

*"Dudar es incómodo pero es  
ridículo no aceptar la  
INCERTIDUMBRE".*

Goethe

# *Riesgo*

- Puede definirse como una medida de la probabilidad y severidad de efectos adversos.
- También se define como la probabilidad de no alcanzar los objetivos de la organización. Aunque puede que las posibles consecuencias sean peores o mejores que esos objetivos.
- Medir el riesgo es una actividad cuantitativa y científica.
- Se hace necesario que la organización realice planes alternativos de acción que hagan frente al desvío que la realidad introduce a lo que se desea.
- Pero juzgar la seguridad es enjuiciar la aceptabilidad del riesgo: es una actividad cualitativa y política.

Tradicionalmente el estudio de alternativas se hace bajo suposiciones de ***certidumbre***.

Es decir, se supone que el decisor conoce con absoluta seguridad lo que pasará en el futuro o conoce con certeza el valor de las variables que entran en juego

Generalmente, esta suposición está alejada de la realidad.

Se debe relajar la suposición de **certidumbre**:  
En lugar de contantes conocidas algunos elementos son **variables aleatorias**.

# Lo único seguro sobre el futuro:

## ¡¡Nos equivocaremos!!



**Charlie Brown**

@carlososa01

Follow



Economista: Persona que pasa la mitad del tiempo haciendo predicciones y la otra mitad explicando por qué no se dieron sus pronósticos



**TalCualDigital.com** @DiarioTalCual

#ENTREVISTA Francisco Faraco: Seguro tendremos en el 2017 una inflación cercana al 2000% [ow.ly/GK1w307CdTK](https://ow.ly/GK1w307CdTK)

 Translate Tweet

10:52 PM - 2 Jan 2017



Con relación a las consecuencias futuras de una decisión, se pueden presentar las siguientes situaciones:

a) determinísticas o de certidumbre total

b) no determinísticas

» Riesgo

» Incertidumbre

» Imprecisión (que veremos más adelante)

# Riesgo e incertidumbre

- El riesgo y la incertidumbre se presentan cuando desconocemos qué pasará en el futuro.
- Aunque suenan como sinónimos, entre los dos términos hay una gran diferencia.

# ¿Cuándo hay incertidumbre?

Se dice que hay incertidumbre cuando **no se posee información suficiente** como para asignarle una distribución de probabilidad a los posibles resultados futuros de una decisión tomada hoy.

# ¿Cuándo hay Riesgo?

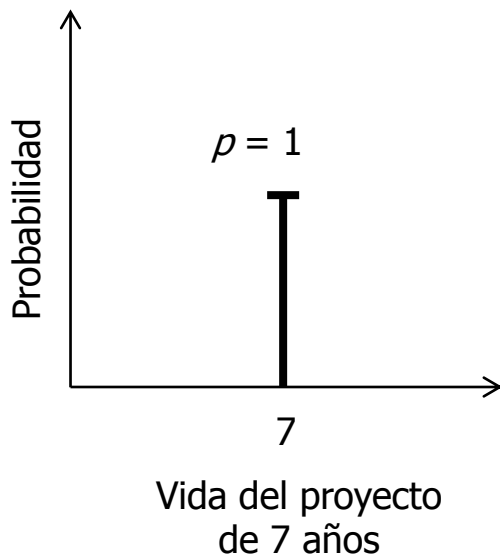
Se dice que hay riesgo cuando se posee información para asignar una distribución de probabilidad.

Los casos de riesgo son muy particulares y los más comunes están relacionados con situaciones de azar (loterías, ruletas, rifas, opciones, etc.)

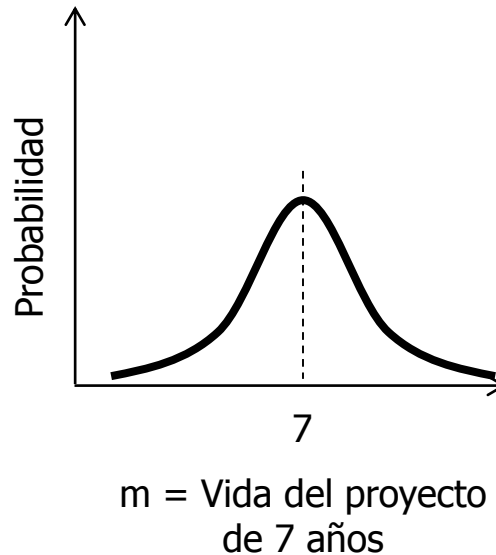


# Ejemplo: Vida de un proyecto

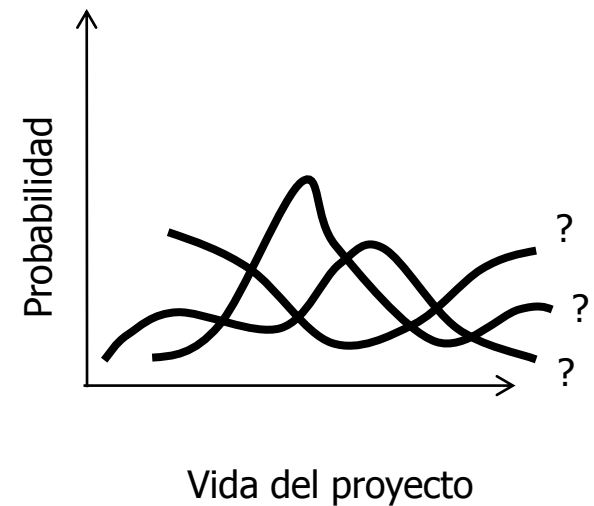
## Certidumbre



## Riesgo

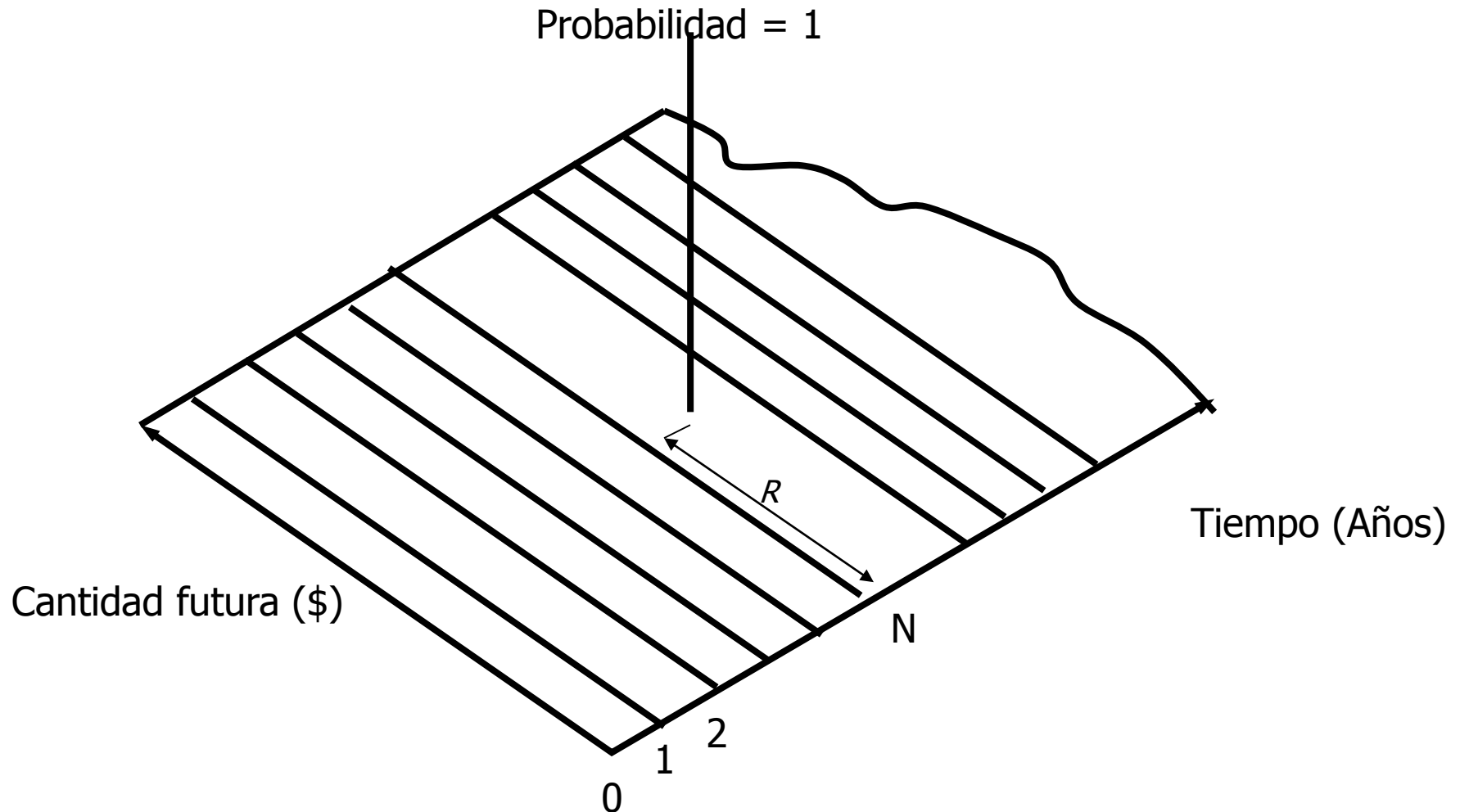


## Incertidumbre

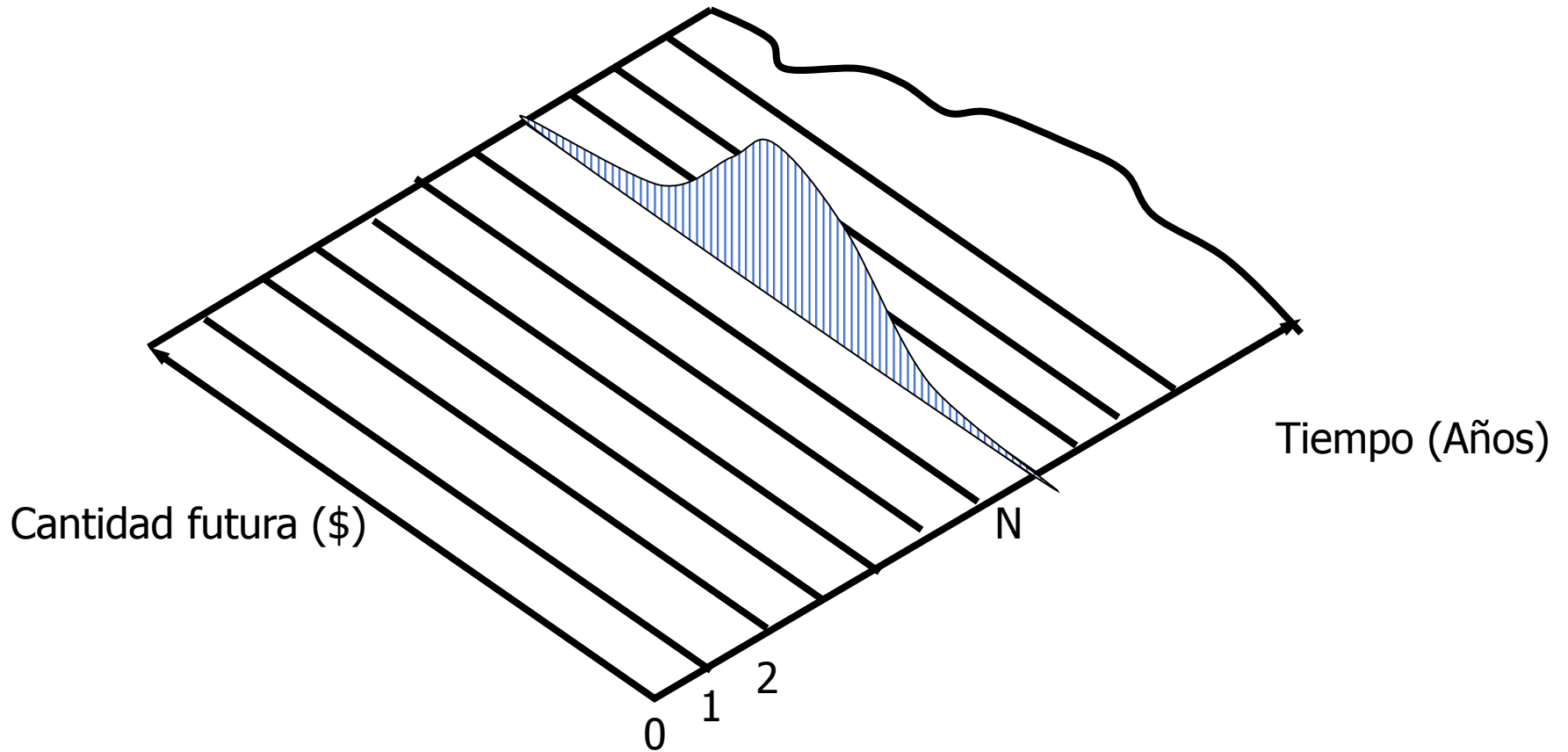


El riesgo puede darse en diferentes dimensiones:

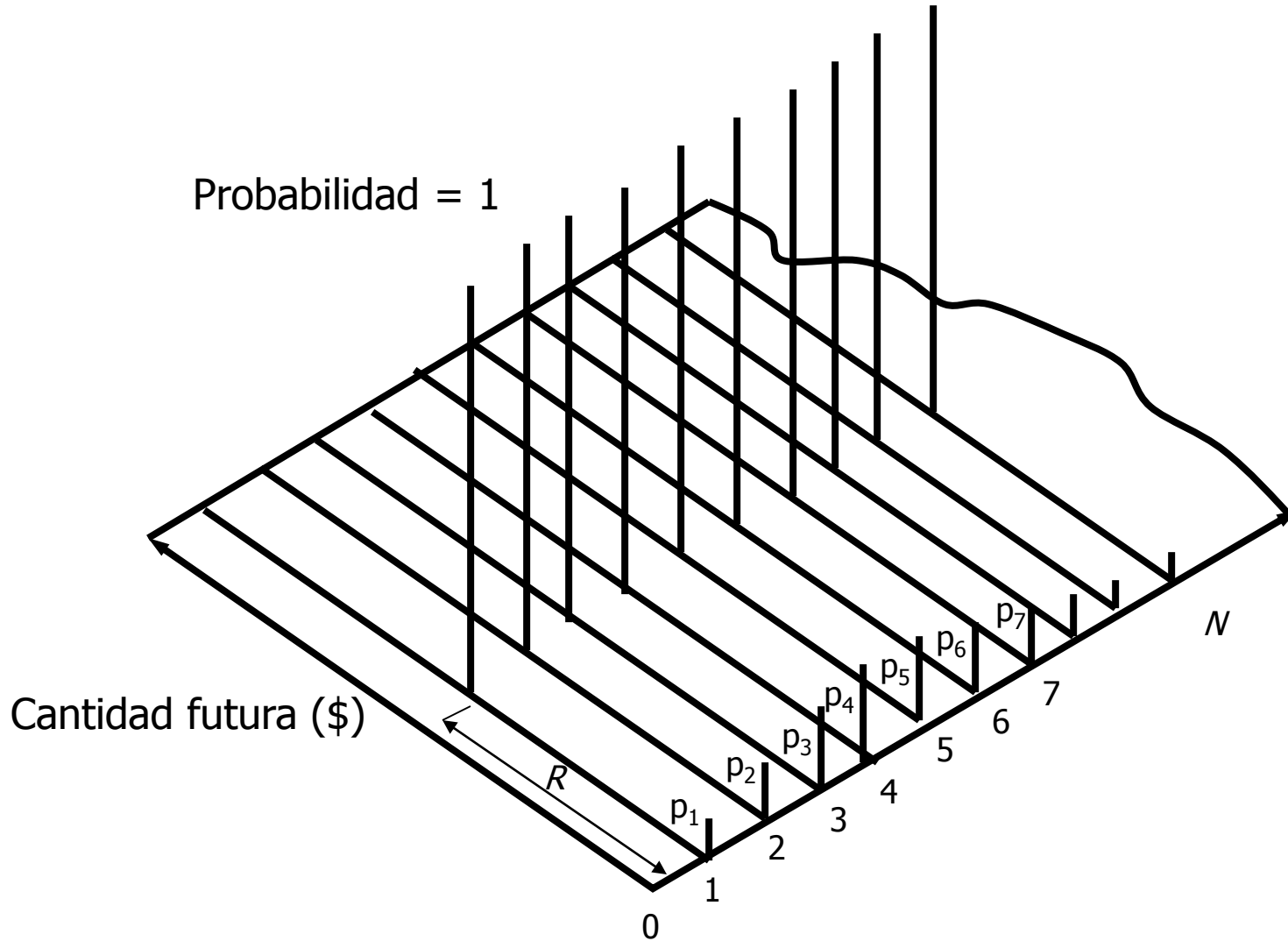
- *Resultado de certidumbre en un punto con certidumbre en el tiempo*



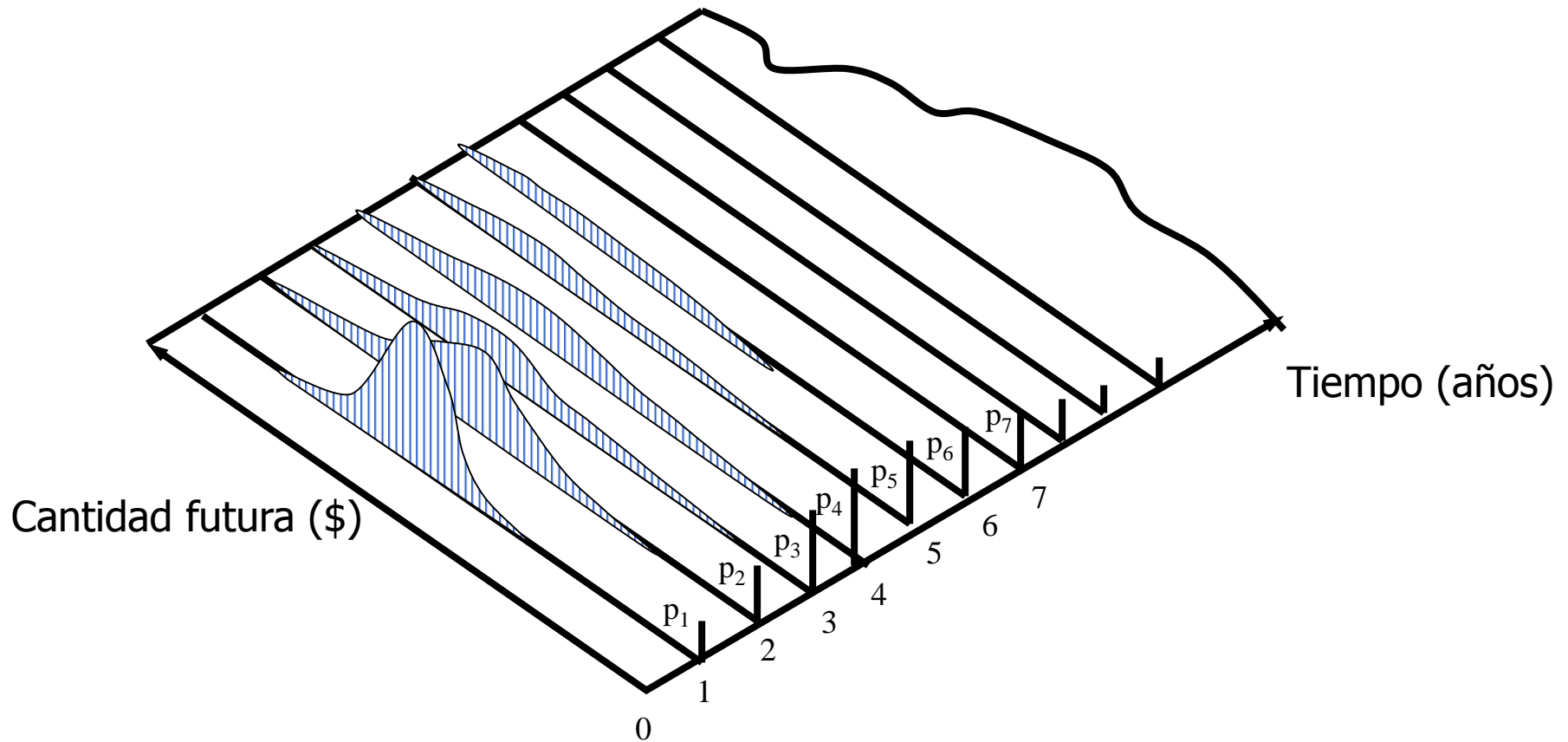
- *Cantidad de riesgo en un punto con certidumbre en el tiempo*



- *Resultado de certidumbre en puntos de riesgo en el tiempo*



- *Cantidades de riesgo en puntos de riesgo en el tiempo*



# Causas del riesgo y de la incertidumbre

Muchas de las causas del riesgo y la incertidumbre son atribuibles al comportamiento humano.

Sin embargo, existen fenómenos que también causan riesgo e incertidumbre.

# Causas del riesgo y de la incertidumbre

- ❖ Catástrofes naturales o comportamiento del clima.
- ❖ Cambios en la economía, tanto nacional como mundial.
- ❖ Cambios en políticas de países que en forma directa o indirecta afectan el entorno económico local.
- ❖ Obsolescencia.
  - ❖ Cambio tecnológico rápido y progreso.
  - ❖ Mejora en los productos.

# Causas del riesgo y de la incertidumbre

- ❖ Inexistencia de datos históricos directamente relacionados con las alternativas que se estudian.
- ❖ Baja cobertura y poca confiabilidad de los datos estadísticos con que se cuenta.
- ❖ Sesgos en la estimación de datos o de eventos posibles.
- ❖ Malinterpretación de los datos cuando los factores implícitos en los elementos a estimar son demasiado complejos.



# Específicamente en Colombia

- ❖ Inestabilidad social. Inseguridad. Orden público.
- ❖ Inestabilidad de las medidas económicas y falta de continuidad en los programas sectoriales.
- ❖ Factores políticos e institucionales. Inestabilidad política.
- ❖ Política cambiaria y de comercio exterior.

# ¿Cómo disminuir el grado de incertidumbre ?

- ❖ Obtener información antes de tomar la decisión, *ejemplo:* información acerca del mercado.
- ❖ Aumentar el tamaño de las operaciones.  
Ej. se asume menos riesgo al perforar 50 pozos de petróleo que al perforar uno.
- ❖ Diversificar.
- ❖ Análisis de riesgo.

# Rendimiento, Riesgo y Elección

Entre más arriesgado un proyecto, más alto debe ser su rendimiento para que se garantice su aceptación.

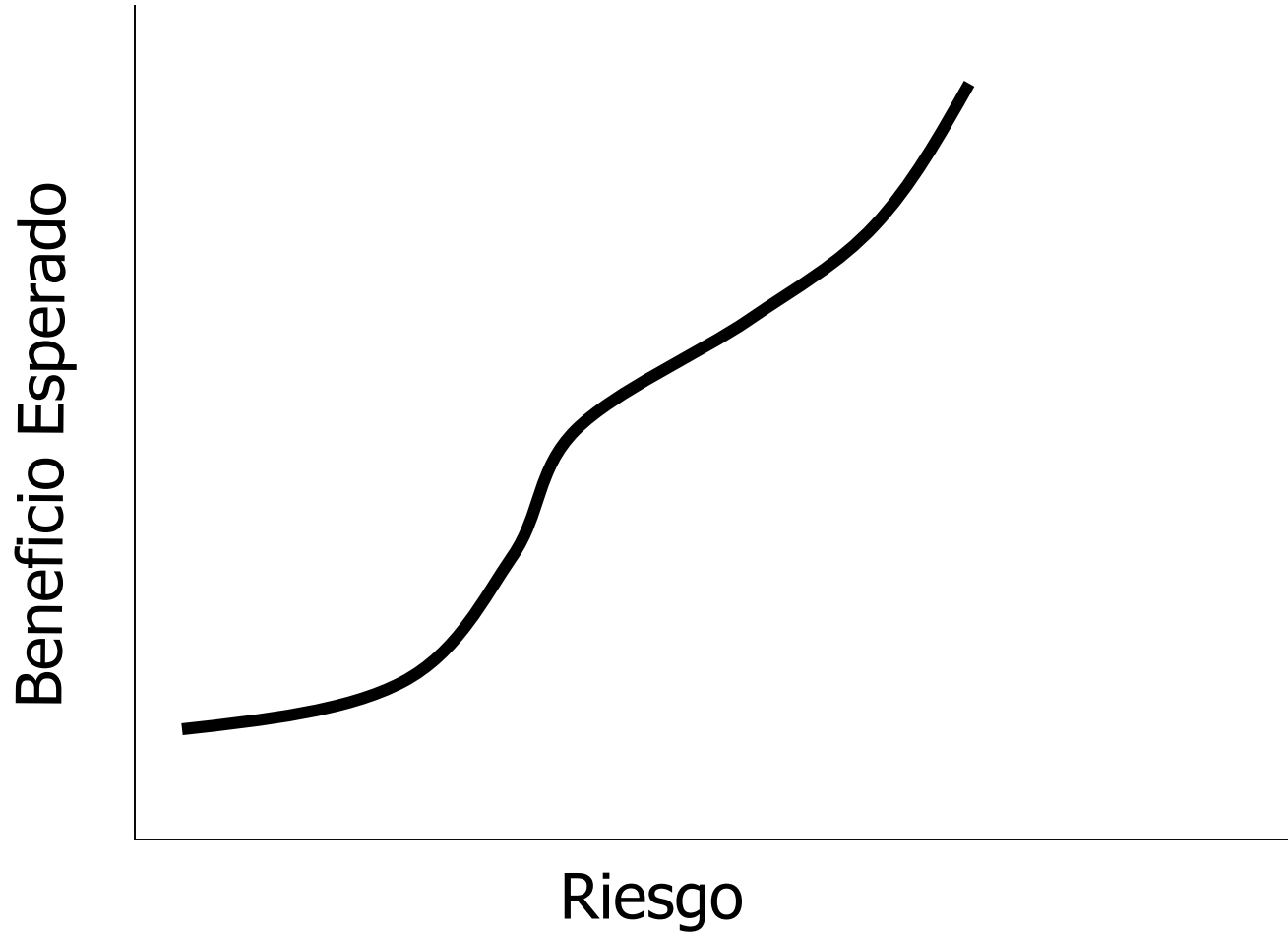
Política de la empresa con relación al riesgo.

No existe un criterio racional o lógico para una elegir la cantidad de riesgo a que la está dispuesta la empresa.

# Relación entre beneficios y riesgo

- ❖ Función de:
  - ❖ las *preferencias* de quienes deciden
  - ❖ la *cantidad de riesgo actual* al que está expuesto la empresa
- ❖ **¿Cuál es la relación entre rendimiento esperado y riesgo?**

# Relación entre beneficios y riesgo



***¿Cuánto riesgo se está dispuesto a asumir?***

# Modelos de decisiones bajo certidumbre

El estado futuro de la naturaleza es **único** y **conocido**.

Es decir, existe **seguridad** en lo que sucederá en el futuro.

Caso determinístico:

Por lo general puede formularse como:

$$\begin{array}{l} \textit{Optimizar } Z(x) \\ \textit{Sujeto a } x \in S \end{array}$$

$Z(x)$  es la función objetivo que representa los retornos en el atributo que se desea optimizar.

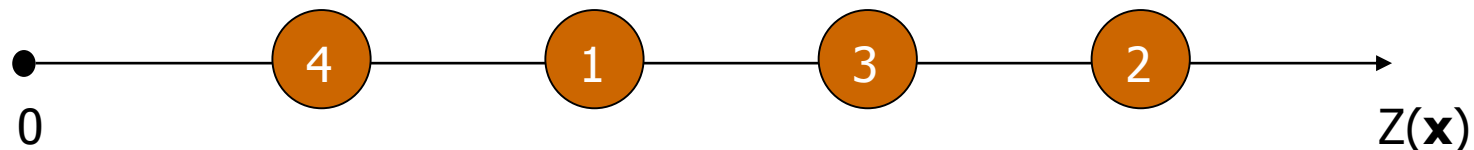
$S$  es el espacio de soluciones factibles, definido por restricciones

Puede formularse también como un **problema de selección** entre una serie de alternativas discretas.

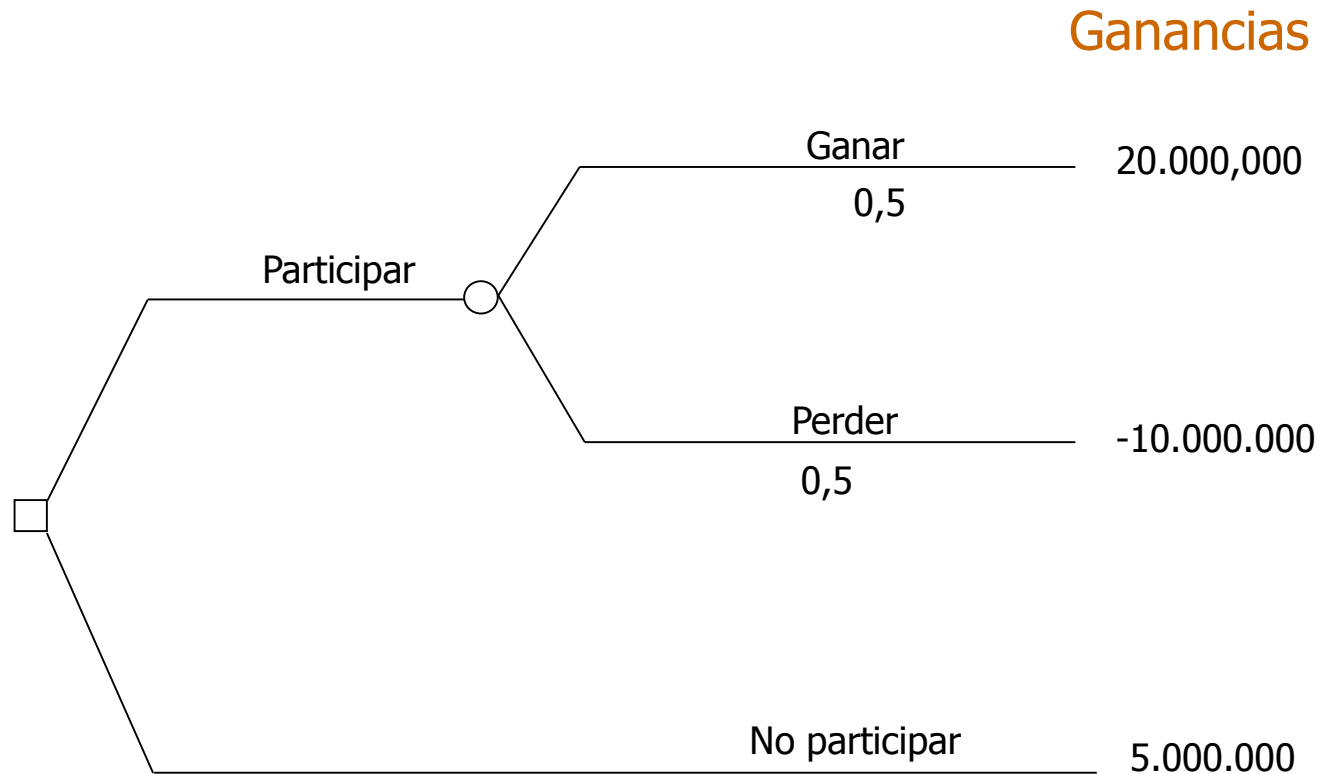
Esas alternativas proporcionan **retornos**  $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ , por lo que el problema puede plantearse entonces de la siguiente manera:

$$A_i^* = \text{Max} \{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$$

En donde  $A_i^*$  es la **alternativa seleccionada**, o solución óptima al problema.



Suponga que usted tiene que decidir sobre ganar 5,000,000 con seguridad o exponerse en una lotería en la que con igual probabilidad pierde 10 millones o gana 20 millones. ¿Qué haría?





# Modelos de decisiones bajo riesgo

El decisor puede asignar una **distribución de probabilidad** a los futuros estados de la naturaleza.

Si se tienen las **decisiones alternativas**  $A_1, \dots, A_m$  y los **estados de la naturaleza**  $\theta_1, \dots, \theta_n$  se asume que se conoce:

$Z_{ij}$ : Retorno cuando se toma la decisión  $A_i$  **y** el estado de la naturaleza es  $\theta_j$

**$P(\theta_j)$ : Probabilidad de ocurrencia del estado  $\theta_j$**

|             | $\theta_1$    | $\theta_2$    | ... | $\theta_n$    |
|-------------|---------------|---------------|-----|---------------|
| $A_1$       | $Z_{11}$      | $Z_{12}$      | ... | $Z_{1n}$      |
| ...         | ...           | ...           | ... | ...           |
| $A_m$       | $Z_{m1}$      | $Z_{m2}$      | ... | $Z_{mn}$      |
| $P[\theta]$ | $P[\theta_1]$ | $P[\theta_2]$ | ... | $P[\theta_n]$ |

**Ejemplo:** En la *perforación de un pozo petrolero* se estima que se pueden encontrar: **Mucho petróleo** (alrededor de 500.000 barriles), **medio** (alrededor de 200.000), **poco** (alrededor de 50.000 barriles) o **seco** con ciertas probabilidades.

Las **alternativas** de decisión son: perforar ( $A_1$ ), alquilar sin condiciones ( $A_2$ ) y alquilar con condiciones ( $A_3$ ).

Datos adicionales:

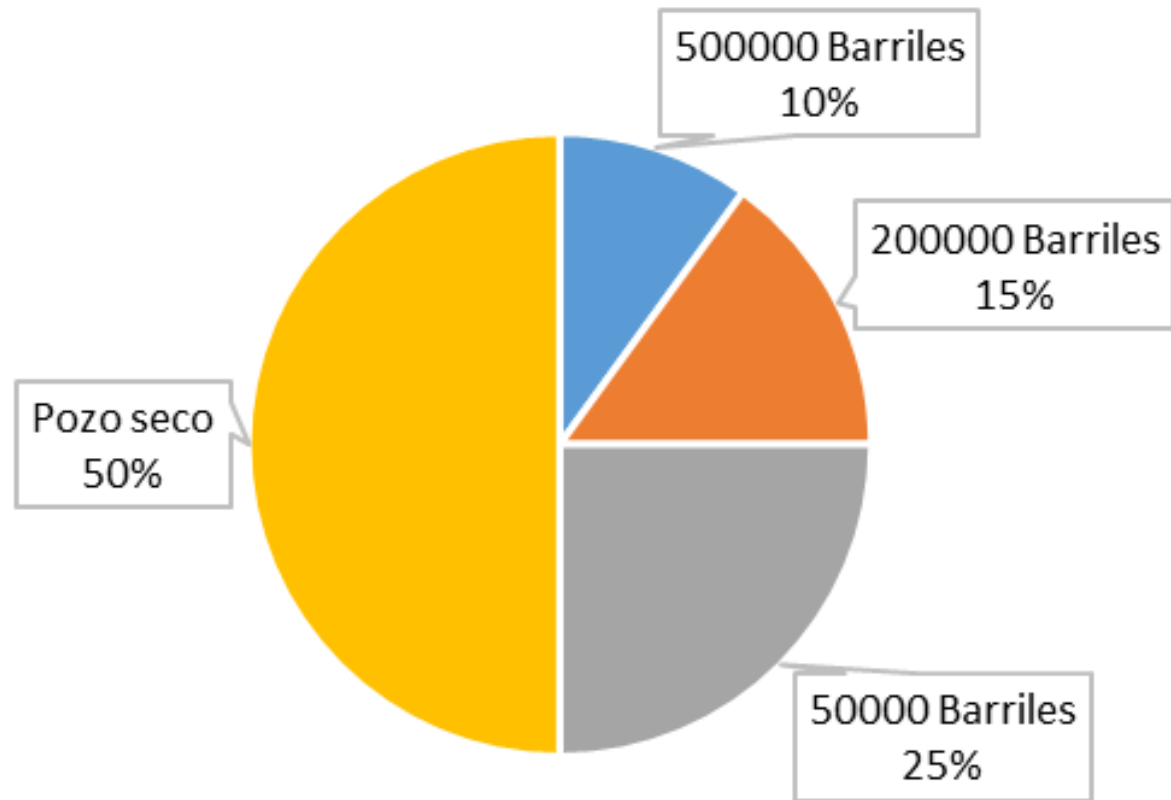
- ✦ Costo de perforación de un pozo productivo: US\$ 100.000.
- ✦ Costo de perforación de un pozo seco: US\$ 75.000.
- ✦ La utilidad de la operación es de US\$ 1.50 por barril sin descontar costo de perforación.
- ✦ En el alquiler incondicional se obtiene una ganancia de US\$ 45.000.
- ✦ En el alquiler condicional, si el pozo es  $< 200.000$  barriles no se recibe nada, pero si es  $\geq 200.000$  barriles se reciben US\$ 0.5 por barril.

La matriz de decisión (matriz de pagos) es:

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho      | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|--------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles         | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
|                                   | Beneficios económicos \$ |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000                  | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000                   | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000                  | 100.000             | 0                  | 0                  |
| <b>P[<math>\theta_i</math>]</b>   | 0,10                     | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

(Tarea: Verifique los cálculos)

## Probabilidades

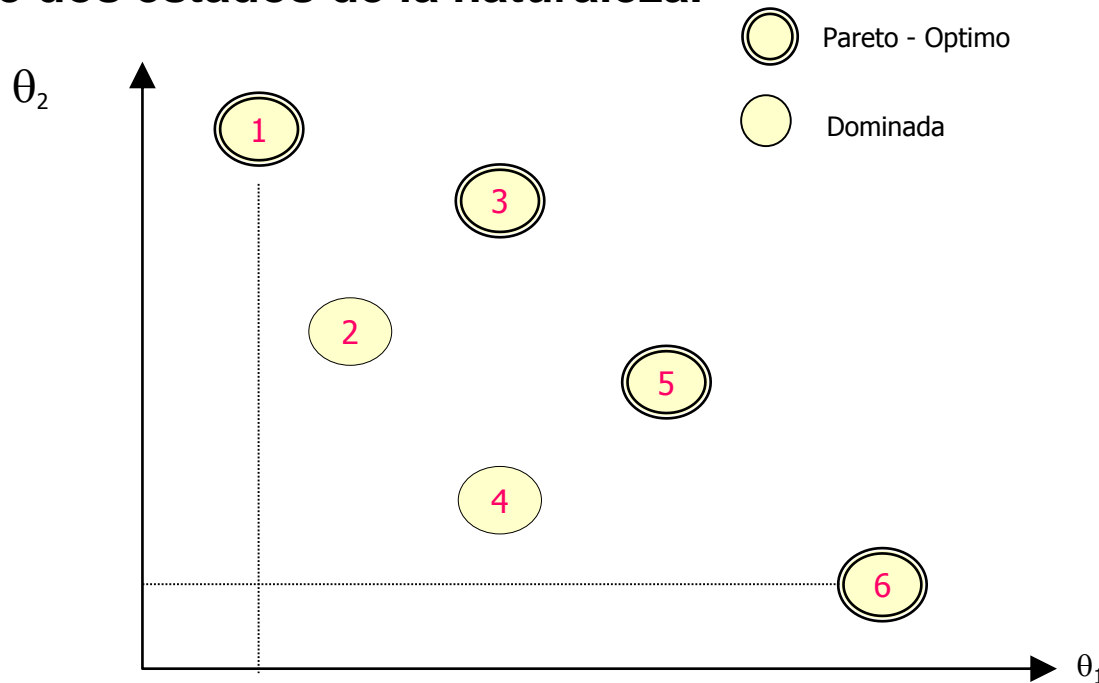


■ 500000 Barriles   ■ 200000 Barriles   ■ 50000 Barriles   ■ Pozo seco

# Criterios de decisión

## Dominancia estocástica

En la figura se presenta el problema de selección de alternativas para el caso de dos estados de la naturaleza.



Mejor alternativa estado 1 : Alternativa 1

Mejor alternativa estado 2 : Alternativa 6

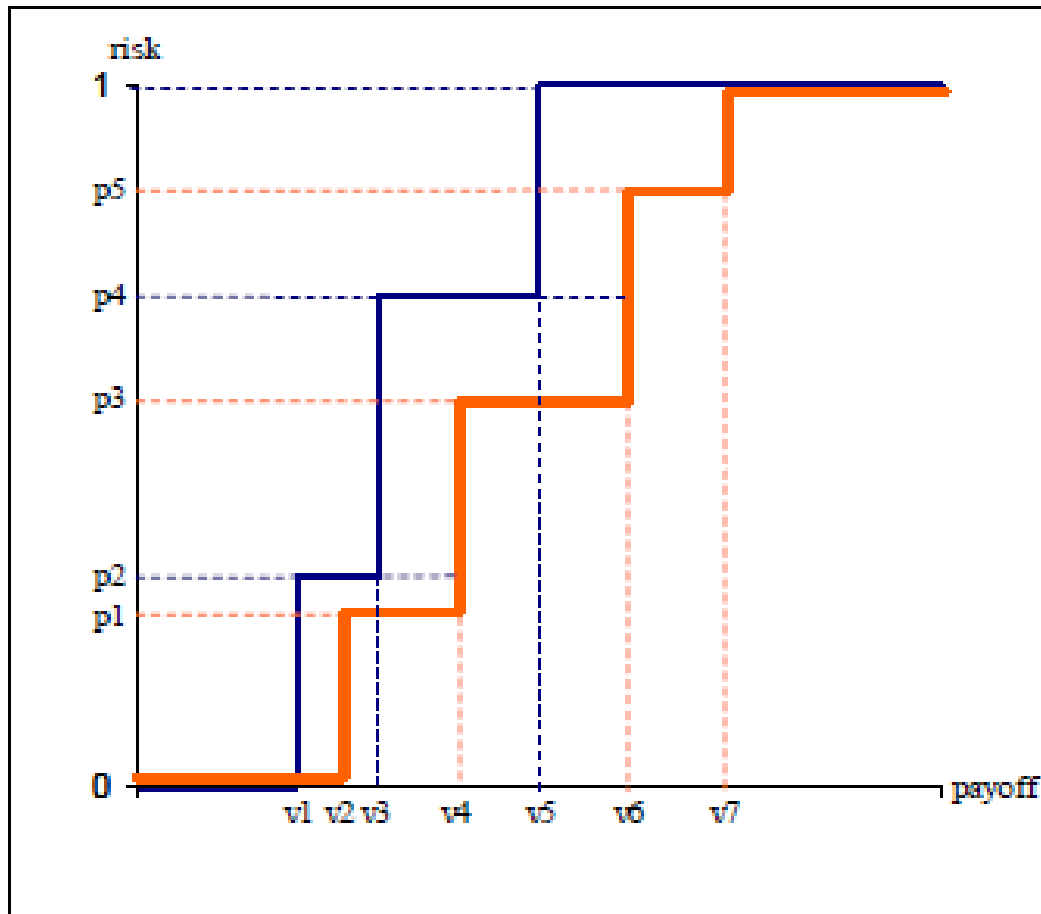
**Se considera que una alternativa  $A_i$  es dominada estocásticamente por una alternativa  $A_j$  si sus resultados en todos los estados son peores que los de  $A_j$**

$$Z_{jk} \geq Z_{ik} \quad k = 1, \dots, k \text{ (Estados de la naturaleza)}$$

**Una alternativa es Pareto - Óptima si no es dominada por otra alternativa.**

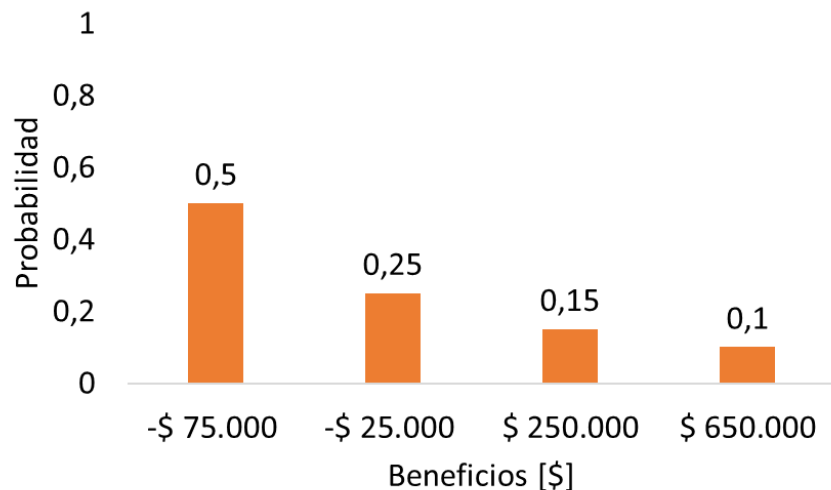
**La frontera de Pareto - Optimalidad permite eliminar las alternativas dominadas**

## Un ejemplo de dominancia estocástica

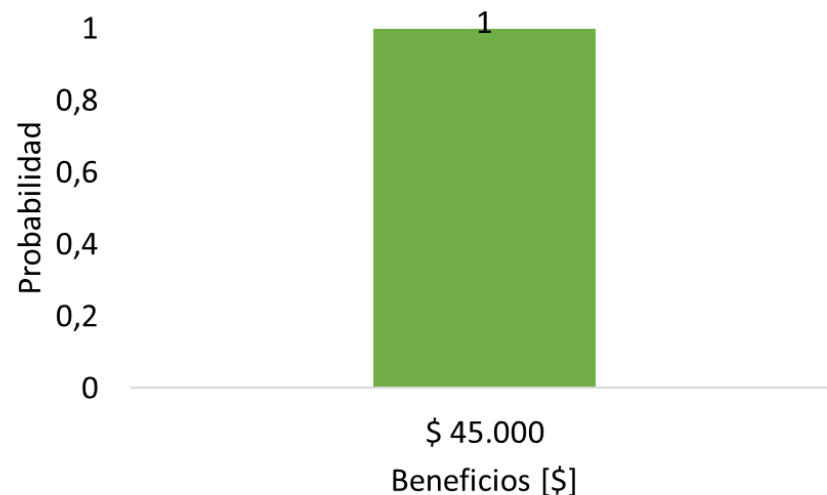


La alternativa naranja domina a la azul: para cada valor de riesgo la alternativa naranja ofrece mejores beneficios.

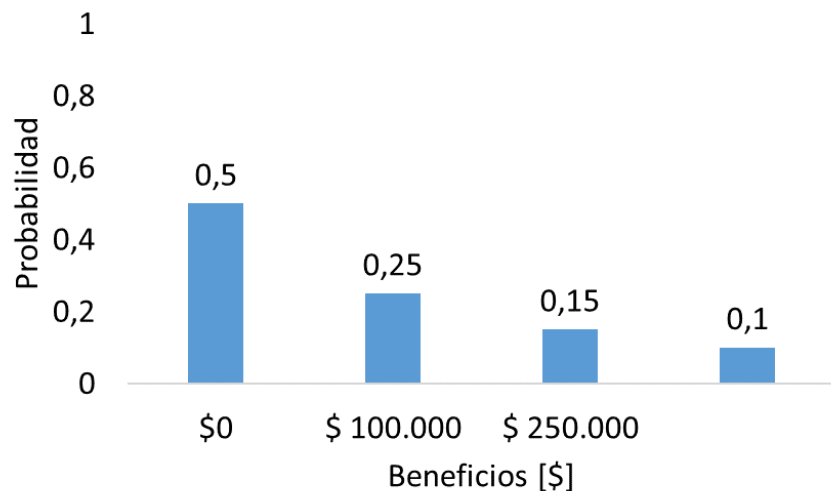
### Alternativa A<sub>1</sub>



### Alternativa A<sub>2</sub>



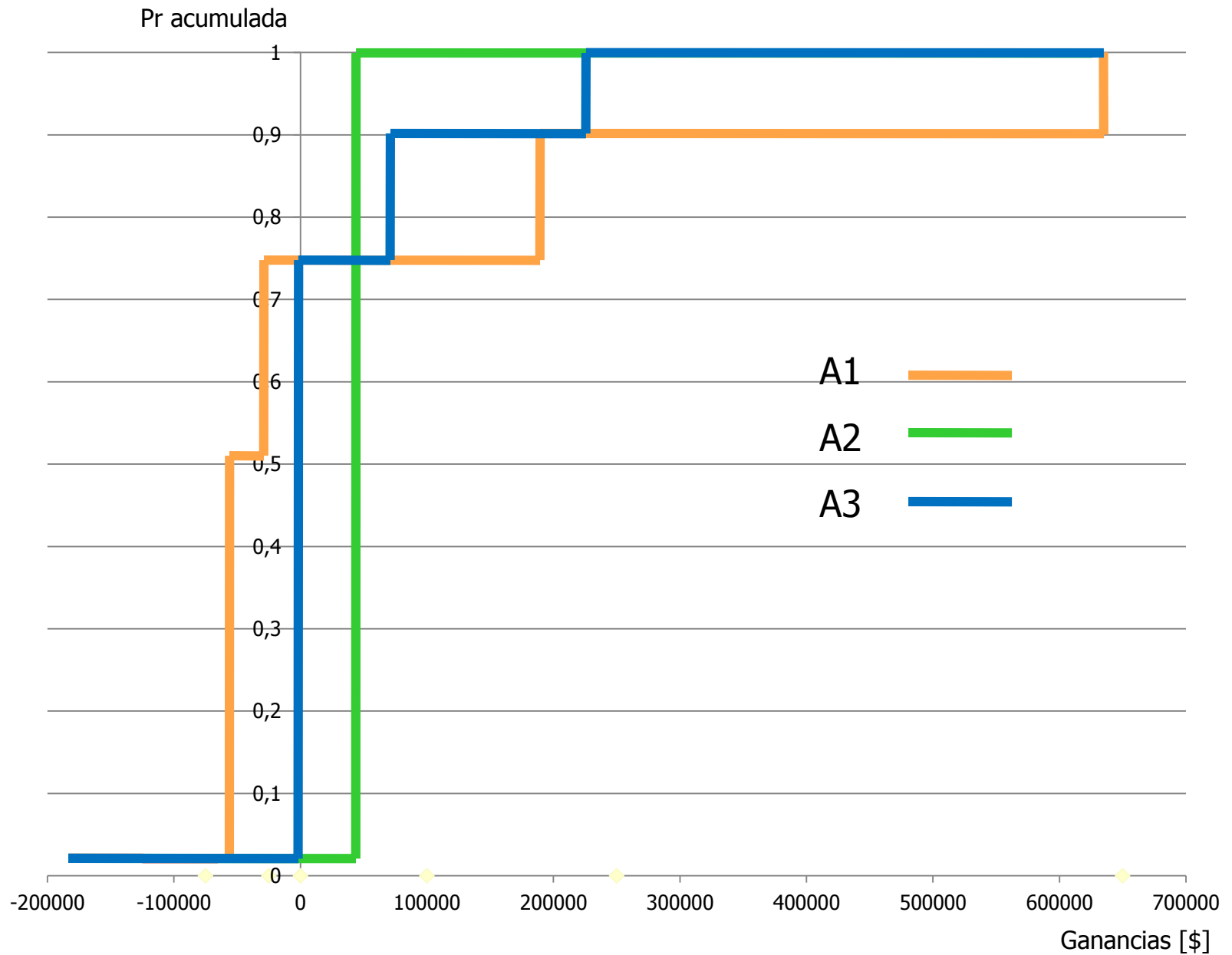
### Alternativa A<sub>3</sub>



¿Hay alguna alternativa que, para cualquier valor de P, ofrezca siempre un beneficio mejores que las demás alternativas?

Es más fácil ver la dominancia en la distribución acumulada.





¿Hay dominancia estocástica? Ninguna alternativa domina estocásticamente a las otras.

Cuando no hay una dominancia estocástica clara de una alternativa sobre las otras es más difícil saber cuál alternativa es mejor.

Es necesario usar otros criterios de incertidumbre.

# Otros Criterios para Caracterizar una Alternativa bajo riesgo

**ESPERANZA:** En promedio responde satisfactoriamente.

**VARIABILIDAD:** Qué tanto se aparten los valores del valor esperado.

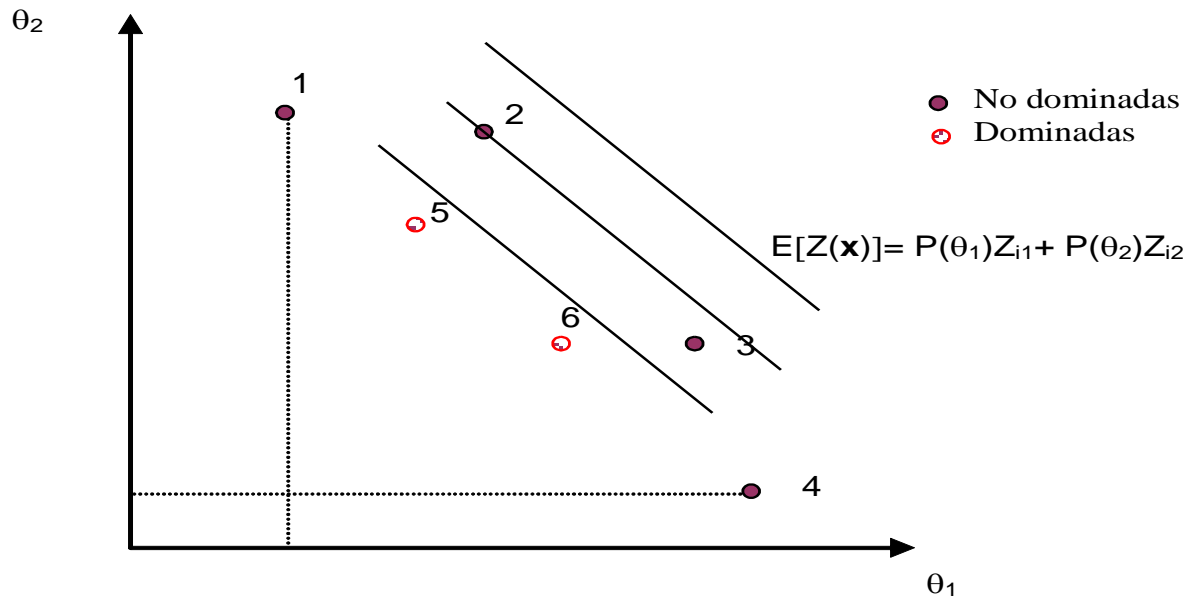
**VULNERABILIDAD:** Capacidad de soportar cambios predecibles.

**ROBUSTEZ:** Capacidad de soportar satisfactoriamente todos los posibles estados de la naturaleza.

## A. Criterios de Esperanza

Este criterio selecciona la alternativa con mayor valor esperado de la siguiente manera:

$$E[A_i^*] = \text{Max} \{ E[A_1], E[A_2], \dots, E[A_m] \}$$



## A. Criterios de Esperanza

Este criterio es adecuado si **la variación de los retornos a lo largo de los estados es pequeña.**

Pueden ocurrir casos en que una decisión de inversión que sea óptima “en promedio” **sea muy mala para uno o más estados específicos.**

Para el ejemplo del pozo:

$$E[A_1] = (650.000 \times 0,1) + (200.000 \times 0,15) + (-25.000 \times 0,25) + (-75.000 \times 0,5) = \mathbf{51.250}$$

$$E[A_2] = 45.000$$

$$E[A_3] = 40.000$$

**La decisión más racional desde el punto de vista de maximizar el valor esperado de los beneficios será  $A_1$ : perforar el pozo**

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho      | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|--------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles         | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
|                                   | Beneficios económicos \$ |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000                  | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000                   | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000                  | 100.000             | 0                  | 0                  |
| $P[\theta_i]$                     | 0,10                     | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

## **B. Criterios de Variabilidad**

La mejor alternativa es la que tenga mínima varianza o desviación estándar s.

$$s(A_i) = \left( \sum_{j=1}^e P(\theta_j) (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2 \right)^{1/2}$$

La desviación estándar de las alternativas es

$$s(A_1) = 220.436,36$$

$$s(A_2) = 0$$

$$s(A_3) = 78.421,93$$

*Elegiría  $A_2$*

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles    | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
| Beneficios económicos \$          |                     |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000             | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000              | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000             | 100.000             | 0                  | 0                  |
| $P[\theta_i]$                     | 0,10                | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

## **C.Criterios de vulnerabilidad**

Los criterios de vulnerabilidad son muy útiles cuando se consideran **posibles estados de la naturaleza críticos** como sequías, guerras, etc.

Los criterios de vulnerabilidad más aplicados son:

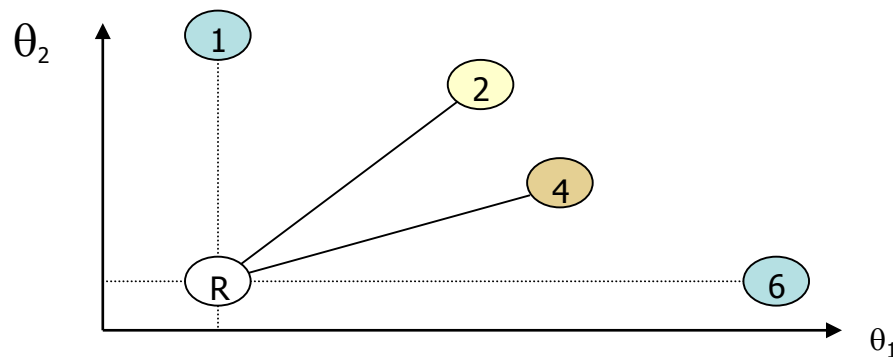
- La distancia al peor valor
- Las funciones de arrepentimiento
- *Criterio Hurwicz* :Criterios maximin y maximax
- Minimizar el máximo arrepentimiento.

## C.1. Criterio de la distancia al peor valor

Si  $Z_{min}^j$  corresponde al conjunto de los peores valores posibles de  $Z_{ij}$  en cada estado de la naturaleza  $\theta_j$ , la mejor alternativa será la que esté a mayor distancia de ese punto y se obtiene de la siguiente manera:

$$D^q(A_i) = \sum_{j=1}^n \left( P(\theta_j) (Z_{ij} - Z_{min}^j)^q \right)^{\frac{1}{q}}$$

Donde  $Z_{min}^j$  es el peor valor respecto al estado  $\theta_j$  y  $q$  define la norma o métrica utilizada.





En el ejemplo de la perforación del pozo petrolero. Los peores niveles para cada estado de la naturaleza son:

$$Z^1_{Min} = 45000, Z^2_{Min} = 45000, Z^3_{Min} = -25000, Z^4_{Min} = -75000$$

Las distancias al peor nivel considerando  $q = 1$  son:

$$D^q(A_i) = \sum_{j=1}^n \left( P(\theta_j) (Z_{ij} - Z^j_{min})^q \right)^{\frac{1}{q}}$$

$$D^1(A_1) = 83.750$$

$$D^1(A_2) = 77.500$$

$$D^1(A_3) = 72.500$$

Por lo que  $A_1$  sería la alternativa seleccionada si se usa  $q = 1$ .

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles    | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
| Beneficios económicos \$          |                     |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000             | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000              | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000             | 100.000             | 0                  | 0                  |
| $P[\theta_j]$                     | 0,10                | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

## C.2 Funciones de arrepentimiento

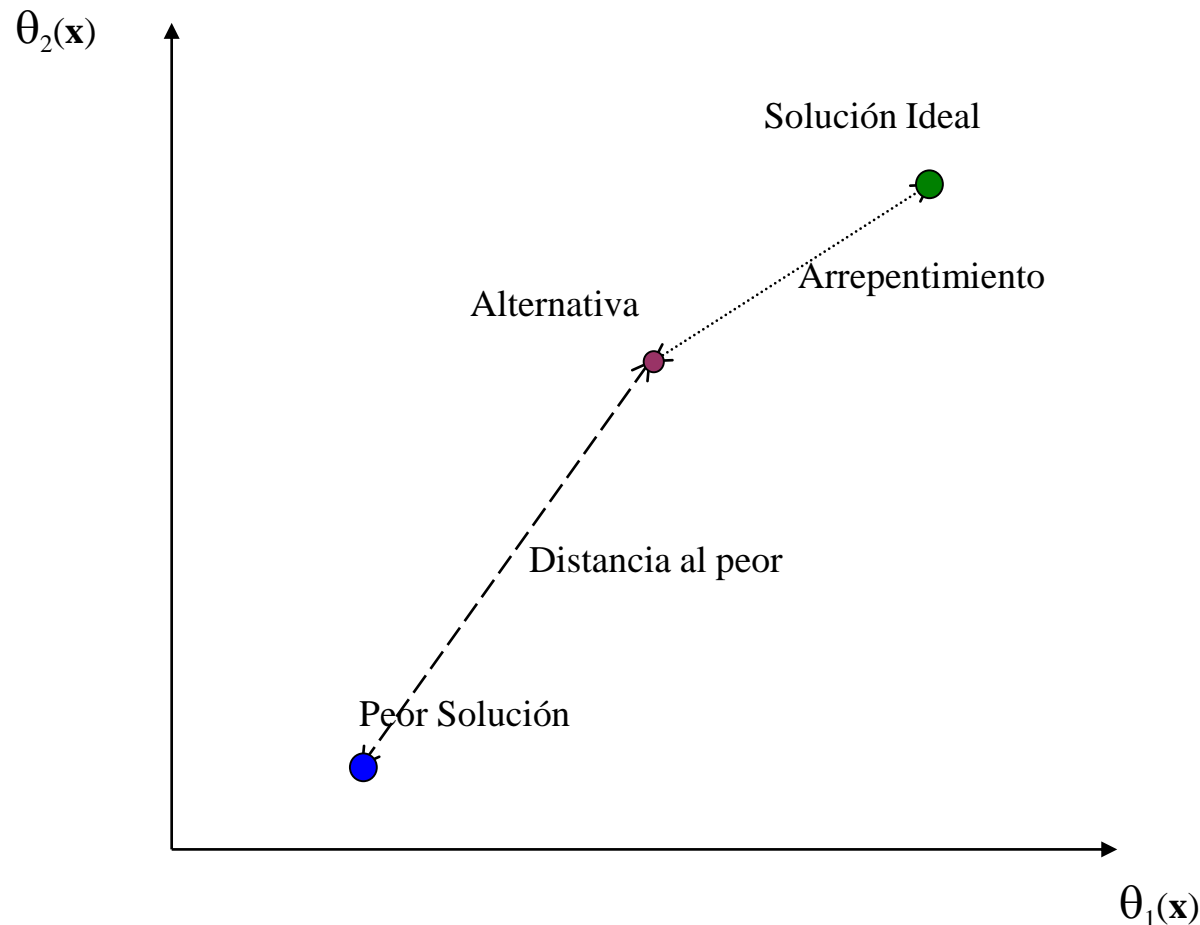
Compara cada alternativa con una alternativa ideal  $Z_{Max}^j$ .

La mejor alternativa es, por lo tanto, la más cercana a esa referencia y se obtiene de:

$$D^{q'}(A_i) = \sum_{j=1}^n \left( P(\theta_j) (Z_{max}^j - Z_{ij})^q \right)^{\frac{1}{q}}$$

donde  $Z_{Max}^j$  es el valor ideal respecto al estado  $\theta_j$ .

Las distancias a la alternativa ideal son llamadas "arrepentimientos" porque equivalen a los retornos no obtenidos a causa de no conocer con certeza el estado futuro de la naturaleza.



# ¿CUÁL ES EL LUGAR MÁS TRISTE DEL PODIO?



PUES SEGÚN VARIAS INVESTIGACIONES\*, ES ESTE ↗

LA CULPA LA TIENE ALGO QUE LOS PSICÓLOGOS LLAMAN **PENSAMIENTO CONTRAFACUAL**, MEJOR CONOCIDO COMO "EL HUBIERA".



EL SEGUNDO LUGAR PIENSA QUE **PUDO HABER GANADO** EL ORO. Y LO PERCIBE COMO UNA DERROTA.

EL TERCER LUGAR PIENSA QUE **PUDO NO HABER GANADO NADA**. Y LO PERCIBE COMO UNA VICTORIA.



ES UN PENSAMIENTO INCONGRUENTE...

...PERO ASÍ SUELE SER LA MENTE HUMANA.

\* CORNELL UNIVERSITY / UNIVERSITY OF TOLEDO / SAN FRANCISCO STATE UNIVERSITY  
FUENTE: "Why Bronze Medalists Are Happier Than Silver Winners" - SCIENTIFIC AMERICAN

 FACEBOOK.COM/PICTOLINE

En el ejemplo de la perforación del pozo petrolero los valores ideales utilizados  $Z^j_{Max}$  con respecto a cada estado de la naturaleza son:

$$Z^1_{Max} = 650000, Z^2_{Max} = 200000, Z^3_{Max} = 45000, Z^4_{Max} = 45000$$

Las distancias a la alternativa ideal considerando  $q = 1$  son entonces:

$$D^{q'}(A_i) = \sum_{j=1}^n \left( P(\theta_j) (Z^j_{max} - Z_{ij})^q \right)^{\frac{1}{q}}$$

$$D^{1'}(A_1) = 77.500$$

$$D^{1'}(A_2) = 83.750$$

$$D^{1'}(A_3) = 88.750$$

Por el criterio de minimizar el arrepentimiento con  $q = 1$ ,  $A_1$  sería la alternativa seleccionada.

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles    | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
| Beneficios económicos \$          |                     |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000             | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000              | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000             | 100.000             | 0                  | 0                  |
| $P[\theta_j]$                     | 0,10                | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

Si en lugar de usar  $q = 1$  se usa  $q = 2$  los resultados son:

✚  $D^{2'}(A_1) = 91.79$

✚  $D^{2'}(A_2) = 200.51$

✚  $D^{2'}(A_3) = 137.97$

Que indica que la alternativa seleccionada sería de nuevo  $A_1$ .

### C.3.Criterio Hurwicz :Criterios maximin y maximax

**Maximin:** el decisor actúa de manera pesimista y opta por la decisión que implique mayor utilidad para el peor de los casos de cada una de las alternativas. La mejor alternativa es la que tenga mayor valor de:

$$D^*(A_i) = \min_j (Z_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, m$$

En el ejemplo de la perforación del pozo petrolero, se elige para cada alternativa **el peor retorno** y se elige la alternativa que reporte la máxima utilidad. Los peores retornos son:

$$D^*(A_1) = -75000$$

$$D^*(A_2) = 45000$$

$$D^*(A_3) = 0$$

Se optaría entonces por la decisión **A<sub>2</sub>** que indica alquilar el terreno de manera incondicional.

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles    | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
| Beneficios económicos \$          |                     |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000             | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000              | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000             | 100.000             | 0                  | 0                  |
| $P[\theta_i]$                     | 0,10                | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

**Maximax** el decisor tiende a actuar de manera arriesgada por su exceso de **optimismo**. La mejor alternativa es la que tenga mayor valor de:

$$D^{**}(A_i) = \max_j (Z_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, m$$

En el ejemplo de la perforación del pozo petrolero, se obtiene:

$$D^{**}(A_1) = 650000$$

$$D^{**}(A_2) = 45000$$

$$D^{**}(A_3) = 250000$$

Coincidiendo, en este caso con la decisión de perforar el pozo  $A_1$ .

**Maximin = conservador**

**Maximax = arriesgado**

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000<br>Barriles | 200.000<br>Barriles | 50.000<br>Barriles | Pozo seco          |
| Beneficios económicos \$          |                     |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000             | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000              | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000             | 100.000             | 0                  | 0                  |
| $P[\theta_j]$                     | 0,10                | 0,15                | 0,25               | 0,50               |



# Otra propuesta:

Si  $\alpha$  = grado de optimismo del decisor, la mejor alternativa es la que tiene el mayor valor de:

$$D^{\alpha}(A_i) = \alpha \max_j (Z_{ij}) + (1 - \alpha) \min_j (Z_{ij}) , \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$\alpha$  depende del decisor pero también del problema en cuestión, pues hay problemas que requieren una visión más pesimista que otros, por ejemplo, casos en los que se juega la vida de alguien.

Por ejemplo, para  $\alpha=0.7$ , las alternativas tienen los siguientes valores

$$D^\alpha(A_1) = 0.7 * 650000 + 0.3 * (-75000) = 432500$$

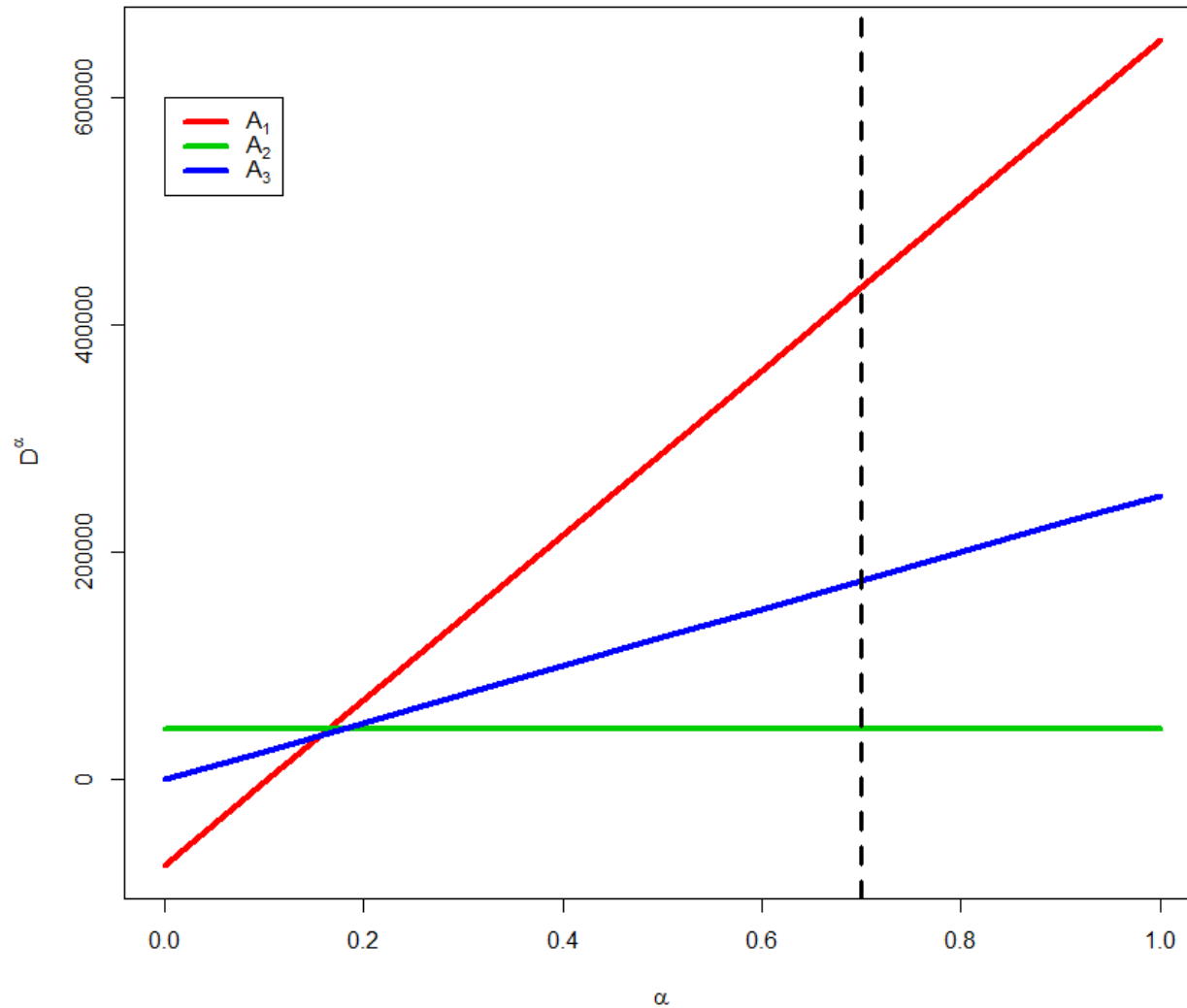
$$D^\alpha(A_2) = 0.7 * 45000 + 0.3 * 45000 = 45000$$

$$D^\alpha(A_3) = 0.7 * 250000 + 0.3 * 0 = 175000$$

Se optaría entonces por la decisión  $A_1$ .

Es importante hacer un análisis de sensibilidad a  $\alpha$ :  
Puede hacerse con base en la siguiente gráfica:

Análisis de sensibilidad sobre  $\alpha$



**$A_1$  es muy robusta frente a  $\alpha$ . Solo le supera  $A_2$  para valores por debajo de 0.16**

## **C.4.Minimizar el máximo arrepentimiento**

**Este criterio selecciona la alternativa que minimiza el máximo arrepentimiento, de la siguiente manera:**

$$D''(A_i) = \max_j (Z_{j,max} - Z_{ij}) , \quad i = 1, 2, \dots, m$$

**Suele ser moderado respecto a todos los posibles estados de la naturaleza.**

**La función minimax arrepentimiento = función de arrepentimiento en la que la métrica es infinito ( $\infty$ ) .**

En el ejemplo de la perforación del pozo petrolero los máximos arrepentimientos de las alternativas son:

$$D''(A_i) = \max_j (Z_{max}^j - Z_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$D''(A_1) = 120000$$

$$D''(A_2) = 605000$$

$$D''(A_3) = 400000$$

Por el criterio de minimizar el máximo arrepentimiento,  **$A_1$**  es la alternativa seleccionada.

| Estado de la naturaleza           | $\theta_1$<br>Mucho      | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|-----------------------------------|--------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                          | 500.000 Barriles         | 200.000 Barriles    | 50.000 Barriles    | Pozo seco          |
|                                   | Beneficios económicos \$ |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                    | 650.000                  | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar incondicionalmente | 45.000                   | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con condiciones    | 250.000                  | 100.000             | 0                  | 0                  |
| <b>P[<math>\theta_i</math>]</b>   | 0,10                     | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

## D. Criterios de Robustez

Una alternativa robusta en el futuro no requiere de transformaciones pues sus condiciones esenciales son:

- la insensibilidad
- tolerancia ante cambios inesperados
- actúa bien en la mayoría de los posibles estados de la naturaleza.

Pero suelen ser alternativas muy costosas (Robustez vrs costo → Multicriterio)

Algunos criterios son

- $\beta$ -robustez
- Up-side

## Criterio $\beta$ -robustez

**Este criterio selecciona la solución más robusta, respecto a un nivel de aceptabilidad  $\beta$ , de la siguiente manera:**

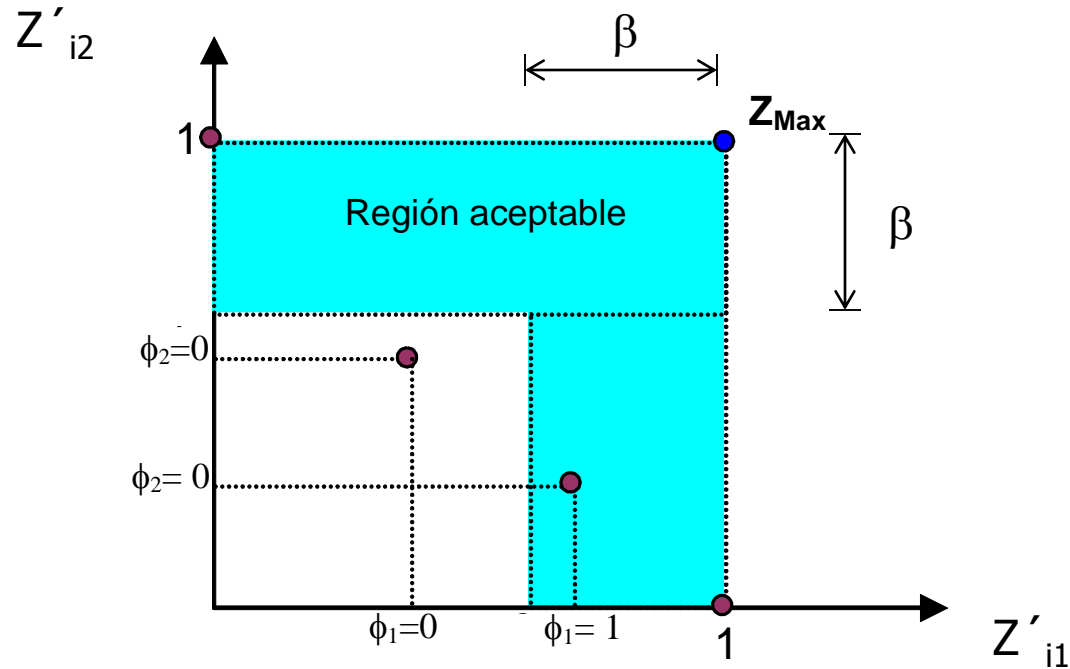
$$R_{\beta}(A_i) = \sum_{j=1}^n P(\theta_j) \phi_{ij}$$

**En la que  $\beta$  representa la máxima diferencia con respecto a la solución de referencia que se considera aceptable para el decisor. La función  $\phi_{ij}$  indica si la alternativa  $i$  es aceptable en el estado  $j$  y corresponde a la función:**

$$\phi_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z'_{ij} = \frac{Z_{max}^j - Z_{ij}}{Z_{max}^j - Z_{min}^j} \leq \beta \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

**$R_{i\beta}$  es la probabilidad de los estados de la naturaleza que resultan en retornos aceptables.**

Por ejemplo si  $R_{i\beta} = 0.30$ , la alternativa i tiene una probabilidad de 0.30 de estar en el rango aceptable para el decisor.



$$\phi_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z'_{ij} = \frac{Z_{max}^j - Z_{ij}}{Z_{max}^j - Z_{min}^j} \leq \beta \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$



En el ejemplo de la perforación del pozo petrolero, considerando  $\beta=0.3$ , la matriz de decisiones se convierte en la matriz de los arrepentimientos normalizados ( $Z'_{ij}(\phi)$ ):

|                             | $\theta_1$          | $\theta_2$          | $\theta_3$         | $\theta_4$   |
|-----------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------|
|                             | 500.000<br>Barriles | 200.000<br>Barriles | 50.000<br>Barriles | Pozo<br>seco |
| $A_1$ Perforar              | 0 (1)               | 0 (1)               | 1 (0)              | 1 (0)        |
| $A_2$ Alquiler<br>Incondic. | 1 (0)               | 1 (0)               | 0 (1)              | 0 (1)        |
| $A_3$ Alquiler<br>Condic.   | 0.66 (0)            | 0.64 (0)            | 0.64 (0)           | 0.37 (0)     |
| P[ $\theta$ ]               | 0.10                | 0.15                | 0.25               | 0.50         |

Por ejemplo  $\phi_{32} = 0$  porque  $\frac{Z_{max}^2 - Z_{32}}{Z_{max}^2 - Z_{min}^2} = \frac{200000 - 100000}{200000 - 45000} = 0,64 > 0,30$

Se obtienen los siguientes valores  $\beta$ -robustez:

$R_{0.3}(A_1) = 0.25$ ,  $R_{0.3}(A_2) = 0.75$ ,  $R_{0.3}(A_3) = 0$

Según el criterio  $\beta$ -robustez,  $A_2$  es la alternativa seleccionada.

## Criterio Upside

Valora el área que está por encima de un valor mínimo aceptable MAR de la empresa en sus unidades originales. Por ejemplo MAR=\$217.500

$$UP(A_i) = \sum_{j=1}^n P(\theta_j)(V_j^+ - MAR)$$

Donde  $V_j^+$  son los valores que exceden a MAR. Solo se consideran los estados en los que MAR es superada.

V+

Matriz de V<sup>+</sup>

|                                 | $\theta_1$               | $\theta_2$         | $\theta_3$        | $\theta_4$ |
|---------------------------------|--------------------------|--------------------|-------------------|------------|
|                                 | 500000<br>Barriles       | 200000<br>Barriles | 50000<br>Barriles | Pozo seco  |
|                                 | Beneficios económicos \$ |                    |                   |            |
| $A_1$ Perforar                  | 432500                   |                    |                   |            |
| $A_2$ Alquiler<br>Incondic.     |                          |                    |                   |            |
| $A_3$ Alquiler<br>Condic.       | 32500                    |                    |                   |            |
| <b>P[<math>\theta_i</math>]</b> | 0.10                     | 0.15               | 0.25              | 0.50       |

| Estado de la naturaleza              | $\theta_1$<br>Mucho      | $\theta_2$<br>medio | $\theta_3$<br>Poco | $\theta_4$<br>Nada |
|--------------------------------------|--------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| Barriles                             | 500.000<br>Barriles      | 200.000<br>Barriles | 50.000<br>Barriles | Pozo seco          |
|                                      | Beneficios económicos \$ |                     |                    |                    |
| $A_1$ Perforar                       | 650.000                  | 200.000             | -25.000            | -75.000            |
| $A_2$ Alquilar<br>incondicionalmente | 45.000                   | 45.000              | 45.000             | 45.000             |
| $A_3$ Alquilar con<br>condiciones    | 250.000                  | 100.000             | 0                  | 0                  |
| <b>P[<math>\theta_i</math>]</b>      | 0,10                     | 0,15                | 0,25               | 0,50               |

$$UP(A_i) = \sum_{j=1}^n P(\theta_j)(V_j^+ - MAR)$$

$$UP(A_1) = 0,10 \times 432.500 = \mathbf{43.250}$$

$$UP(A_2) = 0$$

$$UP(A_3) = 0,10 \times 32.500 = 3.250$$

Se elige  $A_1$

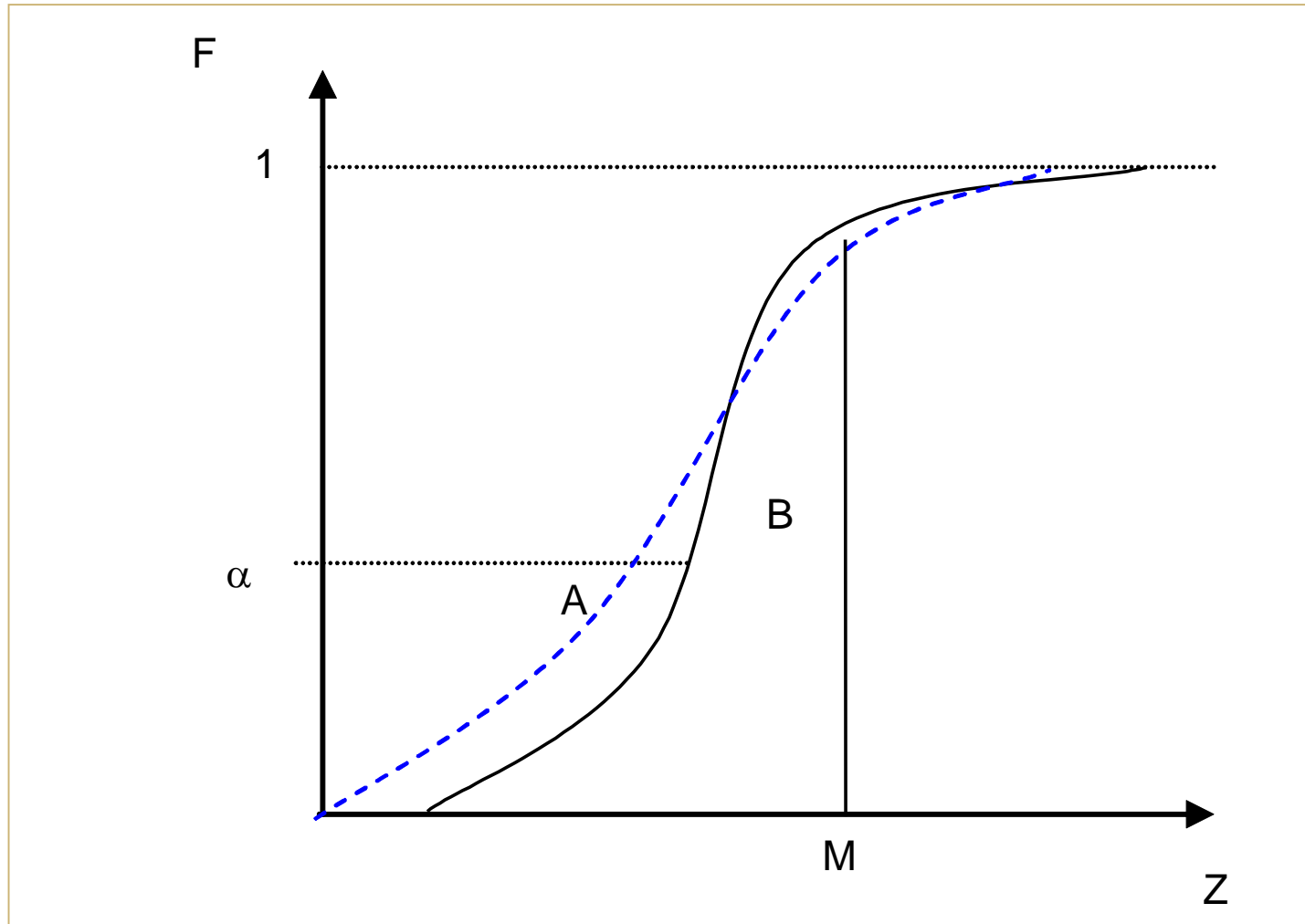
## Síntesis de los resultados

|                | Esperanza      | Variabilidad | Vulnerabilidad          |                       |         |         |                          | Robustez                      |        |
|----------------|----------------|--------------|-------------------------|-----------------------|---------|---------|--------------------------|-------------------------------|--------|
|                | Valor esperado | Desviación   | Distancia al peor (q=1) | Arrepentimiento (q=1) | Maximin | Maximax | Mini max arrepentimiento | $\beta$ -robustez $\beta=0.3$ | UPSIDE |
|                | +              | -            | +                       | -                     | +       | +       | -                        | +                             | +      |
| A <sub>1</sub> | 51250          | 220436       | 83.750                  | 77.500                | -75000  | 650000  | 120000                   | 0.25                          | 43250  |
| A <sub>2</sub> | 45000          | 0            | 77.500                  | 83.750                | 45000   | 45000   | 605000                   | 0.75                          | 0      |
| A <sub>3</sub> | 40000          | 78421.93     | 72.500                  | 88.750                | 0       | 250000  | 400000                   | 0                             | 3250   |

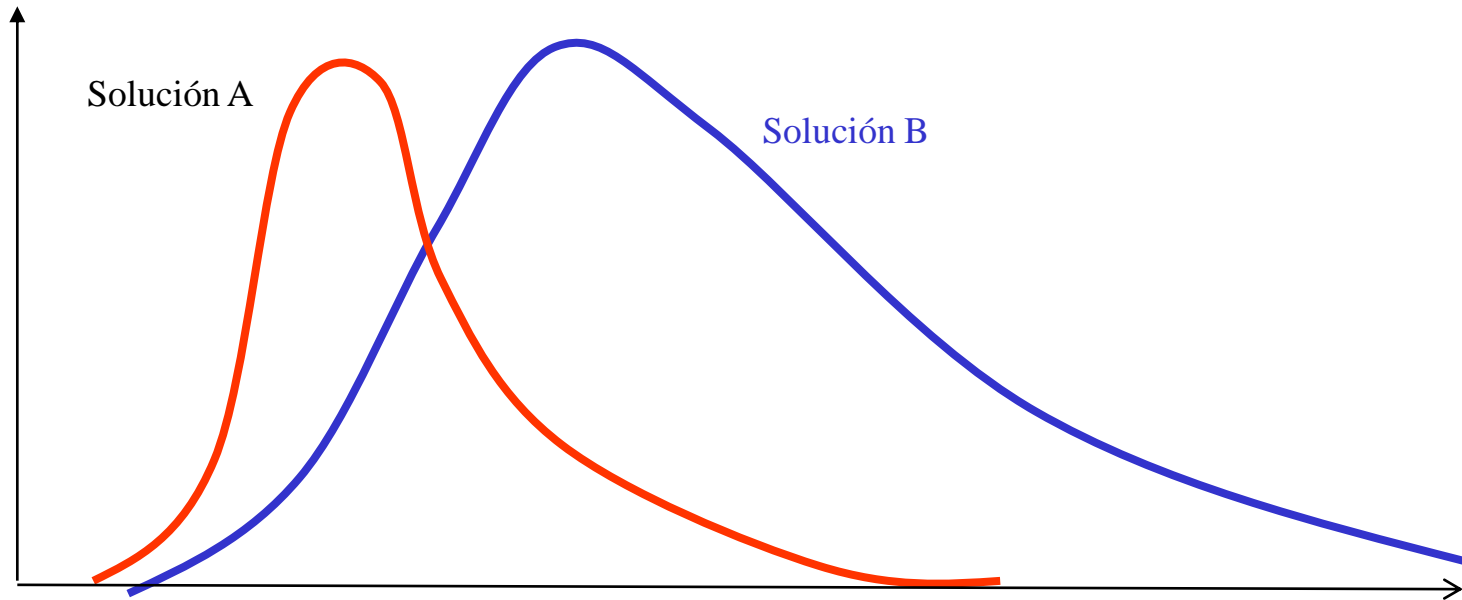
La A<sub>1</sub> es una alternativa que satisface la mayoría de los criterios (es robusta) pero la alternativa elegida será la que refleje mejor la aptitud al riesgo del decisor

Para resultados continuos.....

# Dominancia estocástica



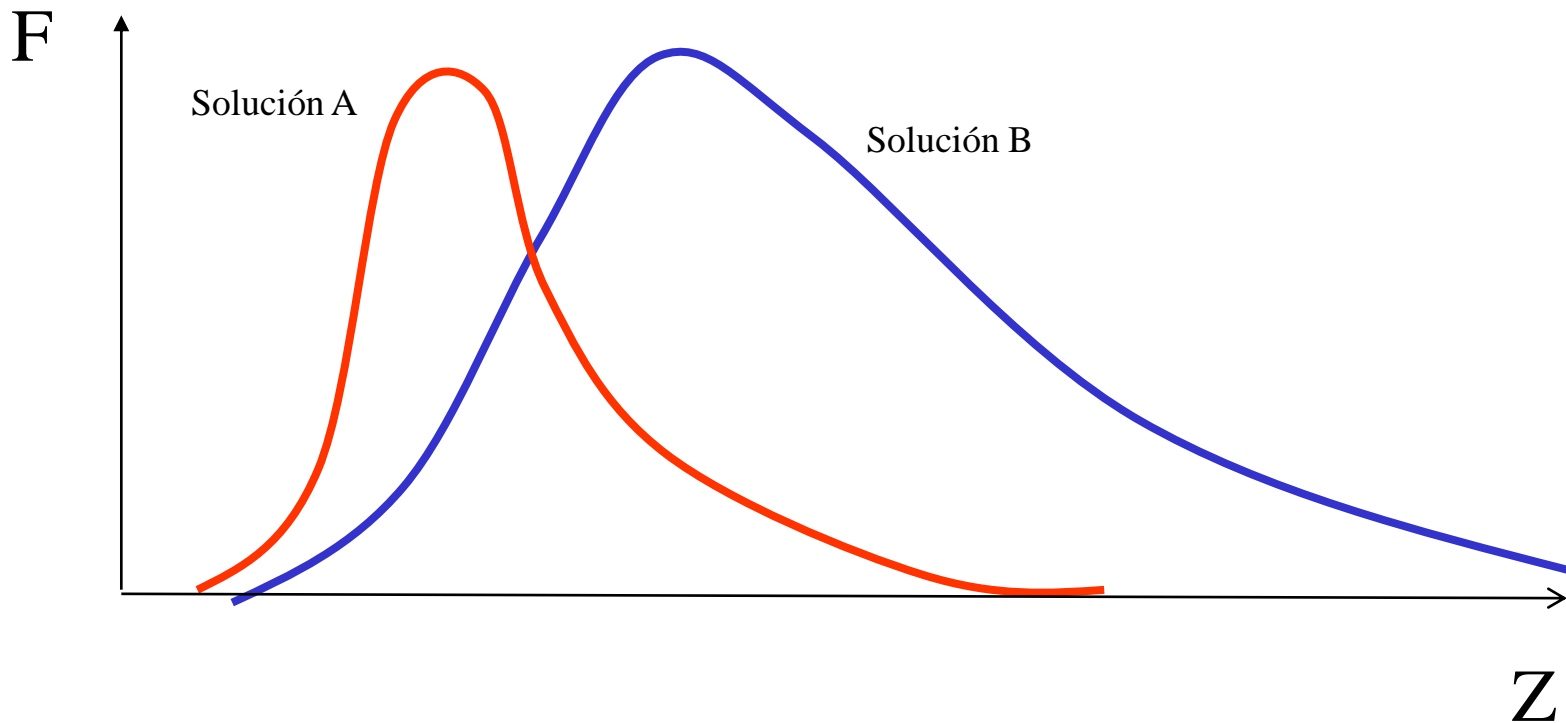
## Máximo valor esperado (modelo $E$ ): Gana B





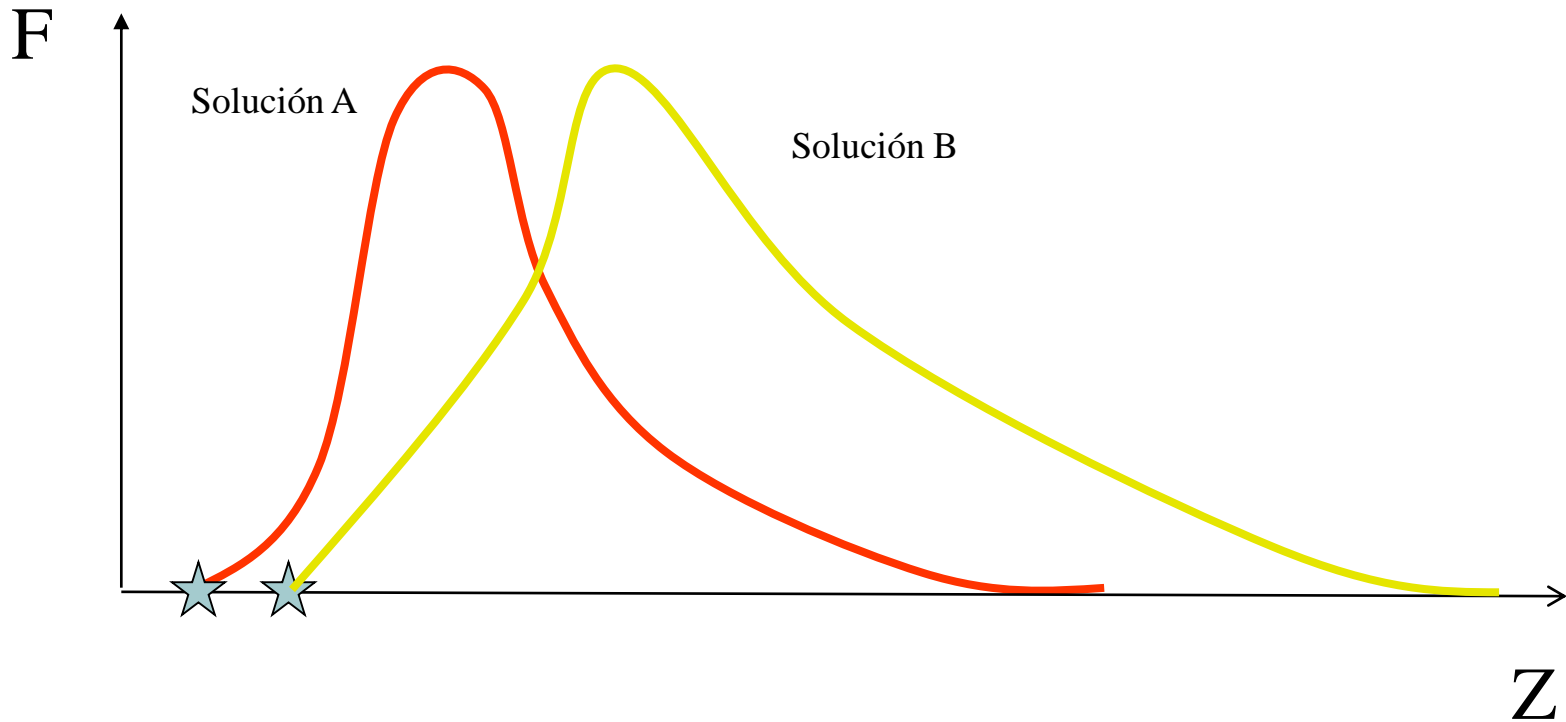
# Mínima varianza (modelo V)

## Gana A

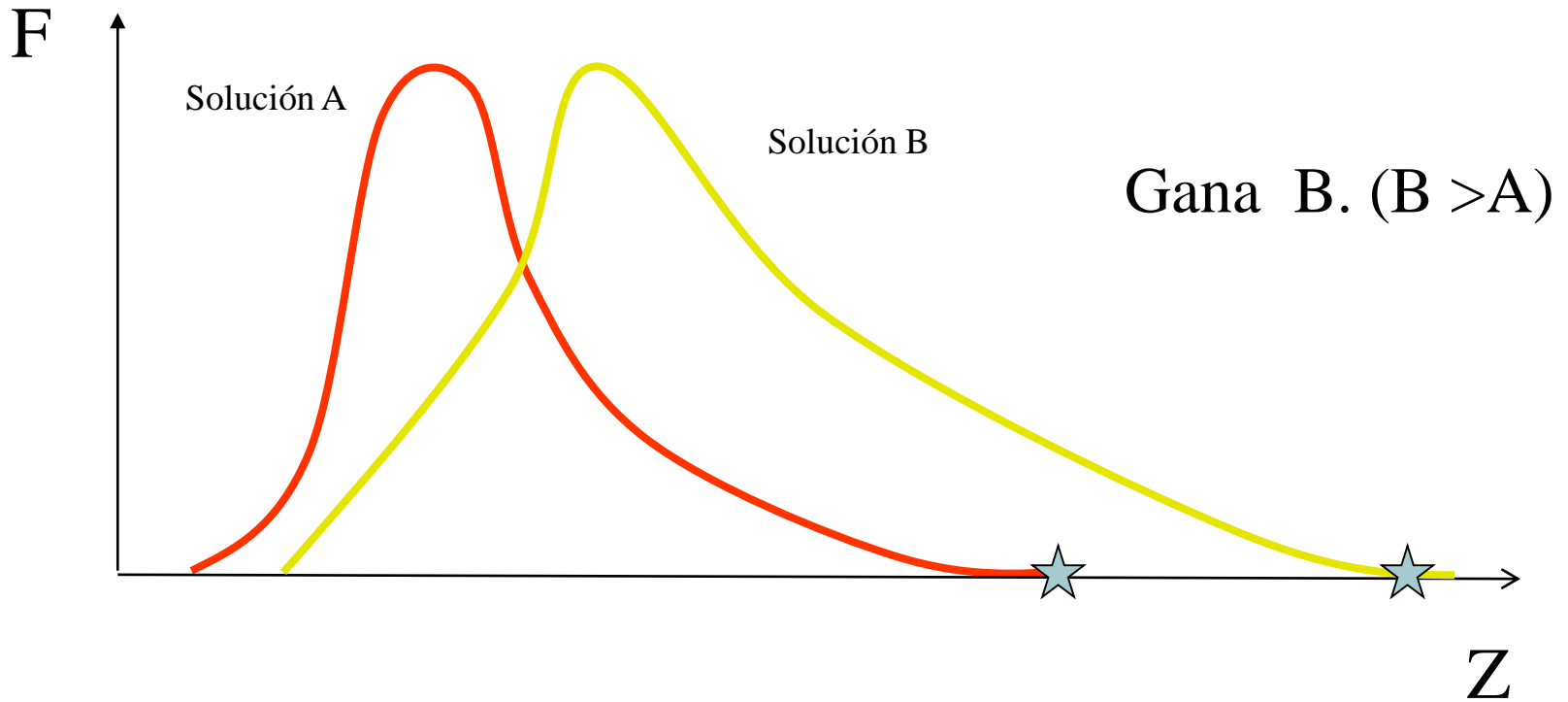


# Máx- Mín

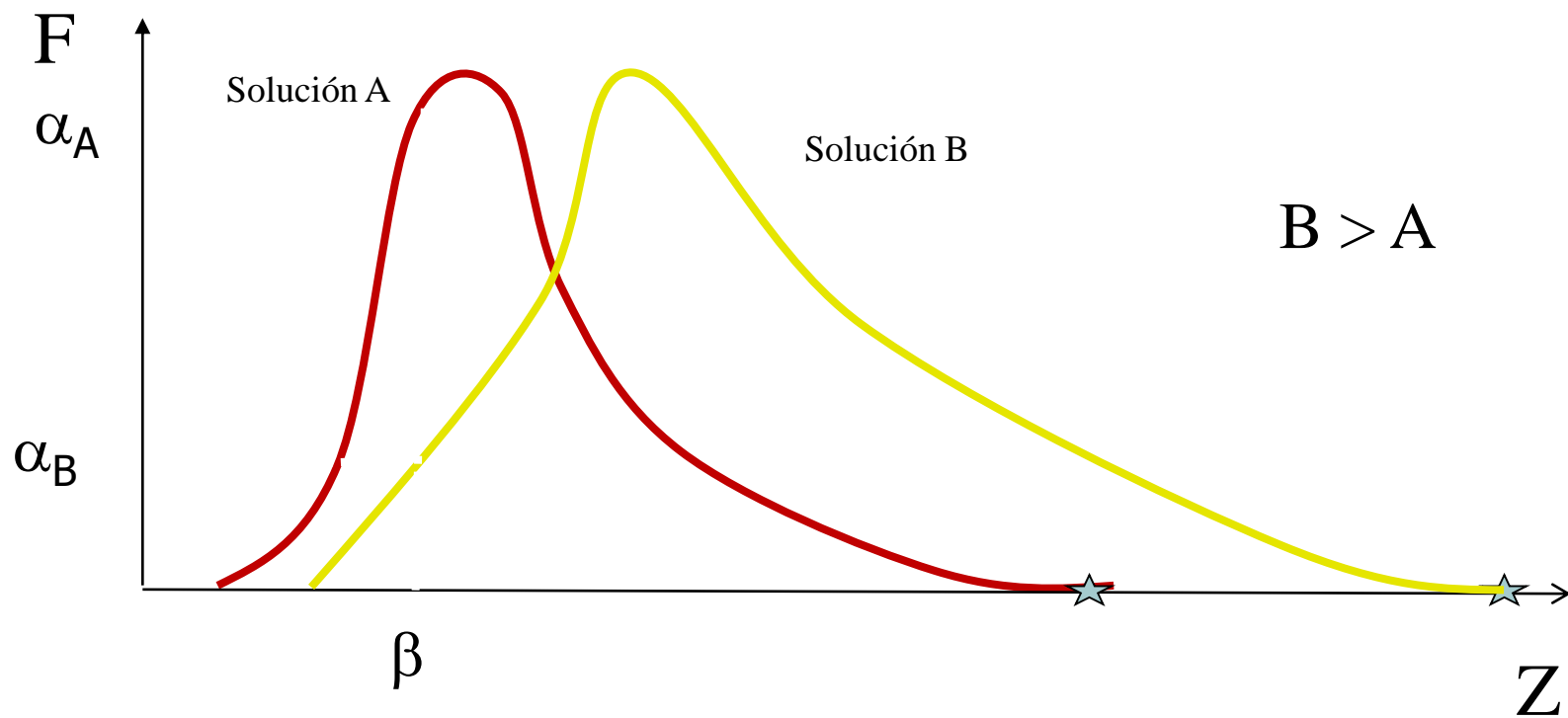
Gana B ( $B > A$ )



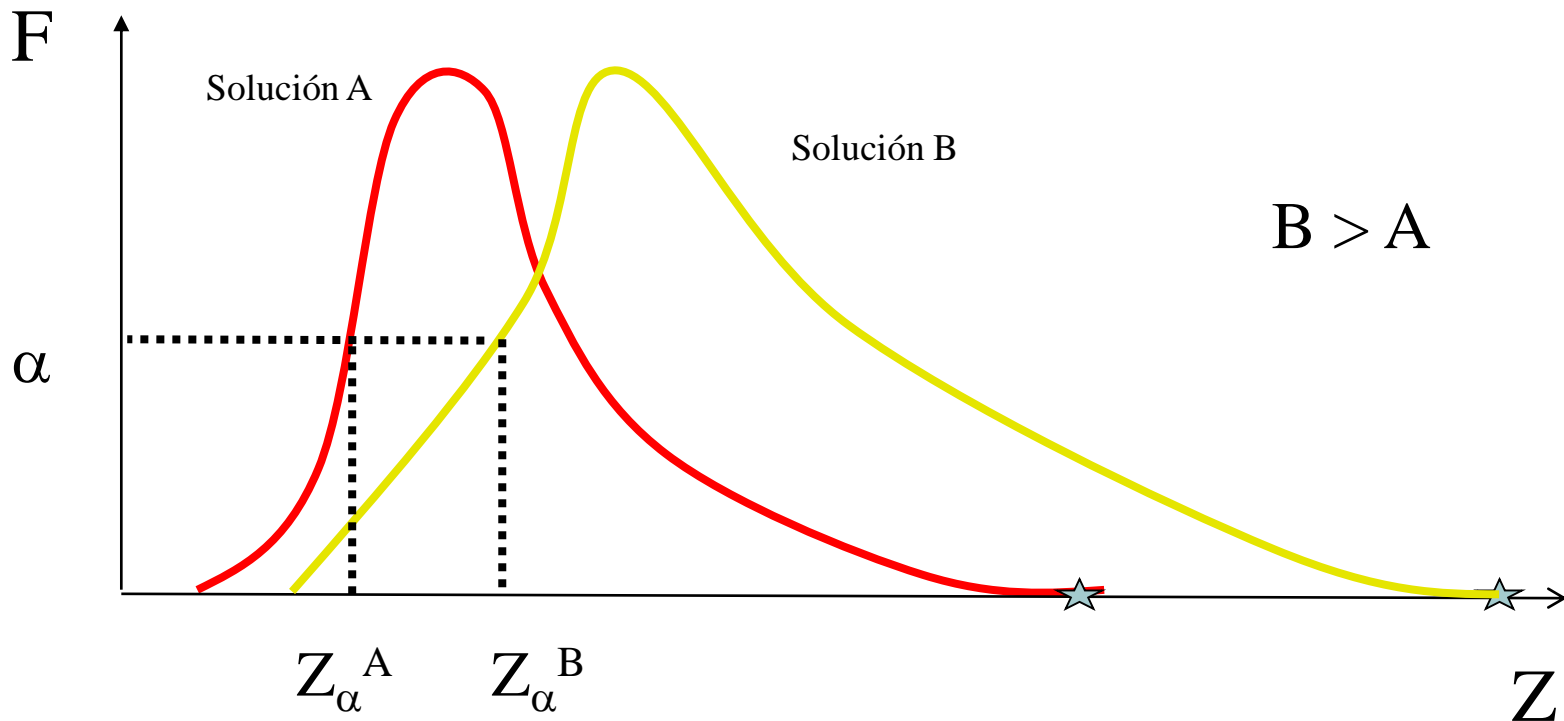
# Maxi-Max



# Máxima $\beta$ -Robustez



# Máximo $\alpha$ -fráctil



Si  $\alpha=0.05$  (Muy usado para evaluar proyectos, en finanzas se aproxima al indicador VAR-valor en riesgo):

### 3. DECISIONES BAJO INCERTIDUMBRE

Si no se conocen las probabilidades de los estados de la naturaleza se dice que la decisión es bajo incertidumbre.

Puede seguirse tres caminos :

a. Usar criterios bajo riesgo que no requieren de probabilidades como:

- ❖ Criterios maxi min o maxi max
- ❖ Criterio de minimizar el máximo arrepentimiento

b. Asumir estados equiprobables (Criterio de Laplace)

c. Asignar probabilidades subjetivas

Apoyándose en experiencias anteriores o en el criterio de expertos