314. Израчунај $30:6$.

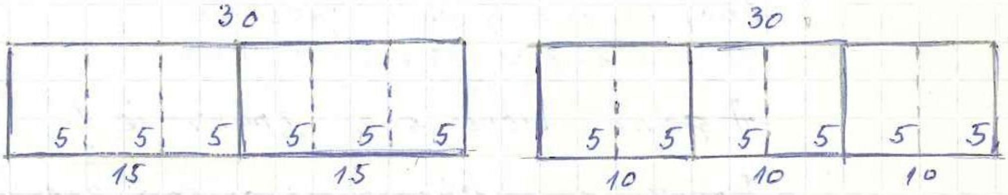
$30:6=5$, јер је $5\cdot 6=30$

$30:(3\cdot 2)=(30:3):2=10:2=5$
$30:(2\cdot 3)=(30:2):3=15:3=5$

Да ли је $30:6$ исто што и $30:(3\cdot 2)$?

Из претходног закључујем да је тврђење $30:6=30:(3\cdot 2)=5$ тачно.

Значи, уместо да се непосредно (директно) дели на 6, може да се прво подели на 2, па сваки тако добивени део на 3, или обрнуто прво на 3 па на 2 дела.



Слика 143

$30:(2\cdot 3)=(30:2):3=15:3=5$ $\quad$ $30:(3\cdot 2)=(30:3):2=10:2=5$

Израчунај $60:12$.

$60:12=60:(3\cdot 4)=(60:3):4=20:4=5$
$60:12=60:(3\cdot 4)=(60:4):3=15:3=5$

Из претходног можеш писати:

$30:(2\cdot 3)=(30:2):3=(30:3):2=5$, где $2/30$ и $3/30$
$60:(3\cdot 4)=(60:3):4=(60:4):3=5$, где $3/60$ и $4/60$
$48:(2\cdot 3)=(48:2):3=(48:3):2=8$, где $2/48$ и $3/48$

Особина дељења броја производом

$$a:(b\cdot c)=(a:b):c=(a:c):b, \text{ где } b/a \text{ и } c/a. \quad (4)$$

Израчунај $45:15$.

315. Израчунај $28:7$ тако да дељеник 28 пишеш као производ чији је један чинилац број 7.

$28:7=(4\cdot 7):7=4$ (особина 2 задатак 312)

Израчунај: $48:16$; $48:3$; $84:6$; $95:19$

$48 : 16 = (3 \cdot 16) : 16 = 3$
$48 : 3 = (16 \cdot 3) : 3 = 16$
$84 : 6 = (7 \cdot 12) : 6 = 7 \cdot (12 : 6) = 7 \cdot 2 = 14$
$95 : 19 = (5 \cdot 19) : 19 = 5 \cdot (19 : 19) = 5 \cdot 1 = 5$

Особина дељења производа бројем

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = a \cdot (b : c) \quad \ldots \quad (5)$$

316. У једној корпи било је 5 јабука у другој 8. После је у свакој корпи број јабука је повећан 3 пута. Колико је тада јабука било у обе корпе?

После повећања у првој корпи је $5 \cdot 3 = 15$, у другој $8 \cdot 3 = 24$.

Број јабуке у обе корпе је:
$5 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 15 + 24 = 39$.

А да ли може бити другачије?

Пошто је у свакој корпи број јабука повећан 3 пута, онда је и укупан број јабука $(5+8)$ повећан 3 пута.

$5 + 8 = 13$, $13 \cdot 3 = 39$.

Број јабука, израчунат у оба случаја, је 39. Зато се пише

$(5+8) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 8 \cdot 3$.

Пример:

Бака је на пијаци купила 4кг јабука по 13 динара и 4кг крушака по 15 динара. Колико је бака платила јабуке и крушке?

$13 \cdot 4 + 15 \cdot 4 = (13+15) \cdot 4 = 38 \cdot 4 = 152$

Израчунај усмено $34 \cdot 5$, а затим запиши поступак усменог рачунања.

$34 \cdot 5 = (30+4) \cdot 5 = 30 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 150 + 20 = 170$

Производ збира бројева 6 и 5 и броја 3 напиши у облику сабирања једнаких сабирака.

$(6+5) \cdot 3 = (6+5) + (6+5) + (6+5)$ (дефиниција множења)
$= 6+5 + 6+5 + 6+5$ (асоцијативност сабирања)
$= (6+6+6) + (5+5+5)$ (комутативност и асоцијативност)
$= 6 \cdot 3 + 5 \cdot 3$ (дефиниција множења)

Производ $(7+3) \cdot 4$ напиши у облику сабирања једнаких сабирака

Особина множења збира бројем у општем облику

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c \quad \ldots \quad (6)$$

317. Производ разлике бројева 9 и 5 и броја 4 запиши у облику сабирања једнаких сабирака.

$$\begin{aligned}(9-5)\cdot 4 &= (9-5)+(9-5)+(9-5)+(9-5)\\ &= 9-5+9-5+9-5+9-5\\ &= 9+9+9+9-5-5-5-5\\ &= (9+9+9+9)-(5+5+5+5)\\ &= 9\cdot 4-5\cdot 4\end{aligned}$$

Запиши производ $(8-3)\cdot 5$ у облику сабирања једнаких сабирака.

Особина множења разлике бројем

$$(a-b)\cdot c = a\cdot c - b\cdot c \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

318. У једној кеси има 20 бонбона, а у другој 25 бонбона. Подели те бонбоне на петоро деце.

$$(20+25):5 = 20:5+25:5 = 4+5 = 9.$$

Обична провера: $(20+25):5 = 45:5 = 9$.

Замисли у једној корпи 30 великих крушака, а другој 42 малих. Треба их ставити у 6 једнаких сандука, тако да у свим сандуцима буде великих и малих крушака.

$$(30+42):6 = 30:6+42:6$$

Провера ове особине дељења збира бројем се проверава на основу чињенице да је дељеник једнак производу количника и делиоца, ако је дељење тачно извршено.

$$(30:6+42:6)\cdot 6 = (30:6)\cdot 6+(42:6)\cdot 6 = 30+42$$

Провера се врши и на основу особине (6) (множење збира бројем) и на основу особина (2) (број се не мења ако се ...).

Тиме је потврђена особина која се записује у облику

$$(a+b):c = a:c+b:c, \quad c/a \text{ и } c/b \ \ldots \ (8)$$

То је дељење збира бројем.

Тако може да се провери и дељење разлике бројем.
На пример: $(45-20):5 = 45:5-20:5$.

Обична провера: $(45-20):5 = 25:5 = 5$ и $45:5-20:5 = 9-4 = 5$.

Или да је дељеник једнак производу количника и делиоца: $(45:5-20:5)\cdot 5 = (45:5)\cdot 5-(20:5)\cdot 5 = 45-20$.

Зато је: $(a-b):c = a:c-b:c, \quad c/a \text{ и } c/b \ \ldots \ (9)$

То је дељење разлике бројем.

319. Напиши збир $9 \cdot 4 + 4 \cdot 3$ и разлику $63-45$ у облику производа.

$9 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = (9+3) \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48$
$63 - 45 = 7 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = (7-5) \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18$.

Напиши збир 56 и 40 и разлику 35-21 у облику производа.

ЈЕДНАКОСТИ И ЈЕДНАЧИНЕ

320. Подсети се да је:

$5 \cdot 7$ означено множење, означени производ,
$5 \cdot 7 = 35$ је извршено множење, израчунати производ или једнакост.
Симбол „=" заједно с оним што је написано лево и десно од њега зове се једнакост.
$42:7$ је означено дељење.
$42:7=6$ је извршено дељење или једнакост.
Симбол „=" већ употребљаван, на пример:
$7+5=12$, $35=5 \cdot 7$, $48:2=24$, $12-7=5$.

Шта означава симбол „="?

„На пример: $7+5$ је израз или што исто име једне „ствари" једног појма, 12 је такође израз, име једне „ствари", једног појма.
Стављајући симбол „=" између та два израза ($7+5=12$), између та два „имена" ми тврдимо да оба израза, оба имена, означавају једну исту „ствар", један исти појам" [2]
На пример: $35 = 5 \cdot 7$ симбол „=" тврди да се име тог броја 35, може написати и овако: $5 \cdot 7$. Значи да је исти појам означен, именован на два различита начина.

321. Који број означава слово у једнакостима:
$7 \cdot m = 56$; $a \cdot 8 = 40$

У $7 \cdot m = 56$ треба израчунати број којим треба помножити 7 да производ буде 56. Кратко, треба израчунати множилац.

Из $7 \cdot m = 56$ следи $m = 56:7 = 8$
број који стоји уместо слова m је 8.

У $a\cdot 8 = 40$ треба израчунати број који треба помножити бројем 8 да производ буде 40. Кратко треба израчунати множеник.

Како производ не зависи од тога који се од два броја сматра множеником, који множиоцем, може се увести термин чинилац. Ово је врло важно, јер се уместо $x\cdot 9 = 54$ увек може писати $9\cdot x = 54$.

На основу претходног посматрај и потврди да је $x\cdot 7 = 56$ и $7\cdot x = 56$.

$x\cdot 7 = 56$ (треба израчунати број који стоји уместо слова x, тј. множеник $x = 8$)

$7\cdot x = 56$ (треба израчунати број који стоји уместо слова x, тј. множилац $x = 8$).

Кад је један чинилац слово оно се пише на другом месту, на „месту множиоца". На основу чега?

322. Који број означава слово у једнакости:

$56 : a = 8$; $a : 5 = 9$.

Подсети се да у $56 : a = 8$ треба израчунати делилац, тј. број који стоји уместо слова a.

Ако је $56 : a = 8$ онда је $8\cdot a = 56$, тј. $a = 56 : 8 = 7$

Ако је $a : 5 = 9$ онда је $a = 9\cdot 5 = 45$.

овде је израчунат број који стоји уместо слова a који је на месту дељеника.

Овде су бројеви израчунати на основу смисла, значења, одговарајуће операције, а не на основу некаквих правила: чинилац се израчунава... делилац се израчунава и слично. Значи не употребљавати правила.

323. Дате су једнакости: $9x = 36$; $35 : x = 7$ $x : 4 = 15$. Израчунај бројеве уместо којих стоје слова.

324. Реши једнакости, на пример:

$(5+x)\cdot 3 = 21$; $(x-7)\cdot 5 = 20$; $(25-a)\cdot 7 = 28$

Размишљам: Да би $(5+x)\cdot 3 = 21$, мора бити $5+x = 7$. А да би то било мора бити $x = 2$.

Образложи своје размишљање.

$(5+x)\cdot 3 = 21$

Израчунавам који број стоји уместо $5+x$ у израчунатом производу, тј. једнакости.

$$5+x = 21:3$$
$$5+x = 7$$
$$x = 7-5$$
$$x = 2.$$

Ово твоје решење своди се на примену да је једнакост сагласна са свакóм математичком операцијом, са сабирањем, одузимањем, множењем и дељењем бројева.

$$(5+x)\cdot 3 = 21$$
$$3 = 3$$
$$[(5+x)\cdot 3]:3 = 21:3$$ (Делимо прве једнакине са другом)

Зашто дељење? Да би се применила друга особина множења и дељења: број се не мења ако се ... зад. 312; Тиме се добија једнакост $5+x = 7$. Затим:

$$5+x = 7$$
$$5 = 5$$
$$(5+x)-5 = 7-5$$ (Једнакост сагласне са одузимањем)
$$x = 2.$$

Прегледно то изгледа овако:

$$(5+x)\cdot 3 = 21$$
$$((5+x)\cdot 3):3 = 21:3$$
$$5+x = 7$$
$$(5+x)-5 = 7-5$$
$$x = 2$$

Или краће:

$$(5+x)\cdot 3 = 21$$
$$5+x = 21:3$$
$$5+x = 7$$
$$x = 7-5$$
$$x = 2$$

Заиста, за $x=2$, $(5+x)\cdot 3 = (5+2)\cdot 3 = 7\cdot 3 = 21$ је истинито (тачно) решење.

Овде је коришћена максима: ЗНАЈ ГУБИТИ ВРЕМЕ. Да би ти било јасно опште и најважније упутство којег се треба придржавати:

НИКАДА ни под којим условом не „ПРЕБАЦИВАТИ" бројеве с једне стране једнакости на другу страну. Не употребљавати „преношење" и „прелаз на другу страну".

$$(x-7)\cdot 5 = 20$$
$$((x-7)\cdot 5):5 = 20:5$$
$$x-7 = 4$$
$$x-7+7 = 4+7$$
$$x = 11$$

Краће: $(x-7)\cdot 5 = 20$

$$x-7 = 20-5$$
$$x-7 = 4$$
$$x = 4+7$$
$$x = 11.$$

$$(25-a)\cdot 7 = 28$$
$$((25-a)\cdot 7):7 = 28:7$$
$$25-a = 4$$
$$(25-a)+a = 4+a$$
$$25 = 4+a$$
$$25-4 = 4+a-4$$
$$21 = a$$

Крћ. $(25-a)\cdot 7 = 28$

$$25-a = 28:7$$
$$25-a = 4$$
$$25 = 4+a$$
$$25-4 = a$$
$$21 = a$$