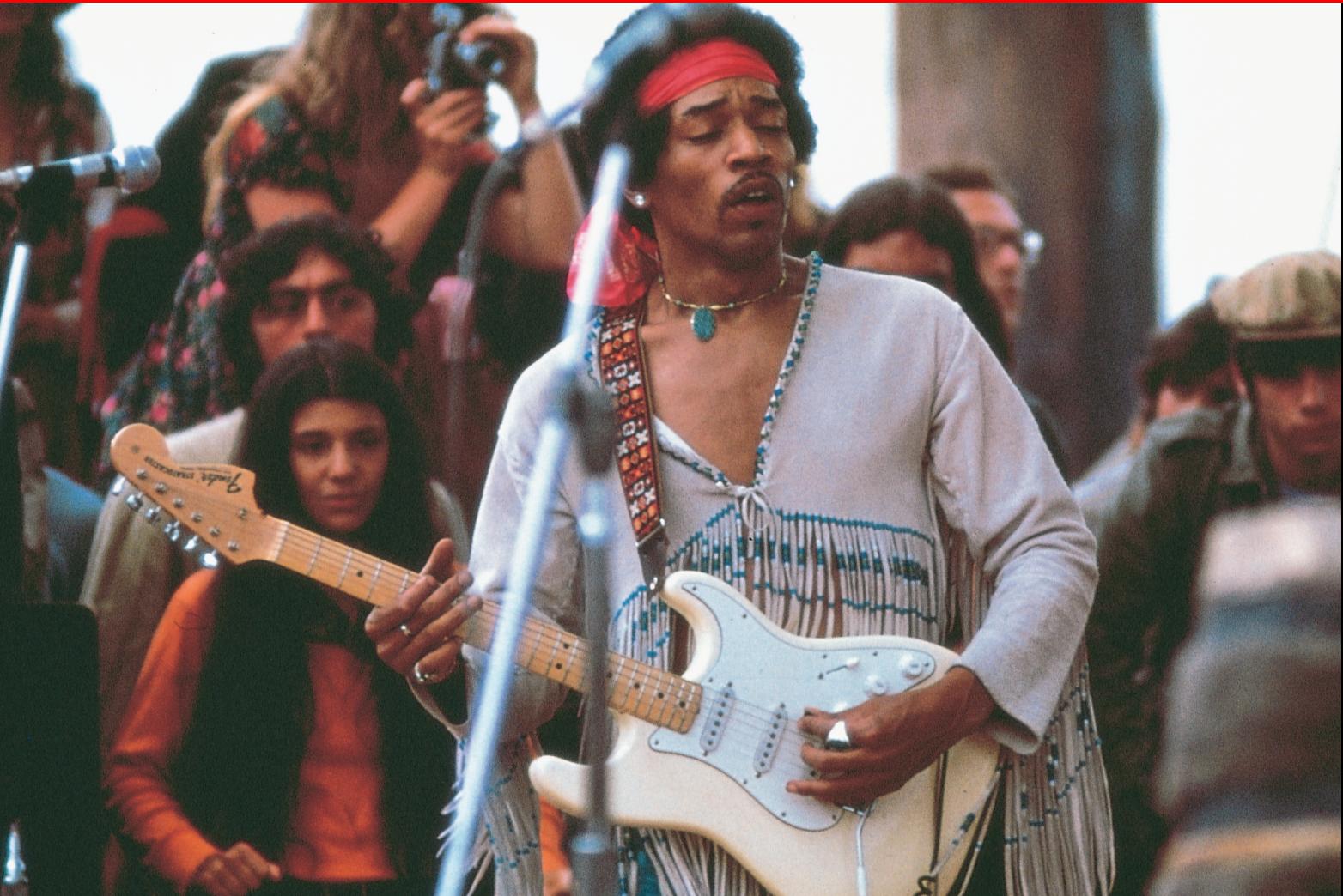


31

Elektromagnetická indukce



Když v polovině padesátých let začal rock, vyměnili záhy kytaristé své akustické nástroje za elektrické. Jimi Hendrix jako první z nich pojal elektrickou kytaru jako elektronický nástroj. Zářil na scéně šedesátých let technikou rozezvučování nástroje, polohou kytary u mikrofonu udržoval zpětnou vazbu, aby ji pak ve vrcholu ztlumil. Jeho myšlenky ovlivňují rock dodnes. Co ale vlastně natolik odlišíuje elektrickou kytaru od akustické, že Hendrix mohl tak vynalézavě užívat tento elektronický nástroj?

31.1 DVĚ SYMETRICKÉ SITUACE

Pustíme-li proud do vodivé smyčky v magnetickém poli, bude na ni magnetické pole působit momentem síly, přičemž platí:

$$\begin{aligned} \text{proudová smyčka + magnetické pole} &\Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{moment síly}; \end{aligned} \quad (31.1)$$

to jsme zjistili v čl. 29.8. A co když naopak vypneme proud a budeme otáčet smyčkou ručně: obrátí se šipka ve vztahu (31.1)? Objeví se nyní ve smyčce proud? Odpověď je kladná:

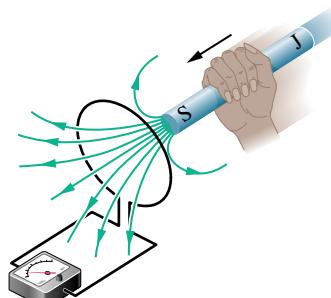
$$\begin{aligned} \text{moment síly + magnetické pole} &\Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{elektrický proud}. \end{aligned} \quad (31.2)$$

Souvislosti vyjádřené vztahy (31.1) a (31.2) jsou symetrické. Fyzikální zákon vyjadřující proces (31.2) se nazývá *Faradayův zákon elektromagnetické indukce*. Zatímco podle procesu (31.1) pracuje elektrický motor, je proces (31.2) základem činnosti elektrického generátoru. Faradayovým zákonem a jeho důsledky se budeme zabývat v následující kapitole.

31.2 DVA POKUSY

Zkoumejme dva jednoduché pokusy jako přípravu k výkladu Faradayova zákona elektromagnetické indukce.

První pokus. Obr. 31.1 ukazuje vodivou smyčku připojenou k citlivému měřidlu elektrického proudu. Obvodem neteče žádný proud, protože v něm není zapojena



Obr. 31.1 Měřidlo proudu (ampérmetr) ukazuje proud ve smyčce, dokud se magnet vůči smyčce pohybuje.

baterie ani jiný zdroj elektromotorického napětí. Pokud se však přibližujeme tyčovým magnetem ke smyčce, v obvodu se proud objeví. Proud zanikne, když se magnet zastaví. Vzdalujeme-li se magnetem od smyčky, proud opět obvodem protéká, ale tentokrát v opačném směru. Ve smyčce vzniká proud také tehdy, pohybujeme-li smyčkou vzhledem k magnetu. Po chvíli experimentování můžeme učinit tyto závěry:

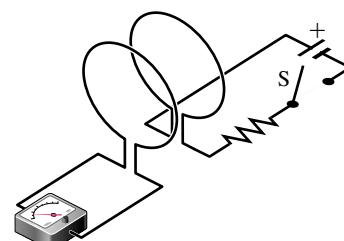
1. Vznik proudu je vázán na relativní pohyb mezi smyčkou a magnetem (jedno se musí pohybovat vůči druhému); proud zanikne, ustane-li relativní pohyb.

2. Rychlejší pohyb způsobí větší proud.

3. Způsobuje-li pohyb severního pólu magnetu směrem ke smyčce proud v jednom směru, potom pohyb od smyčky způsobuje proud ve směru opačném. Pohyb jižního pólu magnetu též vytváří proud, a to vždy ve směrech opačných, než tomu bylo u pohybu pólu severního.

Proud vytvořený ve smyčce tímto způsobem se nazývá **indukovaný proud**, práce připadající na jednotkový náboj při vytváření tohoto proudu se nazývá **indukované emn** a tento proces vytvoření proudu se nazývá **elektromagnetická indukce**.

Druhý pokus. K tomuto pokusu použijeme aparaturu znázorněnou na obr. 31.2. Skládá se ze dvou smyček, které jsou blízko sebe, ale nedotýkají se. Zapneme-li spínačem S proud ve smyčce na pravé straně, pak měřidlo na levé straně náhle a krátce zaznamená proud — indukovaný proud. Vypneme-li spínačem proud, měřidlo v levé smyčce opět na krátký čas zaznamená proud, tentokrát v obráceném směru. Indukovaný proud (a tedy také emn) opět vzniká pouze tehdy, když se proud v pravé části mění (buď při zapnutí, nebo vypnutí), nikoliv ale v případech, kdy je proud budící magnetické pole stálý, i kdyby dosahoval jakkoli vysokých hodnot.



Obr. 31.2 Měřidlo proudu ukazuje proud v levé smyčce jednak po zapnutí proudu spínačem v pravé smyčce, jednak po následném vypnutí proudu. Smyčky se nepohybují.

Indukované emn a indukovaný proud v těchto pokusech zřejmě vznikají tehdy, když se něco mění. Co ale je ono „něco“? Faraday to poznal jako první.

31.3 FARADAYŮV ZÁKON ELEKTROMAGNETICKÉ INDUKCE

Faraday přišel na to, že emn a proud mohou být ve smyčce indukovány (tak jako tomu bylo v našich dvou pokusech) měnícím se *magnetickým polem* procházejícím *smyčkou*. Dále přišel na to, že magnetické pole lze znázornit pomocí

magnetických indukčních čar procházejících smyčkou. Faradayův zákon elektromagnetické indukce, vyjádřený na základě našich pokusů, zní:

Ve smyčce znázorněné na obr. 31.1 a 31.2 se indukuje emn, když se mění počet indukčních čar procházejících plochou smyčky.

Velmi důležité je, že nezáleží na *počtu* indukčních čar procházejících plochou* smyčky; velikost emn a indukováního proudu závisí na *rychlosti změny* tohoto počtu. V našem prvním pokusu (obr. 31.1) vycházejí indukční čáry ze severního pólu magnetu. Když tedy přibližujeme severní pól ke smyčce, roste počet indukčních čar procházejících smyčkou. Tímto náruštěm se zjevně vyvolá pohyb vodivostních elektronů ve smyčce (indukovaný proud) a poskytuje se energie (indukované emn) k jejich pohybu. Zastaví-li se magnet, nemění se počet indukčních čar procházejících smyčkou a indukovaný proud i indukované napětí zaniknou.

Pokud je v našem druhém pokusu (obr. 31.2) spínač vypnut, pak neteče elektrický proud, není žádné magnetické pole a tedy ani žádné indukční čáry. Když však zapojíme elektrický proud do pravé smyčky, vytvoří vzrůstající elektrický proud kolem ní, a tedy i v okolí levé smyčky, rostoucí magnetické pole. Tak jako v prvním pokusu i zde pole naruštá, tedy indukční čár přibývá a v levé smyčce se indukuje emn, které v ní vyvolá proud. Dosáhne-li proud v pravé smyčce ustálené hodnoty, přestane se již měnit počet indukčních čar procházejících plochou levé smyčky a indukované emn i indukovaný proud v ní vymizí.

Kvantitativní pojednání

Abychom mohli Faradayova zákona užívat k výpočtům, potřebujeme stanovit vhodnou míru magnetického pole procházejícího smyčkou. V čl. 24.3 jsme v podobné situaci ke stanovení míry elektrického pole procházejícího plochou definovali tok elektrické intenzity $\Phi_E = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$. Nyní definujeme magnetický tok. Uvažujme orientovanou smyčku \mathcal{C} ohraňující plochu \mathcal{S} , vloženou do magnetického pole \mathbf{B} . **Magnetický indukční tok** smyčkou pak je:

$$\Phi_B = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{magnetický tok plochou } \mathcal{S}). \quad (31.3)$$

Tak jako v kap. 24 značí $d\mathbf{S}$ vektor o velikosti dS , který je kolmý k ploše; jeho směr je svázán s orientací smyčky pravidlem pravé ruky. (Ohneme-li prsty pravé ruky ve směru

* Připomeňme, že podobně jako v čl. 30.3 lze použít plochu libovolného tvaru, má-li za svou hranici uvažovanou smyčku.

orientované křivky, která obepíná plošku $d\mathcal{S}$ a jejíž orientace je v souladu s orientací celé smyčky \mathcal{C} , pak vztýčený palec ukazuje směr $d\mathbf{S}$.)

Jako zvláštní případ uvažujme smyčku ležící v rovině kolmé k homogennímu magnetickému poli. Orientujeme-li $d\mathbf{S}$ souhlasně s \mathbf{B} , je skalární součin v rov. (31.3) roven $B dS \cos 0^\circ = B dS$. Protože magnetické pole je homogenní, lze B vytknout před integrál. Integrál $\int dS$ potom udává obsah S roviné plochy ohraničené smyčkou. Rov. (31.3) se tak redukuje na vztah

$$\Phi_B = BS \quad (\mathbf{B} \perp \mathbf{S}, \text{pole } \mathbf{B} \text{ je homogenní}). \quad (31.4)$$

Z rov. (31.3) i (31.4) vidíme, že jednotkou magnetického indukčního toku je $T \cdot m^2$. Nazýváme ji **weber** (Wb):

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2. \quad (31.5)$$

Použitím magnetického indukčního toku můžeme vyslovit Faradayův zákon takto:

Velikost emn indukovaného ve vodivé smyčce je rovna rychlosti změny magnetického indukčního toku procházejícího touto smyčkou.

Matematický zápis tohoto zákona je

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faradayův indukční zákon}). \quad (31.6)$$

Zdůrazněme, že rov. (31.6) vyjadřuje indukované emn nejen pro uvedené dva pokusy, ale pro *všechny* procesy při nichž dochází ke vzniku emn. V příštím odstavci navíc uvidíme, že indukované emn *brání* změně magnetického indukčního toku, což vyjadřujeme znaménkem minus v rov. (31.6). (Zajímáme-li se jen o velikost indukovaného emn, není záporné znaménko podstatné.)

Jestliže měníme magnetický indukční tok procházející cívou o N závitech, pak indukované emn vzniká v každém závitu a celkové emn indukované v cívce je součtem těchto jednotlivých indukovaných napětí. Je-li cívka vinuta těsně (*hustě vinutá*), je tok každým z N závitů týž, takže celkový tok je $N\Phi_B$ a indukované emn na celém vinutí je

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{cívka o } N \text{ závitech}). \quad (31.7)$$

Magnetický indukční tok cívou můžeme měnit různě:

1. Měníme velikost B magnetického pole v cívce.
2. Měníme obsah průrezu cívky, resp. té části plochy, která leží v magnetickém poli (at už např. rozplácáním cívky nebo vysouváním cívky z magnetického pole).
3. Měníme úhel mezi směrem magnetického pole \mathbf{B} a plochou cívky (například otáčením cívky) tak, aby se měnil počet indukčních čar procházejících plochou cívky.

PŘÍKLAD 31.1

Dlouhý solenoid S na obr. 31.3 má 220 závitů na 1 cm a teče jím proud $I = 1,5 \text{ A}$; jeho průměr je $D = 3,2 \text{ cm}$. V jeho středu umístíme hustě vinutou cívku C o 130 závitech a průměru $d = 2,1 \text{ cm}$. Proud solenoidem poklesne rovnoměrně na nulu za 25 ms. Jaké emn se tím indukuje v cívce C?

ŘEŠENÍ: Cívka C je umístěna v magnetickém poli B vytvořeném proudem v solenoidu S. Klesá-li proud, klesá i B . Tím klesá i magnetický indukční tok cívky. Během tohoto poklesu se v cívce indukuje emn podle Faradayova zákona. Abychom určili velikost emn, zjistíme nejdříve počáteční velikost magnetické indukce B_i pole v solenoidu dosazením zadaných hodnot do rov. (30.25)

$$\begin{aligned} B_i &= \mu_0 I n = \\ &= (4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}) \cdot (1,5 \text{ A}) (220 \text{ cm}^{-1}) (100 \text{ cm/m}) = \\ &= 4,15 \cdot 10^{-2} \text{ T}. \end{aligned}$$

Obsah plochy závitu cívky C je $\frac{1}{4}\pi d^2 = 3,46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Magnetické pole solenoidu je kolmé k této ploše a předpokládáme, že je na této ploše homogenní. Můžeme tedy najít počáteční magnetický indukční tok $\Phi_{B,i}$ každým závitem cívky C dosazením do rov. (31.4):

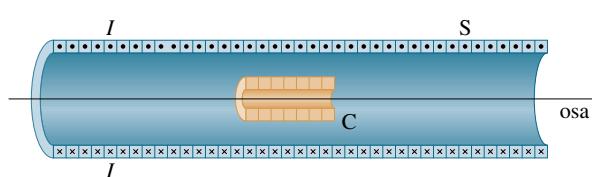
$$\begin{aligned} \Phi_{B,i} &= B_i S = (4,15 \cdot 10^{-2} \text{ T}) (3,46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) = \\ &= 1,44 \cdot 10^{-5} \text{ Wb} = 14,4 \mu\text{Wb}. \end{aligned}$$

Koncové magnetické pole B_f a magnetický indukční tok $\Phi_{B,f}$ jsou nulové. Změna magnetického indukčního toku v každém závitu cívky C byla $\Delta\Phi_B = 14,4 \mu\text{Wb}$. Protože se proud v solenoidu, a tím i magnetický indukční tok, zmenšovaly rovnoměrně, můžeme zapsat Faradayův zákon (31.7) ve tvaru

$$\mathcal{E} = N \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t},$$

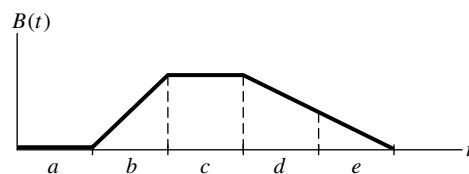
kde N je počet závitů cívky. (V rov. (31.7) neuvažujeme znaménko minus, protože hledáme pouze velikost \mathcal{E}). Dosazením dostaváme

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= (130) \frac{(14,4 \cdot 10^{-6} \text{ Wb})}{(25 \cdot 10^{-3} \text{ s})} = \\ &= 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ V} = 75 \text{ mV}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$



Obr. 31.3 Příklad 31.1. Cívka C je umístěna uvnitř solenoidu S, kterým teče proud I .

KONTROLA 1: Graf udává velikost $B(t)$ homogenního magnetického pole procházejícího kolmo k rovině smyčky. Uspořádejte pět úseků grafu vzestupně podle velikosti emn indukováního ve smyčce.

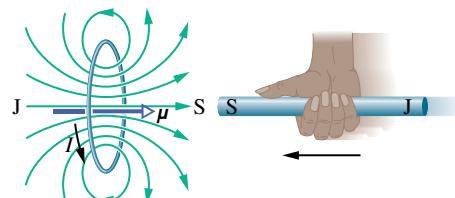


31.4 LENZŮV ZÁKON

Krátké poté, co Faraday objevil a formuloval zákon elektromagnetické indukce, vyslovil Emil Lenz pravidlo — nyní většinou nazývané **Lenzův zákon** — k určování směru indukovaného proudu ve smyčce:

Indukovaný proud má takový směr, že magnetické pole tímto proudem vzbuzené působí *proti změně* magnetického pole, která proud indukovala.

Abychom získali dobrou představu o použití Lenzova zákona, užijeme ho dvěma různými a přitom rovnocennými způsoby v situaci na obr. 31.4, kdy se severní pól magnetu přibližuje k vodivé smyčce.



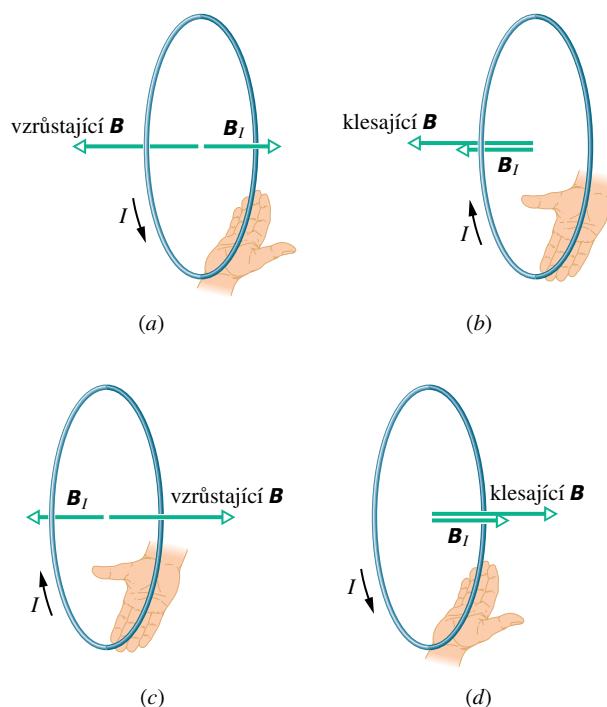
Obr. 31.4 Použití Lenzova zákona. Pohybujeme-li magnetem ke smyčce, indukuje se ve smyčce proud I proti směru otáčení hodinových ručiček; tento proud vytváří vlastní magnetické pole s magnetickým dipólovým momentem μ takovým, že brání přiblížování magnetu.

1. Působení proti pohybu pólu. Přiblížujeme-li severní pól magnetu ke smyčce (obr. 31.4), roste magnetické pole v ploše smyčky a tím se ve smyčce indukuje proud. Z obr. 30.22 víme, že smyčce protékané proudem odpovídá magnetický dipól s jižním a severním pólem a že magnetický dipólový moment μ směruje od jihu k severu. Aby byl magnet podle Lenzova zákona *odpuzován* (obr. 31.4), a tak se působilo *proti* narůstání magnetického pole způsobeného přiblížujícím se magnetem, musí severní

pól smyčky (a tedy i μ) směřovat k přibližujícímu se severnímu pólu magnetu. Podle pravidla pravé ruky pro μ (obr. 30.22) proud I indukovaný ve smyčce teče ve směru vyznačeném na obr. 31.4.

Táhneme-li naopak magnet od smyčky, indukuje se znova ve smyčce proud. Nyní však bude jižní pól smyčky přivrácen vzdalujícímu se severnímu pólu magnetu, takže brání vzdalování. Proud tedy bude indukován v opačném směru než na obr. 31.4.

2. Působení proti změně magnetického indukčního toku. Podle obr. 31.4 neprochází smyčkou prakticky žádný magnetický indukční tok, pokud je magnet daleko. Když se severní pól magnetu blíží ke smyčce, je jeho magnetické pole \mathbf{B} namířeno doleva a tok smyčkou roste. Aby se bránilo růstu magnetického toku, musí indukovaný proud I vytvořit vlastní pole \mathbf{B}_I uvnitř smyčky namířené doprava, jak ukazuje obr. 31.5a; potom tok pole \mathbf{B}_I zeslabuje rostoucí tok pole \mathbf{B} . Podle pravidla pravé ruky z obr. 30.22 musí proud I téci v situaci na obr. 31.5a proti směru oběhu hodinových ručiček.



Obr. 31.5 Proud I indukovaný ve smyčce má takový směr, že magnetické pole \mathbf{B}_I tohoto proudu brání změně magnetického pole \mathbf{B} indukujícího I . Pole \mathbf{B}_I je namířeno proti vzrůstajícímu poli \mathbf{B} v obr. (a),(c), ale má stejný směr jako klesající \mathbf{B} v obr. (b),(d).

Dobře si všimněme, že tok pole \mathbf{B}_I vždy brání změně toku pole \mathbf{B} , to ale nemusí znamenat, že \mathbf{B}_I je namířeno

proti \mathbf{B} . Táhneme-li například magnet od smyčky, míří \mathbf{B} stále doleva, ale jeho tok Φ_B se nyní zmenšuje. Tok pole \mathbf{B}_I tedy musí bránit poklesu Φ_B , a proto vektory \mathbf{B}_I a \mathbf{B} budou nyní mít stejný směr (obr. 31.5b).

Obr. 31.5c, d ukazují situace, v nichž se jižní pól magnetu přiblížuje nebo vzdaluje smyčce.

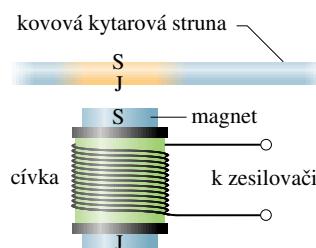
Elektrické kytary

Obr. 31.6 ukazuje Fenderův Stratocaster, typ elektrické kytary, užívané Jimi Hendrixem a mnohými dalšími hudebníky. Zatímco klasická kytara vytváří svůj zvuk v duté části nástroje akustickou rezonancí kmitů strun, nemá elektrická kytara dutou část, která by rezonovala. Místo toho jsou kmity kovových strun snímány elektrickými snímači, které převádějí mechanický podnět na elektrický signál, ten se dále zesiluje a konečně převádí na zvuk v soustavě reproduktorů.



Obr. 31.6 Fenderův Stratocaster má tři skupiny po šesti elektrických snímačích (v široké části nástroje). Přepínač snímačů umožňuje hudebníkovi volit, která skupina snímačů bude vysílat signály do zesilovačů a reproduktoru.

Základní konstrukce snímače je patrná z obr. 31.7. Je tvořen cívkoou navinutou na malý permanentní magnet, ježho magnetické pole indukuje severní a jižní pól v části kovové struny, která je právě nad magnetem. Tato část má potom svoje vlastní magnetické pole. Brnkne-li na strunu, začne struna kmitat, její pohyb vůči cívce mění indukční magnetický tok cívkoou a tím se v cívce indukuje proud. Struna přičně kmitá k cívce a od ní, indukovaný proud mění směr se stejnou frekvencí jako kmity struny a přenáší tyto kmity do zesilovače a reproduktoru.

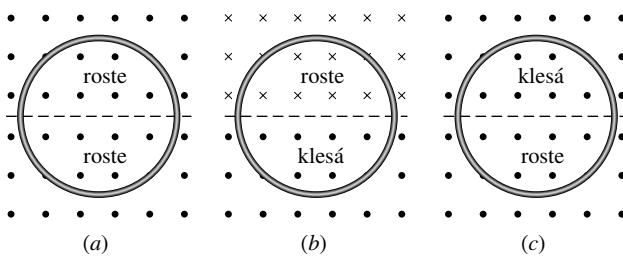


Obr. 31.7 Boční pohled na elektrický kytarový snímač. Rozkmitáme-li kovovou strunu (která působí jako magnet), indukuje změny magnetického indukčního toku v cívce proud.

Na Stratocasteru jsou tři skupiny snímačů, umístěných blízko uchycení strun na široké části korpusu. Skupina nejblíže kobylce lépe zachycuje kmity s vyššími frekvencemi, skupina nejdále od kobyly zachycuje lépe frekvence nižší. Přepínáčem na kytaře může hudebník volit, které skupiny snímačů budou vysílat signály do zesilovače a reproduktoru.

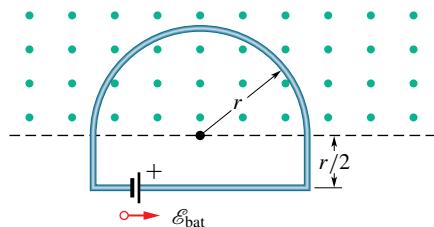
Dalších efektů docíloval někdy Hendrix převinutím snímačů své kyty na jiný počet závitů. Měnil tak velikost emn indukovaného v cívkách a tím i jejich citlivost. I bez tohoto dodatečného zásahu však nabízí elektrická kytařa mnohem větší možnosti ovládání vytvářeného hudebního zvuku než kytařa klasická.

KONTROLA 2: Obrázek ukazuje tři situace, v nichž jsou stejné kruhové vodivé smyčky v homogenních magnetických polích, která rostou nebo klesají stejně rychle. Přerušovaná čára, vymezující hranici změn pole, prochází vždy středem kruhu. Seřadte situace sestupně podle velikosti proudu indukovaného ve smyčce.



PŘÍKLAD 31.2

Obr. 31.8 ukazuje vodivou smyčku, kterou tvoří půlkružnice o poloměru $r = 0,20\text{ m}$ a tři přímé úseky. Půlkruh je v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} vystupujícím kolmo ze stránky k nám; $B = 4,0t^2 + 2,0t + 3,0$ v jednotkách SI. Do smyčky je zapojena ideální baterie o emn $\mathcal{E}_{\text{bat}} = 2,0\text{ V}$. Smyčka má odporník $2,0\Omega$.



Obr. 31.8 Příklad 31.2. Do smyčky vložené do homogenního magnetického pole je zapojena baterie. Pole vystupuje kolmo ze stránky k nám a jeho velikost se s časem mění.

(a) Jaká je velikost a orientace emn \mathcal{E}_{ind} indukovaného ve smyčce v čase $t = 10\text{ s}$?

ŘEŠENÍ: Podle rov. (31.6) je velikost \mathcal{E}_{ind} rovna rychlosti $d\Phi_B/dt$, s níž se mění magnetický indukční tok smyčkou. Protože je pole homogenní a kolmě k rovině smyčky, je jeho tok dán rov. (31.4), tj. $\Phi_B = BS$. Použijeme-li tuto rovnici a uvědomíme-li si, že se mění v čase jen velikost B pole (nikoliv obsah plochy S), můžeme přepsat rov. (31.6) do tvaru

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = S \frac{dB}{dt}.$$

Protože magnetický indukční tok prochází smyčkou jen uvnitř půlkruhu, je $S = \frac{1}{2}\pi r^2$. Dosazením výrazů pro S a pro B dostaneme

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ind}} &= S \frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{2} \frac{d}{dt}(4,0t^2 + 2,0t + 3,0) = \\ &= \frac{\pi r^2}{2}(8,0t + 2,0) \quad (\text{v SI}). \end{aligned}$$

V čase $t = 10\text{ s}$ platí

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ind}} &= \frac{\pi(0,20)^2}{2}(8,0 \cdot 10 + 2,0) \text{ V} = \\ &= 5,152 \text{ V} \doteq 5,2 \text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Na obr. 31.8 vystupuje magnetická indukce ze stránky *k nám* a narůstá. Podle Lenzova zákona tedy indukované pole B_I (způsobené indukovaným proudem I) směruje *od nás*.

Užitím pravidla pravé ruky (obr. 30.7c) zjistíme, že indukovaný proud teče smyčkou ve směru otáčení hodinových ručiček, takže orientace \mathcal{E}_{ind} je táz.

(b) Jaký proud teče smyčkou v čase $t = 10\text{ s}$?

ŘEŠENÍ: Zatímco indukované emn o velikosti \mathcal{E}_{ind} vyvolá proud smyčkou ve směru otáčení hodinových ručiček, má emn baterie \mathcal{E}_{bat} tendenci hnát proud směrem opačným. Protože $\mathcal{E}_{\text{ind}} > \mathcal{E}_{\text{bat}}$, je výsledné emn $\mathcal{E}_{\text{výs}}$ orientováno ve směru otáčení hodinových ručiček a stejným směrem teče i proud. Jeho velikost v čase $t = 10\text{ s}$ určíme pomocí rov. (28.2): ($I = \mathcal{E}/R$):

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}_{\text{výs}}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}} - \mathcal{E}_{\text{bat}}}{R} = \frac{(5,152 \text{ V}) - (2,0 \text{ V})}{(2,0 \Omega)} = \\ &= 1,58 \text{ A} \doteq 1,6 \text{ A}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

PŘÍKLAD 31.3

Obr. 31.9 ukazuje pravoúhlou vodivou smyčku v nehomogeném časově proměnném magnetickém poli $\mathbf{B}(x, t)$ vstupujícím kolmo do stránky od nás. Velikost pole je dána vztahem $B = 4t^2x^2$, kde B , t , x jsou v jednotkách SI. Smyčka má šířku $d = 3,0\text{ m}$ a výšku $h = 2,0\text{ m}$. Jaká je velikost a směr emn indukovaného podél smyčky v čase $t = 0,10\text{ s}$?

ŘEŠENÍ: Velikost indukovaného emn plyne z Faradayova zákona: $\mathcal{E} = d\Phi_B/dt$. K výpočtu potřebujeme znát tok Φ_B smyčkou jako funkci času. Protože \mathbf{B} není homogenní na ploše ohraničené smyčkou, nemůžeme užít rov. (31.4) ($\Phi_B = BS$), ale musíme užít rov. (31.3) ($\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$).

Na obr. 31.9 je vektor \mathbf{B} kolmý k rovině smyčky (a tedy rovnoběžné s vektorem plošného elementu $d\mathbf{S}$). Vektor $d\mathbf{S}$ orientujeme souhlasně s vektorem \mathbf{B} . Potom skalární součin v rov. (31.3) je roven $B dS$. Protože se magnetické pole mění podél souřadnice x a nikoliv podél souřadnice y , můžeme jako element plochy vzít plochu svislého proužku výšky h a šířky dx (jak ukazuje obr. 31.9). Potom $dS = h dx$ a tok smyčkou je

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int B dS = \int_0^d Bh dx = \\ &= \int_0^d 4t^2 x^2 h dx \quad (\text{v SI}).\end{aligned}$$

Při této integraci bereme t jako konstantu. Po dosazení integračních mezí dostaváme

$$\Phi_B = 4t^2 h \int_0^{3,0} x^2 dx = 4t^2 h \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{3,0} = (72t^2),$$

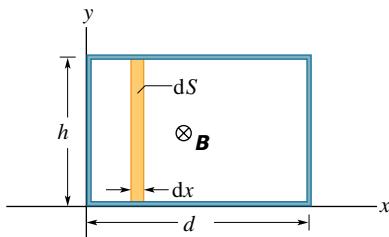
kde Φ_B je ve weberech. Nyní můžeme užít Faradayův zákon ke zjištění velikosti \mathcal{E} v závislosti na čase

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(72t^2)}{dt} = (144t),$$

kde \mathcal{E} je ve voltech. Pro $t = 0,10$ s je tedy

$$\mathcal{E} = (144 \text{ V}\cdot\text{s}^{-1})(0,10 \text{ s}) \doteq 14 \text{ V}. \quad (\text{Odpověď})$$

Magnetická indukce \mathbf{B} (obr. 31.9) vstupuje kolmo do stránky a její velikost roste s časem.



Obr. 31.9 Příklad 31.3. Uzavřená vodivá smyčka o šířce d a výšce h leží v nehomogenním, časově proměnném poli vstupujícím do stránky. Pro výpočet toku Φ_B plochu rozdělíme na svislé proužky o výšce h , šířce dx a ploše dS .

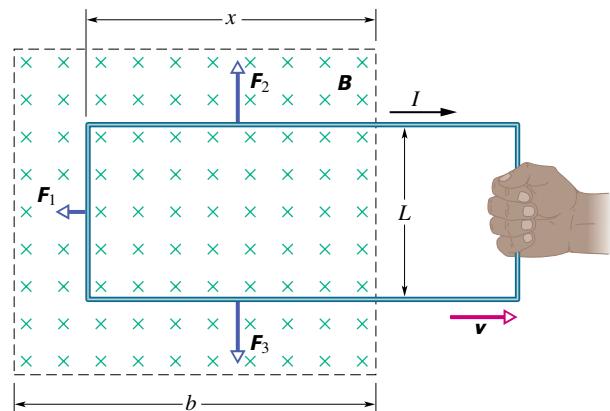
Podle Lenzova zákona vystupuje pole \mathbf{B}_I indukovaného proudu, které brání tomuto vzrůstu, ze stránky. Proto je proud ve smyčce indukován proti směru otáčení hodinových ručiček a stejně je tomu s indukováným emn.

31.5 INDUKCE A PŘENOSY ENERGIE

Ať pohybujeme magnetem na obr. 31.1 ke smyčce nebo od ní, brání podle Lenzova zákona tomuto pohybu síla, při jejímž přemáhání konáme práci. Současně v materiu smyčky, kterou protéká indukovaný proud, vzniká Joulovo teplo, protože materiál smyčky má určitý elektrický odporn. Energie, kterou do uzavřené soustavy smyčka + magnet zvenějšku dodáváme prací konanou naší silou, je ve smyčce disipována. (Prozatím zanedbáme energii, která se v průběhu procesu vyzáří jako elektromagnetické vlny.) Čím rychleji pohybujeme magnetem, tím větší je výkon naší (vnější) síly a tím rychleji se ve smyčce vyvíjí Joulovo teplo.

K uvedené přeměně energie dochází bez ohledu na to, jak je proud ve smyčce indukován. Když např. v obr. 31.2 sepneme spínač S a krátko se v levé smyčce indukuje proud, přenese se energie z baterie do levé smyčky, kde je v materiu smyčky (pokud není supravodivý) disipována.

Obr. 31.10 ukazuje jinou situaci, při níž vzniká indukovaný proud. Obdélníková drátěná smyčka šířky L má jednu stranu v homogenním magnetickém poli kolmém k rovině smyčky. (Toto pole můžeme vytvořit např. velkým elektromagnetem s vhodnými pólovými nástavci.) Smyčku vytahujeme stálou rychlosť v z magnetického pole ven. Všimněme si rozdílu mezi situací na obr. 31.10 a 31.1. Na obr. 31.1 se magnetický indukční tok mění proto, že se mění pole \mathbf{B} , zatímco na obr. 31.10 se mění plocha smyčky zůstávající v magnetickém poli, které je neproměnné.



Obr. 31.10 Uzavřenou vodivou smyčku vytahujeme konstantní rychlosť v z magnetického pole \mathbf{B} . Během pohybu se ve smyčce indukuje proud I ve směru otáčení hodinových ručiček a na části smyčky v magnetickém poli působí síly \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 a \mathbf{F}_3 . Hranice magnetického pole je vyznačena čárkovaně; rozptyl pole na hranici zanedbáme.

Vypočítejme nyní výkon potřebný pro vytahování smyčky (v níž protéká indukovaný proud).

Ukážeme, že pokud chceme táhnout smyčku stálou rychlostí v , musíme na ni působit stálou silou \mathbf{F} . Ta má stejnou velikost jako síla, kterou přemáháme, ale má opačný směr. Podle rov. (7.49) je potom výkon roven

$$P = Fv, \quad (31.8)$$

kde F je velikost naší síly. Chceme najít výkon P jako funkci velikosti B magnetické indukce a charakteristik smyčky, tedy jejího elektrického odporu R a šířky L . Pohybujeme-li smyčkou na obr. 31.10 doprava, zmenšuje se obsah S plochy smyčky vnořené do magnetického pole. Tím se zmenšuje i magnetický tok smyčkou a podle Faradayova zákona vzniká ve smyčce proud. Právě přítomnost tohoto proudu způsobuje sílu (Ampérovu sílu), kterou musíme svým tahem přemáhat.

Proud určíme z Faradayova indukčního zákona (31.6). Je-li x délka části smyčky v magnetickém poli, je Lx plocha této části. Potom podle rov. (31.4) je magnetický indukční tok smyčkou

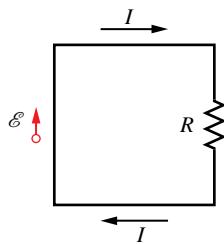
$$\Phi_B = BS = BLx. \quad (31.9)$$

Zmenšuje-li se x , zmenšuje se tok. Podle Faradayova zákona se při tomto zmenšování toku indukuje ve smyčce emn. Dosadíme-li z rov. (31.9) do (31.6), dostaneme

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -BL\frac{dx}{dt} = BLv, \quad (31.10)$$

kde velikost v rychlosti, s níž vytahujeme smyčku z magnetického pole, je rovna $-dx/dt$, protože $x(t)$ se s časem zmenšuje.

Obr. 31.11 ukazuje obvod, jímž indukovaný proud teče: emn \mathcal{E} je znázorněno na levé straně, celkový odpor R smyčky je znázorněn na straně pravé. Směr indukovaného proudu plyne z Lenzova zákona; magnetické pole jím vytvořené brání poklesu magnetického toku.



Obr. 31.11 Schéma obvodu na obr. 31.10 pro případ pohybující se smyčky.

Velikost indukovaného proudu nemůžeme najít pomocí Kirchhoffova zákona pro napětí podél smyčky, protože pro

indukované emn nemůžeme definovat potenciál, jak uvidíme v čl. 31.6. Můžeme však užít vztahu $I = \mathcal{E}/R$, jako jsme to udělali v př. 31.2. Pomocí rov. (31.10) dostáváme

$$I = \frac{BLv}{R}. \quad (31.11)$$

Tři části proudem protékáné smyčky leží v magnetickém poli. Na každou z nich působí síla podle rov. (29.26):

$$\mathbf{F} = IL \times \mathbf{B}. \quad (31.12)$$

Tyto síly jsou v obr. 31.10 značeny \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 a \mathbf{F}_3 . Všimněte si, že díky symetrii jsou síly \mathbf{F}_2 a \mathbf{F}_3 sobě rovny co do velikosti a vzájemně se ruší. Zůstává pouze síla \mathbf{F}_1 namířená proti síle \mathbf{F} , tj. proti síle, kterou táhneme smyčku. Posunujeme-li smyčku bez zrychlení, musí platit $\mathbf{F} = -\mathbf{F}_1$.

Použijeme-li rov. (31.12) a uvážíme-li, že úhel mezi \mathbf{B} a vektorem \mathbf{L} délky L levé strany obdélníka je 90° , můžeme psát

$$F = F_1 = ILB \sin 90^\circ = ILB. \quad (31.13)$$

Dosazením rov. (31.11) do (31.13) dostaneme

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R}. \quad (31.14)$$

Hodnoty B , L i R jsou konstantní. Protože velikost v rychlosti pohybu smyčky je také konstantní, musíme smyčku táhnout silou stálé velikosti F , a to jsme chtěli dokázat.

Dosazením rov. (31.14) do rov. (31.8) dostaneme výkon potřebný pro vytahování smyčky z magnetického pole:

$$P = vF = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{výkon}). \quad (31.15)$$

K dokončení naší úvahy určíme, s jakým výkonem se ve smyčce vyvíjí Joulovo teplo, když ji vytahujeme stálou rychlostí. To vypočteme z rov. (27.22),

$$P = I^2 R. \quad (31.16)$$

Dosazením za I z rov. (31.11) dostáváme

$$P = \left(\frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad (\text{tepelný výkon}), \quad (31.17)$$

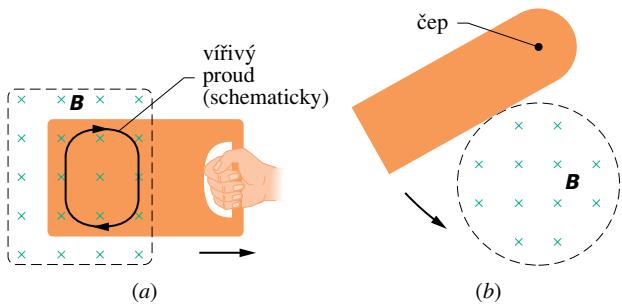
což je přesně rovno výkonu vnější síly při vytahování smyčky podle rov. (31.15). Práce vynaložená při vytahování smyčky se tedy projeví nárůstem vnitřní energie smyčky a tím i zvýšením její teploty.



Při vaření na *indukčních kamnech* je cívka, umístěná přímo pod varnou plochou, napájena vysokofrekvenčním střídavým proudem. Magnetické pole vytvořené tímto proudem se periodicky mění a indukuje proud ve vodivé pánvi. Protože má materiál pánve nenulový odpor, vyvíjí se v ní teplo a tím dochází k ohřevu jídla, které se na ní připravuje. Sama varná plocha se přitom nezahřívá.

Vířivé proudy

Představme si, že nahradíme vodivou smyčku na obr. 31.10 tuhou vodivou deskou. Vytahujeme-li desku z magnetického pole tak, jako jsme vytahovali smyčku (obr. 31.12a),



Obr. 31.12 (a) Vytahujeme-li pevnou vodivou desku z magnetického pole, indukuje se v ní *vířivé proudy*. Na obrázku je uzavřená křivka charakterizující vířivý proud; ten obíhá ve směru otáčení hodinových ručiček, stejně jako proud ve smyčce na obr. 31.10. (b) Vodivá deska se kývá kolem čepu jako kyvadlo, přičemž vstupuje do magnetického pole. Vířivé proudy se indukují během každého vstupu do magnetického pole i výstupu z něj a tlumí pohyb kyvadla.

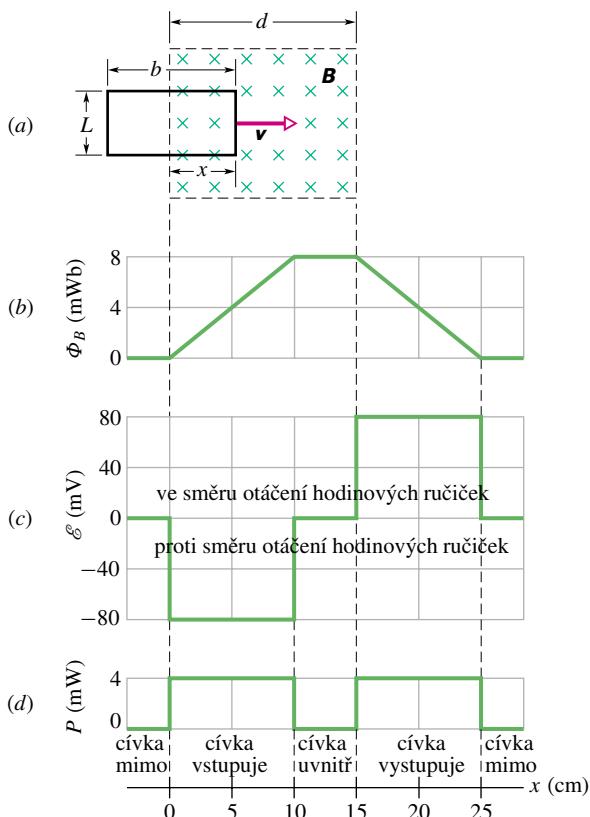
opět se v desce indukuje proud. Opět tedy přemáháme sílu a konáme práci. Vodivostní elektrony tvořící indukovaný proud v desce se však nyní nepohybují po jediné dráze jako v případě smyčky, ale krouží jako voda ve vířivé pračce. Takový elektrický proud se nazývá *vířivý*. Zobrazujeme

ho obvykle schematicky tak, *jako kdyby* sledoval jedinou dráhu, např. na obr. 31.12a.

Tak jako v případě vodivé smyčky na obr. 31.10 vede indukování proudu v desce k přeměně mechanické energie v energii chaotického pohybu atomů desky. Tato disipace energie je patrnější v uspořádání na obr. 31.12b: vodivá deska, otáčivá kolem vodorovné osy jako kyvadlo, prochází magnetickým polem. Vždy během vstupu do pole a výstupu z něj se část mechanické energie kyvadla disipuje. Po několika kmitech mechanická energie klesne na nulu, deska se přestane kývat a zastaví se v dolní rovnovážné poloze.

PŘÍKLAD 31.4

Obr. 31.13a ukazuje pravoúhlou vodivou smyčku o odporu R , šířce L a délce b , kterou táhneme konstantní rychlostí v přes oblast o šířce d , v níž je elektromagnetem vytvořeno homogenní magnetické pole o indukci \mathbf{B} . Nechť $L = 40\text{ mm}$, $b = 10\text{ cm}$, $R = 1,6\Omega$, $B = 2,0\text{ T}$ a $v = 1,0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obr. 31.13 Příklad 31.4. (a) Uzavřená vodivá smyčka je protahována stálou rychlosťí magnetickým polem. (b) Indukční tok smyčkou jako funkce polohy x pravé strany smyčky. (c) Indukované emn jako funkce x . (d) Výkon, s nímž vzniká Joulovo teplo ve smyčce jako funkce x .

(a) Nakreslete závislost toku Φ_B smyčkou na poloze x pravé strany smyčky.

ŘEŠENÍ: Není-li smyčka v poli, je magnetický tok smyčkou nulový. Je-li smyčka zcela v magnetickém poli, je tok smyčkou roven $B L b = 8 \text{ mWb}$. Vstupuje-li smyčka do pole, je tok roven $B L x$ a vystupuje-li pak z něj, je roven $B L (b - (x - d))$. Výsledky jsou vyneseny na obr. 31.13b; ověřte je.

(b) Nakreslete závislost indukovaného emn na poloze smyčky. Vyznačte směr indukovaného emn.

ŘEŠENÍ: Podle rov. (31.6) je indukované emn rovno

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dx} v,$$

kde $d\Phi_B/dx$ je směrnice tečny ke křivce na obr. 31.13b. Na obr. 31.13c je emn vyneseno jako funkce x .

Vstupuje-li smyčka do pole (obr. 31.13a), teče indukovaný proud podle Lenzova zákona proti směru otáčení hodinových ručiček; při výstupu z pole má proud směr opačný. Na obr. 31.13c jsme emn přiřadili kladnou hodnotu polohám, v nichž indukovaný proud teče ve směru otáčení hodinových ručiček. Žádné emn se neindukuje, je-li smyčka buď zcela mimo pole, nebo zcela uvnitř pole, protože v obou těchto případech se magnetický indukční tok smyčkou nemění.

(c) Vyneste do grafu výkon, s nímž se ve smyčce vyvíjí Joulovo teplo, jako funkci polohy smyčky.

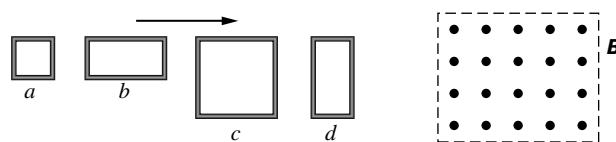
ŘEŠENÍ: Dosazením $I = \mathcal{E}/R$ do rov. (31.16) dostáváme výkon

$$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}.$$

Tak z obr. 31.13c odvodíme obr. 31.13d. Všimněme si, že se teplo vyvíjí jen tehdy, když smyčka vstupuje do magnetického pole nebo z něj vystupuje.

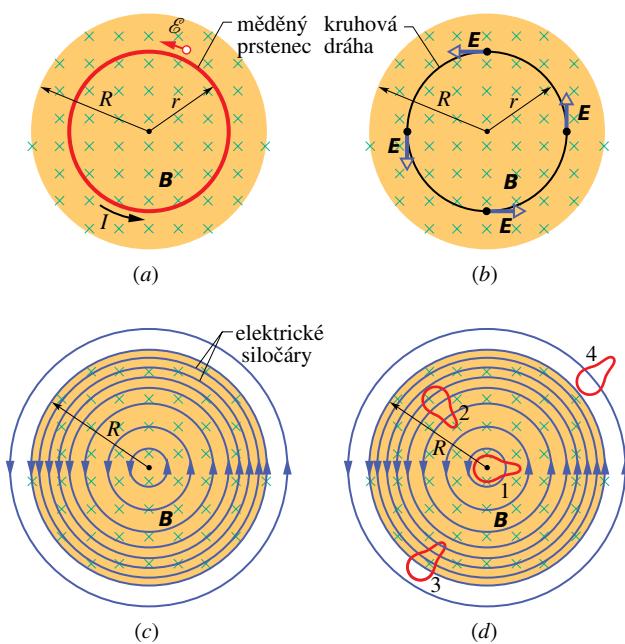
V praxi nemá magnetické pole \mathbf{B} ostrou hranici, kde by náhle kleslo na nulu, ale blíží se k nule spojitě a hladce. Na křivkách vynesených na obr. 31.13 by tedy byly rohy zaobleny.

KONTROLA 3: Obrázek ukazuje čtyři vodivé smyčky s délkami stran L nebo $2L$. Všechny smyčky budou vnikat stejnou stálou rychlosťí do oblasti homogenního magnetického pole \mathbf{B} (vystupujícího kolmo ze stránky). Seřaďte tyto čtyři smyčky podle velikosti emn, indukovaného během vstupu do pole, největší uveděte jako první.



31.6 INDUKOVANÉ ELEKTRICKÉ POLE

Umístěme měděný prstenec o poloměru r do homogenního magnetického pole, které vyplňuje válcový objem o poloměru R (obr. 31.14a). Předpokládejme, že rovnomořně zvětšujeme magnetickou indukci pole, např. zvětšováním proudu ve vinutí elektromagnetu, jímž pole vytváříme. Magnetický indukční tok prstencem potom rovnomořně poroste a podle Faradayova zákona vzniká v prstenci indukované emn a tím i indukovaný proud. Z Lenzova zákona plyne, že indukovaný proud I na obr. 31.14a směruje proti směru otáčení hodinových ručiček.



Obr. 31.14 (a) Narůstá-li magnetické pole s časem rovnomořně, indukuje se v měděném prstenci o poloměru r stálý proud. (b) Elektrické pole se v prostoru indukuje, i když je prstenec odstraněn. (c) Úplný obraz indukovaného elektrického pole zobrazěný siločarami. (d) Čtyři stejně uzavřené křivky ohraničují plochy o stejném obsahu. V křivkách 1 a 2 ležících zcela v oblasti měnícího se magnetického pole se indukuje stejně emn. Menší emn se indukuje podél křivky 3, která leží v této oblasti jen z části. Žádné emn se neindukuje podél křivky 4, která leží zcela mimo magnetické pole.

Teče-li měděným prstencem proud, musí být podél prstence elektrické pole, které zajistí pohyb vodivostních elektronů. Toto **indukované elektrické pole \mathbf{E}** je zřejmě vyvoláno měnícím se magnetickým indukčním tokem a je právě tak reálné jako elektrické pole vytvořené statickými náboji. Obě pole působí silou $Q_0 \mathbf{E}$ na částici o náboji Q_0 . Tato úvaha nás přivádí k užitečnému a poučnému přeforulování Faradayova zákona elektromagnetické indukce:

Měnící se magnetické pole vytváří pole elektrické.

Pozoruhodné je, že podle této formulace se elektrické pole indukuje i tehdy, když v něm žádný měděný prstenec není.

K upevnění těchto poznatků uvažujme obr. 31.14b, který je shodný s obr. 31.14a jen s tím rozdílem, že měděný prstenec je nahrazen myšlenou kružnicí o poloměru r . Předpokládáme opět, že velikost magnetického pole \mathbf{B} vzniklého v různých bodech podél kružnice musí — z důvodů symetrie — ležet v tečně* ke kružnici, jak ukazuje obr. 31.14b. Tato kružnice je tedy také siločárou. Zvolený poloměr r není nicméně zvláštní, takže elektrické siločáry pole vyvolaného proměnným magnetickým polem vytvářejí zřejmě svazek soustředných kružnic jako na obr. 31.14c.

Pokud magnetické pole s časem vzniká trvale, trvá elektrické pole zobrazené kruhovými siločarami. Je-li však magnetické pole v čase neproměnné, nevzniká žádné indukované elektrické pole (na obrázku by žádné elektrické siločáry nebyly). Naopak, jestliže se magnetické pole s časem změnuje, vzniká elektrické pole, jehož siločáry jsou opět soustřednými kružnicemi jako na obr. 31.14c, ale nyní mají opačný směr. To vše máme na mysli, když říkáme, že měnícím se magnetickým polem se vytváří elektrické pole.

Přeformulování Faradayova zákona

Uvažujme částici o (kladném) náboji Q_0 pohybující se po kružnici podle obr. 31.14b. Práce na náboji Q_0 vykonaná indukovaným elektrickým polem při jednom oběhu je $W = Q_0 \mathcal{E}$, kde \mathcal{E} je indukované emn představující práci připadající na jednotkový náboj, který se pohybuje po této dráze. Obecně lze tuto práci vyjádřit vztahem

$$W = \oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = (Q_0 E)(2\pi r). \quad (31.18)$$

(Kroužek značí, že integrál bereme po uzavřené křivce; připomeňme, že jde o cirkulaci vektoru \mathbf{F} .) Zde $Q_0 E$ je velikost síly působící na náboj Q_0 a $2\pi r$ je dráha, na níž tato síla působí. Porovnáním obou výrazů pro W dostáváme

$$\mathcal{E} = 2\pi r E. \quad (31.19)$$

* Symetrie úlohy nevylučuje, že by siločáry pole \mathbf{E} mohly mít podél kružnice radiální směr a nikoliv tečný. Takové radiální siločáry by však znamenaly, že kolem osy symetrie jsou symetricky rozloženy volné náboje, na nichž siločáry začínají nebo končí; zde však žádné takové náboje nejsou.

Rov. (31.18) můžeme zobecnit pro libovolnou uzavřenou dráhu:

$$W = \oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = Q_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \quad (31.20)$$

Dosazením $\mathcal{E} Q_0$ za W získáme vztah

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \quad (31.21)$$

Pomocí rov. (31.21) můžeme rozšířit fyzikální význam emn. Dosud jsme spojovali emn s prací, kterou bylo nutno dodat k zajištění pohybu náboje, ať už samostatného anebo tvořícího elektrický proud. Rov. (31.21) však umožňuje závit indukované emn, aniž bychom k tomu potřebovali elektrický proud nebo částici. Indukované emn je součet — vyjádřený integrací — veličin $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ podél orientované uzavřené křivky, kde \mathbf{E} je intenzita elektrického pole indukovaného měnícím se magnetickým indukčním tokem a $d\mathbf{s}$ je vektor infinitezimálního délkového elementu uzavřené dráhy.

Dosadíme-li (31.21) do rov. (31.6) ($\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$), dostáváme Faradayův zákon ve tvaru

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faradayův zákon}). \quad (31.22)$$

Tato rovnice vyjadřuje, že měnícím se magnetickým polem je indukováno elektrické pole. Měnící se magnetický tok vystupuje na pravé straně této rovnice, cirkulace elektrického pole na levé.

Faradayův zákon ve tvaru rov. (31.22) můžeme použít na jakoukoli uzavřenou křivku, kterou vedeme měnícím se magnetickým polem. Obr. 31.14d například ukazuje čtyři stejné křivky, které jsou různě umístěny v měnícím se poli. Podél křivek 1 a 2 se indukuje stejně emn ($\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$), protože obě zcela leží v magnetickém poli a odpovídá jim tedy stejná hodnota $d\Phi_B/dt$. Tak je tomu, i když je průběh elektrického pole podél těchto křivek rozdílný, jak je patrné z průběhu elektrických siločár. V křivce 3 se indukuje emn menší, protože jí prochází menší tok Φ_B , a proto je menší i $d\Phi_B/dt$. Pro křivku 4 je indukované emn nulové, i když je elektrické pole ve všech bodech křivky nenulové.

Jiný pohled na elektrický potenciál

Indukovaná elektrická pole nejsou vytvářena statickými elektrickými náboji, ale měnícím se magnetickým polem. Ačkoli elektrická pole vytvořená jedním i druhým způsobem působí na nabité částice úplně stejně, existuje mezi nimi významný rozdíl. Patrný projev tohoto rozdílu je, že siločáry indukovaných elektrických polí vytvářejí uzavřené

křivky jako na obr. 31.14c, zatímco siločáry vytvořené statickými náboji vždy začínají na kladných nábojích a končí na záporných.

Rozdíl mezi elektrickým polem vytvořeným elektromagnetickou indukcí a polem statických nábojů můžeme vyjádřit těmito slovy:

Elektrický potenciál má smysl jen pro pole statických nábojů. Nelze ho zavést pro elektrická pole vzniklá elektromagnetickou indukcí.

Kvalitativně můžeme porozumět tomuto výroku, když uvážíme, co se stane s částicí s jednotkovým nábojem po jednom oběhu kruhové dráhy (obr. 31.14b). Částice vyšla z určitého bodu a vrátila se do něj; během cesty na ni působila síla, která vykonala práci odpovídající emn, řekněme, $\mathcal{E} = 5 \text{ V}$. Její potenciál by byl musel vzrůst o tu hodnotu. To však není možné, protože by týž bod v prostoru musel mít dvě rozdílné hodnoty potenciálu. Docházíme k závěru, že pro elektrická pole vyvolaná měnícím se magnetickým polem nelze zavést potenciál jednoznačně.

Matematický náhled získáme, vzhomene-li si na rov. (25.18) definující potenciální rozdíl mezi počátečním (i) a koncovým (f) bodem:

$$\varphi_i - \varphi_f = - \int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \quad (31.23)$$

V kap. 25 jsme se ještě nezabývali Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce, takže elektrická pole uvažovaná při odvození rov. (25.18) byla výhradně pole statických nábojů. Splyne-li v rov. (31.23) počáteční bod s koncovým, je integrační cesta uzavřená, φ_i a φ_f jsou totožné a rov. (31.23) se redukuje na tvar

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0. \quad (31.24)$$

Když se však mění magnetický indukční tok, není tento integrál roven nule, ale je roven $-d\Phi_B/dt$, jak plyne z rov. (31.22). Přicházíme tak k závěru, že elektrický potenciál nelze zavést pro elektrická pole vyvolaná elektromagnetickou indukcí.

PŘÍKLAD 31.5

Na obr. 31.14b je $R = 8,5 \text{ cm}$ a $dB/dt = 0,13 \text{ T}\cdot\text{s}^{-1}$.

(a) Najděte vztah pro velikost E intenzity indukovaného elektrického pole v bodech ve vzdálenosti r od osy magnetického pole. Vypočítejte E pro $r = 5,2 \text{ cm}$.

ŘEŠENÍ: Závislost $E(r)$ můžeme najít, užijeme-li Faradayův zákon ve tvaru rov. (31.22) pro uzavřenou integrační

křivku tvaru kružnice o poloměru r (obr. 31.14b). Ze symetrie jsme usoudili, že E na obr. 31.14b má směr tečny k uvažované kružnici v kterémkoli jejím bodě. Element $d\mathbf{s}$ je tečný ke kružnici a orientován souhlasně s \mathbf{E} , takže skalární součin $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ v rov. (31.22) je roven $E ds$ ve všech bodech křivky. Ze symetrie můžeme též usoudit, že E má podél křivky stejnou hodnotu. Platí tedy

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} &= \oint E ds = E \oint ds = \\ &= E(2\pi r) = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \end{aligned} \quad (31.25)$$

Podle rov. (31.3) je magnetický indukční tok plochou ohraničenou uvažovanou kružnicí

$$\Phi_B = BS \cos 180^\circ = -B(\pi r^2). \quad (31.26)$$

Dosazením tohoto výsledku do rov. (31.25) zjistíme, že

$$E(2\pi r) = (\pi r^2) \frac{dB}{dt},$$

odkud

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}. \quad (\text{Odpověď}) \quad (31.27)$$

Rov. (31.27) udává velikost elektrické intenzity v libovolném bodě pro $r < R$ (tj. uvnitř magnetického pole). Dosazením zadáných hodnot dostáváme, že velikost E pro $r = 5,2 \text{ cm}$ je

$$\begin{aligned} E &= \frac{(5,2 \cdot 10^{-2} \text{ m})}{2} (0,13 \text{ T}\cdot\text{s}^{-1}) = \\ &= 0,0034 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1} = 3,4 \text{ mV}\cdot\text{m}^{-1}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

(b) Najděte vztah pro velikost E intenzity indukovaného elektrického pole v bodech vně magnetického pole. Vypočítejte E pro $r = 12,5 \text{ cm}$.

ŘEŠENÍ: Postupem jako v (a) dostáváme znova rovnici (31.25). Magnetický indukční tok však nyní prochází jen plochou πR^2 , takže

$$\Phi_B = -BS = -B(\pi R^2). \quad (31.28)$$

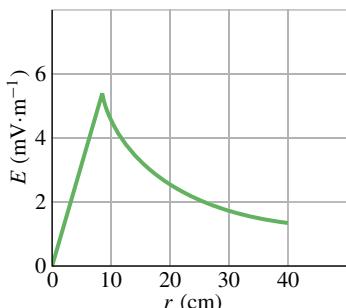
Dosazením do rov. (31.25) dostaneme

$$E = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}. \quad (\text{Odpověď}) \quad (31.29)$$

Indukované elektrické pole tedy není rovno nule, třebaže dokonce ani kousek křivky (kružnice s poloměrem r větším než R) neleží v magnetickém poli, jehož změnou je elektrické pole indukováno! To se uplatňuje např. v činnosti transformátorů, jak uvidíme v čl. 31.11. Dosazením zadáných hodnot do rov. (31.29) dostáváme

$$\begin{aligned} E &= \frac{(8,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{2(12,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})} (0,13 \text{ T}\cdot\text{s}^{-1}) = \\ &= 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ V}\cdot\text{m}^{-1} = 3,8 \text{ mV}\cdot\text{m}^{-1}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

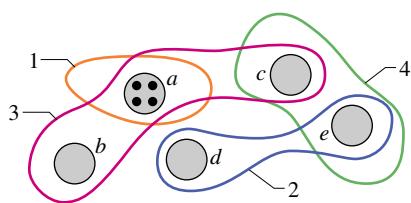
Rov. (31.27) a (31.29) dávají stejný výsledek pro $r = R$. Obr. 31.15 ukazuje závislost $E(r)$ podle těchto dvou rovnic.



Obr. 31.15 Příklad 31.5. Indukované elektrické pole $E(r)$.

KONTROLA 4: Obrázek ukazuje pět oblastí označených písmeny. Homogenní magnetické pole v nich buď vystupuje ze stránky k nám (např. v oblasti *a*), nebo do ní vstupuje. Obsahy oblastí jsou stejné a pole v nich vzniká stejným způsobem. Jsou také vyznačeny čtyři očíslované křivky, podél nichž $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ má udané hodnoty. Určete, zda magnetické pole v jednotlivých oblastech *b* až *e* směruje od nás, nebo k nám.

Křivka:	1	2	3	4
$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$	1 V	2 V	3 V	0



31.7 CÍVKA A INDUKČNOST

V kap. 26 jsme viděli, že k vytvoření elektrického pole můžeme použít kondenzátor. Za základní typ kondenzátoru jsme považovali deskový kondenzátor. Podobně magnetické pole můžeme vytvořit **cívkou**. V obvodech ji znázorňujeme podle normy ISO podle americké normy . Jako základní typ cívky budeme uvažovat dlouhý solenoid — nebo konkrétněji, krátký úsek ve střední části dlouhého solenoidu, kde se prakticky neprojevuje rozptyl magnetického pole na jeho koncích.

Podobně jako tomu bylo v kap. 26.1 s kapacitorem a kondenzátorem, česká terminologie rozlišuje **cívku** jako reálnou součástku a **induktor** jako modelový prvek. I v tomto případě zde

budeme ze stejných důvodů jako dříve užívat nadále jen běžné označení cívka.

Proud I , tekoucí jedním závitem cívky, vytváří uvnitř závitu indukční magnetický tok Φ_B , který je přímo úměrný proudu: $\Phi_B \sim I$. Všech N závitů cívky tedy vytvoří celkový tok $N\Phi_B$ rovněž přímo úměrný proudu; konstantu úměrnosti L ve vztahu $N\Phi_B = LI$ nazýváme (**vlastní indukčnost** cívky). Je tedy

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (\text{definice indukčnosti}). \quad (31.30)$$

Její velikost závisí na tvaru a rozměrech cívky; není-li cívka ve vakuu, pak i na magnetických vlastnostech prostředí. Protože jednotkou magnetického indukčního toku je $T \cdot m^2$, je jednotkou indukčnosti $T \cdot m^2 \cdot A^{-1}$. Nazýváme ji **henry** (H) po americkém fyziku Josephu Henryovi, spoluobjeviteli zákona elektromagnetické indukce, Faradayově současníku. Je tedy

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{A}^{-1}. \quad (31.31)$$

Ve zbytku této kapitoly předpokládáme, že žádné cívky, bez ohledu na jejich geometrické uspořádání, nemají ve své blízkosti magnetické materiály jako např. železo. Tyto materiály by indukčnost cívky výrazně ovlivnily.

Indukčnost solenoidu

Uvažujme dlouhý solenoid o průřezu S . Jaká indukčnost připadá na jednotku jeho délky (nikoli v blízkosti okrajů)?

Abychom mohli užít definiční rovnici indukčnosti (31.30), musíme vypočítat magnetický tok vytvořený proudem tekoucím vinutím solenoidu. Ten je pro úsek délky l vinutí solenoidu roven

$$N\Phi_B = (nl)(BS),$$

kde n je počet závitů na jednotku délky solenoidu a B je velikost magnetické indukce uvnitř solenoidu.

Velikost B je dána rov. (30.25),

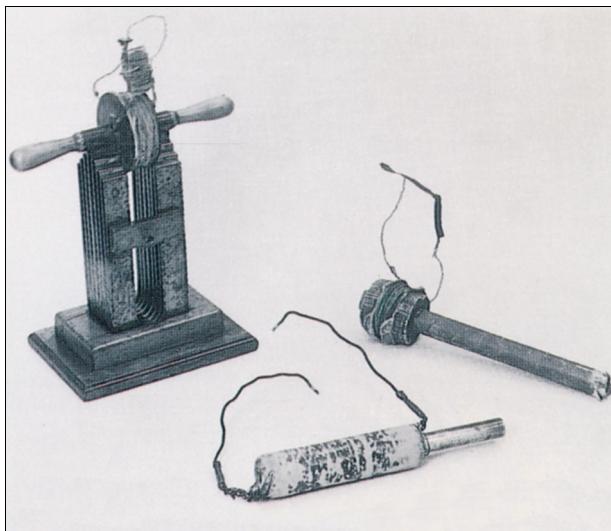
$$B = \mu_0 In,$$

takže z rov. (31.30) dostaneme

$$\begin{aligned} L &= \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{(nl)(BS)}{I} = \frac{(nl)(\mu_0 In)(S)}{I} = \\ &= \mu_0 n^2 l S. \end{aligned} \quad (31.32)$$

Odtud pro indukčnost připadající na jednotku délky dlouhého solenoidu (dostatečně daleko od okrajů) plyne

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 S \quad (\text{solenoid}). \quad (31.33)$$



Prosté cívky, s nimiž Michael Faraday objevil zákon elektromagnetické indukce. V oněch dobách nebyly v obchodě k dostání takové vymoženosti, jako je izolovaný drát. Traduje se, že Faraday izoloval své dráty tím, že je obaloval proužky ze spodničky své manželky.

Indukčnost, podobně jako kapacita, závisí pouze na geometrii cívky. Závislost na čtverci počtu závitů na jednotku délky je pochopitelná. Jestliže, řekněme, ztrojnásobíme n , ztrojnásobíme nejen počet závitů N , ale také tok $\Phi_B = BS = \mu_0 INh$ každým závitem a zvětšíme tak celkový tok $N\Phi_B$ devětkrát. Proto se zdevítinásobí indukčnost L .

Je-li solenoid mnohem delší než jeho poloměr, pak rov. (31.32) dobře approximuje jeho indukčnost. Tato aproximace zanedbává rozptyl magnetického pole poblíž konců solenoidu právě tak, jako vztah pro kapacitu rovinového kondenzátoru ($C = \epsilon_0 S/d$) zanedbává rozptyl elektrického pole poblíž okrajů desek kondenzátoru.

Z rov. (31.32) plyne, že μ_0 můžeme vyjádřit v jednotkách henry na metr

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} = \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}.\end{aligned}\quad (31.34)$$

PŘÍKLAD 31.6

Obr. 31.16 ukazuje přiční řez toroidem o N závitech obdélníkového průřezu. Jeho rozměry jsou vyznačeny.

(a) Jaká je jeho indukčnost L ?

ŘEŠENÍ: Abychom mohli použít definici indukčnosti z rovnice (31.30), potřebujeme znát magnetický tok Φ_B způsobený proudem v toroidu. Z rov. (30.26) dostaneme velikost B magnetického pole v toroidu

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi r}, \quad (31.35)$$

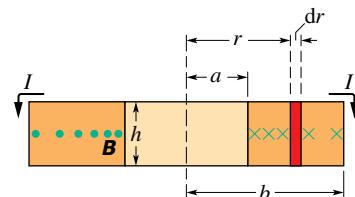
kde r je vzdálenost od osy toroidu. Tato rovnice platí bez ohledu na tvar nebo rozměry průřezu toroidu.

Protože pole B není v průřezu toroidu homogenní, nemůžeme k výpočtu toku užít rov. (31.4) ($\Phi_B = BS$), ale musíme užít rov. (31.3), tj.

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}. \quad (31.36)$$

Magnetická indukce \mathbf{B} je všude kolmá na průřez, jak ukazuje obr. 31.16, a je tedy rovnoběžná s vektorem elementární plochy $d\mathbf{S}$ průřezu. Skalární součin v rov. (31.36) dává tedy $B dS$. Jako element plochy dS můžeme vzít plochu $h dr$ proužku vyznačeného na obr. 31.16. Dosazením těchto veličin do rov. (31.36) a integrováním od $r = a$ do $r = b$ dostaneme

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \int_a^b Bh dr = \int_a^b \frac{\mu_0 IN}{2\pi r} h dr = \\ &= \frac{\mu_0 INh}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 INh}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.\end{aligned}$$



Obr. 31.16 Příklad 31.6. Řez toroidem, ukazující proud ve vinutí a příslušné magnetické pole (viz též obr. 30.21). Nehomogenost magnetického pole toroidu je znázorněna nerovnoměrným rozložením teček a křížků.

Rov. (31.30) potom dává

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{N}{I} \frac{\mu_0 INh}{2\pi} \ln \frac{b}{a},$$

takže

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}. \quad (\text{Odpověď}) \quad (31.37)$$

(b) Toroid na obr. 31.16 má $N = 1250$ závitů, $a = 52$ mm, $b = 95$ mm a $h = 13$ mm. Jakou má indukčnost?

ŘEŠENÍ: Podle rov. (31.37)

$$\begin{aligned}L &= \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \\ &= \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1})(1250)^2 (13 \cdot 10^{-3} \text{ m})}{2\pi} \ln \frac{(95 \text{ mm})}{(52 \text{ mm})} = \\ &= 2,45 \cdot 10^{-3} \text{ H} \doteq 2,5 \text{ mH}.\end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

31.8 VLASTNÍ INDUKCE

Jsou-li dvě cívky blízko sebe, pak proud I tekoucí první cívkou vytváří magnetický tok Φ_B , který prochází — ale společně i druhou cívku. Měníme-li tento tok tím, že měníme proud I , vzniká v druhé cívce (podle Faradayova zákona) indukované emn, jak jsme viděli již dříve. Avšak v první cívce vzniká indukované napětí také.

Indukované emn vzniká v každé cívce, v níž se elektrický proud mění.

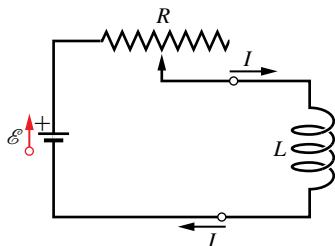
Tento jev (obr. 31.17) se nazývá **vlastní indukce** (dříve též **samoindukce**). Příslušné indukované emn lze opět vyjádřit Faradayovým zákonem elektromagnetické indukce.

Podle rov. (31.30) je

$$N\Phi_B = LI. \quad (31.38)$$

Z Faradayova zákona pak plyne, že emn je rovno

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}. \quad (31.39)$$



Obr. 31.17 Posouváním kontaktu po rezistoru měníme proud v cívce. Když se proud cívku mění, vzniká v ní indukované emn.

Z rov. (31.38) a (31.39) dostáváme

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (\text{indukované emn}). \quad (31.40)$$

V každé cívce (např. v solenoidu nebo toroidu) tedy vzniká indukované emn, kdykoli se v ní mění proud. Sama velikost proudu na indukované emn nemá vliv; záleží jen na *rychlosti změny* proudu.

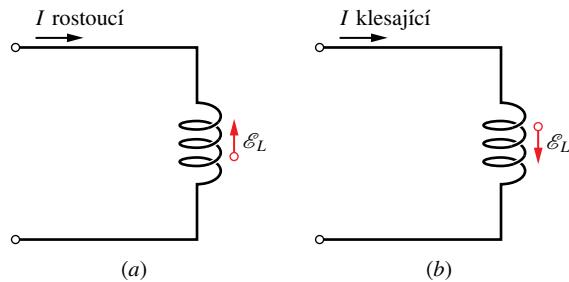
Směr indukovaného emn můžeme určit pomocí Lenzova zákona. Znaménko minus v rov. (31.40) značí — v souladu s Lenzovým zákonem — že indukované emn brání změně, která jej vyvolala.

Předpokládejme (obr. 31.18a), že zavedeme do cívky proud I a zvětšíme jej rychlosť dI/dt . Podle Lenzova

zákonu je toto zvětšování napětí onou změnou, proti níž bude indukovaný proud působit. Indukované emn proto má takový směr, že brání zvětšování proudu. Zmenšujeme-li naopak proud (obr. 31.18b), bude indukované napětí namířeno tak, že tomuto zmenšování brání, jak ukazuje obrázek.

V čl. 31.6 jsme viděli, že nemůžeme definovat elektrický potenciál pro elektrické pole, které je indukováno měnícím se magnetickým indukčním tokem. To znamená, že uvnitř cívky na obr. 31.17, v níž se indukuje emn měnícím se indukčním tokem, nemůžeme definovat elektrický potenciál. Potenciál však lze zavést v bodech v obvodu mimo tuhoto oblast (tedy tam, kde jsou elektrická pole vyvolána jen rozložením elektrických nábojů).

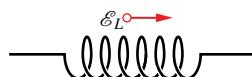
Kromě toho můžeme definovat rozdíl potenciálů (tj. napětí) U_L na cívce (tj. mezi jejími svorkami, o nichž předpokládáme, že jsou mimo oblast měnícího se magnetického toku). Je-li cívka *ideální* (její drát má zanedbatelný odpor), je velikost U_L rovna velikosti indukovaného emn: \mathcal{E}_L .



Obr. 31.18 (a) Proud I roste a indukuje tím v cívce emn v takovém směru, aby bránilo tomuto vzrůstu. Šipku představující \mathcal{E}_L můžeme umístit podél cívky. (b) Proud I klesá a indukované emn má takový směr, že brání tomuto poklesu.

Má-li drát skutečné cívky odpor r , můžeme si ho představit oddělený od cívky (mimo oblast měnícího se indukčního toku). Skutečnou cívku pak vyjádříme jako seriové zapojení rezistoru o odporu r a ideální cívky indukující emn o velikosti \mathcal{E}_L . Podobně jako v případě reálné baterie s emn o velikosti \mathcal{E} a s vnitřním odporem r , i zde se liší napětí na svorkách reálné cívky od jejího emn. Pokud nebude výslově uvedeno jinak, budeme v dalším předpokládat, že cívky jsou ideální.

KONTROLA 5: Obrázek ukazuje elektromotorické napětí \mathcal{E}_L , indukované v cívce. Které z následujících variant mohou nastat? Proud cívkom je (a) stálý a teče



doprava; (b) stálý a teče doleva; (c) rostoucí a teče doprava; (d) klesající a teče doprava; (e) rostoucí a teče doleva; (f) klesající a teče doleva.

31.9 OBVODY RL

V čl. 28.8 jsme viděli, že připojíme-li náhle emn o hodnotě \mathcal{E} k sériovému obvodu s odporem R a kapacitou C , nevzroste náboj Q kondenzátoru okamžitě na koncovou, ustálenou hodnotu $Q_0 = C\mathcal{E}$, ale blíží se k ní exponenciálně podle vztahu

$$Q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau_C}). \quad (31.41)$$

Rychlosť, s níž náboj vzrůstá, je určena časovou konstantou τ_C obvodu RC , pro niž platí

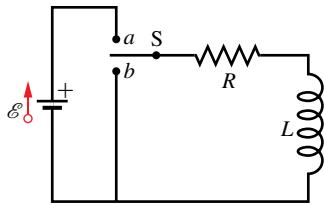
$$\tau_C = RC. \quad (31.42)$$

Z rov. (28.36) také víme, že vypneme-li v tomto obvodu náhle emn, neklesne náboj kondenzátoru okamžitě na nulu, ale blíží se k ní exponenciálně:

$$Q = Q_0 e^{-t/\tau_C}. \quad (31.43)$$

Vidíme, že časová konstanta τ_C charakterizuje rychlosť klesání i narůstání náboje.

Obdobně se zpomalí růst nebo pokles proudu, jestliže zapneme nebo vypneme emn v jednoduchém obvodu s rezistorem R a cívkou L . Dáme-li přepínač S na obr. 31.19 např. do polohy a , začne vzrůstat proud procházející rezistorem. Kdyby v obvodu cívka nebyla, vzrostl by proud okamžitě na ustálenou hodnotu \mathcal{E}/R . Cívka však vytváří v obvodu indukované emn \mathcal{E}_L . To podle Lenzova zákona brání růstu proudu, což znamená, že má opačnou polaritu než má emn baterie. Proud rezistorem je tedy určen dvěma emn: konstantním \mathcal{E} baterie a proměnným $\mathcal{E}_L = -L dI/dt$, vzniklým elektromagnetickou indukcí v cívce. Dokud vzniká \mathcal{E}_L , je proud rezistorem (a tedy celým obvodem) menší než \mathcal{E}/R .



Obr. 31.19 Obvod RL . Když dáme přepínač S do polohy a , proud roste, až dosáhne mezní hodnoty \mathcal{E}/R .

Proud roste stále povolněji, takže i velikost indukovaného emn, která je úměrná dI/dt , se zmenšuje. Proud v obvodu se proto blíží hodnotě \mathcal{E}/R asymptoticky.

Tento výsledek můžeme vyjádřit takto:

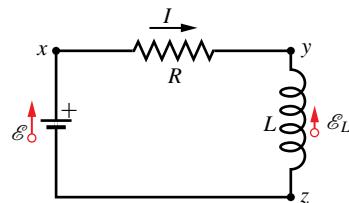
Cívka zpočátku brání změnám protékajícího proudu. Později, v ustáleném stavu, se chová jako obyčejný vodič.

Nyní rozeberme situaci kvantitativně. Při zapnutí přepínače S na polohu a je obvod ekvivalentní obvodu na obr. 31.20. Použijme smyčkové pravidlo pro součet napětí v obvodu (2. Kirchhoffův zákon). Začneme v bodě x na obr. 31.20 a postupujme podél obvodu ve směru otáčení hodinových ručiček. Pro vyznačený směr proudu I bude mít bod x vyšší potenciál než bod y , což znamená, že se při přechodu změnil potenciál o $-IR$. Bod y má vyšší potenciál než bod z , protože při rostoucím proudu brání indukované napětí tomuto růstu, a má proto směr vyznačený na obrázku. Když tedy přecházíme podél cívky z bodu y do bodu z , změní se potenciál o $\mathcal{E}_L = -L dI/dt$. Při průchodu baterií zaznamenáváme nárůst potenciálu o $+\mathcal{E}$. Smyčkové pravidlo tedy dává

$$-IR - L \frac{dI}{dt} + \mathcal{E} = 0,$$

takže

$$L \frac{dI}{dt} + RI = \mathcal{E} \quad (\text{obvod } RL). \quad (31.44)$$



Obr. 31.20 Obvod na obr. 31.19 s přepínačem v poloze a . Použijeme smyčkové pravidlo pro součet napětí v obvodu. Začneme v bodě x a postupujeme ve směru otáčení hodinových ručiček.

Rov. (31.44) je diferenciální rovnice, obsahující hledanou funkci $I(t)$ a její první derivaci dI/dt . Řešit tuto rovnici zmanená najít funkci $I(t)$, která splňuje tuto rovnici a vyhovuje také počáteční podmínce $I(0) = 0$.

Rov. (31.44) a její počáteční podmínka mají stejný tvar jako rov. (28.29) pro obvod RC , jestliže I nahradíme Q , L nahradíme R a R nahradíme $1/C$. Řešení rov. (31.44) musí tedy mít tvar rov. (28.30) s uvedenou záměnou veličin. Toto řešení je

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}), \quad (31.45)$$

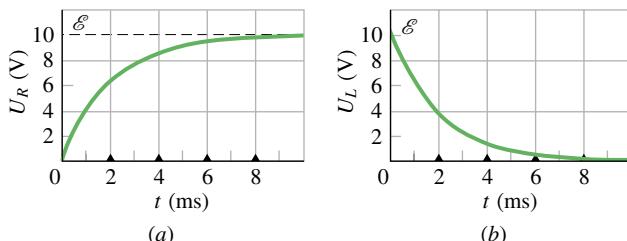
což můžeme zapsat ve tvaru

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{růst proudu}), \quad (31.46)$$

v němž τ_L je **časová konstanta** obvodu RL určená vztahem

$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad (\text{časová konstanta}). \quad (31.47)$$

Obr. 31.21 ukazuje, jak se mění s časem napětí $U_R = IR$ na rezistoru a napětí $U_L = L \frac{dI}{dt}$ na cívce pro určité hodnoty \mathcal{E} , L a R . Srovnejte pečlivě tento obrázek s odpovídajícím obrázkem pro obvod RC (obr. 28.14).



Obr. 31.21 Časový průběh (a) U_R , tj. napětí na rezistoru v obvodu na obr. 31.20, a (b) U_L , tj. napětí na cívce v témže obvodu. Malé trojúhelníky vyznačují násobky časové konstanty $\tau_L = L/R$. Obrázek je vynesen pro $R = 2\,000\,\Omega$, $L = 4,0\,\text{H}$ a $\mathcal{E} = 10\,\text{V}$.

Ukážeme, že veličina $\tau_L = L/R$ má rozměr času:

$$1 \frac{\text{H}}{\Omega} = 1 \frac{\text{H}}{\Omega} \left(\frac{1 \text{ V}\cdot\text{s}}{1 \text{ H}\cdot\text{A}} \right) \left(\frac{1 \Omega\cdot\text{A}}{1 \text{ V}} \right) = 1 \text{ s.}$$

První veličina v závorkách je převodní koeficient odvozený z rov. (31.40) a druhá je převodní koeficient odvozený ze vztahu $U = IR$.

Fyzikální význam časové konstanty vyplývá z rovnice (31.46). Položíme-li v této rovnici $t = \tau_L = L/R$, redukuje se na tvar

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-1}) \doteq 0,63 \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Časová konstanta τ_L je tedy doba, za niž proud v obvodu dosáhne o $1/e$ (tj. asi o 37 %) nižší hodnotu, než je koncová ustálená hodnota \mathcal{E}/R . (Je to tedy doba, za niž dosáhne asi 63 % této ustálené hodnoty.) Protože je napětí U_R na rezistoru úměrné proudu I , má časová závislost rostoucího proudu stejný tvar jako závislost U_R vynesená na obr. 31.21a.

Ponechme přepínač S na obr. 31.19 dosti dlouho v poloze a , aby proud nabyl ustálené hodnoty \mathcal{E}/R , a pak ho náhle přepněme do polohy b . Tím vyřadíme baterii z obvodu. (Předpokládejme, že máme přepínač typu *make-before-break-switch*, který během přepojování z a do b se *nejprve* propojí s b — v tu chvíli jsou tedy také

propojeny body a a b navzájem — a teprve *potom* se odpojí od a .)

Proud v rezistoru nepoklesne na nulu skokem, ale plynnule. Diferenciální rovnici, která tento pokles popisuje, dostaneme z rov. (31.44) dosazením $\mathcal{E} = 0$

$$L \frac{dI}{dt} + RI = 0. \quad (31.48)$$

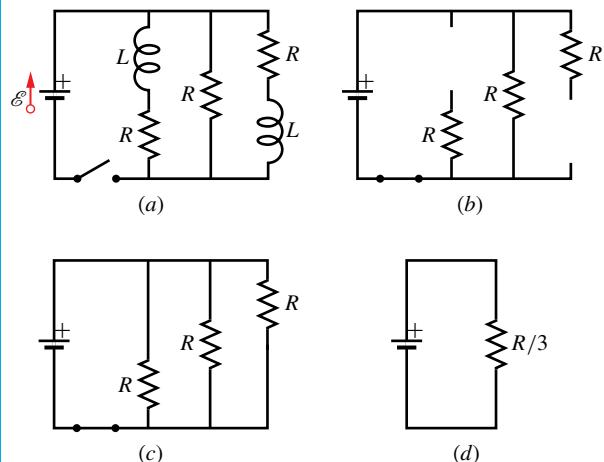
Podle analogie s rov. (28.35) a (28.36) má řešení této diferenciální rovnice při splnění počáteční podmínky $I(0) = I_0 = \mathcal{E}/R$ tvar

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_L} = I_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{pokles proudu}). \quad (31.49)$$

Vidíme, že v obvodu RL jak růst proudu (rov. (31.46)), tak jeho pokles (rov. (31.49)) je charakterizován stejnou časovou konstantou τ_L .

PŘÍKLAD 31.7

Obr. 31.22a ukazuje obvod se třemi stejnými rezistory o odporu $R = 9,0\,\Omega$, dvěma stejnými cívkami o indukčnosti $L = 2,0\,\text{mH}$ a ideální baterií o $\mathcal{E} = 18\,\text{V}$.



Obr. 31.22 Příklad 31.7. (a) Několikasmyslkový obvod RL , spínač je vypnut. (b) Ekvivalentní obvod okamžitě po zapnutí spínače. (c) Ekvivalentní obvod delší dobu poté. (d) Jednosmyškový obvod ekvivalentního obvodu (c).

(a) Jaký proud I teče baterií okamžitě po sepnutí spínače?

ŘEŠENÍ: Protože proud každou z cívek je před zapnutím nulový, je také nulový okamžitě po zapnutí. Okamžitě po zapnutí se tedy cívky chovají jako přerušené dráty, jak je ukázáno na obr. 31.22b. Tím dostáváme jednosmyškový obvod, pro nějž pravidlo pro součet napětí dává

$$\mathcal{E} - IR = 0.$$

Dosazením zadaných hodnot dostáváme

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{(18 \text{ V})}{(9,0 \Omega)} = 2,0 \text{ A.} \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaký proud I teče baterií dlouho po sepnutí spínače?

ŘEŠENÍ: Dlouho po sepnutí ($t \gg \tau_L$) dosáhnou proudy v obvodu svých ustálených hodnot. Tehdy se cívky chovají jako obyčejné vodiče, jak ukazuje obr. 31.22c. Máme pak obvod se třemi paralelně zapojenými rezistory; podle rov. (28.20) je toto zapojení ekvivalentní rezistoru $R_p = R/3 = (9,0 \Omega)/3 = 3,0 \Omega$. Ekvivalentní obvod na obr. 31.22d potom splňuje rovnici $\mathcal{E} - IR_p = 0$ neboli

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_p} = \frac{(18 \text{ V})}{(3,0 \Omega)} = 6,0 \text{ A.} \quad (\text{Odpověď})$$

PŘÍKLAD 31.8

Solenoid má indukčnost 53 mH a odpor 0,37 Ω. Za jak dlouho po připojení k baterii vzroste proud na polovinu své koncové ustálené hodnoty?

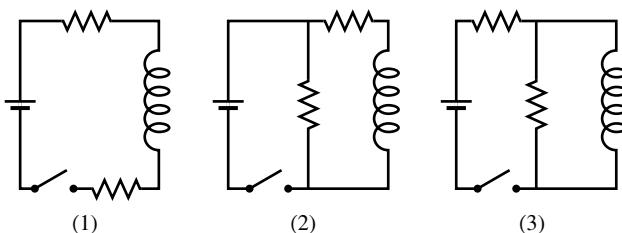
ŘEŠENÍ: Ustálené hodnoty dosáhne proud pro $t \rightarrow \infty$; podle rov. (31.46) je tato hodnota \mathcal{E}/R . Pro poloviční hodnotu proudu a hledaný čas t_0 tato rovnice dává

$$\frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t_0/\tau_L}).$$

Vykrátíme \mathcal{E}/R , osamostatníme exponenciální výraz, obě strany zlogaritmujeme. Tak dostaneme

$$\begin{aligned} t_0 &= \tau_L \ln 2 = \\ &= \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{(53 \cdot 10^{-3} \text{ H})}{(0,37 \Omega)} \ln 2 = \\ &= 0,10 \text{ s.} \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

KONTROLA 6: Obrázek ukazuje tři obvody se stejnými bateriemi, cívками a rezistory. Seřaďte v sestupném pořadí obvody podle velikosti proudu baterií (a) okamžitě po zapnutí vypínače, (b) za dlouho poté.



31.10 ENERGIE MAGNETICKÉHO POLE

Odtahujeme-li od sebe opačné náboje, roste jejich elektrická potenciální energie a o ní už víme, že se hromadí v elektrickém poli těchto nábojů. Můžeme ji dostat z pole zpět, necháme-li náboje přiblížit se zpátky k sobě.

O energii nahromaděné v magnetickém poli můžeme uvažovat stejným způsobem. Například dva dlouhé rovnoběžné dráty protékané proudy stejného směru se přitahují a musíme vykonat práci, abychom je odtáhli od sebe. Tím nahromadíme energii v magnetickém poli těchto proudů. Tuto energii můžeme kdykoliv dostat zpět, přesunou-li se dráty zpět do původních poloh.

Kvantitativní výraz pro energii nahromaděnou v magnetickém poli odvodíme, uvážíme-li znovu obr. 31.20, který ukazuje zdroj emn připojený k rezistoru R a cívce L . Rov. (31.44), tj.

$$\mathcal{E} = L \frac{dI}{dt} + IR, \quad (31.50)$$

je diferenciální rovnice, popisující růst proudu v tomto obvodu. Zdůrazněme, že tato rovnice plyne bezprostředně z pravidla pro součet napětí v obvodu; toto pravidlo zase vyjadřuje zákon zachování energie pro jednoduchý obvod. Násobíme-li obě strany rov. (31.50) veličinou I , dostaneme rovnici

$$\mathcal{E}I = LI \frac{dI}{dt} + I^2 R, \quad (31.51)$$

která má tento fyzikální výklad v pojmech práce a energie:

1. Projde-li náboj dQ baterií s emn \mathcal{E} za dobu dt , vykoná baterie na náboji práci $\mathcal{E} dQ$. Výkon, s nímž koná baterie práci, je $\mathcal{E} dQ/dt$ neboli $\mathcal{E}I$. Levá strana rov. (31.51) tedy představuje výkon, s jakým dodáváme energii zdrojem emn do zbytku obvodu.

2. Druhý člen na pravé straně rov. (31.51) představuje rychlosť disipace energie v rezistoru, tj. tepelný výkon rezistoru.

3. Energie, která není disipována, se v souhlase se zákonem zachování energie hromadí v magnetickém poli cívky. Protože rov. (31.51) vyjadřuje zachování energie, vyjadřuje prostřední člen rov. (31.51) rychlosť dE_{mg}/dt hromadění energie v magnetickém poli, takže

$$\frac{dE_{mg}}{dt} = LI \frac{dI}{dt}. \quad (31.52)$$

Tuto rovnici můžeme přepsat do tvaru

$$dE_{mg} = LI dI.$$

Integrací dostaváme

$$\int_0^{E_{\text{mg}}} dE'_{\text{mg}} = \int_0^I L I' dI'$$

neboli (pro libovolně zvolené I)

$$E_{\text{mg}} = \frac{1}{2} L I^2 \quad (\text{magnetická energie cívky}). \quad (31.53)$$

Vztah (31.53) představuje celkovou magnetickou energii cívky, tj. energii magnetického pole vytvořeného cívkou, kterou teče proud I . Všimněme si podobnosti mezi tímto výrazem a výrazem (26.21) pro elektrickou energii kondenzátoru, tj. elektrického pole vytvořeného kondenzátorem o kapacitě C s nábojem Q :

$$E_{\text{el}} = \frac{Q^2}{2C}. \quad (31.54)$$

PŘÍKLAD 31.9

Cívka má indukčnost 53 mH a odpor 0,35 Ω.

(a) Cívku připojíme ke zdroji emn $\mathcal{E} = 12$ V. Kolik energie se nahromadí v magnetickém poli, když proud dosáhne ustálené hodnoty (tj. pro $t \rightarrow \infty$, prakticky pro $t \gg \tau_L$)?

ŘEŠENÍ: Nahromaděná energie je vyjádřena rov. (31.53)

$$E_{\text{mg}} = \frac{1}{2} L I^2.$$

Ke stanovení energie v ustáleném stavu musíme do tohoto výrazu dosadit ustálený proud. Ten je podle rov. (31.46) roven

$$I_{\infty} = I(t \rightarrow \infty) = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{(12 \text{ V})}{(0,35 \Omega)} = 34,3 \text{ A}.$$

Dosazením dostaváme

$$E_{\text{mg}\infty} = \frac{1}{2} L I_{\infty}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(53 \cdot 10^{-3} \text{ H})(34,3 \text{ A})^2 = 31 \text{ J}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Po jaké době (vyjádřené jako násobek časové konstanty) se v magnetickém poli nahromadí polovina ustálené hodnoty energie magnetického pole?

ŘEŠENÍ: Otázka zní, za jakou dobu t bude platit vztah

$$E_{\text{mg}} = \frac{1}{2} E_{\text{mg}\infty}.$$

Rov. (31.53) umožňuje přepsat tuto podmínku do tvaru

$$\frac{1}{2} L I^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} L I_{\infty}^2$$

a odtud

$$I = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) I_{\infty}.$$

Přitom I plyne z rov. (31.46) a $I_{\infty} = \mathcal{E}/R$. Proto

$$\frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{R\sqrt{2}}.$$

Zkrácením \mathcal{E}/R a úpravou dostaváme

$$e^{-t/\tau_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,293,$$

což dává

$$\frac{t}{\tau_L} = -\ln 0,293 = 1,23$$

a odtud

$$t \doteq 1,2\tau_L. \quad (\text{Odpověď})$$

Hromaděná energie tedy dosáhne poloviny své ustálené hodnoty za dobu $1,2\tau_L$.

PŘÍKLAD 31.10

Cívka o indukčnosti 3,56 H je zapojena v sérii s rezistorem 12,8 Ω a k tomuto obvodu RL je náhle připojeno emn 3,24 V.

(a) Jaký příkon P je dodáván baterí do obvodu v čase τ_L po připojení?

ŘEŠENÍ: Proud v obvodu je dán rov. (31.46)

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}),$$

odkud

$$I = \frac{(3,24 \text{ V})}{(12,8 \Omega)}(1 - e^{-1}) = 0,1600 \text{ A}.$$

Příkon dodávaný baterí je pak dán rov. (27.21), kde roli U hráje \mathcal{E} . V okamžiku $t = \tau_L$ je tedy

$$P = \mathcal{E}I = (3,24 \text{ V})(0,1600 \text{ A}) = 0,5184 \text{ W} \doteq 518 \text{ mW}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaký je tepelný výkon rezistoru v tomtéž okamžiku?

ŘEŠENÍ: Tepelný výkon je vyjádřen rov. (27.22). Pro $t = \tau_L$ dostaváme

$$P_R = I^2(\tau_L) \cdot R = (0,1600 \text{ A})^2(12,8 \Omega) = 0,3277 \text{ W} \doteq 328 \text{ mW}. \quad (\text{Odpověď})$$

(c) S jakým výkonem se hromadí energie v magnetickém poli v tomtéž okamžiku?

ŘEŠENÍ: Vyjdeme z rov. (31.52), vyžadující znalost dI/dt .

Derivace rov. (31.45) dává

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{R}{L} (\mathrm{e}^{-Rt/L}) = \frac{\mathcal{E}}{L} (\mathrm{e}^{-t/\tau_L}).$$

Pro $t = \tau_L$ dostáváme

$$\frac{dI}{dt} = \frac{(3,24 \text{ V})}{(3,56 \text{ H})} (\mathrm{e}^{-1}) = 0,3348 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Podle rov. (31.52) je hledaný výkon roven

$$\begin{aligned} P_{\text{mg}} &= \frac{dE_{\text{mg}}}{dt} = LI \frac{dI}{dt} = \\ &= (3,56 \text{ H})(0,1600 \text{ A})(0,3348 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}) = \\ &= 0,1907 \text{ W} \doteq 191 \text{ mW}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

Všimněme si, že

$$P = P_R + P_{\text{mg}},$$

jak vyžaduje zákon zachování energie.

31.11 HUSTOTA ENERGIE MAGNETICKÉHO POLE

Uvažujme dlouhý solenoid s průřezem o obsahu S . V něm budeme sledovat úsek délky l (ne blízko u krajů); ten vymezuje uvnitř solenoidu objem V o velikosti Sl . Protéká-li solenoidem proud I , vytvoří se uvnitř objemu V homogenní magnetické pole B ; pole vně solenoidu je prakticky nulové.

Energie pole vytvořeného uvažovaným úsekem musí být zřejmě uložena v objemu V , a to rovnoměrně (díky homogenitě magnetického pole) s hustotou

$$w_{\text{mg}} = \frac{E_{\text{mg}}}{Sl}.$$

Protože však $E_{\text{mg}} = \frac{1}{2}LI^2$, můžeme vyjádřit hustotu energie ve tvaru

$$w_{\text{mg}} = \frac{LI^2}{2Sl} = \frac{L}{l} \frac{I^2}{2S}$$

a po dosazení za L/l z rov. (31.33)

$$w_{\text{mg}} = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2. \quad (31.55)$$

Pomocí rov. (30.25) ($B = \mu_0 In$) můžeme konečně *hustotu energie* vyjádřit pomocí magnetické indukce:

$$w_{\text{mg}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad (\text{hustota energie magnetického pole}). \quad (31.56)$$

Tato rovnice udává hustotu energie všude, kde je magnetické pole \mathbf{B} . Ačkoliv jsme rov. (31.56) odvodili pro speciální případ pole v části solenoidu, platí pro všechna magnetická pole, jakkoli vytvořená. Rov. (31.56) je obdobou rov. (26.23)

$$w_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2, \quad (31.57)$$

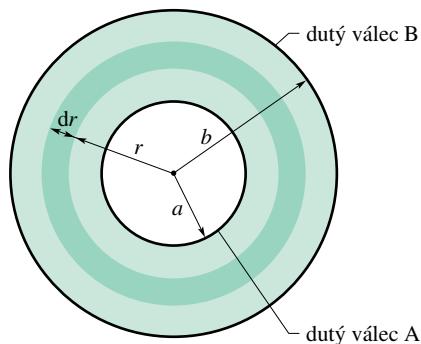
která udává (ve vakuu) hustotu energie elektrického pole. Všimněme si, že jak hustota w_{mg} , tak hustota w_{el} je úměrná druhé mocnině odpovídající veličiny, B nebo E , popisující pole.

KONTROLA 7: Tabulka udává počet závitů na jednotku délky, proud a průřez pro tři solenoidy. Seřaďte solenoidy sestupně podle hustoty energie magnetického pole uvnitř nich.

SOLENOID	ZÁVITY NA JEDNOTKU DĚLKY	PROUD	PLOCHA
a	$2n_1$	I_1	$2S_1$
b	n_1	$2I_1$	S_1
c	n_1	I_1	$6S_1$

PŘÍKLAD 31.11

Dlouhý koaxiální kabel (obr. 31.23) je vytvořen ze dvou tenkostenných souosých vodivých dutých válců s poloměry a a b . Vnitřním válcem A teče stálý proud I , vnějším válcem B se tento proud vrací.



Obr. 31.23 Příklad 31.11. Průřez dlouhého koaxiálního kabelu se stavajícího ze dvou tenkostenných vodivých dutých válců. Poloměr vnitřního válce je a , poloměr vnějšího válce je b .

(a) Vypočtěte energii nahromaděnou v magnetickém poli mezi valcí na délce l kabelu.

ŘEŠENÍ: Uvažujme objem dV válcové vrstvy mezi dvěma valcí o poloměrech r a $r + dr$ a délce l . Energie dE_{mg} obsažená v tomto objemu je

$$dE_{\text{mg}} = w_{\text{mg}} dV,$$

kde w_{mg} (hustota energie, tj. energie připadající na jednotkový objem) podle rov. (31.56) je $B^2/(2\mu_0)$. Velikost B magnetické indukce jako funkci r dostaneme z Ampérova zákona

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I,$$

kde integrujeme po kružnici o poloměru r na obr. 31.23. Tak dostaneme

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 I,$$

odkud

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Hustota energie mezi válci pak je

$$w_{mg} = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right)^2 = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}.$$

Objem dV uvažované vrstvy je $(2\pi rl)(dr)$, takže energie dE_{mg} v ní obsažená je

$$dE_{mg} = w_{mg} dV = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} (2\pi rl)(dr) = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \frac{dr}{r}.$$

Energii nahromaděnou v prostoru mezi válci koaxiálního kabelu dostaneme integrací předchozího výrazu:

$$\begin{aligned} E_{mg} &= \int dE_{mg} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \\ &= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{b}{a}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned} \quad (31.58)$$

Vně vnějšího válce a uvnitř vnitřního válce se nehromadí žádná energie, protože v obou těchto prostorách je magnetické pole nulové, jak můžeme snadno ukázat pomocí Ampérova zákona.

(b) Jaká energie se nahromadí v kabelu jednotkové délky, když $a = 1,2$ mm, $b = 3,5$ mm a $I = 2,7$ A?

ŘEŠENÍ: Podle rov. (31.58) máme

$$\begin{aligned} \frac{E_{mg}}{l} &= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} = \\ &= \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1})(2,7 \text{ A})^2}{4\pi} \ln \frac{(3,5 \text{ mm})}{(1,2 \text{ mm})} = \\ &= 7,8 \cdot 10^{-7} \text{ J}\cdot\text{m}^{-1} = 780 \text{ nJ}\cdot\text{m}^{-1}. \quad (\text{Odpověď}) \end{aligned}$$

31.12 VZÁJEMNÁ INDUKČNOST

V tomto článku se vrátíme k případu dvou vzájemně na sebe působících cívek, se kterým jsme se setkali v čl. 31.2. Pojednáme o něm poněkud podrobněji. Jsou-li dvě cívek

blízko sebe a jednou z nich protéká stálý proud I , prochází druhou z nich magnetický tok Φ_B , jak jsme viděli na obr. 31.2. Měníme-li proud I , vzniká v druhé cívce emn \mathcal{E} dané Faradayovým zákonem; tento děj jsme nazvali *elektromagnetická indukce*. V tomto případě mluvíme o **vzájemné indukci**, protože jde o vzájemné působení cívek, na rozdíl od **vlastní indukce**, týkající se jediné cívky.

Podívejme se na vzájemnou indukci kvantitativně. Obr. 31.24a ukazuje dvě blízko sebe umístěné kruhové, hustě navinuté cívky se společnou osou. V cívce 1 teče proud I_1 z baterie ve vnějším obvodu. Tento proud vytváří magnetické pole, znázorněné na obrázku indukčními čarami pole \mathbf{B}_1 . Cívka 2 je připojena k citlivému měřidlu, ale není připojena k baterii. Magnetický indukční tok Φ_{21} (tok cívou 2 vyvolaný proudem cívky 1) prochází N_2 závity cívky 2.

Magnetický indukční tok procházející cívou 2 (tedy $N_2 \Phi_{21}$) je přímo úměrný proudu v cívce 1 (tedy I_1). Proto $N_2 \Phi_{21} = M_{21} I_1$, kde konstanta úměrnosti M_{21} vyjadřuje **vzájemnou indukčnost** cívky 2 vzhledem k cívce 1. Platí tedy

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}. \quad (31.59)$$

Porovnejte tuto definici s rov. (31.30), tj. $L = N\Phi/I$, definiující vlastní indukčnost cívky. Rov. (31.59) můžeme přepsat do tvaru

$$M_{21} I_1 = N_2 \Phi_{21}.$$

Změníme-li vnějším zásahem proud I_1 , pak

$$M_{21} \frac{dI_1}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}.$$

Pravá strana této rovnice je podle Faradayova zákona rovna záporně vzatému emn \mathcal{E}_2 , indukovanému v cívce 2 proměnným proudem v cívce 1. Je tedy

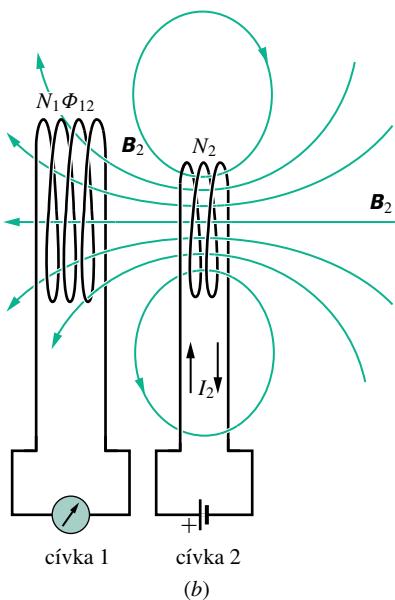
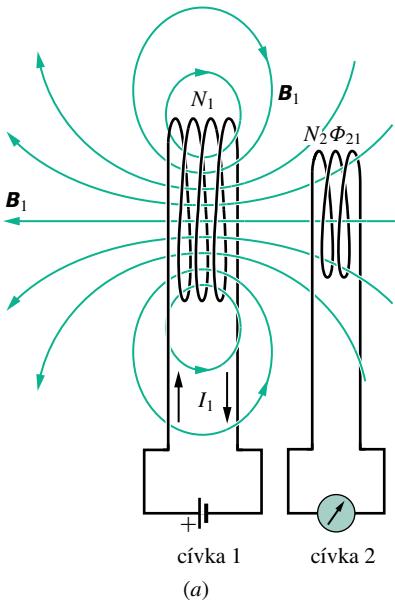
$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad (31.60)$$

což je analogické rov. (31.40) pro vlastní indukci $\mathcal{E} = -L dI/dt$.

Zaměňme nyní role cívek 1 a 2 podle obr. 31.24b. Připojme proto do obvodu cívky 2 baterii dodávající proud I_2 . Ten vytváří v cívce 1 magnetický indukční tok Φ_{12} . Měníme-li proud I_2 , dostaneme ze shora uvedeného důvodu

$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (31.61)$$

Vidíme tedy, že emn indukované v jedné z cívek je úměrné rychlosti změny proudu v druhé z nich. Uvedeme bez důkazu, že konstanty úměrnosti M_{21} a M_{12} jsou stejné, takže



Obr. 31.24 Vzájemná indukce. (a) Mění-li se proud I_1 v cívce 1, indukuje se emn v cívce 2. (b) Mění-li se proud I_2 v cívce 2, indukuje se emn v cívce 1.

pořadí indexů lze zaměnit. (Toto tvrzení vůbec není samozřejmé.) Platí

$$M_{21} = M_{12} = M, \quad (31.62)$$

a proto rov. (31.60) a (31.61) můžeme zapsat ve tvarech

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \quad (31.63)$$

a

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}. \quad (31.64)$$

Indukčnost je tedy vskutku vzájemná. Jednotka SI pro M (stejně jako pro L) je henry. Vzájemná indukčnost M závisí na tvaru, vzájemné poloze a orientaci obou cívek a na magnetických vlastnostech prostředí; může být kladná, záporná i nulová.

PŘÍKLAD 31.12

Na obr. 31.25 jsou dvě kruhové hustě vinuté souosé cívky ležící ve stejné rovině. Menší má poloměr R_2 a počet závitů N_2 , větší má poloměr R_1 a počet závitů N_1 .

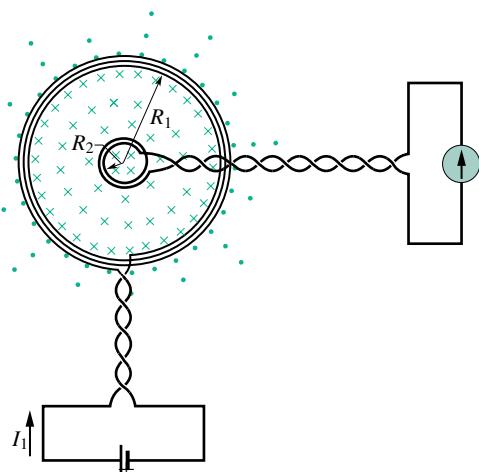
- (a) Odvoďte výraz pro vzájemnou indukčnost M pro toto usporádání cívek za předpokladu, že $R_1 \gg R_2$.

ŘEŠENÍ: Podle obr. 31.25 si představujeme, že větší cívkou poteče proud I_1 , který vyvolá magnetické pole. Hodnota magnetické indukce B_1 ve středu této cívky je (podle rov. (30.28), pro $z = 0$ a po vynásobení N_1)

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1 N_1}{2R_1}.$$

Pro $R_1 \gg R_2$ můžeme předpokládat, že ve všech bodech uvnitř malé cívky má magnetická indukce tutéž velikost B_1 . Celkový tok menší cívkou je

$$N_2 \Phi_{21} = N_2 (B_1) (\pi R_2^2) = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 R_2^2 I_1}{2R_1}.$$



Obr. 31.25 Příklad 31.12. Malá cívka je umístěna ve středu velké cívky. Vzájemnou indukčnost cívek můžeme určit, když do velké cívky pustíme proud I_1 .

Z rov. (31.59) potom dostaneme

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{\pi \mu_0 N_1 N_2 R_2^2}{2R_1}. \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaká je hodnota M pro $N_1 = N_2 = 1\,200$ závitů, $R_2 = 1,1\text{ cm}$ a $R_1 = 15\text{ cm}$?

ŘEŠENÍ: Výše uvedená rovnice dává

$$M = \frac{(\pi)(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1})(1\,200)(1\,200)(0,011\text{ m})^2}{2(0,15\text{ m})} = 2,29 \cdot 10^{-3} \text{ H} \doteq 2,3\text{ mH.} \quad (\text{Odpověď})$$

Zkusme obrátit role obou cívek uvažovaných na obr. 31.25, tj. pustit proud I_2 do menší cívky a pokusit se vypočítat M

z rov. (31.59):

$$M = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2}.$$

Výpočet Φ_{12} (tok procházející větší cívku, způsobený proudem v menší cívce) není jednoduchý. Kdybychom jej vypočítali (např. numericky na počítači), dostali bychom pro M přesně $2,3\text{ mH}$, jako ve výše uvedeném výpočtu. To potvrzuje, že rov. (31.62), tj. $M_{12} = M_{21} = M$, opravdu platí.

PŘEHLED & SHRNUVÁNÍ

Magnetický indukční tok

Magnetický indukční tok Φ_B plochou \mathcal{S} v magnetickém poli \mathbf{B} je definován vztahem

$$\Phi_B = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}, \quad (31.3)$$

v němž se integruje přes uvažovanou plochu. Jednotkou magnetického indukčního toku v SI je weber, $1\text{ Wb} = 1\text{ T}\cdot\text{m}^2$. Je-li pole \mathbf{B} kolmé k uvažované ploše a je-li na ní homogenní, zjednoduší se rov. (31.3) na

$$\Phi_B = BS \quad (\mathbf{B} \perp \mathbf{s}, \text{ pole } \mathbf{B} \text{ je homogenní}). \quad (31.4)$$

Faradayův zákon elektromagnetické indukce

Mění-li se v čase magnetický indukční tok Φ_B plochou ohraničenou uzavřenou vodivou smyčkou, vytvoří se ve smyčce emn a proud; tento děj se nazývá elektromagnetická *indukce*. Indukované emn má hodnotu

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faradayův indukční zákon}). \quad (31.6)$$

Nahradíme-li smyčku hustě navinutou cívku o N závitech, pak indukované emn je

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (31.7)$$

Lenzův zákon (též Lenzovo pravidlo)

Indukovaný proud má takový směr, že jeho magnetické pole brání té změně magnetického pole, která proud vyvolává.

Indukované elektrické pole

Indukované emn je vytvořeno měním se magnetickým indukčním tokem, a to i když smyčka, uvnitř níž se tok mění, není skutečný vodič, ale jen myšlená uzavřená křivka. Měnící se indukční tok indukuje elektrické pole \mathbf{E} v každém bodě takové křivky, a to bez ohledu na to, zda se tento bod sám nachází v magnetickém poli či nikoli (podstatné je, že se mění tok magnetického pole

plochou, na jejímž obvodu bod leží). Indukované emn se váže k \mathbf{E} vztahem

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, \quad (31.21)$$

kde se integruje podél myšlené uzavřené křivky. S užitím rov. (31.21) můžeme Faradayův zákon psát v nejobecnějším tvaru

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faradayův zákon}). \quad (31.22)$$

Podstata tohoto zákona je, že *měnícím se magnetickým indukčním tokem $d\Phi_B/dt$ se indukuje elektrické pole \mathbf{E}* .

Cívka a indukčnost

Cívka (induktor) je zařízení, kterým můžeme vytvořit magnetické pole v jisté oblasti. Teče-li elektrický proud každým z N závitů cívky, sčítá se jejich magnetický tok Φ_B . Indukčnost L cívky pak je

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} \quad (\text{definice indukčnosti}), \quad (31.30)$$

Jednotkou indukčnosti v SI je **henry** (H):

$$1\text{ henry} = 1\text{ H} = 1\text{ T}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}. \quad (31.31)$$

Indukčnost připadající na jednotku délky dlouhého solenoidu, který má průřez S a n závitů na jednotku délky (tj. v oblasti, kde už se neuplatní rozptyl na koncích), je

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 S \quad (\text{solenoid}). \quad (31.33)$$

Vlastní indukce (samoindukce)

Mění-li se proud I v cívce s indukčností L , indukuje se v ní emn. Toto indukované emn je

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}. \quad (31.40)$$

Směr \mathcal{E}_L najdeme pomocí Lenzova zákona: indukované emn brání změně, která jej vyvolává.

Sériový obvod RL

Připojíme-li konstantní emn do obvodu s rezistorem o odporu R a cívku o indukčnosti L , pak proud roste do ustálené hodnoty \mathcal{E}/R podle vztahu

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{růst proudu}), \quad (31.46)$$

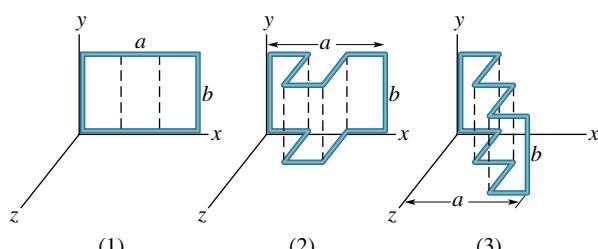
kde $\tau_L = L/R$ určuje rychlosť růstu proudu a nazývá se časová konstanta obvodu RL . Odpojíme-li zdroj konstantního emn, klesá proud z hodnoty I_0 k nule podle vztahu

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_L} = I_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{pokles proudu}). \quad (31.49)$$

Energie magnetického pole

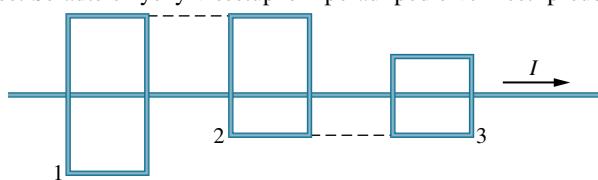
Teče-li cívku o indukčnosti L proud I , má vzniklé magnetické pole energii

$$E_{mg} = \frac{1}{2} LI^2 \quad (\text{magnetická energie cívky}). \quad (31.53)$$



Obr. 31.26 Otázka 1

2. Na obr. 31.27 proud I teče dlouhým přímým vodičem podél tří pravoúhlých vodičových smyček (aniž se jich dotýká) s délkami stran L , $\frac{3}{2}L$ a $2L$. Smyčky jsou daleko od sebe, takže se vzájemně neovlivňují. Smyčky 1 a 3 leží symetricky podél dlouhého vodiče. Seřaďte smyčky v sestupném pořadí podle velikosti proudu



Obr. 31.27 Otázka 2

Je-li B velikost magnetické indukce v libovolném bodě, je hustota energie magnetického pole v tomto bodě rovna

$$w_{mg} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \quad (\text{hustota energie magnetického pole ve vakuu}). \quad (31.56)$$

Vzájemná indukčnost

Jsou-li dvě cívky (označené 1 a 2) blízko sebe, pak proměnný proud v jedné z nich indukuje emn ve druhé cívce. Tato vzájemná indukce je vyjádřena vztahy

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \quad \text{a} \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt}, \quad (31.63, 31.64)$$

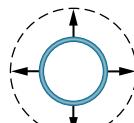
kde M (měřená v henry) je vzájemná indukčnost daného uspořádání cívek.

OTÁZKY

1. Na obr. 31.26 je vodič pravoúhlá smyčka (1) délky a , výšky b ležící v rovině xy . Smyčky (2) a (3) jsou rovněž vodičové a stejných rozměrů v rovině xy jako smyčka (1), mají však úseky rovnoběžné s osou z . Každou z nich prochází stejně rychle vzrůstající homogenní magnetické pole. Seřaďte tyto tři smyčky v sestupném pořadí podle velikosti emn v nich indukovaného. Magnetické pole má směr osy (a) y , (b) z a (c) x .

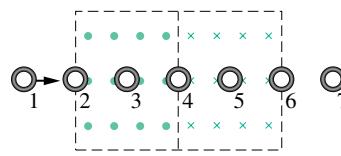
v nich indukovaného, když proud I je (a) konstantní, (b) vzrůstající.

3. Vodič kruhového průřezu na obr. 31.28 se tepelně roztáhne v homogenním magnetickém poli a proud ve vodiči indukovaný teče ve směru otáčení hodinových ručiček. Směruje magnetické pole od nás, nebo k nám?



Obr. 31.28 Otázka 3

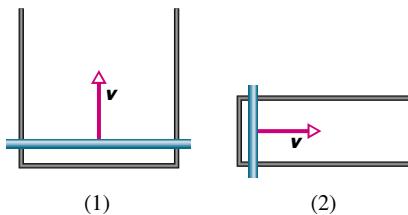
4. Na obr. 31.29 se pohybuje kruhová smyčka stálou rychlosťí oblastmi, v nichž jsou homogenní magnetická pole stejné velikosti namířena do stránky nebo z ní ven. (Pole je nulové vně čárkováné hranice). Ve kterých ze sedmi vyznačených poloh smyčky je indukované emn orientováno (a) ve směru otáčení hodinových ručiček, (b) proti jejich směru a (c) je nulové?



Obr. 31.29 Otázka 4

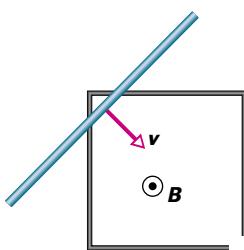
5. Obr. 31.30 ukazuje dva obvody, v nichž vodičové tyče kloužou stejně rychle ve stejném homogenním magnetickém poli podél vodičů tvaru U. Rovnoběžné úseky těchto vodičů mají vzdálenost $2L$ v obvodu (1) a L v obvodu (2). Indukovaný proud v obvodu (1) má směr proti otáčení hodinových ručiček.

- (a) Směřuje magnetické pole od nás, nebo k nám? (b) Směřuje indukovaný proud v obvodu (2) po směru, nebo proti směru otáčení hodinových ručiček? (c) Je proud v obvodu (1) větší, menší, nebo stejný ve srovnání s proudem v obvodu (2)?

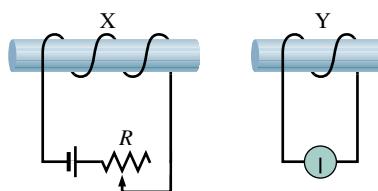


Obr. 31.30 Otázka 5

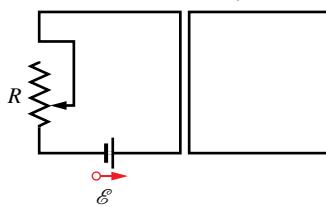
6. Na obr. 31.31 klouže vodič tyč po vodiči tvaru neúplného čtverce a je s ním v elektrickém kontaktu. Čtverec je v homogeném magnetickém poli směřujícím kolmo k nám. (a) Teče během pohybu tyče indukovaný proud ve směru, nebo proti směru otáčení hodinových ručiček, nebo se jeho směr v půli cesty mění? (b) Je tento proud stálý, rostoucí, nebo napřed rostoucí a pak klesající?

Obr. 31.31
Otázka 6

7. Obr. 31.32 ukazuje dvě cívky navinuté na nevodivých tyčích. Cívka X je připojena k baterii a rezistoru s proměnným odporem. Jaký je směr indukovaného proudu v měřidle připojeném k cívce Y, (a) když se cívka Y pohybuje k cívce X a (b) když se proud v cívce X zmenšuje, aniž se přitom mění poloha cívek?

Obr. 31.32
Otázka 7

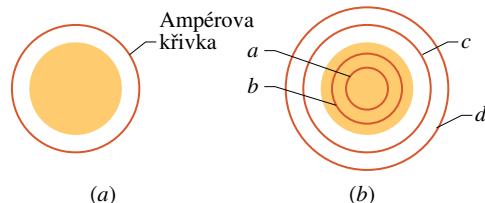
8. Zvětšujme rovnoměrně odpor R v levém obvodu na obrázku 31.33. Teče proud indukovaný ve smyčce v pravém obvodu po směru, nebo proti směru otáčení hodinových ručiček?

Obr. 31.33
Otázka 8

9. Obr. 31.34a ukazuje kruh, v němž vzrůstá magnetické pole

směřující k nám, a s ním soustřednou kružnici, podél níž počítáme $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$. Tabulka udává počáteční velikost magnetické indukce, přírůstek této velikosti a časový interval potřebný pro tento přírůstek ve třech situacích. Seřaďte tyto situace sestupně podle velikosti elektrického pole indukovaného podél kružnice.

SITUACE	POČÁTEČNÍ POLE	PŘÍRŮSTEK	DOBA
a	B_1	ΔB_1	Δt_1
b	$2B_1$	$\Delta B_1/2$	Δt_1
c	$B_1/4$	ΔB_1	$\Delta t_1/2$



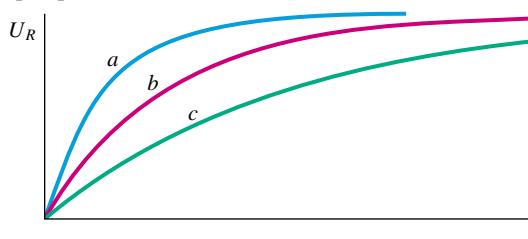
Obr. 31.34 Otázky 9 a 10

10. Obr. 31.34b ukazuje kruh, v němž klesá indukce homogenního magnetického pole směřujícího k nám. Jsou též zakresleny čtyři soustředné kružnice a, b, c. Seřaďte je sestupně podle velikosti $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ při integraci podél nich.

11. V následující tabulce jsou dány počty závitů na jednotku délky, proudy a obsahy průřezů pro tři stejně dlouhé solenoidy. Seřaďte tyto solenoidy v sestupném pořadí podle (a) jejich indukčnosti, (b) magnetického toku jedním závitem.

ZÁVITY NA SOLENOID	JEDNOTKU DÉLKY	PROUD	OBSAH PRŮŘEZU
1	$2n_1$	I_1	$2S_1$
2	n_1	$2I_1$	S_1
3	n_1	I_1	$4S_1$

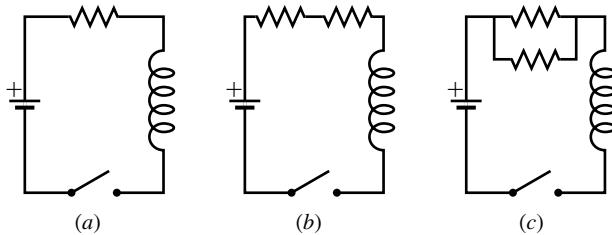
12. Obr. 31.35 ukazuje časový průběh napětí na rezistoru ve třech obvodech stejného typu jako na obr. 31.20. Obvody mají stejné odpory R a emn \mathcal{E} , ale liší se indukčností L . Seřaďte je sestupně podle velikosti L .



Obr. 31.35 Otázka 12

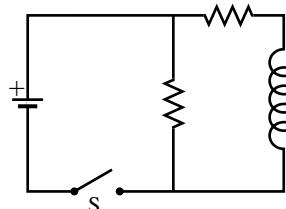
13. V obvodu na obr. 31.20 v určitém okamžiku poté, co proud začal narůstat, mají emn baterie \mathcal{E} a napětí na rezistoru U_R tyto hodnoty: (a) 12 V a 3 V; (b) 24 V a 16 V; (c) 18 V a 10 V. Seřaďte tyto případy sestupně podle napětí na cívce v uvažovaném okamžiku.

- 14.** Obr. 31.36 ukazuje tři obvody se stejnými bateriemi, cívkami a rezistory. Seřaďte obvody v sestupném pořadí podle doby potřebné k dosažení 50 % ustálené hodnoty proudu po zapojení spínače.

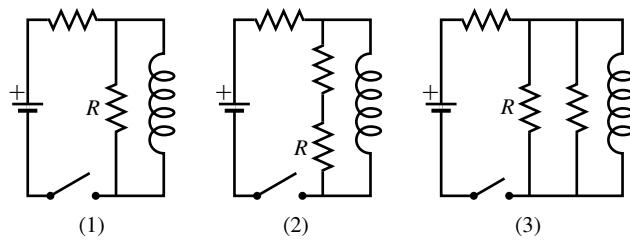


Obr. 31.36 Otázka 14

- 15.** Obr. 31.37 ukazuje obvod se dvěma stejnými rezistory a cívkou. Teče prostředním rezistorem větší, menší, či stejný proud ve srovnání s proudem protékajícím druhým rezistorem (a) hned po zapnutí spínače S, (b) dluho po zapnutí spínače, (c) hned po vypnutí spínače, (d) dluho po vypnutí spínače.

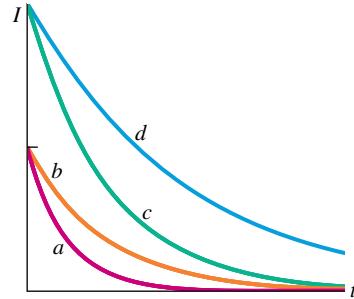
Obr. 31.37
Otázka 15

- 16.** Obr. 31.38 ukazuje tři obvody se stejnými bateriemi, cívkami a rezistory. Seřaďte obvody v sestupném pořadí podle proudu procházejícího rezistorem R (a) dluho po zapnutí spínače, (b) hned po vypnutí spínače, byl-li předtím dluho zapnut, (c) dluho po vypnutí.



Obr. 31.38 Otázka 16

- 17.** Přepínač S na obr. 31.19 byl přepnut do polohy a na dlouhou dobu a pak přepnut do polohy b. Na obr. 31.39 je zachycen časový průběh proudu cívkou pro čtyři hodnoty odporu R a indukčnosti L: (1) R_0 a L_0 ; (2) $2R_0$ a L_0 ; (3) R_0 a $2L_0$ (4) $2R_0$ a $2L_0$. Které dvojice hodnot R a L odpovídají jednotlivým křivkám?

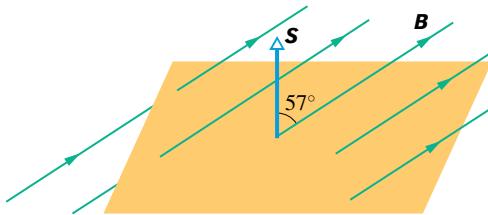
Obr. 31.39
Otázka 17

- 18.** Na obr. 31.24 je proud cívkou 1 zadán takto: (1) $I_1 = 3 \cos(4t)$, (2) $I_1 = 10 \cos(t)$, (3) $I_1 = 5 \cos(2t)$, kde I_1 je v ampérech a t v sekundách. Tyto tři případy seřaďte v sestupném pořadí podle velikosti (a) vzájemné indukčnosti cívek a (b) maximálního emn v cívce 2 vyvolaného proudem I_1 .

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 31.3, 4 Faradayův zákon elektromagnetické indukce, Lenzův zákon

- 1C.** V jistém místě na jižní polokouli má magnetické pole Země magnetickou indukci o velikosti $B = 42 \mu\text{T}$ směřující vzhůru pod úhlem 57° od svislice. Vypočtěte tok vektoru \mathbf{B} vodorovnou plochou obsahu $2,5 \text{ m}^2$, když vektor plochy \mathbf{S} směruje svisle vzhůru (obr. 31.40).



Obr. 31.40 Cvičení 1

- 2C.** Uvnitř dlouhého solenoidu (n závitů na jednotku délky)

je malá smyčka o ploše S protékaná proudem I . Osa smyčky je shodná s osou solenoidu. Proud solenoidem je dán vztahem $I = I_m \sin \omega t$. Určete emn indukované ve smyčce.

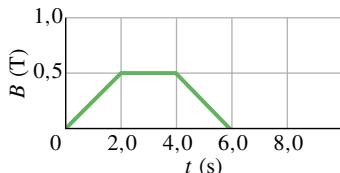
- 3C.** Televizní anténa (UHF) tvaru kružnice má průměr 11 cm. Magnetická složka TV signálu je kolmá k ploše smyčky. V jistém okamžiku se její velikost mění rychlosí $0,16 \text{ T}\cdot\text{s}^{-1}$. Pole je homogenní. Jaké emn se indukuje v anténě?

- 4C.** Homogenní magnetické pole \mathbf{B} je kolmé k rovině kruhové vodivé smyčky poloměru r . Velikost magnetické indukce pole závisí na čase podle vztahu $B = B_0 e^{-t/\tau}$, kde B_0 a τ jsou konstanty. Určete emn indukované ve smyčce jako funkci času.

- 5C.** V homogenním magnetickém poli umístíme rovinnou čtvercovou smyčku o straně 20 cm a odporu $20 \text{ m}\Omega$ tak, že magnetická indukce o velikosti $B = 2,0 \text{ T}$ je kolmá k rovině smyčky. Jestliže protáhneme smyčku tak, že se dvě protilehlé strany vzdálí a zbývající dvě přiblíží, zmenší se plocha smyčky. Za dobu $\Delta t = 0,20 \text{ s}$ zmenšíme plochu až na nulu. Jaké je

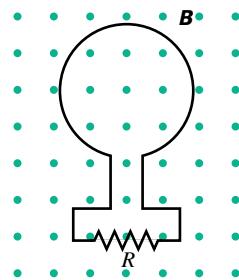
(a) průměrné indukované emn, (b) průměrný proud indukovaný ve smyčce během Δt ?

6C. Magnetické pole ve vodivé smyčce o poloměru 12 cm a odporu $8,5 \Omega$ se mění v čase podle obr. 31.41. Vypočtěte emn ve smyčce jako funkci času. Uvažujte časové intervaly (a) od $t = 0$ do $t = 2,0\text{ s}$; (b) od $t = 2,0\text{ s}$ do $t = 4,0\text{ s}$; (c) od $t = 4,0\text{ s}$ do $t = 6,0\text{ s}$. Homogenní magnetické pole je kolmé k rovině smyčky.



Obr. 31.41 Cvičení 6

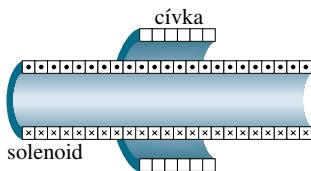
7C. Magnetický indukční tok smyčkou na obr. 31.42 vzrůstá podle vztahu $\Phi_B = 6,0t^2 + 7,0t$, kde Φ_B je v mWb a čas t v sekundách. (a) Jaká je velikost emn indukovaného ve smyčce v čase $t = 2,0\text{ s}$? (b) Jaký je směr proudu v rezistoru R ?

Obr. 31.42
Cvičení 7 a úloha 19

8C. Homogenní magnetické pole je kolmé k rovině kruhové smyčky o průměru 10 cm zhotovené z měděného drátu o průměru 2,5 mm. (a) Vypočtěte odpor drátu. (Viz tab. 27.1.) (b) Jakou rychlosť se musí měnit magnetické pole, aby se ve smyčce indukoval proud 10 A?

9Ú. Proud solenoidem z př. 31.1 se mění, ale nikoli tak, jak bylo uvedeno, nýbrž podle vztahu $I = 3,0t + 1,0t^2$, kde proud I je v A a čas t v sekundách. (a) Nakreslete závislost indukovaného emn na cívce v intervalu od $t = 0$ do $t = 4,0\text{ s}$. (b) Odpor cívky je $0,15\Omega$. Jaký proud bude protékat cívkom v čase $t = 2,0\text{ s}$?

10Ú. Na obr. 31.43 je cívka o odporu $5,3\Omega$ se 120 závity a o poloměru 1,8 cm. Je umístěna vně solenoidu uvažovaného v př. 31.1. Jaký proud poteče cívkom, jestliže se proud solenoidem mění tak, jak bylo v př. 31.1 uvedeno?



Obr. 31.43 Úloha 10

11Ú. Dlouhý solenoid o poloměru 25 mm má 100 závitů/cm.

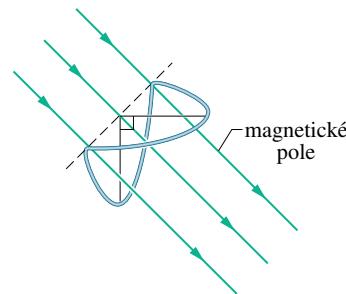
Jednoduchá vodivá smyčka o poloměru 5,0 cm obepíná solenoid a je s ním souosá. Za 10 ms proud solenoidem rovnoměrně poklesl z $1,0\text{ A}$ na $0,50\text{ A}$. Jaké emn se indukuje ve smyčce?

12Ú. Odvoďte výraz pro indukční tok toroidem o N závitech protékáným proudem I . Vinutí toroidu má obdélníkový průřez, toroid má vnitřní poloměr a , vnější poloměr b a výšku h .

13Ú. Toroid o průřezu $5,00\text{ cm}^2$ a vnitřním poloměru $15,0\text{ cm}$ má 500 závitů a je protékán proudem $0,800\text{ A}$. Jaký je magnetický indukční tok jeho průřezem?

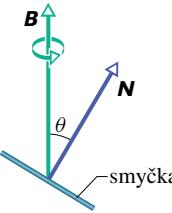
14Ú. Elastický vodivý materiál je napnut do kruhové smyčky o poloměru $12,0\text{ cm}$. Je umístěn do homogenního magnetického pole o indukci $0,800\text{ T}$ tak, že pole je kolmé k rovině smyčky. Po uvolnění se smyčka smrští tak, že se její poloměr zkracuje rychlosťí $75\text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$. Jaké emn je indukováno ve smyčce v tomto okamžiku?

15Ú. Uzavřená vodivá smyčka je složena ze dvou půlkružnic o poloměru $3,7\text{ cm}$ ležících v navzájem kolmých rovinách. Smyčka byla vytvořena přehnutím kruhové smyčky podle jejího průměru o 90° . Homogenní magnetické pole \mathbf{B} o velikosti 76 mT je kolmé k průměru, podle něhož byla smyčka přehnuta, a s oběma rovinami půlkružnic svírá stejný úhel 45° (obr. 31.44). Magnetické pole bylo během doby $4,5\text{ ms}$ rovnoměrně zeslabeno až na nulu. Určete velikost indukovaného emn a směr indukovaného proudu ve smyčce během této doby.



Obr. 31.44 Úloha 15

16Ú. Na obr. 31.45 je kruhová vodivá smyčka o průměru 10 cm s normálovou \mathbf{N} svírající úhel $\theta = 30^\circ$ se směrem homogenního magnetického pole \mathbf{B} o velikosti $0,50\text{ T}$. Smyčka se v magnetickém poli otáčí konstantní rychlosťí 100 otáček za minutu tak, že její normála \mathbf{N} opisuje kužel. Úhel sklonu θ se přitom nemění. Jaké je emn indukováno ve smyčce?

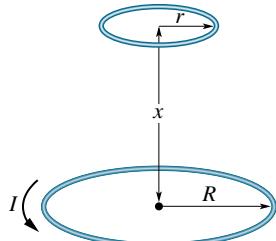


Obr. 31.45 Úloha 16

17Ú. Malá kruhová smyčka o ploše $2,00\text{ cm}^2$ je umístěna soustředně a ve stejné rovině jako velká kruhová smyčka o poloměru

1,00 m. Proud velkou smyčkou se mění rovnoměrně od 200 A do -200 A za dobu 1,00 s počínaje časem $t = 0$. (a) Jaké je magnetické pole ve středu malé smyčky vyvolané proudem tekoucím velkou smyčkou v časech $t = 0$, $t = 0,500$ s a $t = 1,00$ s? (b) Jaké je indukované emn v malé smyčce v čase $t = 0,500$ s? (Vzhledem k tomu, že vnitřní smyčka je malá, považujte pole \mathbf{B} , ve kterém se nachází, za homogenní.)

18Ú. Dvě rovnoběžné vodivé smyčky na obr. 31.46 mají společnou osu. Menší smyčka (poloměr r) je nad větší smyčkou (poloměr R) ve vzdálenosti $x \gg R$. Proto můžeme považovat magnetické pole způsobené proudem I větší smyčkou za přibližně konstantní v oblasti menší smyčky. Předpokládejme, že vzdálenost x roste konstantní rychlostí $dx/dt = v$. (a) Určete magnetický indukční tok plochou ohraničenou malou smyčkou jako funkci x . (Tip: Viz rov. (30.29).) V menší smyčce určete (b) indukované emn a (c) směr indukovaného proudu.



Obr. 31.46 Úloha 18

19Ú. Magnetický indukční tok smyčkou z obr. 31.41 v čase $t = 0$ je $\Phi_B(0)$. Magnetické pole \mathbf{B} se libovolně spojité mění co do velikosti i směru; v čase t je tok smyčkou $\Phi_B(t)$. (a) Dokažte, že celkový náboj $Q(t)$ prošlý rezistorem o odporu R za dobu t je

$$Q(t) = \frac{1}{R} (\Phi_B(0) - \Phi_B(t))$$

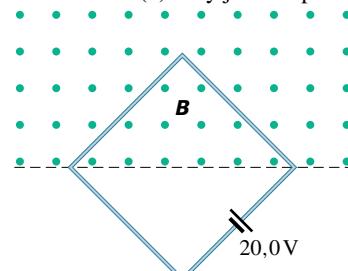
a je nezávislý na průběhu změny \mathbf{B} . (b) Je-li $\Phi_B(t) = \Phi_B(0)$ v určitém čase t , dostaneme $Q(t) = 0$. Musí být v tomto případě také indukovaný proud trvale roven nule v celém intervalu od 0 do t ?

20Ú. Na dřevěném válcovém jádře o průřezu $1,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ je navinuto 100 závitů izolovaného měděného drátu. Vývody cívky jsou připojeny k rezistoru. Celkový odpor obvodu je $13,0 \Omega$. Jaký náboj projde obvodem, jestliže se velikost indukce vnějšího homogenního magnetického pole podél osy cívky změní z $1,60 \text{ T}$ v jednom směru na $1,60 \text{ T}$ v opačném směru? (Tip: Viz úloha 19.)

21Ú. V jistém bodě má magnetická indukce pole Země velikost $0,590 \text{ G}$ a směruje dolů pod úhlem 70° od vodorovné roviny. Plochá vodorovná kruhová vodivá cívka o poloměru $10,0 \text{ cm}$ má 1 000 závitů a celkový odpor $85,0 \Omega$. Vnitřní odpor připojeného měřicího přístroje je 140Ω . Cívka se otočí kolem svého průměru o půl otáčky, takže je opět vodorovná. Jak velký náboj přitom projde měřicím přístrojem? (Tip: Viz úlohu 19.)

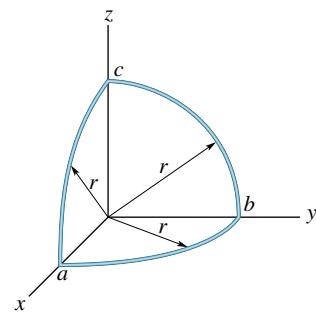
22Ú. Čtvercová vodivá smyčka o straně $2,00 \text{ m}$ je kolmá k homogennímu magnetickému poli, které zasahuje polovinu plochy této cívky, jak je znázorněno na obr. 31.47. Ve smyčce

je zapojen zdroj $20,0 \text{ V}$ o zanedbatelném vnitřním odporu. Velikost magnetické indukce se mění s časem podle vztahu $B = 0,0420 - 0,870t$, kde B je v T a čas t v sekundách. (a) Jaké je celkové emn v obvodu? (b) Jaký je směr proudu zdrojem?



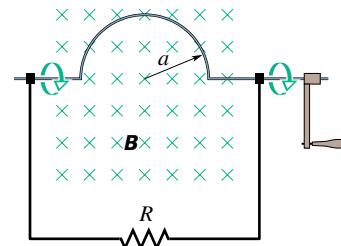
Obr. 31.47 Úloha 22

23Ú. Drát je ohnut do tří čtvrtkružnic o poloměru $r = 10 \text{ cm}$, jak ukazuje obr. 31.48. Čtvrtkružnice ab leží v rovině xy , čtvrtkružnice bc v rovině yz a čtvrtkružnice ca v rovině zx . (a) Jak velké emn se vytvoří v drátu, když homogenní magnetické pole mířící v kladném směru osy x vzroste rychlostí $3,0 \text{ mT}\cdot\text{s}^{-1}$? (b) Jaký je směr proudu v segmentu bc ?



Obr. 31.48 Úloha 23

24Ú. Tuhý drát ohnutý do půlkružnice o poloměru a se otáčí s frekvencí f v homogenním magnetickém poli, jak ukazuje obr. 31.49. Jaká je (a) frekvence a (b) amplituda proměnného emn indukovaného ve smyčce?

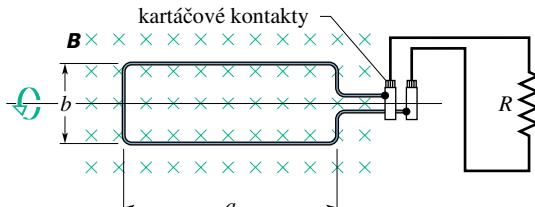


Obr. 31.49 Úloha 24

25Ú. Obdélníková cívka má N závitů a délky stran a a b . Otáčí se s frekvencí f v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} , jak ukazuje obr. 31.50. Cívka se otáčí spolu s válci, kontakt zajišťují připojené kovové kartáčky. (a) Ukažte, že indukované emn v cívce je dáno v závislosti na čase vztahem

$$\mathcal{E}(t) = 2\pi f N a b B \sin(2\pi f t) = \mathcal{E}_m \sin(2\pi f t).$$

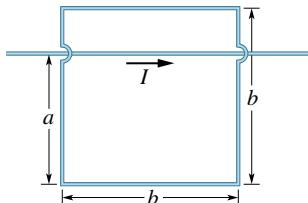
(Na tomto principu je založen běžný generátor střídavého proudu.) (b) Navrhňte smyčku, která bude při 60 otáčkách za sekundu v magnetickém poli o indukci 0,500 T generovat emn $\mathcal{E}_m = 150$ V.



Obr. 31.50 Úloha 25

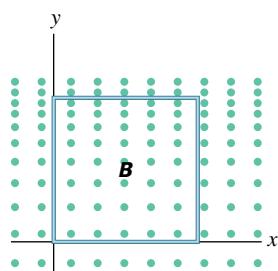
26Ú. Elektrický generátor používá cívku o 100 závitech drátu ve tvaru obdélníkové smyčky $50,0 \text{ cm} \times 30,0 \text{ cm}$. Cívka je umístěna v homogenním magnetickém poli 3,50 T. Jaká maximální hodnota emn se indukuje, otáčí-li se smyčka 1 000krát za minutu kolem osy kolmě k \mathbf{B} ?

27Ú. V situaci na obr. 31.51 je $a = 12,0 \text{ cm}$ a $b = 16,0 \text{ cm}$. Proud dlouhým drátem je dán vztahem $I = 4,50t^2 - 10,0t$, kde I a t jsou v SI. (a) Určete emn indukované ve čtvercové smyčce v čase $t = 3,00 \text{ s}$. (b) Jaký je směr proudu indukovaného ve smyčce?



Obr. 31.51 Úloha 27

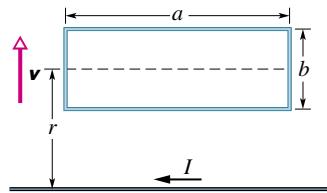
28Ú. Na obr. 31.52 je čtvercová vodivá smyčka o délce stran $2,00 \text{ cm}$. Magnetické pole je kolmě k nákresně a mříži k nám; jeho velikost je dána vztahem $B = 4,0t^2y$, kde B , t a y jsou v SI. Určete emn ve čtvercové smyčce v čase $t = 2,5 \text{ s}$ a vyznačte jeho směr.



Obr. 31.52 Úloha 28

29Ú. Obdélníková vodivá smyčka o délce a , šířce b a odporu R leží blízko nekonečně dlouhého vodiče protékaného proudem I , jak je vidět na obr. 31.53. Vzdálenost osy smyčky od dlouhého vodiče je r . Určete (a) velikost magnetického indukčního toku

plochou smyčky a (b) proud smyčkou, jestliže se smyčka vzdáluje od dlouhého vodiče rychlostí \mathbf{v} .



Obr. 31.53 Úloha 29

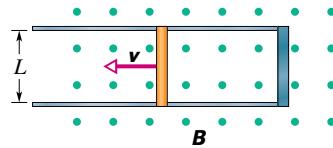
30Ú*. Dvěma dlouhými měděnými vodiči (s průměry $2,5 \text{ mm}$) protékají opačnými směry proudy 10 A . (a) Předpokládejte, že středy vodičů jsou vzdáleny 20 mm , a vypočtěte magnetický indukční tok plochou mezi osami vodičů připadající na jeden metr délky vodičů. (b) Jaká část tohoto toku je uvnitř vodičů? (c) Vyřešte úlohu (a) také pro případ proudů stejného směru.

ODST. 31.5 Indukce a přenosy energie

31C. Anténa tvaru smyčky s plochou o obsahu S a odporem R je kolmá k homogennímu magnetickému poli \mathbf{B} . Pole lineárně slábne až k nule v časovém intervalu Δt . Vyjádřete celkovou energii disipovanou ve smyčce.

32C. Měděný drát o délce $50,0 \text{ cm}$ a průměru $1,00 \text{ mm}$ má tvar kruhové smyčky, která je kolmá k homogennímu magnetickému poli rostoucímu konstantní rychlosťí $10,0 \text{ mT} \cdot \text{s}^{-1}$. S jakým výkonem se uvolňuje Joulovo teplo ve smyčce?

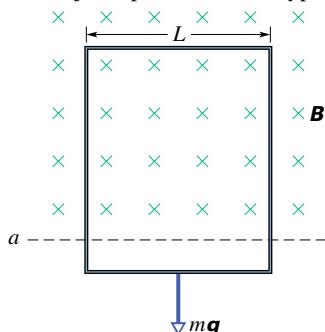
33C. Kovovou tyč posunujeme podle obr. 31.54 konstantní rychlosťí \mathbf{v} po dvou rovnoběžných kovových kolejnicích spojených kovovým páskem na jednom konci. Magnetické pole o indukci velikosti $B = 0,350 \text{ T}$ směruje k nám. (a) Jaké indukované emn vzniká, jsou-li kolejnice vzdáleny $25,0 \text{ cm}$ a rychlosť tyče má velikost $55,0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$? (b) Jaký proud teče tyčí, má-li odpor $18,0 \Omega$ a kolejnice a spojovací pásek mají odpor zanedbatelný? (c) S jakým výkonem se uvolňuje Joulovo teplo ve smyčce?



Obr. 31.54 Cvičení 33 a 34

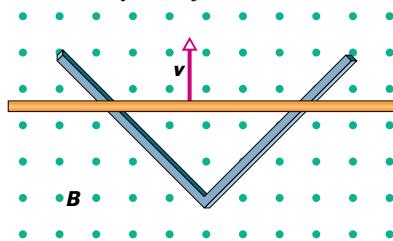
34C. Vodivá tyč na obr. 31.54 má délku L a klouže bez tření po vodorovných vodivých kolejnicích konstantní rychlosťí \mathbf{v} . Kolejnice jsou na jednom konci spojeny kovovým páskem. Homogenní magnetické pole \mathbf{B} , které směruje k nám, vyplňuje celou oblast, v níž se tyč pohybuje. Je zadáno $L = 10 \text{ cm}$, $v = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $B = 1,2 \text{ T}$. (a) Jaké emn se indukuje v tyči? (b) Jak velký proud teče vodivou smyčkou? Předpokládejte odpor tyče $0,40 \Omega$ a odpor kolejnic a kovového proužku zanedbatelný. (c) S jakým výkonem se vyvíjí Joulovo teplo v tyči? (d) Jaká vnější síla je nutná k udržení tyče v pohybu? (e) Jaký je výkon této vnější síly? Srovnajte odpověď s odpovědí na úkol (c).

35Ú. Na obr. 31.55 je vodivá obdélníková smyčka o šířce L , odporu R a hmotnosti m . Je zavěšena v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} , které je kolmé k rovině rámečku a existuje jen nad přímou a . Smyčku pustíme, takže padá zrychleně, dokud nedosáhne mezní rychlosti v_m . Zanedbejte odpor vzduchu a vypočtěte v_m .



Obr. 31.55
Úloha 35

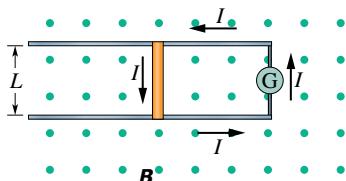
36Ú. Dvě přímé vodivé kolejnice jsou svařeny do pravého úhlu. Vodivá tyč (v kontaktu s nimi) začíná pohyb v čase $t = 0$ od místa spoje a pohybuje se konstantní rychlostí $5,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ podél kolejnic, jak ukazuje obr. 31.56. Magnetické pole $0,350 \text{ T}$ směruje kolmo k nám. Vypočtěte (a) indukční tok trojúhelníkem tvořeným kolejnicemi a tyčí v čase $t = 3,00 \text{ s}$, (b) emn indukované v trojúhelníku v témž čase. (c) Aproximujte emn vztahem $\mathcal{E} = at^n$, kde a a n jsou konstanty. Jaká je hodnota n ?



Obr. 31.56
Úloha 36

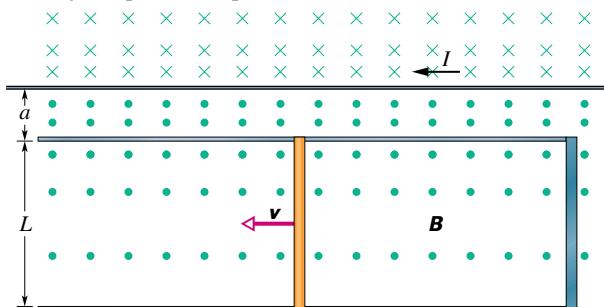
37Ú. Vypočtěte průměrný výkon dodávaný generátorem v úloze 25b, je-li připojen k obvodu o odporu $42,0 \Omega$. (Tip: Průměrná hodnota $\sin^2(2\pi ft)$ v jednom cyklu je $\frac{1}{2}$.)

38Ú. Na obr. 31.57 vodivá tyč o hmotnosti m a délce L klouže bez tření po dvou vodorovných kolejnicích. Tyč se pohybuje v homogenním magnetickém poli \mathbf{B} . Generátor G dodává konstantní proud I naznačeného směru. (a) Určete rychlosť tyče v závislosti na čase za předpokladu, že v čase $t = 0$ byla v klidu. Generátor je dále nahrazen zdrojem s konstantním emn \mathcal{E} . (b) Ukažte, že se rychlosť tyče blíží konečné konstantní hodnotě v_m , a určete její velikost a směr. (c) Jak velký bude proud v tyči po dosažení konečné rychlosťi? (d) Analyzujte oba případy z hlediska přenosu energie.



Obr. 31.57
Úloha 38

39Ú. Obr. 31.58 znázorňuje tyč o délce L , která se pohybuje konstantní rychlosťí v po vodivých vodorovných kolejnicích. Magnetické pole není v tomto případě homogenní, ale je vytvořeno proudem I v dlouhém vodiči, rovnoběžném s kolejnicemi. Je dánno: $v = 5,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a = 10,0 \text{ mm}$, $L = 10,0 \text{ cm}$ a $I = 100 \text{ A}$. (a) Vypočtěte emn indukované v tyči. (b) Jak velký bude proud ve vodivé smyčce? Odpor tyčky je $0,400 \Omega$, odpor kolejnic a spojovacího pásku je zanedbatelný. (c) S jakým výkonem se vyvíjí teplo v tyči? (d) Jaká vnější síla je nutná k udržení tyče v pohybu? (e) Jaký je při tom výkon této síly? Srovnejte odpověď s odpovědí na úkol (c).

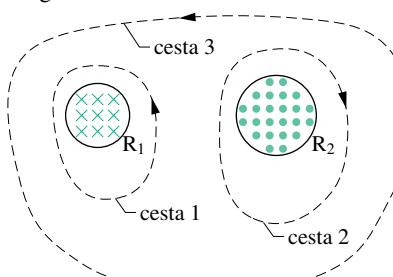


Obr. 31.58 Úloha 39

ODST. 31.6 Indukované elektrické pole

40C. Dlouhý solenoid má průměr $12,0 \text{ cm}$. Protéká-li jeho závity proud I , vytvoří uvnitř solenoidu homogenní magnetické pole $B = 30,0 \text{ mT}$. Snížením proudu slabne i magnetické pole, a to rychlosťí $6,50 \text{ mT} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtěte velikost intenzity indukovaného elektrického pole ve vzdálenosti (a) $2,20 \text{ cm}$ a (b) $8,20 \text{ cm}$ od osy solenoidu.

41C. Obr. 31.59 znázorňuje dva kruhy R_1 a R_2 o poloměrech $r_1 = 20,0 \text{ cm}$ a $r_2 = 30,0 \text{ cm}$. V oblasti R_1 je homogenní magnetické pole $B_1 = 50,0 \text{ mT}$ směrující od nás a v oblasti R_2 je homogenní magnetické pole $B_2 = 75,0 \text{ mT}$ směrující k nám (zanedbejte rozptyl těchto polí). Obě pole se zeslabují rychlosťí $8,50 \text{ mT} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtěte integrál $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ pro každou ze tří čárkových integračních cest.

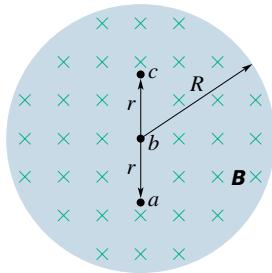


Obr. 31.59 Cvičení 41

42Ú. Začátkem roku 1981 byl ve Francis Bitter National Magnet Laboratory, Massachusetts Institute of Technology uveden do provozu válcový elektromagnet o průměru $3,3 \text{ cm}$, který vytvářel pole o indukci 30 T , nejsilnější stálé (tj. nikoli pulzní)

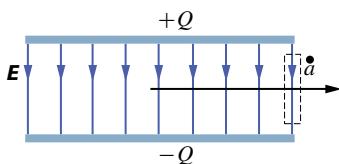
magnetické pole na světě. Pole mělo sinusový průběh v mezích 29,6 T až 30,0 T s frekvencí 15 Hz. Vypočtěte z těchto údajů maximální hodnotu indukovaného elektrického pole ve vzdálenosti 1,6 cm od osy elektromagnetu. (Tip: Viz př. 31.5.)

43Ú. Obr. 31.60 představuje homogenní magnetické pole \mathbf{B} ve válci o poloměru R . Velikost \mathbf{B} klesá konstantní rychlostí $10 \text{ mT} \cdot \text{s}^{-1}$. Jaká jsou okamžitá zrychlení (směr a velikost) elektronů v bodech a , b , c ? Předpokládejte $r = 5,0 \text{ cm}$.



Obr. 31.60
Úloha 43

44Ú. Dokažte, že intenzita elektrického pole \mathbf{E} nabitého deskového kondenzátoru nemůže v bodě a na obr. 31.61 u kraje desek náhle klesnout na nulu, postupujeme-li kolmo k poli ve směru vodorovné šipky. U skutečného kondenzátoru vždy dochází k rozptylu pole, což znamená, že \mathbf{E} se blíží k nule spojitě a hladce (viz cvič. 45 v kap. 30). (Tip: Použijte Faradayův zákon na čárkováně vyznačenou obdélníkovou cestu.)



Obr. 31.61
Úloha 44

ODST. 31.7 Cívka a indukčnost

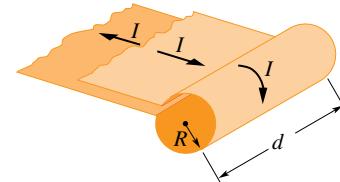
45C. Indukčnost hustě navinuté cívky o 400 závitech je $8,0 \text{ mH}$. Vypočtěte magnetický indukční tok cívky, jestliže jí protéká proud $5,0 \text{ mA}$.

46C. Kruhová cívka má poloměr $10,0 \text{ cm}$ a tvoří ji 30 hustě navinutých závitů. Vnější magnetické pole $2,60 \text{ mT}$ je kolmě k rovině cívky. (a) Jaký je celkový magnetický indukční tok, jestliže cívku neprotéká proud? (b) Jestliže cívku teče proud $3,80 \text{ A}$ určitého směru, indukční tok cívky vymizí. Jaká je indukčnost cívky?

47C. Solenoid těsně navinutý jednou vrstvou izolovaného měděného drátu (průměr drátu $2,5 \text{ mm}$) má průměr $4,0 \text{ cm}$ a je dlouhý $2,0 \text{ m}$. (a) Kolik má závitů? (b) Jakou indukčnost má centimetr délky solenoidu (daleko od okrajů)? Předpokládejte, že sousední dráty se dotýkají a tloušťka izolace je zanedbatelná.

48Ú. Dlouhý tenký solenoid je ohnut do prstence a tvoří toroid. Je-li solenoid dostatečně tenký a náležitě dlouhý, přejde vztah pro indukčnost toroidu (rov. (31.37)) na vztah pro indukčnost solenoidu (rov. (31.32)), z něhož toroid vznikl. Dokažte to.

49Ú. Široký měděný pás šířky d je stočen do trubičky o poloměru R se dvěma přívody (podle obr. 31.62). Pásem teče proud I , rovnoměrně rozprostřený po celé jeho šířce. Tím vzniká „jednozávitový solenoid“. (a) Odvodte výraz pro velikost magnetického pole \mathbf{B} v jeho válcové části (daleko od hran). (Tip: Předpokládejte, že magnetické pole vně tohoto solenoidu je zanedbatelné.) (b) Vypočtěte indukčnost tohoto solenoidu. Vliv přívodů zanedbejte.



Obr. 31.62
Úloha 49

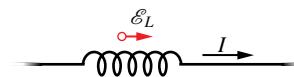
50Ú. Dvěma dlouhými rovnoběžnými válcovými vodiči o poloměrech a protékají stejně velké proudy opačných směrů. Vzdálenost os vodičů je d . Dokažte, že při zanedbání magnetického toku uvnitř vodičů je indukčnost L dvojice těchto vodičů délky l vyjádřena vztahem

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}.$$

Viz př. 30.2. (Tip: Vypočtěte magnetický tok obdélníkem, v němž vodiče tvoří protilehlé strany.)

ODST. 31.8 Vlastní indukce

51C. Na obr. 31.63 je vyznačen směr proudu a indukovaného napětí cívky v určitém okamžiku. (a) Klesá proud, nebo roste? (b) Indukované emn je 17 V a rychlosť změny proudu $25 \text{ kA} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete indukčnost cívky.



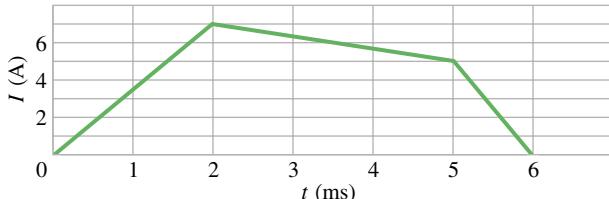
Obr. 31.63
Cvičení 51

52C. Cívka má indukčnost 12 H a v čase $t = 0$ jí protéká proud $2,0 \text{ A}$. Jak můžeme zařídit, aby se na ní indukovalo napětí 60 V ?

53C. Dlouhý válcový solenoid se 100 závity/cm má poloměr $1,6 \text{ cm}$. Předpokládejte, že jeho magnetické pole je uvnitř solenoidu rovnoběžné s jeho osou a je homogenní. (a) Jaká je indukčnost solenoidu připadající na metr délky? (b) Jaké emn se indukuje na 1 m délky solenoidu, je-li změna proudu $13 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$?

54C. Indukčnost hustě navinuté cívky je taková, že při změně proudu $5,0 \text{ A} \cdot \text{s}^{-1}$ se indukuje emn $3,0 \text{ mV}$. Stálý proud $8,0 \text{ A}$ vytváří magnetický tok $40 \mu\text{Wb}$ každým závitem. (a) Vypočtěte indukčnost cívky. (b) Kolik závitů má cívka?

55Ú. Proud I tekoucí cívku o indukčnosti $4,6 \text{ H}$ se mění v čase podle grafu na obr. 31.64. Cívka má odpornost 12Ω . Nalezněte velikost indukovaného emn v časových intervalech (a) od $t = 0$ do $t = 2 \text{ ms}$, (b) od $t = 2 \text{ ms}$ do $t = 5 \text{ ms}$, (c) od $t = 5 \text{ ms}$ do $t = 6 \text{ ms}$. (Nezabývejte se hodnotou emn přesně na hranicích intervalů.)



Obr. 31.64 Úloha 55

56Ú. Cívky v sérii. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2 jsou spojeny do série a umístěny daleko od sebe. (a) Dokažte, že jejich spojení má indukčnost

$$L_s = L_1 + L_2.$$

(Tip: Zopakujte si odvození pro rezistory a kondenzátory v sérii. Co je zde podobného?) (b) Proč musí být cívky dostatečně vzdálené, aby vztah platil? (c) Zobecněte řešení úkolu (a) pro N cívek v sérii.

57Ú. Paralelně zapojené cívky. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2 jsou spojeny paralelně a umístěny daleko od sebe. (a) Dokažte, že jejich spojení má indukčnost

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

(Tip: Zopakujte si odvození pro paralelně spojené rezistory a kondenzátory. Co je zde podobného?) (b) Proč musí být cívky dostatečně vzdálené, aby vztah platil? (c) Zobecněte řešení úkolu (a) pro N paralelně spojených cívek.

ODST. 31.9 Obvody RL

58C. Proud v RL obvodu naroste do jedné třetiny své ustálené hodnoty za 5,00 s. Určete časovou konstantu tohoto obvodu.

59C. Jak dlouho (vyjádřeno pomocí τ_L) je nutno čekat, než proud vzroste na 0,100 % své ustálené hodnoty?

60C. Proud v RL obvodu klesne během první sekundy po odpojení zdroje z 1,0 A na 10 mA. Jaký je odpor R obvodu, je-li $L = 10 \text{ H}$?

61C. Za jak dlouho od vypnutí zdroje poklesne napětí na odporu v obvodu RL na 10 % své počáteční hodnoty, je-li $L = 2,00 \text{ H}$ a $R = 3,00 \Omega$?

62C. (a) Uvažujte RL obvod na obr. 31.19. Vyjádřete pomocí napětí zdroje \mathcal{E} , jaké bude indukované emf \mathcal{E}_L okamžitě po přepnutí spínače do polohy a . (b) Jaké bude \mathcal{E}_L v čase $t = 2,0\tau_L$? (c) Vyjádřete pomocí τ_L , kdy bude \mathcal{E}_L polovinou napětí zdroje \mathcal{E} .

63C. Solenoid o indukčnosti $6,30 \mu\text{H}$ je zapojen do série s rezistorem $1,20 \text{ k}\Omega$. (a) Za jak dlouho po připojení zdroje $14,0 \text{ V}$ do obvodu nabude proud rezistorem $80,0 \%$ své ustálené hodnoty? (b) Jaký proud poteče rezistorem v čase $t = 1,0\tau_L$?

64C. Celkový magnetický tok cívou o odporu $0,75 \Omega$, je 26 mWb při proudu $5,5 \text{ A}$. (a) Vypočtěte indukčnost cívky. (b) K cívce je náhle připojen zdroj $6,0 \text{ V}$. Jak dlouho roste proud z 0 na $2,5 \text{ A}$?

65Ú. Předpokládejte, že emf zdroje v obvodu na obr. 31.20 se mění s časem t tak, že proud je dán vztahem $I(t) = 3,0 + 5,0t$ v jednotkách SI. Je-li $R = 4,0 \Omega$, $L = 6,0 \text{ H}$, najděte výraz pro emf zdroje v závislosti na čase. (Tip: Použijte pravidlo pro součet napětí v uzavřeném obvodu.)

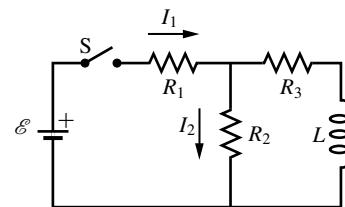
66Ú. V čase $t = 0$ byl k rezistoru a cívce připojen do série zdroj. Níže uvedená tabulka uvádí napětí naměřené na cívce v závislosti na čase od okamžiku připojení zdroje. Určete (a) emf zdroje a (b) časovou konstantu obvodu.

t ms	U_L V	t ms	U_L V
1,0	18,2	5,0	5,98
2,0	13,8	6,0	4,53
3,0	10,4	7,0	3,43
4,0	7,90	8,0	2,60

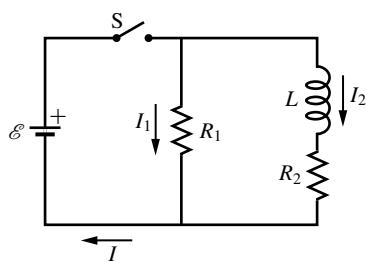
67Ú. Na cívku o $L = 50,0 \text{ mH}$ a $R = 180 \Omega$ zapojíme napětí $45,0 \text{ V}$. Jak rychle narůstá proud v okamžiku $1,20 \text{ ms}$ po zapojení?

68Ú. Dřevěné jádro toroidu se čtvercovým průřezem má vnitřní poloměr 10 cm a vnější poloměr 12 cm . Je těsně ovitou jednou vrstvou drátu, který má průměr $1,0 \text{ mm}$ a odpornost $0,02 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$. Jaká je (a) indukčnost a (b) časová konstanta toroidu? Tloušťku izolace drátu zanedbejte.

69Ú. Na obr. 31.65 je $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$, $R_1 = 10,0 \Omega$, $R_2 = 20,0 \Omega$, $R_3 = 30,0 \Omega$ a $L = 2,00 \text{ H}$. Vypočtěte hodnoty I_1 a I_2 (a) bezprostředně po zapnutí spínače S, (b) za dlouhou dobu potom, (c) bezprostředně po opětovném rozpojení spínače S, (d) za dlouhou dobu potom.

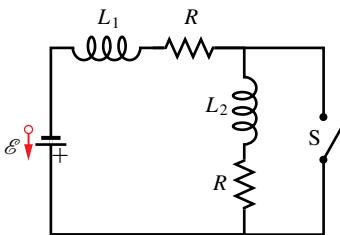
Obr. 31.65
Úloha 69

70Ú. V obvodu na obr. 31.66 je $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5,0 \Omega$, $R_2 = 10,0 \Omega$ a $L = 5,00 \text{ H}$. Spínač S byl (1) právě sepnut a (2) je sepnut již dlouhou dobu. V obou případech vypočítejte (a) proud I_1 rezistorem R_1 , (b) proud I_2 rezistorem R_2 , (c) proud I spínačem, (d) napětí na R_2 , (e) napětí na L , (f) rychlosť změny dI_2/dt .



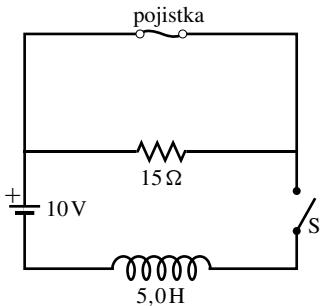
Obr. 31.66 Úloha 70

71Ú. Spínač na obr. 31.67 je sepnut pro časy $t < 0$ a rozpojen v čase $t = 0$. Náhly úbytek proudu I_1 cívkyou L_1 vyvolá tak velké indukované napětí, že se na kontaktech spínače na nepatrnu chvíli vytvoří oblouk. Proud I_2 proto neklesne na nulu ihned, ale až za jistou (kratičkou) dobu. Teprve od tohoto okamžiku je proud I_1 cívkyou L_1 roven proudu I_2 cívkyou L_2 . Jaká je v tomto prvním okamžiku jejich společná hodnota? (Rezistory mají stejný odpor R .)



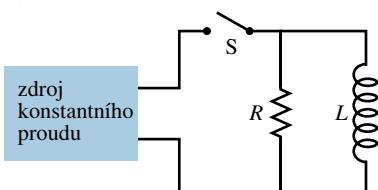
Obr. 31.67 Úloha 71

72Ú. Na obr. 31.68 je v horní větví ideální pojistka 3,0 A. Ta má tu vlastnost, že má nulový odporník po dobu, kdy je protékající proud menší než 3,0 A a dosáhne-li proud 3,0 A, spálí se a poté má odporník nekonečný. Spínač S je v čase $t = 0$ sepnut. (a) Kdy se pojistka spálí? (Tip: Rov. (31.46) nelze použít. Promyslete rov. (31.44).) (b) Načrtněte graf závislosti proudu I cívky na čase. Vyznačte čas, kdy se pojistka spálí.



Obr. 31.68 Úloha 72

73Ú*. V obvodu na obr. 31.69 je spínač S sepnut v čase $t = 0$. Poté udržujeme proud I konstantní vhodnými změnami emn. (a) Odvodte výraz pro proud cívkyou v závislosti na čase. (b) Ukažte, že proud rezistorom je stejný jako proud cívkyou v čase $t = (L/R) \ln 2$.



Obr. 31.69 Úloha 73

ODST. 31.10 Energie magnetického pole

74C. Magnetická energie jisté cívky je 25 mJ při proudu 60,0 mA. (a) Vypočtěte její indukčnost. (b) Jaký proud je nutný pro vytvoření čtyřikrát větší magnetické energie?

75C. Uvažujte obvod na obr. 31.20. Vyjádřete pomocí časové konstanty τ_L , ve kterém okamžiku po připojení zdroje je energie magnetického pole cívky rovna polovině její ustálené hodnoty.

76C. Cívka o indukčnosti 2,0 H a odporu 10 Ω je připojena k ideálnímu zdroji s $\mathcal{E} = 100$ V. (a) Jaký bude ustálený proud? (b) Jakou energii bude přitom mít magnetické pole cívky?

77C. Cívka o indukčnosti 2,0 H a odporu 10 Ω je náhle připojena ke zdroji bez vnitřního odporu a s $\mathcal{E} = 100$ V. Určete okamžitý výkon, s nímž se za 0,10 s po připojení (a) hromadí energie v magnetickém poli, (b) uvolňuje Joulovo teplo na cívce a (c) odebírá energie ze zdroje.

78Ú. Obvod RL na obr. 31.20 má časovou konstantu 37 ms a v čase $t = 0$ je proud v obvodu nulový. Ve kterém okamžiku je rychlosť disipace energie v rezistoru rovna výkonu, s nímž se energie hromadí v cívce?

79Ú. Cívka je v sérii s rezistorem o odporu 10,0 kΩ. Po připojení zdroje 50,0 V dosáhne proud za 5,00 ms hodnoty 2,00 mA. (a) Vypočtěte indukčnost cívky. (b) Jakou energii má cívka v uvedeném okamžiku?

80Ú. V obvodu na obr. 31.20 je dán $\mathcal{E} = 10,0$ V, $R = 6,70$ Ω a $L = 5,50$ H. V čase $t = 0$ byl připojen zdroj. (a) Jakou energii dodal zdroj během prvních dvou sekund? (b) Jakou energii má magnetické pole cívky? (c) Jaká energie byla disipována v rezistoru?

81Ú. Solenoid délky 80,0 cm a poloměru 5,00 cm má 3 000 rovnoramenně navinutých závitů. Jeho celkový odpór je 10,0 Ω. V čase 5,00 ms po připojení ke zdroji 12,0 V určete (a) jakou energii má jeho magnetické pole, (b) jaká energie byla dodána zdrojem během této doby. (Rozptyl pole zanedbejte.)

82Ú. Dokažte, že po přepnutí spínače S na obr. 31.19 z polohy a do b se nakonec všechna energie nahromaděná v cívce disipuje v rezistoru.

ODST. 31.11 Hustota energie magnetického pole

83C. Solenoidem délky 85,0 cm, průřezu $17,0 \text{ cm}^2$ s 950 závitým protéká proud 6,60 A. (a) Vypočtěte objemovou hustotu energie magnetického pole uvnitř solenoidu. (b) Určete celkovou energii magnetického pole. (Okrajové efekty zanedbejte.)

84C. Toroid o indukčnosti 90,0 mH má objem $0,0200 \text{ m}^3$. Jaký proud jím protéká, je-li hustota energie v toroidu $70,0 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$?

85C. Jak velkou intenzitu musí mít elektrické pole, aby mělo stejnou hustotu energie jako magnetické pole o indukci 0,50 T?

86C. V mezihvězdném prostoru v naší Galaxii má magnetická indukce velikost asi 10^{-10} T. Kolik magnetické energie obsahuje krychle o délce hrany 10 světelných let? (Pro srovnání poznamenejme, že vzdálenost nejbližší hvězdy je asi 4,3 světelných let a poloměr naší Galaxie je asi $8 \cdot 10^4$ světelných let.)

87C. Užijte výsledek řešení př. 31.11 k získání výrazu pro indukčnost koaxiálního kabelu délky l .

88C. Kolik energie je potřeba, abychom v krychli o hraně 10 cm vytvořili (a) homogenní elektrické pole o intenzitě $100 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$, (b) homogenní magnetické pole o indukci 1 T. (Obojí je reálně dosažitelné v laboratoři.) (c) Které z těchto polí obsahuje více energie?

89C. Kruhovou vodivou smyčkou o poloměru 50 mm protéká proud 100 A. (a) Určete magnetickou indukci ve středu smyčky. (b) Vypočtěte hustotu energie ve středu smyčky.

90Ú. (a) Pro toroid z př. 31.6b stanovte výraz pro závislost hustoty energie na vzdálenosti r od středu. (b) Integrací hustoty energie přes objem toroidu vypočtěte celkovou energii obsaženou v jeho poli, teče-li toroidem proud $I = 0,500 \text{ A}$. (c) Užitím rov. (31.53) vypočtěte energii v toroidu přímo z jeho indukčnosti a srovnajte s výsledkem otázky (b).

91Ú. Dlouhým měděným vodičem protéká proud 10 A v průřezu rovnoměrně rozložený. Vypočtěte (a) hustotu energie magnetického pole a (b) hustotu energie elektrického pole těsně nad vodičem. Průměr vodiče je 2,5 mm a jeho odpor na jednotku délky je $3,3 \Omega/\text{km}$.

92Ú. (a) Jaká je hustota energie zemského magnetického pole, má-li jeho indukce velikost $50 \mu\text{T}$? (b) Považujte tuto hustotu přibližně za konstantní ve vzdálenostech malých vůči poloměru Země a zanedbejte její nehomogenitu v blízkosti magnetických pólů. Kolik energie je uloženo mezi povrchem Země a soustřednou kulovou plochou 16 km nad povrchem Země?

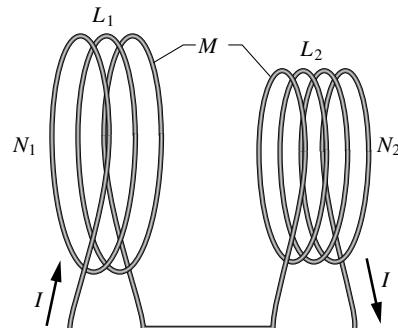
ODST. 31.12 Vzájemná indukčnost

93C. Dvě cívky mají vůči sobě pevnou polohu. Jestliže cívku 1 proud neteče a proud cívku 2 roste rychlostí $15,0 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}$, na cívce 1 vzniká emn $25,0 \text{ mV}$. (a) Jaká je vzájemná indukčnost cívek? (b) Kdy poteče cívku 2 nulový proud a cívku 1 proud $3,60 \text{ A}$? Jaký je celkový magnetický tok cívku 2?

94C. Cívka 1 má indukčnost $L_1 = 25 \text{ mH}$ a počet závitů $N_1 = 100$. Cívka 2 má indukčnost $L_2 = 40 \text{ mH}$ a počet závitů $N_2 = 200$. Jejich vzájemná poloha se nemění, jejich vzájemná indukčnost $M = 3,0 \text{ mH}$. Proud $6,0 \text{ mA}$ v cívce 1 se mění rychlostí $4,0 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}$ (a) Jaký magnetický indukční tok Φ_{12} teče cívku 1 a jaké emn se na ní indukuje? (b) Jaký tok Φ_{21} teče cívku 2 a jaké emn se na ní indukuje?

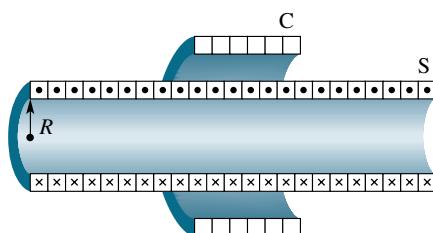
95C. Dva solenoidy jsou částí indukční cívky v automobilu. Jestliže proud jedním solenoidem klesne z $6,0 \text{ A}$ na nulu za $2,5 \text{ ms}$, indukuje se na druhém solenoidu emn 30 kV . Jaká je jejich vzájemná indukčnost?

96Ú. Dvě cívky spojené podle obr. 31.70 mají indukčnosti L_1 a L_2 . Vzájemná indukčnost je M . (a) Dokažte, že kombinaci těchto cívek můžeme nahradit jednou cívou o ekvivalentní indukčnosti $L_{\text{ekv}} = L_1 + L_2 + 2M$. (b) Jak bychom měli zapojit cívky z obr. 31.70, abychom získali ekvivalentní indukčnost $L_{\text{ekv}} = L_1 + L_2 - 2M$? (Tento problém rozšiřuje úlohu 56 tím, že cívky již nejsou velmi vzdáleny.)



Obr. 31.70 Úloha 96

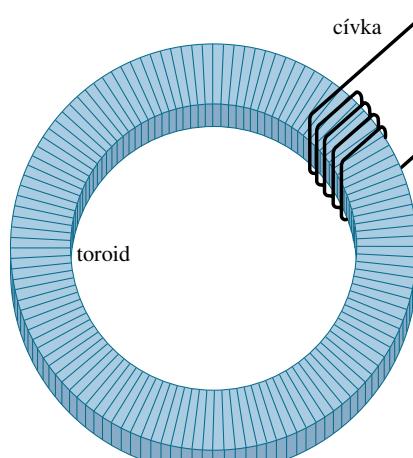
97Ú. Cívka C o N závitech je nasunuta na dlouhý kruhový solenoid S o poloměru R a o n závitech na jednotku délky (obr. 31.71). Ukažte, že vzájemná indukčnost cívky a solenoidu je $M = \mu_0 \pi R^2 n N$. Vysvětlete, proč M v tomto případě nezávisí na tvaru a velikosti cívky a není ani ovlivněna hustotou vinutí závitů cívky.



Obr. 31.71 Úloha 97

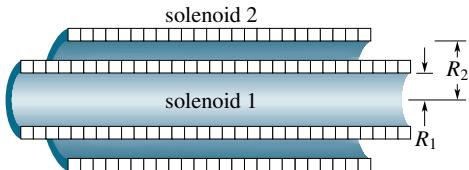
98Ú. Obr. 31.72 ukazuje cívku o N_2 závitech navinutou kolem části toroidu o N_1 závitech. Vnitřní poloměr toroidu je a , vnější poloměr je b a výška je h . Ukažte, že vzájemná indukčnost této kombinace toroidu a cívky je

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}.$$



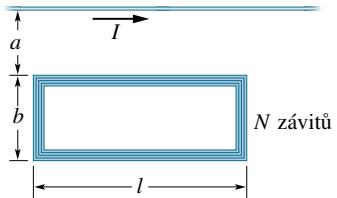
Obr. 31.72 Úloha 98

99Ú. Obr. 31.73 ukazuje v průřezu dva souosé solenoidy. Ukažte, že vzájemná indukčnost M délky l této sestavy je dána vztahem $M = \pi R_1^2 l \mu_0 n_1 n_2$, kde n_1 a n_2 jsou počty závitů na jednotku délky a R_1 je poloměr vnitřního solenoidu. Proč M závisí na R_1 a nikoli na R_2 ?



Obr. 31.73 Úloha 99

100Ú. Čtvercová smyčka o N těsně navinutých závitech je umístěna blízko rovného drátu podle obr. 31.74. (a) Jaká je vzájemná indukčnost M soustavy smyčka + drát? (b) Vypočtěte M pro $N = 100$, $a = 1,0$ cm, $b = 8,0$ cm a $l = 30$ cm.



Obr. 31.74 Úloha 100