1308. $x \to x^2 - 2x + 5$ и $x \to 3x$

$x \to x^2 - 2x + 5 \to 3x$ пише се краће $3(x^2 - 2x + 5)$

$x \to 3x \to x^2 - 2x + 5$ пише се краће $(3x)^2 - 2 \cdot 3x + 5$

1310. $f : x \to x^2$, $h : x \to 2x$, $g : x \to (x+5)$

$(h \circ g)x = h(g(x)) = h(x+5) = 2(x+5)$; $h \circ g : x \to 2(x+5)$

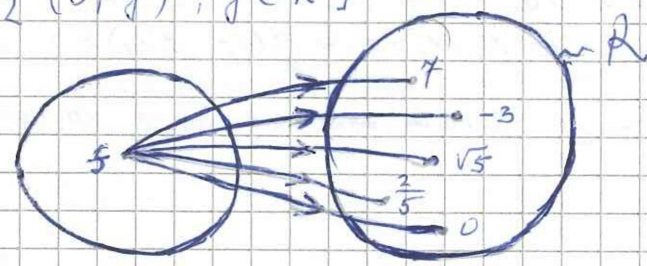
$(g \circ h)x = g(h(x)) = g(2x) = 2x+5$; $g \circ h : x \to 2x+5$

$$
\begin{aligned}
(h \circ f \circ g \circ h \circ f \circ g)x &= h(f \circ (g(h(f(g(x)))))) \\
&= h(f \circ (g(h(f(x+5)^2)))) \\
&= h(f \circ (g(h[2(x+5)^2]))) \\
&= h(f \circ (g\, 2(x+5)^2 + 5)) \\
&= h(f([2(x+5)^2+5])^2) \\
&= 2[2(x+5)^2+5]^2
\end{aligned}
$$

$h \circ f \circ g \circ h \circ f \circ g : x \to 2[2(x+5)^2+5]^2$

1316. Зато што полазни скуп има вишеструке елементе, што показује сагитална шема где из елемента 5 полазног скупа полазе више стрелица, тј. $f(x)$ није само синглетон или празан скуп.

$\{(5, y),\ y \in R\}$



Слика 107.

1319. $k : x \to 2x^2 - 7$ Израчунај $k(-2)$ и $k(-\frac{1}{10})$.

$k(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 7 = 2 \cdot 4 - 7 = 8 - 7 = 1$

$k(-\frac{1}{10}) = 2(-\frac{1}{10})^2 - 7 = 2 \cdot \frac{1}{100} - 7 = \frac{1}{50} - \frac{350}{50} = -\frac{349}{50}$

1106

1328. $f: x \to x^4$, $x \in \{1,2,3,4\}$ $f^{-1} = ?$

Одређује се скуп f $x^4 \in \{1,16,81,256\}$
а што је полазни скуп инверзне функције f^{-1}.

Како је $f: y = x^4$ и када x и y узајамно замене места, онда је $x = y^4 \Rightarrow y = \sqrt[4]{x}$, тако да је $f^{-1}: x \to \sqrt[4]{x}$
$x \in \{1,16,81,256\}$. Како је за $x=1$, $y = \sqrt[4]{1} = \pm 1$ јер је
$(+1)^4 = 1$ и $(-1)^4 = 1$; $\sqrt[4]{16} = \pm 2$; ...

Релација f^{-1} написана екстензивно је

$$f^{-1} = \{(1,1),(1,-1),(16,2),(16,-2),(81,3),(256,4),(256,-4)\}$$

Очигледно да f^{-1} није функција.

1335. $g(x) \to x^3 - 3x$, $[-1,1]$, $x_1 = -1$, $x_2 = 1$

$x_2 - x_1 = 1-(-1) = 2 > 0$; $g(x_1) = g(-1) = (-1)^3 - 3\cdot(-1) = 2 > 0$

$g(x_2) = g(1) = 1^3 - 3\cdot 1 = -2 < 0$

Како је $x_2 - x_1 > 0$ и $g(x_2) - g(x_1) < 0 \Rightarrow \frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1} < 0$

Значи функција g опада.

$g(x) \to x^3 - 3x$, $[1,\infty]$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

$x_2 - x_1 = 1 > 0$, $g(x_1) = g(1) = -2$; $g(x_2) = g(2) = 2 > 0$

$g(x_2) - g(x_1) = 4 > 0$.

Како је $x_2 - x_1 > 0$ и $g(x_2) - g(x_1) > 0$, следи

$\frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1} > 0$, значи функција g расте.

1342. $f: x \to ax^2$ ($y = ax^2$, $f(x) = ax^2$)

$a > 0$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$, $3,5 \in R^+$, $y = ax^2$

$y_1 = ax^2 = a\cdot 3^2 = 9a$, $y_2 = a\cdot 5^2 = 25a$

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{25a-9a}{5-3}$ $\frac{16a}{2} = 8a$ функција расте.

Примена количника $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = a(x_2+x_1) = a(5+3) = 8a > 0$

$x_1 = -3$, $x_2 = -5$, $x_1, x_2 \in R^-$; $y_1 = a(-3)^2 = 9a$; $y_2 = a\cdot(-5)^2 = 25a$

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{25a-9a}{-5-(-3)} = \frac{16a}{-2} = -8a < 0$ функција опада.

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = a(x_1+x_2) = a(-5-3) = -8a < 0$

Функција $y = ax^2$ за $a >$ расте у интервалу $[0,p]$, опада у интервалу $[n,0]$.

Значи довољно је израчунати прираштај $a(x_1+x_2)$.

$a<0$, $x_1=3$, $x_2=5$, $a(x_1+x_2) = a(3+5) = 8a < 0$ f опада

$x_1=-3$, $x_2=-5$, $a(x_1+x_2) = a(-3-5) = -8a > 0$ f расте

Функција $y = ax^2$, за $a<0$ расте у интервалу $[n,0]$ и опада у интервалу $[0,p]$.

1343. $y = x^2$ ($x \to x^2$, $f(x) = x^2$).

$a=1>0$, $x \in [-5,0]$, $f(x) = x^2$

$f(-5)=25$; $f(-4)=16$; $f(-3)=9$, $f(-2)=4$, $f(-1)=1$, $f(0)=0$;

$f(-5) > f(-4) > f(-3) > f(-2) > f(-1) > f(0)$.

Функција стално опада до нуле.

Количник прираштаја $a(x_2+x_1) = 2(-5+0) = -10 < 0$.

$x \in [0,5]$, $f(0)=0$, $f(-1)=1$, $f(-2)=4$, $f(-3)=9$, $f(4)=16$, $f(-5)=25$.

$f(0) < f(1) < f(2) < f(3) < f(4) < f(5)$.

функција стално расте.

Количник прираштаја $a(x_1+x_2) = 2(5+0) = 10 > 0$

Функција достиже минимум за $x=0$,

$a=-1<0$, $y=-x^2$ ($x \to -x^2$, $f(x) = -x^2$).

$x \in [-5,0]$, $f(-5) < f(-4) < f(-3) < f(-2) < f(-1) < f(0)$.

Функција стално расте до нуле.

Количник прираштаја $a(x_1+x_2) = -1(-5+0) = 5 > 0$

$x \in [5,0]$, $f(0) > f(1) > f(2) > f(3) > f(4) > f(5)$.

функција стално опада „од" нуле.

$a(x_1+x_2) = -1(5+0) = -5 < 0$.

Функција достиже максимум за $x=0$.

1349. Испитај $y = -\frac{1}{x}$ у околини тачке 0.

На пример када x постаје

$0{,}1,\ 0{,}01,\ 0{,}001,\ 0{,}0001, \dots$ (тежи нули),

функција $y = -\frac{1}{x}$ узима вредности

$-10,\ -100,\ -1000,\ -10000, \dots$

Значи када је $x > 0$ и тежи нули (0) функција $|y| = \frac{1}{|x|}$ неограничено расте, а $y = -\frac{1}{x}$ опада неограничено.

Кад x постаје

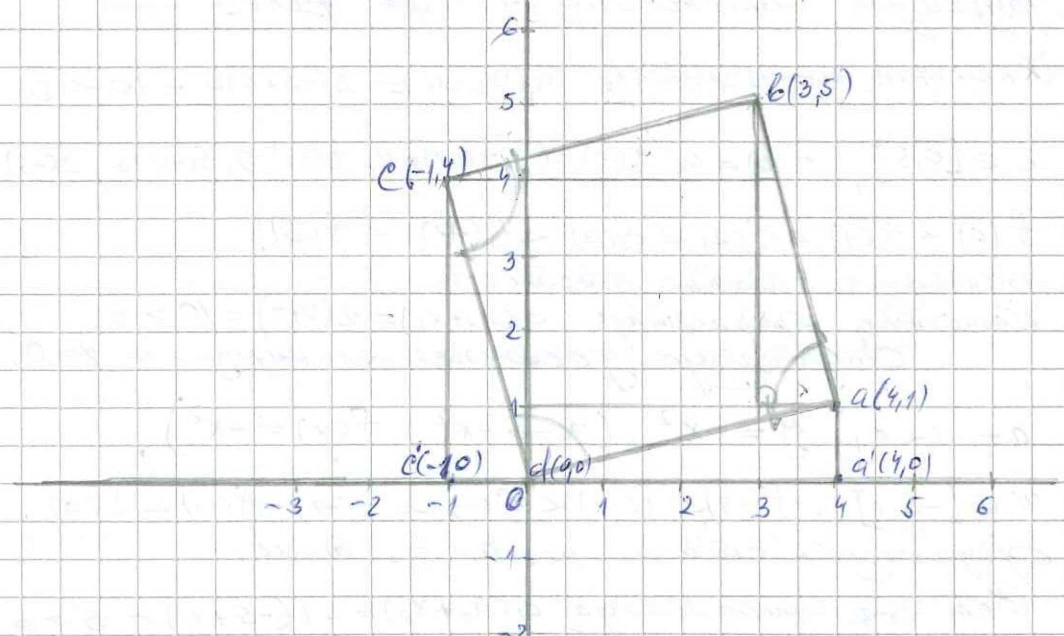
$-0{,}1,\ -0{,}01,\ -0{,}001,\ -0{,}0001, \dots$ (тежи нули)

функција $y = -\frac{1}{x}$ узима вредности

$10,\ 100,\ 1000,\ 10.000, \dots$

Значи када је $x < 0$ и тежи нули, функција $y = -\frac{1}{x}$ расте неограничено.

1357. тачке $a(4,1)$, $b(3,5)$, $c(-1,4)$, $d(0,0)$



Слика 108

Нека је тачка $a'(4,0)$ теме правоуглог троугла $da'a$, а тачка $c'(-1,0)$ је теме троугла $dc'c$. То су два троугла чија је заједничка теме тачка $d(0,0)$, а темена правих углова су тачке $c'(-1,0)$, и $a'(4,0)$.

$[da'] = [cc']$ (мера дужи је 4)

$[a'a] = [c'd]$ (мера дужи је 1)

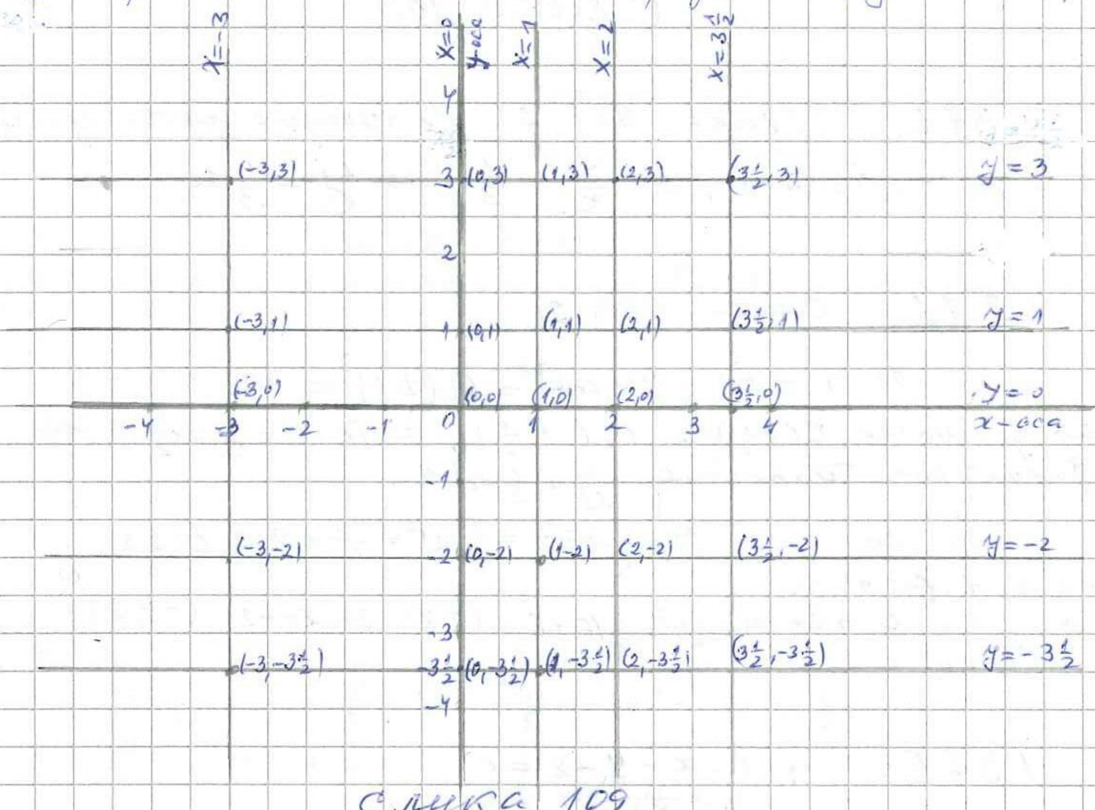
$\measuredangle da'a = \measuredangle dc'c$ (прав угао)

$\Delta da'a \cong \Delta dc'c \implies [da] = [dc]$ и оне образују прав угао (зад. 648).

∡ adc је збир два угла са заједничким теменом па два угла је прав.

На исти начин се доказују подударност правоугла троугла са заједничким теменима: a(4,1) b(3,5), d(−1,4). Тим се доказује да су сви углови четвороугла abcd прави и да је он квадрат.

1366. Координатни систем; праве $x=1$, $x=2$, $x=3\frac{1}{2}$, $x=-3$ паралелне са y-ом осом.; праве $y=1$, $y=3$, $y=-2$, $y=-3\frac{1}{2}$ паралелне са x-осом; Одреди координате ...



Слика 109

Пресек праве $x=m$, $m\in R$ са апсцисном осом (x-осом) $y=0$ су тачке: $x=-3$ и $y=0$ тј. $(-3,0)$; $(1,0)$, $(2,0)$, $(3\frac{1}{2},0)$, ... $(m,0)$.

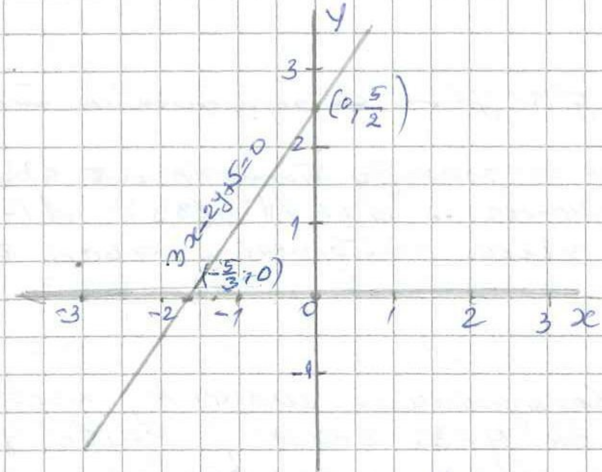
Пресек $y=b$, $b\in R$, са ординатном осом (y-осом) $x=0$ су тачке: $x=0$, $y=3$, тј. $(0,3)$; $(0,1)$, $(0,-2)$, $(0,-3\frac{1}{2})$, ... $(0,b)$.

1369. $3x-2y+5=0$

Пресек са x-осом (правом $y=0$) па је за $y=0$ $3x-2y+5=0$ је $3x+5=0$, одакле следи $x=-\frac{5}{3}$. Тачка пресека са x-осом $(x,y)=(-\frac{5}{3};0)$.

Пресек са y-осом (правом $x=0$), па за $x=0$ $3x-2y+5=0$ је $-2y+5=0$, одакле следи $y=\frac{5}{2}$. Тачка пресека за y-осом је $(x,y)=(0,\frac{5}{2})$.

1110



Слика 110

1 370. Слика 681 2) Је једначина праве $y = ax$,

тачка м $(x,y)=(3,1)$, $a = \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x$