514. Особине $(a\cdot b):b=a$ и $(a:b)\cdot b=a$ показују да су множење и дељење инверзне операције. Зато је

$$(a\cdot b):b=(a:b)\cdot b=a$$

Детаљно види 312. задатак, где је мисаоно откривено „не мења се". Примена ове особине је врло велика.

На пример:

$$7100:100=(71\cdot 100):100=71$$

Посебно у случају када количник није познат број $(7:100)$ у изразу $(7:100)\cdot 100$. Али ако примениш претходну особину онда је

$$(7:100)\cdot 100=(7\cdot 100):100=7.$$

Овде је управо примена инверзности операција дељења и множења.

515. Сад користи могућност да образложиш са потпуним разумевањем алгоритме (правила) писменог сабирања и писменог одузимања, на пример:

$$145+563\ ;\quad 545-258.$$

$$\begin{aligned}145+563 &= (100+40+5)+(500+60+3)\\ &= 100+40+5+500+60+3 \quad \text{[асоцијативност]}\\ &= (100+500)+(40+60)+(5+3) \quad \text{[комутативност и асоцијативност]}\\ &= (1+5)\cdot 100+(4+6)\cdot 10+(5+3)\\ &= (1+5)\cdot 100+10\cdot 10+(5+3)\\ &= (1+5+1)\cdot 100+(5+3)\\ &= 7\cdot 100+0\cdot 10+8\\ &= 708\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}545-258 &= (500+40+5)-(200+50+8)\\ &= 500+40+5-200-50-8\\ &= (500-200)+(40-50)+(5-8)\end{aligned}$$

Добивене су разлике (40−50 и 5−8) које нису бројеви који су до сада упознати и зато примени десету особину (зу 225) а која је образложена у задатку 497.),

$$\begin{aligned}545-258 &= (545+110)-(258+110)\\ &= (500+140+15)-(300+60+8)\\ &= (500-300)+(140-60)+(15-8)\\ &= (5-3)\cdot 100+(14-6)\cdot 10+(15-8)\\ &= 2\cdot 100+8\cdot 10+7\\ &= 287.\end{aligned}$$

516. Образложи алгоритам (правило) писменог множења. На пример: $364 \cdot 576$.

$$364 \cdot 576 = 364 \cdot (500+70+6)$$
$$= 364 \cdot 500 + 364 \cdot 70 + 364 \cdot 6 \quad \text{(дистрибутивност)}$$
$$= (300+60+4) \cdot 500 + (300+60+4) \cdot 70 + (300+60+4) \cdot 6$$
$$= (300 \cdot 500 + 60 \cdot 500 + 4 \cdot 500) + (300 \cdot 70 + 60 \cdot 70 + 4 \cdot 70) + (300 \cdot 60 + 60 \cdot 6 + 4 \cdot 6)$$
$$= [(3 \cdot 5)(100 \cdot 100) + (6 \cdot 5)(10 \cdot 100) + (4 \cdot 5) \cdot 100] + [(3 \cdot 7)(100 \cdot 10) + (6 \cdot 7)(10 \cdot 10) + (4 \cdot 7) \cdot 10]$$
$$+ [(3 \cdot 6) \cdot 100 + (6 \cdot 6) \cdot 10 + 4 \cdot 6] = [150000 + 30000 + 2000] + [21000 + 4200 + 280] +$$
$$+ [1800 + 360 + 24] = 182000 + 25480 + 2184 = 209664.$$

На основу закона дистрибутивности:

$$364 \cdot 576 = 364 \cdot (500+70+6) = 364 \cdot 500 + 364 \cdot 70 + 364 \cdot 4$$
$$= 182000 + 25480 + 2184$$
$$= 209664$$

Или $364 \cdot 576 = 576 \cdot 364 = 576 \cdot (300+60+4) = 576 \cdot 300 + 576 \cdot 60 + 576 \cdot 4$
$$= 172800 + 34560 + 2304$$
$$= 209.664.$$

Детаљније видети 411. задатак.

Кад је остатак дељења нула?

517. 1) Кад је сигурно остатак дељења бројем 2 и дељења бројем 5 нула?

Подсети се дељена декадним јединицама. Како је $10 = 2 \cdot 5$, онда је цифра јединица деленика 0, тада је остатак дељења бројем 10 нула, али и остатак дељења бројевима 2 и 5 је нула.

$$670 : 2 = (67 \cdot 10) : 2 = 67 \cdot (10 : 2) = 67 \cdot 5$$
$$670 : 5 = (67 \cdot 10) : 5 = 67 \cdot (10 : 5) = 67 \cdot 2$$

2) Најмањи деленик чија је цифра јединица 2, 4, 6 и 8 као збир свих десетица и јединица и дели бројем 2.

$$658 : 2 = (650+8) : 2 = 650 : 2 + 8 : 2$$
$$= (65 \cdot 5 \cdot 2) : 2 + 8 : 2$$
$$= 65 \cdot 5 + 4 \text{ и остатак } 0$$

$$56 : 2 = (750 : 6) : 2 = 750 : 2 + 6 : 2$$
$$= (75 \cdot 5 \cdot 2) : 2 + 6 : 2$$
$$= 75 \cdot 5 + 3 \text{ и остатак } 0$$

Покажи да је остатак 0 када је цифра јединица дељеника 2 или 4, када се дели бројем 2.

3) Напиши један дељеник чија је јединица 0 или 5 као збир свих десетица и јединица и дели бројем 5.

$780 : 5 = (780+0) : 5 + 0 : 5 = (78 \cdot 10) : 5 + 0 : 5$
$= 78 \cdot 2 + 0$ и остатак 0.

$375 : 5 = (370+5) : 5 = 370 : 5 + 5 : 5 = 37 \cdot 2 + 1$ и остатак 0.

4) Напиши један дељеник чија цифра јединица 7 као збир свих десетица и дели бројем 2.

$427 : 2 = (420+7) : 2 = 420 : 2 + 7 : 2 = 42 \cdot 5 + 3$ и остатак 1.

Покажи да је остатак 1 када је цифра јединица 3 или 5,

Образложи зашто је остатак дељења броја чија је цифра јединица 0, 2, 4, 6 или 8 бројем 2 нула, а у сваком другом случају није 0, него 1.

Сваки број се може написати као збир десетица и јединица. Збир се дели бројем 2 тако што се деле оба сабирка. Остатак дељење збир десетица увек је нула и остатак дељења јединице 0, 2, 4, 6 и 8 је нула.

Ако цифре јединица 1, 3, 5, 7, 9 остатак није 0, него 1.

У сваком случају кад је остатак дељења нула, каже се: Дељеник је дељив делиоцем.

На пример:

$106 : 2 = 53$ и остатак 0, зато се каже: 106 је дељив бројем 2.
$107 : 2 = 53$ и остатак 1, па се каже 107 није дељив бројем 2.

5) Пошто знаш унапред, не делећи, кад је дати број дељив бројевима 10, 2 и 5. Напиши самостално више бројева дељивих: бројем 2; бројем 5; и бројем 2 и бројем 5.

518. 1) Колики је остатак дељења броја 60 бројем 3? Броја 50 бројем 3?

Напиши $60 : 3 = (6 \cdot 10) : 3 = (10 \cdot 6) : 3 = 10 \cdot (6 : 3) = 10 \cdot 2 = 20$ и остатак 0,
$50 : 3 = (5 \cdot 10) : 3$ ... производ није дељив бројем 3, јер није ни 10 ни 5 дељив бројем 3.

Покажи да то исто важи да је остатак дељења броја 600 бројем 3 нула, а остатак дељења броја 500 бројем 3 није нула.

$600 : 3 = (6 \cdot 100) : 3 = (6:3) \cdot 100 = 200$ и остатак 0.

$500 : 3 = (5 \cdot 100) : 3$ ни један чинилац није дељив бројем 3. Значи, остатак није нула.

2) Да би се сазнало кад је сигуран остатак дељења датог броја бројем 3 нула, треба да се одговори на следећа питања:

Колики је остатак дељења броја 10 бројем 3? Броја 100 бројем 3? броја 1000 бројем 3?

$10 : 3 = 3$ и остатак 1, јер је $10 = 3 \cdot 3 + 1$

$100 : 3 = 33$ и остатак 1, јер је $100 = 33 \cdot 3 + 1$

$1000 : 3 = 333$ и остатак 1, јер је $1000 = 333 \cdot 3 + 1$

Остатак дељења декадних јединица (10, 100, 1000, ...) бројем 3 је увек 1.

Зато је:

$20 : 3 = (10+10) : 3 = 3+3$ и остатак $1+1=2$

$50 : 3 = (10+10+10+10+10) = 3+3+3+3+3$ и остатак $1+1+1+1+1=5$.

$200 : 3 = (100+100) : 3 = 33+33$ и остатак $1+1=2$

$400 : 3 = (100+100+100+100) : 3 = 33+33+33+33$ и остатак $1+1+1+1=4$.

3) Испитај остатак дељења: бројева 80, 500, 2000 бројем 3.

На основу 2) и 3) овог задатка закључујем да је остатак дељења вишеструких декадних јединица 2, 4, 5.

То се види и непосредно, на пример: остатак дељења броја 10 бројем 3 је 1, кад дељеник 20 тј. 2 пута 10, „остатак" мора бити 2·1 ... 2, дељеник 50, тј. 5 пута 10, „остатак" мора бити 5 пута 1 ... 5.

Онда је и остатак дељења броја 80 бројем 3 је број 8.

Остатак дељења броја 100 бројем 3 је 1. Кад је дељеник 500, како је 500 5 пута 100, „остатак" мора бити 5 пута 1 ... 5.

Остатак дељења броја 1000 бројем 3 је 1. Зато „остатак" дељења броја 2000 мора бити 2.

Зашто дељења вишеструких декадних јединица 50, 500 и 5000 бројем 3 „мора" бити 5?

Зато што је $50 = 5 \cdot 10$; $500 = 5 \cdot 100$, $5000 = 5 \cdot 1000$ и остаци у свим случајевима „морају" бити 5·1 ... 5 (јер остатак дељења декадних јединица бројем 3 је увек 1).

4) Испитај „остатак" дељења ма ког броја бројем 3.

На пример: 548; 825.

$548 : 3 = (500+40+8) : 3 =$

„остатак" дељења броја 500 је 5
„остатак" дељења броја 40 је 4
„остатак" дељења броја 8 је 8

„остатак" дељења броја 548 је $5+4+8=17$

„остатак" дељења броја 17 је 2.

Према томе, остатак дељења броја 548 бројем 3 је 2.

Уради то исто и број 825.

Број $548 = 500+40+8$ записан као збир означава да цифра 5 има месну вредност 500 јединица и да остатак дељења броја 500 је 5, цифра 4 има месну вредност 40 и остатак дељења броја 40 је 4, тј да су остаци дељења једнаки једноцифреним бројевима којима је дати број записан.

Према томе остатак дељења датог броја бројем 3 је нужно остатак дељења збира једноцифрених бројева (којима је он написан) бројем 3. Значи да остатак дељења нужно зависи од збира једноцифрених бројева којима је дељеник написан.

Напомена: Уобичајено је да се пише и говори од „збира цифара" уместо од збира једноцифрених бројева, али то на овом нивоу није оправдано, јер цифра није број, него име броја.

На пример: „остатак" дељења броја 548 је $5+4+8=17$. (збир једноцифрених бројева којима је он записан).

„Остатак" дељења броја 17 је 2.

Дакле, остатак дељења броја 548 бројем 3 је 2.

„Остатак" дељења броја 825 је $8+2+5=15$.

„Остатак" збира једноцифрених бројева броја 15 је 0.

Значи, 825 је дељив бројем 3.

На крају одговори на питање:

Када би остатак дељења бројем 3 био 0?

Да би остатак дељења бројем 3 био 0, мора бити збир једноцифрених бројева, којима је написан, дељив бројем 3.

На пример:

$264 : 3 = 88$ и остатак 0. И заиста $2+6+4=12=4\cdot 3$.

$265 : 3 = 88$ и остатак 1. И заиста $2+6+5=13=4\cdot 3+1$.

Према томе, 264 је дељив бројем 3, а 265 није дељив бројем 3.