

ПРАВЉЕЊЕ НОВИХ ЈЕГНАСЦИЈУ
И НЕЈЕДНАСЦИЈУ

783. Надимен $a=b$ и $c=d$. То је ^{ДВЕ} једнасцију (две паре једнасција бројева), иако може да имаје означене $a+c$ и $b+d$? [1].

Ако је $a=b$ онда је $a+c=b+c$ и слично је $c=d$ онда је $c+b=d+b$.

Доказавајући једнасцију $a+c=b+c$ и $c+b=d+b$ закључујем да је $b+c=c+b$ на основу комутативности.

На на основу пратећих носача и $a+c=b+c=c+b=d+b$ схема $a+c=d+b$.

Како је $d+b=b+d$ (комутативност) горње схеме $a+c=b+d$.

Дакле, и $a=b$ и $c=d$ схема $a+c=b+d$, чиме се крајево замисле.

$$a=b \text{ и } c=d \Rightarrow a+c=b+d.$$

Ово уочавам да примарно преизговара чланку еквиваленција (заг. 778), ако избаче распореднице обако:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{a=b} & & \boxed{c=d} \\ \uparrow \text{ЕКВИВ. 1)} & & \downarrow \text{ЕКВИВ. 1)} \\ \boxed{a+c=b+c} & & \boxed{c+b=d+b} \\ \hline & & \\ \text{ТРАНЗИТИВНОСТ} & \text{РЕЛАГУЈЕ } = & \\ \downarrow & & \downarrow \\ \boxed{a+c=b+d} & & \end{array}$$

На пример!

$$80 \cdot 3 = 60 \cdot 4 \text{ и } 15 : 5 = 3 \Rightarrow 80 \cdot 3 + 15 : 5 = 60 \cdot 4 + 3;$$

$$8 - 2 = 18 : 3 \text{ и } 9 + 6 = 5 \cdot 3 \Rightarrow (8-2) + (9+6) = (18:3) + 5 \cdot 3;$$

$$a - b = 17 \text{ и } b = 6 \Rightarrow a - b + b = 17 + 6 \Rightarrow a = 23;$$

$$a - b = 11 \text{ и } b + 5 = 9 \Rightarrow a - b + b + 5 = 11 + 9 \Rightarrow a + 5 = 20$$

$$\Rightarrow a + 5 - 5 = 20 - 5 \Rightarrow a = 15.$$

А да не баше одржано, иј го има

$$a+c = b+d \Rightarrow a=b \text{ и } c=d?$$

Нек пример: $7+5=9+3$, $a=7$, $c=5$, $b=9$, $d=3$,
тешкото да $7+9 \Rightarrow a+b$, $5+3 \Rightarrow c+d$.

Одржано не баше. Зашто је $a=b$, $c=d \Rightarrow a+c=b+d$,
импресија а не еквиваленција.

Импресија (слег), знак \Rightarrow има замена речи
Ако ... онда "[17]."

784. Проблем - Збир $a+b$ броја је 17, а њихова разлика 6.
Израчунати тие бројеве.

Делимочијујем пресекот на импресији.

$$a+b=17, a-b=6 \Rightarrow a+b+a-b=17+6 \Rightarrow 2a=23 \Rightarrow a=12.$$

$$a=12, 12+b=17 \Rightarrow 12+b-12=17-12 \Rightarrow b=5.$$

Из $a+c=b+d$ и $e=f$ најави једнакост која се
говиба.

$$a+c=b+d \text{ и } e=f \Rightarrow a+c+e=b+d+f.$$

Но ми схваќам ^{како} се говија једнакост?

74. Први из $a=b$ и $c=d$ се добијаје једнакост
 $a+c=b+d$. Зашто се из $a+c=b+d$ и $e=f$ говија једнакост
 $a+c+e=b+d+f$. Зашто се из $a+c=b+d$ и $e=f$ се добијаје једнакост $a=b$,
 $c=d$ и $e=f$ јер је $a+c+e=b+d+f$. Истите
имају и други броја једнаких бројева и садирају први, шести, седми
и други, десети, чесети и десетија гајеју једнакост.

То се јошаштава овако:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = b \\ c = d \\ e = f \\ g = h \end{array} \right\} \Rightarrow a+c+e+g+\dots = b+d+f+h+\dots$$

785. Јасноје: Ако је $a < b$ и $c < d$ слегу
 $a+c < b+d$. Образложи.

Ако је $a < b$ означије $a+c < b+c$ и ако је $c < d$
онда је $c+b < d+b$.

На основу коришћеног редоследа ($a+b = c+d$) и ($a+d = b+c$)
и употребљених редоследа, добијамо $a+c < b+c$, $c+d < d+b$
следи $a+c < b+d$:

Дакле је доказано:

$$a < b, c < d \Rightarrow a+c < b+d.$$

Сада можемо тако да изразимо:

$$a < b, c < d, e < f, g < h, \dots \Rightarrow a+e+g+\dots < b+d+f+h+\dots$$

На пример:

$$5 < 7, 8 < 9, 10 < 11 \Rightarrow 5+8+10 < 7+9+11 \Rightarrow 23 < 27$$

786. Нека је $a=b$ и $c=d$. Шта је значење
тога о производу $ac=bd$?

Нпример: ако је $8=4\cdot 2$ и $15=5\cdot 3 \Rightarrow 8\cdot 15=(4\cdot 2)\cdot (5\cdot 3)$

$$\text{Како је } 8\cdot 15 = \underbrace{8+8+\dots+8}_{15 \text{ супар}} \approx (4\cdot 2)(5\cdot 3) = \underbrace{4\cdot 2+4\cdot 2+\dots+4\cdot 2}_{(5\cdot 3) \text{ супар}}$$

И још једно:

$$\text{Ако је } a=b \text{ и } c=d \Rightarrow ac=bd$$

$$ac = \underbrace{a+a+\dots+a}_{c \text{ супар}} \quad bd = \underbrace{b+b+\dots+b}_{d \text{ супар}}$$

Супар је произвјет ac јесу ли супаре b
израза bd , и ови супари с јесу ли ови супари
 d , тако да је $ac=bd$.

Али то се може доказати и обако:

Како је $a=b$, $c=d$, добијамо:

$$\begin{array}{ll} a+a = b+b & a\cdot 2 = b\cdot 2 \\ a+a+a = b+b+b & a\cdot 3 = b\cdot 3 \\ a+a+a+a = b+b+b+b & a\cdot 4 = b\cdot 4 \\ \vdots & \vdots \\ a+a+\dots+a = \underbrace{b+b+\dots+b}_{d \text{ супар}} & ac = bd \end{array}$$

Произвјет $ac=bd$ је доказан.

$$\text{Дакле: } a=b, c=d \Rightarrow ac=bd.$$

$$\text{Уочите: } a=b, c=d, e=f=\dots \Rightarrow ace\dots = bdf\dots$$

$$\text{На пример: } 12\cdot 5=60, 18=6\cdot 3, 7\cdot 4=28 \Rightarrow (12\cdot 5)\cdot 18\cdot (7\cdot 4)=60\cdot (6\cdot 3)\cdot 28$$

787. Да ли је $a < b \wedge c < d$ следи $ac < bd$?

Сасвим једноставно је да смо докажем.

$$\text{Пријатељ: } 2 < 3 \wedge 4 < 5 \Rightarrow 2 \cdot 4 < 3 \cdot 5$$

$$2 \cdot 4 = \underbrace{2+2+2+2}_{4 \text{ супарка } 2} < 3 \cdot 5 = \underbrace{3+3+3+3+3}_{5 \text{ супарка } 3}$$

Видимо да је $2+2+2+2 < 3+3+3+3+3$, уједно због чега је супарак 2 мањи од супарке 3, а друго због чега је десни супарак 2 мањи од сложеног супарака 3.

Доказ:

$$ac = \underbrace{a+a+\dots+a}_c < b \cdot d = \underbrace{b+b+\dots+b}_{d \text{ супарка } b}$$

Односно је $a+a+\dots+a < b+b+\dots+b$, уједно због чега је супарак a мањи од супарке b , а друго због чега је десни супарак a мањи од сложеног супарака b .

788. Покажи да ће:

$$1) a = b, c = d, a \geq c \text{ следи } a - c = b - d.$$

$$2) a = b, c = d, a : c = \text{црнордан број}, \text{следи } a : c = b : d.$$

789. Покажи:

Ако су разлике $a - b$ и $c - d$ једнаке, онда су и њихови $a+d = b+c$ једнаки.

Ако су комадници $e : f$ и $g : h$ једнаки, онда су и производи $eh = fg$ једнаки.

Треба да поступимо оба:

$$\begin{array}{lcl} |a-b| & = & |c-d| \\ \downarrow & & \downarrow \text{еквив. 1)} \\ |a-b+b| & = & |c-d+d| \\ \downarrow & & \downarrow \\ |a| & = & |c+d-d| \\ \downarrow & & \downarrow \text{еквив. 1)} \\ |a+d| & = & |c+b-d+d| \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} |a : 5| & = & |g : h| \\ \downarrow & & \downarrow \text{еквив. 3)} \\ |(e:f) \cdot 5| & = & |(g:h) \cdot 5| \\ \downarrow & & \downarrow \\ |e| & = & |(95) : h| \\ \downarrow & & \downarrow \text{еквив. 3)} \\ |eh| & = & |(fg) : h| \end{array}$$

$$\text{Дакле: } a+d = c+b$$

$$eh = fg$$

Преговор предаје превезимо уз висине ЕИТ.

Овим је утвђено да су:

$$1) a-b=c-d \Rightarrow a+d=b+c$$

$$2) e:f=g:h \Rightarrow eh=fg.$$

Констатују се да су у оба случаја $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ и обе слично да су производи eh и fg једнаки.
(Задатак, сознанећу вачије).

На пример:

$$1) 32-5 = 42-15 \Rightarrow 32+15 = 5+42$$

$$2) 32:8 = 24:6 \Rightarrow 32 \cdot 6 = 8 \cdot 24.$$

Када констатују чији пропорцији бројеви

$$32:5 = 64:10 \Rightarrow 32 \cdot 10 = 5 \cdot 64$$

$$\text{тј. } \frac{32}{5} = \frac{64}{10} \Rightarrow 32 \cdot 10 = 5 \cdot 64$$

790. Сврхом примене ^{н3} предишњог појмова Задатка (789) када су једнаке разлике, једнаке константе:

$$1) a-x=x-d \quad 2) e:y=y:h.$$

$$1) a-x=x-d \Rightarrow a+d=x+x \Rightarrow a+d=2x \Rightarrow$$

$$\frac{a+d}{2}=x$$

$$\text{Акне: } a-x=x-d \Rightarrow x=\frac{a+d}{2}$$

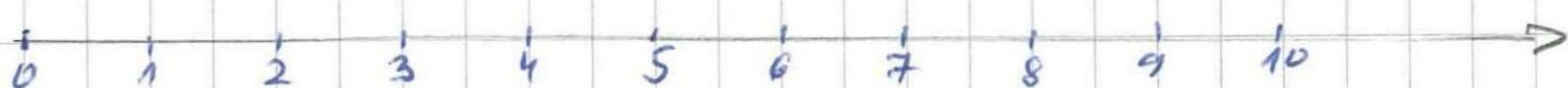
Број x зове се арифметичка средина бројева a и d .

Изразујујују арифметичку средину бројева:

$$6+8, 7+9, 11+13.$$

$$x = \frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7; \quad x_1 = \frac{7+9}{2} = \frac{16}{2} = 8; \quad x_2 = \frac{11+13}{2} = 12.$$

Море гаје сваки пропорцији арифметичка средина свог претходника и свог следбеника, чија се разлика највећи број.



Сума 506

$$6 = \frac{5+7}{2}, \quad 7 = \frac{6+8}{2}, \quad 8 = \frac{7+9}{2}, \dots$$

524

2) $e:y = y:h \Rightarrow y \cdot y = eh$. Broj y se zove геометријска средина дробјева $e \text{ i } h$.

На пример:

Геометријска средина дробјева $4 \text{ i } 16$ је 8 , тјп
је $4 \cdot 16 = 8 \cdot 8$

Или се оправдано геометријска средина y , тјп
је y пропорција дробја, где даље дробја никад променљивог
шара деснији једнак производу где јединака делитеља ($y \cdot y$).

На пример: $3 \cdot 27 = 81 = 9 \cdot 9$, тја је 9 геометријска
средина дробјева $3 \text{ i } 27$.

Јединаке количине $e:f = g:h$ записујемо
 $e:f = g:h$ (на пример $54:9 = 60:10$). Написати
јединакост $e:f = g:h$ зове се пропорција.

Пимају се „надеши“ Надеши пропорција (аритметичка
средина, геометријска средина, пропорција).

991.

- 1) Одреди аритметичку средину дробјева: $16 \text{ i } 18$,
 $20 - 60$.
- 2) Одреди геометријску средину дробјева: $4 \text{ i } 9$, $24 \text{ i } 32$.
- 3) Состави пропорцију.