Informe de Laboratorio

Tema: Oscilador con Resistencia Negativa

Cátedra: Teoría de Circuitos II

Año: 2019

Docentes: Ing. Costa*, Nicolás.* Aux. Consiglio*, Dante*

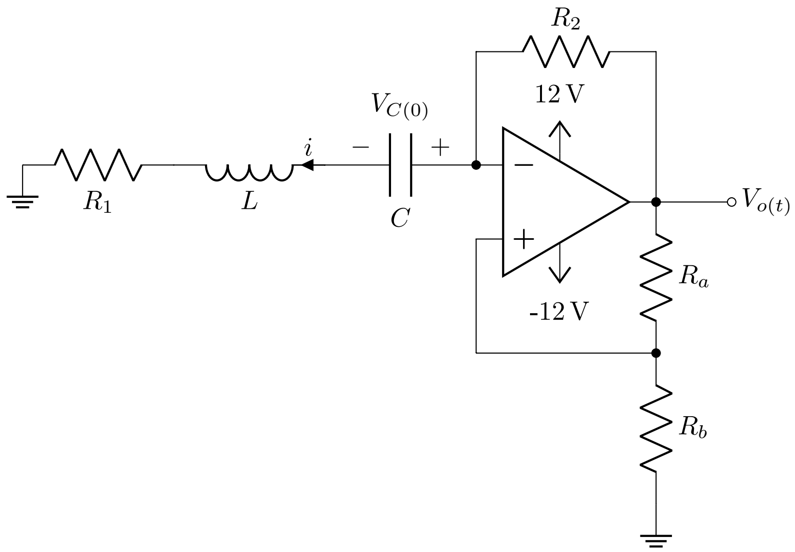
Alumnos: Rodriguez*, Ana Victoria.* Ulloa*, Daniel Alejandro*

Fecha de Entrega: 11/09/2019

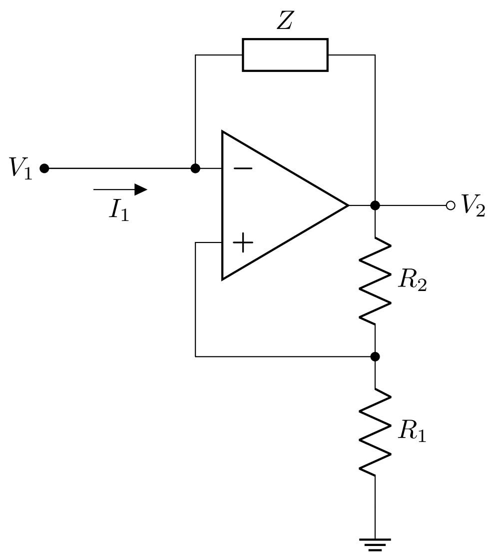
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PATAGONIA
SAN JUAN BOSCO

Índice

1. Introducción



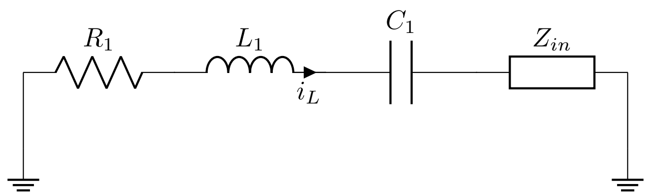
El sistema de la figura lleva el nombre de oscilador con resistencia negativa, por inspección, se puede observar que el circuito es una configuración RLC serie acompañada de un Conversor de Impedancias Negativas:



La impedancia de entrada de este circuito es $Z_{in} = V_1/I_1$, al reemplazar por los valores de R_1,R_2 y Z

$$Z_{in} = V_1/I_1 = -ZR_1/R_2$$

Si las resistencias R_1 y R_2 son iguales entonces la impedancia $Z_{in} = -Z$. Por lo tanto se puede representar el circuito de la siguiente manera:



Esta impedancia negativa Z_{in} compensa las pérdidas de energía en la resistencia R_1 y como consecuencia el circuito se comporta como un oscilador.

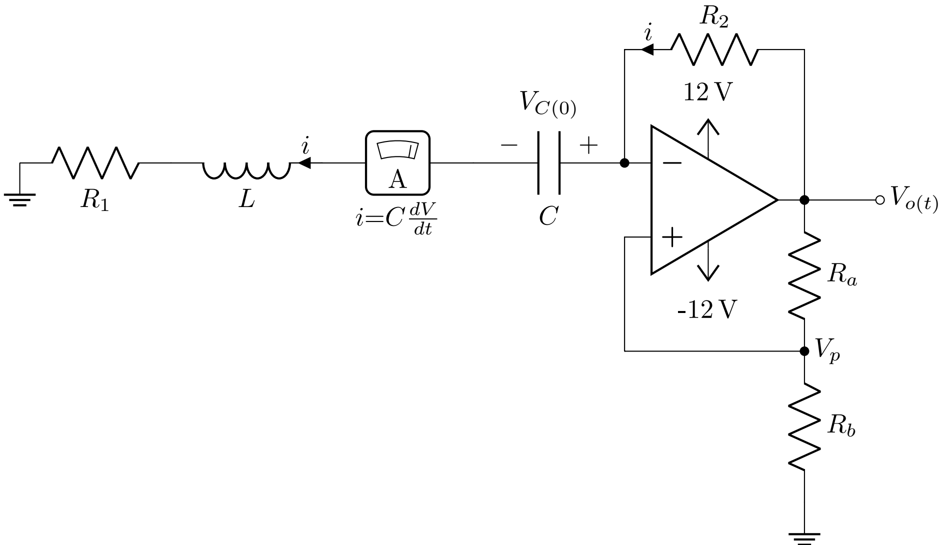
2. Objetivos

- Modelar e interpretar el circuito
- Obtener la respuesta temporal de la tensión de salida y graficarla en Mathematica
- Realizar un barrido paramétrico sobre la resistencia R_B y observar las diferentes respuestas.

3. Modelado Matemático

Para modelar el circuito se tuvieron en cuenta algunas consideraciones

- El amplificador operacional es ideal
- La tensión inicial en el capacitor es $V_{C(0)}$
- La entrada del sistema es la tensión inicial del capacitor
- La salida del sistema es la tensión a la salida del Amplificador Operacional



Para la primera ecuación se analizó el nodo V_p, en donde se tiene que:

$$C\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{V_o(t) - V_p(t)}{R_2} \tag{1}$$

$$V_p(t) = \frac{R_b V_o(t)}{R_a + R_b} \tag{2}$$

Reemplazando (2) en (1) se obtiene la primera ecuación de nuestro sistema, a la cual se le aplicó la transformada de Laplace.

$$C(sV_c(s) - V_c(0)) - \frac{R_a V_o(s)}{R_2 R_a + R_2 R_b} = 0 \tag{3}$$

Para la segunda ecuación se analizó la malla que contiene a los componentes $R_1,\ R_2,\ C,\ L$ y $V_o(s)$.Se define la ecuación de la tensión de salida como

$$V_o(t) = LC\frac{d^2V_c(t)}{dt^2} + C(R_1 + R_2)\frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t)$$

Nuevamente se aplicó la transformada de Laplace, obtiendo la segunda ecuación

$$V_c(s) - V_o(s) + C(R_1 + R_2)(sV_c(s) - v_0(t)) + LC(s^2V_c(s) - sv_0(t)) = 0 \tag{4}$$

Con estas dos ecuaciones es posible obtener las tensiones de salida y entrada del sistema y su función de transferencia

$$H(s) = -\frac{\frac{CR_2 * (R_a + R_b)}{R_a}}{(LC)s^2 + (CR_1 - \frac{CR_2 R_b}{R_a})s + 1}$$

El circuito RLC junto al conversor de impedancia negativas conforman un sistema de segundo orden. El modelo teórico de la función de transferencia se muestra a continuación:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s^2\tau^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

En los sistemas de segundo orden existen tres parámetros a considerar:

- K: ganancia estática
- ξ: factor de amortiguamiento
- $1/\tau$: frecuencia natural no amortiguada

La posición de los polos está determinada por el factor de amortiguamiento, ξ.

$$p_{1,2} = \frac{1}{\tau}\left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)$$

Para obtener la característica de un oscilador los polos deben ser imaginarios puros, por lo tanto ξ debe ser nula.

Comparando la función de transferencia obtenida con la función del modelo teórico se determinaron los parámetros ξ, τ y K

$$\begin{aligned} K &= -\frac{CR_2(R_a + R_b)}{R_a} \\ \tau &= \sqrt{LC} \\ \xi &= \frac{-CR_1 + \frac{CR_2R_b}{R_a}}{2\sqrt{LC}} \end{aligned}$$

Un coeficiente de amortiguamiento nulo implica que la resistencia R_1 debe ser igual a la impedancia vista desde el conversor.

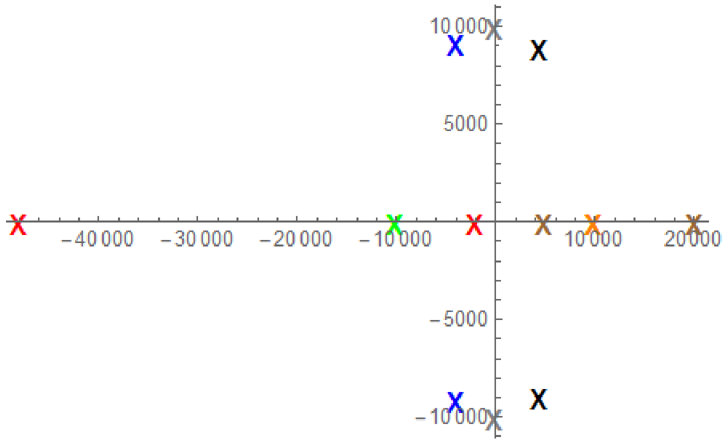
$$\begin{aligned} \xi &= 0 \\ R_1 &= \frac{R_2R_b}{R_a} \\ H(s) &= -\frac{\frac{R_2C(R_a+R_b)}{R_a}}{(LCs^2 + 1)} \end{aligned}$$

Por último se verificó que los polos están ubicados en el eje imaginario, lo cual cumple con la característica de un oscilador.

$$p_{1,2} = i\frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}}, -i\frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}}$$

4. Respuesta Temporal

Como vimos anteriormente el valor de ξ determina la ubicación de los polos. Como se fijaron los valores de R_1,R_a,R_b,L y C, el componente que determina la respuesta del sistema es R_2.



Dados los valores de la tabla para R_2 se graficaron las respuestas temporales

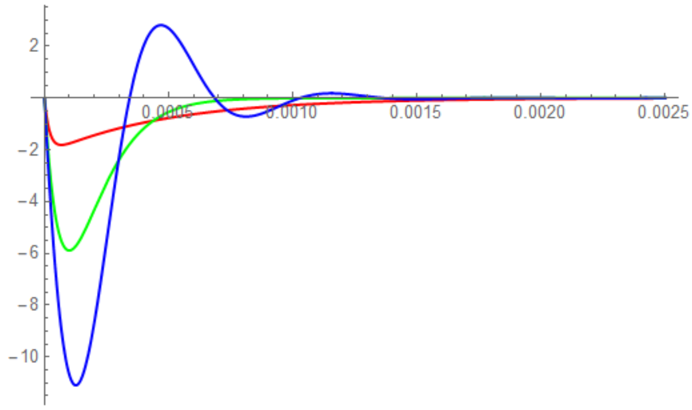


Figura 1: Respuesta sobreamortiguada(Rojo); Respuesta Criticamente amortiguada (Verde);Respuesta Subamortiguada(Azul

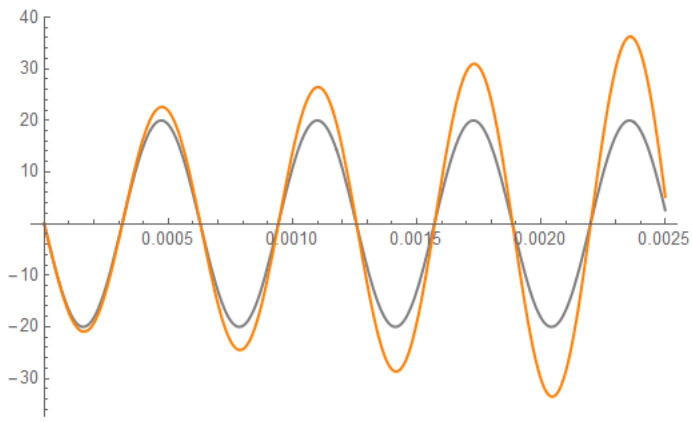


Figura 2: Respuesta oscilatoria(Gris),Respuesta inestable(Naranja)

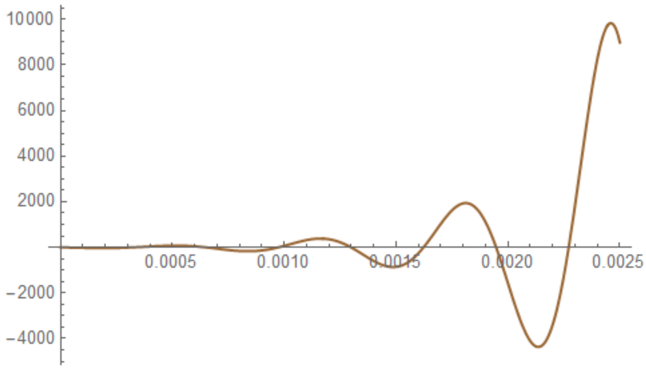
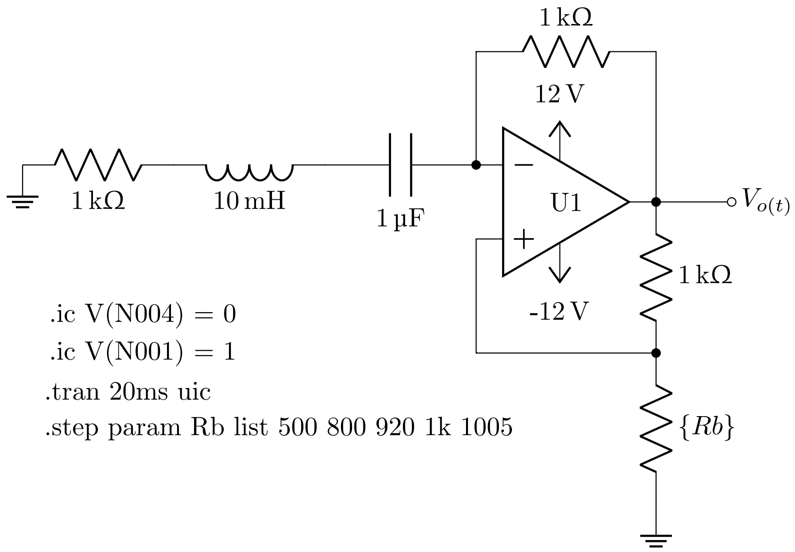


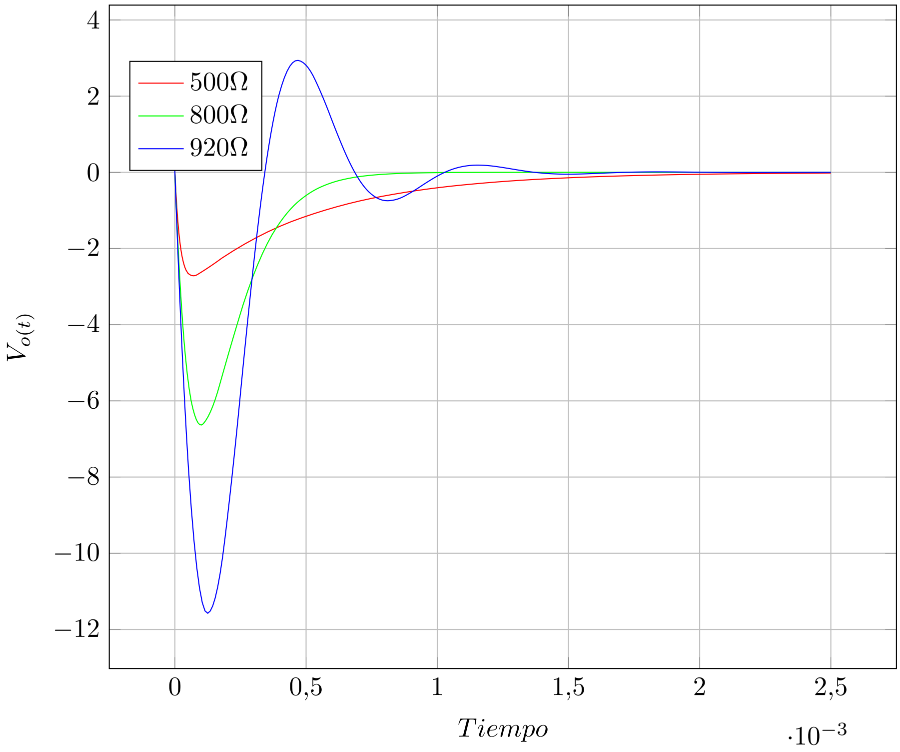
Figura 3: Respuesta inestable

5. Barrido Paramétrico

Para observar el comportamiento del circuito para diferentes valores de resistencia equivalente se realiza un barrido paramétrico en LTSpice:

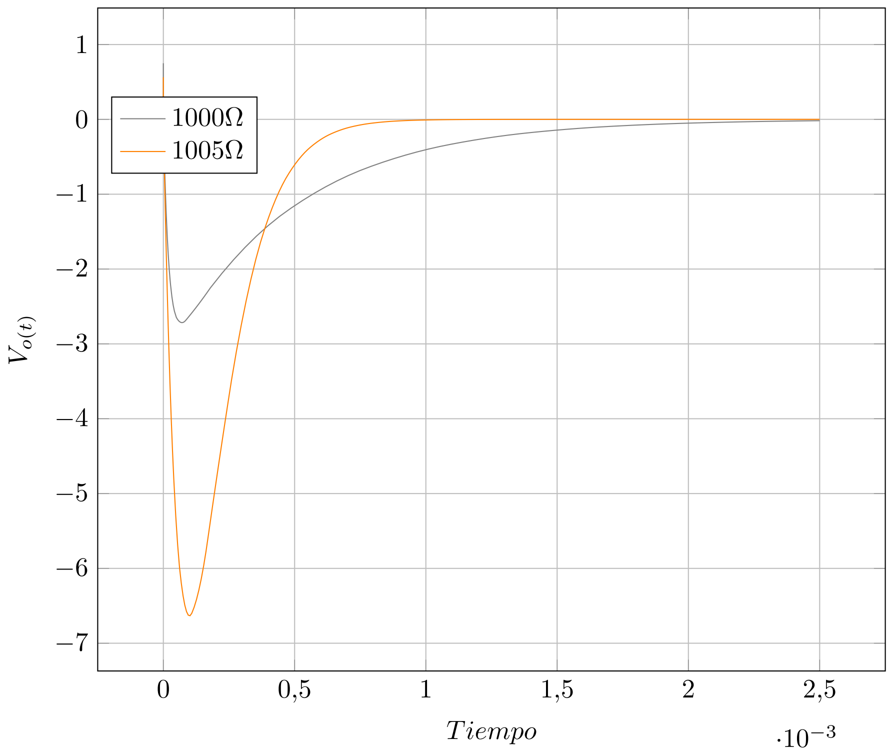


Es necesario configurar la condición inicial del capacitor con una tensión de 1V, usando la etiqueta .IC se puede establecer la condicion inicial de tensión en un nodo. Se obtuvieron las siguientes respuestas:



En donde las diferentes respuestas están diferenciadas por trazos de diferentes colores:

- Rojo: Respuesta sobreamortiguada.
- Verde: Respuesta criticamente amortiguada.
- Azul: Respuesta subamortiguada.



- Gris: Respuesta oscilatoria.
- Naranja: Respuesta inestable.

6. Conclusión

En el laboratorio se analizó un sistema que constaba de dos partes, por un lado, un circuito RLC y por el otro un conversor de impedancias, el cual estaba constituido por un amplificador operacional y tres resistencias. En esta última ultima configuración se obtuvo una impedancia de entrada con valor negativo.

Se encontró de forma teórica la función de transferencia del sistema H(s) y se pudo concluir que dicho sistema es un sistema de segundo orden.

Al comparar cada coeficiente de H(s) con los parámetros de un sistema de segundo orden, factor de amortiguamiento (ξ) y frecuencia natural no amortiguada (τ), se comprobó que se generaban distintas respuestas en la salida del sistema cuando la impedancia vista por el circuito RLC cambiaba.

Se concluye que para obtener un sistema con un comportamiento oscilatorio no debe existir amortiguamiento, es decir el valor de ξ es nulo. Un factor de amortiguamiento nulo implica que la impedancia vista por el circuito RLC sea del mismo valor que la resistencia de dicha configuración. Dicho de otra manera, para obtener un comportamiento oscilatorio en este sistema el conversor de impedancias negativas tiene que compensar la resistencia del RLC lo cual implica que la energía queda oscilando entre los componentes L y C.