

## МЕНТАЛНО МОЖЕЊЕ

253. 1) У комбију има 8 седишта. На колико начина могу да седну: 2 путника; 3 путника, 4 путника?

Размишљај: Ако је један путник он може да седне на свако од 8 седишта. Значи има 8 могућности.

Зато је добро да рачунаш: и 2 пута по 8, тј.  $8+8$ , јер сваки путник може да седне на свако седиште, и 8 пута по 2, тј.  $2+2+2+\dots+2$ , јер свако седиште може да прими, на пример или Петра или Јована.

$$8 \cdot 2 = 8 + 8 = 16 \quad \text{и} \quad 2 \cdot 8 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$$

Како можеш замислити производ два броја?

Замислићеш цему:

		СЕДИШТА							
		1	2	3	4	5	6	7	8
ПУТНИЦИ	а	(a,1)	(a,2)	(a,3)	(a,4)	(a,5)	(a,6)	(a,7)	(a,8)
	б	(b,1)	(b,2)	(b,3)	(b,4)	(b,5)	(b,6)	(b,7)	(b,8)

Слика 131

Видиш да је то скуп који су елементи распрострањени у редове и стубове.

.....  
.....

$$16 = 8 \cdot 2 \quad [2 \text{ реда по } 8 \text{ елемената (седишта), могућности}]$$

$$16 = 2 \cdot 8 \quad [8 \text{ стубова по } 2 \text{ елемент (путника), могућности}]$$

Тово се пише број 16 у облику производа броја 2 и броја 8 и добија се једнакост

$$8 \cdot 2 = 2 \cdot 8$$

2) Аутомобил има 2 седишта (3 седишта, 4 седишта) а треба да седне 8 путника. На колико начина је то могуће?

Рачунаш: 8 пута 2, тј.  $2+2+\dots+2$ , јер сваки путник може да седне на свако седиште, и 2 пута по 8, тј.  $8+8$ , јер седиште може да прими или првог, или другог, ..., или последњег путника.

$$2 \cdot 8 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16, \quad \text{и} \quad 8 \cdot 2 = 8 + 8 = 16$$

То се види и из следеће шеме:

1)

СЕРИЈА	ПУТНИКА	
	а	б
	1	(1,а) (1,б)
	2	(2,а) (2,б)
	3	(3,а) (3,б)
	4	(4,а) (4,б)
	5	(5,а) (5,б)
	6	(6,а) (6,б)
	7	(7,а) (7,б)
	8	(8,а) (8,б)

2)

Слика 132

Да је то скуп чији су елементи распоређени у редове и ступце (сл. 132, 2).

$$16 = 2 \cdot 8 \quad [8 \text{ редова по } 2 \text{ елемента, могућности}]$$

$$16 = 8 \cdot 2 \quad [2 \text{ ступца по } 8 \text{ елемената, могућности}]$$

Тако се пише број 16 у облику производа броја 2 и броја 8 и добија једнакост

$$2 \cdot 8 = 8 \cdot 2$$

Најлакше све једнакости.

То су једнакости:

$$8 \cdot 2 = 2 \cdot 8$$

$$2 \cdot 8 = 8 \cdot 2$$

$$16 = 8 \cdot 2$$

$$2 \cdot 8 = 16$$

$$16 = 2 \cdot 8$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

Сваки производ два броја означава да те бројеве умножавамо. Како је број осам умножићемо бројем два, или број два умножићемо бројем осам, а добићемо крајње: 2 множе 8 или 8 множе 2.

254. Купио сам 6 свезака. Свака стаје 5 динара. Рачунај.

Платио сам у динарима:  $5 \times 6$  (6 множе 5)

Овај производ пишем у облику збира:

$$5 \times 6 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

Закључи усмено рачунајући, при чему напиши:

2 пута 5 је  $5 + 5 = 10$ , 3 пута 5 је  $10 + 5 = 15$ , 4 пута 5 је  $15 + 5 = 20$ , 5 пута 5 је  $20 + 5 = 25$ , 6 пута 5 је  $25 + 5 = 30$

$$5 \times 6 = 30$$



То нека буде основни почетак. Ако не знаш 6 пута 5, израчунаш 5 пута 5 и још 5. Ако ни то не знаш 3 пута 5 ... 15, 4 пута 5 ... 20, 5 пута 5 ... 25, 6 пута 5 ... 25 + 5 ... 30.

255. Купићето је 8 кутија у 12 свакој Флоранца [1].

256. Рађник је дошао 8 пута по 10 крећова.

257. Драган хоће да засади сажнице шљива. Направио је 7 редова у сваком 12 рупа. Шта ти можеш да израчунаш? Израчунај.

Ако замислиш редове и ископање рупе, то изгледа овако:

Први ред	.....	12 рупа
Други ред	.....	12 рупа
...		

Шести ред	.....
Седми ред	.....

7 редова по 12 рупа је производ  $12 \cdot 7$

Драган треба да ископа рупа:  $12 \cdot 7$

Производ приказујеш у облику збира:

$$12 \cdot 7 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12$$

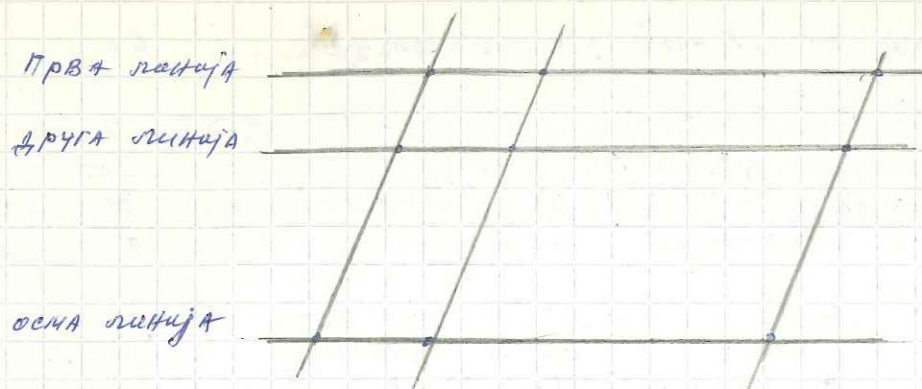
Јошмо рачунаш тако што помножеш из чорешко и говорим:

2 ПУТА 12	ЈЕ	12 и 12	... 24
3 ПУТА 12	ЈЕ	24 и 12	... 36
4 ПУТА 12	ЈЕ	36 и 12	... 48
5 ПУТА 12	ЈЕ	48 и 12	... 60
6 ПУТА 12	ЈЕ	60 и 12	... 72
7 ПУТА 12	ЈЕ	72 и 12	... 84

Драган треба да ископа укупно рупа и засади укупно сажница:  $12 \cdot 7 = 84$ .

258. Замисли 8 линија накрстаних слева на десно и 5 линија накрстаних тако да свака од њих седе свакоју од њих 8 линија. Замисли зрно жасура. На колико нагана га можеш ситавиши тако да оно лежи на двема линијама? Замисли?





Слика 133

Добро сам цему поклоњу које могу израчунавати на колико се начина зрно тасула може представити, зато што су пресеци тих линија тачке (места) на којима треба ставити зрно тасула. Оне су распореде у редове и ступце (кочне), а то је производ бројева 5 и 8.

8 редова по 5 колонаја, то је производ  $5 \cdot 8$  који се записује у облику збира:

$$5 \cdot 8 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

или 5 ступца по 8 колонаја то је производ  $8 \cdot 5$  који се записује у облику збира:

$$8 \cdot 5 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$$

Рачунам од почетка „редом“

$$\begin{aligned} 5 \cdot 1 &= 5 \\ 5 \cdot 2 &= 5 + 5 = 10 \\ 5 \cdot 3 &= (5 + 5) + 5 = 10 + 5 \\ 5 \cdot 4 &= (5 + 5 + 5) + 5 = 15 + 5 = 20 \\ 5 \cdot 5 &= 20 + 5 = 25 \\ 5 \cdot 6 &= 25 + 5 = 30 \\ 5 \cdot 7 &= 30 + 5 = 35 \\ 5 \cdot 8 &= 35 + 5 = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{или} \quad 8 \cdot 1 &= 8 \\ 8 \cdot 2 &= 8 + 8 = 16 \\ 8 \cdot 3 &= (8 + 8) + 8 = 24 \\ 8 \cdot 4 &= 24 + 8 = 32 \\ 8 \cdot 5 &= 32 + 8 = 40 \end{aligned}$$

Зрно тасула се може ставити на 40 начина.

259. У даљем раду „случај се и овим специјалним посматрањима“ [1]

1) Како знаш да 4 је 2 пута 2, 6 је 2 пута 3, 8 је 2 пута 4, итд., рачунаш:

$$\begin{aligned} 2 \text{ пута } 10 &\text{ је } 20, \text{ а } 4 \text{ пута } 10 \text{ је } 2 \text{ пута } 20 \dots 40; \\ 2 \text{ пута } 12 &\text{ је } 24, \text{ а } 4 \text{ пута } 12 \text{ је } 2 \text{ пута } 24 \dots 48; \\ 8 \text{ пута } 12 &\text{ је } 2 \text{ пута } 48 \dots 96; \end{aligned}$$



2 пута 15 је 30, 4 пута 15 је 2 пута 30 ... 60

2 пута 3 је 6, 4 пута 3 је 2 пута 6 ... 12

2 пута 5 је 10, 4 пута 5 је 2 пута 10 ... 20

2 пута 9 је 18, 4 пута 9 је 2 пута 18 ... 36

8 пута 9 је 2 пута 36 ... 72

Значи, ако знамо колики је 8 пута 8, разумићу 4 пута 8, односно 2 пута 8, па отуда 4 пута 8 и 8 пута 8 (2 пута 8 је 16, 4 пута 8 је 2 пута 16 ... 32, 8 пута 8 је 2 пута 32 ... 64).

Множење бројева 7, 8 и 9 треба да израчунавамо овако:

5 пута 8 је 5 пута 10 мање 5 пута 2, дакле, 50 мање 10;  
(симболички краће:  $8 \cdot 5 = (10 - 2) \cdot 5 = 10 \cdot 5 - 2 \cdot 5 = 50 - 10 = 40$ ).

4 пута 7 је 4 · 10 мање 4 пута 3, дакле 40 мање 12,  
(симболички краће:  $7 \cdot 4 = (10 - 3) \cdot 4 = 10 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = 40 - 12 = 28$ )

9 пута 8 је 10 пута 8 мање 8, дакле 80 мање 8;  
(краће:  $8 \cdot 9 = 8 \cdot (10 - 1) = 8 \cdot 10 - 8 \cdot 1 = 80 - 8 = 72$ ).

8 пута 9 је 8 пута 10 мање 8, дакле, 80 мање 8;  
(краће:  $9 \cdot 8 = (10 - 1) \cdot 8 = 10 \cdot 8 - 1 \cdot 8 = 80 - 8 = 72$ ).

Овај поступак је посебан подесан за множење броја 9 и множење бројем 9.

2) 3 пута 7 је 21, 6 пута 7 је 2 пута 21;  
(краће:  $7 \cdot 3 = 21$ ,  $7 \cdot 6 = (7 \cdot 3) \cdot 2 = 21 \cdot 2 = 42$ )

3 пута 8 је 24, 6 пута 8 је 2 пута 24;  
( $8 \cdot 3 = 24$ ,  $8 \cdot 6 = (8 \cdot 3) \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 48$ )

3 пута 9 је 27, 6 пута 9 је 2 пута 27;  
( $9 \cdot 3 = 27$ ,  $9 \cdot 6 = (9 \cdot 3) \cdot 2 = 27 \cdot 2 = 54$ )

3) 7 пута 5 је 4 пута 5 више 3 пута 5;  
(краће:  $5 \cdot 7 = 5 \cdot (4 + 3) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 20 + 15 = 35$ )

или 7 пута 5 је 5 пута 5 више 2 пута 5  
(краће:  $5 \cdot 7 = 5 \cdot (5 + 2) = 5 \cdot 5 + 5 \cdot 2 = 25 + 10 = 35$ )

или 7 пута 5 је 10 пута 5 мање 3 пута 5;  
(краће:  $5 \cdot 7 = 5 \cdot (10 - 3) = 5 \cdot 10 - 5 \cdot 3 = 50 - 15 = 35$ )

7 пута 8 је 10 пута 8 мање 3 пута 8, дакле 80 мање 24;  
(краће:  $8 \cdot 7 = 8 \cdot (10 - 3) = 8 \cdot 10 - 8 \cdot 3 = 80 - 24 = 56$ )

или 7 пута 8 је 5 пута 8 више 2 пута 8, дакле 40 више 16;  
(краће:  $8 \cdot 7 = 8 \cdot (5 + 2) = 8 \cdot 5 + 8 \cdot 2 = 40 + 16 = 56$ ).