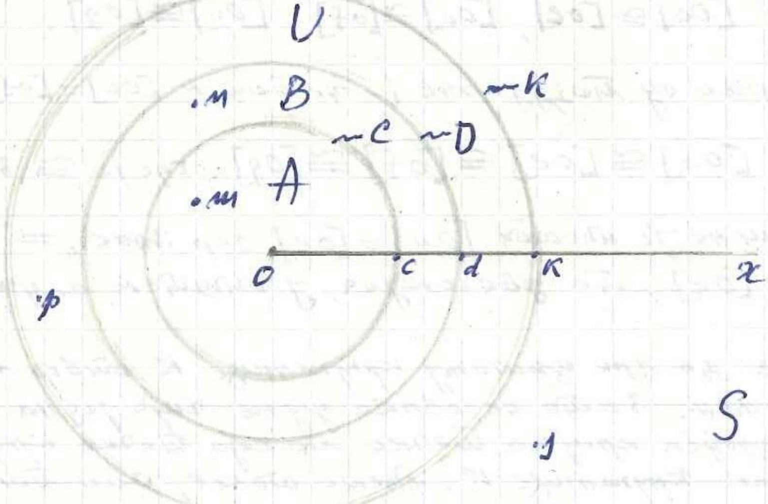
Слика 359

605. Нацртај три кружнице чији је центар тачка O и то: 1) Кружницу C чији је полупречник дуж $[oc]$;
2) Кружницу D чији је полупречник дуж $[od]$;
3) Кружницу K чији је полупречник дуж $[ok]$,
тако да је
$$[oc] < [od] < [ok].$$

Нацртам полуправу Ox чији је почетак тачка O. Полупречник кружнице C је најмањи, па ће и отвор шестара бити најмањи, а највећи отвор шестара ће бити за конструкцију кружнице K (слика 360).



Слика 360

Колико области има цртеж (слика 360)?

Имамо три области:

Унутрашња област кружнице је K је унија скупова $U \cup B \cup A$.

Унутрашња област кружнице D је унија скупова $B \cup A$.

Унутрашња област кружнице C је скуп A.
Спољашња област кружнице K је S.

Нацртај било које тачке разних области и упореди добивене дужи између њих и са полупречником, па добијене резултате запиши.

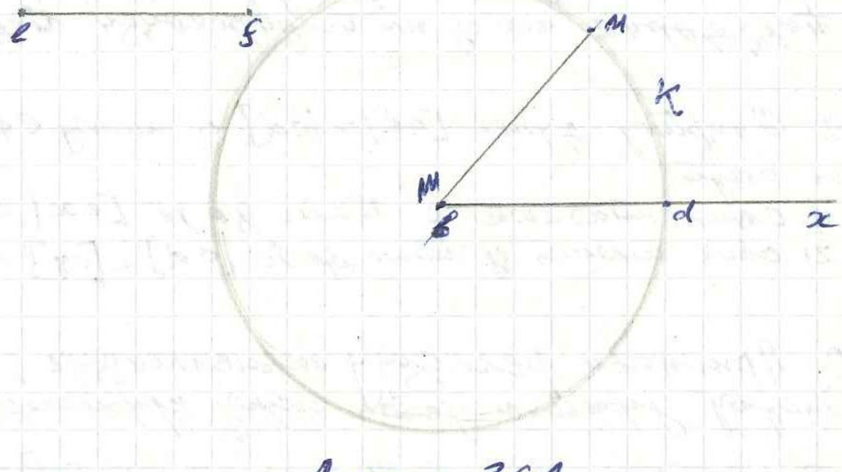
$m \in A$, $[om] < [oc]$, $[oc] < [on]$, дакле $[om] < [on]$;
$p \in U$, $[op] > [od]$, $[od] > [on]$, дакле $[op] > [on]$;
$s \in S$, $[os] > [ox]$

Дуж $[os]$ је већа од сваке друге дужи чија је крајња тачка елемент унутрашње области кружнице K, тј скупа $U \cup B \cup A$. Значи s је дуж чија крајња тачка је тачка спољашње области S кружнице K.

Тачке m, n, p и s припадају областима које одређују кружнице K, D и C. Добијене резултате записујем:

$$[om] < [on] < [op] < [os].$$

606. Нацртај произвољну дуж $[ef]$ и конструиши $[bd] \cong [ef]$, $[mn] \cong [bd]$. Шта можеш тврдити за дужи $[ef]$ и $[mn]$?



Слика 361

Нацртам дуж $[ef]$ и полуправу $b\vec{x}$. Затим иглу шестара стављам у тачку e, а писаљку у тачку f дужи $[ef]$ и добијеним отвором опишем кружницу чији је центар тачка b. Пресек те кружнице K и полуправе $b\vec{x}$ је тачка d. Тиме је добивен полупречник кружнице K, тј дуж $[bd] \cong [ef]$.

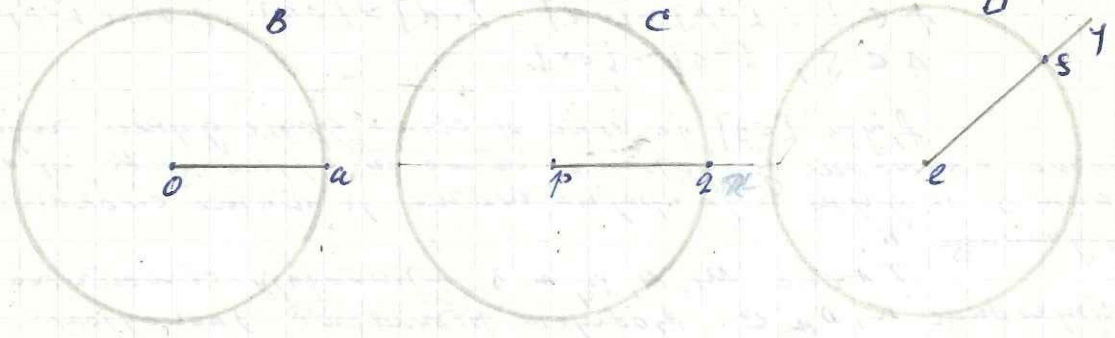
Како су сви полупречници подударне дужи, онда је ма која тачка кружнице (различите од d) може бити тачка n. Зато је полупречник $[bn]$ (слика 361) тражена дуж, тј $[mn]$ јер је $m=b$ иста тачка. Дакле, $[mn] \cong [bd]$.

Како је $[bd] \cong [ef]$ и $[mn] \cong [bd]$ онда је на основу транзитивности:

Ако је $[ef] \cong [bd]$ и $[bd] \cong [mn]$ онда је $[ef] \cong [mn]$.
Значи, дужи $[ef]$ и $[mn]$ су подударне.

607. Нацртај произвољну дуж $[ab]$ и тачку $c \notin [ab]$. Конструиши кружницу чији је центар тачка c, а полупречник подударан дужи $[ab]$.

608. Нацртај произвољну кружницу и конструиши подударну кружницу. Затим конструиши још једну подударну кружницу. Шта закључујеш?



Слика 362

Ако је $[oa] \cong [pq]$, кружнице B и C су подударне;
Ако је $[oa] \cong [es]$, кружнице B и D су подударне;
Из $[pq] \cong [oa] \cong [es]$ следи да је $[pq] \cong [es]$ (транзитивност).

Према томе, видим да су две кружнице или више кружница подударне ако су им полупречници подударни.

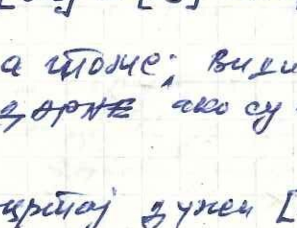
609. Нацртај дужи $[ab] > [cd]$ и тачку $e \notin [ab]$, $e \in [cd]$. Конструиши скуп:

1) свих тачака x тако да је $[ex] < [cd]$.
2) свих тачака y тако да је $[cd] < [ey] < [ab]$.

610. Прикажи релацију еквиваленције „је једнако" у датом скупу дужи и датом скупу кружница.

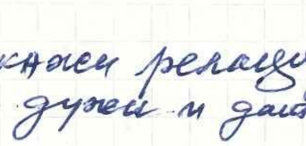
Поновимо: Ако је дуж $[ab]$ подударна дужи $[cd]$, тј. $[ab] \cong [cd]$, и $[cd]$ подударна дужи $[ef]$, тј. $[cd] \cong [ef]$, онда је $[ab] \cong [ef]$.

Релација је транзитивна, што се приказује сагиталном шемом



Ако је $[ab]$ подударна дужи $[cd]$, онда је $[cd]$ подударна дужи $[ab]$.

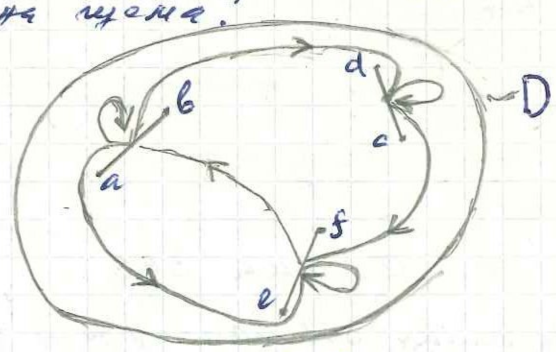
Релација је симетрична, што се приказује помоћу сагиталне шеме



Свака дуж је подударна самој себи. Релација је рефлексивна.

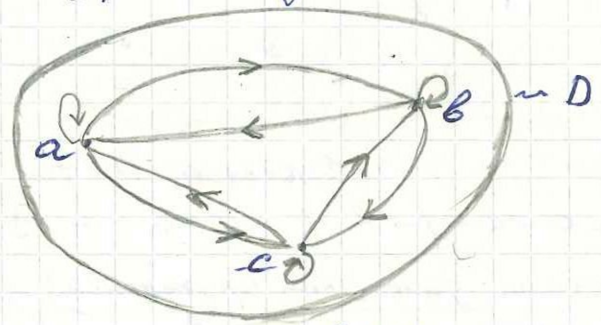
Једна релација је релација еквиваленције ако је:
1) рефлексивна 2) симетрична 3) транзитивна.

Релацију еквиваленције „је подударна" у скупу дужи D приказује сагитална шема.



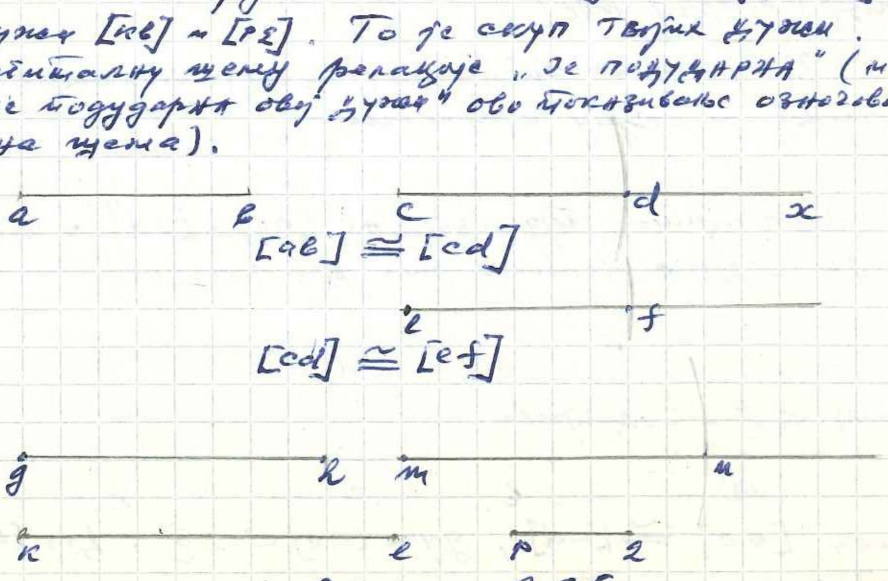
Слика 363

Прикажи на исти начин, али одмах апстрактно (занемари све што није битно: облик, боја, ...; и тачка означава ма који елемент скупа, задатак 347.) сагиталну шему релације „је подударна" у датом скупу кружница.



Слика 364

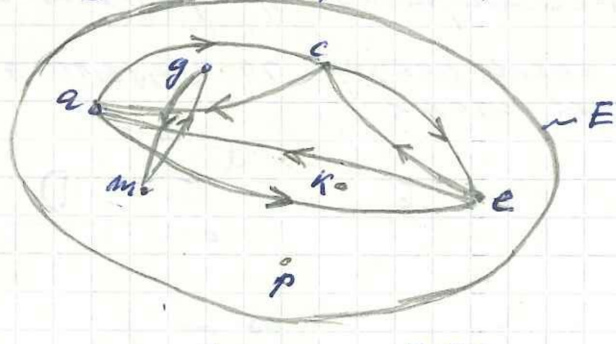
611. Конструиши [ab] ≅ [cd] ≅ [ef], [gh] ≅ [mn] и нацртај дужи [kl] и [pz]. То је скуп твојих дужи. У њему нацртај сагиталну шему релације „је подударна" (ми општује „ова дуж је подударна овој дужи" ово показивање означавамо стрелицом — сагитална шема).



Слика 365

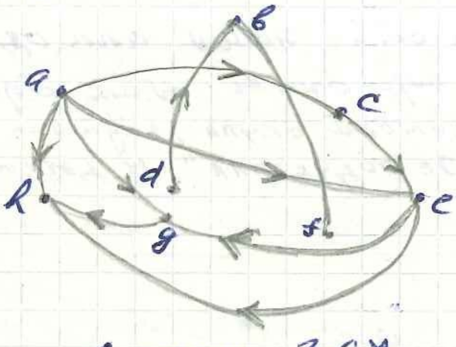
Ако је $[ab] \cong [cd]$ и $[cd] \cong [ef]$ онда је $[ab] \cong [ef]$ (транзитивност). Зато је $[ab] \cong [cd] \cong [ef]$.

Ову релацију „је подударна" приказујем одмах апстрактније, тј. тачка представља једну дуж (на пример дуж $[ab]$ означавам тачком a, дуж $[cd]$ тачком c, ... тј. првом крајњом тачком дужи).



Слика 366

612. 1) На слици 367 приказана је релација „је мањи од" у скупу дужи и скупу кружница. Прочитај и запиши релацију.



Слика 367

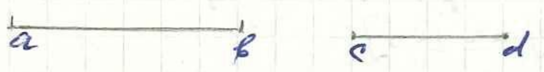
$a < c < e < g < k$; $d < b$ и $f < b$.

Најмања дуж (или кружница) је a, а највећа дуж k; d и f су подударне и мање од b.

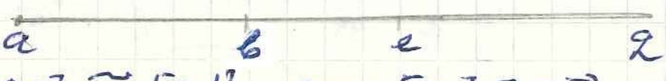
Ако је релација „је мања од" очигледна у овој саставној шеми, на основу чега тврдиш да су d и f (дужи и кружнице) подударне?

2) Прикажи саставну шему релације „је већа од" у скупу дужи и скупу кружница.

613. Нацртај произвољне $[ab]$ и $[cd]$ и конструиши дуж која је „дуга колико њих две заједно".

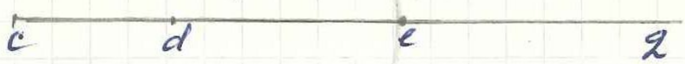


1) $\vec{aq}$ - полуправа



конструишем $[be] \cong [cd]$, дуж $[ae] \subset \vec{aq}$. Дуж $[ae] \cong [ab] + [cd]$. Дуж $[ae]$ зове се збир дужи $[ae]$ и $[cd]$.

2) $\overrightarrow{cq}$ полуправа



$[cd] \subset \overrightarrow{cq}$ $[de] \cap [cd] = \{d\}$ и $[de] \cong [ab]$, па је
$[ce] \cong [cd] + [de] = [cd] + [ab] = [ab] + [cd]$.

3) Или произвољна полуправа $\overrightarrow{pq}$

$[pm_1] \cong [ab]$ и $[m_1 m] \cong [cd]$
$[pm] \cong [pm_1] + [m_1 m] = [ab] + [cd]$, дуж $[pm]$ је збир дужи $[ab]$ и $[cd]$.

Слика 368

614. Нацртај разлику дужи $[ab]$ и $[cd]$.

1)

$[ah] \cong [cd]$, $[ab] - [ah] \cong [hb]$.
$[ab] - [cd] \cong [hb]$, где је $[cd] \cong [ah]$.
Дуж $[hb]$ је разлика дужи $[ab]$ и $[cd]$.

2)

$\overrightarrow{cp}$ - полуправа

$[ck] \cong [ab]$.
$[ck] - [cd] \cong [dk]$
$[ab] - [cd] \cong [dk]$, где је $[ab] \cong [ck]$
$[dk]$ је разлика дужи $[ab]$ и $[cd]$.

Слика 369

615.