Informe de Laboratorio

Tema: Oscilador con Resistencia Negativa

Cátedra: Teoría de Circuitos II

Año: 2019

Docentes: Ing. Costa, *Nicolás.* Aux. Consiglio, *Dante*

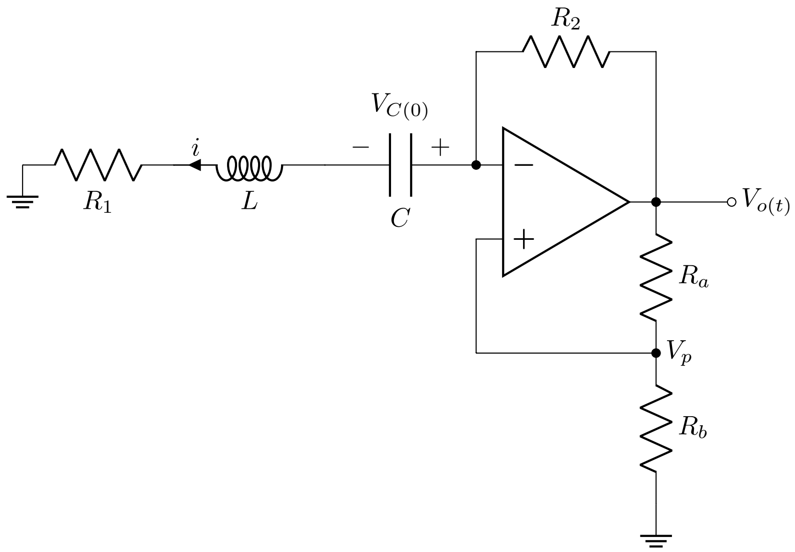
Alumnos: Rodriguez, *Ana Victoria.* Ulloa, *Daniel Alejandro*

Fecha de Entrega: 11/09/2019

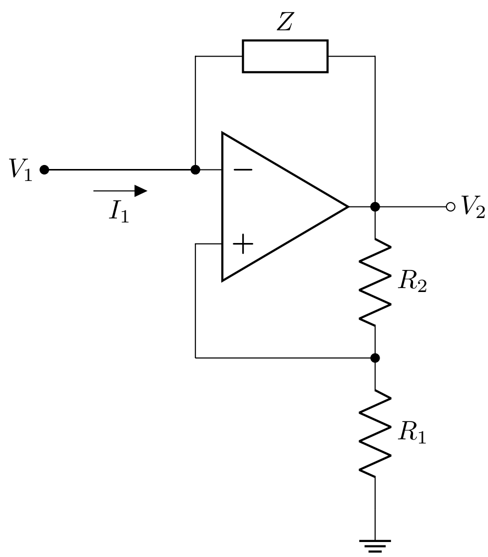
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PATAGONIA
SAN JUAN BOSCO

Índice

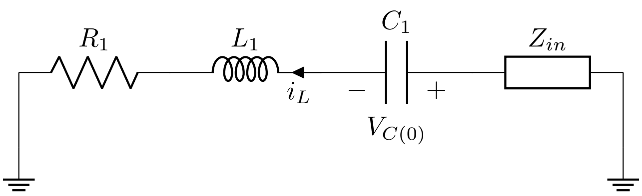
1. Introducción



El sistema de la figura lleva el nombre de oscilador con resistencia negativa, por inspección, se puede observar que el circuito es una configuración RLC serie acompañada de un conversor de impedancias negativas:



La impedancia de entrada de este circuito es $Z_{in} = V_1/I_1$. Si las resistencias R_1 y R_2 son iguales la impedancia es la negativa del elemento Z. Entonces se puede representar el circuito de la siguiente manera:



Esta impedancia negativa Z_{in} compensa las pérdidas de energía en resistencia R_1 y como consecuencia se tiene un oscilador.

El circuito RLC junto al conversor de impedancia negativas conforman un sistema de segundo orden. El modelo teórico de la función de transferencia se muestra a continuación:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s^2\tau^2 + 2\xi\tau s + 1} \tag{1}$$

En los sistemas de segundo orden existen tres parámetros a considerar:

- k: ganancia estática
- ξ: factor de amortiguamiento
- τ

La posición de los polos está determinada por el factor de amortiguamiento, ξ. Para obtener la caracteristica de un oscilador los polos deben ser imaginarios puros, por lo tanto ξ debe ser nula.

$$p_1 = \frac{\xi(-\tau) - \sqrt{\xi^2\tau^2 - \tau^2}}{\tau^2}; p_2 = \frac{\sqrt{\xi^2\tau^2 - \tau^2} - \xi\tau}{\tau^2} \tag{2}$$

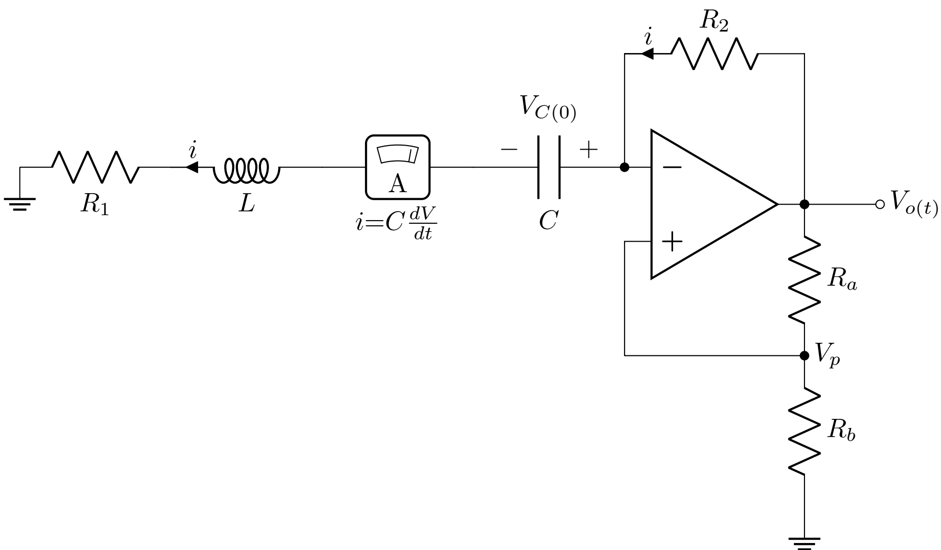
2. Objetivos

- Modelar e interpretar el Circuito
- Obtener la respuesta temporal de la tensión de salida y graficarla en Mathematica
- Realizar un barrido paramétrico sobre la resistencia R_B y observar las diferentes respuestas.

3. Modelado Matemático

Para modelar el circuito se tuvieron en cuenta algunas consideraciones

- El amplificador operacional es ideal
- La tensión inicial en el capacitor es $V_{C(0)}$
- La corriente del capacitor se expresará de forma diferencial
- La entrada del sistema es la tensión inicial del capacitor
- La salida del sistema es la tensión a la salida del Amplificador Operacional



Para la primera ecuación se analizó el nodo V_n, en donde se tiene que:

$$i(t) = i_{R2}(t) \tag{3}$$

Expresando las corrientes en términos .....

$$i(t) = C * V_c'(t) \tag{4}$$

$$i_{R2}(t) = \frac{V_o(t) - V_n(t)}{R_2} \tag{5}$$

$$V_p(t) = \frac{R_b * V_o(t)}{R_a + R_b} \tag{6}$$

Donde las tensiones $V_n(t)$ y $V_p(t)$ son iguales al considerar que el amplificador operacional es ideal.

De esta manera se obtiene la primera ecuación de nuestro sistema, a la cual se le aplicó la transformada de Laplace.

$$eq1 = C * (sV_c(s) - V_c(t)) - \frac{R_a * V_o(s)}{R_2R_a + R_2R_b} \tag{7}$$

Para la segunda ecuación se analizó la malla que contiene a los componentes R_1, R_2, C , L y $V_o(s)$

$$V_o(t) = \ V_c(t) + V_l(t) + V_r(t) \tag{8}$$

$$V_o(t) = C * L * V_c''(t) + C * (R_1 + R_2) * V_o'(t) + V_c(t) \tag{9}$$

Nuevamente se aplico la transformada de Laplace, obtiendo la segunda ecuación

$$eq2 = V_c(s) - V_o(s) + C(R_1 + R_2)(s * V_c(t) - v_0(t)) + LC(s^2 * V_c(t) - s * v_0(t)) \tag{10}$$

Con estas dos ecuaciones es posible obtener las tensiones de salida y entrada del sistema y su función de transferencia

$$H(s) = \frac{CR_2(R_a + R_b)}{s * R_aC(s * \mathrm{L} + R_1 + 2R_2) - s * \mathrm{C}R_2R_b - R_a} \tag{11}$$

Reordenando la función de transferencia

$$H(s) = \frac{\frac{CR_2*(R_a+R_b)}{R_a}}{-1 + (-CR_1 + \frac{CR_2R_b}{R_a})s - (LC)s^2} \tag{12}$$

Comparando la función de transferencia obtenida con la función del modelo teórico se determinaron los parámetros ξ, τ y k

$$K = \frac{CR_2 * (R_a + R_b)}{R_a} \tag{13}$$

$$\tau = \sqrt{LC} \tag{14}$$

$$\xi = \frac{-CR_1 + \frac{CR_2R_b}{R_a}}{2\sqrt{LC}} \tag{15}$$

Un coeficiente de amortiguamiento nulo implica que las resistencias R_1,R_2,R_a y R_b deben ser iguales.

4. Respuesta Temporal

Para la respuesta temporal del oscilador aplicamos la antitransformada o inversa de Laplace obteniendo la respuesta al escalón

$$V_{o(t)} = \frac{d}{\sqrt{b}} \left[e^{\left(-a-\frac{\sqrt{b}}{c}\right)t} - e^{\left(-a+\frac{\sqrt{b}}{c}\right)t} \right] \tag{16}$$

En donde:

$$a = \frac{R_1}{2\mathrm{L}} + \frac{R_2R_b}{2\mathrm{L}R_a} + \frac{R_2}{\mathrm{L}} \tag{17}$$

$$b = (\mathrm{C}R_1R_a + 2\mathrm{C}R_2R_a + \mathrm{C}R_2R_b)^2 - 4\mathrm{CL}R_a^2 \tag{18}$$

$$c = 2\mathrm{LC}R_a \tag{19}$$

$$d = (R_a + R_b)R_2C \tag{20}$$

Se propuso valores para los elementos del sistema y se gráfico la respuesta temporal, obteniendo el siguiente gráfico

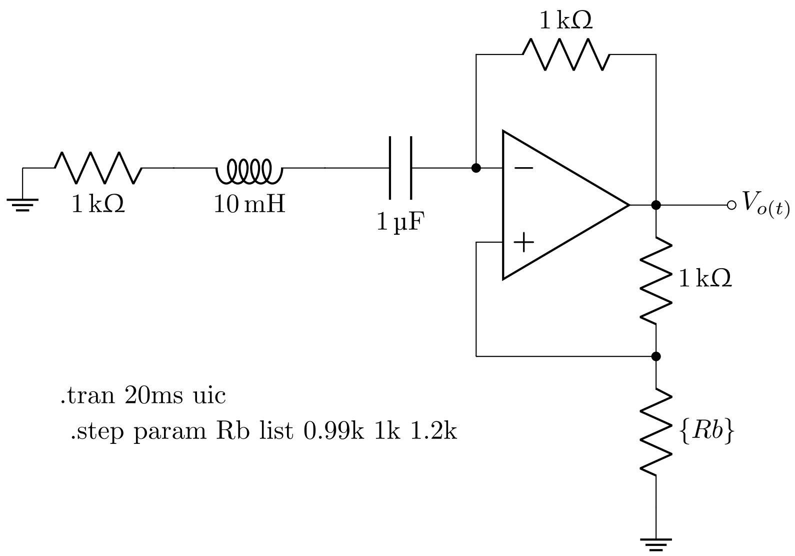
$$R = 1000 \tag{21}$$

$$L = 10mH; C = 1uF \tag{22}$$

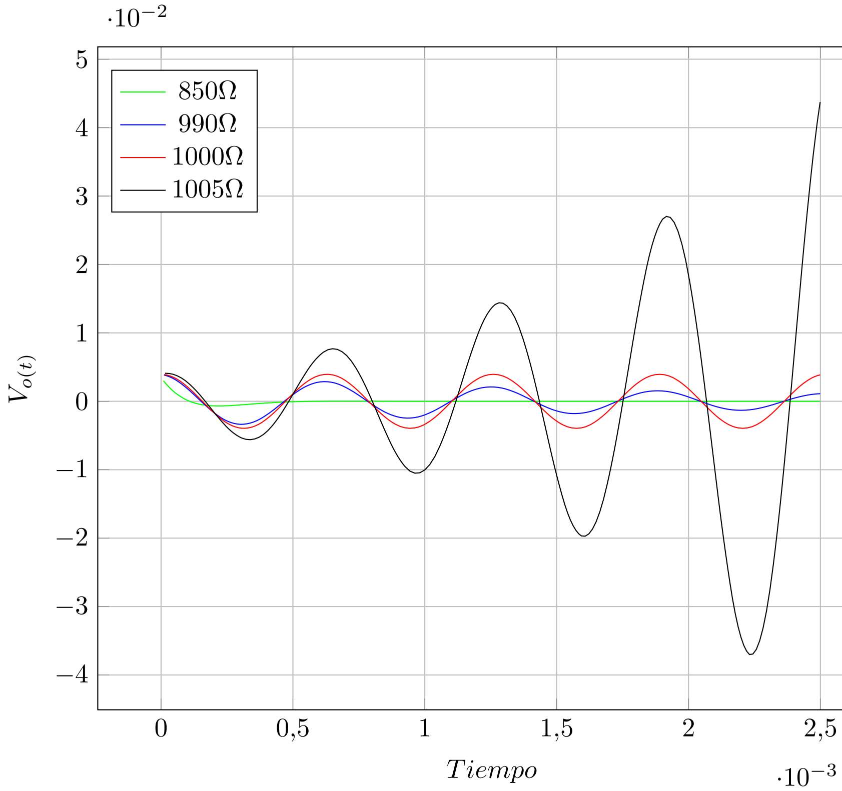
$$C = 1uF \tag{23}$$

5. Barrido Paramétrico

Para observar el comportamiento del circuito ante cambios en el valor de la resistencia equivalente se realiza un barrido paramétrico en LTSpice:



Se obtuvieron las siguientes respuestas



6. Conclusión