1420. Трансформиши осном симетријом у односу на s_1s_1' произвољну фигуру F. Затим трансформиши F_1 и F_2 у односу на $s_2s_2' \perp s_1s_1'$. Одреди композицију (производ) тих двеју осних симетрија.

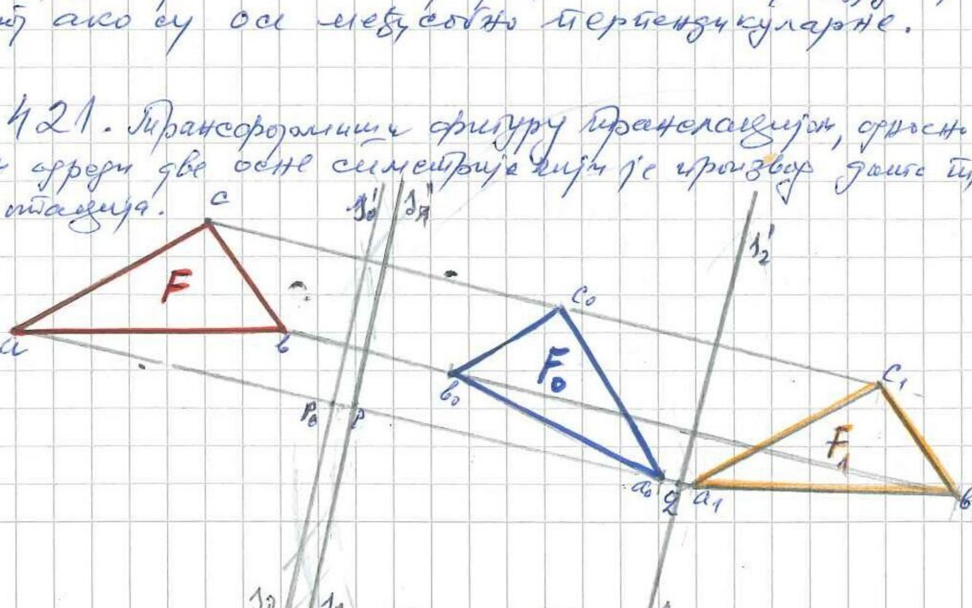
Композиција (производ) двеју осних симетрија је:

1) транслација, ако су осе паралелне праве.

2) ротација, ако осе образују било који угао (осим правог);

3) централна симетрија, ако осе образују прави угао, тј ако су осе међусобно перпендикуларне.

1421. Трансформиши фигуру транслацијом, односно ротацијом а затим одреди две осне симетрије чији је производ дата транслација односно ротација.



СЛИКА 725

Дуже $[aa_1]$ одређена одговарајућим тачкама транслацијом трансформисаних фигуре F и F_1 је два пута веће од одстојања $[pq]$ паралелних оса помножених осних симетрија које се траже, тј.

$[aa_1] = 2[pq]$, одакле је $[pq] = \frac{1}{2}[aa_1]$, где се тачка a може произвољно узети.

Фигура F_0 добивена је из F осном симетријом s_1s_1', а фигура F_1 је добивена из F_0 осном симетријом s_2s_2'.

Обрати пажњу и уочи (откриј) следећу аналогију између транслације и ротације:

„1) Дужи одређене одговарајућим тачкама транслацијом трансформисаних фигура јесу паралелне и подударне, лукови помоћу којих се врши ротација јесу концентрични, дакле паралелни и одговарају подударним централним угловима;

2) Дуже одређене одговарајућим тачкама транслацијом трансформисаних фигура је два пута веће од одстојања паралелних оса помножених осних симетрија, угао ротације је два пута већи од угла који образују осе помножених осних симетрија“ [1]

Напомена: Ротација је дата у решењу слике 126.

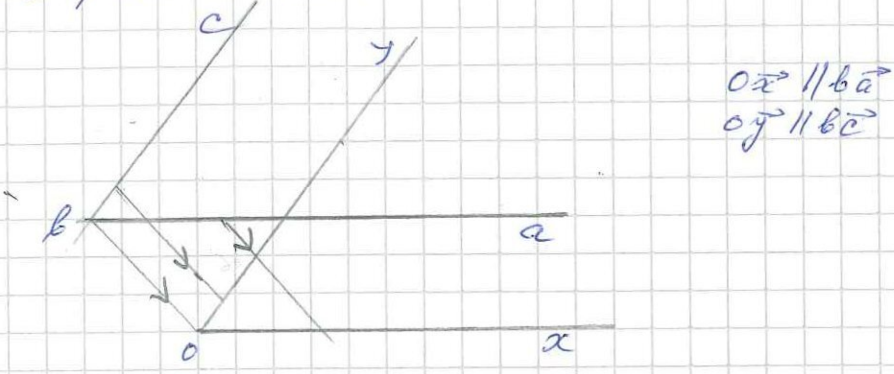
НЕПОСРЕДНЕ ПРИМЕНЕ ИЗОМЕТРИЈСКИХ ТРАНСФОРМАЦИЈА

Помоћу изометријских трансформација откривају се скоро све чињенице и решавају сви проблеми не само у геометрији подударности већ и у метричкој геометрији, а посредно и у геометрији сличности. Зато је њихов педагошки значај огроман и доприноси њином математичком образовању.

Углови чији су одговарајући краци међусобно паралелни, односно перпендикуларни

Само метода експеримената којим се традиционална настава служи при обради наведене јединице не постиже ни овај основни циљ. Корисник не примењује теореме о угловима јер он учи а не открива те теореме. А врло лако их открива применом транслације и ротације.

1422. Нацртај два угла са паралелним крацима. Размисли шта можеш рећи о њима.



Слика 726

Углови се добијају један из другог транслацијом за [bO]: теме O добија се из темена b, крак $\vec{Ox}$ из крака $\vec{ba}$, крак $\vec{Oy}$ из крака $\vec{bc}$. Зато су они снтурно подударни, тј: $\angle abc \cong \angle xoy$.

Углови могу да се добијају један из другог сложеном транслацијом:

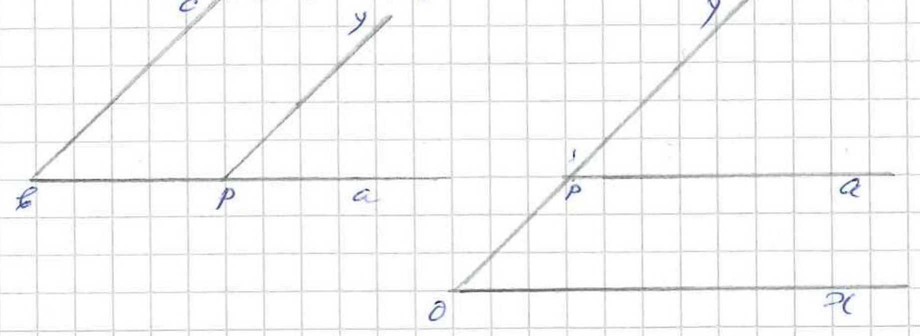
Угао apy из угла abc транслацијом за оријентисану дуж [bp], а угао xOy из угла apy транслацијом за оријентисану дуж [pO].

Из прве транслације $\angle abc \cong \angle apy$, а из друге $\angle apy \cong \angle xoy$, одакле следи да је $\angle apy \cong \angle xoy$.

Или обрнуто, угао apy из угла xoy транслацијом за [op] и $\angle abc$ из угла apy транслацијом за [pb].

Уочи специјални положај углова чији одговарајући краци су међусобно паралелни:

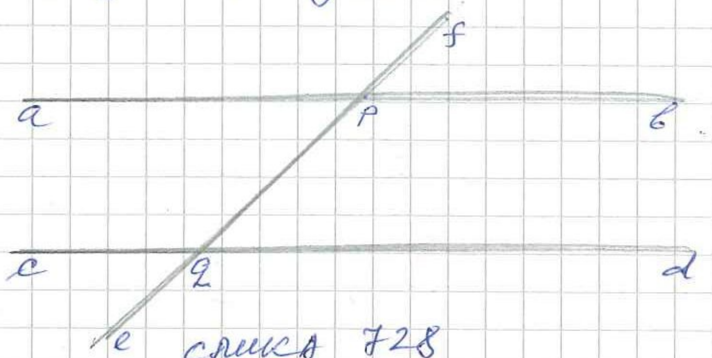
Углови abc и apy, apy и xop. (сл. 727 a) б))



Слика 727

Ако су одговарајући краци два угла паралелни, углови су подударни.

1423. Посматрај углове које образује једна права са две паралелне праве (сл. 728). Докажи подударност и суплементност добијених углова.



СЛИКА 728

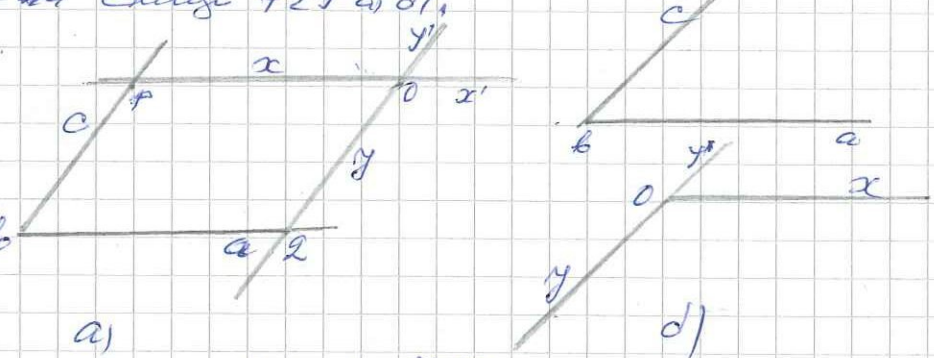
Са слике 728 се одмах може утврдити подударност следећих углова:

apf и qpb; apq и bpf; cqp и dqe; cqe и dqp као унакрсни углови.

Док, apf и bpf, apq и qpb; cqe и eqd, и cqp и dqp; су суплементни углови.

Транслацијом за оријентисану дуж [pq] добива се угао dqp из угла bpf, и обрнуто за оријентисану дуж [qp] добива се угао bpf из угла dqp. Углови dqp и bpf су подударни.

Посебно обрати пажњу и посматрај случај приказан ~~на~~ на слици 729 а) б).



СЛИКА 729

а) Транслацијом [oq] и транслацијом [qb] из угла xoy добијају се унакрсни углови abc и xoy. Краци унакрсног угла x'oy' угла xoy су међусобно паралелни са крацима угла abc, па из $\angle abc \cong \angle x'oy'$ и $\angle x'oy' \cong \angle xoy$ следи $\angle abc \cong \angle xoy$.

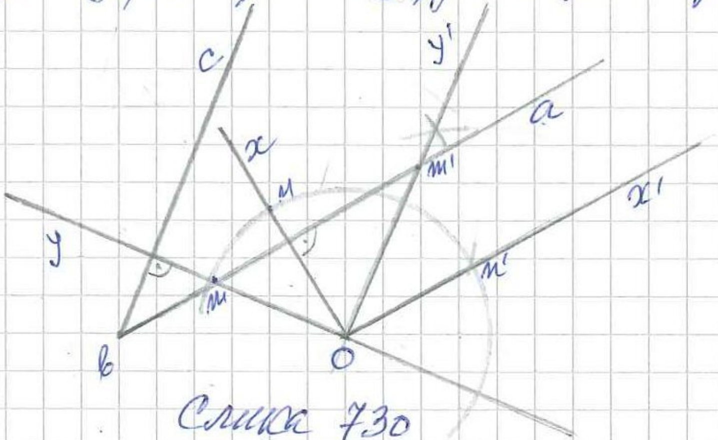
Ако су одговарајући краци два угла супротно паралелни, углови су подударни.

б) Транслацијом за [bo] добива се угао xoy' из угла abc, па су углови xoy' и abc подударни. Они су подударни и као углови са паралелним крацима.

Како су abc и xoy' подударни, онда су углови abc и xoy суплементни углови.

Ако су два одговарајућа крака два угла паралелна, а друга два су супротно паралелна, углови су суплементни.

1424. Нацртај углове abc и xOy ако је $\vec{Ox} \perp \vec{ba}$ и $\vec{Oy} \perp \vec{bc}$, онда изврши ротацију за угао од 90° око O угла xOy.

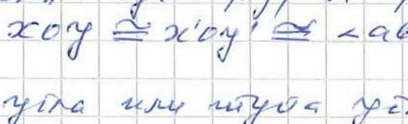


Слика 730

Ротацијом за угао од 90° чији је центар O, угао xOy се трансформише у подударан угао x'Oy', а краци овог угла су паралелни одговарајућим крацима угла abc. Дакле: $\angle xOy \cong x'Oy' \cong \angle abc$.

Два оштра угла или тупа угла чији су одговарајући краци међусобно паралелни или перпендикуларни, јесу подударни, али обрнуто није увек (јер два угла могу бити подударни и ако одговарајући краци нису паралелни или нормални)

1425. Нацртај произвољан оштар угао abc, а затим конструиши тупи угао xOy такав да је $\vec{Ox} \perp \vec{ba}$ и $\vec{Oy} \perp \vec{bc}$. Шта можеш да кажеш о тим угловима?



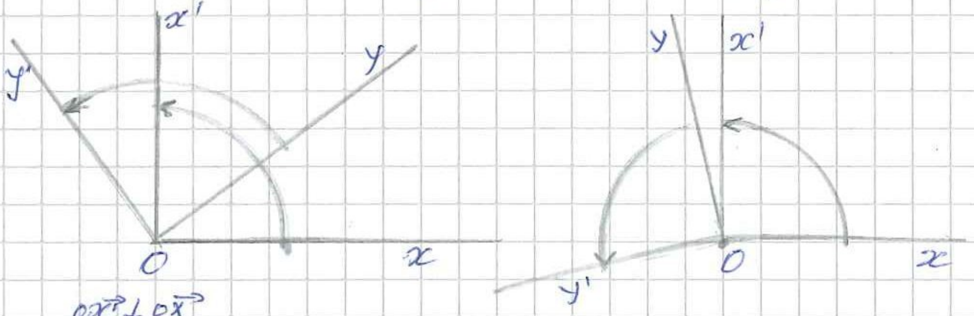
$\vec{Ox} \perp \vec{ba}$, $\vec{Oy} \perp \vec{bc}$

Слика 731

Из $\vec{Ox} \perp ba$ и $\vec{Oy} \perp \vec{bc}$ следи да су углови abc и x'Oy подударни јер су им одговарајући краци перпендикуларни (нормални), а како су x'Oy и xOy суплементни, то су и углова abc и xOy суплементни.

Ако су одговарајући краци једног оштрог и једног тупог перпендикуларни они су суплементни, обрнуто не стоји увек (јер могу бити суплементни и ако им одговарајући краци нису перпендикуларни).

1426. Нацртај два угла са нормалним крацима чија се темена поклапају. Шта можеш рећи о њима.



$\vec{Ox'} \perp \vec{Ox}$
$\vec{Oy'} \perp \vec{Oy}$

Слика 732

Угао x'Oy' добија се ротацијом око темена O, чији је угао прав (90°), а угао xOy се добија ротацијом око темена O чији је угао прав(90°). Они се добијају један из другог ротацијом око темена чији је угао прав.

Важно је да схватиш да, строго узев, углови чији су одговарајући краци нормални, а темена им се поклапају нису подударни „зато што се ротацијом „могу довести до поклапања" него зато сваки од њих представља ротацијом трансформисану фигуру оног другог. То увиђање треба да буде суштина твог математичког образовања. Наиме, треба овако да расуђујеш:

„Ако одговарајући краци ма која два угла са заједничким теменом граде подударне углове, један (ма који) од њих је ротацијом трансформисана фигура оног другог. ... А како су ротацијом трансформисане фигуре подударне, то и углови чији су одговарајући краци нормални јесу подударни" [5]

Основна карактеристика логичког и математичког мишљења је реверзибилност. Она означава способност за вршење инверзних (обрнутих) мисаоних (менталних) операција.

Нужно је да и овде вршиш и реверзибилне мисаоне операције и формулишеш закључке:

1) Ако су два угла подударна и један крак једног угла је паралелан краку другог, онда су и остала два крака међусобно паралелна

Ако су два угла суплемента и један крак једног угла је паралелан краку другог, онда су и остала два крака међусобно паралелна.

929

2) Ако су два угла подударна и један крак једног угла је нормалан на краку другог, онда су и остала два крака међусобно нормални.

Ако су два угла суплементна и један крак једног угла је нормалан на краку другог, онда су остала два крака међусобно нормална.