

La ecuación (1-15) es muy importante en el estudio de las máquinas eléctricas porque describe la potencia mecánica aplicada al eje de un motor o un generador.

La ecuación (1-15) es la relación correcta entre la potencia, el par y la velocidad, si la potencia está medida en watts, el par en newton/metro y la velocidad en radianes por segundo. Si se utilizan otras unidades para medir cualquiera de las cantidades indicadas, debe introducirse una constante en la ecuación como factor de conversión. Es todavía común en los Estados Unidos medir el par en libra/pie, la velocidad en revoluciones por minuto y la potencia en watts (W) o caballos de fuerza (HP). Si se emplean los factores de conversión adecuados en cada término, la ecuación (1-15) se convierte en

$$P \text{ (watts)} = \frac{\tau (\text{lb} \cdot \text{pie}) n \text{ (r/min)}}{7.04} \quad (1-16)$$

$$P \text{ (caballos de fuerza)} = \frac{\tau (\text{lb} \cdot \text{pie}) n \text{ (r/min)}}{5252} \quad (1-17)$$

donde el par se mide en libra/pie y la velocidad en revoluciones por minuto.

1-4 EL CAMPO MAGNÉTICO

Como se indicó antes, los campos magnéticos son el mecanismo fundamental para convertir la energía de ca en energía de cc, o viceversa, en motores, generadores y transformadores. Existen cuatro principios básicos que describen cómo se utilizan los campos magnéticos en estos aparatos:

1. Un conductor que porta corriente produce un campo magnético a su alrededor.
2. Un campo magnético variable con el tiempo induce un voltaje en una bobina de alambre si pasa a través de ésta (ésta es la base del *funcionamiento del transformador*).
3. Un conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza inducida sobre él (ésta es la base del *funcionamiento del motor*).
4. Un conductor eléctrico que se mueva en presencia de un campo magnético tendrá un voltaje inducido en él (ésta es la base del *funcionamiento del generador*).

Esta sección describe y trata sobre la producción de un campo magnético por un conductor que porta corriente, mientras que las secciones posteriores de este capítulo explican los otros tres principios.

Producción de un campo magnético

La ley básica que gobierna la producción de un campo magnético por una corriente es la ley de Ampère:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{net}} \quad (1-18)$$

donde \mathbf{H} es la intensidad de campo magnético producida por la corriente I_{net} . En unidades del SI, I se mide en amperes y H , en amperes-vuelta por metro. Para entender mejor el significado de esta ecuación, es de gran ayuda aplicarla al sencillo ejemplo de la figura 1-3, que muestra un núcleo rectangular con un devanado de N vueltas de alambre enrollado sobre una de las ramas del núcleo. Si el núcleo es de hierro o algunos metales similares (llamados *materiales ferromagnéticos*), casi todo el campo magnético producido por la corriente permanecerá dentro del núcleo, de modo que el camino de integración en la ley de Ampère es la longitud media del núcleo l_c . La corriente que pasa por el camino de integración I_{net} es entonces Ni , puesto que la bobina de alambre corta dicho camino N veces mientras porta la corriente i . La ley de Ampère se expresa entonces

$$Hl_c = Ni \quad (1-19)$$

donde H es la magnitud del vector de intensidad de campo magnético \mathbf{H} . De esta manera, la magnitud de intensidad de campo magnético en el núcleo debido a la corriente aplicada es

$$H = \frac{Ni}{l_c} \quad (1-20)$$

La intensidad de campo magnético \mathbf{H} es, de alguna manera, una medida del “esfuerzo” de una corriente por establecer un campo magnético. La potencia del campo magnético producido en el núcleo depende también del material de éste. La relación entre la intensidad de campo magnético \mathbf{H} y la densidad de flujo magnético resultante \mathbf{B} producida dentro del material está dada por

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (1-21)$$

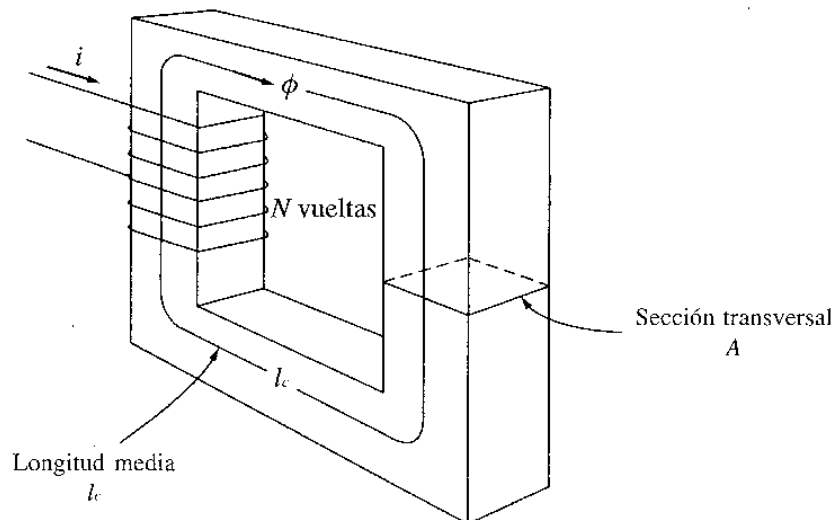


Figura 1-3

Un núcleo magnético sencillo.

donde \mathbf{H} = intensidad de campo magnético
 μ = permeabilidad magnética del material
 \mathbf{B} = densidad de flujo magnético resultante

La densidad de flujo magnético real producida en una sección del material está dada entonces por el producto de dos términos:

\mathbf{H} que representa el esfuerzo de la corriente por establecer un campo magnético
 μ que representa la facilidad relativa para establecer un campo magnético en un material dado

La intensidad de campo magnético se mide en ampere-vuelta por metro, la permeabilidad en henrys por metro y la densidad de flujo resultante en webers por metro cuadrado, conocido como teslas (T).

La permeabilidad del espacio libre se denomina μ_0 , y su valor es

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (1-22)$$

La permeabilidad de cualquier material comparada con la permeabilidad del espacio libre se denomina *permeabilidad relativa*:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1-23)$$

La permeabilidad relativa es una medida útil para comparar la capacidad de magnetización de los materiales. Por ejemplo, los aceros utilizados en las máquinas modernas tienen permeabilidades relativas de 2000 a 6000 o más. Esto significa que, para una cantidad de corriente dada, en la sección de acero, habrá entre 2000 y 6000 veces más flujo que en la sección correspondiente en el aire. (La permeabilidad del aire es la misma que la del espacio libre.) Los metales que forman los núcleos de un transformador o de un motor cumplen un papel de extrema importancia para incrementar y concentrar el flujo magnético en el aparato.

Debido a que la permeabilidad del hierro es mucho mayor que la del aire, la mayor parte del flujo en un núcleo de hierro, como el que aparece en la figura 1-3, permanece dentro del núcleo en lugar de viajar a través del aire circundante, cuya permeabilidad es mucho más baja. La pequeña cantidad de flujo disperso que abandona el núcleo de hierro es muy importante para determinar el flujo ligado entre bobinas y las autoinductancias de las bobinas en transformadores y motores.

En un núcleo como el mostrado en la figura 1-3, la magnitud de la densidad de flujo está dada por

$$B = \mu H = \frac{\mu Ni}{l_c} \quad (1-24)$$

Y el flujo total en cierta área está dado por

$$\phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (1-25a)$$

donde dA es la diferencial del área. Si el vector de densidad de flujo es perpendicular a un plano de área A y si la densidad de flujo es constante en toda el área, la ecuación se reduce a

$$\phi = BA \quad (1-25b)$$

De esta forma el flujo total en el núcleo de la figura 1-3, producido por la corriente i en el devanado, es

$$\phi = BA = \frac{\mu N i A}{l_c} \quad (1-26)$$

donde A es el área de la sección transversal del núcleo.

Circuitos magnéticos

En la ecuación (1-26) se observa que la *corriente* en una bobina de alambre conductor enrollado alrededor de un núcleo produce un flujo magnético en éste. Esto es, en cierta forma, análogo al voltaje que produce un flujo de corriente en el circuito eléctrico. Es posible definir un "circuito magnético" cuyo comportamiento sea gobernado por ecuaciones análogas a aquellas establecidas para un circuito eléctrico. Con frecuencia, el modelo de circuito magnético del comportamiento magnético se utiliza en el diseño de máquinas y transformadores eléctricos para simplificar el proceso de diseño que, de otro modo, sería muy complejo.

En un circuito eléctrico sencillo como el de la figura 1-4a, la fuente de voltaje V genera una corriente I a lo largo de la resistencia R . La relación entre estas cantidades está dada por la ley de Ohm:

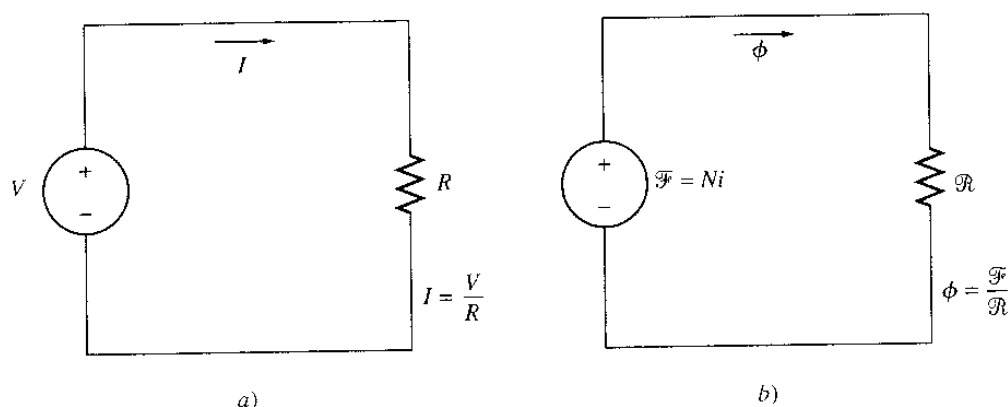
$$V = IR$$

En el circuito eléctrico, el voltaje o fuerza electromotriz genera el flujo de corriente. Por analogía, la cantidad correspondiente en el circuito magnético se denomina *fuerza magnetomotriz* (mmf). La fuerza magnetomotriz de un circuito magnético es igual al flujo efectivo de corriente aplicado al núcleo:

$$\mathcal{F} = Ni \quad (1-27)$$

donde \mathcal{F} es el símbolo de la fuerza magnetomotriz, medida en amperes-vuelta.

En el circuito magnético, al igual que la fuente de voltaje en el circuito eléctrico, la fuerza magnetomotriz tiene una polaridad asociada a ella. El *terminal positivo* de la fuente mmf es el terminal de donde sale el flujo y el *terminal negativo* es el terminal por donde el flujo retorna a la fuente. La polaridad de la fuerza magnetomotriz de una bobina de alambre puede ser determinada mediante la regla de la mano derecha modificada: si la curvatura de los dedos de la mano derecha apunta en la dirección del flujo de corriente de la bobina, el dedo pulgar apuntará en la dirección positiva de la fuerza magnetomotriz (véase figura 1-5).

**Figura 1-4**

a) Circuito eléctrico sencillo. b) Circuito magnético análogo para el núcleo del transformador.

En un circuito eléctrico el voltaje aplicado ocasiona un flujo de corriente I . En forma similar, en un circuito magnético, la fuerza magnetomotriz aplicada ocasiona un flujo ϕ . La relación entre voltaje y corriente en un circuito eléctrico está dada por la ley de Ohm ($V = IR$); en forma semejante, la relación entre la fuerza magnetomotriz y el flujo es

$$\boxed{\mathcal{F} = \phi \mathcal{R}} \quad (1-28)$$

donde \mathcal{F} = fuerza magnetomotriz del circuito
 ϕ = flujo del circuito
 \mathcal{R} = reluctancia del circuito

La *reluctancia* de un circuito magnético es el homólogo de la resistencia del circuito eléctrico y se mide en amperes-vuelta por weber.

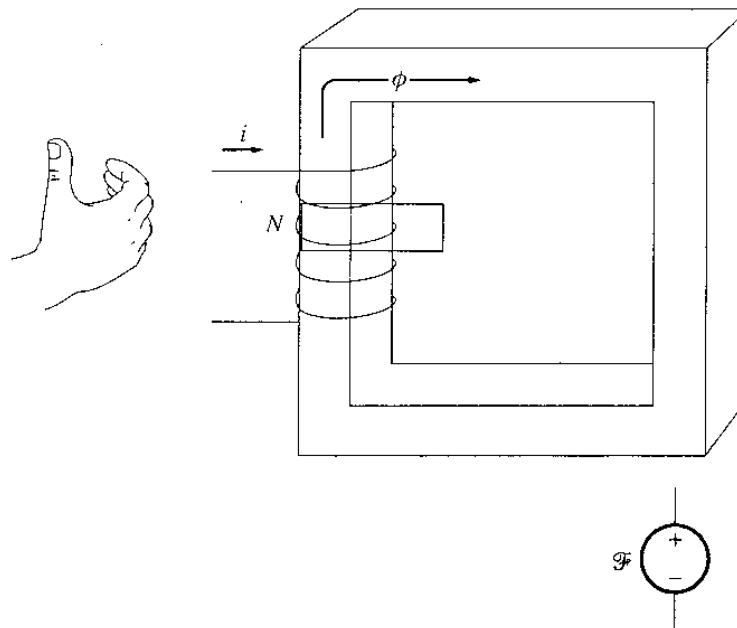
Existe también un análogo magnético de la conductancia. Así como la conductancia en el circuito eléctrico es el inverso de su resistencia, la *permeancia* \mathcal{P} de un circuito magnético es el inverso de su reluctancia:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} \quad (1-29)$$

La relación entre la fuerza magnetomotriz y el flujo puede ser expresada como

$$\phi = \mathcal{F} \mathcal{P} \quad (1-30)$$

En ciertas circunstancias, es más fácil trabajar con la permeancia del circuito magnético que con su reluctancia.


Figura 1-5

Determinación de la polaridad de una fuente de fuerza magnetomotriz en un circuito magnético.

¿Cuál es la reluctancia del núcleo de la figura 1-3? En este núcleo el flujo está dado por la ecuación (1-26):

$$\phi = BA = \frac{\mu NiA}{l_c} \quad (1-26)$$

$$= Ni \left(\frac{\mu A}{l_c} \right)$$

$$= \mathcal{F} \left(\frac{\mu A}{l_c} \right) \quad (1-31)$$

Comparando la ecuación (1-31) con la ecuación (1-28), se observa que la reluctancia del núcleo es

$$\mathcal{R} = \frac{l_c}{\mu A} \quad (1-32)$$

En un circuito magnético, las reluctancias obedecen las mismas reglas que las resistencias en un circuito eléctrico. La reluctancia equivalente de un número de reluctancias en serie es la suma de las reluctancias individuales:

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \dots \quad (1-33)$$

De la misma forma, las reluctancias en paralelo se combinan de acuerdo con la ecuación

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{\text{eq}}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \frac{1}{\mathcal{R}_3} + \dots \quad (1-34)$$

Las permeancias en serie y en paralelo obedecen las mismas reglas que las conductancias eléctricas.

Los cálculos de flujo en el núcleo, obtenidos utilizando los conceptos del circuito magnético, son *siempre* aproximaciones (en el mejor de los casos su aproximación está dentro del 5% del valor real). Existe un buen número de razones para esta inexactitud:

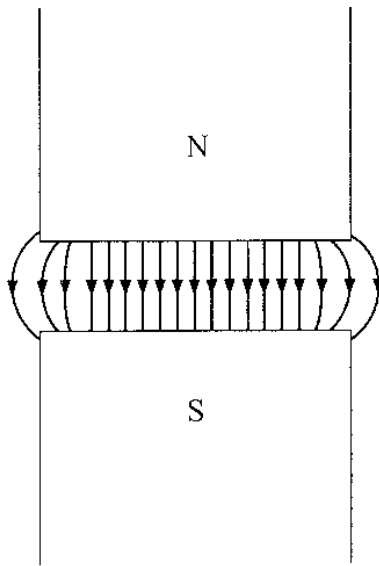
1. El concepto de circuito magnético supone que el flujo está confinado dentro del núcleo, lo cual no es cierto. La permeabilidad de un núcleo ferromagnético es de 2000 a 6000 veces la del aire, pero una pequeña fracción del flujo escapa del núcleo al aire circundante de baja permeabilidad. Este flujo que sale del núcleo se denomina *flujo disperso* y es de gran importancia en el diseño de las máquinas eléctricas.
2. En el cálculo de la reluctancia se supone cierta longitud media y una sección transversal del núcleo. Asumir esto no es muy adecuado, especialmente en los ángulos de los núcleos.
3. En los materiales ferromagnéticos, la permeabilidad varía con la cantidad de flujo presente desde antes en el material. Este efecto de no linealidad, descrito en detalle más adelante, añade otra fuente de error al análisis del circuito magnético puesto que las reluctancias utilizadas en el cálculo del circuito magnético dependen de la permeabilidad del material.
4. Si hay entrehierros en el camino del flujo en el núcleo, la sección transversal efectiva del entrehierro será mayor que la sección transversal del núcleo en cada lado del entrehierro. La sección extra efectiva se debe al “efecto marginal” (*fringing effect*) del campo magnético en el entrehierro (figura 1-6).

Es posible eliminar parcialmente estas fuentes internas de error utilizando una longitud de recorrido media y una sección transversal “corregidas” o “efectivas” en lugar de la longitud física y del área reales obtenidas en los cálculos.

Aunque existen muchas limitaciones inherentes al concepto de circuito magnético, éste es aún la herramienta más útil disponible para el cálculo de los flujos en el diseño práctico de las máquinas. Efectuar el cálculo exacto utilizando las ecuaciones de Maxwell es muy difícil, y no se requiere puesto que con el método aproximado se obtienen resultados satisfactorios.

Los siguientes ejemplos ilustran los cálculos básicos de circuitos magnéticos. Observe que en estos ejemplos, las respuestas están dadas con tres cifras significativas.

Ejemplo 1-1 En la figura 1-7a se observa un núcleo ferromagnético. Tres lados de este núcleo son de anchura uniforme, mientras que el cuarto es un poco más delgado. La profundidad del núcleo (hacia dentro de la página) es 10 cm, y las demás dimensiones se muestran en la figura. Hay una bobina de 200 vueltas enrollada sobre el lado izquierdo del núcleo. Si la permeabilidad relativa μ_r es 2500, ¿qué cantidad de flujo producirá una corriente de 1 A en la bobina?

**Figura 1-6**

Efecto marginal (*fringing effect*) de un campo magnético en un entrehierro. Nótese el incremento de la sección transversal del entrehierro comparada con la sección transversal del metal.

Solución. Se presentan dos soluciones a este ejercicio: una a mano y la otra utilizando el programa MATLAB, las cuales conducen a la misma respuesta.

Tres lados del núcleo tienen las mismas secciones transversales mientras que el cuarto lado tiene un área diferente. Entonces se puede dividir el núcleo en dos regiones: 1) la correspondiente al lado más delgado y 2) los otros tres lados en conjunto. El circuito magnético correspondiente a este núcleo se muestra en la figura 1-7b.

La longitud media de la región 1 es 45 cm y el área transversal, $10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$. De esta forma, la reluctancia de esta región es

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_1 &= \frac{l_1}{\mu A_1} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 A_1} \\ &= \frac{0.45 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.01 \text{ m}^2)} \\ &= 14,300 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb} \end{aligned} \quad (1-32)$$

La longitud media de la región 2 es 130 cm y el área de la sección transversal, es $15 \times 10 = 150 \text{ cm}^2$. De esta forma, la reluctancia de esta región es

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_2 &= \frac{l_2}{\mu A_2} = \frac{l_2}{\mu_r \mu_0 A_2} \\ &= \frac{1.3 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.015 \text{ m}^2)} \\ &= 27,600 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb} \end{aligned} \quad (1-32)$$

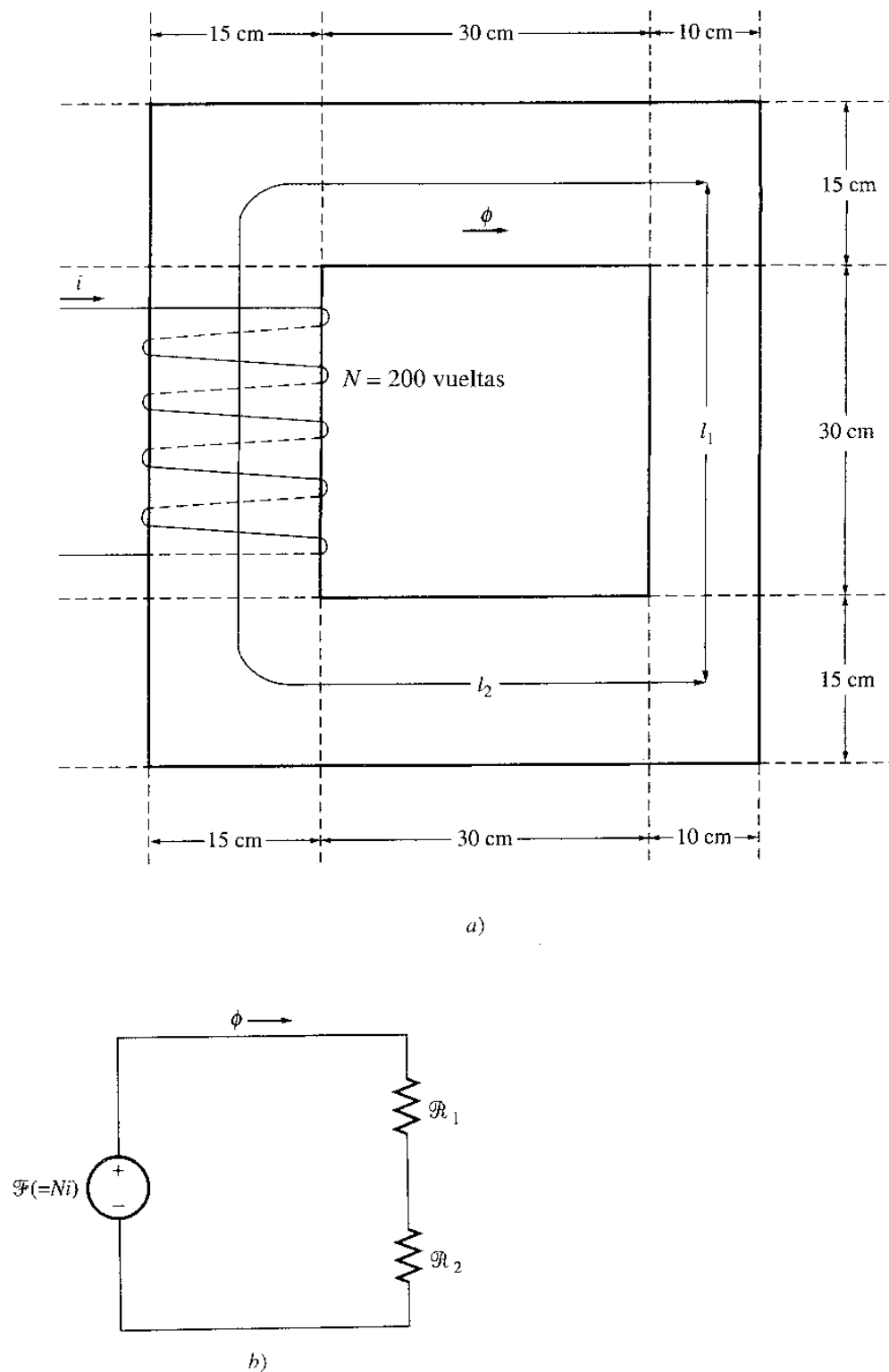


Figura 1-7
a) El núcleo ferromagnético del ejemplo 1-1. b) Circuito magnético correspondiente a a).

Por tanto, la reluctancia total del núcleo es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{\text{eq}} &= \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \\ &= 14,300 \text{ A}\cdot\text{vuelta/Wb} + 27,600 \text{ A}\cdot\text{vuelta/Wb} \\ &= 41,900 \text{ A}\cdot\text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La fuerza magnetomotriz total es

$$\mathcal{F} = Ni = (200 \text{ vueltas})(1.0 \text{ A}) = 200 \text{ A}\cdot\text{vuelta}$$

El flujo total en el núcleo está dado por

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{200 \text{ A}\cdot\text{vueltas}}{41,900 \text{ A}\cdot\text{vuelta/Wb}} \\ &= 0.0048 \text{ Wb}\end{aligned}$$

Este cálculo puede hacerse utilizando una copia del texto del MATLAB, si se desea. Se muestra una simple transcripción:

```
% Archivo M:ex1_1.m
% Archivo M para calcular el flujo en el ejemplo 1-1.
l1 = 0.45;          % Longitud de región 1
l2 = 1.3;           % Longitud de región 2
a1 = 0.01;          % Área de región 1
a2 = 0.015;         % Área de región 2
ur = 2500;          % Permeabilidad relativa
u0 = 4*pi*1E-7;     % Permeabilidad del espacio libre
n = 200;            % Número de vueltas sobre el núcleo
i = 1;              % Corriente en amperes

% Calcule la primera reluctancia
r1 = l1 / (ur * u0 * a1);
disp(['r1 = ' num2str(r1)]);

% Calcule la segunda reluctancia
r2 = l2 / (ur * u0 * a2);
disp(['r2 = ' num2str(r2)]);

% Calcule la reluctancia total
rtot = r1 + r2;

% Calcule la fmm
fmm = n * i;

% Finalmente, obtenga el flujo en el núcleo
flujo = fmm / rtot;
```

```
% Muestre el resultado
disp(['flujo = ' num2str (flujo)]);
```

Cuando se ejecuta el programa, sus resultados son:

```
>> ex1_1
r1 = 14323.9449
r2 = 27586.8568
Flujo = 0.004772
```

Este programa produce la misma respuesta encontrada mediante los cálculos manuales. ●

Ejemplo 1-2 La figura 1-8a muestra un núcleo ferromagnético cuya longitud media es 40 cm. Hay un pequeño entrehierro de 0.05 cm en la estructura del núcleo. La sección transversal del núcleo es 12 cm², la permeabilidad relativa del núcleo es 4000 y la bobina de alambre en el núcleo tiene 400 vueltas. Suponga que el efecto marginal en el entrehierro incrementa la sección transversal efectiva del entrehierro en un 5%. Dada esta información, encuentre a) la reluctancia total del camino del flujo (hierro más entrehierro) y b) la corriente requerida para producir una densidad de flujo de 0.5 T en el entrehierro.

Solución. El circuito magnético correspondiente a este núcleo se muestra en la figura 1-8b.

a) La reluctancia del núcleo es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_l &= \frac{l_l}{\mu A_l} = \frac{l_l}{\mu_r \mu_0 A_l} \\ &= \frac{0.45 \text{ m}}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.01 \text{ m}^2)} \\ &= 14,300 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}\tag{1-32}$$

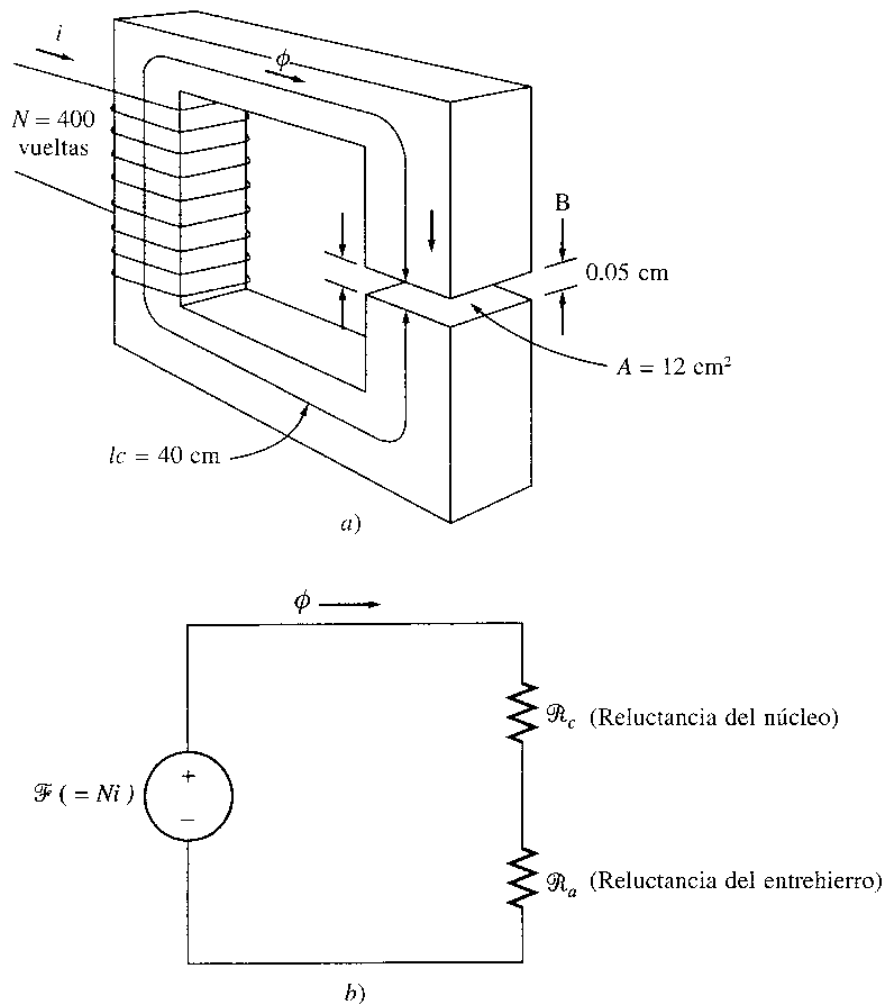
El área efectiva del entrehierro es $1.05 \times 12 \text{ cm}^2 = 12.6 \text{ cm}^2$, por tanto la reluctancia del entrehierro es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_a &= \frac{l_a}{\mu_0 A_a} \\ &= \frac{0.0005 \text{ m}}{(4\pi \times 10^{-7})(0.00126 \text{ m}^2)} \\ &= 316,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}\tag{1-32}$$

Entonces, la reluctancia total en el camino del flujo es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{eq} &= \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_a \\ &= 66,300 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb} + 316,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb} \\ &= 382,300 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

El entrehierro contribuye con la mayor cantidad de reluctancia a pesar de que su longitud es 800 veces menor que la del núcleo.


Figura 1-8

a) Núcleo ferromagnético del ejemplo 1-2. b) Circuito magnético correspondiente a a).

b) La ecuación (1-28) establece que

$$\mathcal{F} = \phi \mathcal{R} \quad (1-28)$$

Puesto que el flujo $\phi = BA$ y $\mathcal{F} = Ni$, esta ecuación se transforma en

$$Ni = BA\mathcal{R}$$

entonces

$$\begin{aligned} i &= \frac{BA\mathcal{R}}{N} \\ &= \frac{(0.5 \text{ T})(0.00126 \text{ m}^2)(382,300 \text{ A} \cdot \text{vuelta} / \text{Wb})}{400 \text{ vueltas}} \\ &= 0.602 \text{ A} \end{aligned}$$

Puesto que se requería el flujo en el *entrehierro*, el área efectiva de éste fue utilizada en la ecuación.

Ejemplo 1-3 La figura 1-9a muestra un rotor y un estator sencillos de un motor dc. La longitud media del recorrido del flujo en el estator es 50 cm, y su sección transversal es 12 cm². La longitud media correspondiente al rotor es 5 cm y su sección transversal también es 12 cm². Cada entrehierro entre el rotor y el estator tiene un ancho de 0.05 cm y su sección transversal (incluido el efecto marginal) es 14 cm². El hierro del núcleo tiene una permeabilidad relativa de 2000, y hay 200 vueltas alrededor del núcleo. Si la corriente en el alambre se ajusta a 1 A, ¿cuál será la densidad de flujo resultante en el entrehierro?

Solución. Para determinar la densidad de flujo en el entrehierro, es necesario calcular primero la fuerza magnetomotriz aplicada al núcleo y la reluctancia total en el recorrido del flujo. Con esta información se puede encontrar el flujo total en el núcleo. Finalmente, conociendo la sección transversal del entrehierro, se puede calcular la densidad de flujo.

La reluctancia del estator es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_s &= \frac{l_s}{\mu_r \mu_0 A_s} \\ &= \frac{0.5 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012 \text{ m}^2)} \\ &= 166,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La reluctancia del rotor es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_r &= \frac{l_r}{\mu_r \mu_0 A_r} \\ &= \frac{0.05 \text{ m}}{(2000)(4\pi \times 10^{-7})(0.0012 \text{ m}^2)} \\ &= 16,600 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La reluctancia del entrehierro es

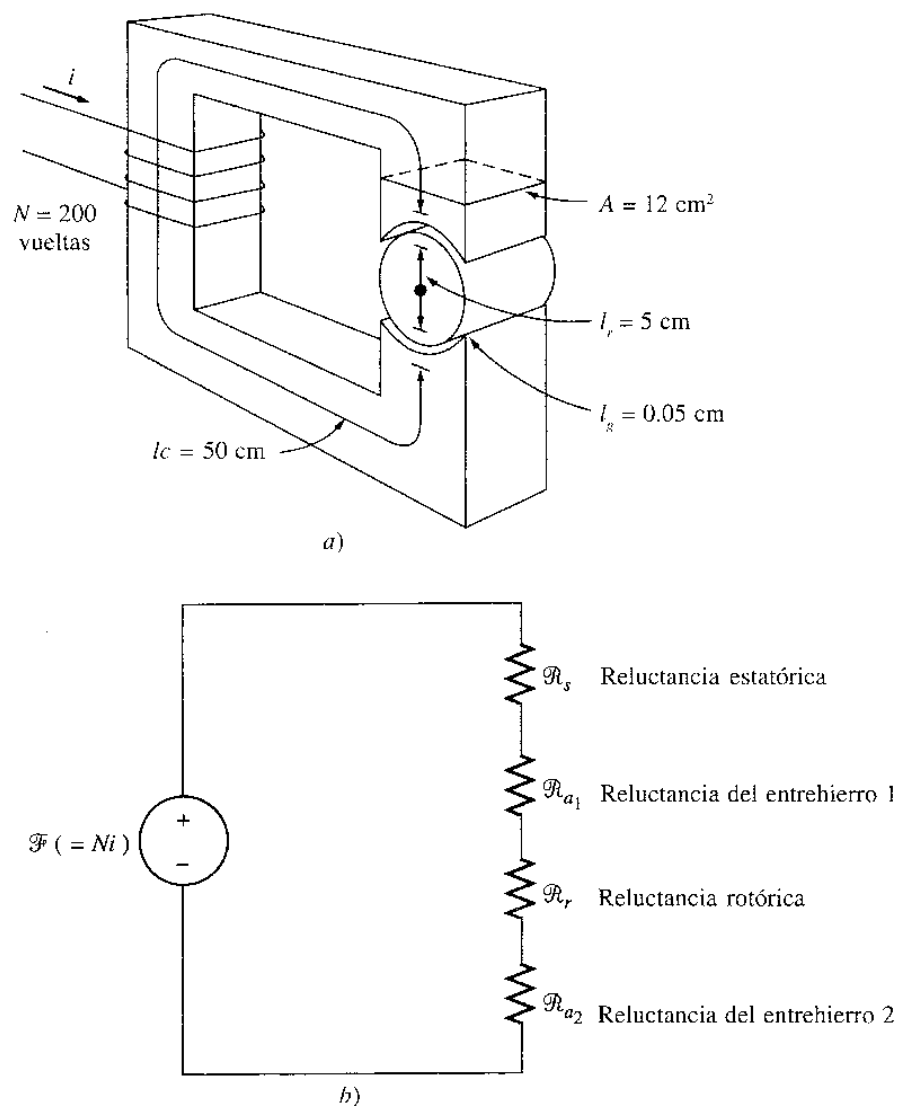
$$\begin{aligned}\mathcal{R}_a &= \frac{l_a}{\mu_r \mu_0 A_a} \\ &= \frac{0.0005 \text{ m}}{(1)(4\pi \times 10^{-7})(0.0014 \text{ m}^2)} \\ &= 284,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

El circuito magnético correspondiente a esta máquina se muestra en la figura 1-9b. La reluctancia total del camino del flujo es

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{eq} &= \mathcal{R}_s + \mathcal{R}_{a1} + \mathcal{R}_r + \mathcal{R}_{a2} \\ &= 166,000 + 284,000 + 16,600 + 284,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb} \\ &= 751,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}\end{aligned}$$

La fuerza magnetomotriz neta aplicada al núcleo es

$$\mathcal{F} = Ni = (200 \text{ vueltas})(1.0 \text{ A}) = 200 \text{ A} \cdot \text{vuelta}$$


Figura 1-9

a) Diagrama simplificado de un rotor y un estator de motor de cc. b) Circuito magnético correspondiente a a).

El flujo total en el núcleo es

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{200 \text{ A} \cdot \text{vuelta}}{751,000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}} \\ &= 0.00266 \text{ Wb}\end{aligned}$$

Finalmente, la densidad de flujo en el entrehierro del motor es

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0.000266 \text{ Wb}}{0.0014 \text{ m}^2} = 0.19 \text{ T}$$

Comportamiento magnético de los materiales ferromagnéticos

Al comienzo de esta sección, la permeabilidad magnética se definió mediante la ecuación

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-21)$$

Se indicó que la permeabilidad magnética de los materiales ferromagnéticos es muy alta, hasta 6000 veces la permeabilidad del espacio libre. En esa discusión y en los ejemplos que la siguieron, se supuso que la permeabilidad era constante, independiente de la fuerza magnetomotriz aplicada al material. Aunque la permeabilidad es constante en el espacio libre, *no lo es en el hierro y en otros materiales ferromagnéticos.*

Para ilustrar el comportamiento de la permeabilidad magnética en un material ferromagnético, se aplica una corriente directa al núcleo mostrado en la figura 1-3, comenzando en cero amperes e incrementándola lentamente hasta la máxima corriente posible. Cuando se representa el flujo producido en el núcleo contra la fuerza magnetomotriz que lo produce, se obtiene una gráfica como la de la figura 1-10a, la cual se denomina *curva de saturación* o *curva de magnetización*. Al comienzo, un pequeño incremento en la fuerza magnetomotriz produce un gran incremento en el flujo resultante. Después de cierto punto, aunque se incremente mucho la fuerza magnetomotriz, los incrementos en el flujo serán cada vez más pequeños. Finalmente, el incremento de la fuerza magnetomotriz casi no produce cambio en el flujo. La región de esta figura en la cual la curva se aplanan se llama *región de saturación*, y se dice que el núcleo está *saturado*. La región en la cual el núcleo cambia con rapidez se llama *región no saturada* de la curva, y el núcleo *no está saturado*. La región de transición entre las regiones no saturada y saturada se denomina a veces “rodilla” de la curva. Note que el flujo producido en el núcleo varía linealmente con la fuerza magnetomotriz aplicada en la región no saturada y se aproxima a un valor constante, independiente de la fuerza magnetomotriz en la región saturada.

Otro diagrama estrechamente relacionado con el anterior se muestra en la figura 1-10b. La figura 1-10b representa la densidad del flujo magnético B contra la intensidad de campo magnético H . De las ecuaciones (1-20) y (1-25b),

$$H = \frac{Ni}{l_c} \quad (1-20)$$

$$\phi = BA \quad (1-25b)$$

es fácil deducir que la *intensidad de campo magnético es directamente proporcional a la fuerza magnetomotriz*, y que la *densidad de flujo magnético es directamente proporcional al flujo* para un núcleo dado. Por tanto, la relación entre B y H es semejante a la relación entre el flujo y la fuerza magnetomotriz. La pendiente de la curva de densidad de flujo contra intensidad de campo magnético para cualquier valor de H , en la figura 1-10b es por definición la permeabilidad del núcleo a dicha intensidad de campo magnético. La curva muestra que la permeabilidad es grande y relativamente constante en la región no saturada, y que decrece de manera gradual hasta un valor muy bajo cuando el núcleo se encuentra saturado.

La figura 1-10c es la curva de magnetización de una pieza típica de acero mostrada más en detalle, y cuya intensidad de campo magnético está dada en una escala logarítmica. Sólo cuando

la intensidad de campo magnético se expresa con logaritmos, la región de saturación de la curva puede detallarse en la gráfica.

La ventaja de utilizar núcleos de material ferromagnético en máquinas eléctricas y transformadores radica en que al aplicarles cierta fuerza magnetomotriz se obtiene un flujo mayor que el obtenido en el aire. Sin embargo, si el flujo resultante debe ser proporcional o aproximadamente proporcional a la fuerza magnetomotriz aplicada, el núcleo *debe* ser operado dentro de la región no saturada de la curva de magnetización.

Puesto que los generadores y motores reales dependen del flujo magnético para producir el voltaje y el par, se diseñan para producir el máximo flujo posible. Como resultado, la mayoría de las máquinas reales operan cerca del punto de rodilla de la curva de magnetización y, en sus núcleos, el flujo no está linealmente relacionado con la fuerza magnetomotriz que lo produce. Esta no linealidad se tiene en cuenta en las muchas conductas particulares de las máquinas que se explicarán en los próximos capítulos. El MATLAB se utilizará para resolver ejercicios que impliquen conducta no lineal de máquinas reales.

Ejemplo 1-4 Encuentre la permeabilidad relativa del material ferromagnético típico cuya curva de magnetización se muestra en la figura 1-10c cuando $H = 50$, $H = 100$, $H = 500$ y $H = 1000$ A · vuelta /m.

Solución. La permeabilidad de un material está dada por

$$\mu = \frac{B}{H}$$

y la permeabilidad relativa está dada por

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1-23)$$

Entonces, es fácil determinar la permeabilidad para cualquier intensidad de campo magnético.

a) Cuando $H = 50$ A · vuelta/m, $B = 0.28$ T, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.28 \text{ T}}{50 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.0056 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.0056 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 4460$$

b) Cuando $H = 100$ A · vuelta/m, $B = 0.72$ T, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.72 \text{ T}}{100 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.0072 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.0072 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 5730$$

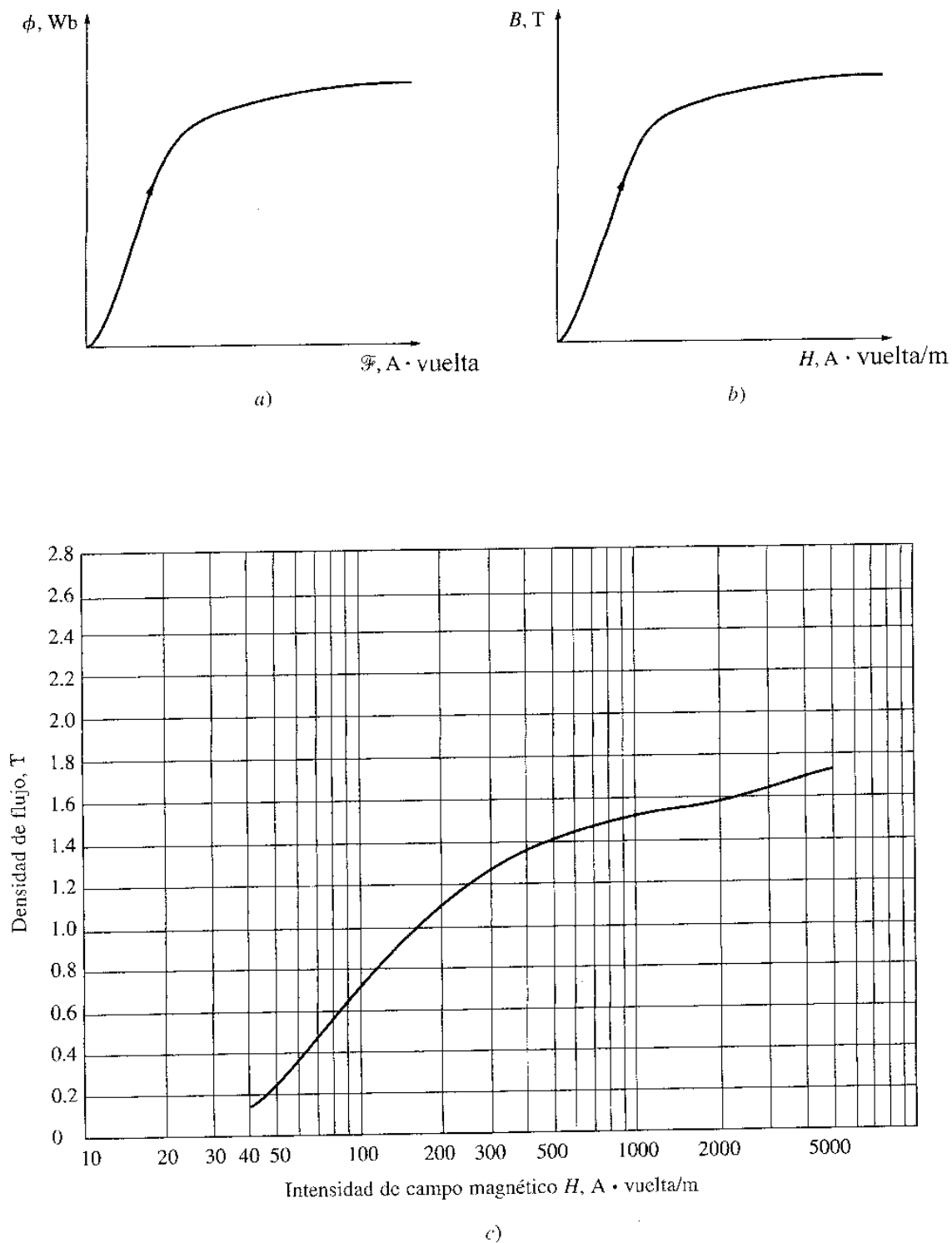
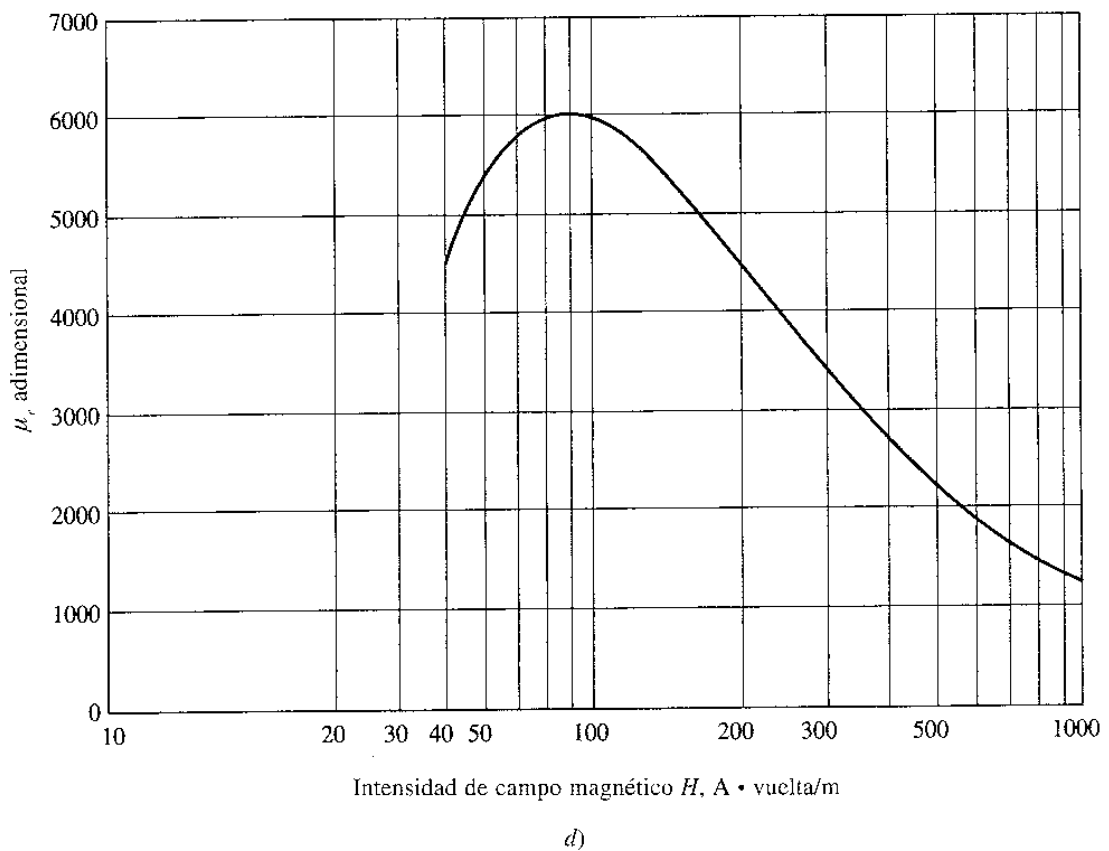


Figura 1-10

a) Curva de magnetización con cc para un núcleo ferromagnético. b) Curva de magnetización en términos de densidad de flujo e intensidad de campo magnético. c) Curva de magnetización detallada para una pieza típica de acero.

**Figura 1-10 (continuación)**

d) Dibujo de la permeabilidad relativa μ_r en función de la intensidad de campo H para una pieza típica de acero.

c) Cuando $H = 500 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}$, $B = 1.40 \text{ T}$, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.40 \text{ T}}{500 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.0028 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.0028 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 2230$$

d) Cuando $H = 1000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}$, $B = 1.51 \text{ T}$, entonces

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.51 \text{ T}}{1000 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.00151 \text{ H/m}$$

y

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.00151 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 1200$$

Nótese que cuando la intensidad de campo magnético se incrementa, la permeabilidad primero se incrementa y luego comienza a decrecer. La permeabilidad relativa del material como función de la intensidad de campo magnético se muestra en la figura 1-10d. Esta figura es la típica de todos los materiales ferromagnéticos. De la curva de μ_r contra H , puede observarse con claridad que el haber supuesto como constante la permeabilidad relativa en los ejemplos 1-1 a 1-3 es válido únicamente en un rango no muy amplio de valores de intensidad de campo (o de fuerzas magnetomotrices).

En el siguiente ejemplo, se supone que la permeabilidad relativa no es constante. En cambio, la relación entre B y H se da en una gráfica.

Ejemplo 1-5 Un núcleo magnético cuadrado tiene una longitud media de 55 cm y una sección transversal de 150 cm². Una bobina de 200 vueltas de alambre está enrollada en una de las columnas del núcleo. El núcleo está hecho de un material cuya curva de magnetización se muestra en la figura 1-10c. a) ¿Cuánta corriente se requiere para producir un flujo de 0.012 Wb en el núcleo? b) ¿Cuál es la permeabilidad relativa del núcleo para esa corriente? c) ¿Cuál es su reluctancia?

Solución

a) La densidad de flujo requerida en el núcleo es

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{0.012 \text{ Wb}}{0.015 \text{ m}^2} = 0.8 \text{ T}$$

De la figura 1-10c, la intensidad de campo magnético requerida es

$$H = 115 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}$$

De la ecuación (1-20), la fuerza magnetomotriz necesaria para producir esta intensidad de campo es

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= Ni = Hl_c \\ &= (115 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m})(0.55 \text{ m}) = 63.25 \text{ A} \cdot \text{vuelta} \end{aligned}$$

entonces la corriente requerida es

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N} = \frac{63.25 \text{ A} \cdot \text{vuelta}}{200 \text{ vueltas}} = 0.316 \text{ A}$$

b) La permeabilidad del núcleo para esta corriente es

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.8 \text{ T}}{115 \text{ A} \cdot \text{vuelta/m}} = 0.00696 \text{ H/m}$$

Por tanto, la permeabilidad relativa es

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.00696 \text{ H/m}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}} = 5540$$

c) La reluctancia del núcleo es

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\phi} = \frac{63.25 \text{ A} \cdot \text{vuelta}}{0.012 \text{ Wb}} = 5270 \text{ A} \cdot \text{vuelta/Wb}$$