949. Нађи све уређене парове еквивалентне пару (0,3).

Сви уређени парови (1,4), (2,5), (3,6), ..., (112, 115), ... еквивалентни су уређеном пару (0,3), па се аналогно претходном, могу схватити као „еквивалентне разлике"

1-4, 2-5, 3-6, ..., 112-115, ...

мада их не можеш да извршиш (одузмеш), али их можеш схватити као „еквивалентне разлике" јер је први број („умањеник") мањи од другог („умањиоца") увек за 3.

950. Нађи све уређене парове еквивалентне пару (9,0), па их напиши као „еквивалентне разлике".

951. Напиши све уређене парове еквивалентне пару (0,5), па их напиши као „еквивалентне разлике".

952. Записали да један кондуктер аутобуса има обичај да иза сваке станице изброји своје путнике, а после станице саопшти, на пример: „Сад је 5 више" (него пре станице); „сад је 3 мање"; „7 мање"; „0 више", ..

Наведи разне случајеве у којима кондуктер каже: „5 више"; „3 мање"; „0 више".

Кондуктер говори: „5 више" [3 (путника) изашло, а 8 ушло, (8,3); 13 изашло, а 18 ушло, тј (18,13); 5 ушло; 0 изашло, тј (5,0), ...].

Кондуктер говори: „3 мање" [8 (путника) изашло, а 5 ушло, тј (5,8); 9 изашло а 6 ушло, тј (6,9); 3 изашло а ушло 0, тј (0,3); ...]

Кондуктер говори: „0 више" [5 ушло, 5 изашло, тј (5,5); 18 ушло, 18 изашло, тј (18,18); 0 ушло, 0 изашло тј (0,0); ...].

Сад разумеш да сваки симбол, на пример: 5^p, 5^d, „5 више" стоји уместо неограничено много парова бројева (x,y) таквих да је $x-y=5$. Зато се осећа потреба за означавањем тих парова једним јединим симболом.

Најподеснији симбол је 5^+.

Који би симбол био најподеснији за све парове које означава 5^c, 5^g, „5 мање", тј за парове бројева (x,y) таквих да је $y-x=5$?

Најподеснији симбол био би 5^-.

Зато се уводе симболи:

$1^+, 1^-, 2^+, 2^-, 3^+, 3^-, 4^+, 4^-, 5^+, 5^-, 6^+, 6^-, \ldots$

Скуп $Z = \{0, 1^+, 1^-, 2^+, 2^-, 3^+, 3^-, 4^+, 4^-, \ldots\}$ зове се скуп целих бројева.

Скуп Z је састоји из два подскупа:

$Z^+ = \{0, 1^+, 2^+, 3^+, \dots\}$ и он се зове скуп позитивних целих бројева.

$Z^- = \{0, 1^-, 2^-, 3^-, \dots\}$ и он се зове скуп негативних целих бројева.

Нула се према потреби прикључује и скупу позитивних и скупу негативних целих бројева.

953. Шта означава на пример 11^+, а шта означава 11^-?

11^+ је један једини симбол за означавање свих парова (x, y), таквих да је $x - y = 11$. 11^+ је цео позитиван број.

11^- један једини симбол за означавање свих парова (x, y), таквих да је $y - x = 11$. 11^- је цео негативан број.

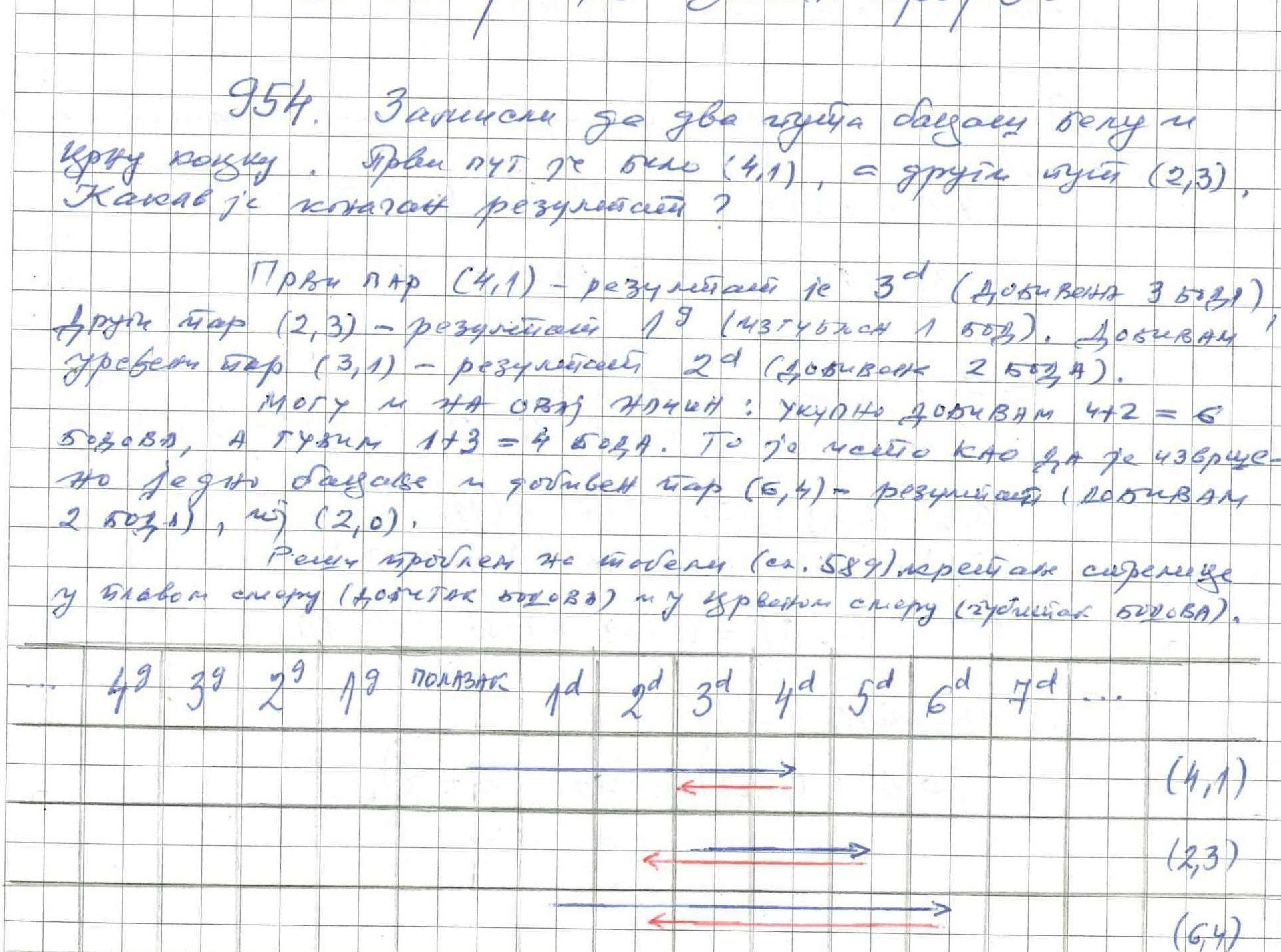
Сабирање целих бројева

954. Запиши да два пута бацаш белу и црну коцку. Први пут је било (4,1), а други пут (2,3). Какав је коначан резултат?

Први пар (4,1) – резултат је 3^d (добивена 3 бода). Други пар (2,3) – резултат 1^g (изгубљен 1 бод). Добивам уређени пар (3,1) – резултат 2^d (добивено 2 бода).

Могу и на овај начин: укупно добивам $4+2=6$ бодова, а губим $1+3=4$ бода. То је исто као да је извршено једно бацање и добивен пар (6,4) – резултат (добивам 2 бода), тј (2,0).

Реши проблем на табели (сл. 589) пратећи стрелице у плавом смеру (добитак бодова) и у црвеном смеру (губитак бодова).



Слика 589

Пар (4,1) приказује да стрелица долази у $3^д$. Затим пар (2,3) приказује да стрелица од $3^д$, прелази у плавом смеру 2 ступња и долази у $5^д$, а затим у црвеном смеру прелази 3 ступња и долази у $2^д$.

Пар (6,4) приказује да стрелица одједном пређе у плавом смеру $4+2=6$ ступњева и дође у $6^д$, затим пређе одједном $1+3=4$ ступња у црвеном смеру и долази у $2^д$.

Дакле, обратите пажњу, парови (4,1) и (2,3) могу се заменити паром (6,4).

955. Којим паром се могу заменити парови добијени у игри:

а) (4,7) и (5,3)   б) (7,0) и (0,5)   в) (9,7) и (6,5).

а) Први пар (4,7) – резултат $3^г$ (3 изгубљена бода). Други пар (5,3) – резултат $2^д$ (2 добивена бода). Нови уређени пар (2,3) резултат $1^г$.

Други начин: повлачим стрелицу у плавом смеру $4+5=9$ (уједно) стижем у $9^д$. Онда повлачим стрелицу у црвеном смеру $7+3=10$ и стижем у $1^г$.

Према томе, уређени парови (4,7) и (5,3) могу да се замене уређеним паром (9,10).

956. Две узастопне игре можемо означити знаком „+". Доврши:

$(7,3)+(6,5)=\cdots;\quad (4,9)+(13,7)=\cdots;$

$(7,3)+(6,5)=(7+6,\ 3+5)=(13,8).$

957. Сабери парове бројева:

$(9,3)+(5,7);\quad (5,16)+(21,15);\quad (17,4)+(2,15).$

$(9,3)+(5,7)=(9+5,\ 3+7)=(14,10)$

$(5,16)+(21,15)=(5+21,\ 16+15)=(26,31)$

$(17,4)+(2,15)=(17+2,\ 4+15)=(19,19)$

Уопште

$(a,b)+(c,d)=(a+c,\ b+d).$

958. Попуни табелу [1]:

ПАРОВЕ		ЗАМЕЊУЈЕ ПАР.	ЦЕЛИ БРОЈ КОЈИ ОДГОВАРА		ЦЕЛИ БРОЈ КОЈИ ИХ ЗАМЕЊУЈЕ
			ПРВОМ ПАРУ	ДРУГОМ ПАРУ	
(3,7)	(5,4)	(,)	4^-	1^+	3^-
(6,0)	(4,2)	(,)			
(7,2)	(0,)	(0,11)			
(4,7)	(12,9)	(,)			
(,)	(7,5)	(11,6)			
(5,0)	(8,)	(,7)	5^+	1^+	6^+
...	...	...	...	...	...

Слика 590

959. Реши „проблеме" као што су:

1) Јован је играо два пута узастопце и каже: „Резултат моје прве игре је 5^d, а резултат друге игре је 8^g. Који је његов коначни резултат?

2) Игор каже: „Резултат моје прве игре је 9^d, а резултат друге игре је 4^g." Који је његов крајњи резултат?

3) Каја каже: „Резултат моје прве игре је 2^c, а друге 5^c. Који је њен коначни резултат?

Решавањем ових „проблема"[31] проверавамо себе како је код њега формиран појам целих бројева. Истовремено проверавамо како врши операцију сабирања целих бројева. Утврђивању претходног служе и задаци који следе.

1) 5^d је пар $(5,0)$, а 8^g је пар $(0,8)$, резултат је $(5,0)+(0,8)=(5,8)$ па је коначни резултат 3^g.

Ако користимо најпогоднији симбол за позитивне и негативне бројеве (задатак 952), онда је $5^d=5^+$, $8^g=8^-$, $3^g=3^-$, па је коначни резултат после две игре

$$5^d+8^g=5^++8^-=3^-.$$