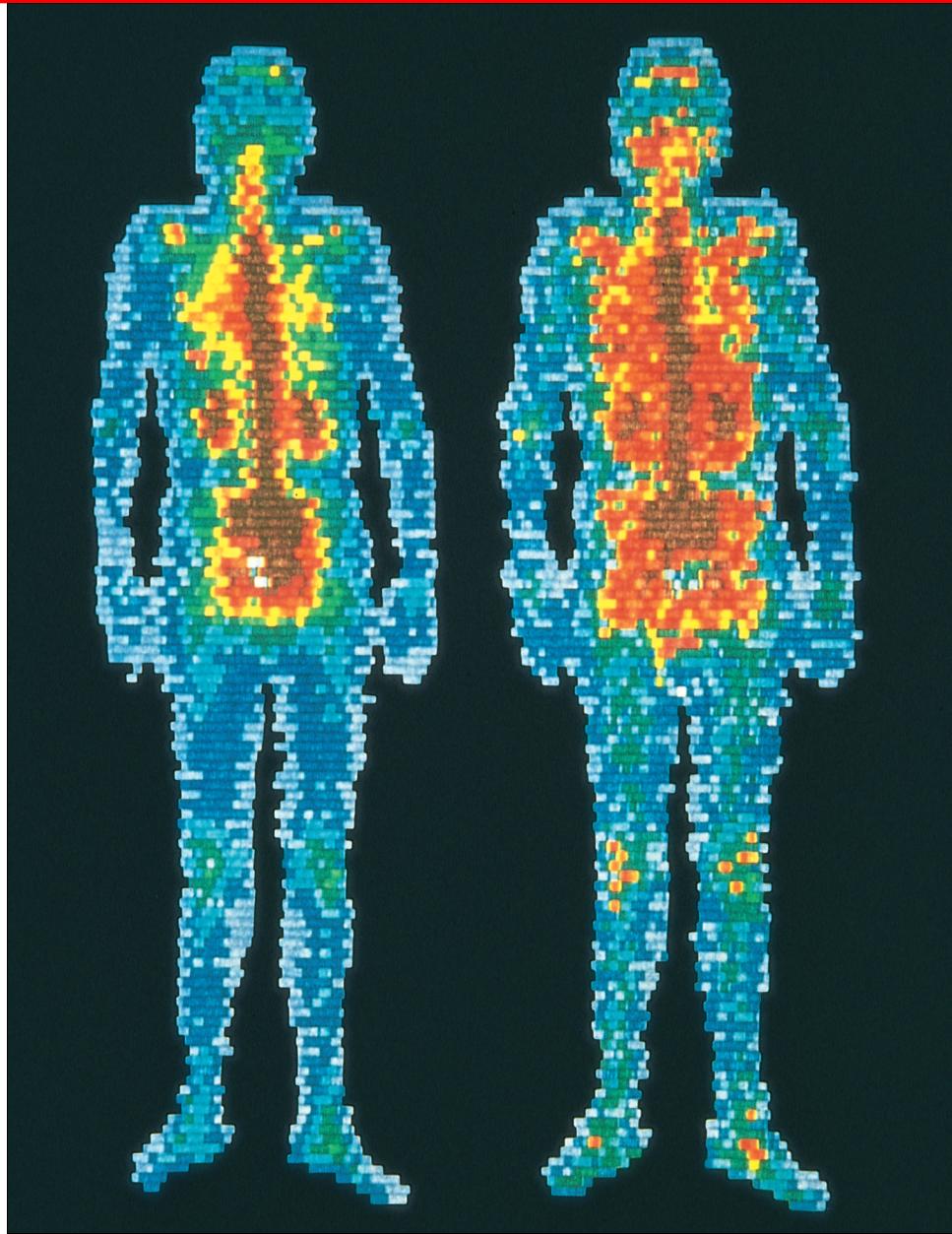


43

Jaderná fyzika



Radioaktivní jádra podaná pacientovi v injekci se shromažďují na určitých místech těla, rozpadají se a vysílají fotony záření γ . Ty jsou zaznamenány detektorem a po zpracování počítacem můžeme na monitoru pozorovat barevně kódovaný obraz pacientova těla. Na uvedených obrazech (levý představuje pohled zepředu a pravý pohled ze zadu) je po zakódování hnědou a oranžovou barvou zřetelně vidět, jak se radioaktivní jádra shromázdila v páteři, pánvi a žebrech. Co se děje s jádrem při radioaktivním rozpadu a co přesně slovo „rozpad“ označuje?

43.1 OBJEVENÍ JÁDRA

V prvních letech dvacátého století se o struktuře atomů nevědělo o mnoho víc, než že obsahují elektrony. Ani hmotnost elektronu objeveného v roce 1897 J. J. Thomsonem nebyla tehdy ještě známa a nevědělo se ani, kolik vlastně atom těchto záporně nabitých částic obsahuje. Atom jako celek je elektricky neutrální a musí tedy obsahovat i kladný náboj, ale o tom, jakou formu takový kompenzující náboj má, nebylo v té době také nic známo.

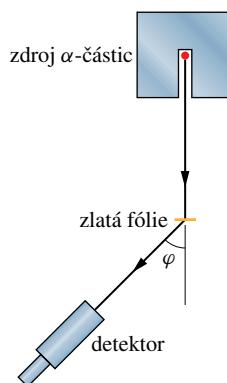
V roce 1911 Ernest Rutherford navrhl model, ve kterém je kladný náboj atomu zhuštěn kolem jeho středu, takže vytváří jádro atomu, v němž je většina hmotnosti atoma. Rutherfordův model nebyl pouhou hypotézou, ale byl podložen výsledky experimentu, který sám navrhl a který úspěšně provedli jeho spolupracovníci Hans Geiger (ten je slavný díky Geigerovu čítači) a Ernest Marsden, dvacetiletý student, který ještě neměl ani bakalářský diplom.

V Rutherfordově době bylo známo, že se některé prvky, nazývané **radioaktivní**, samovolně přeměňují na jiné a emitují přitom nějaké částice. Jeden z těchto prvků je radon, který emisuje α -částice s energií asi 5,5 MeV. Dnes víme, že tyto užitečné částice jsou jádra heliových atomů.

Rutherford navrhl, aby se svazkem α -částic s dostačeně velkou energií ostřeoval terčík ve tvaru tenké fólie a měřila se velikost úhlové odchylky α -částic od původního směru po průchodu terčíkem. Částice α mají hmotnost přibližně 7 300krát větší než hmotnost elektronu a kladný náboj $+2e$.

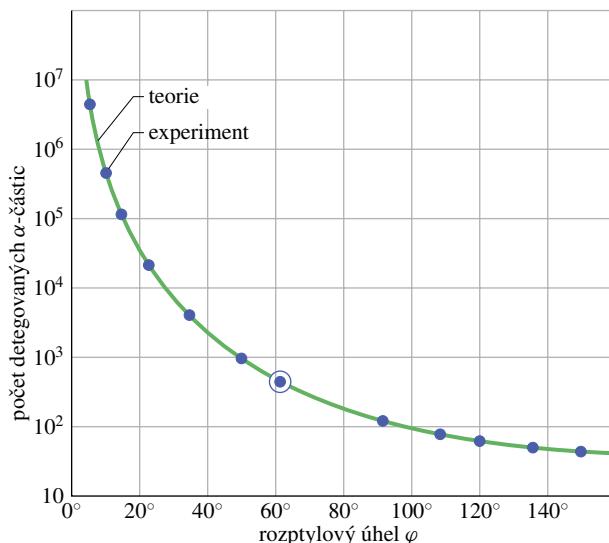
Na obr. 43.1 je uspořádání Geigerova a Marsdenova pokusu. Zdrojem α -částic byla tenkostenná skleněná trubice naplněná plynným radonem. V pokusu se zjišťoval počet α -částic odchýlených do různých rozptylových úhlů φ .

Obr. 43.1 Pohled shora na experimentální zařízení užívané v letech 1911–1913 v Rutherfordově laboratoři ke studiu rozptýlu α -částic tenkými kovovými fóliemi. Detektor se může otáčet do různých úhlů rozptýlu φ . Zdrojem α -částic byl plynný radon, který vzniká při rozpadu radia. Tímto jednoduchým „stolním“ experimentálním zařízením bylo objeveno jádro.



Obr. 43.2 ukazuje výsledky pokusu. Povšimněme si, že svislá stupnice je logaritmická. Vidíme, že většina částic se rozptýluje pod malými úhly, ale — a to bylo velice překvapivé — malinká část částic se rozptýluje do velkých

úhlů, až do 180° . Řečeno Rutherfordovými slovy: „Byla to nejneuvěřitelnější událost, jakou jsem v životě zažil. Bylo to stejně neuvěřitelné, jako kdybyste vypálili patnáctipalcovou střelu proti kusu jemného papíru, a ona se vrátila zpět a zasáhla vás.“



Obr. 43.2 Tečky udávají experimentální hodnoty pro rozptýl α -částic zlatou fólií, které získali Geiger a Marsden na zařízení z obr. 43.1. Plná křivka je teoretická předpověď, založená na předpokladu, že atom má malé, hmotné a kladně nabité jádro. Povšimněme si, že svislá stupnice je logaritmická a pokrývá šest řádů. Experimentální hodnoty jsou normovány tak, aby se ztotožnila teoretická křivka a experimentálně získaná hodnota v bodě vyznačeném kroužkem.

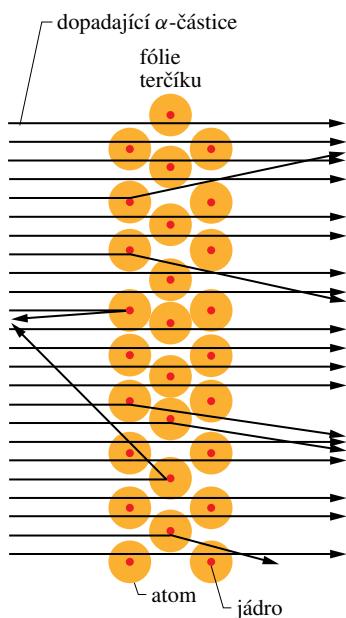
Proč vlastně byl Rutherford tak překvapen? V době, kdy se experimenty prováděly, většina fyziků přijímalala platnost modelu „švestkového pudinka“, který rozvinul J. J. Thomson. Podle tohoto modelu byl kladný náboj rozprostřen v celém objemu atomu. Předpokládalo se, že elektrony („švestky“) kmitají kolem pevných bodů uvnitř koule vyplněné kladným nábojem („pudink“).

Největší možná velikost síly vychylující α -částici z původního směru při průchodu velkou koulí kladného náboje by byla příliš malá dokonce i na vychýlení α -částice o 1° . (Očekávané hodnoty vychýlení bylo možno přirovnat k tomu, co by se dělo při průchodu vystřelené kulky pytlem plným sněhových koulí.) Elektrony atomu také nemohou mít podstatný vliv na pohyb α -částic o velké hmotnosti a energii. Naopak elektrony samy by se měly silně odchýlit, jako když se roj komárů rozežene letícím kamenem.

Rutherfordovi bylo jasné, že pro odchýlení α -částice do zpětného směru je potřebná velká síla; tato síla by se mohla projevit, kdyby kladný náboj atomu nebyl rozptýlen

po jeho objemu, ale byl zcela soustředěn v jeho středu. Potom se α -částice může přiblížit velmi těsně ke kladné nabitému bodovému jádru, kterým ale nemůže projít; právě tato situace vede k velkým hodnotám síly.

Na obr. 43.3 jsou nakresleny typické dráhy α -častic při průchodu atomy terče ve tvaru tenké fólie. Jak vidíme, většina častic se buď nevychýlí vůbec, nebo jen slabě, ale malá část z nich (ty, které přicházejí po dráze, která se náhodně dostane do těsné blízkosti jádra) je vychýlena do velkých úhlů. Analýzou experimentálních dat došel Rutherford k závěru, že poloměr jádra je desetitisíckrát menší než poloměr atomu. Jinými slovy, atom je v podstatě prázdný prostor!



Obr. 43.3 Úhel, do kterého jsou rozptýleny α -častic, závisí na tom, jak blízko se dráhy dopadajících α -častic dostanou k atomovému jádru. Větší výchylky nastanou pouze při velmi těsném přiblížení.

PŘÍKLAD 43.1

Náhodou dojde k tomu, že α -částice s energií 5,30 MeV dopadá čelně na jádro atomu zlata ($Z = 79$). Jak blízko ke středu jádra je α -částice v okamžiku, kdy se zastaví a obrací směr pohybu? Zanedbejte zpětný ráz relativně velmi hmotného jádra.

ŘEŠENÍ: Na počátku je celková mechanická energie těchto dvou interagujících těles rovna počáteční kinetické energii α -častic $E_{k,\alpha} = 5,30 \text{ MeV}$. V okamžiku, kdy se α -částice zastaví, je celková energie rovna elektrické potenciální energii α -častic a jádra atomu zlata. Protože se energie zachovává, musí být velikosti těchto dvou energií stejné, takže

z rov. (25.43) plyne

$$E_{k,\alpha} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_\alpha Q_{\text{Au}}}{d},$$

kde $Q_\alpha = 2e$ je náboj α -častic, $Q_{\text{Au}} = 79e$ je náboj jádra atomu zlata a d je vzdálenost mezi středy těchto těles. Dosazením za náboje a řešením rovnice vzhledem k d dostaneme

$$\begin{aligned} d &= \frac{(2e)(79e)}{4\pi\varepsilon_0 E_{k,\alpha}} = \\ &= \frac{(2 \cdot 79)(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{4\pi(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m})(5,30 \text{ MeV})} \cdot \left(\frac{1 \text{ MeV}}{1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J}} \right) = \\ &= 4,29 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 42,9 \text{ fm}. \end{aligned}$$

(Odpověď)

V atomovém měřítku je to velmi malá vzdálenost, nikoli však v jaderném měřítku. Například tato vzdálenost je podstatně větší než je součet poloměrů α -častic a jádra atomu zlata. Částice α se po zastavení začne pohybovat zpět, aniž se ve skutečnosti „dotkla“ jádra atomu zlata.

43.2 NĚKTERÉ VLASTNOSTI ATOMOVÝCH JADER

V tab. 43.1 jsou uvedeny některé vlastnosti několika atomových jader. Pokud se o jádra atomů zajímáme jen z hlediska různých jaderných vlastností, nikoli jako o části atomů, nazýváme je obecně **nuklid**y.

Něco jaderné terminologie

Jádro se skládá z protonů a neutronů. Počet protonů v jádře (**atomové číslo** nebo také **protonové číslo** jádra) je označováno symbolem Z ; počet neutronů (**neutronové číslo**) symbolem N . Celkovému počtu neutronů a protonů v jádře říkáme **hmotnostní číslo** A , takže

$$A = Z + N. \quad (43.1)$$

Máme-li na mysli jak neutrony, tak protony, používáme společného pojmenování **nukleony**.

Způsob značení nuklidů je vidět z prvního sloupce tab. 43.1. Vezměme například ^{197}Au . Levý horní index (197) udává hmotnostní číslo A . Chemická značka nám říká, že jde o zlato, jehož atomové číslo je 79. Z rov. (43.1) vidíme, že neutronové číslo tohoto nuklidu je $197 - 79 = 118$.

Nuklid se stejným atomovým číslem Z , ale rozdílným neutronovým číslem N se nazývá **izotopy** prvku. Zlato má 32 izotopů v rozmezí od ^{173}Au do ^{204}Au . Pouze jeden z nich (^{197}Au) je stabilní, zbývajících 31 je radioaktivních. U těchto **radionuklidů** dochází k **rozpadu**, při kterém je emitována nějaká částice a původní nuklid se změní na jiný.

Tabulka 43.1 Vlastnosti vybraných nuklidů

NUKLID	Z	N	A	STABILITA ^a	HMOTNOST ^b (u)	SPIN ^c	VAZEBNÍ ENERGIE (MeV/NUKLEON)
¹ H	1	0	1	99,985 %	1,007 825	$\frac{1}{2}$	—
⁷ Li	3	4	7	92,5 %	7,016 003	$\frac{3}{2}$	5,60
³¹ P	15	16	31	100 %	30,973 762	$\frac{1}{2}$	8,48
⁸⁴ Kr	36	48	84	57,0 %	83,911 507	0	8,72
¹²⁰ Sn	50	70	120	32,4 %	119,902 199	0	8,51
¹⁵⁷ Gd	64	93	157	15,7 %	156,923 956	$\frac{3}{2}$	8,21
¹⁹⁷ Au	79	118	197	100 %	196,966 543	$\frac{3}{2}$	7,91
²²⁷ Ac	89	138	227	21,8 y	227,027 750	$\frac{3}{2}$	7,65
²³⁹ Pu	94	145	239	24 100 y	239,052 158	$\frac{1}{2}$	7,56

^a Pro stabilní nuklid je uveden výskyt izotopu; je to podíl počtu atomů tohoto typu v typickém vzorku daného prvku. Pro radioaktivní nuklid je uveden poločas rozpadu.

^b Standardně se uvádí hmotnost neutrálního atomu a ne hmotnost jádra.

^c Spin v jednotkách \hbar .

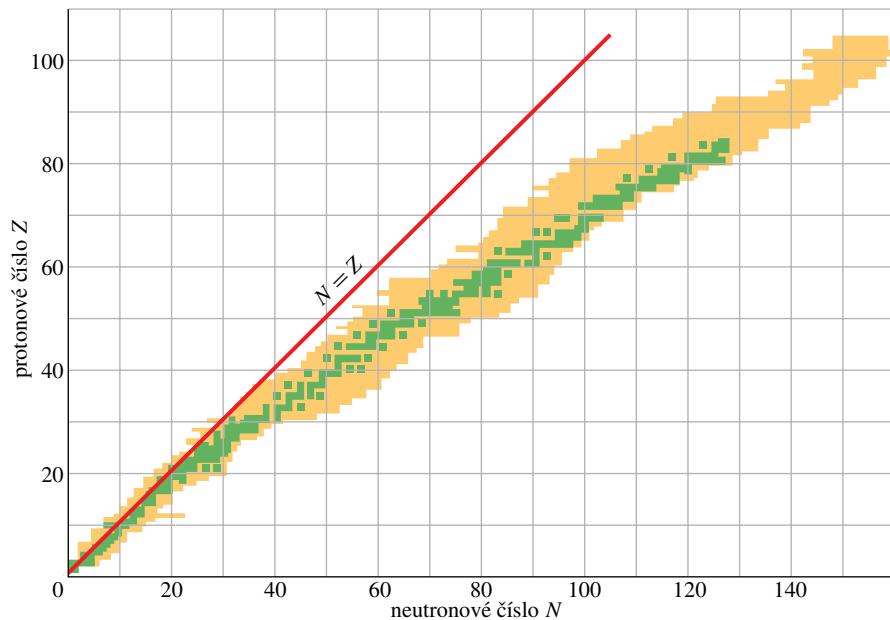
Klasifikace nuklidů

Neutrální atomy všech izotopů téhož prvku (všechny mají stejné Z) mají stejný počet elektronů a stejné chemické vlastnosti, všechny je možno umístit do jediného políčka periodické tabulky prvků. Jaderné vlastnosti různých izotopů téhož prvku jsou však velmi rozdílné. Periodická tabulka prvků má pro jaderného fyzika, jaderného chemika nebo jaderného inženýra jen omezené použití.

Nuklidové klasifikujeme pomocí **nuklidového diagramu**, jak znázorňuje obr. 43.4, kde na vodorovné ose je neutronové číslo a na svislé ose protonové číslo nuklidu. Stabilní izotopy jsou na tomto obrázku zakresleny zelenou,

radionuklidy běžovou barvou. Jak je z obrázku vidět, radio-nuklidové se nacházejí po obou stranách dobře definovaného pásu stability a také nad jeho koncem. Všimněme si také, že lehké stabilní nuklidové leží blízko přímky $N = Z$, což znamená, že mají stejný počet protonů a neutronů. Naopak těžší nuklidové mají mnohem více neutronů než protonů. Například pro zlato ¹⁹⁷Au jsme již viděli, že má 118 neutronů a pouze 79 protonů, *neutronový nadbytek* činí v tomto případě 39.

Nuklidové diagramy jsou dostupné jako velké nástěnné mapy, kde každé políčko diagramu je vyplňeno charakteristikami příslušného nuklidu. Na obr. 43.5 je výřez diagramu se středem u ¹⁹⁷Au. Pro stabilní nuklidové se udávají rela-

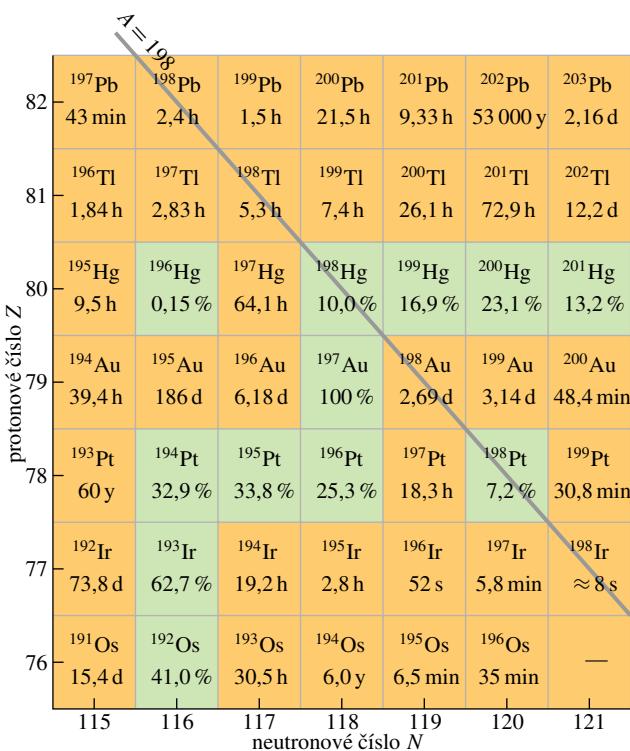


Obr. 43.4 Graf známých nuklidů. Zelené vybarvení označuje pás stabilních nuklidů, běžové vybarvení oblast radionuklidů. Stabilní nuklidové s malou hmotností mají v podstatě stejný počet neutronů a protonů, ale s narůstající hmotností nuklidů vzrůstá nadbytek neutronů. Obrázek ukazuje, že pro $Z > 83$ (bismut) již neexistují stabilní nuklidové.

tivní četnosti výskytu, pro radionuklidy poločasy rozpadu (míra rychlosti rozpadu). Nakloněná přímka představuje **izobaru** — nuklidu na této přímce mají stejně hmotnostní číslo, v tomto případě $A = 198$.

Do roku 2000 byly nalezeny nuklidu s atomovým číslem až $Z = 114$. Nuklidu s tak velkou hodnotou Z jsou velmi nestabilní a na jejich přítomnost se obvykle usuzuje až z produktů jejich radioaktivního rozpadu. Tyto nuklidu vytváříme v laboratořích na urychlovači jádro po jádru; v jednom experimentu se to stávalo tak zřídka, že si v laboratoři pořídili gong a zvonili pokaždé, když se vytvořilo nové jádro nuklidu! V roce 1999 Lawrence Berkeley Laboratory oznámila vytvoření (tří!) nuklidů prvku 118, které se během milisekundy přeměnily α -rozpadem na nuklidu 116 a pak 114.

KONTROLA 1: Vyjděte z obr. 43.4 a rozhodněte, které z následujících nuklidů nebudou pravděpodobně nalezeny: ^{52}Fe ($Z = 26$), ^{90}As ($Z = 33$), ^{158}Nd ($Z = 60$), ^{175}Lu ($Z = 71$), ^{208}Pb ($Z = 82$)?



Obr. 43.5 Zvětšený výřez z nuklidového diagramu na obr. 43.4 se středem u ^{197}Au . Zelené čtverce označují stabilní nuklidu s údajem o relativní četnosti výskytu. Béžové čtverce označují radionuklidu s hodnotou poločasu rozpadu. Nakloněná přímka představuje izobarkou čáru nuklidů o stejném hmotnostním čísle, v tomto případě $A = 198$.

Jaderné poloměry

Vhodnou jednotkou pro měření vzdáleností v jaderném měřítku je **femtometr**. Této jednotce se často říká *fermi*; oba názvy mají stejnou zkratku. Tedy

$$1 \text{ femtometr} = 1 \text{ fermi} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}. \quad (43.2)$$

Informace o velikosti a struktuře jádra můžeme získat ostřelováním elektronu o vysoké energii a pozorováním, jak jádra odchylují dopadající elektrony. Energie elektronu musí být tak velká (nejméně 200 MeV), aby jejich de Broglieho vlnová délka byla menší než detaily jaderné struktury, které chceme studovat.

Stejně jako atom není ani jádro tuhé těleso s dobře definovaným povrchem. Navíc některé nuklidu mají tvar elipsoidu, ačkoliv většina nuklidů je sférická. Přesto nám experimenty s rozptylem elektronů (stejně jako další experimenty) dovolují připsat každému nuklidu efektivní poloměr vztahem

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (43.3)$$

kde A je hmotnostní číslo a $R_0 \approx 1,2 \text{ fm}$. Vidíme, že objem jádra, který je úměrný R^3 , je přímo úměrný hmotnostnímu číslu A a nezávisí na samotných hodnotách Z a N .

Jaderné hmotnosti

Hmotnosti atomů lze měřit s velkou přesností pomocí moderních hmotnostních spektrometrů a z jaderných reakcí. Připomeňme si z čl. 1.6, že tyto hmotnosti udáváme pomocí jednotky atomové hmotnosti u , která je zvolena tak, že hmotnost atomu ^{12}C (nikoli hmotnost jádra) je přesně 12 u . Vztah této jednotky k jednotce hmotnosti SI je přibližně

$$1 \text{ u} \doteq 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}. \quad (43.4)$$

Veličině A říkáme hmotnostní číslo nuklidu, neboť vyjadřuje hmotnost nuklidu v jednotkách atomové hmotnosti zaokrouhlenou na nejbližší celé číslo. Například atomová hmotnost ^{197}Au je 196,966 573 u , což zaokrouhlujeme na 197 u .

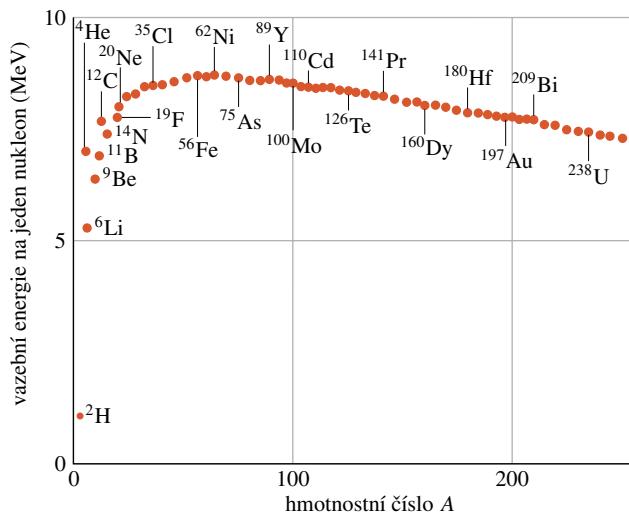
Při popisu jaderných reakcí je běžným a nepostradatelným nástrojem Einsteinův vztah mezi hmotností a energií (rov. (8.39)). Při popisu jaderných reakcí jej obvykle vyjadřujeme ve tvaru $Q = \Delta mc^2$ (srov. rov. (8.40)), kde Q je energie, která se uvolní nebo pohltí, když se změní hmotnost uzavřené soustavy interagujících částic o Δm . Znaménko je všechny dohody. Veličina Δm je obvykle definována tak, že při výpočtu vazební energie odečítáme hmotnost vázané soustavy od součtu hmotností oddělených částic; při výpočtu energie rozpadu naopak odečítáme součet hmotností

vzniklých produktů od hmotnosti před rozpadem vázané soustavy.

Energie odpovídající hmotnosti 1 u je 931,5 MeV. Můžeme tedy psát c^2 jako 931,5 MeV/u a užívat tuto hodnotu vždy, když potřebujeme najít energii (v milionech elektronvoltů) ekvivalentní libovolné hmotnosti (nebo rozdílu hmotností).

Jaderná vazební energie

Celkovou energii potřebnou k roztrhání jádra až na jednotlivé protony a neutrony můžeme vypočítat ze vztahu $Q = \Delta mc^2$; nazýváme ji **vazební energie jádra**. Vydělíme-li vazební energii jádra jeho hmotnostním číslem, dostaneme *vazební energii na jeden nukleon*. Na obr. 43.6 je zobrazena tato veličina v závislosti na hmotnostním čísle. „Povadnutí“ křivky vazebních energií na obou koncích, tj. pokles pro velmi nízká i velmi vysoká hmotnostní čísla, má neobvyčejně významné praktické důsledky.



Obr. 43.6 Vazební energie na jeden nukleon pro některé typické nuklidy. Nuklid ^{62}Ni má největší hodnotu vazební energie na jeden nukleon ze všech stabilních nuklidů ($8,794\,60 \pm 0,000\,03$ MeV/nukleon). Všimněme si také, že α -částice (^4He) má výrazně větší vazební energii na jeden nukleon než její sousedé v periodické tabulce, a je tedy obzvlášť stabilní.

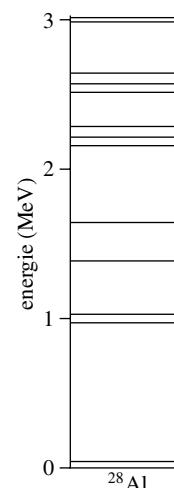
Pokles křivky vazebních energií pro velká hmotnostní čísla říká, že nukleony budou pevněji vázány ve dvou středně hmotných nuklidech než v jednom nuklidu s velkým hmotostním číslem. Jinak řečeno, energie se může uvolnit při **jaderném štěpení** (rozdelení jednoho hmotného nuklidu na menší fragmenty).

Pokles křivky vazebních energií pro malá hmotnostní čísla naopak říká, že k uvolnění energie může dojít i při sloučení dvou nuklidů s malým hmotostním číslem do

jednoho středně hmotného. Tento proces, opak jaderného štěpení, se nazývá **jaderná fúze**. Probíhá uvnitř Slunce a dalších hvězd a také při termojaderném výbuchu. V současnosti se věnuje velká pozornost řízené termojaderné fúzi jako prakticky použitelnému zdroji energie.

Jaderné energiové hladiny

Hodnoty energie jádra jsou podobně jako hodnoty energie atomu kvantovány. To znamená, že se jádro může nacházet pouze v diskrétních kvantových stavech, které mají určitou energii. Na obr. 43.7 jsou zakresleny energiové hladiny pro ^{28}Al , který představuje typický málo hmotný nuklid. Energie na svislé ose je v milionech elektronvoltů (místo elektronvoltů v případě energiových hladin elektronů v atomu). Když jádra přecházejí z vyšší energiové hladiny na nižší, je emitovaný foton v oblasti γ -záření elektromagnetického spektra.



Obr. 43.7 Hladiny energie pro nuklid ^{28}Al . Hodnoty jsou získány z experimentů s jadernými reakcemi.

Jaderný spin a magnetismus

Mnoho nuklidů má vnitřní *jaderný moment hybnosti* neboli spin a s ním spojený vlastní, vnitřní *jaderný magnetický moment*. Ačkoliv jsou jaderné momenty hybnosti velikostí zhruba srovnatelné s momenty hybnosti elektronů v atomu, jsou jaderné magnetické momenty mnohem menší (rádově 1 000krát) než typické atomové magnetické momenty.

Jaderná síla

Síla, která určuje pohyb elektronů v atomu, je známá elektromagnetická síla. Pro udržení jádra pohromadě však musí působit přitažlivá jaderná síla zcela jiného charakteru. Musí být dostatečně silná, aby překonala odpudivou elektrickou sílu působící mezi (kladně nabitémi) protony, a zároveň musí udržet jak protony, tak neutrony v nepatrném objemu

jádra. Jaderná síla musí být také silou krátkého dosahu, protože její působení nesahá příliš daleko za hranice „povrchu“ jádra.

Podle současných představ nepatří jaderná síla, která váže protony a neutrony v jádře, mezi fundamentální fyzikální síly, ale jedná se až o druhotný (vedlejší) projev **silné síly**, která váže kvarky do neutronů a protonů (čl. 2.9 a 45.8). Je to velmi podobné vzniku přitažlivé van der Waalsovy síly mezi neutrálními molekulami, která je vlastně vedlejší projev Coulombovy elektrické síly svazující atomy v molekule.

PŘÍKLAD 43.2

Nuklid si můžeme představit jako *jadernou hmotu* tvořenou směsí neutronů a protonů. Jaká je její hustota?

ŘEŠENÍ: Víme, že tato hustota je značně vysoká, protože téměř všechna hmotnost atomu je soustředěna v malém jádře. Objem jádra (předpokládejme, že je sférické) s hmotnostním číslem A a poloměrem R je

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (R_0 A^{1/3})^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3 A,$$

kde jsme užili rov. (43.3) při výpočtu třetího výrazu. Jádro obsahuje A nukleonů, takže číselná hustota nukleonů n (počet nukleonů na jednotkový objem) je rovna

$$n = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R_0^3 A} = \frac{3}{4\pi(1,2 \text{ fm})^3} = 0,138 \text{ fm}^{-3}.$$

V tomto vztahu se vykrátilo A . Můžeme proto uvažovat, že jaderná hmota má pro všechny nuklidy konstantní hustotu. Hmotnost nukleonu (neutronu nebo protonu) je přibližně $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. Hustota jaderné hmoty v jednotkách SI je potom

$$\varrho = (0,138 \text{ fm}^{-3})(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \left(10^{15} \frac{\text{fm}}{\text{m}}\right)^3 \doteq 2 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3. \quad (\text{Odpověď})$$

To je hustota zhruba $2 \cdot 10^{14}$ krát větší než hustota vody.

PŘÍKLAD 43.3

(a) Kolik energie je třeba k oddělení všech nukleonů, které tvoří typické středně hmotné jádro ^{120}Sn ?

ŘEŠENÍ: Energii spočteme ze vztahu $Q = \Delta mc^2$. Podle standardního postupu budeme uvažovat hmotnosti neutrálních atomů a ne hmotnosti holých jader. Podle tab. 43.1 má atom ^{120}Sn (jádro plus 50 elektronů) hmotnost 119,902 199 u. Tento atom rozdělíme na 50 vodíkových atomů (50 protonů, každý s jedním z 50 elektronů) a 70 neutronů. Každý vodíkový atom má hmotnost 1,007 825 u a každý neutron hmot-

nost 1,008 665 u. Celková hmotnost částic tvořících atom ^{120}Sn je tedy

$$\begin{aligned} m &= 50 \cdot 1,007 825 \text{ u} + 70 \cdot 1,008 665 \text{ u} = \\ &= 120,997 80 \text{ u}. \end{aligned}$$

To je hodnota přesahující hmotnost ^{120}Sn o

$$\begin{aligned} \Delta m &= 120,997 80 \text{ u} - 119,902 199 \text{ u} = \\ &= 1,095 601 \text{ u} \doteq 1,096 \text{ u}. \end{aligned}$$

Vzhledem k tomu, že se hmotnosti 50 elektronů přičetly i odečetly, je tento výsledek pro rozdíl hmotnosti platný i pro případ, kdy je (holé) jádro ^{120}Sn rozděleno na 50 (holých) protonů a 70 neutronů. Rozdíl hmotností vyjádřený jako energie je

$$\begin{aligned} Q &= \Delta mc^2 = (1,096 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) = \\ &= 1 021 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

(b) Jaká je hodnota vazební energie na jeden nukleon v tomto nuklidu?

ŘEŠENÍ: Celková vazební energie Q je celková energie potřebná pro úplné rozebrání jádra. Vazební energie na jeden nukleon je pak

$$E_n = \frac{Q}{A} = \frac{(1 021 \text{ MeV})}{(120)} = 8,51 \text{ MeV}, \quad (\text{Odpověď})$$

v souladu s hodnotou z tab. 43.1.

43.3 RADIOAKTIVNÍ ROZPAD

Jak je vidět z obr. 43.4, je většina známých nuklidů radioaktivní. Radioaktivní nuklid samovolně emituje nějakou částici a přeměňuje se na jiný nuklid, který zaujímá odlišné políčko na diagramu nuklidů.

Radioaktivní rozpad poskytl první důkaz toho, že zákony řídící subatomový svět mají statistický charakter. Vezměme například jako vzorek 1 mg kovového uranu. Ten obsahuje $2,5 \cdot 10^{18}$ atomů ^{238}U s velmi dlouhou dobou života. Jádra těchto atomů existovala bez rozpadu od doby, kdy vznikla — dlouho před utvářením naší sluneční soustavy. Během každé sekundy se v našem vzorku rozpadne pouhých 12 jader. Při rozpadu emituje jádro α -částice a přeměňuje se na ^{234}Th .

Neexistuje vůbec žádný způsob, jak předpovědět, jestli určité jádro ze vzorku bude mezi jedním z malého počtu jader, která se rozpadnou v následující sekundě. U všech jader je pravděpodobnost rozpadu stejná.

Statistickou podstatu procesu rozpadu můžeme vyjádřit tvrzením, že pro vzorek s N radioaktivními jádry je rychlosť rozpadu $-dN/dt$ úměrná N :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad (43.5)$$

kde **konstanta rozpadu** λ má charakteristickou hodnotu pro každý radionuklid. Její jednotkou v soustavě SI je převrácená sekunda (s^{-1}). Rov. (43.5) lze integrovat na tvar

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{radioaktivní rozpad}), \quad (43.6)$$

kde N_0 je počet radioaktivních jader ve vzorku v čase $t = 0$ a N je počet zbylých jader v libovolném následujícím okamžiku t . Všimněme si, že třeba žárovky (pro příklad) se při zkouškách životnosti v žádném případě nechovají podle zákona exponenciálního rozpadu. Vezmeme-li vzorek 1 000 žárovek, očekáváme, že k jejich „rozpadu“ (přepálení vlákna) dojde u všech přibližně po stejné době. Rozpady radionuklidů se řídí zcela rozdílnými zákony.

Často nás více zajímá rychlosť rozpadu $R = -dN/dt$ než samotné N . Derivováním rov. (43.6) dostaneme

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

neboli

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{radioaktivní rozpad}), \quad (43.7)$$

což je jiná forma zákona radioaktivního rozpadu (rovnice (43.6)). Zde $R_0 = \lambda N_0$ je rychlosť rozpadu v čase $t = 0$ a R je rychlosť rozpadu v libovolném následujícím čase t .

Celková rychlosť rozpadu R vzorku radionuklidu se nazývá **aktivita** vzorku. Jednotkou aktivity v soustavě SI je **becquerel**, podle objevitele radioaktivity Henriho Becqueraela:

1 becquerel = 1 Bq = 1 rozpad za sekundu.

Starší jednotkou, která se stále často používá, je **curie**:

$$1 \text{ curie} = 1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}.$$

Příklad na užití těchto jednotek je následující věta: „Aktivita vyhořelé palivové tyče číslo 5 658 dne 15. ledna 1997 činila $3,5 \cdot 10^{15}$ Bq = $9,5 \cdot 10^4$ Ci.“ Zmíněného dne se tedy v palivové tyči rozpadlo každou sekundu $3,5 \cdot 10^{15}$ radioaktivních jader. Pro takto zavedenou míru

aktivitu vzorku není podstatné, jaké je složení radionuklidů, jaké jsou hodnoty rozpadových konstant ani jaké částice jsou při rozpadu emitovány.

Často je radioaktivní vzorek umístěn blízko detektoru, který nedokáže, ať už kvůli geometrii uspořádání nebo kvůli nedostatečné účinnosti detektoru, zaznamenat všechny rozpady ve vzorku. Údaje detektoru jsou v takovém případě úměrné aktivitě a jsou menší, než je skutečná aktivita vzorku. Výsledky měření se pak neuvádějí v becquerelech, ale prostě jako počet impulzů za jednotku času.

Velmi důležitou veličinou je **poločas rozpadu** τ definovaný jako doba, po které jak N , tak R poklesnou na polovinu své původní hodnoty. Když v rov. (43.7) položíme $R = R_0/2$ a dosadíme $t = \tau$, dostaneme

$$\frac{1}{2} R_0 = R_0 e^{-\lambda \tau}.$$

Řešení pro τ dává vztah mezi poločasem rozpadu τ a konstantou rozpadu λ

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (43.8)$$

KONTROLA 2: Nuklid ^{131}I je radioaktivní s poločasem rozpadu 8,04 dne. V poledne 1. ledna byla aktivita daného vzorku 600 Bq. Na základě definice poločasu rozpadu určete bez počítání, zda aktivita vzorku bude 24. ledna o něco menší než 200 Bq, o něco větší než 200 Bq, o něco menší než 75 Bq, nebo o něco větší než 75 Bq.

PŘÍKLAD 43.4

Následující tabulka udává některá měření rychlosti rozpadu vzorku ^{128}I . Tento radionuklid se často používá v lékařství pro měření rychlosti usazování jodu ve štítné žláze.

ČAS (min)	R (IMPULZŮ/s)	ČAS (min)	R (IMPULZŮ/s)
4	392,2	132	10,9
36	161,4	164	4,56
68	65,5	196	1,86
100	26,8	218	1,00

Najděte rozpadovou konstantu a poločas rozpadu uvedeného radionuklidu.

ŘEŠENÍ: Jestliže vezmeme přirozený logaritmus obou stran rov. (43.7), máme

$$\ln R = \ln R_0 - \lambda t.$$

Vyneseeme-li tedy $\ln R$ v závislosti na t , musíme dostat přímku se směrnicí $-\lambda$. To je provedeno na obr. 43.8, ze kterého

dostaneme

$$-\lambda = -\frac{(6,2 - 0)}{(225 \text{ min} - 0 \text{ min})}$$

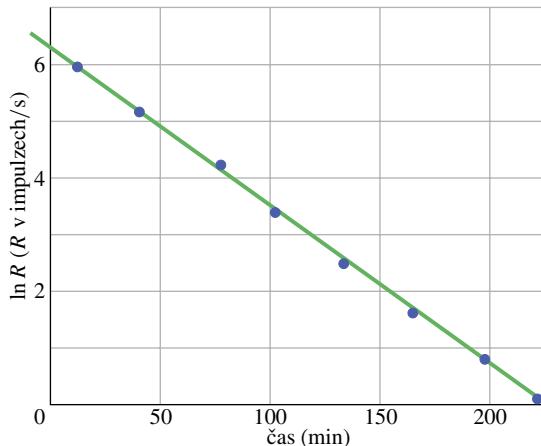
neboli

$$\lambda = 0,0275 \text{ min}^{-1} \doteq 1,7 \text{ h}^{-1}. \quad (\text{Odpověď})$$

Poločas rozpadu najdeme snadno z rov. (43.8):

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,00275 \text{ min}^{-1}} \doteq 25 \text{ min}. \quad (\text{Odpověď})$$

Aktivita daného vzorku ^{128}I poklesne na polovinu počáteční hodnoty za 25 min bez ohledu na to, jaká byla počáteční aktivita. Stejně tak poklesne za 25 min na polovinu počáteční hodnoty počet jader ^{128}I ve vzorku, bez ohledu na to, kolik jader ^{128}I vzorek na počátku obsahoval.



Obr. 43.8 Příklad 43.4. Semilogaritmické zobrazení dat z tabulky měření rozpadu vzorku ^{128}I . Poločas rozpadu uvedeného radionuklidu (25 min) lze získat ze směrnice přímky.

PŘÍKLAD 43.5

Vzorek KCl o hmotnosti 2,71 g je radioaktivní a rozpadá se s konstantní aktivitou 4490 Bq. Ukazuje se, že se rozpadá draslík, přesněji jeho izotop ^{40}K , který tvoří 1,17 % normálního složení draslíku. Vypočtěte poločas rozpadu tohoto nuklidu.

ŘEŠENÍ: Poločas rozpadu určíme podle rov. (43.8). Poněvadž aktivita je téměř konstantní, musí být poločas rozpadu velmi dlouhý a nemůžeme pro jeho určení použít metodu z př. 43.4. Musíme proto dosadit hodnoty N a dN/dt do rov. (43.5).

V dodatku F najdeme pro molární hmotnost KCl hodnotu $74,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, takže počet draslíkových atomů ve vzorku je

$$N_{\text{K}} = \frac{(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})(2,71 \text{ g})}{(74,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})} = 2,187 \cdot 10^{22}.$$

Z tohoto počtu je počet atomů ^{40}K

$$N_{40} = (2,187 \cdot 10^{22})(0,0117) = 2,559 \cdot 10^{20}.$$

Z rov. (43.5) plyne

$$\lambda = -\frac{dN/dt}{N} = \frac{R_{40}}{N_{40}} = \frac{(4490 \text{ s}^{-1})}{(2,559 \cdot 10^{20})} = 1,755 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}.$$

Podle rov. (43.8) je poločas rozpadu

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{(\ln 2)(1 \text{ y}/3,16 \cdot 10^7 \text{ s})}{(1,755 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1})} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ y}. \quad (\text{Odpověď})$$

To je srovnatelné se stářím vesmíru! Není divu, že poločas rozpadu tohoto radionuklidu nemůžeme měřit z poklesu jeho aktivity. Je zajímavé, že i draslík v našem těle obsahuje obvyklý podíl radionuklidu; jsme tedy všichni trochu radioaktivní.

43.4 ROZPAD α

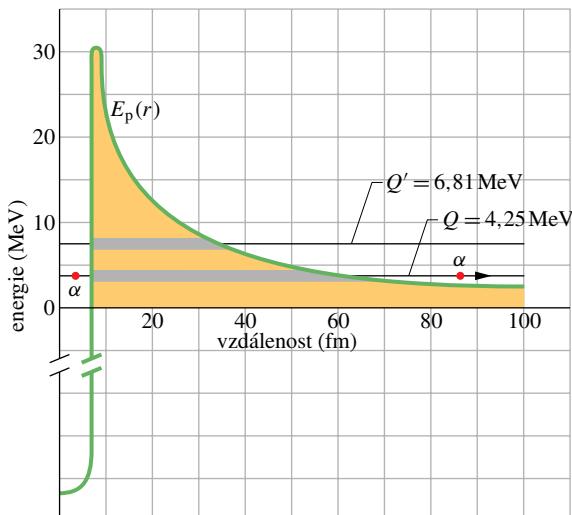
Radionuklid ^{238}U se rozpadá tak, že emituje α -částici (jádro atomu helia) podle vzorce



Th je symbol pro prvek thorium $Z = 90$; jeho poločas rozpadu je $4,47 \cdot 10^9$ y. Q je energie reakce (v tomto případě rozpadu), tedy množství energie uvolněné při jednom rozpadu. Můžeme se oprávněně ptát: uvolní-li se při každém rozpadu energie, proč se jádra ^{238}U nerozpadla již krátce potom, co vznikla? Proč tak dlouho vyčkávají? Odpověď najdeme až při hlubším pohledu na mechanismus α -rozpadu.

Zvolíme si model, ve kterém se α -částice vytvoří uvnitř jádra již předtím, než z jádra unikne. Na obr. 43.9 je znázorněn přibližný průběh potenciální energie $E_p(r)$ soustavy α -částice a zbytkového jádra ^{234}Th v závislosti na jejich vzdálenosti r . Tento průběh je dán součtem (1) potenciálové jámy dané (přitažlivou) silnou jadernou silou působící uvnitř jádra a (2) Coulombova potenciálu odpudivé elektrické síly, která působí mezi dvěma částicemi před rozpadem i po něm.

Vodorovná černá přímka označená $Q = 4,25 \text{ MeV}$ ukazuje energii rozpadu. Jestliže předpokládáme, že tato energie představuje celkovou energii α -částice při rozpadu, potom část křivky $E_p(r)$ nad touto přímkou představuje potenciálovou bariéru, podobně jako na obr. 39.13. Přes tu bariéru nelze přelézt. Kdyby se α -částice vyskytla v oblasti



Obr. 43.9 Potenciální energie při emisi α -částice jádrem ^{238}U . Vodorovná černá průměrka označená $Q = 4,25 \text{ MeV}$ ukazuje energii rozpadu. Tlustá šedá část této průměrky ukazuje vzdálenost r , které jsou pro α -částici klasicky zakázané. Částice α je znázorněna jako bod, jak uvnitř potenciálové jámy (nalevo), tak vně (napravo) poté, co protunelovala. Vodorovná černá průměrka označená $Q' = 6,81 \text{ MeV}$ ukazuje energii rozpadu pro α -rozpad ^{228}U . (Oba izotopy mají stejnou křivku potenciální energie, protože mají stejný náboj jádra.)

bariéry, byla by její potenciální energie E_p větší než celková energie E . To by znamenalo, že její kinetická energie E_k (která je rovna $E - E_p$) by byla záporná. Podle klasické fyziky je tedy oblast bariéry pro částici nedostupná.

Nyní už vidíme, proč nedochází k okamžité emisi α -částice z jádra ^{238}U ! Jádro je obklopeno výraznou potenciálovou bariérou, která zaujímá — uvažováno ve třech rozměrech — objem mezi dvěma kulovými slupkami (o poloměrech 8 fm a 60 fm). Tento argument je tak přesvědčivý, že nyní obrátíme otázkou a budeme se ptát: Jak je možné, že α -částice, trvale uvězněná uvnitř jádra ^{238}U potenciálovou bariérou, alespoň někdy toto jádro opustí? Odpověď známe z čl. 39.9, odkud víme, že existuje konečná pravděpodobnost tunelování částice potenciálovou bariérou, kterou by klasicky překonat nešlo. Rozpad α je tedy ve skutečnosti výsledkem tunelování potenciálovou bariérou.

Poněvadž poločas rozpadu ^{238}U je velmi dlouhý, nemůže být potenciálová bariéra příliš „prostupná“. Částice α , která poskakuje sem a tam uvnitř jádra, musí narazit na vnitřní stěnu bariéry zhruba 10^{38} krát, než se jí podaří uniknout tunelováním. Toto číslo odpovídá 10^{21} nárazům za sekundu po dobu $4 \cdot 10^9$ let. My ovšem čekáme na vnější straně a můžeme zaznamenat jen ty α -částice, kterým se podařilo uniknout.

Naše vysvětlení mechanismu α -rozpadu můžeme ově-

řít na dalších případech. Abychom uvažovali výrazně odlišný případ, vezměme α -rozpad jiného izotopu uranu ^{228}U , který má energii reakce $Q' = 6,81 \text{ MeV}$, zhruba o 60 % vyšší než ^{238}U . (Hodnota Q' je také vyznačena jako vodorovná černá průměrka na obr. 43.9). Vzpomeňme si na výsledky z čl. 39.9, které ukazují velmi silnou závislost koeficientu průchodu potenciálovou bariérou na celkové energii pronikající částice. Očekáváme tedy, že α -rozpad bude mnohem snadnější pro tento nuklid než pro ^{238}U . A skutečně tomu tak je. Podle tab. 43.2 je jeho poločas rozpadu pouhých 9,1 minut! Vzrůst hodnoty Q na 1,6 násobek vede k poklesu poločasu rozpadu (tj. účinnosti bariéry) $3 \cdot 10^{14}$ krát. To už je opravdu silná závislost.

Tabulka 43.2 Srovnání dvou zdrojů α -částic

RADIONUKLID	Q	POLOČAS ROZPADU
^{238}U	4,25 MeV	$4,5 \cdot 10^9$ y
^{228}U	6,81 MeV	9,1 min

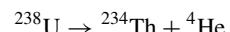
PŘÍKLAD 43.6

Máme dány následující hodnoty hmotností atomů:

^{238}U	238,050 79 u	^4He	4,002 60 u
^{234}Th	234,043 63 u	^1H	1,007 83 u
^{237}Pa	237,051 21 u		

Symbol Pa označuje prvek protaktinium, $Z = 91$.

(a) Spočtěte energii uvolněnou při α -rozpadu ^{238}U . Rozpadová reakce je



Povšimněme si, jak se v tomto vztahu projevuje zachování jaderného náboje: atomová čísla thoria (90) a helia (2) dávají v součtu atomové číslo uranu (92). Zachovává se i počet nukleonů: 238 = 234 + 4.

ŘEŠENÍ: Celková hmotnost atomů vzniklých po rozpadu (234,043 63 u + 4,002 60 u) je menší než hmotnost atomu uranu ^{238}U o $\Delta m = 0,004 56$ u. Energiový ekvivalent hmotnostního rozdílu je

$$Q = \Delta mc^2 = (0,004 56 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) = \\ = 4,25 \text{ MeV}. \quad (\text{Odpověď})$$

Tato energie rozpadu se projeví jako kinetická energie vyletující α -částice a odraženého atomu ^{234}Th .

Ještě jednou uvádíme, že pracujeme podle zavedených zvyklostí s hmotnostmi neutrálních atomů a nikoli s hmotnostmi holých jader. Při výpočtu Δm se hmotnosti elektronů vyruší.

(b) Ukažte, že ^{238}U se nemůže spontánně rozpadnout tak, aby emitoval proton.

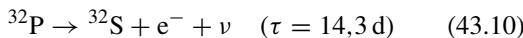
ŘEŠENÍ: Kdyby k rozpadu s emisí protonu mohlo dojít, měl by tvar



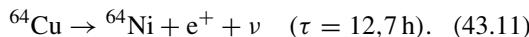
(Můžeme se přesvědčit, že se i v této reakci zachovává jak jaderný náboj, tak počet nukleonů.) Hmotnost obou atomů po rozpadu ($237,051\,21\text{ u} + 1,007\,83\text{ u}$) je ale větší než hmotnost atomu uranu ^{238}U , $\Delta m = -0,008\,25\text{ u}$ a energie rozpadu je $Q = -7,68\text{ MeV}$. Znaménko minus ukazuje, že je potřeba dodat jádru ^{238}U energii $7,68\text{ MeV}$ k tomu, aby mohlo emitovat protony; určitě k tomu nedojde spontánně.

43.5 ROZPAD β

Říkáme, že jádro prodělává spontánní **β -rozpad**, když emituje elektron nebo pozitron (pozitron je antičástice k elektronu; má tedy stejnou hmotnost, ale kladný náboj). Podobně jako α -rozpad probíraný v předchozím článku, je i β -rozpad spontánní proces charakterizovaný energií rozpadu a poločasem rozpadu. Stejně jako α -rozpad je i β -rozpad statistický jev s časovým průběhem popsaným rov. (43.6) a (43.7). Jako dva příklady vezměme



a



Symbol ν představuje neutrino, neutrální částici s téměř (pokud ne přesně) nulovou hmotností, kterou během rozpadu emituje jádro zároveň s elektronem nebo pozitronem. Neutrino interagují s hmotou jen velmi slabě a z tohoto důvodu se dají neobyčejně obtížně zachytit, takže zůstávala po dlouhou dobu nepovšimnuta.*

V obou popsaných reakcích se zachovává náboj a nukleonové číslo. Například při rozpadu podle rov. (43.10) můžeme zachování náboje zapsat jako

$$(+15e) = (+16e) + (-1e) + (0e)$$

a zachování počtu nukleonů jako

$$(32) = (32) + (0) + (0),$$

kde jsme vzali v úvahu, že ani elektron, ani neutrino nepatří mezi nukleony a že neutrino má nulový elektrický náboj.

* Mezi jevy β -rozpadu patří také záchyt elektronu, při kterém se při rozpadu jádra pohltí jeden z elektronů jeho atomu a emituje se neutrino. Tímto případem se nebude zábývat. Poznamenejme ještě, že neutrální částice emitovaná při rozpadu podle rov. (43.10) je ve skutečnosti antineutrino, tohoto rozdílu si však v této úvodní části nebudeme všímat.

Může se zdát podivné, že jádro emituje elektrony, pozitrony a neutrina, poněvadž jsme tvrdili, že se jádro skládá pouze z neutronů a protonů. Viděli jsme však již dříve, že atomy emitují fotony, a určitě neuvažujeme o tom, že atomy „obsahují“ fotony. Fotony prostě vznikají v průběhu procesu emise.

Podobně je to s elektrony, pozitrony a neutriny emitovanými jádry při β -rozpadu: vznikají v průběhu emise. Uvnitř jádra se neutron změní na proton podle vztahu

$$n \rightarrow p + e^- + \nu, \quad (43.12)$$

nebo proton na neutron podle vztahu

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu. \quad (43.13)$$

Oba typy β -rozpadu podávají důkaz toho, že — jak už jsme se zmínili — neutrony a protony nejsou skutečně fundamentální částice. Všimněme si (v rov. (43.10) a (43.11)), že se při β -rozpadu nemění hmotnostní číslo A nuklidu; pouze jeden z nukleonů jádra změní svůj charakter podle rov. (43.12), nebo rov. (43.13), ale celkový počet nukleonů zůstává stejný.

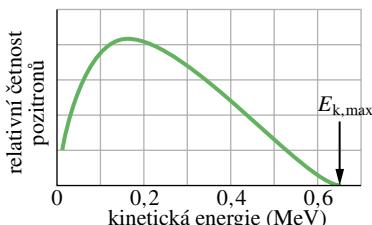
Při každém rozpadu α i β se uvolní množství energie charakteristické pro danou reakci. Při α -rozpadu daného radionuklidu má každá emitovaná α -částice přesně definovanou kinetickou energii. (Někdy může radionuklid emitovat několik skupin α -částic, pak má každá skupina přesně definovanou kinetickou energii.) Při β -rozpadu podle rov. (43.12), která popisuje rozpad s emisí elektronu, je však energie rozpadu Q rozdělena mezi elektron a neutrino, a to v různých poměrech. Někdy získá téměř všechnu energii elektron, jindy neutrino. Vždy však dává součet energie elektronu a neutrino stejnou hodnotu Q . Takové sdílení energie, kdy součet dává vždy stejnou hodnotu, nastává i v případě β -rozpadu podle rov. (43.13), která popisuje rozpad s emisí pozitronu.

Při β -rozpadu může tedy energie emitovaného elektronu nebo pozitronu nabývat hodnot od nuly do nějaké maximální hodnoty $E_{k,\max}$. Na obr. 43.10 je rozdělení energií pozitronů emitovaných při β -rozpadu ^{64}Cu (rov. (43.11)). Maximální hodnota energie pozitronů $E_{k,\max}$ musí být rovna energii rozpadu Q , když neutrino neodnáší žádnou energii a pozitron odnáší celou energii $E_{k,\max}$. Platí tedy

$$Q = E_{k,\max}. \quad (43.14)$$

Neutrino

Jako první předpokládal existenci neutrina Wolfgang Pauli v roce 1930. Jeho neutrinová hypotéza nejen umožnila



Obr. 43.10 Rozdělení kinetických energií pozitronů emitovaných při β -rozpadu ^{64}Cu . Maximální hodnota kinetické energie v tomto rozdělení ($E_{k,\max}$) je 0,653 MeV. V obecném případě rozpadu jádra ^{64}Cu je tato energie rozdělena mezi pozitron a neutrino. Nejpravděpodobnější energie emitovaného pozitronu je 0,15 MeV.

porozumět energiovému rozdělení elektronů nebo pozitronů při β -rozpadu, ale vyřešila také jinou dřívější záhadu β -rozpadu, totiž „chybějící“ moment hybnosti.

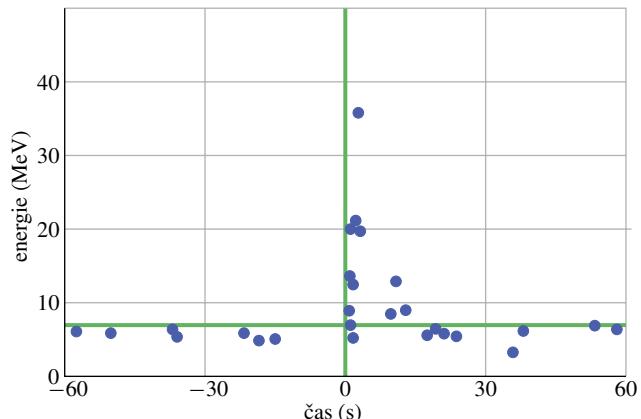
Neutrino je vskutku nepolapitelná částice; vypočítaná střední volná dráha neutrina s vysokou energií je několik tisíc světelných let. Přitom neutrino zbylá po Velkém třesku, který asi označuje stvoření vesmíru, jsou nejpočetnější částice ve fyzice. Miliardy jich procházejí každou sekundu našimi těly, aniž by zanechaly jedinou stopu.

Bez ohledu na jejich nepolapitelnost byla nakonec neutrino v laboratořích detegována. Poprvé to dokázali v roce 1953 F. Reines a C. L. Cowan se svazkem neutrín vytvořených v jaderném reaktoru o velkém výkonu. (V roce 1995 obdržel za tuto práci Reines Nobelovo cenu, Cowan v té době již nebyl naživu.) Přes velké obtíže s detekcí je dnes experimentální neutrinová fyzika značně rozvinutá oblast experimentální fyziky, s nadšenými badateli v několika laboratořích po celém světě.

Slunce emituje neutrino velmi hojně z jaderné pece ve svém nitru, a to i v noci, kdy k nám přicházejí tito poslové ze středu Slunce zdola, neboť Země je pro ně téměř zcela průhledná. V únoru 1987 k nám dorazilo světlo z hvězdného výbuchu ve Velkém Magellanově mračnu (blízká galaxie) po cestě trvající 170 000 let. Při výbuchu vzniklo také obrovské množství neutrín a asi 10 z nich bylo zachyceno velmi citlivým detektorem v Japonsku; záznam tohoto průchodu neutrín je na obr. 43.11.

Radioaktivita a nuklidový diagram

Zkoumání rozpadu α i β nám umožňuje získat nový pohled na nuklidový diagram z obr. 43.4. Přidejme k diagramu třetí rozměr, a nanášejme na osu kolmou k rovině NZ **hmotnostní nadbytek** příslušného nuklidu. Hmotnostní nadbytek nuklidu je (nehledě na název) energie, která je přibližně rovna celkové vazební energii nuklidu. Je definován jako $(m - A)c^2$, kde m je atomová hmotnost nuklidu a A je jeho



Obr. 43.11 Sprška neutrín ze supernovy SN 1987A, zaznamenaná v (relativním) čase 0, výrazně ční nad obvyklými případy detekce neutrín. (Pro neutrina je 10 už „pořádná sprška“!) Částice byly detegovány velmi komplikovaným detektorem v hlubokém podzemním dole v Japonsku. Supernova byla viditelná pouze na jižní polokouli, takže neutrina musela před vstupem do detektoru projít napříč Zemí (ta je pro ně jen nepatrnou překážkou).

hmotnostní číslo, obě veličiny uvádíme v jednotkách atomové hmotnosti u , a c^2 vyjádříme ve tvaru 931,5 MeV/u.

Takto vytvořená plocha vytváří grafickou představu o stabilitě jádra. Jak je vidět na obr. 43.12 (pro málo hmotné nuklidy), tato plocha popisuje „údolí nuklidů“, kde pás stability z obr. 43.4 běží po jeho dnu. Nuklidu na stěně bohaté na protony se do údolí rozpadají emisí pozitronů, nuklidu na stěně bohaté na neutrony tak ční emisí elektronů.

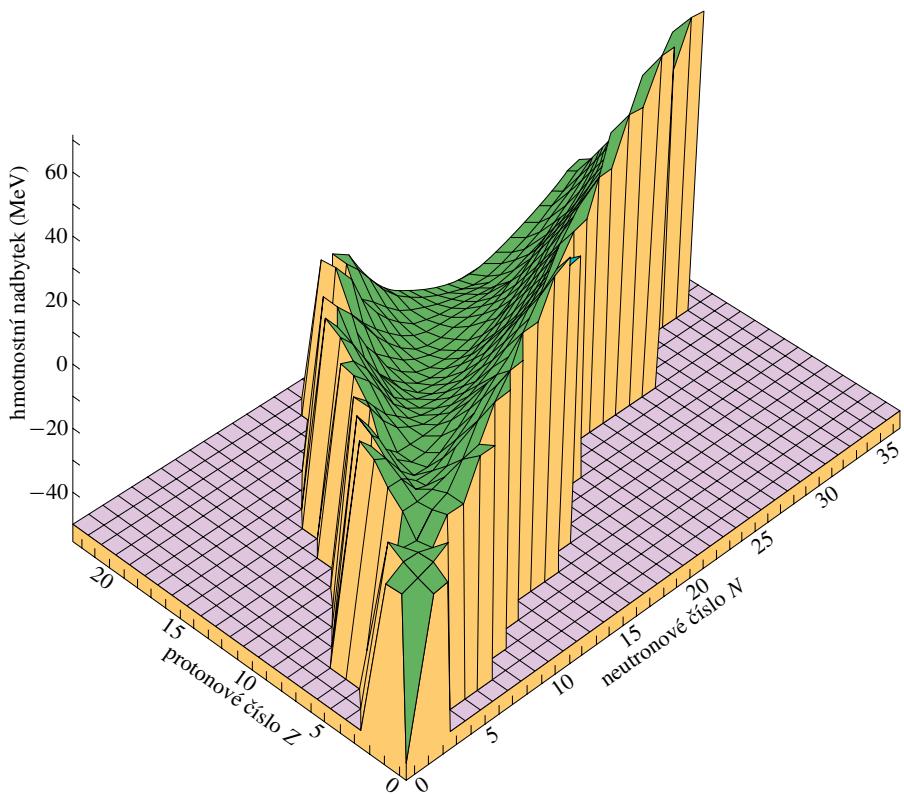
KONTROLA 3: ^{238}U se rozpadá na ^{234}Th emisí α -částice. Pak následuje celý řetězec radioaktivních rozpadů, a to jak α , tak β . Nakonec řada dojde ke stabilnímu nuklidu a potom již k žádnému radioaktivnímu rozpadu nemůže dojít. Který z následujících stabilních nuklidů je na konci rozpadové řady ^{238}U : ^{206}Pb , ^{207}Pb , ^{208}Pb , nebo ^{209}Pb ? (Tip: Řešení najdete, uvážíte-li, o kolik se při rozpadu α i β mění hmotnostní číslo A .)

PŘÍKLAD 43.7

Spočtěte energii Q při β -rozpadu ^{32}P , který je zapsán v rov. (43.10). Potřebné atomové hmotnosti jsou 31,973 91 u pro ^{32}P a 31,972 07 u pro ^{32}S .

ŘEŠENÍ: Poněvadž je při rozpadu emitován elektron, musíme pečlivě rozlišovat jaderné a atomové hmotnosti. Označme tučným písmem \mathbf{m}_P a \mathbf{m}_S jaderné hmotnosti ^{32}P a ^{32}S a kurzívou m_P a m_S příslušné atomové hmotnosti. Energie rozpadu Q je Δmc^2 , kde pro rozpad podle rov. (43.10):

$$\Delta m = \mathbf{m}_\text{P} - (\mathbf{m}_\text{S} + m_e),$$



Obr. 43.12 Část údolí nuklidů zahrnující pouze málo hmotné nuklidy. Deuterium, tritium a helium leží v nejbližším rohu grafu, helium je z nich nejvyšší. Údolí se táhne směrem od nás až ke konci grafu kolem hodnot $Z = 22$ a $N = 35$. Nuklid s velkou hodnotou A , které by v grafu ležely daleko mimo údolí, se mohou přemístit do údolí opakoványmi α -rozpady nebo štěpením (rozdelením nuklidu).

kde m_e je hmotnost elektronu. Jestliže na pravé straně přičteme a odečteme $15m_e$, dostaneme

$$\Delta m = (\mathbf{m}_P + 15m_e) - (\mathbf{m}_S + 16m_e).$$

Veličiny v závorkách jsou atomové hmotnosti ^{32}P a ^{32}S , takže

$$\Delta m = m_P - m_S.$$

Vidíme tedy, že odečítáme-li atomové hmotnosti, bereme automaticky v úvahu hmotnost emitovaného elektronu. (Tento postup tedy neplatí při emisi pozitronu.)

Energie uvolněná při β -rozpadu ^{32}P je tedy

$$\begin{aligned} Q &= \Delta mc^2 = \\ &= (31,973\,91 \text{ u} - 31,972\,07 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) = \\ &= 1,71 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Vypočtená hodnota Q by podle rov. (43.14) měla být rovna maximální energii emitovaných elektronů $E_{k,\max}$, což je skutečně experimentálně potvrzeno. Ačkoli je při každém rozpadu ^{32}P uvolněna energie 1,71 MeV, elektrony odnášejí jen její část. Zbývající část získávají neutrino a nepozorovatelně ji odnášejí pryč z laboratoře.

43.6 RADIOAKTIVNÍ DATOVÁNÍ

Známe-li poločas rozpadu určitého radionuklidu, můžeme v principu použít takový rozpad jako hodiny pro měření časových intervalů. Rozpad nuklidu s velmi dlouhým poločasem rozpadu může sloužit pro měření stáří hornin, tedy doby, která uplynula od jejich vzniku. Měření hornin ze Země, Měsíce a také meteoritů dávají konsistentně maximální hodnotu stáří těchto těles zhruba $4,5 \cdot 10^9$ y.

Radionuklid draslíku ^{40}K se například rozpadá na stabilní izotop vzácného plynu argonu ^{40}Ar s poločasem rozpadu $1,25 \cdot 10^9$ y. Měřením poměru ^{40}K a ^{40}Ar v dané hornině je možno vypočítat její stáří. Ověřit výsledek lze pak užitím jiného dlouho žijícího nuklidu, například uranu ^{235}U , který se po řadě mezistavů přemění na stabilní izotop olova ^{207}Pb .

Pro měření kratších časových intervalů, zajímavých třeba z historických důvodů, je neocenitelný nástroj radiouhlíkové datování. Radionuklid ^{14}C (s $\tau = 5\,730$ y) je s konstantní rychlosí produkován v horních vrstvách atmosféry při ostřelování atmosférického dusíku částicemi kosmického záření. Tento radiouhlík se mísí s uhlíkem normálně přítomným v atmosféře (jako CO_2), takže se vyskytuje jeden atom ^{14}C na každých 10^{13} atomů běžného stabil-

ního ^{12}C . Při biologických procesech, jako je fotosyntéza nebo dýchání, dochází k náhodné výměně atomů atmosférického uhlíku s atomy uhlíku v živých organismech, jako je brokolice, houby, tučňáci nebo lidé. Po jisté době je dosaženo rovnováhy, při které uhlíkové atomy každého žijícího organismu obsahují jistou malou část radioaktivního nuklidu ^{14}C .

Výměna uhlíkových atomů trvá, jen dokud je organismus na živu. Po smrti se výměna s atmosférou zastaví a radiouhlík uvězněný v organismu se z něj vytrácí s poločasem 5 730 let. Měřením obsahu radiouhlíku v jednotce hmotnosti organické látky lze určit dobu, která uplynula od smrti organismu. Dřevěné uhlí z dávných ohnišť, Kumránské svitky a mnoho dalších prehistorických artefaktů bylo datováno tímto způsobem.

PŘÍKLAD 43.8

Měření vzorku horniny z Měsíce na hmotnostním spektrometu ukázala, že poměr počtu přítomných (stabilních) atomů argonu ^{40}Ar k počtu (radioaktivních) atomů draslíku ^{40}K je 10,3. Předpokládejme, že všechny argonové atomy vznikly rozpadem draslíku s poločasem rozpadu $\tau = 1,25 \cdot 10^9$ y. Jaké je stáří horniny?

ŘEŠENÍ: Jestliže hornina obsahovala N_0 atomů draslíku v čase, kdy se tvořila tuhnutím z roztavené látky, bude v čase analýzy počet draslíkových atomů dán rov. (43.6)

$$N_{\text{K}} = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (43.15)$$

kde t je stáří horniny. Každý rozpadlý atom draslíku vytvořil atom argonu. V čase analýzy je tedy počet argonových atomů

$$N_{\text{Ar}} = N_0 - N_{\text{K}}. \quad (43.16)$$

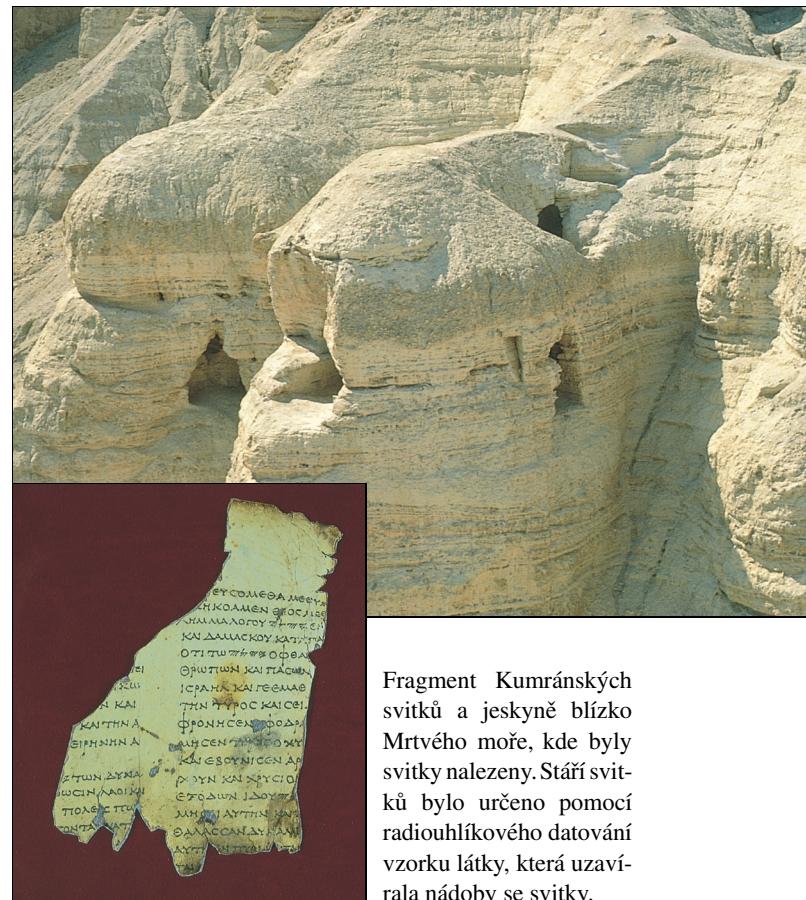
Hodnotu N_0 nemůžeme měřit; vyloučíme ji proto z rovnic (43.15) a (43.16). Po úpravách tak dostaneme rovnici

$$\lambda t = \ln \left(1 + \frac{N_{\text{Ar}}}{N_{\text{K}}} \right), \quad (43.17)$$

ve které je možné poměr $N_{\text{Ar}}/N_{\text{K}}$ měřit. Vyjádříme t z rov. (43.17) a použijeme rov. (43.8) pro nahrazení λ . Máme tedy

$$\begin{aligned} t &= \frac{\tau \ln(1 + N_{\text{Ar}}/N_{\text{K}})}{\ln 2} = \\ &= \frac{(1,25 \cdot 10^9 \text{ y})[\ln(1 + 10,3)]}{\ln 2} = \\ &= 4,37 \cdot 10^9 \text{ y}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

U měsíčních nebo pozemských vzorků bylo zjištěno i menší stáří, ale nikdy podstatně větší. Podle toho můžeme říci, že sluněční soustava je stará asi 4 miliardy let.



Fragment Kumránských svitků a jeskyně blízko Mrtvého moře, kde byly svitky nalezeny. Stáří svitků bylo určeno pomocí radiouhlíkového datování vzorku látky, která uzavírala nádoby se svitky.

43.7 MĚŘENÍ RADIAČNÍ DÁVKY

Působení různých druhů záření, jako je γ -záření, elektrony nebo α -částice, na živé tkáně (zejména na naše vlastní) je věcí veřejného zájmu. Zmíněné druhy záření můžeme nalézt i v přírodě: přicházejí jako kosmické záření nebo vznikají rozpadem radioaktivních prvků v zemské kůře. K tomu přispívá i záření vznikající lidskou činností, jako je užití rentgenového záření nebo radionuklidů v medicíně nebo průmyslu. Odstraňování radioaktivního odpadu a stanovení pravděpodobnosti nehod při provozu jaderných zařízení je předmětem značné pozornosti v národním i mezinárodním měřítku.

Naším úkolem zde nebude studovat různé zdroje záření, ale prostě jen popsát jednotky, kterými můžeme vyjádřit vlastnosti a účinky záření. Již dříve jsme zmínilo aktivitu radioaktivního zdroje. Ještě zbývají dvě důležité veličiny.

1. Pohlcená dávka. Je to míra radiační dávky (energie na jednotku hmotnosti) skutečně pohlcené určitým objektem, například pacientovou rukou nebo hrudníkem. Jednotkou v soustavě SI je **gray** (Gy). Stále se však užívá i starší jednotky **rad** (radiation absorbed dose — pohlcená radiační dávka). Jednotky jsou definovány jako

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad}.$$

Typický výrok pak vypadá takto: „Celotělová, krátkodobá

dávka gama záření 3 Gy (300 rad) zapříčiní smrt 50 % populace, která jí byla vystavena.“ Pro jisté uklidnění uvedeme, že dnešní střední roční absorbovaná dávka záření ze zdrojů přírodních i vytvořených lidskou činností je asi 2 mGy = 0,2 rad.

2. Ekvivalentní dávka. Ačkoli různé druhy záření (například záření gama a neutrony) mohou tělu dodat stejně množství energie, nemusí mít stejný biologický účinek. Ekvivalentní dávka nám umožnuje určit biologický účinek záření tak, že vynásobíme pohlcenou dávku (udanou v jednotkách gray nebo rad) číselným **RBE** faktorem relativní biologické účinnosti (relative biological effectiveness). Pro rentgenové záření a elektrony je RBE = 1, pro pomalé neutrony RBE = 5, pro α -částice RBE = 10 atd. Běžné osobní měřicí pomůcky registrují právě ekvivalentní dávku.

Jednotkou pro ekvivalentní dávku v soustavě SI je **siever** (Sv). Užívá se i starší jednotky **rem**. Platí

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem}.$$

Příklad správného použití těchto jednotek je ve větě: „Národní úřad pro ochranu před zářením doporučuje, aby nikdo vystavený působení záření (kromě osob pracujících se zářením) neobdržel v žádném roce ekvivalentní dávku větší než 5 mSv = 0,5 rem.“ To se týká všech druhů záření: přirozeně musíme pro každý druh záření použít příslušný RBE faktor.

PŘÍKLAD 43.9

Uvedli jsme, že dávka γ -záření 3 Gy pohlcená v těle je smrtelná pro polovinu zasažených osob. Jestliže by byla energie obsažená v této dávce pohlcena ve formě tepla, o kolik by se zvýšila teplota těla?

ŘEŠENÍ: Pohlcená dávka 3 Gy odpovídá energii na jednotku hmotnosti $3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Předpokládejme, že měrná tepelná kapacita c lidského těla je stejná jako vody, tj. $c = 4\,180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Z rov. (19.15) spočteme přírůstek teploty

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{Q/m}{c} = \frac{(3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1})}{(4\,180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})} = \\ &= 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ K} \doteq 700 \mu\text{K}. \end{aligned} \quad (\text{Odpověď})$$

Je zřejmé, že poškození způsobené ionizujícím zářením nemá nic společného s tepelným ohřevem. Škodlivé účinky jsou důsledkem toho, že záření poruší molekulární vazby a naruší tak normální funkci tkání, kterými bylo pohlceno.

43.8 JADERNÉ MODELY

Jádra jsou složitější než atomy. Pro atomy má základní síla (Coulombova síla) velmi jednoduchý tvar a v atomu pro ni existuje přirozený střed, nabité jádro. Pro jádra není popis silového působení jednoduchý a nelze jej ani v úplnosti explicitně vypsat. Navíc v jádře, které je směsicí protonů a neutronů, nemá síla žádný přirozený středový bod, který by usnadňoval výpočty.

Nemáme-li k dispozici úplnou jadernou *teorii*, obrácíme se k budování jaderných *modelů*. Jaderný model je jednoduše způsob pohledu na jádro, který nám dovoluje popsat pokud možno nejširší třídu vlastností jader. Užitečnost modelu testujeme podle schopnosti dávat předpovědi, které můžeme experimentálně ověřit v laboratoři.

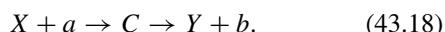
Dva jaderné modely se ukázaly jako velmi užitečné. Ačkoli jsou založeny na předpokladech, které se naprostě vzájemně vylučují, každý z nich velmi dobře popisuje určitou třídu jaderných vlastností. Nejdřív popíšeme každý model zvlášť, a potom ukážeme, jak je můžeme kombinovat tak, abychom získali jediný nerozporenný popis atomového jádra.

Kolektivní model

V *kolektivním modelu*, který zformuloval Niels Bohr, se nukleony pohybují chaoticky a silně spolu interagují, podobně jako molekuly v kapce tekutiny. Každý nukleon se uvnitř jádra velmi často sráží s dalšími nukleony; jeho střední volná dráha je podstatně kratší než činí průměr jádra. Toto stálé „poskakování“ nám připomíná tepelný pohyb molekul v kapce tekutiny.

Kolektivní model nám umožňuje dát do souvislosti řadu poznatků o jaderných hmotnostech a vazebních energiích; pomůže nám také vysvětlit (jak uvidíme později) jaderné štěpení. Umožňuje nám také pochopit velkou třídu jaderných reakcí.

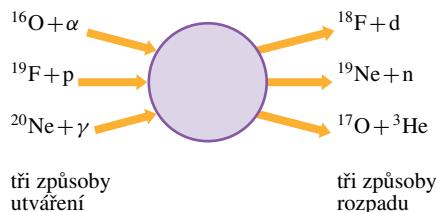
Vezměme například obecnou reakci typu



Reakce může představovat jev, kdy částice a vytvoří s jádrem terče X **složené jádro** C , kterému přitom předá jisté množství energie. Částice a ostřelujícího svazku, například neutron, je naráz polapena náhodně se pohybujícími nukleony uvnitř jádra. Rychle ztratí svou identitu — obrazně řečeno — a jí přinesená excitační energie se tedy rychle rozloží mezi všechny nukleony jádra C .

Kvazistabilní stav označený v rov. (43.18) jako C se může udržet po dobu až 10^{-16} s, než se rozpadne na Y a b . V jaderném měřítku je to doba velmi dlouhá, neboť je

například milionkrát delší než doba, kterou potřebuje nukleon s energií několika milionů elektronvoltů k cestě napříč jádrem. V kolektivním modelu jádra předpokládáme, že vznik jádra a jeho případný rozpad jsou zcela nezávislé jevy. V době, kdy se jádro rozpadá, již „zapomnělo“ na to, jak bylo vytvořeno. Způsob, kterým se jádro rozpadá, nezávisí na způsobu, jak se utvářelo. Jako příklad jsou na obr. 43.13 ukázány tři způsoby vzniku složeného jádra neonu ^{20}Ne a tři způsoby jeho rozpadu. Každý ze tří způsobů vzniku může vést k libovolnému ze tří způsobů rozpadu.



Obr. 43.13 Způsoby vzniku a rozpadu složeného jádra neonu ^{20}Ne .

Model nezávislých částic

V kolektivním modelu jsme předpokládali, že se nukleony pohybují náhodně a že dochází k jejich častým vzájemným srážkám. *Model nezávislých částic* je založen na opačném předpokladu, totiž že každý nukleon uvnitř jádra zaujímá nějaký dobře definovaný kvantový stav a že se jen velmi zřídka srazí s jiným nukleonom! Na rozdíl od atomu nemá jádro pevný střed, kde by byl usazen náboj; v modelu se předpokládá, že se každý nukleon pohybuje v potenciálové jámě, která je určena časově středovanou polohou všech ostatních pohybujících se nukleonů.

Nukleonu v jádře přísluší podobně jako elektronu v atomu soubor kvantových čísel, který definuje jeho pohybový stav. Nukleony se stejně jako elektrony řídí Pauliho vylučovacím principem. To znamená, že se v jednom stavu nemohou současně nacházet dva nukleony. V tomto ohledu jsou neutrony a protony chápány jako různé druhy částic, každý s vlastní množinou možných kvantových stavů.

Skutečnost, že se nukleony řídí Pauliho vylučovacím principem, nám umožňuje pochopit příčinu relativní stability jejich stavů. Když se uvnitř jádra srazí dva nukleony, musí energie každého z nich po srážce odpovídат energii *neobsazeného stavu*. Kdyby tyto stavy již byly obsazeny nukleony stejného typu, nemůže prostě k uvažované srážce dojít. Každý nukleon, procházející řadou „pokažených příležitostí ke srážce“, tak zůstává v původním pohybovém stavu po dostatečně dlouhou dobu, aby ho mohli poklädat za částici v kvantovém stavu s určitou energií.

Ve světě atomů je opakování fyzikálních a chemických vlastností, které nacházíme v periodické tabulce prvků, spo-

jeno s chováním elektronů v atomu, přesněji řečeno s jejich ukládáním do slupek. Ty jsou pak velmi stabilní, pokud jsou zcela zaplněny. Atomová čísla vzácných plynů

$$2, 10, 18, 36, 54, 86, \dots$$

můžeme považovat za *magická elektronová čísla*, která označují úplnost (nebo také uzavření) takových slupek.

I jádra mají něco jako „uzavřené slupky“ a **magická nukleonová čísla** jsou

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, \dots$$

Každý nuklid, jehož protonové číslo Z nebo neutronové číslo N má jednu z těchto hodnot, vykazuje výraznou stabilitu, která se může projevit rozmanitým způsobem.

Příklady „magických“ nuklidů jsou ^{18}O ($Z = 8$), ^{40}Ca ($Z = 20, N = 20$), ^{92}Mo ($N = 50$) a ^{208}Pb ($Z = 82, N = 126$). Nuklid ^{40}Ca a ^{208}Pb jsou „dvojnásobně magické“, protože mají uzavřenou neutronovou slupku a *zároveň* uzavřenou protonovou slupku.

Magické číslo 2 se projevuje ve výjimečné stabilitě α -částice (^4He), která je se $Z = N = 2$ dvojnásobně magická. Například na křivce vazební energie na jeden nukleon z obr. 43.6 vyčnívá tento nuklid hodně nad své sousedy z periodické tabulky vodík, lithium a beryllium. Částice α je ve skutečnosti tak pevně vázána, že je nemožné přidat k ní jinou částici; stabilní nuklid s $A = 5$ neexistuje.

Ústřední myšlenkou modelu uzavřené slupky je to, že lze relativně snadno odejmout jádru jednotlivou částici vně uzavřené slupky, ale pro odejmutí částice z vlastní slupky je potřeba podstatně více energie. Například atom sodíku má jeden (valenční) elektron vně uzavřené elektronové slupky. Na odejmutí tohoto valenčního elektronu ze sodíkového atomu postačuje 5 eV; odejmutí *druhého* elektronu (ten už musí být vytázen z uzavřené slupky) však vyžaduje celých 22 eV. V jaderném modelu vezměme příklad ^{121}Sb ($Z = 51$), který obsahuje jediný proton vně uzavřené slupky 50 protonů. Odejmutí tohoto jediného protonu vyžaduje energii 5,8 MeV; odejmutí *druhého* protonu však vyžaduje 11 MeV. Existuje ještě mnoho dalších experimentálních poznatků, které potvrzují představu ukládání nukleonů do uzavřených slupek a toho, že takové slupky jsou stabilní.

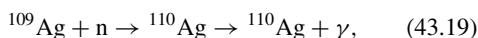
Viděli jsme, že kvantová teorie dokáže překrásně objasnit existenci magických elektronových čísel, tj. vysvětlit obsazování dílčích slupek elektrony v atomu. Ukazuje se, že za jistých předpokladů dokáže kvantová teorie stejně dobře objasnit i existenci magických nukleonových čísel! V roce 1963 získali Nobelovu cenu Marie Mayerová a Hans Jensen právě za „objev struktury jaderných slupek“.

Kombinovaný model

Uvažujme jádro, ve kterém je jen malý počet neutronů (nebo protonů) vně vnitřního jádra tvořeného uzavřenými slupkami s magickými počty neutronů (nebo protonů). Vnější nukleony zaujmají kvantové stavy v potenciálové jámě vytvářené vnitřním jádrem, takže platí základní představy modelu nezávislých častic. Vnější nukleony ale působí na vnitřní jádro, deformují je a způsobují uvnitř „přílivové vlny“ rotačního nebo vibračního charakteru. Tyto kolektivní pohyby nukleonů vnitřního jádra zase odpovídají představě kolektivního modelu. Tako vznikl kombinovaný model jaderné struktury, který spojuje zdánlivě nesmiřitelné základní představy kolektivního modelu a modelu nezávislých častic. A přitom je pozoruhodně úspěšný.

PŘÍKLAD 43.10

Uvažujme reakci záchytu neutronu



při které vzniká složené jádro (^{110}Ag). Obr. 43.14 udává relativní četnost této reakce v závislosti na energii dopadajícího neutronu. Určete střední dobu života složeného jádra podle relace neurčitosti zapsané ve tvaru

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar. \quad (43.20)$$

V tomto vztahu je ΔE mírou neurčitosti stanovení energie atomového nebo jaderného stavu. Veličina Δt je doba, která je k dispozici pro měření energie. V našem případě je toto Δt právě rovno střední době života \bar{t} složeného jádra od vytvoření k rozpadu.

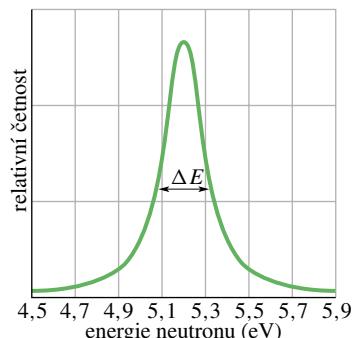
REŠENÍ: Z obrázku je vidět, že relativní četnost má výrazné maximum při energii neutronu 5,2 eV. Z toho můžeme

usuzovat na existenci jediné excitované hladiny složeného jádra ^{110}Ag . Když je použitá energie právě rovna rozdílu energie této excitované hladiny a energie základního stavu ^{110}Ag , dochází k „rezonanci“ a reakce podle rov. (43.19) opravdu proběhne.

Rezonanční pík však není nekonečně úzký. Přibližná hodnota jeho pološírky (ΔE v obr. 43.14) je 0,20 eV. Tuto skutečnost popisujeme tak, že energie excitované hladiny není určena přesně, ale s neurčitostí ΔE asi 0,20 eV. Můžeme tedy psát

$$\Delta t = \bar{t} = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) / 2\pi}{(0,20 \text{ eV})} = \\ \doteq 3 \cdot 10^{-15} \text{ s}. \quad (\text{Odpověď})$$

To je doba několiksetkrát větší než čas, který potřebuje neutron s energií 5,2 eV k překonání průměru jádra ^{109}Ag . Můžeme tedy říci, že po dobu $3 \cdot 10^{-15}$ s bude neutron částí jádra.



Obr. 43.14 Příklad 43.10. Křivka relativní četnosti reakce popsané rov. (43.19) v závislosti na energii dopadajícího neutronu. Pološírka ΔE rezonančního vrcholu je přibližně 0,20 eV.

PŘEHLED & SHRNUTÍ

Nuklid

Je známo asi 2 000 nuklidů. Nuklid je charakterizován *atomovým číslem* Z (počet protonů), *neutronovým číslem* N a *hmotnostním číslem* A (celkový počet nukleonů — protonů a neutronů). Je tedy $A = Z + N$. Nuklid se stejným atomovým číslem, ale s různým neutronovým číslem se nazývají *izotopy* daného prvku. Střední poloměr jádra R je dán vztahem

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (43.3)$$

kde $R_0 \approx 1,2 \text{ fm}$.

Jaderné hmotnosti a vazební energie

Křivka vazební energie ukazuje, že nejstabilnější jsou středně hmotné nuklidы a že je možné uvolnit energii jak při štěpení

velmi hmotných nuklidů, tak při fúzi nuklidů s malou hmotností. Energiový ekvivalent atomové hmotnostní jednotky (u) je 931,5 MeV.

Jaderná síla

Jádra jsou vázána přitažlivou silou mezi nukleony. Předpokládá se, že se jedná o druhotný projev *silné sily*, kterou na sebe působí kvarky, z nichž jsou nukleony složeny. Jádra se mohou nacházet v mnoha stavech s diskrétními hodnotami energie a s charakteristickým vnitřním momentem hybnosti a magnetickým momentem.

Radioaktivní rozpad

Většina známých nuklidů je radioaktivní; nuklidы se samovolně

rozpadají s rychlosí $R = -dN/dt$, která je úměrná počtu radioaktivních atomů N . Konstanta úměrnosti je *rozpadová konstanta* λ . To vede k zákonu exponenciálního rozpadu

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (43.6)$$

$$R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{radioaktivní rozpad}). \quad (43.7)$$

Poločas rozpadu $\tau = (\ln 2)/\lambda$ radionuklidu je čas potřebný k tomu, aby se rychlosí rozpadu R (a též počet jader N) ve vzorku snížila na polovinu.

Rozpad α

Některé nuklidy se rozpadají tak, že emitují α -částice. Tyto rozpady jsou ztíženy potenciálovou bariérou, která nemůže být překonána podle klasické fyziky, ale může být překonána tunelováním podle kvantové fyziky. Propustnost bariéry a tím i poločas α -rozpadu jsou velmi citlivě závislé na energii α -částice.

Rozpad β

Při β -rozpadu emisuje jádro buď elektron, nebo pozitron a spolu s ním také neutrino. Emitované částice se dělí o uvolněnou energii rozpadu. Elektrony a pozitrony emitované při β -rozpadu mají spojité spektrum energií od nuly do maximální hodnoty rovné energii rozpadu $Q = \Delta mc^2$.

Radioaktivní datování

Přirozeně radioaktivní nuklidy umožňují přibližné datování historických a prehistorických událostí. Například stáří organických

látek můžeme často určit pomocí měření obsahu ^{14}C , stáří hornin pomocí radioaktivního izotopu ^{40}K .

Radiační dávka

Pro popis působení ionizačního záření se používají tři jednotky. *Becquerel* (1 Bq = 1 rozpad za jednu sekundu) měří *aktivitu* vzorku. Množství skutečně pohlcené energie měří *gray*, přitom 1 Gy odpovídá 1 J/kg. Odhad biologického účinku pohlcené energie se měří v jednotkách *sievert*; ekvivalentní dávka 1 Sv způsobuje stejné biologické účinky bez ohledu na druh působícího záření.

Jaderné modely

Kolektivní model jaderné struktury předpokládá neustálé srážky nukleonů a také utváření dlouho žijících *složených jader* při záchytu častic ostřelujujcích jádra terče. Vznik složených jader a jejich případný rozpad jsou zcela nezávislé jevy.

Model *nezávislých častic* pro jadernou strukturu předpokládá, že se jednotlivé nukleony pohybují uvnitř jádra (v podstatě bez srážek) a jejich stavy jsou kvantovány. Model předpovídá jaderné hladiny a *magická čísla* (2, 8, 20, 28, 50, 82 a 126), která odpovídají uzavřeným nukleonovým slupkám; nuklidy, které mají takový počet neutronů nebo protonů, jsou velmi stabilní.

V *kombinovaném* modelu obsazují přebývající nukleony kvantové stavy vně vnitřního jádra tvořeného nukleony v uzavřených slupkách. Je velmi úspěšný při předpovídání mnoha jaderných vlastností.

OTÁZKY

1. Uvažujme případ, kdy α -částici v př. 43.1 nahradíme protonem o stejně počáteční kinetické energii, který se také čelně sráží s jádrem atomu zlata. Bude vzdálenost od středu jádra, na které se proton zastaví, větší, menší, nebo stejná jako vzdálenost, na které se zastaví α -částice?

2. Je v lidském těle více protonů než neutronů, více neutronů než protonů, nebo přibližně stejný počet obou častic?

3. Nuklid ^{244}Pu ($Z = 94$) emituje α -částice. Na který z uvedených nuklidů se rozpadá: ^{240}Np ($Z = 93$), ^{240}U ($Z = 92$), ^{248}Cm ($Z = 96$), nebo ^{244}Am ($Z = 95$)?

4. Určitý nuklid je považován za velmi stabilní. Leží jeho vazební energie na jeden nukleon mírně nad, nebo mírně pod křivkou vazební energie na obr. 43.6?

5. Je hmotnostní nadbytek α -částice (užijte úsečku z obr. 43.12) větší, nebo menší než celková vazební energie této částice? (Užijte vazební energii na jeden nukleon z obr. 43.6.)

6. Radionuklid ^{196}Ir emisuje při rozpadu elektrony. (a) Do kterého čtverečku na obr. 43.5 přejde? (b) Dojde pak ještě k dalším rozpadům?

7. Nuklid olova obsahuje 82 protonů. (a) Kdyby obsahoval také 82 neutronů, kde by byl zobrazen na obr. 43.4? (b) Kdyby bylo

takové jádro utvořeno, emitovalo by pozitrony, nebo elektrony, anebo by bylo stabilní? (c) Kolik očekáváte podle obr. 43.4 neutronů ve stabilním nuklidu olova?

8. Nuklid ^{238}U ($Z = 92$) se může štěpit na dvě části o stejných atomových a hmotnostních číslech. (a) Leží nuklid ^{238}U v obr. 43.4 nad, nebo pod přímkou $N = Z$? (b) Leží oba fragmenty štěpení nad, nebo pod touto přímkou? (c) Jsou tyto fragmenty stabilní, nebo radioaktivní?

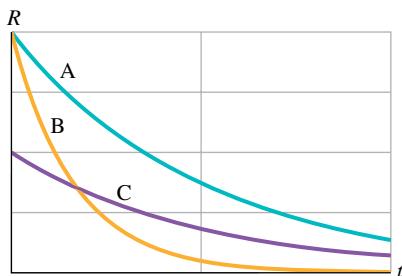
9. Radionuklidy se rozpadají podle exponenciální závislosti v rov. (43.7). Baterie, hvězdy a dokonce i studenti se také rozpadají, když pojmem „rozpad“ chápeme jako „vyčerpat se“. Jde i v těchto případech o exponenciální rozpad?

10. V čase $t = 0$ má vzorek radionuklidu A stejnou rychlosí rozpadu jako radionuklid B v čase $t = 30$ min. Rozpadové konstanty jsou λ_A a λ_B , přitom $\lambda_A < \lambda_B$. Budou mít oba vzorky v nějakém okamžiku stejnou rychlosí rozpadu? (Tip: Nakreslete graf časové závislosti aktivity vzorků.)

11. V čase $t = 0$ má vzorek radionuklidu A dvojnásobnou rychlosí rozpadu než radionuklid B. Rozpadové konstanty jsou λ_A a λ_B , přitom $\lambda_A > \lambda_B$. Budou mít oba vzorky v nějakém okamžiku stejnou rychlosí rozpadu?

12. Na obr. 43.15 jsou zakresleny aktivity tří radioaktivních

vzorků v závislosti na čase. Seřaďte vzorky sestupně podle jejich (a) poločasu rozpadu a (b) rozpadové konstanty. (Tip: Pro (a) použijte v grafu pravítko.)



Obr. 43.15 Otázka 12

13. Jestliže zdvojnásobíme hmotnost radioaktivního vzorku, zvětší se, zmeneš se, nebo zůstane stejná (a) aktivita vzorku a (b) rozpadová konstanta vzorku?

14. V čase $t = 0$ začneme pozorovat dvě identická radioaktivní jádra s poločasem rozpadu 5 min. V čase $t = 1$ min se jedno z nich rozpadne. Zvětší, nebo zmeneš tato událost pravděpodob-

nost, že se v následujících 4 min rozpadne i druhé jádro, nebo nemá tato událost na druhé jádro žádný vliv?

15. Radionuklid ^{49}Sc má poločas rozpadu 57,0 min. Četnost impulzů zaznamenaná u vzorku tohoto nuklidu v čase $t = 0$ je 6 000 impulzů za min nad hodnotou pozadí, která je 30 impulzů za min. Aniž budete provádět výpočet, určete, klesne-li četnost impulzů na úroveň pozadí během asi 3 h, 7 h, 10 h, nebo po době mnohem delší než 10 h.

16. Radionuklydy ^{209}At a ^{209}Po emitují α -částice s energií 5,65 MeV a 4,88 MeV. Který z nuklidů má delší poločas rozpadu?

17. Magická čísla uvedená pro jádra v čl. 43.8 jsou 2, 8, 20, 28, 50, 82 a 126. Jsou nuklydy magické (tj. obzvlášť stabilní) tehdy, když (a) pouze hmotnostní číslo A , (b) pouze atomové číslo Z , (c) pouze neutronové číslo N , nebo (d) buď Z , nebo N se rovnají jednomu z těchto čísel? Vyberte správná tvrzení.

18. (a) Které z následujících nuklidů jsou magické: (a) ^{122}Sn , (b) ^{132}Sn , (c) ^{98}Cd , (d) ^{198}Au , (e) ^{208}Pb ? (b) Který z nuklidů, pokud vůbec nějaký, je dvojnásobně magický?

CVIČENÍ & ÚLOHY

ODST. 43.1 Objevení jádra

1C. Spočtěte nejmenší vzdálenost, na kterou se při čelní srážce může přiblížit α -částice s energií 5,30 MeV k jádru atomu mědi.

2C. Předpokládejte, že jádro atomu zlata má poloměr 6,23 fm a α -částice má poloměr 1,80 fm. Jakou minimální energii musí mít α -částice, aby pronikla do jádra atomu zlata?

3Ú. Při pružném rozptylu α -částice na jádře dojde u jádra ke zpětnému odrazu. Uvažujme čelní srážku α -částice s energií 5,00 MeV s jádrem zlata, které je na počátku v klidu. Vypočtěte kinetickou energii (a) zpětného odrazu jádra a (b) odražené α -částice.

ODST. 43.2 Některé vlastnosti atomových jader

4C. Neutronová hvězda je hvězda, jejíž hustota je přibližně stejná jako hustota jaderné hmoty, která byla vypočtena v př. 43.2. Předpokládejme, že by došlo ke zhroucení Slunce, při kterém by se stalo neutronovou hvězdou, a přitom si zachovalo svou nynější hmotnost. Jaký by byl jeho poloměr?

5C. Kolik obsahuje nuklid ^{14}C (a) protonů a (b) neutronů?

6C. Poloměr jádra určený z rozptylu elektronů je 3,6 fm. Jaké je přibližně hmotnostní číslo jádra?

7C. Najděte nuklydy z tab. 43.1 na nuklidovém diagramu na obr. 43.4. Ověřte, že leží v pásu stability.

8C. Pomocí nuklidového diagramu vypište symboly (a) všech stabilních izotopů s $Z = 60$, (b) všech radioaktivních nuklidů s $N = 60$ a (c) všech nuklidů s $A = 60$.

9C. Elektrická potenciální energie koule o poloměru R s rov-

noměrně rozloženým nábojem Q je

$$E_p = \frac{3Q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}.$$

(a) Spočtěte elektrickou potenciální energii nuklidu ^{239}Pu za předpokladu, že je to koule o poloměru 6,64 fm. (b) Porovnejte pro tento nuklid elektrickou potenciální energii na jeden nukleon a také na jeden proton s vazební energií 7,56 MeV na jeden nukleon. (c) Jaký závěr můžete z tohoto srovnání učinit?

10C. Silný nadbytek neutronů v jádrech s vysokou hmotností lze ukázat na tom, že při štěpení nejhmotnějších nuklidů na dvě stabilní jádra vždycky přebývají neutrony. Uvažme například spontánní štěpení jádra ^{235}U na dvě stabilní dceřiná jádra s atomovými čísly 39 a 53. S pomocí obr. 43.4 určete, o které dceřiné nuklydy se jedná a jaký počet neutronů přitom zbude.

11C. Usvořádejte 25 nuklidů $^{118-122}\text{Te}$, $^{117-121}\text{Sb}$, $^{116-120}\text{Sn}$, $^{115-119}\text{In}$ a $^{114-118}\text{Cd}$ do políček nuklidového diagramu podobně jako na obr. 43.5. Nakreslete a označte (a) všechny izobarické (konstantní A) přímky a (b) všechny přímky s konstantní hodnotou nadbytku neutronů, definovaného jako $N - Z$.

12C. Spočtěte a porovnejte (a) jadernou hustotu hmotnosti ϱ_m a (b) jadernou hustotu náboje ϱ_q pro poměrně málo hmotný nuklid ^{55}Mn a nuklid s poměrně vysokou hmotností ^{209}Bi . (c) Jsou rozdíly takové, jaké jste očekávali? Vysvětlete.

13C. Ověřte hodnotu vazební energie 7,56 MeV na jeden nukleon uvedenou v tab. 43.1 pro ^{239}Pu . Potřebné atomové hmotnosti jsou 239,052 16 u (^{239}Pu), 1,007 83 u (^1H) a 1,008 67 u (neutron).

14C. (a) Ukažte, že přibližný vztah pro hmotnost atomu je $M = Am_p$, kde A je hmotnostní číslo a m_p je hmotnost protonu. (b) Jaké chyby (v procentech) se dopustíme při výpočtu hmotnosti atomů z tab. 43.1 podle tohoto vztahu? Hmotnost holého protonu je 1,007 276 u. (c) Je tento vztah dostatečně přesný pro výpočet jaderné vazební energie?

15C. Charakteristický jaderný čas je užitečná, ale jen volně definovaná veličina, rovná času, který potřebuje nukleon s energií několik milionů elektronvoltů k překonání vzdálenosti rovné průměru středně hmotného jádra. Jaká je řádově tato veličina? Při výpočtu uvažujte neutron s energií 5 MeV překonávající průměr jádra ^{197}Au ; užijte rov. (43.3).

16C. Jaderné poloměry lze měřit pomocí rozptylu elektronů s vysokou energií na jádrech. (a) Jaká je de Broglieho vlnová délka 200 MeV elektronů? (b) Jsou tyto elektrony vhodné pro daný účel?

17C. Pokud je nukleon vázán v jádře, můžeme vzít jako neurčitost jeho polohy jaderný poloměr R . Jakou hodnotu dává princip neurčitosti pro kinetickou energii nukleonu například v jádře o hmotnostním čísle $A = 100$? (Tip: Předpokládejte, že skutečná hybnost p je rovna vypočtené neurčitosti hybnosti Δp .)

18C. Atomové hmotnosti ^1H , ^{12}C a ^{238}U jsou 1,007 825 u, 12,000 000 u (přesně, neboť tak je definována jednotka atomové hmotnosti u) a 238,050 785 u. (a) Jaké byly číselné hodnoty hmotností, kdyby atomová jednotka hmotnosti byla definována tak, že hmotnost ^1H je přesně 1,000 000 u? (b) Použijte výsledku k úvaze, proč asi nebyla tato zřejmá definice jednotky atomové hmotnosti zvolena.

19Ú. (a) Ukažte, že energie uložená v jaderných vazbách (silná jaderná síla) je úměrná hmotnostnímu číslu A jádra. (b) Ukažte, že energie elektrické vazby protonů (Coulombova síla) je úměrná $Z(Z - 1)$. (c) Ukažte, že směrem ke stále větším jádrům (obr. 43.4) roste význam Coulombovy síly rychleji než význam silné jaderné síly.

20Ú. V periodické tabulce vypadá políčko hořčíku takto:

12
Mg
24,312

Existují tři izotopy:

$$^{24}\text{Mg}, \text{ atomová hmotnost} = 23,985\,04 \text{ u},$$

$$^{25}\text{Mg}, \text{ atomová hmotnost} = 24,985\,84 \text{ u},$$

$$^{26}\text{Mg}, \text{ atomová hmotnost} = 25,982\,59 \text{ u}.$$

Výskyt ^{24}Mg je 78,99 % (váhových). Vypočtěte výskyt zbývajících dvou izotopů.

21Ú. Máte rozebrat α -částici (^4He) na nukleony tak, že se postupně oddělí proton, neutron a proton. Spočtěte (a) práci potřebnou v každém kroku, (b) celkovou vazební energii α -částice

a (c) vazební energii na jeden nukleon. Potřebné atomové hmotnosti jsou

$$\begin{array}{ll} ^4\text{He} & 4,002\,60 \text{ u} \\ ^3\text{H} & 3,016\,05 \text{ u} \\ \text{n} & 1,008\,67 \text{ u} \end{array} \quad \begin{array}{ll} ^2\text{H} & 2,014\,10 \text{ u} \\ ^1\text{H} & 1,007\,83 \text{ u} \end{array}$$

22Ú. Protože neutron nemá náboj, musí být jeho hmotnost určena jinak než pomocí hmotnostního spektrometru. Když se setká neutron s protonem (předpokládáme, že oba jsou téměř v klidu), spojí se a utvoří deuteron, přitom dojde k emisi fotonu γ -záření o energii 2,223 3 MeV. Hmotnosti protonu a deuteronu jsou 1,007 825 035 u a 2,014 101 9 u. Vypočtěte z těchto údajů hmotnost neutronu na tolik desetinných míst, kolik uvedená data umožňují. (Přesnější hodnota převodního faktoru hmotnost — energie je 931,502 MeV/u.)

23Ú. Mince váží 3,0 g. Spočtěte jadernou energii potřebnou k oddělení všech neutronů a protonů obsažených v minci. Zanedbajte vazební energii elektronů a pro jednoduchost považujte minci za čistou měď ^{63}Cu (hmotnost 62,929 60 u). Hmotnosti protonu a neutronu jsou 1,007 83 u a 1,008 67 u.

24Ú. Pro zjednodušení výpočtu jsou atomové hmotnosti někdy uváděny ne jako skutečné atomové hmotnosti m , ale jako $(m - A)c^2$, kde A je hmotnostní číslo vyjádřené v atomových jednotkách hmotnosti. Této hodnotě, běžně udávané v milionech elektronvoltů, říkáme *hmotnostní nadbytek* a označujeme ji Δ . S údaji z př. 43.3 spočtěte hmotnostní nadbytek pro (a) ^1H , (b) neutron a (c) ^{120}Sn .

25Ú. (Viz úlohu 24.) Ukažte, že celková vazební energie nuklidu může být vyjádřena jako

$$E = Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta,$$

kde Δ_H , Δ_n a Δ jsou příslušné hmotnostní nadbytky. Spočtěte podle tohoto vztahu vazební energii na jeden nukleon pro ^{197}Au . Porovnejte výsledek s hodnotou uvedenou v tab. 43.1. Potřebné hmotnostní nadbytky, zaokrouhlené na tři platná čísla, jsou $\Delta_H = +7,29 \text{ MeV}$, $\Delta_n = +8,07 \text{ MeV}$ a $\Delta_{197} = -31,2 \text{ MeV}$. Všimněte si, že se s hmotnostními nadbytky počítá pohodlněji, než se samotnými hmotnostmi.

ODST. 43.3 Radioaktivní rozpad

26C. Poločas rozpadu určitého radioaktivního izotopu je 6,5 h. Je-li na počátku $48 \cdot 10^{19}$ atomů tohoto izotopu, kolik jich zůstane po 26 h?

27C. Poločas rozpadu radioaktivního izotopu je 140 d. Po kolika dnech klesne rychlosť rozpadu vzorku tohoto izotopu na jednu čtvrtinu původní hodnoty?

28C. Radioaktivní nuklid má poločas rozpadu 30 y. Jaká část z původně čistého vzorku tohoto nuklidu se nerozpadne po (a) 60 y a (b) 90 y?

29C. Uvažujte původně čistý 3,4 g vzorek izotopu ^{67}Ga s poločasem rozpadu 78 h. (a) Jaká je počáteční rychlosť rozpadu? (b) Jaká bude rychlosť rozpadu o 48 h později?

30C. Radioaktivní izotop rtuti ^{197}Hg se rozpadá na zlato ^{197}Au s rozpadovou konstantou 0,010 8 rozpadů za h. (a) Spočtěte jeho poločas rozpadu. Jaká část rtuti zůstane ve vzorku (b) po dobu rovné třem poločasům rozpadu a (c) po 10,0 d?

31C. Z údajů na začátku čl. 43.3 odvodte (a) rozpadovou konstantu λ a (b) poločas rozpadu ^{238}U .

32C. Izotop ^{239}Pu vzniká jako vedlejší produkt v jaderném reaktoru a hromadí se jako zátež životního prostředí. Izotop je radioaktivní, prodělává α -rozpad s poločasem rozpadu $2,41 \cdot 10^4$ y. (a) Kolik jader obsahuje smrtelné množství plutonia (2 mg)? (b) Jaká je rychlosť rozpadu tohoto množství?

33C. Rakovinné buňky jsou citlivější na rentgenové a γ -záření než zdravé buňky. V minulosti byl standardním zdrojem pro radiační terapii radioaktivní ^{60}Co , který se nejprve rozpadá do vybuzeného stavu jádra ^{60}Ni , a ten okamžitě přechází do základního stavu a emituje přitom dva fotony γ -záření, každý s energií přibližně 1,2 MeV. Tento β -rozpad kobaltu má poločas rozpadu 5,27 y. Kolik radioaktivních jader ^{60}Co bylo ve zdroji s aktivitou 6 000 Ci užívaném v nemocnicích? (Nyní se v radiační terapii užívají částice urychlené na vysokou energii v lineárním urychlovaci.)

34Ú. Po dlouhém úsilí se v roce 1902 podařilo Marii a Pierrovi Curieovým separovat z uranové rudy významnější množství radia, jednu desetinu gramu čistého RaCl_2 . Radium bylo zastoupeno izotopem ^{226}Ra , který má poločas rozpadu 1 600 y. (a) Kolik jader radia Curieovi izolovali? (b) Jaká byla rychlosť rozpadu jejich vzorku (v rozpadech za sekundu)?

35Ú. Radionuklid ^{64}Cu má poločas rozpadu 12,7 h. Jaké množství ze vzorku 5,50 g původně čistého ^{64}Cu se rozpadne během 2,00 h počínajících o 14,0 h později?

36Ú. Radionuklid ^{32}P ($\tau = 14,28$ d) se často používá jako značený izotop pro sledování průběhu biochemických reakcí, kterých se účastní fosfor. (a) Je-li v určitém uspořádání experimentu četnost na počátku 3 500 pulzů/s, po jaké době poklesne na hodnotu 170 pulzů/s? (b) Roztok obsahující ^{32}P přivedeme ke kořenovému systému pokusné rostliny rajčete. O 3,48 dne později změříme aktivity ^{32}P v listu rostliny. Kolikrát je třeba vynásobit změřenou hodnotu, aby se správně započítaly rozpady, ke kterým došlo od začátku pokusu?

37Ú. Zdroj obsahuje dva radionuklidы fosforu ^{32}P ($\tau = 14,3$ d) a ^{33}P ($\tau = 25,3$ d). Na počátku pochází 10,0 % rozpadů od ^{33}P . Jak dlouho musíme počkat, aby jich bylo 90 %?

38Ú. Vzorek 1,00 g samaria emituje 120 α -částic za sekundu. Je to důsledkem rozpadu izotopu ^{147}Sm , jehož přirozený výskyt v samariu je 15,0 %. Spočtěte poločas rozpadu.

39Ú. Poločas α -rozpadu izotopu plutonia ^{239}Pu je 24 100 let. Kolik gramů helia vznikne ze vzorku 12,0 g čistého ^{239}Pu po 20 000 letech? (Uvažujte pouze helium, které vzniká přímo při rozpadu plutonia, nikoli při rozpadu vedlejších produktů reakce.)

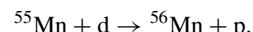
40Ú. Spočtěte hmotnost vzorku (na počátku čistého) ^{40}K s počáteční rychlosťí rozpadu $1,70 \cdot 10^5$ částic $\cdot \text{s}^{-1}$. Izotop má poločas rozpadu $1,28 \cdot 10^9$ y.

41Ú. Jedním z nebezpečí po výbuchu atomové bomby je radioaktivní spad ^{90}Sr , jehož poločas rozpadu je 29 let. Protože chemické vlastnosti stroncia jsou velmi podobné vápníku, může se například, pokud se dostane do potravy krav, hromadit v kravském mléce. Část ^{90}Sr se pak hromadí v kostech lidí, kteří takové mléko pijí. Elektrony o vysoké energii, které vznikají při β -rozpadu ^{90}Sr , poškozují kostní dřeň a tak narušují tvorbu červených krvinek. Výbuch bomby o mohutnosti 1 megatonu produkuje asi 400 g ^{90}Sr . Jestliže se spad rozdělí rovnoměrně po ploše 2 000 km², jak velká plocha v této oblasti bude obsahovat radioaktivitu rovnou povolené hodnotě záteže pro kosti jedné osoby, stanovené na 74 000 impulsů/s?

42Ú. Po krátkém ozařování stříbra neutrony budou přítomny dva izotopy: ^{108}Ag ($\tau = 2,42$ min) s počáteční rychlosťí rozpadu $3,1 \cdot 10^5$ s⁻¹ a ^{110}Ag ($\tau = 24,6$ s) s počáteční rychlosťí rozpadu $4,1 \cdot 10^6$ s⁻¹. Nakreslete semilogaritmický graf celkové rychlosti rozpadu obou izotopů v závislosti na čase v intervalu od $t = 0$ do $t = 10$ min jako na obr. 43.8. Obr. 43.8 jsme použili pro stanovení poločasu rozpadu jednoduchých rozpadů (s jediným izotopem). Budete-li mít k dispozici pouze svůj graf, navrhněte způsob, jak jeho analýzou získat poločasy rozpadu obou izotopů.

43Ú. Určitý radionuklid je vytvářen (např. v cyklotronu) s konstantní rychlosťí R . Nuklid se také rozpadá s rozpadovou konstantou λ . Předpokládejme, že produkce izotopu probíhá po dobu velmi dlouhou ve srovnání s poločasem rozpadu radionuklidu. Ukažte, že počet radioaktivních jader je po této době konstantní a roven $N = R/\lambda$. Ukažte, že tento výsledek nezávisí na počátečním počtu radioaktivních jader. O nuklidu říkáme, že je v *sekulární rovnováze* se svým zdrojem; v tomto stavu je rychlosť rozpadu právě rovna rychlosťi produkce.

44Ú. (Viz úlohu 43.) Radionuklid ^{56}Mn má poločas rozpadu 2,58 h a je vytvářen v cyklotronu ostřelováním manganového terčíku deuterony. Terčík obsahuje pouze stabilní izotop managanu ^{55}Mn a reakce vytvářející ^{56}Mn je



Po ostřelování mnohem delším než 2,58 h je aktivita terče způsobená ^{56}Mn rovna $8,8 \cdot 10^{10}$ s⁻¹. (a) Jakou konstantní rychlosťí R se při ostřelování v cyklotronu vytvářejí jádra ^{56}Mn ? (b) Jakou rychlosťí se rozpadají (také při ostřelování)? (c) Kolik jader ^{56}Mn obsahuje terč na konci ostřelování? (d) Jaká je jejich celková hmotnost?

45Ú. (Viz úlohy 43 a 44.) Zdroj radia obsahuje 1,00 mg ^{226}Ra , které se s poločasem rozpadu 1 600 y přeměňuje na vzácný plyn ^{222}Rn . Tento izotop radonu pak prochází α -rozpadem s poločasem rozpadu 3,82 d. (a) Jaká je rychlosť rozpadu ^{226}Ra ve zdroji? (b) Jak dlouho trvá, než se radon dostane do sekulární rovnováhy se svým radiovým rodičem? (c) S jakou rychlosťí se pak radon rozpadá? (d) Kolik radonu je v rovnováze se svým radiovým rodičem?

ODST. 43.4 Rozpad α

46C. Považujte jádro ^{238}U za složené z α -částice (^4He) a zbytkového jádra (^{234}Th). Nakreslete závislost elektrostatické po-

tenciální energie $E_p(r)$ na vzdálenosti r mezi těmito částicemi. Zvolte přibližně interval $10 \text{ fm} < r < 100 \text{ fm}$ a porovnejte svůj graf s obr. 43.9.

47C. Obecně se hmotnější nuklid rozpadají snadněji při α -rozpadu. Například nejstabilnější izotop ^{238}U má poločas α -rozpadu $4,5 \cdot 10^9 \text{ y}$. Nejstabilnější izotop plutonia ^{244}Pu má poločas rozpadu $8,0 \cdot 10^7 \text{ y}$ a pro curium ^{248}Cm je to $3,4 \cdot 10^5 \text{ y}$. Když se rozpadne polovina původního vzorku ^{238}U , jaké části původních vzorků se zmíněnými izotopy plutonia a curia ještě zbyly?

48Ú. Jádro ^{238}U emituje α -částice s energií $4,196 \text{ MeV}$. Spočtěte energii rozpadu tohoto procesu, započtete-li i energii zpětného rázu zbytkového jádra ^{234}Th .

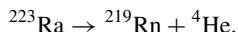
49Ú. Jádro ^{238}U emituje (a) α -částici, nebo (b) postupně neutron, proton, neutron, proton. Vypočtěte v obou případech uvolněnou energii. (c) Přesvědčte se jak rozvahou, tak přímým výpočtem, že rozdíl v obou hodnotách je právě roven vazební energii α -částice. Najděte tu energii. Potřebné hmotnosti atomů a částic jsou:

^{238}U	238,050 79 u	^{234}Th	234,043 63 u
^{237}U	237,048 73 u	^4He	4,002 60 u
^{236}Pa	236,048 91 u	^1H	1,007 83 u
^{235}Pa	235,045 44 u	n	1,008 67 u

50Ú. Za určitých podmínek může jádro emitovat částici hmotnější než α -částice. Takové rozpady jsou velmi řídké a byly pozorovány teprve nedávno. Uvažujte rozpady



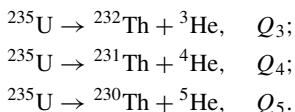
a



(a) Vypočtěte hodnoty Q pro tyto rozpady a ověřte, že jsou oba z energiového hlediska skutečně možné. (b) Výška Coulombovy bariéry pro α -částice při daném rozpadu je $30,0 \text{ MeV}$. Jaká je výška bariéry pro rozpad ^{14}C ? Potřebné atomové hmotnosti jsou

^{223}Ra	223,018 50 u	^{14}C	14,003 24 u
^{209}Pb	209,981 07 u	^4He	4,002 60 u
^{219}Rn	219,009 48 u		

51Ú. Těžké radionuklidu emisí α -částice a nikoli jiné kombinace nukleonů, poněvadž α -částice má velmi stabilní, pevně vázanou strukturu. Ověřte toto tvrzení porovnáním energie rozpadu několika hypotetických reakcí a diskutujte smysl nalezeného výsledku:



Potřebné atomové hmotnosti jsou:

^{232}Th	232,038 1 u	^3He	3,016 0 u
^{231}Th	231,036 3 u	^4He	4,002 6 u
^{230}Th	230,033 1 u	^5He	5,012 2 u
^{235}U	235,043 9 u		

ODST. 43.5 Rozpad β

52C. Stabilní nuklid pohltil neutron a poté emitoval elektron. Nový nuklid se spontánně rozpadl na dvě α -částice. Určete, o jaký nuklid se jedná.

53C. Izotop cesia ^{137}Cs je obsažen ve spadu po nadzemních výbušných jaderných bomb. Představuje hrozbu pro životní prostředí, protože se jen pomalu rozpadá (poločas rozpadu $30,2 \text{ y}$) na ^{137}Ba a uvolňuje přitom značné množství energie. Atomové hmotnosti Cs a Ba jsou $136,907 \text{ 1 u}$ a $136,905 8 \text{ u}$; spočtěte celkovou energii uvolněnou při uvedeném rozpadu.

54C. Radioaktivní nuklid o velké hmotnosti, které prochází rozpadem α nebo β , patří do jedné ze čtyř rozpadových řad podle toho, má-li jejich hmotnostní číslo tvar $4n$, $4n+1$, $4n+2$, $4n+3$, kde n je přirozené číslo. (a) Zdůvodněte toto tvrzení a ukažte, že pokud nuklid patří do nějaké rozpadové řady, patří do ní i všechny produkty rozpadu. (b) Určete, do které rozpadové řady patří nuklid: ^{235}U , ^{236}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{245}Cm , ^{246}Cm , ^{249}Cf a ^{253}Fm .

55C. Rozpad volného neutronu popisuje rov. (43.12). Jaká je maximální hodnota kinetické energie $E_{k,\max}$ v energiovém spektru elektronů, je-li rozdíl hmotností neutronu a vodíkového atomu $840 \mu\text{u}$.

56C. Elektron je emitován středně hmotným nuklidem (například s $A = 150$) s kinetickou energií $1,0 \text{ MeV}$. (a) Jaká je de Broglieho vlnová délka elektronu? (b) Spočtěte poloměr nuklidu. (c) Může být elektron zachycen jako stojatá vlna v „krabici“ takového rozměru? (d) Můžete použít získané číselné výsledky k vyvrácení představy (dávno opuštěné), že elektrony skutečně v jádře existovaly?

57Ú. Některé nuklidu se rozpadají při záchytu elektronu z vlastního atomu, například elektronu K -slupky. Příklad je



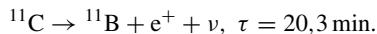
Ukažte, že energie reakce Q je dána vztahem

$$Q = (m_V - m_{\text{Ti}})c^2 - E_K,$$

kde m_V a m_{Ti} jsou atomové hmotnosti ^{49}V a ^{49}Ti a E_K je vazební energie K -elektronu vanadu. (*Tip:* Použijte příslušné jaderné hmotnosti \mathbf{m}_V a \mathbf{m}_{Ti} a postupujte stejně jako v př. 43.7.)

58Ú. Spočtěte energii rozpadu Q pro záchyt K -elektronu vanadu ^{49}V , který je popsán v úloze 57. Potřebné hodnoty jsou $m_V = 48,948 52 \text{ u}$, $m_{\text{Ti}} = 48,947 87 \text{ u}$ a $E_K = 5,47 \text{ keV}$.

59Ú. Radionuklid ^{11}C se rozpadá podle schématu



Maximální energie emitovaných pozitronů je 0,969 MeV.

(a) Ukažte, že energie rozpadu u této reakce je

$$Q = (m_C - m_B - 2m_e)c^2,$$

kde m_C a m_B jsou atomové hmotnosti ^{11}C a ^{11}B a m_e je hmotnost pozitronu. (b) Vypočtěte Q a porovnejte výsledek s výše uvedenou hodnotou maximální energie emitovaného pozitronu. Potřebné hodnoty jsou $m_C = 11,011\,434 \text{ u}$, $m_B = 11,009\,305 \text{ u}$ a $m_e = 0,000\,548\,6 \text{ u}$. (Tip: Užívejte jaderné hmotnosti m_C a m_B a postupujte jako v př. 43.7 pro β -rozpad. Povšimněte si, že rozpad s emisí pozitronu je výjimkou z pravidla, že při dosazení atomových hmotností se při výpočtech jaderných rozpadů elektronové hmotnosti automaticky vyruší; proc?)

60Ú. Radioaktivní ^{238}U a ^{232}Th nestabilní vzhledem k α -rozpadu a ^{40}K nestabilní vzhledem k β -rozpadu jsou natolik hojně zastoupeny v žule, že mohou energií uvolněnou při rozpadech významně přispět k zahřívání Země. Izotopy procházející α -rozpadem mají rozpadové řady ukončeny stabilními izotopy olova. Izotop ^{40}K prochází jediným β -rozpadem. Potřebné informace jsou v následující tabulce:

RODIČ	POLOČAS ROZPADU (y)	KONEC RADY	Q (MeV)	f (10^{-6})
^{238}U	α $4,47 \cdot 10^9$	^{206}Pb	51,7	4
^{232}Th	α $1,41 \cdot 10^{10}$	^{208}Pb	42,7	13
^{40}K	β $1,28 \cdot 10^9$	^{40}Ca	1,31	4

V tabulce uvedená hodnota Q je celková energie uvolněná při rozpadu jednoho rodičovského jádra na stabilní izotop na konci rozpadové řady a f je výskyt izotopu v kilogramech na jeden kilogram žuly. (a) Ukažte, že energie uvolněná uvedenými izotopy představuje tepelný výkon $1,0 \cdot 10^{-9} \text{ W}$ z každého kilogramu žuly. (b) Za předpokladu, že ve 20 km silně kulové slupce na povrchu Země je $2,7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ žuly, odhadněte celkový výkon těchto rozpadových reakcí. Srovnajte výsledek s celkovým výkonem $1,7 \cdot 10^{17} \text{ W}$, který přijímá Země ze Slunce.

61Ú*. Radionuklid ^{32}P se rozpadá na ^{32}S podle rov. (43.10). V daném rozpadu je emitován elektron s maximální možnou hodnotou energie 1,71 MeV. Jaká je přitom kinetická energie zpětného rázu atomu ^{32}S ? (Tip: Pro elektron je třeba použít relativistické vyjádření kinetické energie a hybnosti. Pro pomalý atom ^{32}S stačí naopak použít výrazy Newtonovy mechaniky.)

ODST. 43.6 Radioaktivní datování

62C. ^{238}U se rozpadá na ^{206}Pb s poločasem rozpadu $4,47 \cdot 10^9 \text{ y}$. Ačkoli rozpad probíhá v mnoha krocích, první krok má zdaleka nejdélší poločas rozpadu; proto můžeme zjednodušit popis jako přímý rozpad uranu na olovo, tedy



Při analýze vzorku horniny bylo zjištěno, že obsahuje 4,20 mg ^{238}U a 2,135 mg ^{206}Pb . Předpokládejme, že při utváření neobsahovala hornina žádné olovo, takže všechno přítomné olovo pochází z rozpadu uranu. (a) Kolik atomů ^{238}U a ^{206}Pb vzorek nyní obsahuje? (b) Kolik atomů ^{238}U obsahoval vzorek v době, kdy se hornina utvářela? (c) Jaké je stáří vzorku?

63C. 5,00 g dřevěného uhlí z dávného ohniště má aktivitu ^{14}C 63,0 rozpadů za minutu. Živý strom má aktivitu ^{14}C 15,3 rozpadů za minutu z 1,00 gramu. Poločas rozpadu ^{14}C je 5 730 let. Jak starý je vzorek dřevěného uhlí?

64Ú. Stáří určité horniny se předpokládá 260 milionů let. Jestliže vzorek obsahuje 3,70 mg ^{238}U , kolik by měl obsahovat ^{206}Pb ? Viz cvič. 62.

65Ú. Vzorek horniny získaný hluboko pod zemí obsahuje 0,86 mg ^{238}U , 0,15 mg ^{206}Pb a 1,6 mg ^{40}Ar . Kolik bude pravděpodobně obsahovat ^{40}K ? Potřebné poločasy rozpadu jsou uvedeny v úloze 60.

ODST. 43.7 Měření radiační dávky

66C. Geigerův čítač zaznamenal 8 700 pulzů za minutu. Spočtěte aktivitu zdroje v jednotkách becquerel a curie za předpokladu, že čítač zaznamenal všechny rozpady.

67C. Při léčbě rakoviny se užívá nuklid ^{198}Au s poločasem rozpadu 2,70 d. Jaká celková hmotnost tohoto nuklidu je potřeba k dosažení aktivity 250 Ci?

68C. Pilot dopravního letadla stráví v průměru 20 h týdně ve výšce 11 km, kde kosmické záření je ekvivalentní dávce $7,0 \mu\text{Sv}/\text{h}$. Jaká je roční (52 týdnů) ekvivalentní dávka z tohoto zdroje? Poznamenejme, že maximální přípustná roční ekvivalentní dávka (ze všech možných zdrojů) je pro obyvatelstvo 5 mSv, pro pracující s radiací pak 50 mSv.

69C. Osoba vážící 75 kg je ozářena po celém těle radiační dávkou $2,4 \cdot 10^{-4} \text{ Gy}$ způsobenou α -částicemi, jejichž RBE faktor je 12. Spočtěte (a) pohlcenou energii v joulech a (b) ekvivalentní dávku v jednotkách sievert a rem.

70Ú. Typická ekvivalentní dávka při rentgenovém vyšetření hrudníku je 250 μSv , přitom rentgenové záření má RBE faktor 0,85. Za předpokladu, že zasažená tkáň je polovina z váhy 88 kg pacienta, spočtěte pohlcenou energii v joulech.

71Ú. Pracovník u rychlého reaktoru vážící 85 kg náhodně polkne 2,5 mg prachu ^{239}Pu . ^{239}Pu prochází α -rozpadem a má poločas rozpadu 24 100 y. Energie emitovaných α -častic je 5,2 MeV a RBE faktor je 13. Předpokládejme, že plutonium se nachází v pracovníkově těle po 12 h a že 95 % emitovaných α -častic je v jeho těle pohlceno. Vypočtěte (a) počet polknutých atomů plutonia, (b) počet atomů, které se rozpadnou během 12 h, (c) energii pohlcenou v těle, (d) výslednou pohlcenou dávku (v jednotce gray) a (e) ekvivalentní dávku (v jednotce sievert).

ODST. 43.8 Jaderné modely

72C. Přechodně vytvořené jádro se při jisté jaderné reakci rozpadá po 10^{-22} s . (a) Jaká je neurčitost ΔE v našem popisu tohoto

přechodného stavu? (b) Můžeme tento stav nazvat složeným jádrem? (Př. 43.10.)

73C. Typická hodnota kinetické energie nukleonu ve středně hmotném jádře je 5,00 MeV. Jaké efektivní jaderné teplotě to odpovídá v kolektivním modelu jaderné struktury?

74C. V následujícím seznamu nuklidů najděte (a) nuklidy se zaplněnými nukleonovými slupkami, (b) nuklidy s jedním nukleonom vně zaplněné slupky a (c) nuklidy s jedním volným místem v jinak zaplněné slupce: ^{13}C , ^{18}O , ^{40}K , ^{49}Ti , ^{60}Ni , ^{91}Zr , ^{92}Mo , ^{121}Sb , ^{143}Nd , ^{144}Sm , ^{205}Tl a ^{207}Pb .

75Ú. Uvažujte tři způsoby vytváření složeného jádra ^{20}Ne z obr. 43.13. Jakou energii musí mít (a) α -částice, (b) proton a (c) foton γ -záření, aby se zajistila excitační energie 25 MeV potřebná pro složené jádro? Potřebné hmotnosti atomů a častic jsou:

^{20}Ne	19,992 44 u	α	4,002 60 u
^{19}F	18,998 40 u	p	1,007 83 u
^{16}O	15,994 91 u		

76Ú. Uvažujte tři způsoby rozpadu složeného jádra ^{20}Ne z obr. 43.13. Jestliže je složené jádro na počátku v klidu a má excitační energii 25,0 MeV, jakou kinetickou energii naměříme u (a) deuteronu, (b) neutronu a (c) nuklidu ^3He po rozpadu jádra? Potřebné hmotnosti atomů a častic jsou:

^{20}Ne	19,992 44 u	d	2,014 10 u
^{19}Ne	19,001 88 u	n	1,008 67 u
^{18}F	18,000 94 u	^3He	3,016 03 u
^{17}O	16,999 13 u		

77Ú. Nuklid ^{208}Pb je dvojnásobně magický, protože jak protonové číslo $Z = 82$, tak neutronové číslo $N = 126$ odpovídá zaplněným nukleonovým slupkám. Přidání dalšího protonu vede k ^{209}Bi , přidání dalšího neutronu k ^{209}Pb . Tyto dodatečné nukleony je možno oddělit snadněji než proton či neutron z uzavřených slupek ^{208}Pb . (a) Vypočtěte energii potřebnou k oddělení protonu z ^{209}Bi a srovnejte výsledek s energií potřebnou pro oddělení protonu ze zaplněné slupky ^{208}Pb . (b) Vypočtěte energii potřebnou k oddělení neutronu z ^{209}Pb a srovnejte výsledek s energií potřebnou pro oddělení neutronu ze zaplněné slupky ^{208}Pb . Souhlasí získané výsledky s očekáváním? Při výpočtu užijte následující hodnoty:

NUKLID	Z	N	ATOMOVÁ
			HOMOTNOST (u)
^{209}Bi	82 + 1	126	208,980 4
^{208}Pb	82	126	207,976 7
^{207}Tl	82 - 1	126	206,977 4
^{209}Pb	82	126 + 1	208,981 1
^{207}Pb	82	126 - 1	206,975 9

Hmotnost protonu je 1,007 83 u a hmotnost neutronu 1,008 67 u.

78Ú. Jádro ^{91}Zr ($Z = 40$, $N = 51$) má jediný neutron vně zaplněného vnitřního jádra s 50 neutrony. Protože 50 je magické

číslo, měl by být tento neutron vazán v jádře jen velmi volně. (a) Jakou má vazební energii? (b) Jakou má vazební energii další neutron, který musí být oddělen ze zaplněné slupky? (c) Jaká je vazební energie na jeden nukleon pro celé jádro? Porovnejte tyto tři hodnoty a objasňte výsledek. Potřebné atomové hmotnosti a hmotnosti častic jsou:

^{91}Zr	90,905 64 u	n	1,008 67 u
^{90}Zr	89,904 71 u	p	1,007 83 u
^{89}Zr	88,908 90 u		

79Ú. Vypočtěte (a) energii potřebnou pro oddělení protonu z jádra ^{121}Sb a (b) energii potřebnou pro oddělení protonu ze vzniklého jádra ^{120}Sn . Potřebné atomové hmotnosti jsou:

^{121}Sb	120,903 8 u
^{120}Sn	119,902 2 u
^{119}In	118,905 8 u

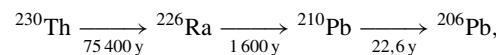
PROBLÉM

80. Po skončení 2. světové války uvěznily nizozemské úřady holandského umělce Hanse van Meegerena za velezradu, protože během války prodal mistrovské malířské dílo nechvalně známému nacistovi Hermannu Göringovi. Obraz *Kristus a jeho učedníci* v *Emauzích* od holandského mistra Jana Vermeera (1632–1675) objevil van Meegeren v roce 1937, po téměř 300 letech. Brzy po objevu prohlásila řada expertů *Emauzy* za možná nejlepší Vermeerovo dílo vůbec. Prodej tohoto holandského národního pokladu nepříteli byl nemyslitelný zločin.

Brzo po svém uvěznění však van Meegeren prohlásil, že autorem obrazu není Vermeer, ale on sám. Tvrdil, že pečlivě napodobil Vermeerův styl, použil 300 let staré plátno a Vermeerův výběr barev; potom přidělal na obraz Vermeerovu signaturu a obraz vypěkal tak, aby získal autentický vzhled starého díla.

Lhal van Meegeren proto, aby se vyhnul odsouzení za velezradu a byl potrestán jen za menší zločin — podvod? Pro odborníky vypadaly *Emauzy* jako pravý Vermeer, ale v době soudu s van Meegerenem v roce 1947 neexistoval vědecky exaktní způsob, jak tuto otázku zodpovědět. V roce 1968 byl ale schopen Bernard Keisch z Carnegie-Mellon University najít odpověď pomocí nově vyvinutých metod radioaktivní analýzy.

Keisch analyzoval malý vzorek bílé barvy z *Emauz* obsahující olovo. Pigment se získává z olovnaté rudy, ve které se olovo vytváří dlouhou řadou radioaktivních rozpadů, která začíná nestabilním izotopem ^{238}U a končí stabilním izotopem ^{206}Pb . Abychom sledovali hlavní myšlenku Keischovy analýzy, soustředíme se na následující zkrácenou část rozpadové řady



ve které jsou vynechány mezigenerace tvořené krátce žijícimi radionuklidy. Jsou uvedeny všechny důležité dlouhé poločasy

rozpadu. (a) Ukažte, že v jednotkovém vzorku olověné rudy je rychlosť, se ktorou se mění počet jader ^{210}Pb , dána vztahem

$$\frac{dN_{210}}{dt} = \lambda_{226} N_{226} - \lambda_{210} N_{210},$$

kde N_{210} a N_{226} jsou počty jader ^{210}Pb a ^{226}Ra v jednotkovém vzorku a λ_{210} a λ_{226} odpovídající rozpadové konstanty.

Protože rozpadová řada probíhá po miliardy let a protože poločas rozpadu ^{210}Pb je mnohem kratší než poločas rozpadu ^{226}Ra , jsou nuklidы ^{226}Ra a ^{210}Pb v rovnováze; tj. jejich počty (koncentrace) ve vzorku se nemění. (b) Jaký je podíl aktivit R_{226}/R_{210} těchto nuklidů v jednotkovém vzorku olověné rudy? (c) Jaký je poměr počtu jader N_{226}/N_{210} ?

Když se z rudy získává olověná barva, odstraní se většina ^{226}Ra . Předpokládejme, že zůstane jen 1,00 % původního množství. Jaké jsou hodnoty podílů (d) R_{226}/R_{210} a (e) N_{226}/N_{210} hned poté, co byla barva vyrobena?

Keisch si uvědomil, že v průběhu času se bude podíl R_{226}/R_{210} postupně měnit z hodnoty, která odpovídá čerstvě vyrobené olověné barvě, zpět na hodnotu, která odpovídá olověné rudě, až se v barvě opět ustaví rovnováha mezi ^{210}Pb a zbytkovým ^{226}Ra . Jestliže *Emauzy* namaloval Vermeer, byl vzorek barvy studovaný v roce 1968 starý 300 let a poměr bude blízký odpovědi (b). Jestliže *Emauzy* namaloval van Meegeren ve třicátých letech a vzorek byl tedy starý pouhých 30 let, bude poměr blízký odpovědi (d). Keisch zjistil hodnotu $R_{226}/R_{210} = 0,09$. (f) Jsou *Emauzy* Vermeerovým dílem?