

1168. Сабери написане планове жиза:

$$1000 + 100 + 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$$

Напиши кратко тај збир:

$$\underbrace{1000 + 100 + 10 + 1} + \underbrace{\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}}$$

То јест

$$1111$$

$$+ \frac{100}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{1}{1000}$$

$$1111$$

$$+ \frac{100 + 10 + 1}{1000}$$

$$1111$$

$$+ \frac{111}{1000}$$

Како даље?

Видим да $1000 + 100 + 10 + 1 = 10^3 + 10^2 + 10^1 + 10^0 = 1111$ и да се декадне јединице пишу „једна за другом“. Како је $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} =$

$$= \frac{1}{10^1} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} = \frac{111}{1000} \text{ значи да се и децималне јединице лепо}$$

записују „једна за другом“ као декадне јединице, али у „наставку“ декадних јединица. Али шта сабавиља умесно знања + како да „објединимо“ све планове написане жиза и како да се знамо где се завршава писање декадних јединица, или шта је исто, где почиње писање децималних јединица. Договорено је да се између декадне јединице 1 (=10) и децималне јединице првог реда $\frac{1}{10}$ стави децимална заграда.

Тако се кратко записује збир:

$$1000 + 100 + 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} = 1111,111$$

Прва цифра 1 слева на десно означава декадну јединицу првог реда, друга цифра 1 декадну јединицу другог реда, трећа цифра 1 декадну јединицу првог реда и децимална цифра 1 декадну јединицу нултог реда, следи заграда, после које следе децималне јединице и то: прва цифра после заграде означава децималну јединицу првог реда, следећа цифра 1 децималну јединицу другог реда и задња цифра 1 у овом запису означава децималну јединицу трећег реда.

1169. Напиши планове збира који се збир кратко записује 222,22.

$$222,22 = 100 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 10^0 \cdot 2 + \frac{1}{10} \cdot 2 + \frac{1}{100} \cdot 2$$

$$= 200 + 20 + 2 + \frac{2}{10} + \frac{2}{100}$$

1170. Напиши знакове који су краће записује 999,99.

1171. Шта ти кажују предхорна два примера краће записивања збира датих знакова ниво. Наведи пример:

Они кажују да се уместо сваке цифре 1 може написати ма која друга цифра. Тада та цифра означава стотенки десетих, односно децималних јединица истог реда, колико, јединица она означава као једноцифрени број.

На пример:

$$37,29 = 10 \cdot 3 + 7 + \frac{1}{10} \cdot 2 + \frac{1}{100} \cdot 9 = 30 + 7 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}.$$

Закрси 111,111; 222,22; 999,99; 37,29 зову се децимални бројеви.

Пишање децималних бројева

37,29 пише се: 37 јединица 2 децималне јединице првог реда и 9 јединица другог реда, а записи 37 јединица и 29 јединица другог реда.

75,358 пише се 75 јединица, 3 децималне јединице првог реда, 5 децималних јединица другог реда и 8 децималних јединица трећег реда, а записи 75 јединица и 358 децималних јединица првог реда. Према томе, 0,419 прве пишемо: 419 децималних јединица првог реда. 0,23 прве пишемо: 23 децималне јединице другог реда.

1172. Запиши децимални број у облику збира и у облику разломка и обрнуто.

На пример: 5,7; 3,67; 0,307; $\frac{523}{100}$; $\frac{17}{105}$; 0,073.

$$5,7 = 5 + \frac{7}{10} \text{ и } 5,7 = \frac{57}{10}; \quad 3,67 = 3 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100} \text{ и } 3,67 = 3 + \frac{67}{100} \text{ и } 3,67 = \frac{367}{100};$$

$$0,307 = \frac{3}{10} + \frac{7}{1000} \text{ и } 0,307 = \frac{307}{1000}; \quad \frac{523}{100} = \frac{500+20+3}{100} = \frac{500}{100} + \frac{20}{100} + \frac{3}{100} =$$

$$= 5 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} = 5,23; \quad \frac{17}{105} = \frac{17}{100000} = 0,00017; \quad 0,73 = \frac{7}{100} + \frac{3}{1000} = \frac{70}{1000} + \frac{3}{1000} = \frac{73}{1000}$$

1173. Запиши број: 32 јединице и 213 децималних јединица првог реда. На колико начина се може записати именови број?

$$32,213;$$

$$32,213 = 32 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} + \frac{3}{1000} = 32 + \frac{213}{1000}$$

$$32,213 = \frac{32 \cdot 213}{1000}$$

На три начина: На позицион начин, у облику збира и облику разломка.

1174. На којем још месту можемо записати наш сат број?

На пример: $5,89$; $\frac{237}{100}$.

На још два начина:

$$5,89 = 5 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100} = 5 + \frac{89}{100} \quad ; \quad 5,89 = \frac{589}{100}$$

$$\frac{237}{100} = \frac{200+30+7}{100} = \frac{200}{100} + \frac{30}{100} + \frac{7}{100} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} = 2 + \frac{37}{100} \quad ; \quad \frac{237}{100} = 2,37$$

Сада знамо да сваки именити број записуемо на три начина, а сваки записати на још два начина. Али је лакше да увек можемо да записуемо број који означава сваку цифру на позицији.

Подсети се који број означава свака цифра записаног природног броја: 3 8 5 2 7, цифра 3 означава 3000, цифра 8 број 8000, цифра 5 број 500, цифра 2 број 20 и цифра 7 број 7.

1175. Одреди број који означава свака цифра записаног децималног броја на позицији десет, на пример: $78,30501$.

У $78,3051$: цифра 7 означава 70, цифра 8 означава 8, цифра 3 означава $\frac{3}{10}$, цифра 5 $\frac{5}{100}$, цифра 1 означава $\frac{1}{1000}$.

Подсети се сличности неговителног изразеног $a^{-4} = \frac{1}{a^4}$, $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, где су 10^{-3} и 10^3 изајамно реципротни бројева јер је $10^{-3} \cdot 10^3 = 10^{-3+3} = 10^0 = 1$.

1176. Најчешћи децимални бројеви у облику разломка: $0,1$; $0,01$; $0,001$; Заједно разломке у облику силе основ 10.

$$0,1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$$

$$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$0,001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

На основу претходног можемо се рећи:

„Разломити број (или разломак који је именити децимални број) можемо да записуемо на позицији десет. Тако записан он се зове децимални број. Свака цифра децималног броја десно од децималне записе зове се „децимална“ [7].“

Из тога следи да се децималне јединице морају писати овако:

$\frac{1}{10} = 0,1$ је децимална јединица првог реда (прва децимала), јер је број децималних јединица 0.

$\frac{1}{10^2} = 0,01$ је децимална јединица другог реда (друга децимала),

$\frac{1}{10^3} = 0,001$ је децимална јединица трећег реда (трећа децимала),

jer je broj decimalnih jedinica 0, broj desetakih jedinica prvog reda 0, desetinastih jedinica drugog reda 0.

$$\frac{11}{10^2} = \frac{11}{100} = 0,11 \text{ (11 desetinastih jedinica drugog reda).}$$

$$\frac{111}{1000} = 0,111 \text{ (111 desetinastih jedinica trećeg reda).}$$

$$\begin{aligned} \frac{11111}{1000} &= \frac{10000 + 1000 + 100 + 10 + 1}{1000} = \frac{10000}{1000} + \frac{1000}{1000} + \frac{100}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{1}{1000} \\ &= 10 + 1 + \frac{111}{1000} = 11 + \frac{111}{1000} = 11,111. \end{aligned}$$

$$\text{Prema tome } \frac{11111}{1000} = 11,111.$$

1177. Najprije racionalne decimalne brojeve kao decimalne brojeve (na pozicioni način) u obliku zbroja u obrnutom.

$$\frac{7}{10} = 0,7; \quad \frac{7}{100} = 0,07; \quad \frac{73}{10} = 7,3; \quad \frac{73}{100} = 0,73; \quad \frac{173}{100} = 1,73; \text{ u obrnutom:}$$

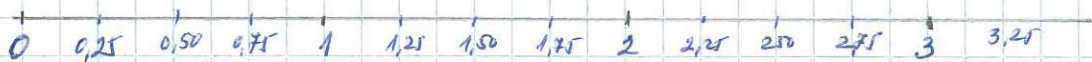
$$0,7 = \frac{7}{10}; \quad 0,07 = \frac{7}{100}; \quad 7,3 = 7 + \frac{3}{10} = \frac{70}{10} + \frac{3}{10} = \frac{73}{10}; \quad 0,73 = \frac{7}{10} + \frac{3}{100} = \frac{70}{100} + \frac{3}{100} = \frac{73}{100};$$

$$1,73 = 1 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} = \frac{100}{100} + \frac{70}{100} + \frac{3}{100} = \frac{173}{100}.$$

Decimalni brojevi su stvarno racionalni brojevi jer razlomci koji su početno decimalne jedinice, oni koji imaju pozicioni i notacioni.

Uopće samo pozitivne decimalne brojeve. Koje klase ovih brojeva možemo razlikovati?

Klasa brojeva manjih od 1, klasa 1 i klasa većih od 1 (slučaj 638).



Слика 638

$$\frac{1}{4} = \frac{1.25}{1.25} = \frac{25}{100} = 0,25; \quad \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = 0,50;$$

Najprije dva decimalna broja manja od 1 i reći koji je veći, 0,53 i 0,25; 0,53 i 0,54; 0,536 i 0,534.

0,53 > 0,25 jer u decimalnoj jedinici prvog reda (prva decimala) 5 veća od decimalne jedinice prvog reda (prva decimala) 2, tj. 5 > 2.

0,54 > 0,53, prve decimalne su jednake, a druga decimala 4 veća je od druge decimalne 3, tj. 4 > 3.

0,536 > 0,534, prve i druge decimalne su jednake, a treće decimalne su različite, gdje je 6 > 4.

Треба показати, окупљајући, према првом, рачунајући следе, различитост децималних места река, нар. $0,01 > 0,009$ Зашто? Зашто што је други децимална прва броја 1 већа од друге децималне друге броја 0, тј. $1 > 0$. Што се може показати и овако

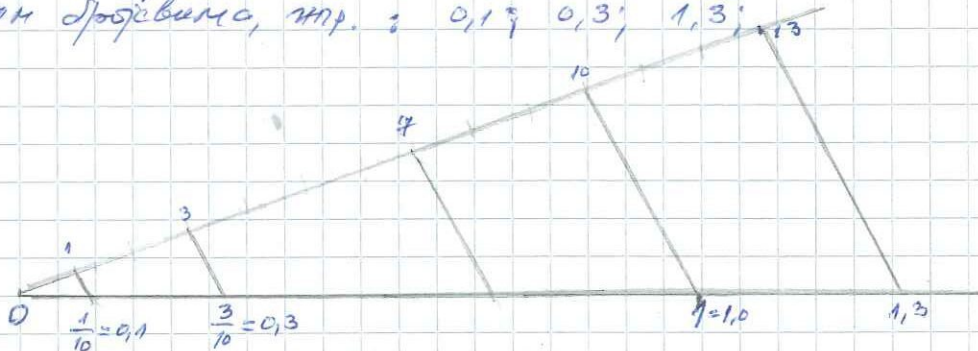
$$0,01 = \frac{1}{100} = \frac{10}{1000} \quad \text{и} \quad 0,009 = \frac{9}{1000}, \quad \text{одакле је} \quad \frac{10}{1000} > \frac{9}{1000} \quad \text{тј. је}$$

$$0,01 > 0,009.$$

Децимални број се не мења ако му се допишу или извршу нуле после последње децимале која није нула

$$0,01 = 0,010 \quad \text{или} \quad 0,010 = 0,01.$$

Конструкцијом такође све бројеве које одговарају целим децималним бројевима, нар. : $0,1$; $0,3$; $1,3$;



Слика 639

Природни и цели бројеви су специјални децимални бројеви: они пије су све децимале нуле ($1 = 1,0 = 1,00 = 1,000, \dots$).

Множење и дељење бројева, записаних на позиционим местима, декалним и децималним јединицама

1178. Израчунај и образложи:

$$1) 573 \cdot 100; 573 : 100; 5,73 \cdot 100; 5,73 : 100;$$

$$2) 57 \cdot 0,01; 57 : 0,01; 0,57 \cdot 0,01; 0,57 : 0,01; 5,73 \cdot 0,01; 5,73 : 0,01.$$

$$1) 573 \cdot 100 = 57300;$$

$$573 : 100 = \frac{573}{100} = \frac{500+70+3}{100} = \frac{500}{100} + \frac{70}{100} + \frac{3}{100} = 5 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} = 5,73,$$

или

$$573 : 100 = 573 \cdot \frac{1}{100} = \frac{573}{100} = 5,73$$

$$5,73 \cdot 100 = (5 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}) \cdot 100 = 500 + 70 + 3 = 573,$$

$$5,73 : 100 = (5 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}) : 100 = (5 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}) \cdot \frac{1}{100} = \frac{5}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{3}{10000} =$$

$$= \frac{5}{10^2} + \frac{7}{10^3} + \frac{3}{10^4} = 0,0573;$$

(овде видимо да је 5 група децимала, 7 прва децимала, а 3 је друга децимала због тога 1176).

$$2) \quad 57 \cdot 0,01 = 57 \cdot \frac{1}{100} = \frac{57}{100} = 0,57;$$

$$57 : 0,01 = 57 : \frac{1}{100} = 57 \cdot 100 = 5700;$$

$$0,57 \cdot 0,01 = \frac{57}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{57}{10^4} = 0,0057;$$

$$0,57 : 0,01 = \frac{57}{100} : \frac{1}{100} = \frac{57}{100} \cdot 100 = 57;$$

$$5,73 \cdot 0,01 = \frac{573}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{573}{10^4} = 0,0573;$$

$$5,73 : 0,01 = \frac{573}{100} : \frac{1}{100} = \frac{573}{100} \cdot 100 = 573.$$

Множение десятичной единицы n -й раз знаменателя десятичной единицы n -й раз, а деление десятичной единицы n -й раз знаменателя десятичной единицы n -й раз.
Например:

$$9 \cdot 0,001 = 9 \cdot \frac{1}{10^3} = \frac{9}{10^3} = 0,009; \quad 59 \cdot 0,001 = 59 \cdot \frac{1}{10^3} = 0,059;$$

$$159 \cdot 0,001 = \frac{159}{10^3} = 0,159;$$

$$9 : 0,001 = 9 : \frac{1}{1000} = 9 \cdot 1000 = 9 \cdot 10^3; \quad 59 : 0,001 = 59 : \frac{1}{1000} = 59 \cdot 1000 = 59 \cdot 10^3;$$

$$159 : 0,001 = 159 \cdot 10^3.$$