, než je směr tohoto pole.

Na válcu na počátku nepůsobí momenty vnějších sil; moment hybnosti válce si musí zachovat svou počáteční nulovou hodnotu. Zapneme-li však pole  $\mathbf{B}$ , natočí se vůči němu momenty hybnosti atomů nesouhlasně a tím udělují válci jako celku jistý výsledný nenulový moment hybnosti (orientovaný dolů na obr. 41.4b). Aby ovšem celkový

moment hybnosti zůstal zachován (a byl roven původní, tedy nulové hodnotě), začne se válec otáčet kolem své osy tak, aby měl moment hybnosti opačného směru (tj. nahoru v obr. 41.4b).



**Obr. 41.4** Uspořádání Einsteinova-de Haasova pokusu. (a) Na počátku je magnetické pole v železném válci nulové a vektory magnetického dipólového momentu  $\mu$  jednotlivých atomů jsou náhodně orientovány. Momenty hybnosti atomů (nejjsou zakresleny) mají opačný směr než vektory magnetických dipólů jednotlivých atomů, a jsou tedy rovněž orientovány náhodně. (b) Po zapnutí magnetického pole  $\mathbf{B}$  ve směru osy válce se jednotlivé magnetické dipólové momenty uspořádají paralelně s  $\mathbf{B}$ , což znamená, že momenty hybnosti se uspořádají ve směru opačném k  $\mathbf{B}$ . Protože na válec na počátku nepůsobí vnější moment sil, zachovává se jeho celkový moment hybnosti a válec jako celek se musí začít otáčet kolem své osy směrem, který je na obrázku vyznačen.

Kdyby nebylo vlákna, otáčel by se válec tak dlouho, dokud by bylo přítomno magnetické pole. Kroucením vlákna se však brzy vytvoří kroutivý moment. Ten zanedlouho otáčení válce zastaví a začne válcem otáčet v opačném směru; přitom se vlákno narovnává. Vlákno se bude kroutit a narovnávat, jak se válec bude otáčet kolem své rovnovážné polohy v harmonickém pohybu jako torzní kyvadlo.

Pozorování rotace válce prokázala, že moment hybnosti a magnetický dipólový moment atomu jsou opačně orientované. Navíc prokázala, že moment hybnosti spojený s mikroskopickými atomárními systémy může mít za následek viditelnou rotaci objektu běžné velikosti.

### 41.3 SPIN ELEKTRONU

Jak jsme se již zmiňovali v čl. 32.4, má elektron, ať uvězněný v atomu nebo volný, svůj vnitřní **spinový moment hybnosti  $\mathbf{S}$** , často nazývaný jednoduše **spin**. (Připomeňme si, že *vnitřní* zde znamená, že  $\mathbf{S}$  je základní charakteristika elektronu, stejně jako jeho hmotnost a elektrický náboj.) Jak ukážeme v dalším odstavci, je velikost  $\mathbf{S}$  kvantována a závisí na **spinovém kvantovém čísle  $s$** , které je pro elektrony rovno vždy  $\frac{1}{2}$  (a stejně tak pro protony a neutrony). Navíc i složka spinu měřená podél libovolně zvolené osy je kvantována a závisí na hodnotě **kvantového spinového magnetického čísla  $m_s$** , která může být pouze  $+\frac{1}{2}$  nebo  $-\frac{1}{2}$ .

Existenci spinu elektronu postulovali dva holandskí doktorandi Georg Uhlenbeck a Samuel Goudsmit na základě studia spekter atomů. Kvantově mechanické základy spinu elektronu položil až o několik let později anglický fyzik P. A. M. Dirac, který v roce 1929 vytvořil relativistickou kvantovou teorii elektronu.

Je velmi lákavé představovat si elektron jako malou kuličku a spin jako projev její rotace kolem vlastní osy. Tato klasická představa však neodpovídá skutečnosti, stejně jako nelze brát doslovně klasický model orbit elektronu. V kvantové fyzice je asi nejlepší považovat spinový moment hybnosti za měřitelnou vnitřní vlastnost elektronu; spin prostě nelze spojovat s nějakým mechanickým modelem.

Tab. 41.1 uvádí čtyři kvantová čísla  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  a  $m_s$ , která určují kvantové stavy elektronu ve vodíkovém atomu. Stejná kvantová čísla rovněž charakterizují dovolené stavy elektronu i ve vícelektronových atomech.

**Tabulka 41.1 Stavy elektronu v atomu**

KVANTOVÉ ČÍSLO	SYMBOL	DOVOLENÉ HODNOTY	VYJADŘUJE
hlavní	$n$	1, 2, 3, ...	vzdálenost od jádra
orbitální	$l$	0, 1, 2, 3, ..., $(n - 1)$	orbitální moment hybnosti (velikost)
magnetické orbitální	$m_l$	$0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$	orbitální moment hybnosti ( $z$ -ová složka)
magnetické spinové	$m_s$	$\pm 1/2$	spinový moment hybnosti ( $z$ -ová složka)

Všechny stavy se stejnou hodnotou  $n$  tvoří **slupku**.

Ve slupce je  $2n^2$  stavů.

Všechny stavy se stejnou hodnotou  $n$  a  $l$  tvoří **podslupku**.

Všechny stavy v jedné podslupce mají stejnou energii.

V podslupce je  $2(2l + 1)$  stavů.

## 41.4 MOMENTY HYBNOSTI A MAGNETICKÉ DIPÓLOVÉ MOMENTY

S každým kvantovým stavem elektronu v atomu je spojen orbitální moment hybnosti a jemu odpovídající orbitální magnetický dipólový moment. Každý elektron, ať už vázaný nebo volný, má spinový moment hybnosti a odpovídající spinový magnetický dipólový moment. Nejdříve probereme každou z těchto veličin odděleně a poté jejich možné kombinace.

### Orbitální moment hybnosti a orbitální magnetický dipólový moment

Velikost  $L$  **orbitálního momentu hybnosti**  $\mathbf{L}$  elektronu v atomu je kvantována; to znamená, že může nabývat pouze hodnoty z určitého diskrétního souboru. Tyto hodnoty jsou

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad (41.2)$$

kde  $l$  je orbitální (nebo také vedlejší) kvantové číslo. Podle tab. 41.1 musí být  $l$  buď nula, nebo kladné celé číslo nejvýše rovné  $n - 1$ . Například pro stav s  $n = 3$  jsou pro  $l$  povoleny pouze hodnoty  $l = 2, l = 1$  a  $l = 0$ .

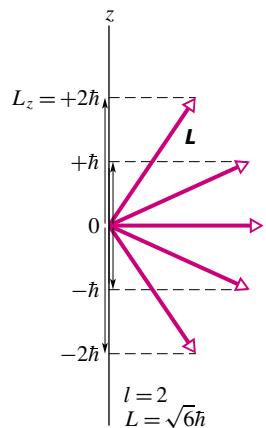
Zvolme v prostoru libovolný směr a označme jej jako osu  $z$ . Ukazuje se, že průmět orbitálního momentu hybnosti do osy  $z$  je kvantován: složka  $L_z$  může nabývat pouze hodnot daných vztahem (32.9)

$$L_z = m_l \hbar, \quad (41.3)$$

kde  $m_l$  je magnetické kvantové číslo z tab. 41.1. Na obr. 41.5 je znázorněno pět možných hodnot složek  $L_z$  orbitálního momentu hybnosti elektronu s  $l = 2$  a také příslušné orientace momentu hybnosti  $\mathbf{L}$ . (Obrázek je poněkud zavádějící — jakmile jsme určili složku vektoru  $\mathbf{L}$  ve zvoleném směru, jsou jeho složky v jiných směrech neurčené.) Pro danou hodnotu  $l$  existuje  $2l + 1$  různých možných hodnot  $m_l$ . Omezení kladené kvantovou fyzikou na velikost složky  $L_z$  se nazývá **prostorové kvantování**.

Jak víme z čl. 32.4, je s orbitálním momentem hybnosti spojen orbitální magnetický dipólový moment. Oba momenty jsou svázány rov. (32.8). Je-li tedy kvantován orbitální moment hybnosti, musí být kvantován rovněž orbitální magnetický dipólový moment. Speciálně pro jeho  $z$ -ovou složku platí (rov. (32.11))

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \mu_B. \quad (41.4)$$



**Obr. 41.5** Dovolené hodnoty  $L_z$  elektronu v kvantovém stavu s  $l = 2$ . Ke každému orbitálnímu momentu hybnosti  $\mathbf{L}$  na obrázku existuje vektor směrující do opačného směru, který představuje orbitální magnetický dipólový moment.

V tomto vztahu je  $m_l$  magnetické orbitální kvantové číslo z tab. 41.1 a  $\mu_B$  je *Bohrův magneton* (rov. (32.5))

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T} \quad (\text{Bohrův magneton}), \quad (41.5)$$

kde  $m$  je hmotnost elektronu a  $e$  je velikost jeho náboje.

Všimněme si, že  $L_z$  a  $\mu_{\text{orb},z}$  z rov. (41.3) a (41.4) mají opačná znaménka. Orbitální moment hybnosti a orbitální magnetický dipólový moment elektronu v atomu mají totiž opačný směr. Je to proto, že náboj *elektronu* je záporný.

Pokud atom vložíme do magnetického pole  $\mathbf{B}$ , bude směr tohoto pole pro atom zvláště významný. Zvolíme proto v tomto směru osu  $z$  a k ní budeme vztahovat orientaci jak magnetického dipólového momentu, tak i s ním spojeného momentu hybnosti (odtud také název magnetické kvantové číslo pro  $m_l$ ).

### Spinový moment hybnosti a spinový magnetický dipólový moment

Velikost  $S$  spinového momentu hybnosti  $\mathbf{S}$  libovolného elektronu, ať volného či vázaného, má jedinou hodnotu; je dána vztahem

$$S = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \hbar\sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = 0,866\hbar, \quad (41.6)$$

kde  $s = \frac{1}{2}$  je spinové kvantové číslo elektronu. Stejně jako v případě orbitálního momentu hybnosti lze i pro spinový moment hybnosti určit pouze jednu jeho složku, a ta je kvantována. Může nabývat pouze dvou hodnot podle vztahu (rov. (32.3))

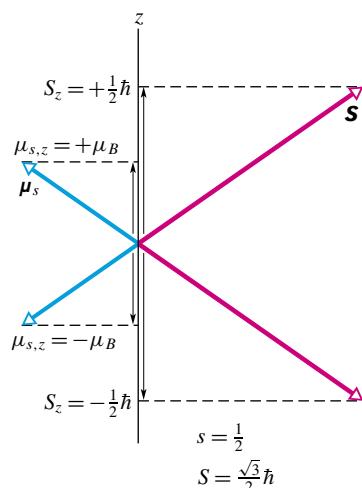
$$S_z = m_s \hbar, \quad (41.7)$$

kde  $m_s$ , spinové magnetické kvantové číslo v tab. 41.1; je rovno  $+\frac{1}{2}$ , nebo  $-\frac{1}{2}$ .

Podobně jako v případě orbitálních momentů jsou i spinové momenty svázány, a to rov. (32.2). Proto i  $z$ -ová složka spinového magnetického dipolového momentu je kvantovaná a nabývá dvou hodnot podle vztahu (rov. (32.4))

$$\mu_{s,z} \equiv -2m_s\mu_B. \quad (41.8)$$

Na obr. 41.6 jsou znázorněny dva možné průměty spinového momentu hybnosti a průměty spinového magnetického dipólového momentu hybnosti do osy  $z$ .



**Obr. 41.6** Dovolené hodnoty  $S_z$  a  $\mu_z$  elektronu.

Povšimněme si, že rov. (41.8) popisující spinový magnetický dipólový moment se od rov. (41.4) popisující orbitální magnetický dipólový moment liší faktorem  $2$ .\*

**KONTROLA** 1: Elektron se nachází v kvantovém stavu, ve kterém velikost jeho orbitálního momentu hybnosti  $L$  je  $2\hbar\sqrt{3}$ . Kolik je dovolených projekcí orbitálního magnetického dipólového momentu?

## Skládání orbitálních a spinových momentů hybnosti

V atomu, který obsahuje více než jeden elektron, definujeme celkový moment hybnosti  $\mathbf{J}$  jako součet momentů

\* Pokročilejší formulace kvantové mechaniky, **kvantová elektrodynamika**, předpovídá, že faktor „2“ v rov. (41.8) je ve skutečnosti roven 2,002 319 304 76. Tato hodnota byla rovněž experimentálně naměřena. V rámci přesnosti měření souhlasí získaná hodnota s teoretickou předpovědí.

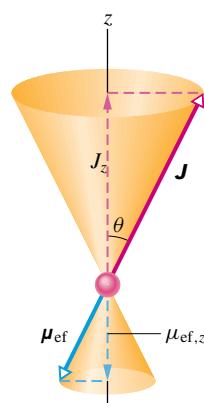
hybnosti jednotlivých elektronů, a to momentů jak orbitálních, tak spinových. Počet elektronů (a počet protonů) v neutrálním atomu je roven **atomovému číslu** (zvanému též **nábojové číslo**)  $Z$ . Pro atom platí

$$\mathbf{J} = (\mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3 + \dots + \mathbf{L}_Z) + \\ + (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 + \dots + \mathbf{S}_Z). \quad (41.9)$$

Obdobně i celkový magnetický dipólový moment mnoha elektronového atomu obdržíme jako vektorový součet jednotlivých magnetických dipólových momentů všech elektronů (jak orbitálních, tak spinových). Vzhledem k faktoru 2 v rov. (41.8) však nebude výsledný magnetický dipólový moment atomu směřovat ve směru vektoru  $-\mathbf{J}$ , ale bude s ním svírat jistý úhel. Průmět součtu magnetických dipólových momentů elektronů do směru vektoru  $-\mathbf{J}$  nazýváme efektivní magnetický dipólový moment  $\mu_{\text{ef}}$  atomu.

Jak uvidíme v následujícím odstavci, v typických atomech je vektorový součet orbitálních momentů hybnosti a spinových momentů hybnosti většiny elektronů nulový. Pak  $\mathbf{J}$  a  $\mu_{\text{ef}}$  u takových atomů jsou způsobeny poměrně malým počtem elektronů — často jediným valenčním elektronem.

Obr. 41.7 zobrazuje klasický model, který nám pomůže představit si prostorové kvantování vektorů celkového momentu hybnosti  $\mathbf{J}$  a efektivního magnetického dipólového momentu  $\mu_{\text{ef}}$ . Oba navzájem svázané vektory rotují kolem osy  $z$  tak, že opisují plášť kuželes; tento pohyb se nazývá *precese*. Průmět vektorů  $\mathbf{J}$  a  $\mu_{\text{ef}}$  do osy  $z$  se však při tomto precesním pohybu nemění.



**Obr. 41.7** Klasický model znázorňuje vektor celkového momentu hybnosti  $\mathbf{J}$  a vektor efektivního magnetického momentu  $\mu_{\text{ef}}$  vykonávající precesní pohyby kolem osy  $z$ , určené slabým vnějším magnetickým polem. Oba vektory stále svírají s osou  $z$  úhel  $\theta$ , takže průměty  $\mathbf{J}$  a  $\mu_{\text{ef}}$  do osy  $z$  zůstávají konstantní po celou dobu precese.

### Precese a princip neurčitosti

Heisenbergův princip neurčitosti přináší omezení klasického modelu z obr. 41.7. V polárních souřadnicích platí

$$\Delta J_z \Delta \varphi \approx \hbar, \quad (41.10)$$

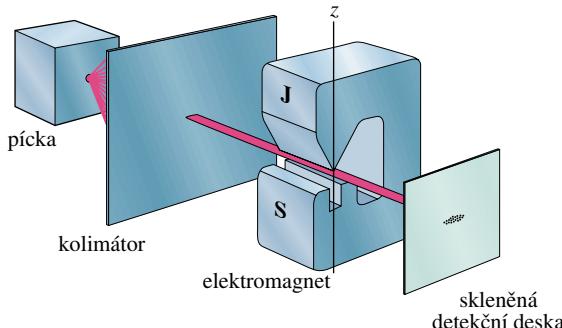
kde  $\varphi$  je úhel rotace kolem osy  $z$  na obr. 41.7. To, že složka  $J_z$  zůstává po celou dobu pohybu konstantní, znamená, že  $\Delta J_z = 0$ . Z rov. (41.10) pak vyplývá, že by  $\Delta\varphi$  muselo růst nad všechny meze. To znamená, že i když je součet  $J_x^2 + J_y^2$  konstantní, nemůžeme jednotlivé složky  $J_x$  a  $J_y$  změřit. Můžeme shrnout:

Měřitelné jsou jen *průměty* vektorů  $\mathbf{J}$  a  $\mu_{\text{ef}}$  do směru vnějšího magnetického pole.

## 41.5 STERNŮV-GERLACHŮV POKUS

V roce 1922 Otto Stern a Walter Gerlach z univerzity v Hamburku experimentálně ověřili prostorové kvantování. Tehdy ještě nebyla kvantová mechanika rozvinutá a pojem spinu elektronu nebyl zaveden. Bylo ale již známo, že atomy mnoha prvků mají vlastní moment hybnosti a magnetický dipólový moment; rovněž byla vyslovena hypotéza prostorového kvantování.

Na obr. 41.8 je schematicky znázorněno uspořádání Sternova-Gerlachova pokusu. V elektrické píce se vypařuje stříbro; jednotlivé atomy stříbra vycházejí úzkou štěrbinou ve stěně pícky do evakuovaného prostoru. Některé z atomů (které jsou elektricky neutrální, ale mají vlastní magnetický moment) procházejí úzkou štěrbinou v dalším stínítku (nazývaném *kolimátor*) a vytvářejí úzký svazek. Ten prochází mezi pólovými nástavci elektromagnetu a následně vrstvu stříbra na skleněné detekční desce.



**Obr. 41.8** Zařízení, na kterém Stern a Gerlach v roce 1922 prokázali prostorové kvantování. Celý přístroj se nachází ve va-kuové aparaturě.

### Magnetický dipól v nehomogenním magnetickém poli

Trochu odbočíme a pokusíme se zjistit, jaké síly působí na atomy stříbra v místě pólových nástavců, které mají takový tvar, aby vytvářely silně nehomogenní magnetické pole.

Na obr. 41.9a je zobrazen magnetický dipól  $\mu$  svírající úhel  $\theta$  s *homogenním* magnetickým polem. Můžeme si představit, že dipól má severní a jižní pól a jeho magnetický dipólový moment směruje (podle konvence) od jižního k severnímu pólu. V případě homogenního magnetického pole je výsledná síla působící na dipól rovna nule. Síly  $\mathbf{F}_S$  a  $\mathbf{F}_J$  z obr. 41.9a, které působí na severní a jižní pól magnetu, mají opačný směr a stejnou velikost a vzájemně se vyruší bez ohledu na orientaci magnetického dipólu. (Obě síly působí na dipól silovým momentem, to však není pro další výklad podstatné.)

Obr. 41.9b, c znázorňují situaci v případě nehomogenního pole. Zde již síly  $\mathbf{F}_S$  a  $\mathbf{F}_J$  nemají stejnou velikost, protože oba póly dipólu se nacházejí v místech s různou velikostí pole. V tomto případě tedy na dipól působí nenulová výsledná síla  $\mathbf{F}_v$ , jejíž velikost závisí na orientaci dipólu vzhledem k magnetickému poli, tedy na úhlu  $\theta$ . V obr. 41.9b míří výslednice vzhůru a v obr. 41.9c míří dolů. To nám říká, že atomy stříbra ve svazku na obr. 41.8 budou při průletu mezi pólovými nástavci elektromagnetu vychýleny. Směr a velikost vychýlení svazku budou záviset na orientaci magnetických dipólových momentů stříbra.

Určeme nyní vychylující sílu, tj. sílu, působící ve směru  $\mathbf{B}$ , který jsme zvolili za směr osy  $z$ . Nejdříve si připomeňme, že podle rov. (29.36) lze vyjádřit potenciální energii magnetického dipólu v poli  $\mathbf{B}$  jako

$$E_p = -\mu \cdot \mathbf{B} = -(\mu \cos \theta) B, \quad (41.11)$$

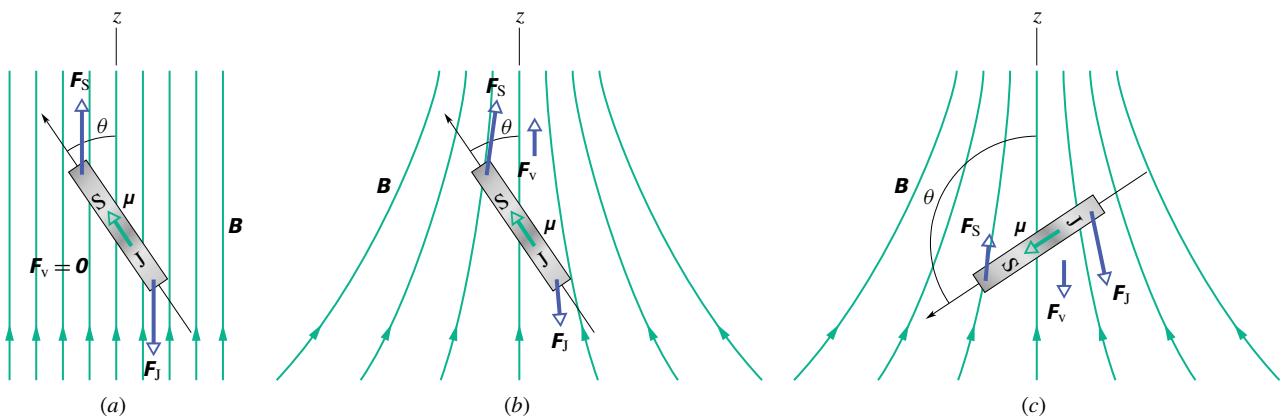
kde  $\theta$  je úhel, který svírají vektory  $\mu$  a  $\mathbf{B}$ , jak ukazuje obr. 41.9. Z rov. (8.19) pak vyplývá, že složka výsledné síly působící na atom je  $F_z = -dE_p/dz$ ; z rov. (41.11) tedy plyne

$$F_z = -\frac{dE_p}{dz} = (\mu \cos \theta) \frac{dB}{dz}. \quad (41.12)$$

Na obr. 41.9b, c roste  $B$  pro rostoucí  $z$ , tedy výraz  $dB/dz$ , *gradient* magnetického pole, je kladný. Znaménko vychylující síly je dáno úhlem  $\theta$ . Je-li  $\theta < 90^\circ$  (jako je tomu na obr. 41.9b), bude atom vychýlen nahoru; je-li  $\theta > 90^\circ$  (obr. 41.9c), bude vychýlen dolů. Rov. (41.12) rovněž vyšvětuje, proč je magnetické pole ve Sternově-Gerlachově pokusu silně nehomogenní; vychylující síla je totiž přímo úměrná nikoli  $B$ , ale  $dB/dz$ .

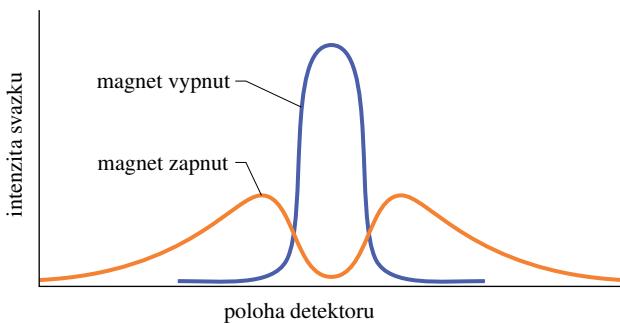
### Výsledky pokusu

Po prozkoumání nanesené vrstvy stříbra zjistili Stern s Gerlachem toto: je-li elektromagnet vypnut, prochází svazek ke skleněné desce bez vychýlení; zapneme-li elektromagnet, svazek atomů stříbra se působením magnetického pole rozdělí na dva a každý z nich odpovídá jiné orientaci magnetického momentu atomů stříbra. My nyní víme (ale tehd



Obr. 41.9 Magnetický dipól, znázorněný jako tyčový magnet se dvěma póly (a) v homogenním magnetickém poli a (b, c) v nehomogenním magnetickém poli. Výsledná síla  $\mathbf{F}_v$  působící na magnet je nulová v případě (a), orientovaná vzhůru v případě (b) a dolů v případě (c).

to známo nebylo), že se všechny spinové a orbitální magnetické momenty elektronů v atomu stříbra navzájem vyruší s výjimkou spinového magnetického dipólového momentu jediného valenčního elektronu. Z rov. (41.8) a obr. 41.6 vyplývá existence právě dvou svazků, a to je v přesné shodě s tímto pokusem. Stern s Gerlachem zakončili svou tehdejší publikaci slovy: „V těchto výsledcích spatřujeme přímý experimentální důkaz existence prostorového kvantování v magnetickém poli.“ A fyzikové s nimi souhlasili.



Obr. 41.10 Výsledky moderního opakování Sternova-Gerlachova pokusu. Pokud je elektromagnet vypnut, detegujeme pouze jeden svazek; je-li zapnut, původní svazek se rozdělí na dva. Tyto svazky odpovídají souhlasné a nesouhlasné orientaci magnetických momentů atomů cesia vůči vnějšímu magnetickému poli.

Obr. 41.10 ukazuje graf závislosti intenzity svazku na poloze detektoru při nedávném opakování Sternova-Gerlachova pokusu. Experimentátoři použili místo atomů stříbra atomy cesia a detekční část byla rovněž jiná; jinak bylo uspořádání stejné jako na obr. 41.8. Rozdělení původního svazku na dva svazky po zapnutí magnetického pole je zde zvláště zřetelné.

### PŘÍKLAD 41.1

Magnet použitý ve Sternově-Gerlachově pokusu vytváří magnetické pole o gradientu  $dB/dz = 1,4 \text{ T/mm}$ . Dráha  $l$ , kterou svazek v magnetu urazí, je 3,5 cm. Teplota ve vypařovací píce je zvolena tak, aby velikost nejpravděpodobnější rychlosti  $v$  pro atomy ve svazku byla 750 m/s. Určete vzdálenost  $d$  mezi svazky v okamžiku, kdy opouštějí magnet. (Hmotnost  $m_{\text{Ag}}$  atomu stříbra je  $1,8 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  a jeho efektivní magnetický moment je roven Bohrovu magnetonu, tedy  $9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ .)

**REŠENÍ:** Z druhého Newtonova pohybového zákona a rov. (41.12) určíme zrychlení, se kterým se pohybuje atom stříbra mezi půlovými nástavci magnetu:

$$a_z = \frac{F_z}{m_{\text{Ag}}} = \frac{(\mu \cos \theta)(dB/dz)}{m_{\text{Ag}}}.$$

Pohybuje-li se atom vodorovně s rychlosí  $v$  stráví mezi nástavci magnetu dobu  $t = l/v$ . Svislé vychýlení, s jakým opustí každý atom magnet, je tedy

$$d = \frac{1}{2} a_z t^2 = \frac{1}{2} \frac{(\mu \cos \theta)(dB/dz)}{m_{\text{Ag}}} \left( \frac{l}{v} \right)^2.$$

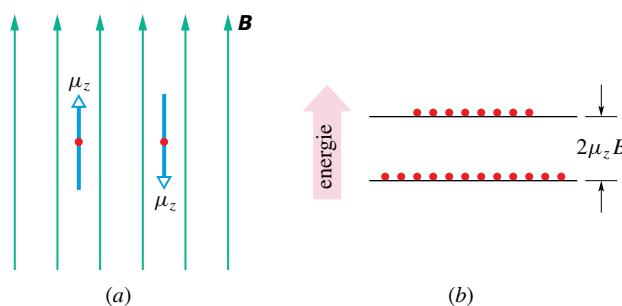
Zajímá-li nás maximální hodnota vychýlení svazku, zvolíme  $\theta = 0^\circ$  a po dosazení získáme

$$\begin{aligned} d &= \frac{(\mu \cos \theta)(dB/dz)l^2}{2m_{\text{Ag}}v^2} = \\ &= (9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1})(1)(1,4 \cdot 10^3 \text{ T}\cdot\text{m}^{-1}) \cdot \\ &\quad \frac{(3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{2(1,8 \cdot 10^{-25} \text{ kg})(750 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = \\ &= 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ m} \doteq 0,08 \text{ mm}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Vzdálenost mezi oběma svazky je pak dvojnásobek této hodnoty, tedy 0,16 mm. Oddělení obou svazků sice není velké, ale můžeme je snadno změřit.

## 41.6 JADERNÁ MAGNETICKÁ REZONANCE

V čl. 32.4 jsme se zmínili, že proton má vlastní spinový moment hybnosti  $\mathbf{S}$ . S ním je spojen spinový magnetický dipólový moment  $\mu$ , který má stejný směr jako vektor  $\mathbf{S}$ , protože proton je kladně nabité částice. Je-li proton v magnetickém poli  $\mathbf{B}$  orientovaném podél osy  $z$ , může průmět spinového magnetického dipólového momentu do osy  $z$  mít pouze dvě kvantované orientace: souhlasnou, nebo nesouhlasnou se směrem  $\mathbf{B}$  (obr. 41.11a). Z rov. (29.37) víme, že se energie pro tyto dvě orientace liší o  $2\mu_z B$ , což je energie potřebná k převrácení magnetického dipolu v homogenním magnetickém poli. Stav s nižší energií má  $\mu_z$  ve směru pole  $\mathbf{B}$ , stav s vyšší energií má  $\mu_z$  opačné.



**Obr. 41.11** (a) Průmět spinu protonu do směru vnějšího magnetického pole má velikost  $\frac{1}{2}\hbar$  a může ve vnějším magnetickém poli mít jednu ze dvou kvantovaných orientací. Je-li splněna podmínka vyjádřená v rov. (41.13), může ve zkoumaném vzorku docházet k překlápení spinu protonů z jedné orientace do druhé. (b) Obvykle bývá více protonů ve stavu s nižší energií než ve vyšším energiovém stavu.

Dáme-li do homogenního magnetického pole  $\mathbf{B}$  kapku vody, mají protony atomů vodíků  $\mu_z$  orientovány buď souhlasně, nebo nesouhlasně vůči magnetickému poli  $\mathbf{B}$ . Působíme-li nyní na kapku střídavým elektromagnetickým polem o vhodné frekvenci  $f$ , mohou protony ve stavech s nižší energií přejít do stavů s vyšší energií obrácením orientace  $\mu_z$ . Tento proces se nazývá **překlopení spinu** (angl. *spin flipping*), protože změna orientace magnetického dipólového momentu protonu vyžaduje převrácení orientace jeho spinu. Frekvence  $f$  potřebná k překlopení spinu je dána vztahem

$$hf = 2\mu_z B, \quad (41.13)$$

který je podmínkou vzniku **jaderné magnetické rezonance** (často se užívá zkratka NMR z anglického *nuclear magnetic resonance*). To znamená, že pokud střídavé elektromagnetické pole má způsobovat překlápení spinů protonů v magnetickém poli, musí být energie  $hf$  fotonů tohoto

pole rovna rozdílu  $2\mu_z B$  energií pro dvě možné orientace  $\mu_z$  (a tedy i spinu protonu) v tomto poli.

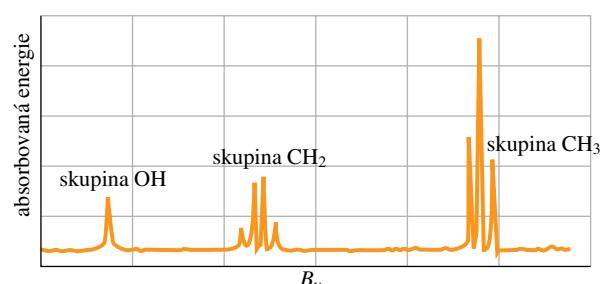
Jakmile spin protonu přejde do stavu s vyšší energií, může se vrátit do stavu s nižší energií vyzářením fotonu o stejné energii  $hf$ , dané rov. (41.13). Obvykle bývá více protonů v nižším než ve vyšším energiovém stavu, jak to naznačuje obr. 41.11b. To znamená, že můžeme měřit *absorpci* energie z přiloženého střídavého elektromagnetického pole.

Stálé pole  $\mathbf{B}$  v rov. (41.13) ve skutečnosti *není* rovno vnějšímu magnetickému poli  $\mathbf{B}_v$ , ve kterém je vodní kapka umístěna; k tomuto poli je nutno přidat malé lokální pole  $\mathbf{B}_l$ , způsobené magnetickými momenty atomů a jader v blízkosti daného protonu. Rov. (41.13) můžeme tedy přepsat do tvaru

$$hf = 2\mu_z(B_v + B_l). \quad (41.14)$$

Při měření absorpčních NMR spekter je obvykle frekvence  $f$  proměnného elektromagnetického pole pevně nastavena a měníme velikost  $B_v$ . Když je splněna rov. (41.14), zaznamenáme absorpční pík.

Jaderná magnetická rezonance tvoří základ cenné analytické metody obzvláště vhodné k určování neznámých organických sloučenin. Na obr. 41.12 je znázorněno **spektrum jaderné magnetické rezonance** pro ethanol, který má chemický vzorec  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$ . Jednotlivé rezonanční píky odpovídají překlápení spinů protonů. Ty se vyskytují pro různé hodnoty  $B_v$ , neboť bezprostřední okolí šesti protonů v molekule ethanolu je pro každý proton různé. Spektrum na obr. 41.12 je pro ethanol specifické.



**Obr. 41.12** Spektrum jaderné magnetické rezonance pro ethanol. Spektrální čáry představují absorpci energie potřebné pro překlápení spinů protonů. Tři vyznačené skupiny čar odpovídají protonům ve skupinách OH,  $\text{CH}_2$  a  $\text{CH}_3$  v molekule ethanolu. Poznamenejme, že dva protony ve skupině  $\text{CH}_2$  se nacházejí ve čtyřech různých lokálních prostředích. Rozsah vodorovné osy je menší než  $10^{-4} \text{ T}$ .

Na principu NMR je založena i zobrazovací technika zvaná NMR tomografie (někdy též MRI z anglického *magnetic resonance imaging*), která se velmi úspěšně používá

v lékařské diagnostice. Protony v lidských tkáních jsou obklopeny různým lokálním magnetickým prostředím. Je-li tělo nebo jeho část umístěno do silného vnějšího magnetického pole, mohou být tyto lokální rozdíly při zpracování počítačem zobrazeny podobně jako v rentgenové tomografii. Na obr. 41.13 je touto technikou zobrazen příčný řez lidskou hlavou.



Obr. 41.13 Příčný řez lidskou hlavou vytvořený technikou MRI. Některé ze zobrazených detailů není možné získat ani při použití nejmodernějšího rentgenového tomografu CT (z anglického *computerized tomography*).

### PŘÍKLAD 41.2

Kapka vody je vložena do stálého magnetického pole  $\mathbf{B}$  o velikosti 1,80 T a střídavého elektromagnetického pole takové frekvence, aby došlo k překlápení spinů protonů. Složka  $\mu_z$  magnetického dipólového momentu protonu ve směru vektoru  $\mathbf{B}$  má velikost  $1,41 \cdot 10^{-26} \text{ J.T}^{-1}$ . Předpokládejme, že lokální magnetické pole můžeme proti  $\mathbf{B}$  zanedbat. Jaká musí být frekvence  $f$  a vlnová délka  $\lambda$  střídavého magnetického pole?

**REŠENÍ:** Z rov. (41.13) plyne

$$\begin{aligned} f &= \frac{2\mu_z B}{h} = \frac{2(1,41 \cdot 10^{-26} \text{ J.T}^{-1})(1,80 \text{ T})}{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})} = \\ &= 7,66 \cdot 10^7 \text{ Hz} = 76,6 \text{ MHz}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

Odpovídající vlnová délka je

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{(3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{(7,66 \cdot 10^7 \text{ Hz})} = 3,92 \text{ m.} \quad (\text{Odpověď})$$

Tyto hodnoty frekvence a vlnové délky leží v krátkovlnné rádiové oblasti elektromagnetického spektra.

### 41.7 PAULIHO VYLUČOVACÍ PRINCIP

V kap. 40 jsme uvažovali řadu elektronových pastí od modelových jednorozměrných pastí až po atom vodíku, reálnou past ve třech rozměrech. Ve všech těchto případech jsme zachycovali pouze jeden elektron. Než se ale pustíme do pastí obsahujících dva a více elektronů, jak tomu bude v dalších dvou částech, uvedeme princip, kterým se řídí každá částice, jejíž spinové kvantové číslo  $s$  není nula nebo není celočíselné. Tento princip platí nejen pro elektrony, ale také pro protony a neutrony, které všechny mají  $s = \frac{1}{2}$ . Nazývá se **Pauliho vylučovací princip** a formuloval ho Wolfgang Pauli v roce 1925. Pro elektrony stanovuje:

Žádné dva elektrony zachycené v téže pasti nemohou mít stejný soubor hodnot kvantových čísel.

Jak uvidíme v kap. 41.9, tento princip znamená, že žádné dva elektrony v atomu nemohou mít stejné čtyři hodnoty kvantových čísel  $n, l, m_l$  a  $m_s$ . Jinak řečeno: kvantová čísla každé dvojice elektronů v atomu se musí lišit aspoň v jednom kvantovém čísle. Pokud by to tak nebylo, atom by zkaboval, a nemohli bychom existovat ani my, ani svět, jak jej známe.

### 41.8 PRAVOÚHLÉ PASTI S VÍCE ELEKTRONY

Abychom se připravili na popis chování více elektronů v atomu, budeme se zabývat dvěma elektronery zachycenými v pravoúhlých pastích popsaných v kap. 40. Opět použijeme kvantová čísla, která odpovídala jednotlivým pastím v případě zachycení pouze jednoho elektronu. Nyní ale budeme uvažovat i spin elektronů. Podle rov. (41.7) může mít elektron spin orientován nahoru s  $m_s = \frac{1}{2}$ , nebo dolů s  $m_s = -\frac{1}{2}$ .

Protože zachycujeme dva elektrony v jedné jámě, musíme uvažovat Pauliho vylučovací princip. Z něj plyne, že elektrony nemohou mít stejný soubor kvantových čísel.

**1. Jednorozměrná jáma.** Aby se elektron mohl nacházet v jednorozměrné jámě z obr. 40.2, musí být jeho vlnová funkce přizpůsobena šířce  $L$  jámy, a to vyžaduje jedno kvantové číslo  $n$ . Proto každý elektron uvězněný v jámě musí mít určitou hodnotu čísla  $n$  a jeho kvantové číslo  $m_s$  může být buď  $+\frac{1}{2}$ , nebo  $-\frac{1}{2}$ . Dva elektrony mohou mít různé hodnoty  $n$ , nebo mohou mít  $n$  stejné, pokud jeden z nich má svůj spin orientován nahoru a druhý dolů.

**2. Pravoúhlá hradba.** Aby se elektron mohl nacházet ve dvojrozměrné hradbě z obr. 40.10, musí být jeho vlnová funkce přizpůsobena rozměrům  $L_x$  a  $L_y$  hradby, a to vyžaduje dvě kvantová čísla  $n_x$  a  $n_y$ . Proto každý elektron

zachycený v hradbě musí mít určité hodnoty těchto dvou kvantových čísel  $n_x$  a  $n_y$  a jeho kvantové číslo  $m_s$  může být buď  $+\frac{1}{2}$ , nebo  $-\frac{1}{2}$ ; má tedy celkem tři kvantová čísla. Podle Pauliho vylučovacího principu musí mít dva elektrony zachycené v pasti alespoň jedno z těchto tří kvantových čísel odlišné.

**3. Pravoúhlá krabice.** Aby se elektron mohl nacházet v potenciálové krabici z obr. 40.11, musí být jeho vlnová délka přizpůsobena rozměrům  $L_x$ ,  $L_y$  a  $L_z$  krabice, a to vyžaduje tři kvantová čísla  $n_x$ ,  $n_y$  a  $n_z$ . Proto každý elektron zachycený v krabici musí mít určité hodnoty těchto tří kvantových čísel  $n_x$ ,  $n_y$  a  $n_z$  a jeho kvantové číslo  $m_s$  může být buď  $+\frac{1}{2}$ , nebo  $-\frac{1}{2}$ ; má tedy nyní celkem čtyři kvantová čísla. Podle Pauliho vylučovacího principu musí mít dva elektrony zachycené v pasti alespoň jedno z těchto čtyř kvantových čísel odlišné.

Předpokládejme, že do uvedených pravoúhlých pastí umísťujeme více než dva elektrony, vždy postupně jeden po druhém. První elektrony přirozeně zaujmou stavy s nejnižší možnou energií — říkáme, že tuto energiovou hladinu **obsazují**. Pauliho vylučovací princip ale znemožňuje, aby nejnižší energiovou hladinu obsazovalo mnoho elektronů, další elektrony musí zaujmout vyšší energiové hladiny. Jakmile již energiová hladina nemůže být v důsledku Pauliho vylučovacího principu zaplněna více elektrony, říkáme o ní, že je **plná** nebo též **zcela zaplněná**. Naopak energiová hladina, která neobsahuje žádný elektron, je **prázdná** nebo též **neobsazená**. Mezi těmito krajními případy se nachází **částečně zaplněné** hladiny. *Elektronová konfigurace* systému zachycených elektronů je výčet nebo nákres energiových hladin, na kterých se tyto elektrony nacházejí, nebo soubor hodnot kvantových čísel všech elektronů.

### Nalezení celkové energie

Dále chceme určit celkovou energii *systému* dvou či více elektronů zachycených v pravoúhlé pasti. To znamená, že chceme určit celkovou energii pro každou konfiguraci zachycených elektronů.

Pro jednoduchost předpokládejme, že elektrony spolu neinteragují; jinými slovy, zanedbáme vzájemnou elektrostatickou potenciální energii elektronů. Potom můžeme určit celkovou energii pro libovolnou elektronovou konfiguraci tak, že nejprve určíme energii každého elektronu, jak jsme to udělali v kap. 40, a pak tyto energie sečteme. (V př. 41.3 to uděláme při výpočtu pro případ sedmi elektronů zachycených v pravoúhlé hradbě.)

Vhodný způsob jak uspořádat energiové hladiny daného systému elektronů je energiový diagram *systému* podobně jako v případě jednoho elektronu v pastích v kap. 40. Nejnižší hladina o energii  $E_0$  odpovídá základnímu stavu

systému. Nejbližší vyšší hladina s energií  $E_1$  odpovídá prvnímu excitovanému stavu systému. Další vyšší hladina  $E_2$  odpovídá druhému excitovanému stavu atd.

### PŘÍKLAD 41.3

Sedm elektronů je zachyceno ve čtvercové kvantové hradbě z př. 40.5. Tvoří ji dvojrozměrná nekonečně hluboká jáma o rozměrech  $L_x = L_y = L$  (obr. 40.10). Předpokládejme, že elektrony spolu vzájemně elektricky neinteragují.

(a) Jaká je elektronová konfigurace základního stavu systému sedmi elektronů?

**REŠENÍ:** Elektronovou konfiguraci systému lze určit tak, že všech sedm elektronů budeme přidávat do systému jeden po druhém. Základní myšlenka řešení spočívá v tom, že při zanedbání vzájemné elektrické interakce elektronů lze použít energiový diagram jednoho zachyceného elektronu k tomu, abychom určili, jak v hradbě umístíme sedm elektronů. Takový *energiový diagram pro jeden elektron* je na obr. 40.12 a je zde částečně zopakován v obr. 41.14a. Všimněme si, že stavy jsou označeny pomocí nimi spojené energie  $E_{n_x, n_y}$ . Například nejnižší hladina je  $E_{1,1}$ , pro kterou je kvantové číslo  $n_x = 1$  a kvantové číslo  $n_y = 1$ .

Druhá základní myšlenka řešení spočívá v tom, že zachycené elektrony musí splňovat Pauliho vylučovací princip; to znamená, že dva elektrony nemohou mít stejný soubor hodnot svých kvantových čísel  $n_x$ ,  $n_y$  a  $m_s$ .

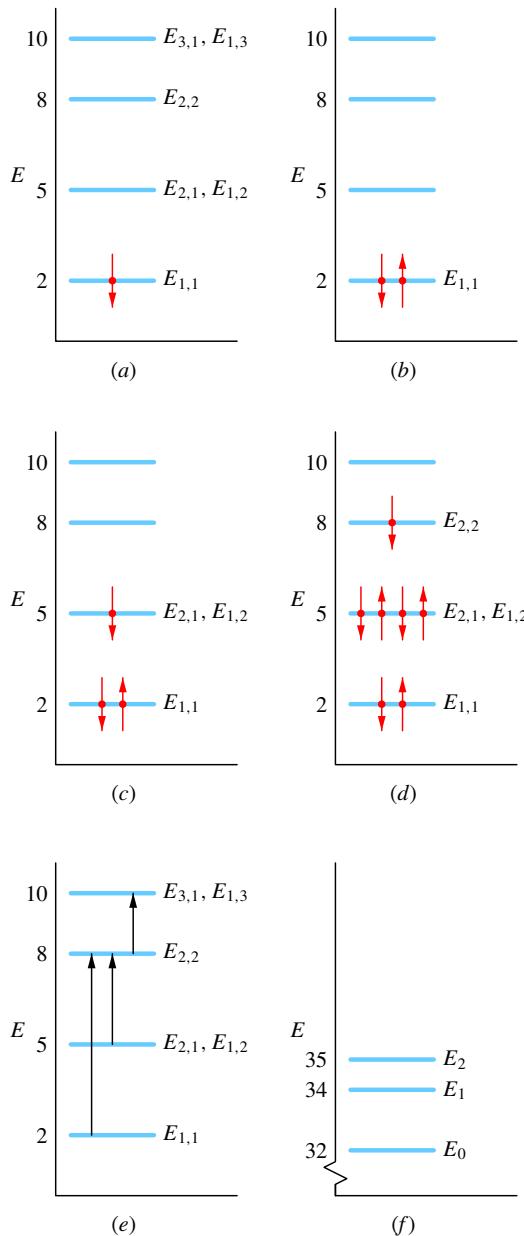
První elektron přijde na energiovou hladinu  $E_{1,1}$  a může mít  $m_s = \frac{1}{2}$ , nebo  $m_s = -\frac{1}{2}$ . Zvolme si (libovolně) druhou možnost a nakresleme šipku směrem dolů (odpovídá spinu orientovanému dolů) na energiové hladině  $E_{1,1}$  na obr. 41.14a. Druhý elektron na hladině  $E_{1,1}$  musí už mít  $m_s = +\frac{1}{2}$ , aby se jedno z jeho kvantových čísel lišilo od kvantových čísel prvního elektronu. Druhý elektron bude znázorněn šípkou orientovanou nahoru (pro spin nahoru) na hladině  $E_{1,1}$  na obr. 41.14b.

Další základní myšlenka, kterou použijeme, je: energiová hladina  $E_{1,1}$  je zcela zaplněná, proto třetí elektron nemůže mít stejnou energii. Přijde tedy na další, vyšší hladinu, která odpovídá hodnotám  $E_{2,1} = E_{1,2}$  (hladina je degenerovaná). Tento elektron může mít kvantová čísla  $n_x = 1$ ,  $n_y = 2$ , nebo  $n_x = 2$ ,  $n_y = 1$ . Může mít hodnotu  $m_s$  rovnou buď  $m_s = +\frac{1}{2}$ , nebo  $m_s = -\frac{1}{2}$ . Zvolme si (opět libovolně) kvantová čísla  $n_x = 2$ ,  $n_y = 1$  a  $m_s = -\frac{1}{2}$ . Tato volba odpovídá šipce dolů na energiové hladině  $E_{1,2}$  a  $E_{2,1}$  na obr. 41.14c.

Můžeme nyní ukázat, že i další tři elektrony mohou přijít rovněž na hladinu odpovídající energii  $E_{1,2}$  a  $E_{2,1}$  tak, že žádný soubor kvantových čísel se neopakuje. Tato hladina pak může obsahovat čtyři elektrony s kvantovými čísly  $(n_x, n_y, m_s)$  rovnými

$$(2, 1, -\frac{1}{2}), (2, 1, +\frac{1}{2}), (1, 2, -\frac{1}{2}), (1, 2, +\frac{1}{2}).$$

Tím je hladina zcela zaplněná. To znamená, že sedmý elektron přijde na další energiovou hladinu, kterou je hladina  $E_{2,2}$ . Zvolme si (libovolně) orientaci jeho spinu dolů s  $m_s = -\frac{1}{2}$ .



**Obr. 41.14** (a) Energiový diagram jednoho elektronu ve čtvercové hradbě šířky  $L$ . (Energie je vyjádřena v násobcích  $\hbar^2/(8mL^2)$ .) Elektron se spinem dolů se nachází na nejnižší hladině. (b) Dva elektrony (jeden se spinem nahoru, druhý dolů) se nacházejí na nejnižší hladině jednoelektronového energiového diagramu. (c) Třetí elektron se nachází na další energiové hladině. (d) Elektronová konfigurace základního stavu systému všech sedmi elektronů. (e) Tři přechody, z nichž jeden vede k nabuzení systému sedmi elektronů do prvního excitovaného stavu. (f) Energiový diagram systému se třemi nejnižšími celkovými energiemi systému (v násobcích  $\hbar^2/(8mL^2)$ ).

Na obr. 41.14d je znázorněno všech sedm elektronů v jednoelektronovém energiovém diagramu. V hradbě máme sedm elektronů v konfiguraci, které odpovídá nejmenší energie

a která splňuje Pauliho vylučovací princip. Elektronová konfigurace základního stavu systému je znázorněna na obr. 41.14d a je vypsána v tab. 41.2.

**Tabulka 41.2 Konfigurace základního stavu**

$n_x$	$n_y$	$m_s$	ENERGIE <sup>a</sup>
2	2	$-\frac{1}{2}$	8
2	1	$+\frac{1}{2}$	5
2	1	$-\frac{1}{2}$	5
1	2	$+\frac{1}{2}$	5
1	2	$-\frac{1}{2}$	5
1	1	$+\frac{1}{2}$	2
1	1	$-\frac{1}{2}$	2
Celkem			32

<sup>a</sup> v násobcích  $\hbar^2/(8mL^2)$

(b) Jaká je celková energie systému sedmi elektronů v základním stavu (v násobcích  $\hbar^2/(8mL^2)$ )?

**ŘEŠENÍ:** Základní myšlenka řešení je v tom, že celková energie  $E_0$  systému v základním stavu je dána součtem energií jednotlivých elektronů v konfiguraci základního stavu systému. Energii každého elektronu lze získat z tab. 40.1, která je částečně přepsána do tab. 41.2, nebo z obr. 41.14d. Na první (nejnižší) energiové hladině se nachází dva elektrony, na druhé hladině čtyři a na třetí hladině jeden. Můžeme tedy psát

$$E_0 = 2 \left( 2 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \right) + 4 \left( 5 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \right) + 1 \left( 8 \frac{\hbar^2}{8mL^2} \right) = \\ = 32 \frac{\hbar^2}{8mL^2}. \quad (\text{Odpověď})$$

(c) Jakou energii musíme do systému dodat, aby byl vybuzen do prvního excitovaného stavu, a jaká je energie tohoto stavu?

**ŘEŠENÍ:** Základní myšlenky řešení jsou:

1. Má-li být systém vybuzen, musí jeden z jeho sedmi elektronů z obr. 41.14d přeskocit do vyššího stavu.

2. Pokud k takovému skoku dojde, změna energie elektronu (a tedy i systému) musí být  $\Delta E = E_v - E_n$  (rov. (41.1)), kde  $E_n$  je energie nižší hladiny, na které přeskok začíná, a  $E_v$  je energie vyšší hladiny, na které přeskok končí.

3. Musí platit Pauliho vylučovací princip; to znamená, že elektron nemůže přeskocit na hladinu, která je již zcela zaplněná.

Uvažujme tři přeskoky znázorněné na obr. 41.14e; všechny jsou Pauliho vylučovacím principem povoleny, poněvadž se jedná o přeskoky na prázdne nebo jen částečně zaplněné hladiny. V jednom z těchto přeskoků přejde elektron z hladiny  $E_{1,1}$  na částečně zaplněnou hladinu  $E_{2,2}$ . Změna jeho energie je

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{1,1} = 8 \frac{\hbar^2}{8mL^2} - 2 \frac{\hbar^2}{8mL^2} = 6 \frac{\hbar^2}{8mL^2}.$$

(Předpokládáme, že orientace spinu přecházejícího elektronu je taková, jak je potřeba.)

Další z možných skoků na obr. 41.14e odpovídá přeskoku elektronu z degenerované hladiny  $E_{2,1}$  a  $E_{1,2}$  na částečně zaplněnou hladinu  $E_{2,2}$ . Změna jeho energie je

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{2,1} = 8 \frac{h^2}{8mL^2} - 5 \frac{h^2}{8mL^2} = 3 \frac{h^2}{8mL^2}.$$

Při třetím z možných přeskoků na obr. 41.14e přechází elektron z hladiny  $E_{2,2}$  na neobsazenou, degenerovanou energiovou hladinu  $E_{1,3} = E_{3,1}$ . Změna jeho energie je

$$\Delta E = E_{1,3} - E_{2,2} = 10 \frac{h^2}{8mL^2} - 8 \frac{h^2}{8mL^2} = 2 \frac{h^2}{8mL^2}.$$

Ze všech tří zmíněných přeskoků odpovídá posledně uvedený nejmenší možné změně energie  $\Delta E$ . Můžeme uvažovat ještě další přechody, ale žádný by nevyžadoval méně energie. Aby systém přešel ze svého základního stavu do prvního excitovaného stavu, musí elektron z hladiny  $E_{2,2}$  přejít na prázdnou degenerovanou hladinu  $E_{1,3} = E_{3,1}$  a potřebná energie je

$$\Delta E = 2 \frac{h^2}{8mL^2}. \quad (\text{Odpověď})$$

Energie prvního excitovaného stavu systému  $E_1$  je pak

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 + \Delta E = 32 \frac{h^2}{8mL^2} + 2 \frac{h^2}{8mL^2} = \\ &= 34 \frac{h^2}{8mL^2}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Tuto energii  $E_1$  a energii základního stavu systému  $E_0$  můžeme znázornit v energiovém diagramu *celého systému*, jako je tomu na obr. 41.14f.

## 41.9 STRUKTURA PERIODICKÉ SOUSTAVY PRVKŮ

Čtyři kvantová čísla uvedená v tab. 41.1 zcela určují kvantové stavy jednotlivých elektronů ve víceelektronovém atomu. Vlnové funkce těchto stavů se však liší od vlnových funkcí odpovídajících stavů elektronu ve vodíkovém atomu, poněvadž potenciální energie daného elektronu ve víceelektronovém atomu je určena nejen nábojem a polohou jádra atomu, ale i náboji a polohou ostatních elektronů v tomto atomu. Schrödingerovu rovnici v případě víceelektronových atomů lze řešit numericky — přinejmenším v principu — pomocí počítače.

Jak jsme již uvedli v čl. 40.7, tvoří všechny stavy se stejnými hodnotami kvantových čísel  $n$  a  $l$  podslupku. Pro

danou hodnotu  $l$  existuje  $2l + 1$  možných hodnot magnetického kvantového čísla  $m_l$  a pro každé  $m_l$  pak existují dvě možné hodnoty spinového kvantového čísla  $m_s$ . V dané podslupce je tedy  $2(2l + 1)$  možných stavů. Ukazuje se, že *všechny stavy v dané podslupce mají stejnou energii*, jejíž hodnota je určována předeším hodnotou  $n$  a v menší míře hodnotou  $l$ .

K označení podslupek často nahrazujeme hodnoty  $l$  písmeny:

$$\begin{array}{ccccccc} l & = & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots \\ & & s & p & d & f & g & h \dots \end{array}$$

V tomto značení bude podslupka s  $n = 3, l = 2$  označena jako  $3d$ .

Přiřazujeme-li možné kvantové stavy elektronům ve víceelektronových atomech, musíme se řídit Pauliho vylučovacím principem z čl. 41.7, který požaduje, aby žádné dva elektrony v atomu neměly stejný soubor kvantových čísel  $n, l, m_l$  a  $m_s$ . Pokud by tento důležitý princip neplatil, mohly by *všechny* elektrony v atomu přeskocit do stavu atomu s nejnižší energií, a to by znemožnilo jakékoli chemické pochody u atomů a molekul, a tedy i všechny biochemické pochody. Na příkladu atomů několika prvků si vyzkoušíme, jak se Pauliho vylučovací princip uplatňuje při vytváření periodické soustavy prvků (dodatek G).

### Neon

Atom neonu má 10 elektronů. Pouze dva z nich jsou na nejnižší energiové hladině — v podslupce  $1s$ . Oba tyto elektrony mají  $n = 1, l = 0, m_l = 0$ , ale jeden z nich má  $m_s = \frac{1}{2}$  a druhý  $m_s = -\frac{1}{2}$ . Podslupka  $1s$  má podle tab. 41.1 celkem  $2(2l+1) = 2$  stavy. Protože tato podslupka obsahuje všechny elektrony povolené Pauliho vylučovacím principem, říkáme o ní, že je **uzavřená**.

Dva ze zbývajících osmi elektronů jsou v podslupce  $s$  další nejnižší energií — tj. v podslupce  $2s$ . Posledních šest elektronů pak právě zaplní podslupku  $2p$ , která pro  $l = 1$  má celkem  $2(2l+1) = 6$  stavů.

V uzavřené podslupce lze najít všechny povolené průměty orbitálního momentu hybnosti  $\mathbf{L}$  do osy  $z$ . Jak se můžeme přesvědčit na obr. 41.5, tyto průměty se pro podslupku jako celek vyruší. Ke každému průmětu do kladného směru osy  $z$  existuje odpovídající průmět stejně velikosti do záporného směru osy  $z$ . Podobně se vyruší průměty spinových momentů hybnosti do osy  $z$ . Uzavřená podslupka tedy má nulový moment hybnosti i magnetický moment. Neon se svými třemi uzavřenými podslupkami ( $1s, 2s, 2p$ ) nemá žádné slabě vázané elektrony, které by vytvářely chemickou vazbu s ostatními atomy. Neon, podobně jako ostatní

**vzácné plyny** ležící v pravém sloupci periodické soustavy prvků, je chemicky netečný (inertní).

### Sodík

Hned za neonem najdeme v periodické soustavě sodík s 11 elektronů. Deset z nich tvoří uzavřené „ jádro“ podobné neonu, které, jak jsme již poznali, má celkový moment hybnosti nulový. Zbývající elektron je daleko od tohoto inertního jádra v nejbližší nezaplněné podslupce  $3s$ . Tento **valenční elektron** je ve stavu  $l = 0$  (tj. v  $s$  stavu), proto je výsledný moment hybnosti a magnetický dipólový moment sodíkového atomu zcela určen spinem tohoto jediného elektronu.

Sodík snadno reaguje s atomy, které mají vhodný neobsazený stav („díru“), a tu může zaplnit slabě vázaný valenční elektron sodíku. Sodík, podobně jako ostatní **alkalické kovy** nacházející se v levém sloupci periodické soustavy prvků, je chemicky aktivní.

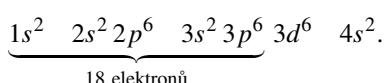
### Chlor

Atom chloru má 17 elektronů, 10 z nich tvoří uzavřené neonu podobné jádro a 7 elektronů je navíc. Dva z nich zaplňují podslupku  $3s$  a zbylých pět patří do podslupky  $3p$ , která je v pořadí další s nejmenší energií. Tato podslupka s  $l = 1$  může obsahovat až  $2(2l + 1) = 6$  elektronů. K jejímu zaplnění chybí jeden elektron, takže je v ní volné místo, „díra“.

Chlor velmi snadno interahuje s atomy, které mají valenční elektron, který by mohl tuto díru zaplnit. Například chlorid sodný ( $\text{NaCl}$ ) je velmi stabilní sloučenina. Chlor, podobně jako ostatní **halogeny** nacházející se ve sloupci 17 periodické soustavy prvků, je chemicky aktivní.

### Železo

Uspořádání 26 elektronů v atomu železa může být vyjádřeno v tomto tvaru



Podslupky jsou vyjmenovávány podle číselného pořadí a počet elektronů v odpovídající slupce je zvykem psát jako horní index. Z tab. 41.1 víme, že podslupka  $s$  může maximálně obsahovat 2 elektrony,  $p$  podslupka 6 elektronů a podslupka  $d$  10 elektronů. To znamená, že prvních 18 vyznačených elektronů v atomu železa tvoří pět uzavřených podslupek. Ze zbývajících 8 elektronů je šest v podslupce  $3d$  a dva jsou v podslupce  $4s$ .

Poslední dva elektrony tedy nejsou v podslupce  $3d$ , která může obsahovat až 10 elektronů, protože atom s elektronovou konfigurací  $3d^6 4s^2$  má celkovou energii nižší, než by tomu bylo v případě konfigurace  $3d^8$ . Kdyby měl atom železa 8 elektronů v podslupce  $3d$  (místo 6), rychle by přešel do stavu s konfigurací  $3d^6 4s^2$  za současné emise elektromagnetického záření. Tento příklad ukazuje, že kromě nejjednodušších prvků se jednotlivé elektronové stavy v atomech *nezaplňují* v pořadí, které by nám připadal nejpřirozenější.

### PŘÍKLAD 41.4

Určete počet prvků v šesti vodorovných řádcích periodické soustavy prvků pomocí maximálního možného počtu elektronů v jednotlivých podslupkách.

**ŘEŠENÍ:** Počty prvků v prvních šesti řádcích periodické soustavy prvků jsou 2, 8, 8, 18, 18 a 32. Zaplnění podslupek závisí pouze na hodnotě kvantového čísla  $l$  a je rovno  $2(2l + 1)$ . Z toho plyne

ORBITÁLNÍ KVANTOVÉ ČÍSLO $l$	POČET STAVŮ V PODSLUPCE $2(2l + 1)$
0	2
1	6
2	10
3	14

Pro každý z řádků můžeme zaplnění podslupek vyjádřit takto:

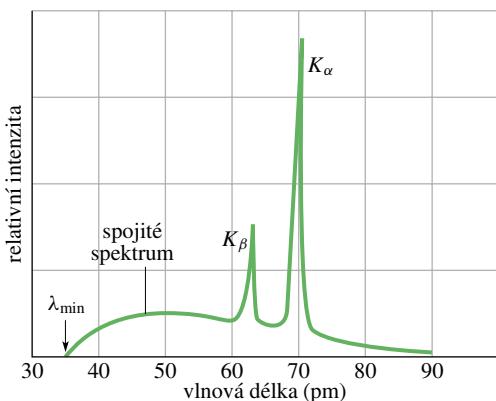
ČÍSLO PERIODY	POČET PRVKŮ V PERIODĚ	CELKOVÝ POČET MOŽNÝCH STAVŮ V PODSLUPCE
1	2	2
2, 3	8	$2+6=8$
4, 5	18	$2+6+10=18$
6	32	$2+6+10+14=32$

### 41.10 RENTGENOVÉ ZÁŘENÍ A ZAŘAZENÍ PRVKŮ

Je-li terč z pevné látky, například z mědi nebo wolframu, bombardován svazkem elektronů o kinetické energii řádově tisíců elektronvoltů, emituje elektromagnetické záření zvané rentgenové záření (anglicky X-rays). Toto záření — jehož využití v lékařství i průmyslu je dobře známé a velmi rozšířené — nám může také mnoho říci o atomech, které je emitují nebo absorbují.

Na obr. 41.15 je spektrum závislosti intenzity rentgenového záření na jeho vlnové délce pro molybdenový terč

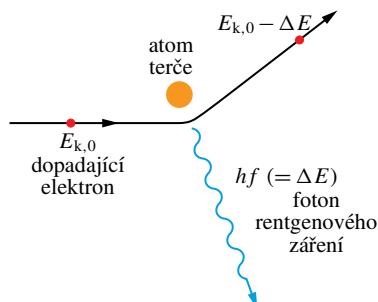
bombardovaný elektrony o energii 35 keV. Vidíme, že ze širokého pásu spojitého spektra vyčnívají dva úzké píky pro dvě ostře definované hodnoty vlnových délek. Spojité spektrum a píky vznikají odlišným způsobem, a proto je probereme odděleně.



**Obr. 41.15** Závislost intenzity rentgenového záření na vlnové délce při dopadu elektronů o energii 35 keV na molybdenový terč. Spojité spektrum a ostré píky vznikají různými mechanismy.

### Spojité rentgenové spektrum (brzdné záření)

Budeme se nejdříve věnovat spojitému spektru na obrázku 41.15 a nebudeme si zatím všímat obou nápadných píků, které z něj vyčnívají. Předpokládejme, že se elektron o počáteční kinetické energii  $E_{k,0}$  srazí (interaguje) s jedním z atomů terče, jak je naznačeno na obr. 41.16. Elektron může ztratit část své energie  $\Delta E$  a ta se může přeměnit ve foton, který je vyzářen z místa srážky. (Energii, kterou při srážce přvezme atom, můžeme zanedbat; je malá, protože atom má relativně velkou hmotnost.)



**Obr. 41.16** Elektron o kinetické energii  $E_{k,0}$  procházející v blízkosti atomu terče může vytvořit foton rentgenového záření a přitom ztratit část své původní energie. Tímto způsobem vzniká spojité spektrum (brzdné záření).

Rozptýlený elektron na obr. 41.16 má nyní energii menší než  $E_{k,0}$ ; může se znova srazit s dalším atomem terče a vytvořit druhý foton, jehož energie se může lišit od hodnoty energie prvního fotona, který vznikl v průběhu první srážky. Tyto elektronové srážky mohou pokračovat, dokud se elektron nezabrzdí. Všechny fotony vznikající při těchto srážkách vytvářejí spojité část rentgenového spektra, v české a německé literatuře často nazývanou **brzdné záření**.

Významným rysem spektra z obr. 41.15 je existence ostře definované hodnoty **prahové vlnové délky**  $\lambda_{\min}$ . Kratší vlnové délky, než je tato hodnota, nejsou ve spojitém spektru zastoupeny. Tato minimální hodnota vlnové délky odpovídá jediné srážce elektronu s atomem terče, při které elektron ztratí *veškerou* svou počáteční energii  $E_{k,0}$ . Všechna tato energie se přemění v energii jediného fotona, jehož vlnová délka — minimální možná vlnová délka vznikajícího rentgenového záření — je určena vztahem

$$E_{k,0} = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}},$$

odkud plyne

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{k,0}} \quad (\text{prahová vlnová délka}). \quad (41.15)$$

Hodnota prahové vlnové délky vůbec nezávisí na materiálu terče. Použijeme-li místo molybdenového terče měďný, změní se všechny rysy spektra rentgenového záření z obr. 41.15 *kromě* hodnoty prahové vlnové délky.

**KONTROLA 2:** Bude se hodnota prahové vlnové délky rentgenového záření  $\lambda_{\min}$  zvyšovat, snižovat, nebo zůstane stejná, když (a) zvýšíme kinetickou energii elektronů dopadajících na terč, (b) elektrony budou namísto masivního terče dopadat na tenkou folii stejného materiálu, (c) zaměníme terč za jiný, složený z atomů s vyšším atomovým číslem?

### PŘÍKLAD 41.5

Svazek elektronů o energii 35,0 keV dopadá na molybdenový terč a vytváří tak rentgenové záření, jehož spektrum je znázorněno na obr. 41.15.

(a) Jaká je prahová vlnová délka?

**ŘEŠENÍ:** Z rov. (41.15) plyne

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{k,0}} = \frac{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})}{(35,0 \cdot 10^3 \text{ eV})} = \\ = 3,55 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 35,5 \text{ pm}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Předpokládejte, že jeden z dopadajících elektronů postupně ztráti část své energie, takže namísto 35,0 keV má energii 20,0 keV. Jaká je hodnota vlnové délky  $\lambda$  fotonu, který vznikne při jediné přímé srážce tohoto elektronu s atomem terče, při níž elektron ztráti celou zbývající energii?

**ŘEŠENÍ:** Počítáme jako v případě (a), pouze dosadíme místo 35,0 keV hodnotu 20,0 keV. Dostaneme

$$\lambda_{\min} = 62,1 \text{ pm.} \quad (\text{Odpověď})$$

Hodnota této vlnové délky je větší než minimální vlnová délka spočtená v případě (a), neboť energie elektronu je menší.

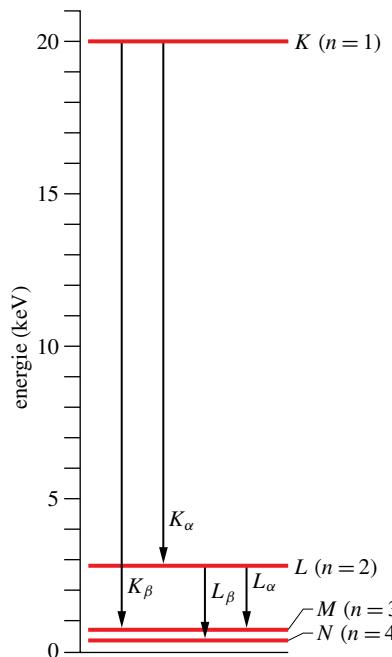
### Charakteristické rentgenové záření

Obraťme pozornost ke dvěma píkům na obr. 41.15, označeným jako  $K_\alpha$  a  $K_\beta$ . Tyto dva píky a další, které jsou už mimo oblast vlnových délek na obr. 41.15, tvoří tzv. **charakteristické rentgenové spektrum** materiálu terče.

Píky vznikají procesem složeným ze dvou částí. (1) Elektron s vysokou energií narazí do atomu terče a při srážce vyrazí jeden z vnitřních elektronů atomu terče (s nízkou hodnotou  $n$ ). Je-li tento vnitřní elektron ze slupky s  $n = 1$  (historicky nazývaná  $K$ -slupka), vznikne v této slupce *díra*. (2) Elektron z jedné ze slupek vzdálenějších od jádra přejde na  $K$ -slupku a tuto díru zaplní. Při tomto přechodu atom emituje foton charakteristického rentgenového záření. Přechází-li elektron ze slupky s  $n = 2$  (nazývané  $L$ -slupka), aby zaplnil díru v  $K$ -slupce, emitované záření je čára  $K_\alpha$  na obr. 41.15; přechází-li ze slupky s  $n = 3$  ( $M$ -slupka), vytváří čáry  $K_\beta$  atd. Díry ve slupkách  $L$  nebo  $M$  budou zaplněny elektrony z ještě vzdálenějších slupek.

Při studiu rentgenového záření bývá zpravidla výhodnější sledovat díru, vytvořenou v hloubce „elektronového oblaku“ atomu, než zaznamenávat změny v kvantových stavech elektronů, které ji vyplní. Na obr. 41.17 je tato situace znázorněna; jedná se o energiový diagram molybdenu, jehož spektrum bylo na obr. 41.15. Energie  $E = 0$  představuje neutrální atom v základním stavu. Hladina označená  $K$  (pro  $E = 20$  keV) představuje energii atomu molybdenu s dírou v  $K$ -slupce. Obdobně hladina označená  $L$  (s energií  $E = 2,7$  keV) představuje molybdenový atom s dírou v  $L$ -slupce atd.

Dva píky označené na obr. 41.15 jsou způsobeny přechody označenými  $K_\alpha$  a  $K_\beta$  na obr. 41.17. Například spektrální čára  $K_\alpha$  vzniká, když elektron z  $L$ -slupky zaplní díru v  $K$ -slupce. Na obr. 41.17 tomuto procesu odpovídá přechod díry z vyšší energiové hladiny  $K$  na nižší hladinu  $L$ .



**Obr. 41.17** Zjednodušený diagram hladin energie atomu molybdenu znázorňuje přechody (děr, nikoli elektronů), odpovídající vzniku některé z charakteristických čar rentgenového spektra tohoto atomu. Každá z vodorovných čar odpovídá energii atomu s dírou (tj. scházejícím elektronem) v označené slupce.

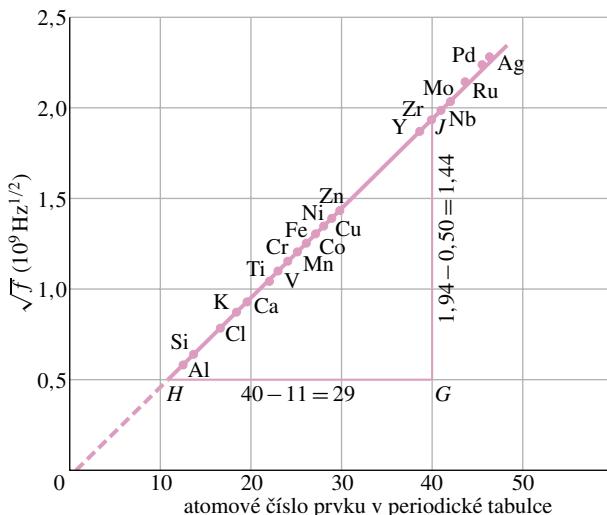
### Zařazení prvků

V roce 1913 studoval anglický fyzik H. G. J. Moseley charakteristické rentgenové záření toliky prvků, kolik jich mohl najít — a našel jich 38 — tak, že terče z těchto prvků bombardoval elektrony ve vakuovém zařízení, které sám navrhl. Jednotlivé terče Moseley umístil na vozíčku taženém na hedvábném vlasci a postupně je vystavil elektronovému svazku. Vlnovou délku vzniklého rentgenového záření měřil difrací na krystalu, popsanou v čl. 37.9.

Moseley pak hledal (a nalezl) pravidelnosti v takto získaných spektrech jednotlivých prvků periodické tabulky. Vynesl pro danou spektrální čáru, například  $K_\alpha$ , závislost druhé odmocniny z frekvence  $f$  této čáry na poloze prvku v periodické tabulce a dostal přímku. Část z rozsáhlého souboru experimentálních dat je uvedena na obr. 41.18. Moseley učinil následující závěr:

Máme zde důkaz, že v atomu existuje základní veličina, která narůstá o stejnou hodnotu, přecházíme-li od jednoho prvku k následujícímu. Touto veličinou může být pouze náboj jádra.

Díky Moseleyho pracím se charakteristické rentgenové spektrum stalo všeobecně uznávanou charakteristikou prvků, umožňující vyřešit mnohé ze záhad v periodické tabulce. Do roku 1913 byla poloha prvku v periodické tabulce



Obr. 41.18 Moseleyho graf spektrálních čar  $K_{\alpha}$  charakteristického rentgenového záření 21 prvků. Frekvence je vypočtena z měřené vlnové délky. Měření vyznačena v trojúhelníku  $H G J$  jsou použita v př. 41.7 k výpočtu směrnice této lineární závislosti.

určena jeho atomovou *hmotností*, přestože existovalo několik dvojic, kdy muselo dojít k záměně pořadí prvků, aby to odpovídalo jejich chemickým vlastnostem. Moseley prokázal, že náboj jádra (tj. *atomové číslo*  $Z$ ) určuje správné pořadí prvků v periodické tabulce.

V roce 1913 bylo v periodické tabulce několik prázdných míst a byl znám překvapující počet kandidátů na nové prvky, které je měly zaplnit. Spektra rentgenového záření však umožnila rozhodující test těchto kandidátů. *Lanthanoidy*, prvky vzácných zemin, byly vzhledem ke svým velmi podobným chemickým vlastnostem řazeny velmi nepřesně. Jakmile byla Moseleyho práce publikována, bylo možno tyto prvky náležitě zařadit. Později mohly být také jednoznačně zařazeny prvky za atomem uranu, pokud byly získány v dostatečném množství pro studium jejich rentgenových spekter.

Není těžké pochopit, proč charakteristické rentgenové spektrum vykazuje pro každý prvek takové pozoruhodné pravidelnosti, zatímco například optické spektrum nikoli: klíč k určování prvků spočívá ve stanovení náboje jeho jádra. Například zlato je zlatem proto, že jeho atomy mají jádra o náboji  $+79e$  (to znamená  $Z = 79$ ). O jeden elementární náboj v jádře více má rtuť; o jeden méně má platina.  $K$ -elektrony, které se významnou měrou podílejí na vzniku rentgenového spektra, jsou velmi blízko jádra a jsou tak velmi citlivé na jeho náboj. Na druhé straně optické spektrum je způsobeno přechody vnějších elektronů, které jsou od jádra odstíňeny zbývajícími elektryny atomu, a proto nejsou citlivé na náboj jádra.

## Objasnění Moseleyho grafu

Moseleyho experimentální data, jejichž část je uvedena v obr. 41.18, mohou být přímo použita k zařazení jednotlivých prvků na jejich správná místa v periodické tabulce. To šlo dokonce i tehdy, když nebylo známé teoretické vysvětlení Moseleyho grafu. My je však máme.

Podle rov. (40.18) je energie vodíkového atomu

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad \text{pro } n = 1, 2, 3, \dots \quad (41.16)$$

Vezměme nyní jeden ze dvou vnitřních elektronů v  $K$ -slupci nějakého víceelektronového atomu. Vzhledem k přítomnosti druhého  $K$ -elektronu náš první elektron „vidí“ efektivní náboj jádra, který je přibližně  $(Z - 1)e$ , kde  $e$  je velikost elementárního náboje a  $Z$  je atomové číslo prvku. Člen  $e^4$  v rov. (41.16) je dán součinem  $e^2$  (čtverce náboje jádra) a  $(-e)^2$  (čtverce náboje elektronu). Proto pro víceelektronový atom můžeme nahradit člen  $e^4$  v rov. (41.16) členem  $(Z - 1)^2 e^2 \cdot (-e)^2$  neboli  $e^4(Z - 1)^2$ . Obdržíme

$$E_n = -\frac{(13,6 \text{ eV})(Z - 1)^2}{n^2}. \quad (41.17)$$

Viděli jsme, že foton  $K_{\alpha}$  rentgenového záření (o energii  $hf$ ) vznikne, přejde-li elektron ze slupky  $L$  ( $n = 2$  a energie  $E_2$ ) do slupky  $K$  ( $n = 1$  a energie  $E_1$ ). Z rov. (41.17) tedy pro energii emitovaného fotonu dostaneme

$$\begin{aligned} hf &= E_2 - E_1 = \\ &= \frac{-(13,6 \text{ eV})(Z - 1)^2}{2^2} - \frac{-(13,6 \text{ eV})(Z - 1)^2}{1^2} = \\ &= (10,2 \text{ eV})(Z - 1)^2. \end{aligned}$$

Frekvence  $f$  fotonu  $K_{\alpha}$  čáry je

$$\begin{aligned} f &= \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{(10,2 \text{ eV})(Z - 1)^2}{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})} = \\ &= (2,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz})(Z - 1)^2. \end{aligned} \quad (41.18)$$

Odmocnime-li obě strany rovnice, dostaneme

$$\sqrt{f} = CZ - C, \quad (41.19)$$

kde  $C$  je konstanta. Rov. (41.19) je rovnice přímky. Říká nám, že vynášíme-li druhou odmocninu frekvence fotonu spektrální čáry  $K_{\alpha}$  v závislosti na atomovém čísle  $Z$ , měli bychom získat přímku. Jak ukazuje graf v obr. 41.18, je to přesně ta závislost, kterou objevil Moseley.

**KONTROLA 3:** Čára  $K_{\alpha}$  rentgenového záření z kobaltového terče ( $Z = 27$ ) má vlnovou délku 179 pm. Je vlnová délka rentgenového záření  $K_{\alpha}$  čáry niklu ( $Z = 28$ ) delší, nebo kratší?

**PŘÍKLAD 41.6**

Kobaltový terč bombardovaný elektronami vyzařuje rentgenové záření, jehož charakteristické spektrum měříme. Lze v něm rozpoznat ještě jedno slabší spektrum, pocházející od nečistoty. Odpovídající vlnové délky jsou 178,9 pm (kobalt) a 143,5 pm (nečistota). O jakou nečistotu se jedná?

**ŘEŠENÍ:** K výpočtu použijme rov. (41.19) jednak pro kobalt (Co) a jednak pro nečistotu (X). Dosazením  $f = c/\lambda$  dostaneme

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda_{\text{Co}}}} = CZ_{\text{Co}} - C \quad \text{a} \quad \sqrt{\frac{c}{\lambda_X}} = CZ_X - C.$$

Dělení druhé rovnice první rovnicí dává

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\text{Co}}}{\lambda_X}} = \frac{Z_X - 1}{Z_{\text{Co}} - 1}.$$

Dosazením známých dat a hodnoty  $Z_{\text{Co}} = 27$  obdržíme

$$\sqrt{\frac{178,9 \text{ pm}}{143,5 \text{ pm}}} = \frac{Z_X - 1}{27 - 1}.$$

Neznámá je pak rovna

$$Z_X = 30,0. \quad (\text{Odpověď})$$

Nahlédnutím do periodické tabulky určíme, že nečistotou je zinek.

**PŘÍKLAD 41.7**

(a) Stanovte hodnotu konstanty  $C$  v rov. (41.19).

**ŘEŠENÍ:** Porovnáním rov. (41.18) a (41.19) zjistíme, že

$$C = \sqrt{(2,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz})} = 4,96 \cdot 10^7 \text{ Hz}^{1/2}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Pomocí Moseleyho grafu z obr. 41.18 ověřte, že  $C$  odpovídá změřené směrnici přímky.

**ŘEŠENÍ:** Změříme-li úsečky  $|HG|$  a  $|GJ|$  v obr. 41.18, dostaneme

$$C = \frac{|GJ|}{|HG|} = \frac{(1,94 - 0,50) \cdot 10^9 \text{ Hz}^{1/2}}{40 - 11} = \\ = 4,96 \cdot 10^7 \text{ Hz}^{1/2}. \quad (\text{Odpověď})$$

Tyto dva výsledky plně souhlasí. Souhlas pro jiné čáry než  $K_\alpha$  už není tak dobrý; pro ně musíme lépe započítat vliv okolních elektronů.

**41.11 LASERY A JEJICH SVĚTLO**

Na sklonku čtyřicátých let a na začátku šedesátých let obohatila kvantová mechanika moderní techniku dvěma mořadnými příspěvky: **tranzistorem**, který umožnil počítačovou revoluci, a **laserem**. Laserové světlo je obdobně jako světlo obyčejné žárovky emitováno tehdy, přechází-li atom z kvantového stavu s vyšší energií do kvantového stavu s nižší energií. V laserech však — na rozdíl od jiných zdrojů světla — atomy vyzařují společně a vytvářejí tak světlo neobyčejných vlastností:

**1. Laserové světlo je vysoko monochromatické.** Světlo obyčejné žárovky pokrývá spojitou oblast vlnových délek a jistě není monochromatické. Spektrální čáry z neonové zářivky jsou monochromatické v poměru  $1 : 10^6$ . Avšak v případě laserů je ostrost čáry mnohonásobně vyšší — může dosahovat hodnot až  $1 : 10^{15}$ .

**2. Laserové světlo je vysoko koherentní.** Jednotlivé vlny (vlnová klubka) laserového světla mohou být několik stovek kilometrů dlouhé. Pokud dva rozdělené svazky, které prošly po oddělených dráhách takové vzdálenosti, se opět spojí, „pamatují si“ vše o svém společném původu a mohou vytvářet interferenční proužky. Odpovídající *koherenční délka* vlnových klubek obyčejné žárovky je zpravidla menší než jeden metr.

**3. Laserové světlo je vysoko směrové.** Laserový svazek má malou rozbíhavost; odchyluje se od přesné rovnoběžnosti pouze v důsledku difrakce na výstupní cloně laseru. Například laserový pulz pro měření vzdálenosti Země–Měsíc vytváří na povrchu Měsíce stopu, jejíž průměr je pouhá jedna milionina průměru Měsíce. Světlo z obyčejné žárovky může rovněž pomoci čoček vytvořit téměř rovnoběžný svazek, ale jeho rozbíhavost je mnohem větší než svazku z laseru. Každý bod vlákna žárovky totiž vyzařuje svůj vlastní, oddělený svazek a úhlová rozbíhavost takto složeného celkového světelného svazku je dána geometrickými rozměry vlákna.

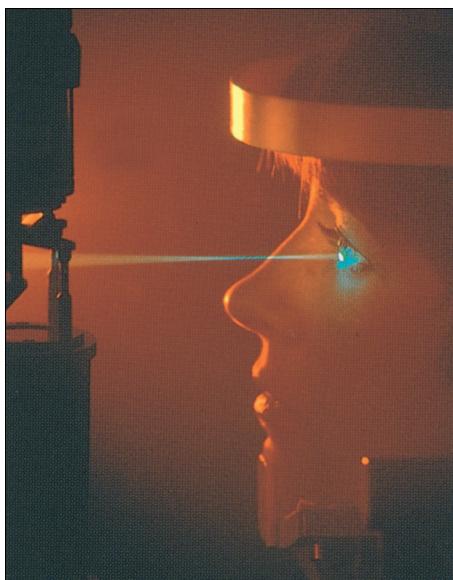
**4. Laserové světlo lze ostře zfokusovat.** Pokud dva světelné paprsky přenásejí stejně množství energie, pak ten z nich, který může být zaostřen do menší stopy, bude mít v této stopě větší intenzitu. Laserový svazek může být fokusován do stopy tak malé, že v ní lze snadno dosáhnout intenzitu  $10^{17} \text{ W/cm}^2$ . Naproti tomu kyslíko-acetylenový plamen pro svařování dosahuje intenzit jen kolem  $10^3 \text{ W/cm}^2$ .

**Mnohostranné využití laserů**

Nejmenší lasery, používané k přenosu hlasu a dat optickými vlákny, mají jako aktivní prvek krystal polovodiče rozměru spindlíkové hlavičky. Ačkoli jsou malé, přesto generují

světlo o výkonu kolem 200 mW. Největší lasery, používané při výzkumech jaderné fúze, v astronomii a ve vojenských aplikacích, zaplňují velké budovy. Největší z nich generuje krátký pulz laserového světla o výkonu  $10^{14}$  W. To je o dva řády více, než je celková kapacita výroby elektřiny v USA. Aby nedošlo v průběhu pulzu k výpadku elektrického proudu v celé zemi, je energie potřebná k jeho uskutečnění akumulována po delší dobu mezi jednotlivými pulzy.

Lasery se používají například při čtení čárových kódů v obchodech, při výrobě a čtení kompaktních disků, při různých operacích (fotografie v úvodu k této kapitole a na obr. 41.19), k vyměřování, pro stříhání látek v oděvním průmyslu (vrstva několika stovek látek současně), při svařování karoserií aut nebo při výrobě hologramů.



Obr. 41.19 Laserový paprsek je vyslan do oka pacientky s cukrovkou, aby uzavřel cévky na její sítnici.

## 41.12 JAK PRACUJÍ LASERY

Slovo „laser“ je zkratka pro „light amplification by the stimulated emission of radiation“ (zesilování světla stimulovanou emisí záření), takže bychom neměli být překvapeni tím, že klíčem k činnosti laseru je **stimulovaná emise**. Einstein tento pojem zavedl již v roce 1917. I když si svět musel počkat až do roku 1960, kdy byl první laser uveden do provozu, základní práce na jeho vývoji se datují o několik desetiletí dříve.

Předpokládejme, že se izolovaný atom může nacházet buď ve stavu s nejnižší energií  $E_0$  (jeho základní stav), nebo ve stavu s vyšší energií  $E_x$ . Uveďme si tři možné způsoby,

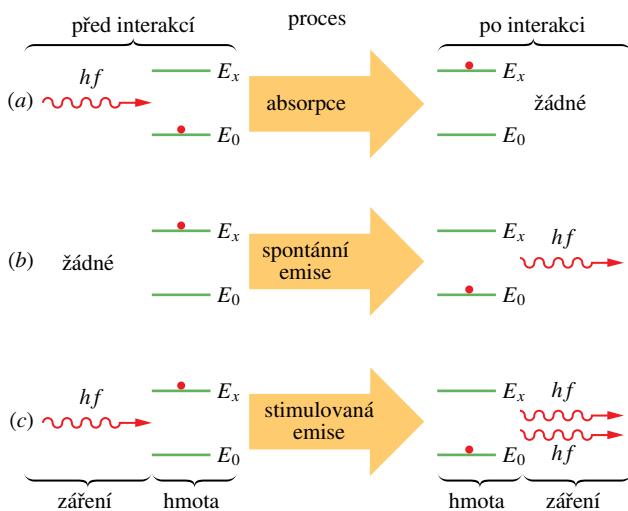
jakými se atom může dostat z jednoho z těchto stavů do stavu druhého:

**1. Absorpce.** Obr. 41.20a ukazuje atom v základním stavu. Je-li tento atom umístěn do vnějšího elektromagnetického pole o frekvenci  $f$ , může z tohoto pole absorbovat určité množství energie  $hf$  a dostat se do vyššího energiového stavu. Ze zákona zachování energie plyně

$$hf = E_x - E_0. \quad (41.20)$$

Tento proces nazýváme **absorpce**.

**2. Spontánní emise.** Na obr. 41.20b je atom v excitovaném stavu a vnější pole je nulové. Po nějaké době atom *samovolně* přejde do svého základního stavu za současné emise fotonu o energii  $hf$ . Tento proces nazýváme **spontánní emise** — *spontánní* proto, že tato událost není spouštěna žádným vnějším vlivem. Tímto způsobem se například vytváří světlo v obyčejné žárovce.



Obr. 41.20 Interakce záření s hmotou v procesu (a) absorpcie, (b) spontánní emise a (c) stimulované emise. Atom (tj. hmota) je znázorněn jako červená tečka; atom se nachází buď ve svém nižším kvantovém stavu s energií  $E_0$ , nebo ve vyšším stavu s energií  $E_x$ . V případě (a) atom absorbuje foton o energii  $hf$  od okolní světelné vlny. V případě (b) emituje světelnou vlnu o energii  $hf$ . V případě (c) způsobí procházející vlna, jejíž foton má energii  $hf$ , že atom emituje foton o téže energii, a tím zvýší energii světelné vlny.

Střední doba života atomu v excitovaném stavu, tedy doba, než se uskuteční spontánní emise, je obvykle kolem  $10^{-8}$  s. Pro některé excitované stavy však tato střední doba může být až  $10^5$ krát delší. Tyto stavy s dlouhou dobou života nazýváme **metastabilní**; ty pak hrají důležitou roli při činnosti laseru.

**3. Stimulovaná emise.** Na obr. 41.20c je atom opět v excitovaném stavu, ale tentokrát je ozářen světlem o frekvenci dané rov. (41.20). Foton o energii  $hf$  může stimulovat atom, aby přešel do svého základního stavu. V tomto procesu atom emituje další foton, jehož energie je rovněž  $hf$ . Tento proces nazýváme **stimulovaná emise** — *stimulovaná* proto, že tato událost je spouštěna vnějším fotonem.

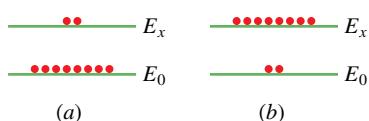
Emitovaný foton z obr. 41.20c je v každém ohledu identický se stimulujícím fotonem. Vlna spojená s tímto fotonem má stejnou energii, fázi, polarizaci a směr šíření. Za vhodných podmínek lze spustit řetězovou reakci podobných stimulujících procesů jediným počátečním fotonem o správné frekvenci. Právě tímto způsobem je vytvářeno laserové světlo.

Poznamenejme, že fotony ve svazku laserového světla jsou všechny ve stejném kvantovém stavu. Fotony se na rozdíl od elektronů neřídí Pauliho vylučovacím principem. Fotony se „rády“ hromadí ve stejném kvantovém stavu; elektronům je to zakázáno.

Obr. 41.20c ukazuje stimulovanou emisi jednoho atoma. Předpokládejme nyní, že vzorek obsahuje velký počet atomů v termodynamické rovnováze při teplotě  $T$ . Dříve, než je jakékoli záření na vzorek nasměrováno, existuje v tomto vzorku  $N_0$  atomů ve svém základním stavu a  $N_x$  atomů ve stavu s vyšší energií  $E_x$ . Ludwig Boltzmann ukázal, že počet  $N_x$  lze pomocí  $N_0$  vyjádřit ve tvaru

$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT}, \quad (41.21)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konstanta. Tato rovnice se snadno zdůvodní. Veličina  $kT$  odpovídá střední kinetické energii atomu o teplotě  $T$ . Čím vyšší je teplota, tím více atomů bude tepelně vybuzeno (srážkami s ostatními atomy) do stavů s vyššími energiemi. Poněvadž  $E_x > E_0$ , pak z rov. (41.21) vyplývá, že  $N_x < N_0$ . To znamená, že atomů v excitovaném stavu bude vždy méně, než v základním stavu. Nastane to, co lze očekávat, když jsou atomy buzeny pouze srážkami při tepelném pohybu. Tato situace je znázorněna na obr. 41.21a.



**Obr. 41.21** (a) Rovnovážné rozdělení atomů v základním stavu  $E_0$  a excitovaném stavu  $E_x$  způsobené pouze srážkami při tepelném pohybu. (b) Inverze populace, získaná speciálními metodami; tato inverze populace je pro činnost laseru důležitá.

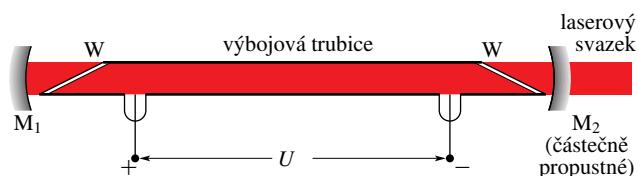
Zaplavíme-li nyní atomy na obr. 41.21a fotony o energii  $E_x - E_0$ , budou tyto fotony zanikat, když je absorbuje atomy v základním stavu. Nové fotony budou převážně vznikat stimulovanou emisí při přechodu atomů z excito-

vaného do základního stavu. Einstein ukázal, že pravděpodobnosti obou procesů jsou shodné. Vzhledem k tomu, že se více atomů nachází v základním stavu, bude převažovat absorpcie fotonů.

Abychom vytvořili laserové světlo, musí být více fotonů emitováno než absorbováno; to znamená, že musíme mít situaci, kdy stimulovaná emise převažuje. Proto musíme začít s více atomy v excitovaném stavu jako na obr. 41.21b. Poněvadž se však toto **převrácení (inverze) populace** neslučuje s obvyklou termodynamickou rovnováhou, musíme vymyslet způsob, jak toto převrácení populace dosáhnout a jak je i udržet.

### Helium-neonový plynový laser

Na obr. 41.22 je znázorněn typ laseru, který dnes běžně najdeme i ve studentských laboratořích. V roce 1961 ho vynil Ali Javan se svými spolupracovníky. Skleněná výbojka je naplněna směsí helia a neonu (v poměru 20 : 80). Plynný neon je aktivní médium, které emituje laserové světlo.

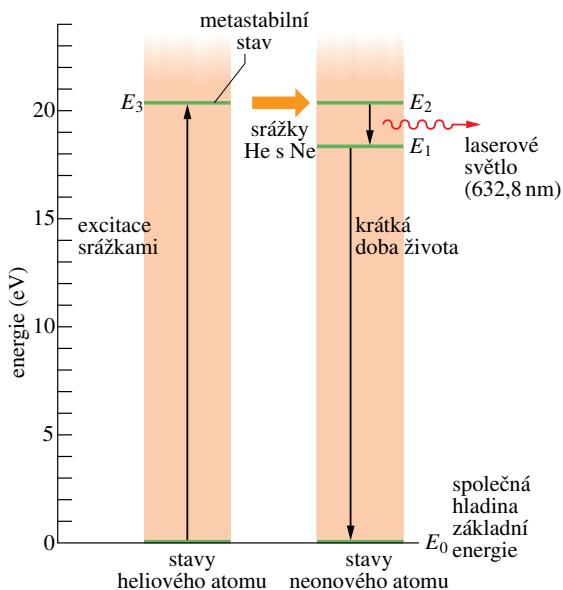


**Obr. 41.22** Části helium-neonového laseru. Přiložené stejnosměrné napětí  $U$  způsobí, že výbojkou, která je naplněna plynnou směsí helia a neonu, protéká proud elektronů. Elektrony se srážejí s atomy helia, ty se srážejí s atomy neonu a atomy neonu emitují světlo ve směru osy trubice. Světlo prochází průhlednými okénky W na koncích trubice a odráží se zrcadly M<sub>1</sub> a M<sub>2</sub> zpět do trubice; tak se neustále zvyšuje počet emitujících atomů neonu. Zrcadlo M<sub>2</sub> je částečně propustné, takže malá část dopadajícího světla jím prochází a vytváří tak laserový svazek.

Obr. 41.23 ukazuje zjednodušený energiový diagram obou atomů. K nabuzení co nejvíce atomů He do metastabilního stavu  $E_3$  se využívají srážky atomů helia s proudem elektronů, který protéká trubicí.

Energie stavu  $E_3$  (20,61 eV) atomu helia je velmi blízká hodnotě energie stavu  $E_2$  (20,66 eV) atomu neonu. Srazí-li se tedy atom helia v metastabilním stavu ( $E_3$ ) s atomem neonu v základním stavu ( $E_0$ ), bude často excitační energie heliového atomu předána atomu neonu, který tak přejde do stavu s energií  $E_2$ . Tímto způsobem lze dosáhnout toho, že energiová hladina  $E_2$  atomu neonu na obr. 41.23 bude obsazena více, než hladina  $E_1$ .

Inverzi populace poměrně snadno získáme a udržíme proto, že (1) na počátku nejsou v podstatě žádné atomy neonu ve stavu s energií  $E_1$ , (2) metastabilita energiové



**Obr. 41.23** Čtyři podstatné energiovými hladiny helium-neonového plynového laseru. K emisi laserového fotonu dojde při přechodu mezi hladinami  $E_2$  a  $E_1$  atomu neonu, když je více atomů neonu ve stavu s energií  $E_2$  než ve stavu s  $E_1$ .

hladiny  $E_3$  atomů helia zajišťuje dostatečný počet atomů neonu ve stavu s energií  $E_2$  a (3) atomy neonu z energiové hladiny  $E_1$  rychle přecházejí (přes nevyznačené přechodové hladiny) do základního stavu neonu s energií  $E_0$ .

Předpokládejme, že dojde ke spontánní emisi jediného fotonu při přechodu atomu neonu ze stavu s energií  $E_2$  do stavu o energii  $E_1$ . Tento foton může spustit stimulovanou emisi další foton a ten spustí opět novou emisi fotonu. Vlivem takto spuštěné řetězové reakce se velmi rychle vytvoří koherentní svazek červeného laserového světla, pohybujícího se rovnoběžně s osou trubice. Toto světlo o vlnové délce 632,8 nm se může šířit mnohonásobně tam a zpět trubicí tak, že se odráží od zrcadel  $M_1$  a  $M_2$  podle obr. 41.22 a získává stimulovanou emisi další a další fotony při každém průchodu trubicí.

Zrcadlo  $M_1$  je pokryto vrstvou, která odráží světlo této vlnové délky téměř dokonale. Zrcadlo  $M_2$  je vyrobeno tak, že při každém odrazu malou část laserového světla propouští, a odtud pak vystupuje použitelný svazek laserového světla.

**KONTROLA 4:** Vlnová délka světla z laseru A (helium-neonový plynový laser) je 632,8 nm, vlnová délka světla z CO<sub>2</sub> plynového laseru B je 10,6 μm. Laser C (gallium arsenidový polovodičový laser) vytváří světlo o vlnové délce 840 nm. Seřaďte sestupně tyto lasery podle velikosti rozdílu energií kvantových stavů umožňujících činnost laseru.

### PŘÍKLAD 41.8

V helium-neonovém laseru z obr. 41.22 dojde k vyzáření laserového světla při přechodu mezi dvěma excitovanými energiovými hladinami atomu neonu. V mnoha laserech však dochází k emisi při přechodu mezi hladinou excitovanou a hladinou základní energie, jak je naznačeno na obr. 41.21.

- (a) Uvažujte takový laser, který emituje na vlnové délce  $\lambda = 550$  nm. Kdybychom nevytvorili inverzi populace, jaký by byl poměr počtu atomů s energií  $E_x$  k počtu atomů s energií  $E_0$ ?

**ŘEŠENÍ:** Z rov. (41.21) je tento poměr roven

$$N_x/N_0 = e^{-(E_x - E_0)/(kT)}. \quad (41.22)$$

Rozdíl mezi oběma energiovými hladinami je

$$\begin{aligned} E_x - E_0 &= hf = \frac{hc}{\lambda} = \\ &= \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})}{(550 \cdot 10^{-9} \text{ m})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})} = \\ &= 2,26 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Střední kinetická energie  $kT$  tepelného pohybu při pokojové teplotě (300 K) je rovna

$$kT = (8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K}) = 0,0259 \text{ eV}.$$

Dosazením obou výsledků do rov. (41.22) získáme

$$\begin{aligned} N_x/N_0 &= e^{-(2,26 \text{ eV})/(0,0259 \text{ eV})} = \\ &= e^{-87,26} \doteq 1,3 \cdot 10^{-38}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

To je velmi malé číslo. Není ale nerozumné, protože atom, jehož střední energie tepelného pohybu je pouze 0,0259 eV, nebude příliš často při srážce udělovat energii 2,26 eV jinému atomu.

- (b) Pro podmínky stejné jako v případě (a) určete, při jaké teplotě by byl poměr  $N_x/N_0$  roven 1/2?

**ŘEŠENÍ:** Po dosazení do rov. (41.22) a logaritmování obou stran získáme rovnici pro  $T$

$$\begin{aligned} T &= \frac{E_x - E_0}{k(\ln 2)} = \frac{(2,26 \text{ eV})}{(8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K})(\ln 2)} = \\ &= 38\,000 \text{ K}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

To je teplota mnohem vyšší než na povrchu Slunce. Je však jasné, že pokud chceme invertovat populaci těchto dvou hladin, potřebujeme k tomu použít jiný mechanismus, neboť teplota, jakkolи vysoká, nemůže převrácení populace způsobit.

## PŘEHLED & SHRNUTÍ

### Některé vlastnosti atomů

Energie atomů jsou kvantovány, tj. atomy mají jen určité hodnoty energií, které přísluší různým kvantovým stavům. Atom může přecházet mezi různými kvantovými stavami při emisi nebo absorpci fotonu. Frekvence  $f$  tohoto fotonu je dána *Bohrovou frekvenční podmínkou*:

$$hf = E_v - E_n, \quad (41.1)$$

kde  $E_v$  je vyšší a  $E_n$  nižší energie ze dvou kvantových stavů, mezi nimiž dojde k přechodu. Atomy mají rovněž kvantovány momenty hybnosti a magnetické dipólové momenty.

### Momenty hybnosti a magnetické dipólové momenty

Elektron vázaný v atomu má *orbitální moment hybnosti  $\mathbf{L}$*  a s ním spojený *orbitální magnetický dipólový moment  $\mu_{\text{orb}}$* . Jsou rovnoběžné a mají opačné směry. Velikost  $\mathbf{L}$  je kvantována a její hodnoty jsou

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (41.2)$$

kde  $l$  je *orbitální kvantové číslo* (které může nabývat hodnot daných v tab. 41.1). Složka  $L_z$  je kvantována a měřitelná a nabývá hodnot

$$L_z = m_l \hbar, \quad (41.3)$$

kde  $m_l$  je *orbitální magnetické kvantové číslo* (které může nabývat hodnot daných v tab. 41.1).

Složka orbitálního magnetického dipólového momentu  $\mu_{\text{orb},z}$  je kvantována a měřitelná a nabývá hodnot

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \mu_B, \quad (41.4)$$

kde  $m_l$  je *orbitální magnetické kvantové číslo* a  $\mu_B$  je *Bohrův magneton*

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J.T}^{-1}. \quad (41.5)$$

Elektron, vázaný nebo volný, má svůj vlastní *spinový moment hybnosti* (neboli *spin*)  $\mathbf{S}$  a svůj vlastní *spinový magnetický dipólový moment  $\mu_s$* . Jsou rovnoběžné, ale mají opačný směr. Velikost  $\mathbf{S}$  je dána

$$S = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (41.6)$$

kde  $s$  je *spinové kvantové číslo* elektronu. Je vždy rovno  $\frac{1}{2}$ . Složka  $S_z$  spinu je kvantována a měřitelná a nabývá hodnot

$$S_z = m_s \hbar, \quad (41.7)$$

kde  $m_s$  je *spinové magnetické kvantové číslo* elektronu, které může být rovno  $+\frac{1}{2}$ , nebo  $-\frac{1}{2}$ . Složka  $\mu_{s,z}$  je kvantována a měřitelná a může nabývat hodnot

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B. \quad (41.8)$$

### Jaderná magnetická rezonance

Proton má svůj vlastní spinový moment hybnosti  $\mathbf{S}$  a s ním spojený spinový magnetický dipólový moment  $\mu$  stejného směru jako  $\mathbf{S}$ . Umístíme-li proton do vnějšího magnetického pole  $\mathbf{B}$ , pak průměr  $\mu_z$  do směru osy  $z$  definované směrem pole  $\mathbf{B}$  může nabývat dvou kvantovaných orientací: souhlasně, nebo nesouhlasně rovnoběžné s  $\mathbf{B}$ . Příslušný energiový rozdíl mezi oběma orientacemi je roven  $2\mu_z B$ . Energie fotonu potřebná k překlopení spinu protonu mezi oběma orientacemi je

$$hf = 2\mu_z (B_v + B_1), \quad (41.14)$$

kde  $B_v$  představuje vnější pole a  $B_1$  pole lokální, určené atomy a jádry, které obklopují proton. Měřením těchto spinových překlopení získáme *spektrum jaderné magnetické rezonance*, pomocí kterého můžeme identifikovat různé chemické látky.

### Pauliho vylučovací princip

Elektrony v atomech a jiných pastích se při obsazování kvantových stavů řídí *Pauliho vylučovacím principem*, který stanoví, že *zádne dva elektrony v atomu nebo v jiných pastích nemohou mít stejný soubor kvantových čísel  $n, l, m_l$  a  $m_s$* .

### Struktura periodické soustavy prvků

Prvky jsou v periodické tabulce zařazeny podle vztahující velikosti atomového čísla  $Z$ ; náboj jádra je roven  $Ze$ , kde  $Z$  je počet protonů v jádře (a také počet elektronů v obalu neutrálního atomu).

Stavy se stejnou hodnotou hlavního kvantového čísla  $n$  tvoří *slupku*, stavy se stejnými hodnotami  $n$  a  $l$  *podslupku*. V *zaplněných* slupkách a podslupkách (což jsou ty, které obsahují nejvyšší možný počet elektronů) je součet momentů hybnosti a součet magnetických momentů všech elektronů roven nule.

### Rentgenové záření a zařazení prvků

*Spojité spektrum rentgenového záření* vzniká tehdy, jestliže elektrony o vysoké kinetické energii ztratí část své energie při srážkách s atomy v pevné látce. *Prahovou vlnovou délku  $\lambda_{\min}$*  má záření tehdy, ztratí-li elektron veškerou svou počáteční energii v jediné srážce s atomem. Její velikost je dána vztahem

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{k,0}}, \quad (41.15)$$

kde  $E_{k,0}$  je počáteční kinetická energie elektronů dopadajících na terč.

*Charakteristické spektrum rentgenového záření* vzniká tehdy, jestliže elektrony s vysokou energií vyrazí vnitřní elektrony atomu; zaplní-li takto vzniklou „díru“ elektron, který se nachází dále od jádra, vznikne foton charakteristického rentgenového spektra.

V roce 1913 britský fyzik H. G. J. Moseley měřil frekvence charakteristického rentgenového záření řady prvků. Zpozoroval, že závislost druhé odmocniny této frekvence na pořadí příslušného prvku v periodické tabulce tvoří přímku, jak je znázorněno v *Moseleyho grafu* na obr. 41.18. Toto zjištění umožnilo Moseleymu ukázat, že vlastnost atomu, která určuje polohu prvku v periodické soustavě, není jeho atomová hmotnost, ale *atomové číslo Z*, tj. počet protonů v jeho jádře.

### **Lasery a jejich světlo**

Laserové světlo vzniká *stimulovanou emisí*. Pod vlivem záření

o frekvenci  $f$  dané vztahem

$$hf = E_x - E_0, \quad (41.20)$$

může atom přejít ze stavu s vyšší energií do stavu s nižší energií za současné emise fotonu o frekvenci  $f$ . Stimulující a emitovaný foton mají identické fyzikální vlastnosti a dohromady spolu vytvářejí laserové světlo.

K tomu, aby převládl proces emise, je nutné dosáhnout *převrácení (inverze) populace*, tj. musí existovat více atomů ve stavu s vyšší energií než ve stavu s energií nižší.

## OTÁZKY

- 1.** Elektron v atomu zlata je ve stavu  $n = 4$ . Které z uvedených hodnot může  $l$  nabývat:  $-3, 0, 2, 3, 4, 5$ ?
- 2.** Atom stříbra má zcela zaplněny podslupky  $3d$  a  $4d$ . Obsahují stejný počet elektronů? Pokud ne, která z nich jich má více?
- 3.** Atom uranu má zcela zaplněny podslupky  $6p$  a  $7s$ . Která z nich obsahuje více elektronů?
- 4.** Elektron v atomu rtuti je v podslupce  $3d$ . Které z uvedených hodnot může nabývat  $m_l$ :  $-3, -1, 0, 1, 2$ ?
- 5.** (a) Kolik podslupek a kolik elektronových stavů obsahuje slupka  $n = 2$ ? (b) Jak je tomu pro  $n = 5$ ?
- 6.** Pro který z následujících atomů můžeme snadněji odstranit elektron? (a) Krypton, nebo brom? (b) Rubidium, nebo cer? (c) Helium, nebo vodík?
- 7.** Na jakých kvantových číslech závisí energie elektronu (a) v atomu vodíku, (b) v atomu vanadu?
- 8.** Určete, zda jsou následující tvrzení pravdivá, nebo nepravdivá: (a) Právě jedna (tj. jedna a pouze jedna) z následujících podslupek neexistuje:  $2p, 4f, 3d, 1p$ . (b) Počet možných hodnot  $m_l$  závisí pouze na  $l$  a nezávisí na  $n$ . (c) Existují čtyři podslupky  $s$   $n = 4$ . (d) Nejmenší možná hodnota  $n$ , která může patřit k danému  $l$ , je  $l + 1$ . (e) Všechny stavy s  $l = 0$  mají rovněž  $m_l = 0$ . (f) Pro každou hodnotu  $n$  existuje  $n$  podslupek.
- 9.** Která z následujících tvrzení týkajících se Einsteinova-de Haasova pokusu jsou pravdivá: (a) Atomy mají moment hybnosti. (b) Moment hybnosti atomů je kvantován. (c) Atomy mají magnetické momenty. (d) Magnetické momenty atomů jsou kvantovány. (e) Moment hybnosti atomu je silně svázán s jeho magnetickým momentem. (f) Experiment je založen na zákonu zachování momentu hybnosti.
- 10.** Uvažujte atomy kryptonu a rubidia. (a) Který z nich je vhodnější k provedení Sternova-Gerlachova pokusu popsaného na obr. 41.8? (b) Který z obou atomů by se k provedení tohoto experimentu vůbec nehodil?
- 11.** Rentgenové spektrum z obr. 41.15 bylo vytvořeno elektrony s energií 35,0 keV dopadajícími na terč z molybdenu ( $Z = 42$ ). Nahradíme jej terčem ze stříbra ( $Z = 47$ ). Vzroste, sníží se, nebo zůstane beze změny (a)  $\lambda_{\min}$ , (b) vlnová délka čáry  $K_\alpha$ , (c) vlnová délka čáry  $K_\beta$ ?
- 12.** Čára  $K_\alpha$  vznikne při přechodu mezi  $K$ -slupkou ( $n = 1$ ) a  $L$ -slupkou ( $n = 2$ ). Na obr. 41.15 má tato čára (pro molybdenový terč) jedinou vlnovou délkou. Použijeme-li však vyšší rozlišení, rozdělí se tato čára na několik čar, poněvadž  $L$ -slupka nemá pouze jedinou energii. (a) Z kolika složek se ve skutečnosti čára  $K_\alpha$  skládá? (b) Z kolika složek se skládá čára  $K_\beta$ ?
- 13.** Které z následujících podmínek musí být splněny, aby mohlo dojít mezi dvěma energiovými hladinami v atomu k laserovému efektu: (a) Ve stavu s vyšší energií se nachází více atomů než ve stavu s nižší energií. (b) Stav odpovídající horní energiové hladině je metastabilní. (c) Stav odpovídající dolní energiové hladině je metastabilní. (d) Stav odpovídající dolní energiové hladině je základní stav atomu. (e) Aktivním médiem je plyn.
- 14.** Obr. 41.23 ukazuje část energiového diagramu atomů helia a neonu, které se účastní vytváření laserového světla. Víme, že atom helia ve stavu s energií  $E_3$  může srážkou vybudit atom neonu z jeho základního stavu do stavu s energií  $E_2$ . Energie  $E_3$  (20,61 eV) atomu helia je blízká, ale ne přesně rovna energii  $E_2$  (20,66 eV) atomu neonu. Jak může dojít k předání energie, jestliže si tyto energie nejsou *přesně* rovny?

## CVIČENÍ & ÚLOHY

### ODST. 41.4 Momenty hybnosti a magnetické diplové momenty

- 1C.** Ukažte, že  $\hbar = h/2\pi = 1,06 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 6,59 \cdot 10^{-16} \text{ eV}\cdot\text{s}$
- 2C.** Kolik elektronových stavů se nachází v následujících podslupkách: (a)  $n = 4, l = 3$ ; (b)  $n = 3, l = 1$ ; (c)  $n = 4, l = 1$ ; (d)  $n = 2, l = 0$ ?
- 3C.** Kolik elektronových stavů se nachází v následujících slupkách: (a)  $n = 4$ , (b)  $n = 1$ , (c)  $n = 3$ , (d)  $n = 2$ ?
- 4C.** (a) Jaká je velikost orbitálního momentu hybnosti elektronu ve stavu s  $l = 3$ ? (b) Jaká je největší hodnota jeho průměru do osy  $z$ ?
- 5C.** (a) Kolika možných hodnot může nabývat  $l$  pro  $n = 3$ ? (b) Kolika možných hodnot může nabývat  $m_l$  pro  $l = 1$ ?
- 6C.** Elektron v atomu vodíku je ve stavu s  $l = 5$ . Jaký je nejmenší možný úhel mezi  $\mathbf{L}$  a osou  $z$ ?
- 7C.** Napište všechna kvantová čísla stavů v podslupce s  $n = 4$  a  $l = 3$ .
- 8C.** Elektron ve víceelektronovém atomu je ve stavu s  $l = 3$ . Jaké jsou možné hodnoty kvantových čísel  $n, m_l$  a  $m_s$ ?
- 9C.** Elektron ve víceelektronovém atomu má nejvyšší hodnotu kvantového čísla  $m_l$  rovnu +4. Co můžete říci o jeho zbyvajících kvantových číslech?
- 10C.** Kolik kvantových stavů elektronu se nachází ve slupce s  $n = 5$ ?
- 11C.** Elektron je ve stavu s  $n = 3$ . Jaký je počet možných hodnot (a)  $l$ , (b)  $m_l$ , (c)  $m_s$ , (d) počet stavů ve slupce s  $n = 3$  a (e) počet podslupek ve slupce s  $n = 3$ ?
- 12Ú.** Elektron je ve stavu s  $l = 3$ . Vypočítejte a sestavte do tabulky možné hodnoty  $L_z, \mu_z$  a  $\theta$ , kde  $\theta$  je úhel mezi příslušným vektorem a kladným směrem osy  $z$ . Určete rovněž velikost vektorů  $\mathbf{L}$  a  $\mu$ .

**13Ú.** (Problém související s korespondenčním principem.) Odhadněte (a) hodnotu kvantového čísla  $l$  pro kruhový pohyb Země kolem Slunce a (b) počet přípustných orientací roviny dráhy Země v souladu s pravidly o prostorovém kvantování. (c) Nalezněte  $\theta_{\min}$ , polovinu vrcholového úhlu nejmenšího kuželeva, opsaného normálou k rovině dráhy Země při oběhu Země kolem Slunce.

**14Ú.** Změříme-li průměr  $\mathbf{L}$  do osy  $z$ , ukažte, že o zbyvajících dvou složkách vektoru  $\mathbf{L}$  můžeme pouze říci, že

$$(L_x^2 + L_y^2)^{1/2} = (l(l+1) - m_l^2)^{1/2} \hbar$$

### ODST. 41.5 Sternův-Gerlachův pokus

**15C.** Vypočítejte dva možné úhly mezi vektory spinu a magnetického pole z př. 41.1. Mějte na paměti, že orbitální moment hybnosti valenčního elektronu v atomu stříbra je roven nule.

**16C.** S jakým zrychlením se pohybuje atom stříbra při průchodu vychylujícím magnetem při Sternově-Gerlachově pokusu v př. 41.1?

**17C.** Předpokládejte, že ve Sternově-Gerlachově pokusu prováděném s neutrálními atomy stříbra má magnetická indukce  $\mathbf{B}$  velikost 0,50 T. (a) Jaký je energiový rozdíl opačných orientací atomů stříbra v obou svazcích? (b) Jaká frekvence záření by vedla k přechodu mezi oběma stavů? (c) Jaká je odpovídající vlnová délka tohoto záření a do jaké části spektra patří? Magnetický moment neutrálního atomu stříbra je  $1\mu_B$ .

**18Ú.** Předpokládejte, že se atom vodíku v základním stavu pohybuje v úseku délky 80 cm kolmo k magnetickému poli s gradientem  $dB/dz = 1,6 \cdot 10^2 \text{ T}\cdot\text{m}^{-1}$ . (a) Jak velkou silou působí toto pole na atom v důsledku spinového magnetického momentu jeho elektronu, který má velikost  $\mu_B$ ? (b) Jaká je výchylka atomu ve směru  $z$ , proletí-li polem úsek délky 80 cm rychlostí  $1,2 \cdot 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ?

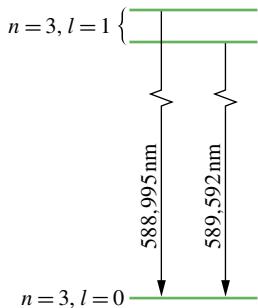
### ODST. 41.6 Jaderná magnetická rezonance

**19C.** Jaká je vlnová délka fotonu, který způsobí překlopení spinu elektronu z polohy souhlasně orientované do polohy nesouhlasně orientované s magnetickým polem o velikosti 0,200 T? Předpokládejte  $l = 0$ .

**20C.** Proton i elektron mají spinové kvantové číslo  $s$  rovno  $\frac{1}{2}$ . V atomu vodíku v základním stavu ( $n = 1$  a  $l = 0$ ) existují dvě energiové hladiny a jejich hodnoty závisí na tom, zda jsou spiny protonu a elektronu orientovány souhlasně či nesouhlasně. Pokud atom přejde ze stavu s vyšší energií do stavu s energií nižší překlopením spinu, emituje foton o vlnové délce 21 cm. Radioastronomové naznamenávají záření o této vlnové délce přicházející z hlubokého vesmíru. Jaké je efektivní magnetické pole (v důsledku magnetického diplového momentu protonu) působící na elektron, který emituje toto záření?

**21C.** Vnější střídavé magnetické pole o frekvenci 34 MHz působí na vzorek obsahující vodíkové atomy. Magnetickou rezonanci pozorujeme, je-li velikost indukce vnějšího magnetického pole 0,78 T. Vypočítejte velikost indukce lokálního magnetického pole vytvořeného atomy sousedícími s protony, jejichž spiny se překlopily, za předpokladu, že vnější a lokální pole jsou rovnoměrná.

**22C.** Excitovaný sodíkový atom vyzařuje dvě blízké spektrální čáry (sodíkový dublet — obr. 41.24) o vlnových délkách 588,995 a 589,592 nm. (a) Jaký je rozdíl energií mezi těmito dvěma horními energiovými hladinami? (b) Tento energiový rozdíl je způsoben tím, že spin elektronu může být orientován buď souhlasně, nebo nesouhlasně s vnitřním magnetickým polem daným orbitálním (magnetickým) momentem elektronu. Použijte výsledků (a) a najděte velikost tohoto vnitřního magnetického pole.



Obr. 41.24 Cvičení 22

**ODST. 41.8 Pravoúhlé pasti s více elektrony**

**23C.** Sedm elektronů je zachyceno v jednorozměrné nekonečné potenciálové jámě o šířce  $L$ . Jaká je energie základního stavu systému elektronů v násobcích  $h^2/(8mL^2)$ ? Předpokládejte, že elektrony spolu neinteragují, ale uvažujte spin elektronu.

**24C.** Pravoúhlá hradba o šírkách  $L_x = L$  a  $L_y = L$  obsahuje sedm elektronů. Jaká je energie základního stavu systému sedmi elektronů v násobcích  $h^2/(8mL^2)$ ? Předpokládejte, že elektrony spolu neinteragují, ale uvažujte spin elektronu.

**25Ú.** Pro zadání ze cvičení 23 určete, v násobcích  $h^2/(8mL^2)$ , energie (a) prvního excitovaného stavu, (b) druhého excitovaného stavu a (c) třetího excitovaného stavu systému sedmi elektronů. (d) Vytvořte energiový diagram pro čtyři nejnižší hladiny systému.

**26Ú.** Pro zadání ze cvičení 24 určete, v násobcích  $h^2/(8mL^2)$ , energie (a) prvního excitovaného stavu, (b) druhého excitovaného stavu a (c) třetího excitovaného stavu systému sedmi elektronů. (d) Vytvořte energiový diagram pro čtyři nejnižší hladiny systému.

**27Ú.** Krychlová krabice o hraně  $L$  obsahuje osm elektronů. V násobcích  $h^2/(8mL^2)$  určete, jaká je energie základního stavu systému osmi elektronů. Předpokládejte, že elektrony spolu neinteragují, ale uvažujte spin elektronu.

**28Ú.** Pro zadání z úlohy 27 určete, v násobcích  $h^2/(8mL^2)$ , energii (a) prvního excitovaného stavu, (b) druhého excitovaného stavu a (c) třetího excitovaného stavu systému osmi elektronů. (d) Vytvořte energiový diagram pro čtyři nejnižší hladiny systému.

**ODST. 41.9 Struktura periodické soustavy prvků**

**29Ú.** Ukažte, že pokud by 63 elektronů v atomu europia bylo popsáno podle „logické“ řady kvantových čísel, mělo by eurozium chemické vlastnosti podobné sodíku.

**30Ú.** Uvažujte prvky selen ( $Z = 34$ ), brom ( $Z = 35$ ) a krypton ( $Z = 36$ ). V jejich části periodické tabulky jsou podslupky zaplněny v pořadí

$$1s \quad 2s \quad 2p \quad 3s \quad 3p \quad 3d \quad 4s \quad 4p \quad \dots$$

Pro každý prvek určete nejvyšší zaplněnou podslupku a uveďte počty elektronů, které se v ní nalézají.

**31Ú.** Předpokládejte, že elektron nemá spin, ale že Pauliho vylučovací princip stále platí. Který ze vzácných plynů by pak zůstal vzácným plynem?

**32Ú.** Jaká jsou čtyři kvantová čísla obou elektronů v atomu helia v jeho základním stavu?

**33Ú.** Dva elektrony v atomu lithia ( $Z = 3$ ) mají kvantová čísla  $n = 1, l = 0, m_l = 0$  a  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ . Jaké hodnoty kvantových čísel může mít třetí elektron, je-li atom (a) v základním stavu a (b) v prvním excitovaném stavu?

**34Ú.** Předpokládejte, že v jistém atomu jsou dva elektrony  $s = -2$  a  $l = 1$ . (a) Pokud by neplatil Pauliho vylučovací princip, kolik kombinací stavů by bylo možno uskutečnit? (b) Kolik stavů by vylučovací princip nedovolil? Jaké jsou to stavky?

**35Ú.** Ukažte, že počet stavů se stejným kvantovým číslem  $n$  je roven  $2n^2$ .

**ODST. 41.10 Rentgenové záření a zařazení prvků**

**36C.** Ukažte, že prahová vlnová délka (v pm) spojitého rentgenového záření je pro libovolný terč číselně dána výrazem  $\lambda_{\min} = 1240/U$ , kde  $U$  je napětí (v kilovoltech), kterým jsou elektrony před dopadem na terč urychlovány.

**37C.** Víte-li, že prahová vlnová délka spojitého rentgenového záření vzniklého dopadem elektronů o energii 40,0 keV na terč je rovna 31,1 pm, určete hodnotu Planckovy konstanty  $h$ .

**38C.** Jaké minimální napětí musíme použít v rentgence, aby vzniklé rentgenové záření mělo vlnovou délku 0,100 nm?

**39Ú.** Elektron o energii 20 keV ztratí dvěma po sobě jdoucími srážkami s jádry atomů (obr. 41.16) veškerou svou původní energii a předá ji dvěma vzniklým fotonům. Vlnová délka druhého fotonu je o 130 pm delší než vlnová délka prvního fotonu. (a) Určete kinetickou energii elektronu po jeho první srážce. (b) Jaké jsou odpovídající vlnové délky a energie obou fotonů?

**40Ú.** Rentgenové záření vzniká na terci v rentgence při napětí 50,0 kV. Elektron prodělá tři srážky předtím, než se zastaví. Při prvních dvou srážkách ztratí vždy polovinu své kinetické energie. Určete vlnové délky vzniklých fotonů. (Zanedbejte zpětný odraz těžkých atomů terče.)

**41Ú.** Ukažte, že pohybující se elektron ve volném prostoru nemůže spontánně vyzářit foton. Musí být přitomno další těleso, atom nebo jádro. Proč? (Tip: Prověřte zákon zachování energie a hybnosti.)

**42C.** Bombardují-li elektrony molybdenový terč, vzniká jak spojité, tak charakteristické rentgenové záření podle obr. 41.15. V tomto obrázku je energie dopadajících elektronů rovna 35,0 keV. Zvýšíme-li urychlovací napětí elektronu na 50,0 kV, jaké dostaneme hodnoty (a)  $\lambda_{\min}$ , (b) vlnové délky čáry  $K_\alpha$  a (c) vlnové délky čáry  $K_\beta$ ?

**43C.** Obr. 41.15 ukazuje rentgenové spektrum při bombardování molybdenového terče ( $Z = 42$ ) elektrony o energii 35,0 keV. Uvažujme stejnou hodnotu urychlujícího napětí, ale terč ze stříbra ( $Z = 47$ ). Jaké budou hodnoty (a)  $\lambda_{\min}$ , (b) vlnové délky čáry  $K_\alpha$  a (c) vlnové délky čáry  $K_\beta$ ? Rentgenové hladiny

$K$ ,  $L$  a  $M$  atomu stříbra jsou 25,51 keV, 3,56 keV a 0,53 keV (obr. 41.17).

**44C.** Vlnová délka čáry  $K_\alpha$  železa je 193 pm. Jaký je rozdíl energie mezi dvěma hladinami atomu železa pro tento přechod?

**45Ú.** Pomocí obr. 41.15 vypočtěte přibližnou hodnotu rozdílu energií  $E_L - E_M$  pro molybden. Porovnejte tuto hodnotu s hodnotou, kterou můžeme získat z obr. 41.17.

**46C.** Vypočtěte poměr vlnových délek čáry  $K_\alpha$  niobu Nb a gallia Ga. Potřebná data jsou uvedena v tabulce v dodatku G.

**47Ú.** V následující tabulce jsou uvedeny hodnoty vlnových délek (v pm) čar  $K_\alpha$  několika prvků:

Ti	275	Co	179
V	250	Ni	166
Cr	229	Cu	154
Mn	210	Zn	143
Fe	193	Ga	134

Z těchto údajů nakreslete Moseleyho graf jako na obr. 41.18 a ověřte, zda hodnota směrnice získané přímky odpovídá hodnotě vypočtené v př. 41.7.

**48Ú.** Elektrony v rentgence bombardují terč z wolframu ( $Z = 74$ ). (a) Jaké musí být minimální urychlující napětí, aby mohly vzniknout charakteristické čáry  $K_\alpha$  a  $K_\beta$  wolframu? (b) Určete  $\lambda_{\min}$  pro tuto hodnotu urychlovacího napětí. (c) Jaké vlnové délky mají čáry  $K_\alpha$  a  $K_\beta$ ? Hladiny  $K$ ,  $L$  a  $M$  (obr. 41.17) mají energie 69,5 keV, 11,3 keV a 2,30 keV.

**49Ú.** Molybdenový terč ( $Z = 42$ ) bombardujeme elektrony o energii 35,0 keV. Vzniklé rentgenové spektrum je na obrázku 41.15. Vlnové délky čar  $K_\alpha$  a  $K_\beta$  jsou 63,0 pm a 71,0 pm. (a) Jakou energii mají odpovídající fotony? (b) Chceme-li odfiltrovat z tohoto záření čáru  $K_\beta$ , necháme jej procházet materiálem, který bude záření této vlnové délky absorbovat silněji než čáru  $K_\alpha$ . Jaký materiál byste použili? Ionizační energie  $K$ -hladin pro molybden a jeho čtyři sousední prvky jsou:

	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru
Z	40	41	42	43	44
$E_K$ (keV)	18,00	18,99	20,00	21,04	22,12

(Tip: Látka absorbuje dané rentgenové záření silněji než jiné, pokud fotony odpovídající jedné vlnové délce mají dostatečnou energii k odtržení  $K$ -elektronu z atomu, zatímco druhé fotony nikoli.)

**50Ú.** Vazební energie elektronů ve slupkách  $K$  a  $L$  mědi je rovna 8,979 keV a 0,951 keV. Rentgenové záření  $K_\alpha$  mědi dopadá na krystal NaCl a vychází po Braggově odrazu 1. řádu pod úhlem  $74,1^\circ$  k rovině rovnoběžné s rovinami sodíku v krystalu. Jaká je vzdálenost mezi těmito rovnoběžnými rovinami?

**51Ú.** (a) Pomocí rov. (41.18) odhadněte vzájemný poměr energií fotonů vzniklých  $K_\alpha$  přechodem ve dvou různých atomech, jejichž atomová čísla jsou  $Z$  a  $Z'$ . (b) Jaký je tento poměr pro uran a hliník? (c) Pro uran a lithium?

**52Ú.** Určete, jak blízko teoretické hodnoty energie rentgenového fotonu  $K_\alpha$  z rov. (41.19) se nacházejí měřené hodnoty

energií pro lehké prvky, od lithia po hořčík, uvedené v tabulce. K tomu je zapotřebí (a) určit hodnotu konstanty  $C$  v rov. (41.19) na pět platných míst z rov. (41.16). (b) Dále vypočtěte relativní odchylinky teoretických a naměřených hodnot. (c) Na závěr vynechte a diskutujte závislost vypočtených odchylek na atomovém čísle. Měřené hodnoty energie fotonů  $K_\alpha$  pro tyto prvky (v eV) jsou

Li	54,3	O	524,9
Be	108,5	F	676,8
B	183,3	Ne	848,6
C	277,0	Na	1 041,0
N	392,4	Mg	1 254,0

(Energiová hladina  $L$  je rozštípená, takže existuje více čar  $K_\alpha$ , ale tento jev je pro uvedené prvky zanedbatelný.)

### ODST. 41.11 Lasery a jejich světlo

**53C.** Lasery lze použít k vytváření světelných pulzů, jejichž délka trvání je kratší než 10 fs. Kolik vlnových délek světla ( $\lambda = 500$  nm) má takový pulz?

**54C.** Pro podmínky v př. 41.8 určete, jak velké množství (v mol) aktivního laserového média je nutné k vybuzení 10 atomů do excitovaného stavu s energií  $E_x$ .

**55C.** Měřením doby, která uplyne od vyslání laserového pulzu z pozemské observatoře na odražecce na povrchu Měsíce a zpět, můžeme určit vzdálenost mezi oběma tělesy. (a) Jaká je předpokládaná hodnota této doby? (b) Vzdálenost Země–Měsíc můžeme určit s přesností 15 cm. Jaké nepřesnosti v určení času to odpovídají? (c) Laserový svazek vytváří na povrchu Měsíce stopu o průměru 3 km. Jaká je úhlová divergence svazku?

**56C.** Hypotetický atom má energiové hladiny rovnoměrně vzdáleny o 1,2 eV. Jaký je poměr počtu atomů ve třináctém a v jedenáctém excitovaném stavu pro teplotu  $T = 2 000$  K?

**57C.** Hypotetický atom má pouze dvě hladiny energie vzdálené od sebe o 3,2 eV. V atmosféře hvězdy se v každém krychlovém centimetru nachází  $6 \cdot 10^{13}$  těchto atomů ve stavu s vyšší energií a  $2 \cdot 10^{15}$  ve stavu s nižší energií. Jaká je teplota atmosféry hvězdy?

**58C.** Inverzi populace dvou energiových hladin lze popsat tak, že systému přiřadíme zápornou absolutní teplotu. Jaká absolutní záporná teplota (v K) by popisovala systém složený z atomů, u kterých je počet atomů na horní energiové hladině o 10 % vyšší než na hladině dolní? Rozdíl energií mezi oběma hladinami je 2,1 eV.

**59C.** Helium-neonový laser emituje světlo na vlnové délce 632,8 nm o výkonu 2,3 mW. Kolik fotonů za sekundu emituje?

**60C.** Pulzní laser emituje světlo na vlnové délce 694,4 nm. Trvání pulzu je 12 ps a energie v jednom pulzu je 0,150 J. (a) Jaká je délka pulzu? (b) Kolik fotonů je emitováno v jednom pulzu?

**61C.** Objem aktivní části polovodičového GaAlAs laseru je pouhých  $200 \mu\text{m}^3$  (menší než zrnko písku) a přesto může laser dodávat v kontinuálním režimu výkon 5,0 mW na vlnové délce 0,80 μm. Kolik fotonů za sekundu laser emituje?

**62C.** Předpokládejte, že máme lasery, které mohou být přesně „naladěny“ na libovolnou vlnovou délku ve viditelné oblasti, tj. v intervalu  $450 \text{ nm} < \lambda < 650 \text{ nm}$ . Pokud každý televizní kanál potřebuje pásmo frekvencí o šířce  $10 \text{ MHz}$ , kolik kanálů by bylo možné v tomto rozsahu vlnových délek zřídit?

**63C.** Laserový svazek ( $\lambda = 600 \text{ nm}$ ) s průměrem  $12 \text{ cm}$  je namířen na Měsíc vzdálený  $3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$ . K rozšíření svazku dochází pouze vlivem difrakce. Úhlová poloha okraje centrálního difrakčního kroužku (rov. (37.12)) je dána vztahem

$$\sin \theta = \frac{1,22\lambda}{d},$$

kde  $d$  je průměr apertury svazku. Jaký je průměr středního difrakčního kroužku na povrchu Měsice?

**64C.** Aktivní médium rubínového laseru, který generuje laserové světlo o vlnové délce  $694 \text{ nm}$ , se nachází ve válcu  $6,0 \text{ cm}$  dlouhém o průměru  $1 \text{ cm}$ . (a) Považujte toto médium za optickou rezonanční dutinu podobnou uzavřené varhanní píšťale. Kolik uzlů stojatého vlnění je v dutině na ose laseru? (b) O jakou frekvenci  $\Delta f$  by se musela stávající frekvence změnit, aby se počet uzlů zvýšil o jeden? (c) Ukažte, že  $\Delta f$  se rovná převrácené hodnotě doby, za kterou svazek vykoná jednu cestu tam a zpět podél osy laseru. (d) Jaká je odpovídající hodnota relativního posunu frekvence  $\Delta f/f$ ? Index lomu rubínu je  $1,75$ .

**65Ú.** Zrcadla laseru na obr. 41.22, vzdálená od sebe  $8 \text{ cm}$ , vytvářejí optický rezonátor, ve kterém může být vytvořeno stojaté vlnění laserového světla. O kolik se liší vlnové délky stojatých vln pro  $\lambda \doteq 533 \text{ nm}$ ?

**66Ú.** Hypotetický atom má dvě energiové hladiny a vyzářuje na vlnové délce  $580 \text{ nm}$ . V daném vzorku při  $300 \text{ K}$  je  $4,0 \cdot 10^{20}$  atomů ve stavu s nižší energií. (a) Kolik atomů se nachází ve stavu s vyšší energií, je-li systém v termodynamické rovnováze? (b) Představme si, že  $3,0 \cdot 10^{20}$  těchto atomů je vnějším procesem „napumpováno“ do stavu s vyšší energií a  $1,0 \cdot 10^{20}$  atomů zůstane na nižší energiové hladině. Jakou maximální energii mohou uvolnit atomy v jediném laserovém pulzu, jestliže v každém atomu dojde k jednomu přechodu mezi oběma stavami (ať už absorpcí, nebo stimulovanou emisí)?

**67Ú.** Svazek světla o průměru  $d = 3,00 \text{ mm}$  z argonového laseru má na vlnové délce  $515 \text{ nm}$  spojitý výkon  $5,00 \text{ W}$ . Svazek je zaostřen na stínítko čočkou o ohniskové délce  $f = 3,50 \text{ cm}$  a vytvoří difrakční obrazec podobně jako na obr. 37.9 s poloměrem středního difrakčního kroužku

$$R = \frac{1,22f\lambda}{d}$$

(srovnej s rov. (37.12) a př. 37.3). Střední kroužek obsahuje  $84\%$  z celkového výkonu. (a) Jaký má střední kroužek poloměr? (b) Jaká je průměrná hustota toku energie dopadajícího svazku? (c) Jaká je průměrná hustota toku energie ve středním kroužku?

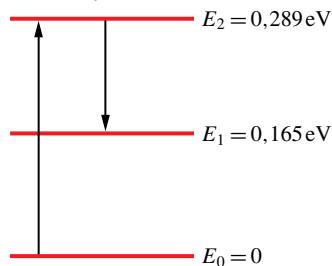
**68Ú.** Může být mezikontinentální balistická střela zničena intenzitním laserovým svazkem? Svazek o intenzitě  $10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

se může propálit do vytvrzeného povrchu nerotující střely za  $1 \text{ s}$ .

(a) Pokud by laser měl výkon  $5,0 \text{ MW}$ , vlnovou délku  $3,0 \mu\text{m}$  a svazek o průměru  $4 \text{ m}$  (vskutku velmi výkonný laser), zničil by střelu vzdálenou  $3 000 \text{ km}$ ? (b) Pokud by se vlnová délka laseru změnila, jaká maximální hodnota by ještě ke zničení střely stačila? Použijte rovnici pro výpočet centrálního difrakčního kroužku ze cvičení 63.

### PROBLÉMY

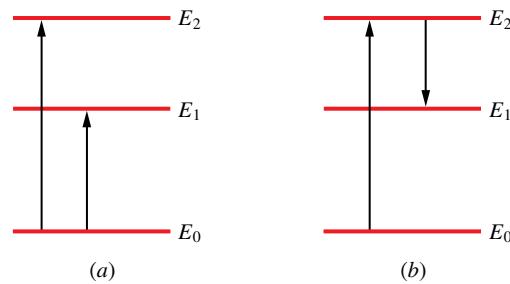
**69.** *CO<sub>2</sub> laser na Marsu.* Prochází-li sluneční světlo atmosférou Marsu, nastává ve výšce  $75 \text{ km}$  u molekul kysličníku uhličitého přirozený laserový efekt. Energiové hladiny zapojené do tohoto procesu jsou znázorněny na obr. 41.25; k inverzi populace do-



Obr. 41.25 Úloha 69

chází mezi hladinami  $E_2$  a  $E_1$ . (a) Jaká vlnová délka slunečního světla vybuzuje molekuly k laserovému efektu? (b) Pro jakou vlnovou délku dojde k vyzářování laserového světla? (c) V jaké oblasti elektromagnetického spektra leží excitační a laserem vyzářená vlnová délka?

**70.** *Stimulovaná emise na kometu.* Jak se kometa přibližuje ke Slunci, Slunce ji více zahřívá a voda odpařená ze zmrzlého ledu na povrchu jádra komety vytváří kolem ní řídkou atmosféru z vodní páry. Sluneční záření pak může disociovat molekuly vodních par na H a OH. Toto záření může rovněž vybudit molekuly OH do stavů s vyšší energií, znázorněných na obr. 41.26.



Obr. 41.26 Úloha 70

Pokud je kometa relativně daleko od Slunce, může sluneční světlo způsobit stejnoměrné nabuzení stavů s energiami  $E_2$  a  $E_1$  (obr. 41.26a). Inverze populace na těchto hladinách tedy nevzniká. Při dalším přibližování komety ke Slunci však excitace na hladinu  $E_1$  klesá a dochází k inverzi populace. Způsobuje to jedna z mnoha vlnových délek tzv. *Fraunhoferových čar*; to jsou (temné) čáry, které chybí ve spektru slunečního světla, poněvadž jsou absorbovány při průchodu světla sluneční atmosférou.

Jak se kometa přibližuje ke Slunci, posouvají se vlnové délky Fraunhoferových čar vlivem Dopplerova jevu v důsledku relativního pohybu komety vůči Slunci, takže se jedna z Fraunhoferových čar překryje s vlnovou délkou potřebnou pro excitaci molekuly OH do stavu s energií  $E_1$ . Nastane invaze populace a molekuly mohou vyzařovat stimulovanou emisí

(obr. 41.26b). Když se například kometa Kohoutek přibližovala v prosinci 1973 a lednu 1974 ke Slunci, vysílala v polovině ledna stimulovanou emisí záření na frekvenci přibližně 1 666 MHz. (a) Jaký je energiový rozdíl  $E_2 - E_1$  pro toto záření? (b) V jaké oblasti elektromagnetického spektra se toto záření nachází?