Informe de Laboratorio

Tema: Oscilador con Resistencia Negativa

Cátedra: Teoría de Circuitos II

Año: 2019

Docentes: Ing. Costa, *Nicolás.* Aux. Consiglio, *Dante*

Alumnos: Rodriguez, *Ana Victoria.* Ulloa, *Daniel Alejandro*

Fecha de Entrega: 11/09/2019

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PATAGONIA
SAN JUAN BOSCO

Índice

1. Introducción **2**

2. Objetivos **3**

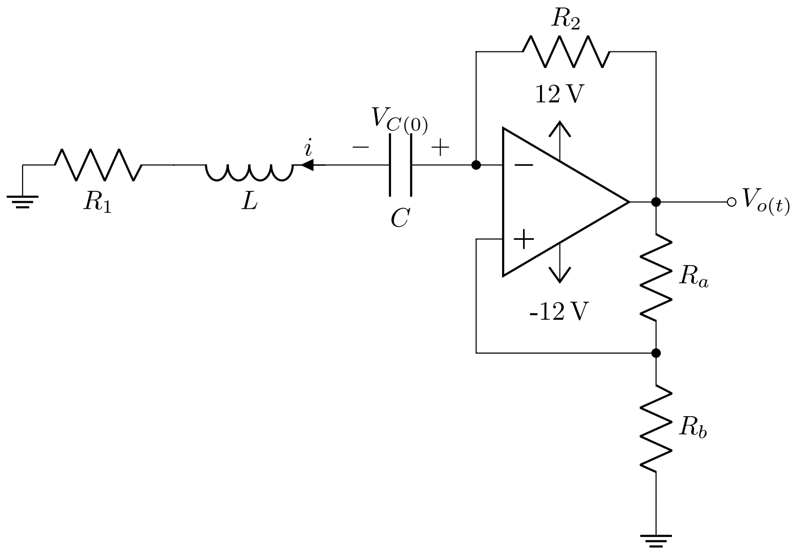
3. Modelado Matemático **3**

4. Respuesta Temporal **5**

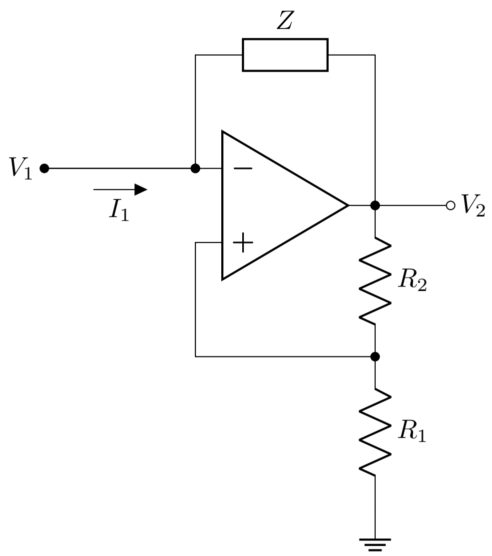
5. Barrido Paramétrico **7**

6. Conclusión **8**

1. Introducción

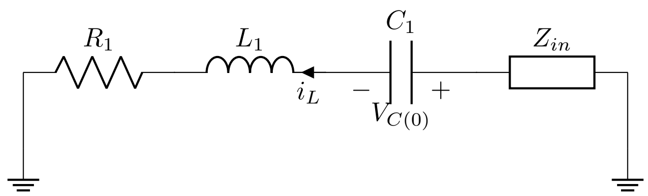


El sistema de la figura lleva el nombre de oscilador con resistencia negativa, por inspección, se puede observar que el circuito es una configuración RLC serie acompañada de un Conversor de Impedancias Negativas:



La impedancia de entrada de este circuito es $Z_{in} = V_1/I_1$.

Si las resistencias R_1 y R_2 son iguales entonces la impedancia $Z_{in} = -Z$. Por lo tanto se puede representar el circuito de la siguiente manera:



Esta impedancia negativa Z_{in} compensa las pérdidas de energía en la resistencia R_1 y como consecuencia el circuito se comporta como un oscilador.

El circuito RLC junto al conversor de impedancia negativas conforman un sistema de segundo orden. El modelo teórico de la función de transferencia se muestra a continuación:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s^2\tau^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

En los sistemas de segundo orden existen tres parámetros a considerar:

- K: ganancia estática
- ξ: factor de amortiguamiento
- $1/\tau$: frecuencia natural no amortiguada

La posición de los polos está determinada por el factor de amortiguamiento, ξ.

$$p_{1,2} = \frac{1}{\tau}\left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)$$

Para obtener la característica de un oscilador los polos deben ser imaginarios puros, por lo tanto ξ debe ser nula.

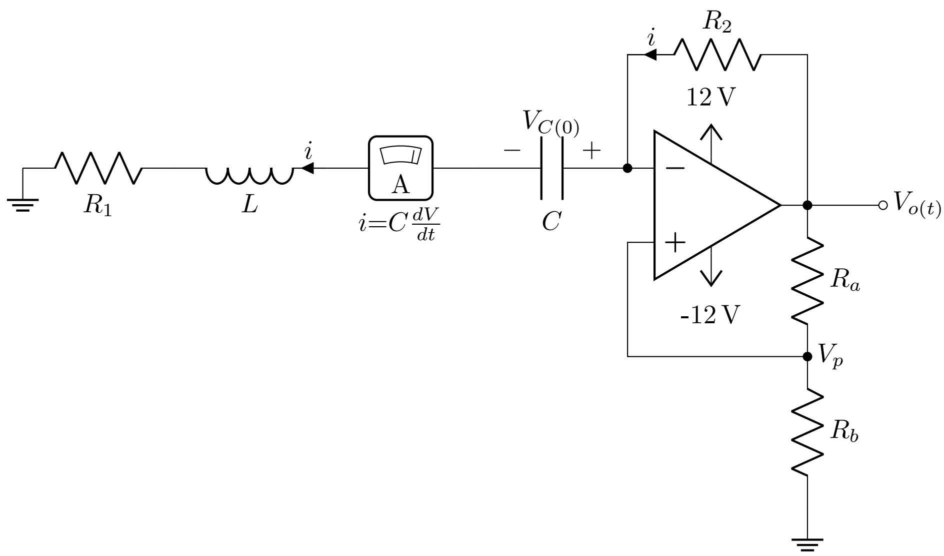
2. Objetivos

- Modelar e interpretar el Circuito
- Obtener la respuesta temporal de la tensión de salida y graficarla en Mathematica
- Realizar un barrido paramétrico sobre la resistencia R_B y observar las diferentes respuestas.

3. Modelado Matemático

Para modelar el circuito se tuvieron en cuenta algunas consideraciones

- El amplificador operacional es ideal
- La tensión inicial en el capacitor es $V_{C(0)}$
- La corriente del capacitor se expresará de forma diferencial
- La entrada del sistema es la tensión inicial del capacitor
- La salida del sistema es la tensión a la salida del Amplificador Operacional



Para la primera ecuación se analizó el nodo V_n, en donde se tiene que:

$$i(t) = i_{R2}(t)$$

Expresando las corrientes de forma diferencial

$$i(t) = C\frac{dV_c(t)}{dt}$$
$$i_{R2}(t) = \frac{V_o(t) - V_n(t)}{R_2}$$
$$V_p(t) = \frac{R_b V_o(t)}{R_a + R_b}$$

Donde las tensiones $V_n(t)$ y $V_p(t)$ son iguales al considerar que el amplificador operacional es ideal.

De esta manera se obtiene la primera ecuación de nuestro sistema, a la cual se le aplicó la transformada de Laplace.

$$C(sV_c(s) - V_c(t)) - \frac{R_a V_o(s)}{R_2 R_a + R_2 R_b} = 0 \tag{1}$$

Para la segunda ecuación se analizó la malla que contiene a los componentes $R_1,\ R_2,\ C,\ L$ y $V_o(s)$

$$V_o(t) = \ V_C(t) + V_L(t) + V_r(t)$$
$$V_o(t) = LC\frac{dV_c^2(t)}{dt^2} + C(R_1 + R_2)\frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t)$$

Nuevamente se aplico la transformada de Laplace, obtiendo la segunda ecuación

$$V_c(s) - V_o(s) + C(R_1 + R_2)(sV_c(s) - v_0(t)) + LC(s^2 V_c(s) - sv_0(t)) = 0 \tag{2}$$

Con estas dos ecuaciones es posible obtener las tensiones de salida y entrada del sistema y su función de transferencia

$$H(s) = \frac{CR_2(R_a + R_b)}{sR_a C(s\mathrm{L} + R_1 + 2R_2) - s\mathrm{C}R_2 R_b - R_a}$$

Reordenando la función de transferencia

$$H(s) = -\frac{\frac{CR_2 * (R_a + R_b)}{R_a}}{(LC)s^2 - (CR_1 - \frac{CR_2 R_b}{R_a})s + 1}$$

Comparando la función de transferencia obtenida con la función del modelo teórico se determinaron los parámetros ξ, τ y K

$$K = -\frac{CR_2(R_a + R_b)}{R_a}$$
$$\tau = \sqrt{LC}$$
$$\xi = \frac{-CR_1 + \frac{CR_2 R_b}{R_a}}{2\sqrt{LC}}$$

Un coeficiente de amortiguamiento nulo implica que la resistencia R_1 debe ser igual a la impedancia vista desde el circuito RLC.

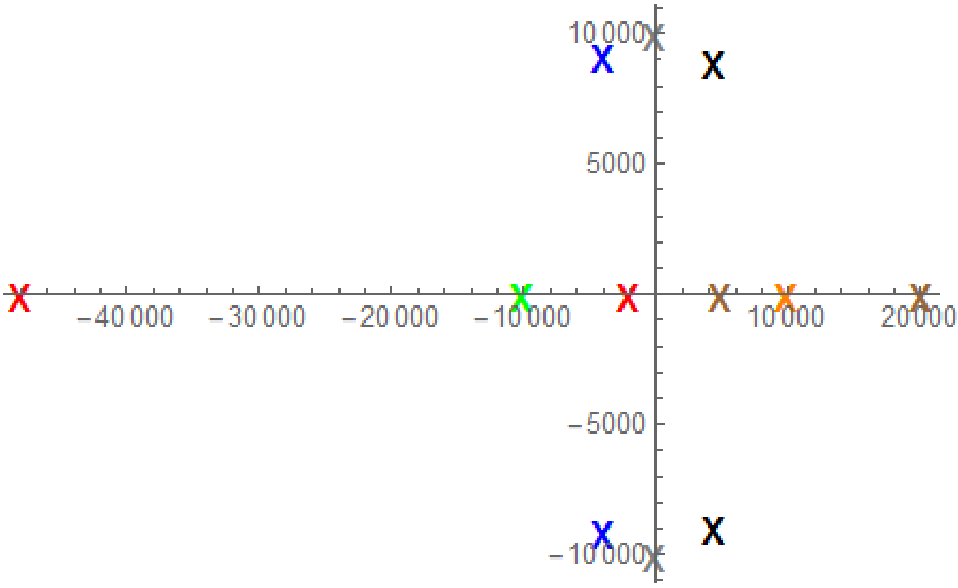
$$\xi = 0$$
$$R_1 = \frac{R_2 R_b}{R_a}$$
$$H(s) = -\frac{\frac{R_2 C(R_a + R_b)}{R_a}}{(LCs^2 + 1)}$$

Por último se verificó que los polos están ubicados en el eje imaginario, lo cual cumple con la característica de un oscilador.

$$p_{1,2} = i\frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}}, -i\frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}}$$

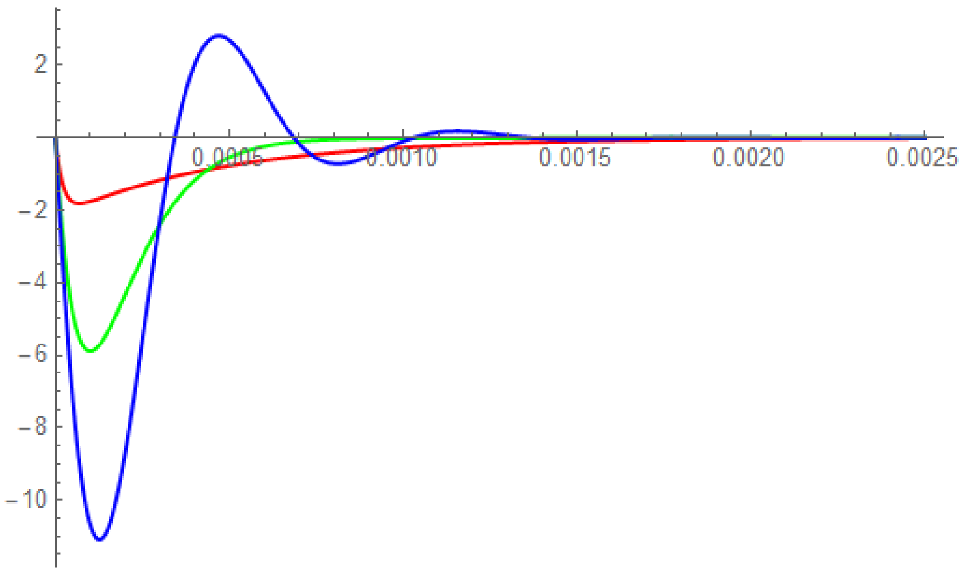
4. Respuesta Temporal

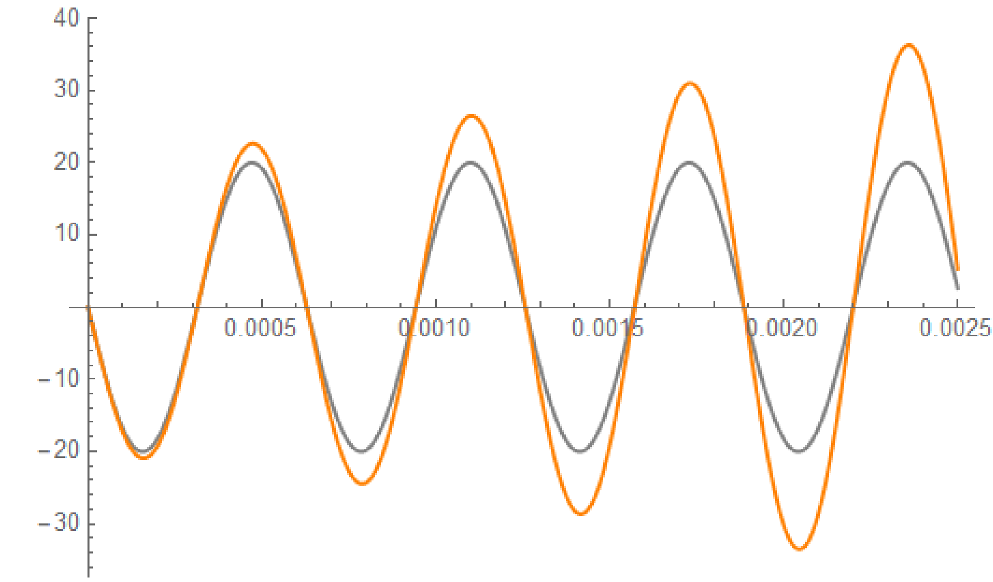
Como vimos anteriormente el valor de ξ determina la ubicación de los polos. Como se fijaron los valores de R_1,R_a,R_b,L y C, el componente que determina la respuesta del sistema es R_2.

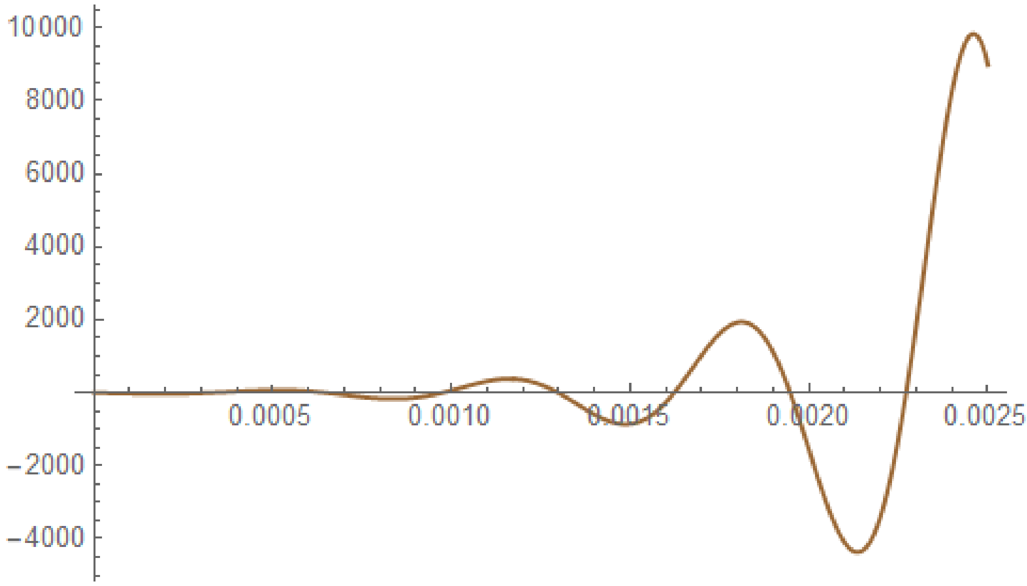


Color	R_2	Tipo de Respuesta
Rojo	500	Criticamente Amortiguada
Verde	800	Subamortiguada
Azul	920	Sobreamortiguada
Gris	1000	Oscilatoria
Negro	1005	Inestable
Naranja	1200	Inestable
Marrón	1250	Inestable

Dados los valores de la tabla para R_2 se graficaron las respuestas temporales



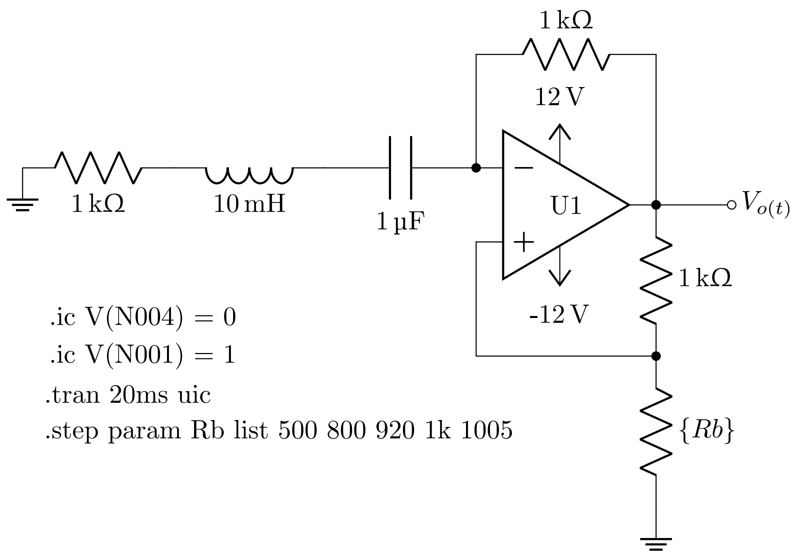




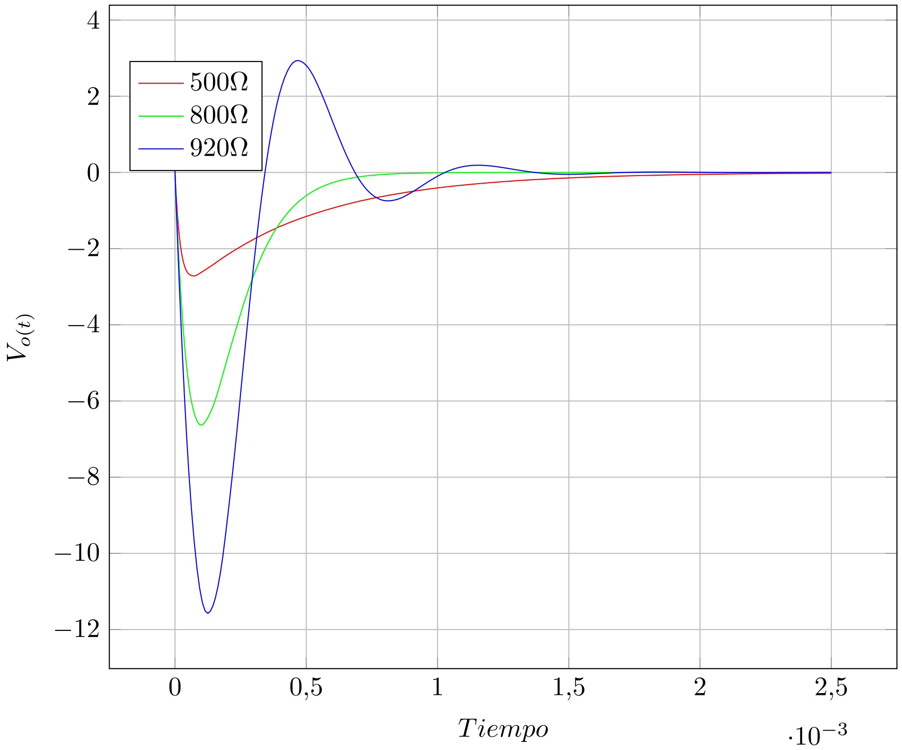
Color	R_2	Tipo de Respuesta
Rojo	500	Criticamente Amortiguada
Verde	800	Subamortiguada
Azul	920	Sobreamortiguada
Gris	1000	Oscilatoria
Naranja	1005	Inestable
Marrón	1050	Inestable

5. Barrido Paramétrico

Para observar el comportamiento del circuito ante cambios en el valor de la resistencia equivalente se realiza un barrido paramétrico en LTSpice:

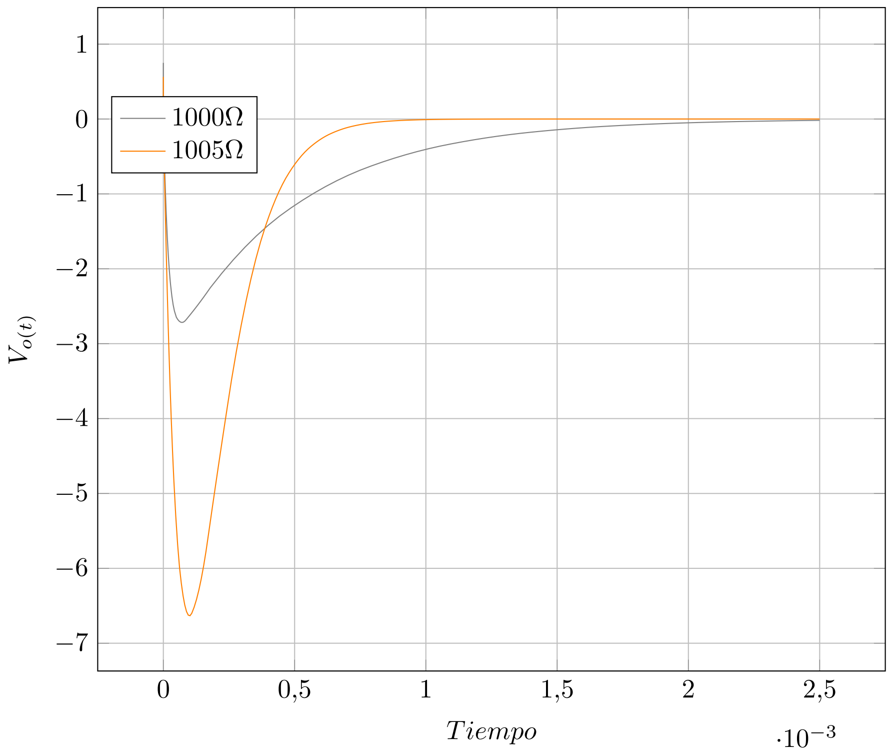


Es necesario configurar la condición inicial del capacitor con una tensión de 1V, usando la etiqueta .IC se puede establecer la condicion inicial de tensión en un nodo. Se obtuvieron las siguientes respuestas:



En donde las diferentes respuestas están diferenciadas por trazos de diferentes colores:

- Rojo: Respuesta criticamente amortiguada.
- Verde: Respuesta subamortiguada.
- Azul: Respuesta sobreamortiguada.



- Gris: Respuesta oscilatoria.
- Naranja: Respuesta inestable.

6. Conclusión

El sistema tiene un comportamiento oscilatorio cuando no existe amortiguamiento, es decir el valor de ξ es nulo. Que un sistema tenga amortiguamiento significa que la energía se está disipando y luego de un determinado tiempo llegará a un equilibrio estable.

Al realizar el modelo matemático se debe tener en cuenta de no utilizar ecuaciones integro-diferenciales ya que al aplicarle la transformada de Laplace se pierde información del sistema.

Se pudo graficar exitosamente en Mathematica la tensión de salida para diferentes tipos de respuesta.