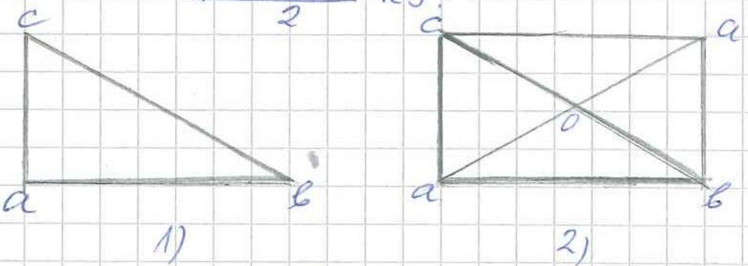
ГРАНИЦА ОБЛАСТИ ЈЕ ПРАВОУГЛИ ТРОУГАО

1478. Област је ограничена правоуглим троуглом abc, чији је угао код темена a прав угао. Покажи да се површина области коју он ограничује израчунава овако:

$$\frac{(ab)\cdot(ac)}{2}\ кј.$$



Слика 783

Троугао ba'c је централно симетричан троуглу abc. Из тога следи да су троуглови ba'c и abc подударни и да су њихове површине једнаке. Одакле следи да је површина правоуглог троугла abc половина површине правоугаоника aba'c.

$$P(abc)=\frac{P(aba'c)}{2}\ кј=\frac{(ab)\cdot(bc)}{2}\ кј.$$

$$P(abc)=\frac{(ab)(bc)}{2}\ кј.$$

Површина области ограничене правоуглим троуглом израчунава се тако што се производ мера катета (троугла) подели бројем 2.

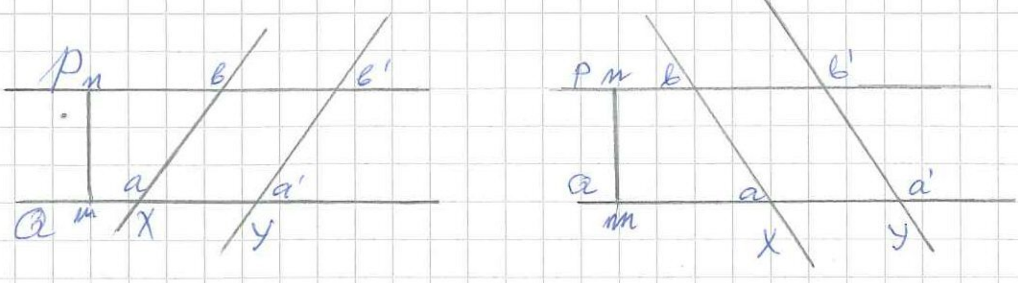
ГРАНИЦА ОБЛАСТИ ЈЕ ПАРАЛЕЛОГРАМ

Подсети се:

Трапез је четвороугао чије су две наспрамне странице паралелне.

Паралелограм је трапез чије су и друге две наспрамне странице паралелне. Значи, паралелограм се може сматрати трапезом чије су наспрамне странице подударне то јест $[ad'] \cong [a'd]$ (сл. 782).

Четвороуглови који се добијају кад се паралелника пресече паралелним правама (другом паралелником) су трапези. Сваки такав трапез зове се паралелограм (сл. 784).



Слика 784

(P; Q) је пантљика и X∥Y се може сматрати пантљиком (X; Y).

Дуж [mn] је ширина пантљике (P; Q) и висина паралелограма aa'bb'. Такође, паралелне праве X и Y, тј. пантљика (X; Y) има своју ширину, а та ширина је „висина" паралелограма aa'b'b.

Површина трапеза aa'b'b је

$\left[\frac{(aa')+(bb')}{2}(mn)\right]$ kj, где (m,n) мера одстојања паралелних

страница (aa') и (bb').

Како је $[aa'] \cong [bb']$, онда је $(aa') = (b'b)$ добија се

$\left[\frac{(aa')+(aa')}{2}(mn)\right] kj = \left[\frac{2(aa')}{2}\cdot(mn)\right] kj = [(aa')\cdot(mn)] kj$.

Површина паралелограма aa'b'b је [(aa')·(bb')] kj.

Површина области ограничене паралелограмом израчунава се множењем мере ма које странице (паралелограма) и мере одстојања између носача те (странице) и носача наспрамне странице.

Треба уочити да је мера одстојања носача паралелних страница, уствари, ширина пантљике коју образују паралелне странице. Та ширина је „висина" паралелограма.

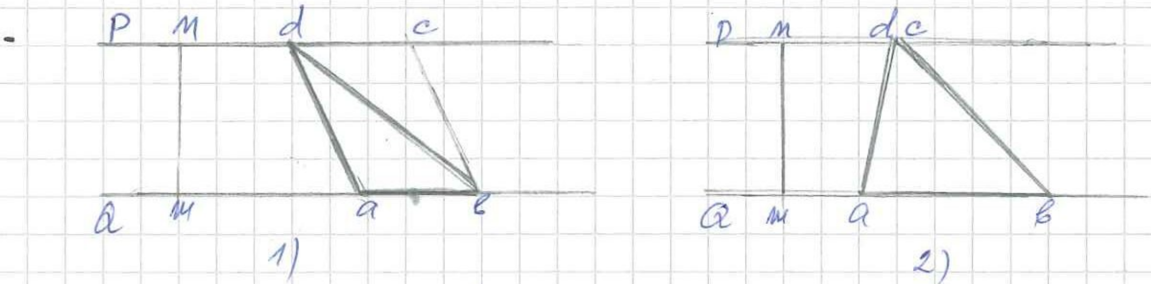
1479. Израчунај површину паралелограма aa'b'b кад је:

1) (aa') = 3,5 cm, а дужина одстојања између [aa'] и [bb'] је 2,4 cm,

2) (a'b') = 10,4 cm, а дужина одстојања између [aa'] и [bb'] је 5,2 cm,

ГРАНИЦА ОБЛАСТИ ЈЕ ПРОИЗВОЉАН ТРОУГАО

1480. Област ограничена троуглом приказана је на слици 785.1) и 785.2). Покажи како се израчунава област ограничена произвољним троуглом.



СЛИКА 785

На слици 785.1) $\Delta abd \cong \Delta bcd$ па је област ограничена Δabd половина области ограничене паралелограмом $abcd$. То важи и за ма који троугао.

Површина области ограничене паралелограмом $abcd$ је $[(ab)\cdot(mm)]$ кј, па је површина области ограничене троуглом abd је $\left[\frac{(ab)(mm)}{2}\right]$ кј.

Површина трапеза $abcd$ (сл. 785.2) је

$$\left[\frac{(ab)+(cd)}{2}(mm)\right] \text{кј}.$$

Трапез $abcd$ чија је једна паралелна страница нула-дуж, тј $cd=0$, па је површина

$$\left[\frac{(ab)+0}{2}(mm)\right] = \left[\frac{(ab)\cdot(mm)}{2}\right] \text{кј}$$

Каже се: троугао је трапез чија једна паралелна страница нула-дуж.

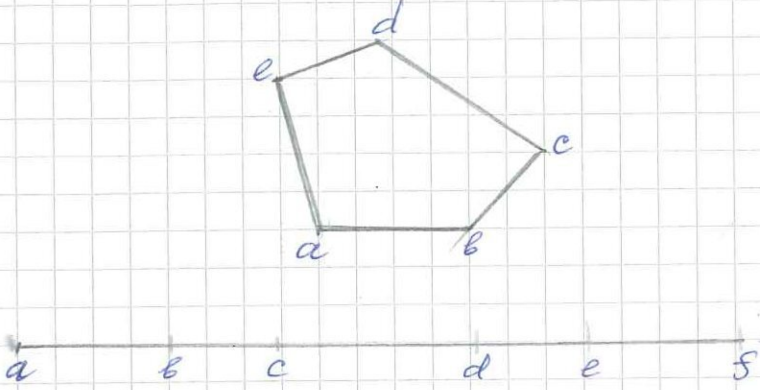
Зато се област ограничене троуглом израчунава тако што се производ мере ма које странице (троугла) и мере одстојања њеног носача од наспрамног темена подели бројем 2.

Одстојање носача странице од наспрамног темена је одговарајућа висина троугла. Па се правило за израчунавање површине може исказати овако:

Површина области ограничене троуглом израчунава се тако што се производ мере ма које странице и мере одговарајуће висине подели бројем 2.

Обим многоугла

Нацртај произвољан многоугао, повуци произвољну полуправу и на њу „пренеси“ редом његове странице.



Слика 786

Добио си збир, дуж [af], која се зове обим нацртаног многоугла abcdea. Записује се овако:

$[af]=[ab]+[bc]+[cd]+[de]+[ea]$.

Ова једнакост назива се геометријска једнакост којом се изражава обим нацртаног многоугла. Значи обим је дуж.

Уочите, ако су дужине страница многоугла abcdea $(ab)=a$, $(bc)=b$, $(cd)=c$, $(de)=d$ и $(ea)=e$, онда је дужина његовог обима

$(ef)=a+b+c+d+e$, мера дужине обима $(ef)=l$.

Па је дужина обима $l=a+b+c+d+e$ број.

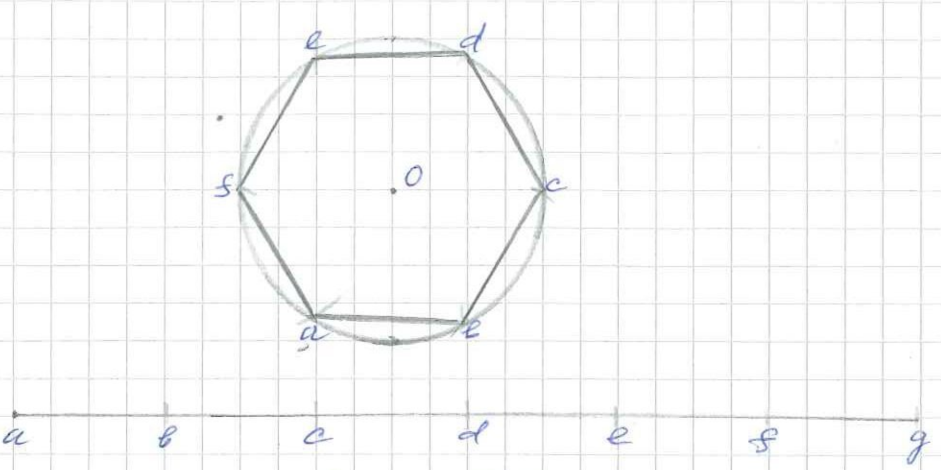
Треба добро разликовати обим и дужину обима многоугла. Обим је дуж, а његова дужина број.

Формулиши дефиницију обима многоугла и његове дужине.

Збир страница многоугла зове се обим многоугла, збир дужина страница многоугла је дужина обима многоугла.

Једнакост $(ef)=a+b+c+d+e$ или краће $l=a+b+c+d+e$, где је $(ef)=l$, јесте формула за израчунавање дужине обима многоугла.

1481. Конструиши произвољан правилан шестоугао. Прикажи његов обим и нађи формулу за изражавање дужине обима.



Слика 787

$[ag] = [ab] + [bc] + [cd] + [de] + [ef] + [fg]$, где је $[fg] \cong [fa]$.
Дуж $[ag]$ је обим нацртаног многоугла $abcdea$.

Како су $[ab] \cong [bc] \cong [cd] \cong [de] \cong [ef] \cong [fa]$ подударне странице, онда су странице једнаке дужине тј.

$(ab) = (bc) = (cd) = (de) = (ef) = (fa) = a$

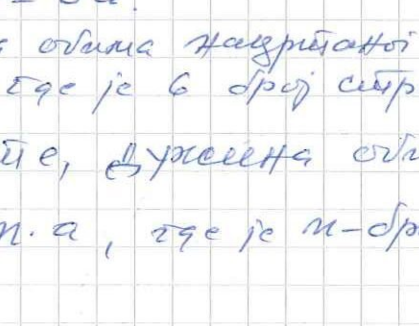
Дужина обима $(ag) = (ab) + (bc) + (cd) + (de) + (ef) + (fa) =$
$= a + a + a + a + a + a = 6a$.

Дужина обима нацртаног многоугла је $(ag) = 6a$ или $l = 6a$, где је 6 број страница многоугла.

Уопште, дужина обима правилног многоугла је
$l = n \cdot a$, где је n - број страница, a - дужина странице.

Граница области је неправилан многоугао

1482. Нацртај област чија је граница неправилан многоугао. Напиши формулу за израчунавање површине коју он ограничава.



Слика 788

981

повуку Површина многоугла abcdea се израчунава тако што се
√ дијагонале [ac] и [ad] и тиме растави многоугао на 3 троугла.
Нацртају се дужи [bh], [dk] и [ef] одстојања наспрамних темена
од одговарајућих страница. Тада је:

1) Површина троугла abc, $(abc) = \frac{(ac)\cdot(bh)}{2}$ kj

2) $(acd) = \frac{(ac)\cdot(dk)}{2}$ kj

3) $(ade) = \frac{(ad)\cdot(ef)}{2}$ kj

Па је површина многоугла abcdea

$$(abcdea) = \frac{(ac)\cdot(bh)}{2} + \frac{(ac)\cdot(dk)}{2} + \frac{(ad)\cdot(ef)}{2}$$