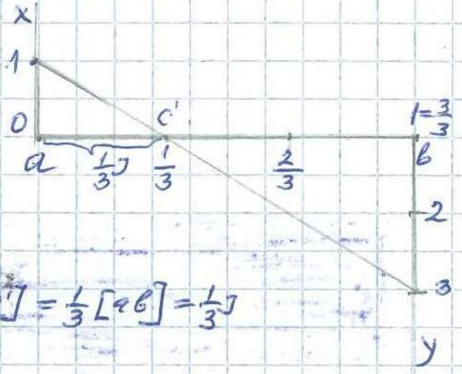
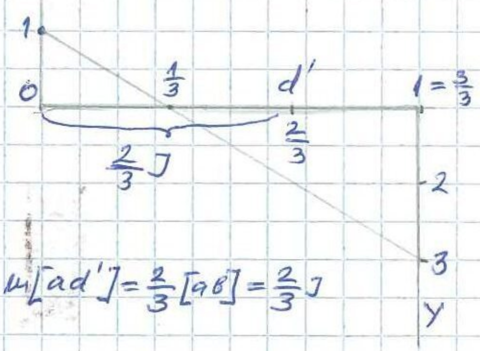
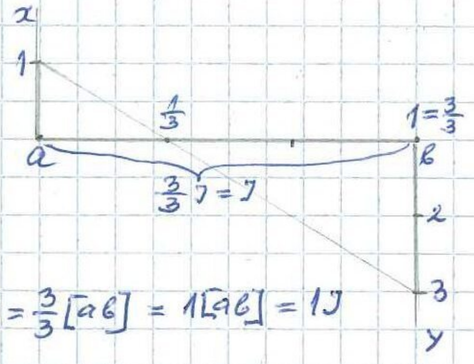
1052. Нацртај јединичну дуж и конструиши, нпр. дужи: $\frac{1}{3}ј$, $\frac{2}{3}ј$, $\frac{3}{3}ј$, $\frac{4}{3}ј$, $\frac{5}{3}ј$, и то сваку од именових дужи посебно, а затим „на" полуправи која садржи јединичну дуж.



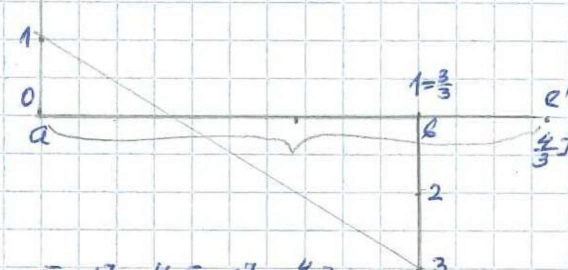
$m[ac'] = \frac{1}{3}[ab] = \frac{1}{3}ј$



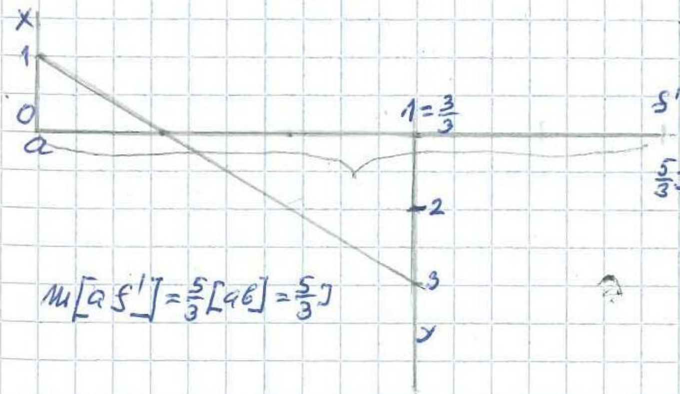
$m[ad'] = \frac{2}{3}[ab] = \frac{2}{3}ј$



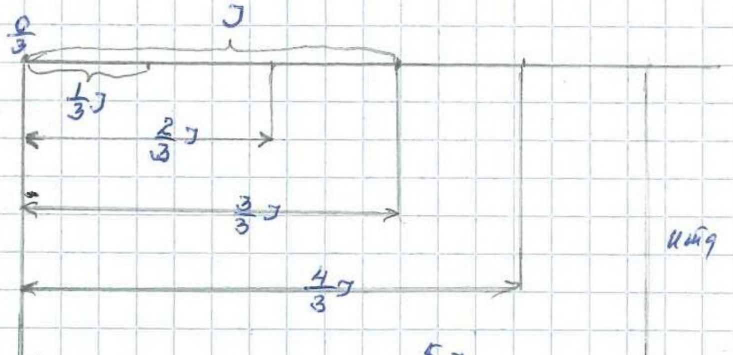
$m[ab] = \frac{3}{3}[ab] = 1[ab] = 1ј$



$m[ae'] = \frac{4}{3}[ab] = \frac{4}{3}ј$

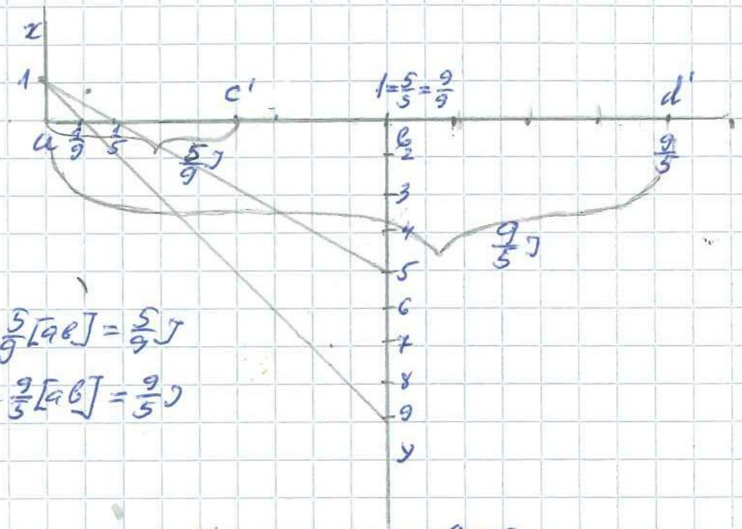


$m[af'] = \frac{5}{3}[ab] = \frac{5}{3}ј$



Слика 608

1053. Нацртај јединичну дуж, а затим конструиши, нпр. дужи: $\frac{5}{9}$ Ј и $\frac{9}{5}$ Ј.

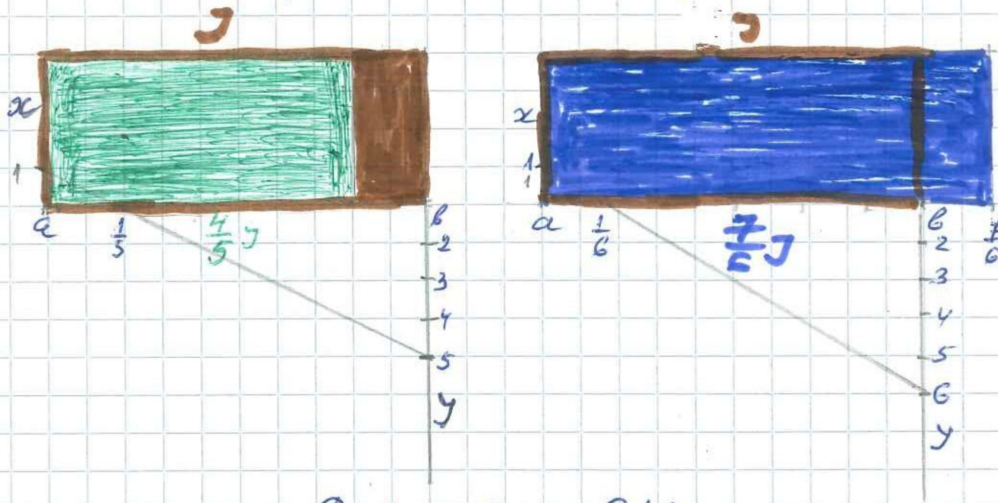


$m[ac'] = \frac{5}{9}[ab] = \frac{5}{9}$ Ј

$m[ad'] = \frac{9}{5}[ab] = \frac{9}{5}$ Ј

Слика 609

1054. Нацртај произвољан правоугаоник. Сматрај област ограничену њиме за јединицу и конструиши, нпр.: $\frac{4}{5}$ Ј; $\frac{7}{6}$ Ј и тако конструисане области обој различитим бојама.



Слика 610

1055. Како ћеш конструисати: $\frac{2}{3}$ метра; $\frac{11}{7}$ метра; $\frac{13}{2}$ килограма; $\frac{15}{10}$ м^3; $\frac{219}{100}$ м^3?

– Ако метар (м) јединицу поделим на 3 подударна дела и узмем два таква дела и тако добијам $\frac{2}{3}$ м.

– Јединицу м поделим на 7 једнаких (подударних) делова и узмем 11 таквих делова и тако добијам $\frac{11}{7}$ м.

– 1 кг (јединица м) поделим на зво једнака дела и узмем таквих 13 делова.

1 м^3 (јединица м^3) поделим на 10 подударних делова и узимам 15 таквих делова и добијам $\frac{15}{10}$ м^3.

1 м^3 делим на 100 подударних делова и узимам 219 делова и добијам $\frac{219}{100}$ м^3.

1056. Нека је простор твоје собе ограничен зидовима јединични простор. Запиши да конструишеш $\frac{17}{6}$ те јединице.

1057. Видиш написано $\frac{11}{7}$. Чујеш да неко говори пет деветина. Шта то значи?

Значи да над јединицом (неке величине) треба извршити две операције: поделити на 7 подударних (једнаких) делова и узети и саставити скуп од 11 таквих делова; поделити на 9 једнаких делова и узети и саставити 5 тих делова.

1058. Шта означава $\frac{m}{n}$ ако су m и n природни бројеви?

Означава: јединицу поделити на n једнаких делова (подударних делова), уочити и саставити m таквих делова.

Значи $\frac{m}{n}$ је један оператор. Он се зове разломак.
Шта показује n, а шта m?

Број n казује на колико једнаких, односно подударних делова је подељена јединица. Из читања видим да он „именује" делове и зато се зове именилац.
Број m „броји" делове (колико је узето тих делова) па се зато зове бројилац.

1059. Шта значи оператор $\frac{1}{n}$?

Он показује на колико једнаких, подударних делова је подељена јединица (то је n-ти део јединице).

На пример: $\frac{1}{8}$ (једна осмина), $\frac{1}{5}$ (једна петина), итд.
Може ли n да буде 1? може (зад 284). Може ли n да буде нула? Не (зад 285).

РАЗЛОМАК КАО ОЗНАЧЕНО ДЕЉЕЊЕ

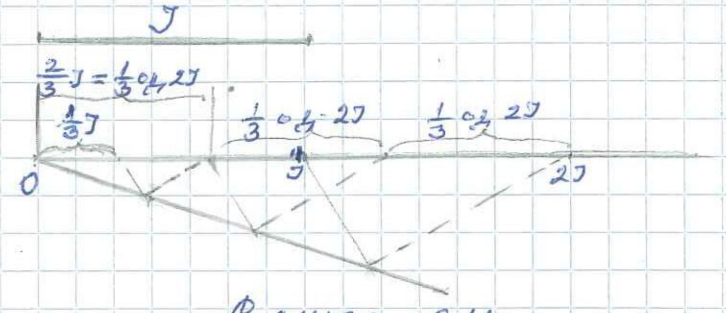
1060. Шта значи поделити, нпр. 48 број бројем 3?

Значи наћи такав трећи број x тако да је $3x=48$, онда је $x=\frac{48}{3}=16$.

Дакле, ако је $7x=5$, онда је $x=\frac{5}{7}$; ако је $3x=17$, онда је $x=\frac{17}{3}$.

Овде користимо означено дељење при чему је број „изнад" црте дељеник, а број „испод" је делилац.
Зашто користимо означено дељење?
Зато што 7 не дели 5 ($7 \nmid 5$), $3 \nmid 17$.
Према томе: уочимо означени количник $\frac{b}{a}$ кад b није дељив бројем a ($a \nmid b$). Да ли је означени (неизрачунати) количник два природна броја увек природан број? Није. Је ли он цео број? Има ли какав смисао. Одговор ћеш добити решавањем задатка који следи.

1061. Нацртај произвољну јединичну дуж. Конструиши 2Ј и прикажи означени количник $\frac{2}{3}$.



Слика 611

Шта видиш и шта закључујеш?

Видим да је дуж $= \frac{1}{3}$ од 2Ј подударна дужи $= \frac{2}{3}J$, тј. да величина која се добија дељењем јединице на 3 једнака дела и састављањем таква 2 једнака дела, тј. применом оператора $\frac{2}{3}$, једнака величини која се добија дељењем 2Ј на 3 једнака дела и узимањем, уочавањем једног од тих делова.

Наведи пример.

Величина која се добија дељење јединице на 5 једнаких делова и састављањем 13 таквих делова, тј. примењујући оператор $\frac{13}{5}$, једнака је величини која се добија дељење 13 јединица на 5 једнаких делова и узимањем, уочавањем једног од тих делова. Зато се $\frac{13}{5}$ сматра или као оператор или као означено дељење, означени количник.

Зато се $\frac{n}{m}$ или $\frac{a}{b}$ $(a, n \in N, b, m \in N_1)$, без обзира да ли m/n, b/a, може се сматрати или као оператор (у напред наведеном смислу) или као означено дељење, означени количник. И зато се зове једним заједничким именом разломак.

Подсети се мерења (мерење дужина, мерење ограниченог простора, мерење времена, мерење масе задаци 664–683, посебно једнаки делови јединице 696–706) и кад се узме у обзир мерење онда је разломак резултат мерења величине, одређени разломак је мера одређене величине.

На пример, $\frac{5}{7}$ може бити: мера дужи добивене тако што се на дуж која се зове метар примени оператор $\frac{5}{7}$ и тада се пише $\frac{5}{7}m$; мера масе која се добива кад се на килограм примени оператор $\frac{4}{9}$ и тада се пише $\frac{4}{9}kg$; итд.

Приказивање разломка у облику збира и у облику производа

1062. Напиши разломак, нпр. $\frac{5}{7}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{a}{b}$ у облику збира и производа.

Подсети се да се мера дужи $\frac{5}{7}m$ добија тако што се на јединицу која се зове метар примењен оператор $\frac{5}{7}$. То значи да се $\frac{5}{7}$ јединице добија дељењем јединице на 7 једнаких делова ($\frac{1}{7}$ је један део) и састави 5 таквих делова.

Дакле, $\frac{5}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ је написан у облику збира.

Док је $\underbrace{\frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}_{5 \text{ сабирака } \frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \cdot 5$ написан у облику збира и производа.

А $\frac{7}{5} = \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}}_{7 \text{ сабирака } \frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \cdot 7$

Уопште:

$$\frac{a}{b} = \underbrace{\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \dots + \frac{1}{b}}_{a \text{ сабирака } \frac{1}{b}} = \frac{1}{b} \cdot a \quad (a \in N,\ b \in N)$$

или $\frac{m}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \cdot m \quad (m \in N,\ n \in N)$.

Важно је да добро схватиш и запамтиш оба облика (и збир и производ).
Тиме је откривена прва особина:
Приказивање разломака у облику збира и у облику производа.

ЕКВИВАЛЕНТНИ РАЗЛОМЦИ

1063. Замисли јединицу (нпр. МЕТАР) и њен ДЕО који је добивен применом оператора $\frac{3}{5}$. Која је мера тог истог дела ако се јединица подели на: 10 једнаких делова; 25 једнаких делова; и 40 једнаких делова?

Оператор $\frac{3}{5}$ казује да је јединица подељена на 5 једнаких делова и састављен од 3 таква дела. Тако је добивен њен ДЕО.

Ако јединицу поделим на 10 једнаких делова, то значи да је сваки њен део подељен на 2 једнака дела (јер је $5 \cdot 2 = 10$), тада се од 10 делова саставља $3 \cdot 2 = 6$ делова.

Тада је мера истог дела $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$; $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{15}{25}$; $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{24}{40}$.

Значи: $\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{15}{24}, \frac{24}{40}$ су мере исте величине. Зато се зову еквивалентни разломци.

1064. Замисли јединицу (нпр. килограм) и њен део који је добивен применом оператора $\frac{5}{8}$. Која је мера тог истог дела ако се јединица дели на: 16 једнаких делова, 24 једнака дела, 32 једнака дела?

Ако уочимо чињеницу:

Разломак $\frac{m}{n}$ значи да је јединица подељена на n једнаких делова. Ако се сваки од њих подели на p једнаких делова, јединица се дели на np једнаких делова а тада ми имамо не m, него mp једнаких делова.

Зашто су $\frac{3}{5}$ и $\frac{24}{40}$ еквивалентни разломци?

$\frac{3}{5}$ значи да је јединица подељена на 5 једнаких делова. Сваки од њих је подељен на 8 једнаких делова, јединица се дели на 40 једнаких делова, а тада имамо не 3 него $3\cdot8$ једнаких делова.

Ово можемо да повежемо са чињеницом која је раније откривена: Количник се не мења ако се истовремено дељеник и делилац помноже истим бројем ($\frac{3}{5}=\frac{3\cdot8}{5\cdot8}=\frac{24}{40}$) зад. 532,5.

Ако су количници $\frac{e}{f}$ и $\frac{g}{h}$ једнаки онда су им и производи једнаки ($\frac{e}{f}=\frac{g}{h} \Longrightarrow eh = f\cdot g$) (зад. 789.2).

Заиста $\frac{3}{5}=\frac{24}{40} \Longrightarrow 3\cdot 40 = 5\cdot 24$

Уочите $\frac{m}{n}=\frac{mp}{np} \Longrightarrow m\cdot(np) = n(mp)$ на основу асоцијативности.

Зато су $\frac{m}{n}$ и $\frac{mp}{np}$ ЕКВИВАЛЕНТНИ РАЗЛОМЦИ.

1065. Напиши еквивалентне разломке разломку $\frac{3}{7}$. Колико има таквих разломака?

$\frac{3}{7}=\frac{3\cdot2}{7\cdot2}=\frac{6}{14}$, $\frac{3}{7}=\frac{3\cdot3}{7\cdot3}=\frac{9}{21}$, $\frac{3}{7}=\frac{12}{28}$, $\frac{3}{7}=\frac{15}{25}$, ...

Дакле $\frac{3}{7}, \frac{6}{14}, \frac{12}{28}, \frac{15}{35}, \ldots$ има неограничено, бесконачно много разломака еквивалентних датом разломку.

1066. Напиши еквивалентне разломке разломку $\frac{32}{48}$, изражене мањим бројевима.

$$\frac{32}{48}=\frac{32:2}{48:2}=\frac{16}{24}, \ldots, \frac{4}{6}=\frac{4:2}{6:2}=\frac{2}{3}$$

Еквивалентни разломци су: $\frac{32}{48}, \frac{16}{24}, \frac{8}{12}, \frac{4}{6}$ и $\frac{2}{3}$.

Изражавање разломка мањим бројевима може да послужи уместо веома неподесног, неадекватног термина „скраћивање" (како може једна величина да се скрати и да остане једнака самој себи? јер термин је реч чије значење је утврђено да прецизно и недвосмислено дефинише појам о којем је реч). Највише што се може прихватити је упрошћавање разломака.