

1285. Елиминисањем једну неизвесну из система једначина:

$$a) \quad 5x - 2y + z = 0 \quad \text{и} \quad 3x + 4y - z = 0.$$

$$b) \quad 5x - y + 2z = 0 \quad \text{и} \quad 4x + y + 3z = 0.$$

$$a) \quad 5x - 2y + z + 3x + 4y - z = 0 \Leftrightarrow 8x + 2y = 0$$

Применом друге методе сабирањем једначина добијан једначину $8x + 2y = 0$ која не зависи од неизвесне z (елиминисане неизвесне z).

$$b) \quad 5x - y + 2z + 4x + y + 3z = 0 \Leftrightarrow 9x + 5z = 0$$

Добијена једначина $9x + 5z = 0$ која не зависи од y (елиминисане је неизвесне y).

Ако мако духе врзимо елиминисањем, при чему бирати разне случајеве, сипамо пожељну једначину у истом погледу. Теме уговарању да свака од метода погодностија (сираситизација) је у неким случајевима и главно је ^{де} убођањ њихову неправилност.

Системи линеарних једначина

Ако разумемо елиминацију и уз савпадању темељ технику, можемо саопштално, да имамо све ове методе решавања система линеарних једначина, јер оне нису ништа друго него најпрег наведене методе елиминације. Зато можемо да припојимо решавању система линеарних једначина.

Једначине треба да посматрамо као систем једначина који означавамо забором, на пример:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x + 7y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = n \end{cases}$$

1.286. Решити систем једначина $x + y = 2$ и $3x - y = -6$ методом елиминације.

Прва метода елиминације метода замене.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$$

Решавањем прве једначине по y $x + y = 2 \Leftrightarrow y = 2 - x$ добијемо "решавање" система у једну једначину.

$$\begin{cases} y = 2 - x \\ 3x - (2 - x) = -6 \end{cases}$$

и била друга једначина је са једним непознатом коју могу да израчунамо

$$3x - (2 - x) = -6$$

$$3x - 2 + x = -6$$

$$4x - 2 = -6$$

$$4x = -6 + 2$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$

Добијави тако систем

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Добијену вредност непознатог $x = -1$ стављамо у прву једначину и израчунавамо y .

$$\begin{cases} -1 + y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Уређени пар $(x, y) = (-1, 3)$ је решење система.

Друга метода елиминације је метода линеарне комбинације (алгебарско сабирање).

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x-y=-6 \end{cases}$$

Корисна екиваленција $a=b, c=b' \Leftrightarrow a \pm a' = b \pm b'$

Онда је $x+y=2, 3x-y=-6 \Leftrightarrow x+y+3x-y=2-6 \Leftrightarrow 4x=-4$
 Та се добија систем једначина где $4x=-4$ из y .

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 4x=-4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 4x=-4 \\ 3x-y=-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ 3x-y=-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1+y=2 \\ x=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ 3 \cdot (-1) - y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3 \\ x=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$$

Било коју једначину можемо замислити једнакосту $4x=-4$ (збир датих једначина) и формирали систем једначина и израчунати два броја који задовољавају обе једначине датог система. У овом методу добија се уређени пар $(x,y)=(-1,3)$ као и у првој методи (методи замоне) који је решење датог система.

Трећа метода - метода учореживања

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x-y=-6 \end{cases}$$

Решавамо обе једначине по истуј познаној, на пример

y

$$x+y=2 \Leftrightarrow x+y-x=2-x \Leftrightarrow y=2-x$$

$$3x-y=-6 \Leftrightarrow 3x-y+y+6=-6+y-6 \Leftrightarrow 3x+6=y$$

Датиме једначине су $y=2-x$ и $y=3x+6$.

Датиме сабрање датих једначина из једнакости

$$2-x=3x+6 \Leftrightarrow 2-x+x-6=3x+6+x-6$$

$$\Leftrightarrow -4=4x \Leftrightarrow -4 \cdot \frac{1}{4} = 4x \cdot \frac{1}{4} \Leftrightarrow -1=x$$

Заменимо $x=-1$ у било коју од датих једначина добијам $y=3$. Знаш уређени пар је $(x,y)=(-1,3)$.

Шта догађају решавајући овај систем једначина применом све три методе елиминације?

Применом све три методе елиминације добијам увек исто решење $(x,y)=(-1,3)$, тиме догађам да се може применити било која метода, али бирам најпогоднију за дат случај.

1287. Решит систему уравнений:

$$\begin{cases} 6x - 7y = 30 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

• Методом Замещения

$$\begin{cases} 6x - 7y = 30 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

Первое уравнение вторую переменную по известной y .

$$3x - 2y = 9 \Leftrightarrow 3x - 2y + 2y = 9 + 2y \Leftrightarrow 3x = 9 + 2y \Leftrightarrow$$

$$3x - 9 = 9 + 2y - 9 \Leftrightarrow 3x - 9 = 2y \Leftrightarrow \frac{3x - 9}{3} = y.$$

Добивши систему

$$\begin{cases} 6x - 7y = 30 \\ y = \frac{3x - 9}{2} \end{cases}$$

Заменим добившие решение по y в первую уравнение

$$6x - 7 \cdot \left(\frac{3x - 9}{2} \right) = 30$$

$$y = \frac{3x - 9}{2}$$

Добивая уравнение со второй переменной, решившем добивая уравнение определяем решение $x = \frac{1}{3}$.

Сделаю проверку системы

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{3x - 9}{2} \end{cases}$$

Заменим $x = \frac{1}{3}$ в второе уравнение получим $y = -4$.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -4 \end{cases}$$

Добивая уравнение пар $(x, y) = (\frac{1}{3}, -4)$ који је решение системы, јер задовољава обе уравнения системы.

ДРУГА МЕТОДА - МЕТОДА ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ
(аппетитно сабирање)

$$\begin{cases} 6x - 7y = 30 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

Второе уравнение умножим на -2 , то $3x - 2y = 9 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (3x - 2y) \cdot (-2) = 9 \cdot (-2) \Leftrightarrow -6x + 4y = -18.$

Сделаю решение системы

$$\begin{cases} 6x - 7y = 30 \\ -6x + 4y = -18 \end{cases}$$

Таким образом можно да подтверждается из x будут соответствующие значения $(6x - 6)$ и затем введем сабирање уравнений

$$6x - 7y = 30, -6x + 4y = -18 \Leftrightarrow 6x - 7y - 6x + 4y = 30 - 18 \Leftrightarrow$$

$$-3y = 12 \Leftrightarrow y = -4$$

Сада имамо систем

$$\begin{cases} 6x - 7y = 30 \\ y = -4 \end{cases}$$

Заменимо $y = -4$ у прву једначину добијемо $x = \frac{1}{3}$, па је $(x, y) = (\frac{1}{3}, -4)$ решење система.

ТРЕЋА МЕТОДА - МЕТОД УПОРЕЂИВАЊА

$$6x - 7y = 30$$

$$3x - 2y = 9$$

Прву и другу једначину решавамо по истом неизвестном y (а не по x).

$$6x - 7y = 30 \Leftrightarrow y = \frac{6x - 30}{7}$$

$$3x - 2y = 9 \Leftrightarrow y = \frac{3x - 9}{2}$$

Добијам систем

$$\begin{cases} y = \frac{6x - 30}{7} \\ y = \frac{3x - 9}{2} \end{cases}$$

Пошто y задовољава обе једначине то су леве стране једначина једнаке, одакле следи да треба да изједначим десне стране

$$\frac{6x - 30}{7} = \frac{3x - 9}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$x = \frac{1}{3}$ замењујемо у једну, било коју једначину, и добијам да је $y = -4$. И овом методом добијам решење $(x, y) = (\frac{1}{3}, -4)$.

1288. Решит систем једначине

$$\begin{cases} 3x - 5y = 13 \\ 2x + 7y = 81 \end{cases}$$