

Тест №1 (Один элемент в середине; первые краевые)

Данные задачи:

$$u(x,y,t) = 2x + y + t$$
$$f(x,y,t) = 5$$
$$\lambda = 8$$
$$\sigma = 5$$
$$\chi = 2$$
$$t \in [0,5]; h_t = 0.5$$

Краевые условия на границах:

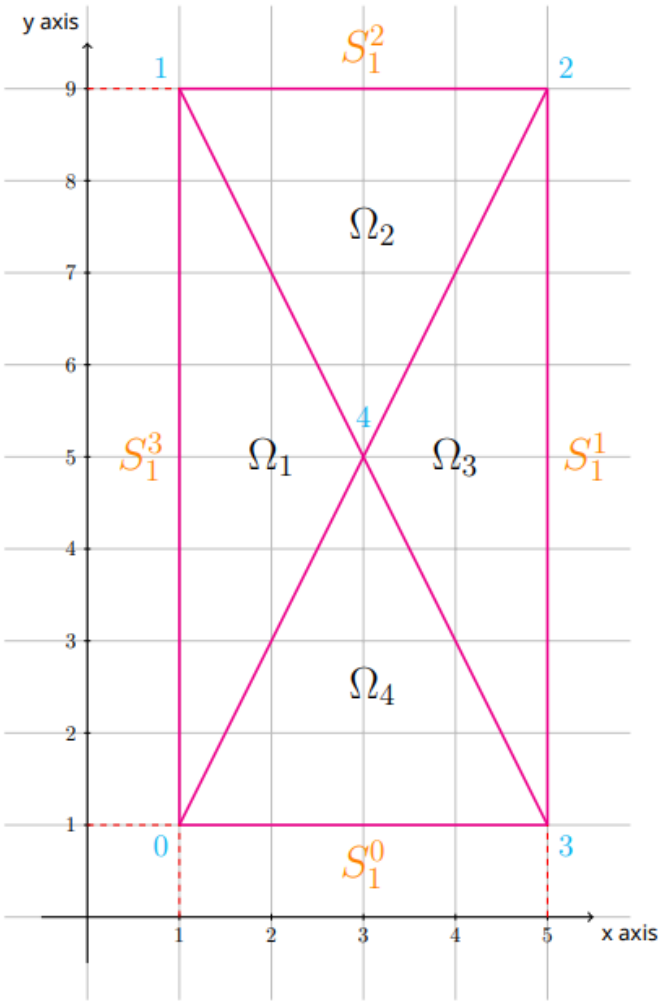
$$R_{03} = I_0$$
$$R_{32} = I_1$$
$$R_{21} = I_2$$
$$R_{10} = I_3$$

$$I_0 = 2x + 1 + t$$
$$I_1 = 10 + y + t$$
$$I_2 = 2x + 9 + t$$
$$I_3 = 2 + y + t$$

$$->$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
1	1,776E-015
1,5	3,553E-015
2	7,105E-015
2,5	3,553E-015
3	1,776E-015
3,5	1,776E-015
4	8,882E-015
4,5	7,105E-015
5	1,776E-015



Тест №2 (Один элемент в середине; + вторые краевые)

Данные задачи:

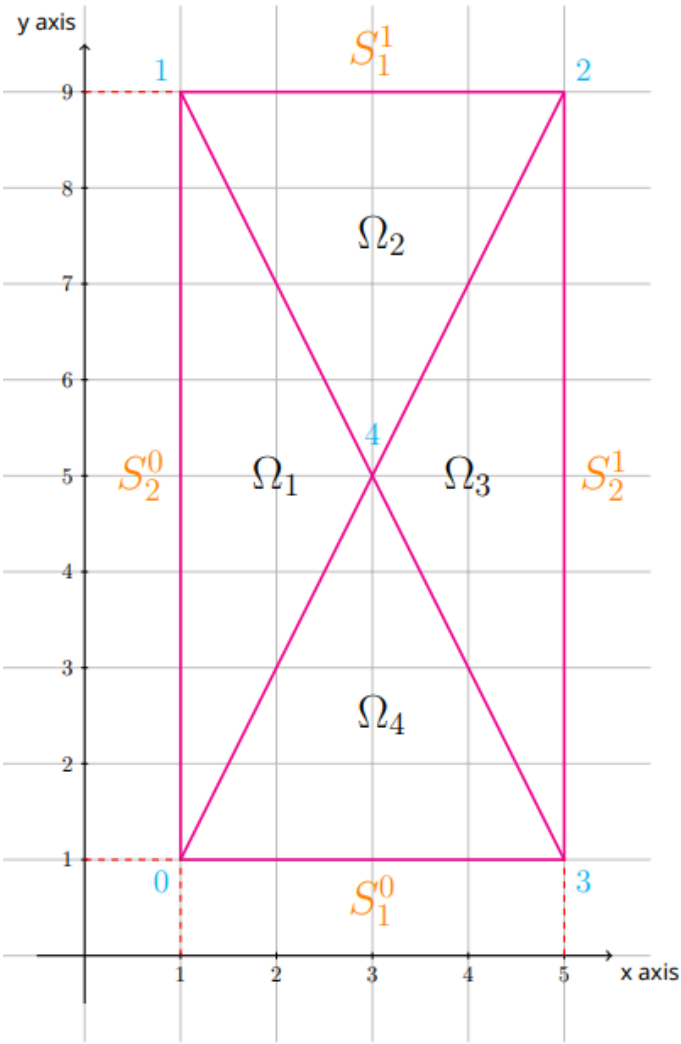
$$\begin{cases} u(x,y,t) = 2x + y + t \\ f(x,y,t) = 5 \\ \lambda = 8 \\ \sigma = 5 \\ \chi = 2 \\ t \in [0,5]; h_t = 0.5 \end{cases}$$

Краевые условия на границах:

$$\begin{cases} R_{03} = I_0 \\ R_{32} = II_1 \\ R_{21} = I_1 \\ R_{10} = II_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_0 = 2x + 1 + t \\ I_1 = 2x + 9 + t \\ II_0 = -16 \\ II_1 = 16 \end{cases}$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
1	0,000E+000
1,5	5,329E-015
2	0,000E+000
2,5	5,329E-015
3	1,776E-015
3,5	1,776E-015
4	3,553E-015
4,5	5,329E-015
5	1,776E-015



Тест №3 (Один элемент в середине; + третьи краевые)

Данные задачи:

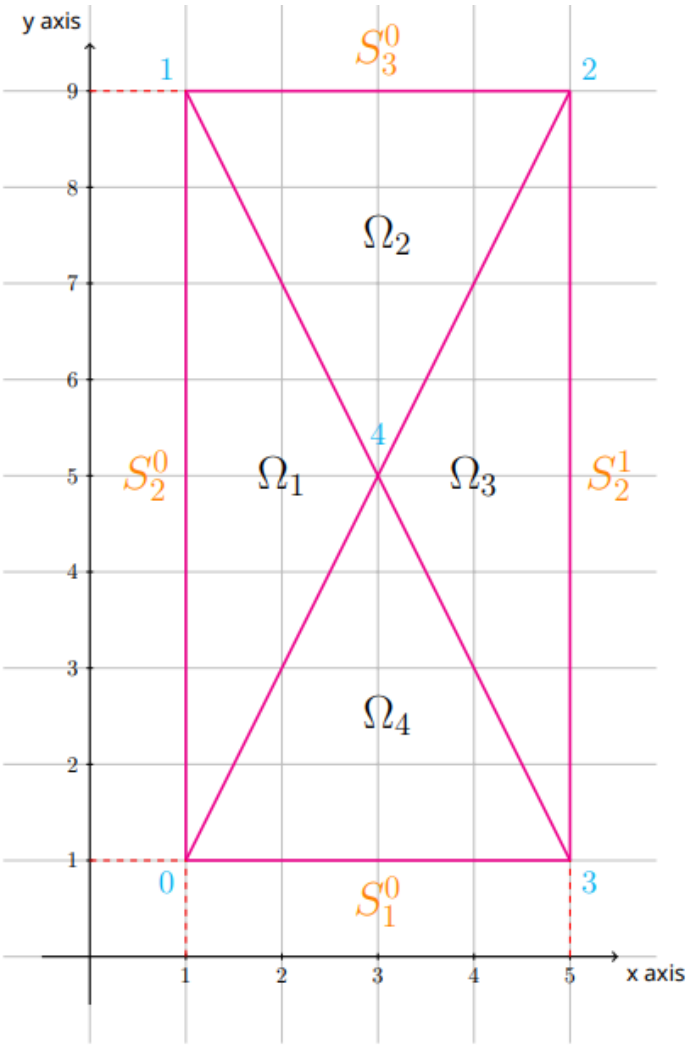
$$u(x,y,t) = 2x + y + t$$
$$f(x,y,t) = 5$$
$$\lambda = 8$$
$$\sigma = 5$$
$$\chi = 2$$
$$\beta = 5$$
$$t \in [0,5]; h_t = 0.5$$

Краевые условия на границах:

$$\begin{matrix} R_{03} = I_0 \\ R_{32} = II_1 \\ R_{21} = III_0 \\ R_{10} = II_0 \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} I_0 = 2x + 1 + t \\ III_0 = \frac{53}{5} + 2x + t \\ II_0 = -16 \\ II_1 = 16 \end{cases}$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
1	6,405E-015
1,5	1,520E-014
2	1,954E-014
2,5	1,740E-014
3	1,599E-014
3,5	9,566E-015
4	7,794E-015
4,5	1,863E-014
5	2,913E-014



Тест №4 (Разбиение сетки; 2 элемента)

Данные задачи:

$$u(x,y,t) = 10x + 10y + 10t$$
$$f(x,y,t) = 10$$
$$\lambda = 2$$
$$\sigma = 1$$
$$\chi = 3$$
$$\beta = 4$$
$$t \in [0,1]; h_t = 0.1$$

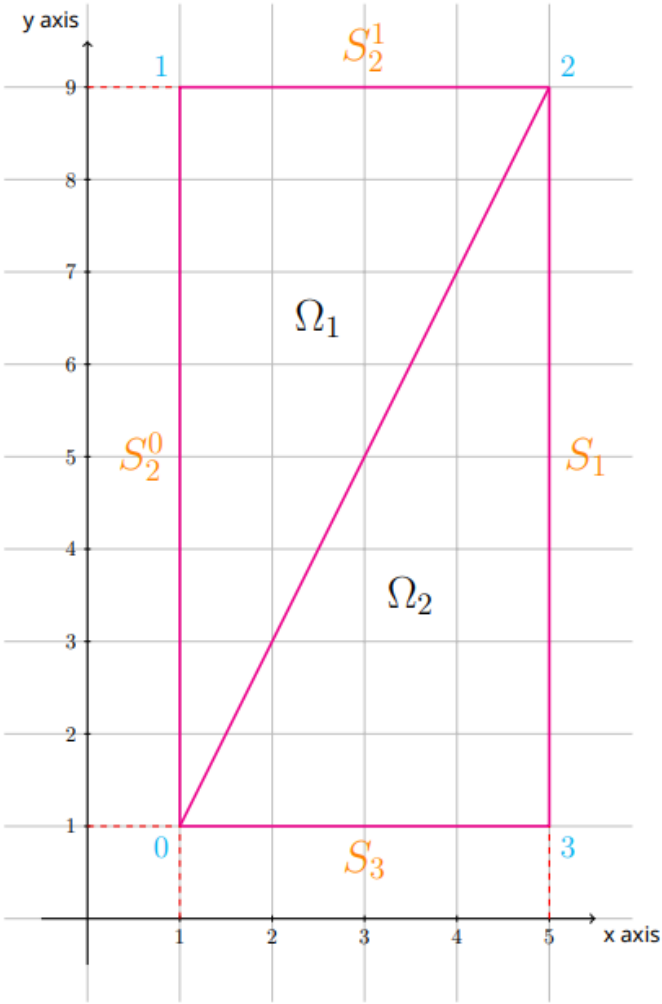
Краевые условия на границах:

$$R_{03} = III_0$$
$$R_{32} = I_0$$
$$R_{21} = II_1$$
$$R_{10} = II_0$$

$$->\left\{\begin{array}{l}I_0 = 50 + 10y + 10t \\ II_0 = -20 \\ II_1 = 20 \\ III_0 = 5 + 10x + 10t\end{array}\right.$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
0,2	2,864E-014
0,3	1,069E-013
0,4	1,605E-013
0,5	2,192E-013
0,6	2,957E-013
0,7	3,391E-013
0,8	3,825E-013
0,9	4,965E-013
1	5,461E-013



Тест №5 (Разбиение сетки; 4 элемента)

Данные задачи:

$$u(x,y,t) = 10x + 10y + 10t$$
$$f(x,y,t) = 10$$
$$\lambda = 2$$
$$\sigma = 1$$
$$\chi = 3$$
$$\beta = 4$$
$$t \in [0,1]; h_t = 0.1$$

Краевые условия на границах:

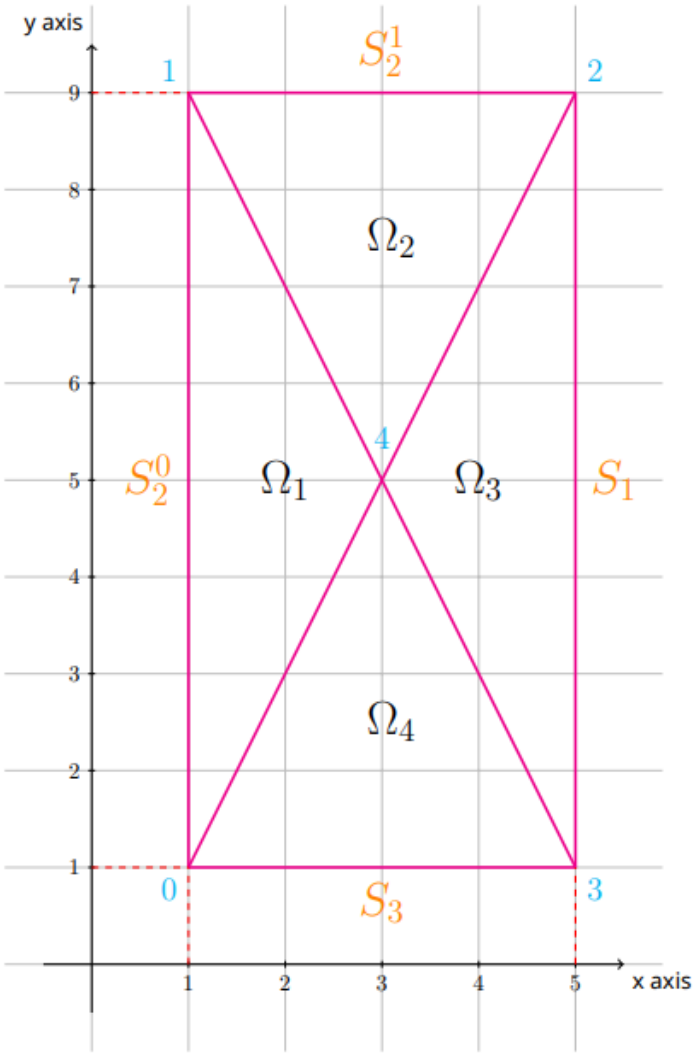
$$R_{03} = III_0$$
$$R_{32} = I_0$$
$$R_{21} = II_1$$
$$R_{10} = II_0$$

$$->$$

$$\begin{cases} I_0 = 50 + 10y + 10t \\ II_0 = -20 \\ II_1 = 20 \\ III_0 = 5 + 10x + 10t \end{cases}$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
0,2	5,136E-014
0,3	1,010E-013
0,4	1,501E-013
0,5	2,471E-013
0,6	3,345E-013
0,7	5,187E-013
0,8	7,704E-013
0,9	1,055E-012
1	1,337E-012



Тест №6 (Разбиение сетки; 8 элементов)

Данные задачи:

$$u(x,y,t) = 10x + 10y + 10t$$
$$f(x,y,t) = 10$$
$$\lambda = 2$$
$$\sigma = 1$$
$$\chi = 3$$
$$\beta = 4$$
$$t \in [0,1]; h_t = 0.1$$

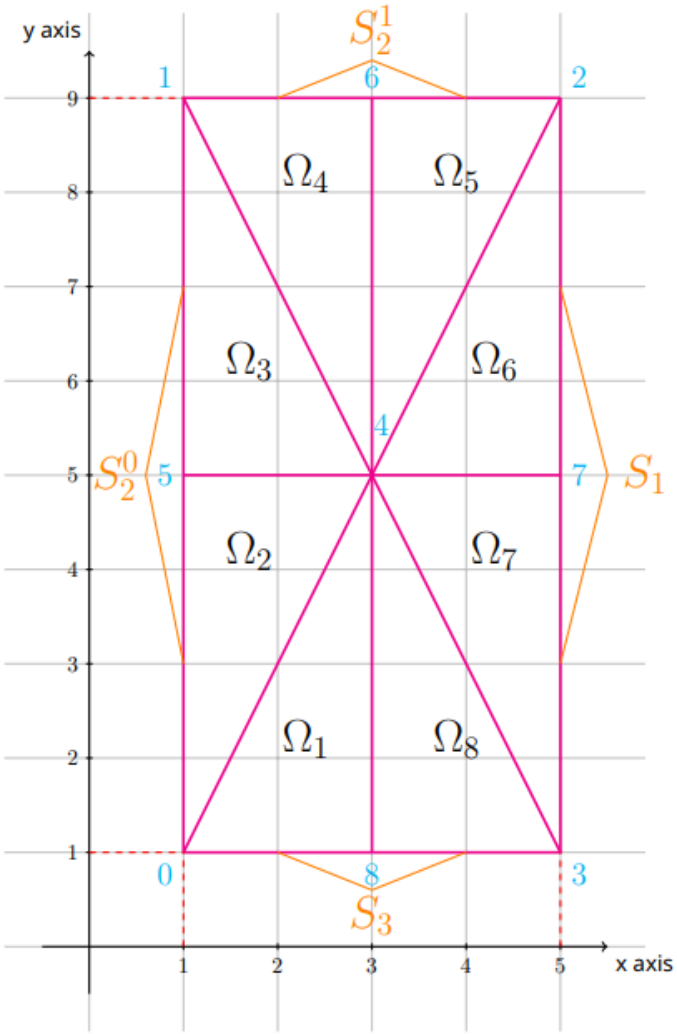
Краевые условия на границах:

$$R_{03} = III_0$$
$$R_{32} = I_0$$
$$R_{21} = II_1$$
$$R_{10} = II_0$$

$$->\left\{\begin{array}{l}I_0 = 50 + 10y + 10t \\ II_0 = -20 \\ II_1 = 20 \\ III_0 = 5 + 10x + 10t\end{array}\right.$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
0,2	1,033E-013
0,3	2,665E-013
0,4	3,807E-013
0,5	5,310E-013
0,6	6,602E-013
0,7	8,658E-013
0,8	1,114E-012
0,9	1,428E-012
1	1,622E-012



Тест №7 (Разбиение сетки; 16 элементов)

Данные задачи:

$$u(x,y,t) = 10x + 10y + 10t$$
$$f(x,y,t) = 10$$
$$\lambda = 2$$
$$\sigma = 1$$
$$\chi = 3$$
$$\beta = 4$$
$$t \in [0,1]; h_t = 0.1$$

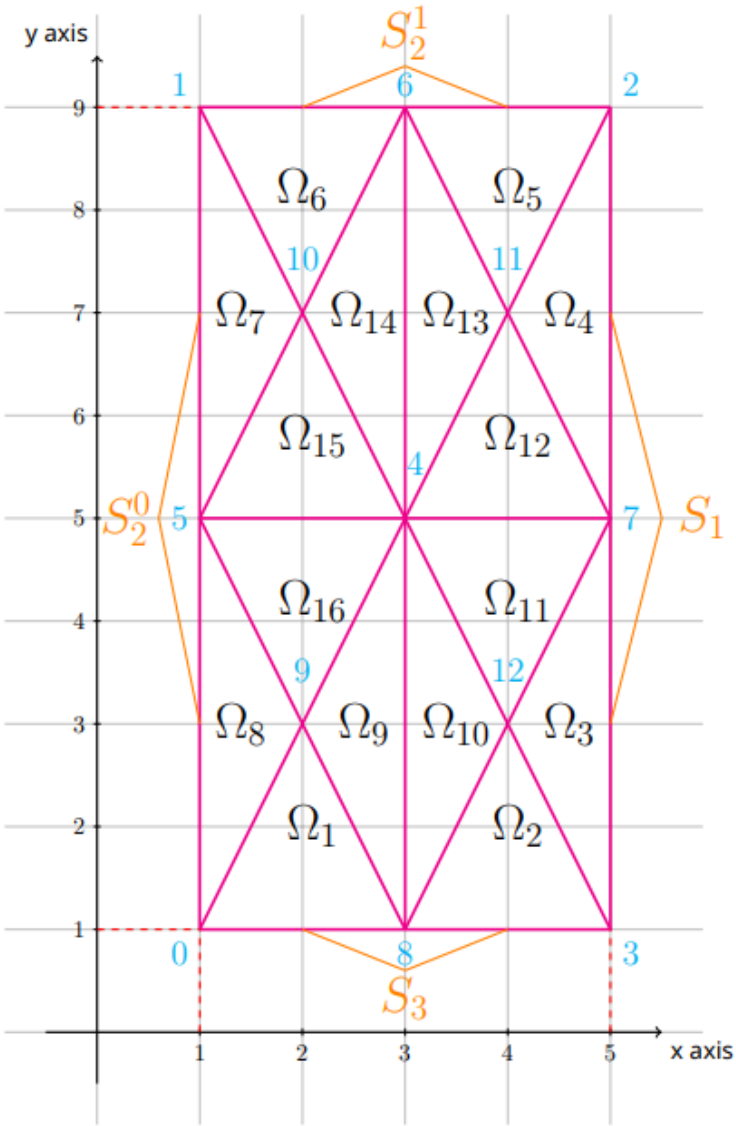
Краевые условия на границах:

$$R_{03} = III_0$$
$$R_{32} = I_0$$
$$R_{21} = II_1$$
$$R_{10} = II_0$$

$$- > \begin{cases} I_0 = 50 + 10y + 10t \\ II_0 = -20 \\ II_1 = 20 \\ III_0 = 5 + 10x + 10t \end{cases}$$

Табличка с решением:

t	Относительная погрешность
0,2	1,573E-013
0,3	2,556E-013
0,4	3,709E-013
0,5	5,575E-013
0,6	7,042E-013
0,7	8,342E-013
0,8	9,659E-013
0,9	1,082E-012
1	1,240E-012



Тест №8 (Порядок аппроксимации по времени)

Данные задачи:

$$u(x,y,t) = \sin(x+y) + t^3$$
$$f(x,y,t) = 4\sin(x+y) + 3t^2 + 6t$$
$$\lambda = 1$$
$$\sigma = 1$$
$$\chi = 1$$
$$t \in [0,1]; h_t = \{0.03, 0.015, 0.0075\}$$

Краевые условия на границах:

$$R_{03} = I_0$$
$$R_{32} = I_1$$
$$R_{21} = I_2$$
$$R_{10} = I_3$$
$$->\left\{\begin{array}{l}I_0 = \sin(1+x) + t^3 \\I_1 = \sin(5+y) + t^3 \\I_2 = \sin(9+x) + t^3 \\I_3 = \sin(1+y) + t^3\end{array}\right.$$

Табличка с решением:

h_t	Относительная погрешность
0,03	4,064E-003
0,015	9,987E-004
0,0075	2,475E-004

$$\log_2\left(\frac{I_{2h} - I_h}{I_h - I_{h/2}}\right) = \log_2(4,0805) = 2,029$$

