

Inlämningsuppgift 2-1045

Oskar Philipsson

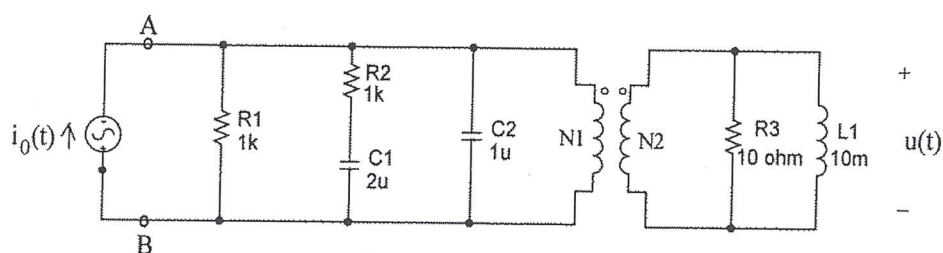
17 oktober 2019

1 Intro

1.1 Uppgift

INLÄMNINGSUPPGIFT 2-1045

- a) Beräkna spänningen $u(t)$.
- b) Beräkna den aktiva och den reaktiva effekt som erhålls i belastningen R3-L1.
- c) Antag nu att R1 och C2 är variabla och bestäm R1 och C2 så att effektutvecklingen i enporten A-B blir maximal.

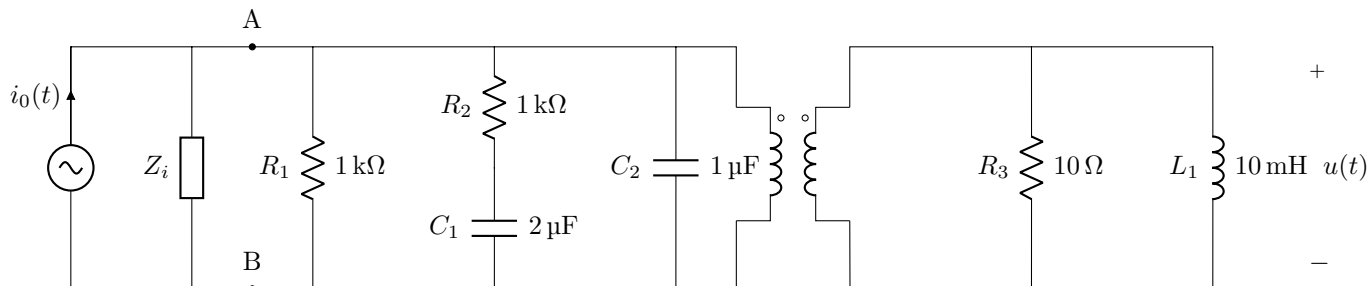


$$i_0(t) = 10\sin(1000t) \text{ (mA)} \quad 1\mu = 1 \text{ mikrofaraad}$$

$$\text{Källans inre impedans är } Z_i = 100e^{j\pi/4} \text{ (ohm)}$$

Transformatorn är ideal med omsättningsförhållandet $N_1/N_2=10$.

1.2 Avritat kretsschema



Figur 1: Avritat kretsschema

1.3 Symbolförklaringar

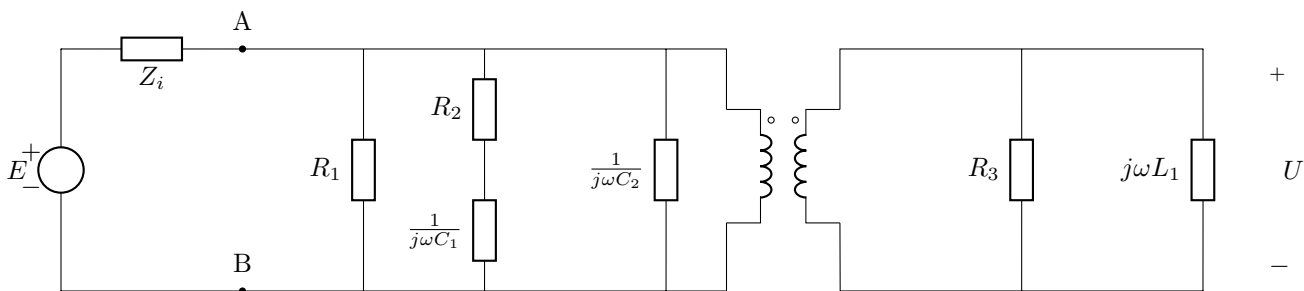
Tabell 1: Beteckningar

Resistans R		Sinusformad spänningskälla $u(t)$	
Kapacitans C		Sinusformad strömkälla $i(t)$	
Induktans L		Komplex spänningskälla U	
Impedans Z			
Jord			

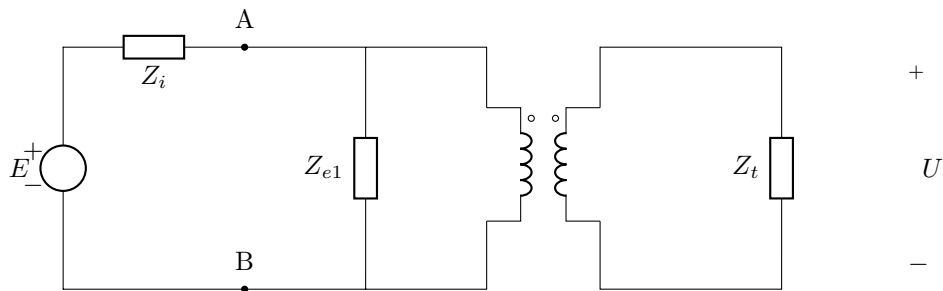
Alla komponenter antas vara ideala. Komponenternas värden står tydligt utmarkerade vid respektive komponent med dess värde på andra sidan komponenten. All beräkning skedde genom ett matlab-script, var vid jag inte explicit räknar ut något annat än svaren.

2 Deluppgift a

Jag börjar med att ersätta strömkällan och dess inre resistans med en spänningskälla och den inre resistansen i serie. Detta får jag göra då de båda delkretsarna är antingen en Nortonekvivalent eller en Theveninekvivalent, vilket gör att kretsarna blir ekvivalenta. Sedan skriver jag om allt till komplex form och använder $j\omega$ -metoden. Den omtalade spänningskällan får då värdet $E = Z_i I = 100e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot 0.01 = e^{j\frac{\pi}{4}} V$. Detta illustreras i figur 2.



Figur 2: Komplex kopplingsschema



Figur 3: Förenklat komplext schema

Sedan förenklar kretsen till figur 3.

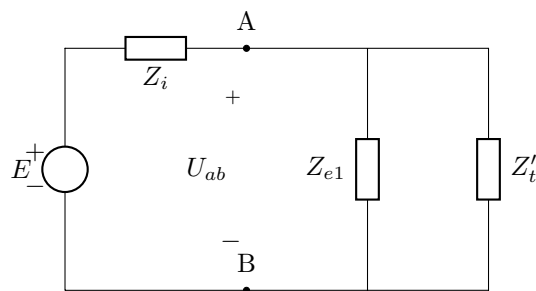
Detta ger

$$Z_{e1} = R_1 // (R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}) // \frac{1}{j\omega C_2} \Rightarrow Z_{e1} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{(R_2 + \frac{1}{j\omega C_1})} + j\omega C_2)^{-1} \quad (1)$$

och

$$Z_t = (\frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega L_1})^{-1} \quad (2)$$

Transformatorn och Z_t kan ersättas enligt följande. $Z'_t = (\frac{N_1}{N_2})^2 Z_t$. Se figur 4.



Figur 4: Förenkling utan transformator

Nu ersätts $Z_{e1} // Z'_t$ med $Z_{e2} = \frac{Z_{e1} Z'_t}{Z_{e1} + Z'_t}$.
Spänningen U_{ab} får genom spänningsdelning.

$$U_{ab} = \frac{Z_{e2} E}{Z_{e2} + Z_i} \quad (3)$$

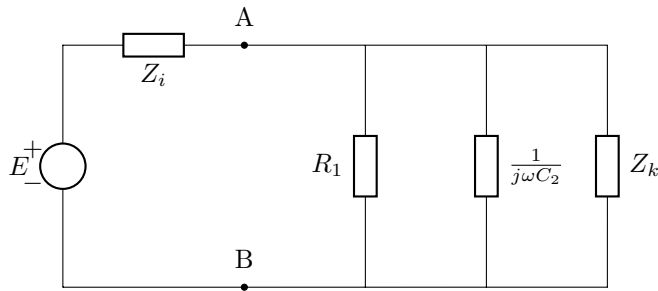
Spänningen U fås genom spänningsformel för ideal transformator som i detta fallet är $\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow U = \frac{U_{ab}}{\frac{N_1}{N_2}}$. För $u(t) = A \sin 1000t + \phi$ är A beloppet av U och $\phi = \arg U$.

3 Deluppgift b

Reaktiv effekt fås allmänt enligt $Q = XI_e^2$ och aktiv effekt enligt $P = RI_e^2$. I detta fall är $I_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{U}{Z_t} \right|$, $R = \text{Re}(Z_t)$ och $X = \text{Im}(Z_t)$. Detta ger $Q = 3.52 \cdot 10^{-4} \Omega$ och $P = 3.52 \cdot 10^{-4} \Omega$.

4 Deluppgift c

Maximal effektutveckling erhålls då $z_{e2} = Z_i^*$ (konjugatet av Z_i) om yttre resistans och reaktans kan varieras fritt, vilket är fallet denna gång.



Enligt ovanstående krets blir totala yttre resistansen $\frac{1}{Z_i^*} = \frac{1}{R_1} + j\omega C_2 + \frac{1}{Z_k}$ med

$$\frac{1}{Z_k} = \frac{1}{Z_i^*} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} \quad (4)$$

Om två komplexa tal ska vara lika med varandra måste realdelarna, respektive imaginärdelarna vara lika med varandra. Detta ger följande ekvationer.

$$\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z_i^*}\right) = \frac{1}{R_1} + \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Z_k}\right) \quad (5)$$

$$\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z_i^*}\right) = \omega C_2 + \operatorname{Im}\left(\frac{1}{Z_k}\right) \quad (6)$$

Vilket ger

$$R_1 = 1.897 \cdot 10^2 \Omega \quad (7)$$

$$C_2 = 7.671 \cdot 10^{-6} \text{F} \quad (8)$$

5 Svar

a) $u(t) = 83.9 \sin(1000t + 0.594) \text{mV}$

b) $Q = 0.352 \text{mVAr}$, $P = 0.352 \text{mW}$

c) $R_1 = 189.7 \Omega$, $C_2 = 7.671 \mu\text{F}$

6 Matlab-script

Följande script använde jag för att lösa uppgiften.

Listing 1: Beräkning av alla storheter i matlab.

```

1 clear
2 r1 = 1000;
3 r2 = 1000;
4 r3 = 10;
5 c1 = 2 * 1e-6;
6 c2 = 1 * 1e-6;
7 l1 = 10 * 1e-3;
8 n1n2 = 10;
9 omega = 1000;
10 I0 = 10e-3;
11 zi = 100*exp(i*(pi/4));
12
13 U0 = zi * I0;
14 Ae1 = 1/r1 + 1/(r2 + 1/(i*omega*c1)) + i * omega * c2;
15 At = 1/r3 + 1/(i * omega * l1);
16

```

```

17 ze1 = 1 / Ae1;
18 zt = 1/ At ;
19 ZT = zt;
20
21 z_prim_t = (n1n2 ^ 2 ) * zt;
22
23 z_e2 = (ze1 * z_prim_t) / (ze1 + z_prim_t);
24
25 u_ab = (z_e2*U0) / (z_e2 + zi);
26 U_ab = u_ab;
27
28 U = u_ab / n1n2;
29
30 disp("U = ");
31 disp(U);
32 %-----
33
34 Ie = abs(U/zt)/sqrt(2);
35
36 Q = imag(zt) * Ie ^ 2;
37 P = real(zt) * Ie ^ 2;
38
39 disp("Q = ");
40 disp(Q);
41 disp("P = ");
42 disp(P);
43
44 %-----
45
46 A_prim_i = 1 / (zi');
47
48 Ak = 1 / z_prim_t + 1 / (r2 + 1 / (i * omega * c1));
49 R1 = 1 / (real(A_prim_i) - real(Ak));
50 C2 = (imag(A_prim_i) - imag(Ak)) / (omega);
51
52 disp("R1 = ");
53 disp(R1);
54 disp("C2 = ");
55 disp(C2);
56 %-----

```