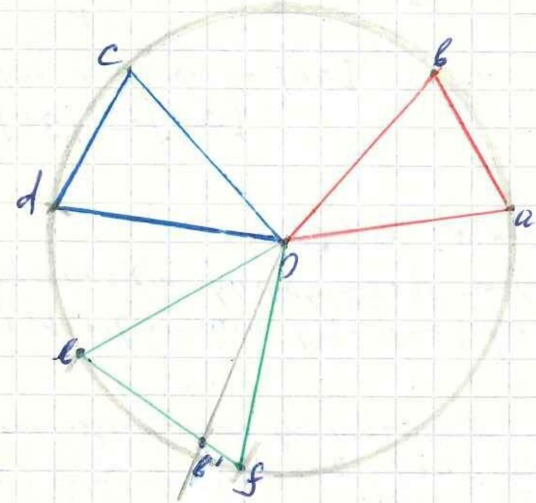
# Подударни и неподударни углови

622. Нацртај произвољну кружницу чији је центар $o$ и њену произвољну тетиву $[ab]$. Затим конструиши троуглове $oab$ и $ocd$ да се „ни у чему не разликују" осим положаја. Нацртај произвољну тетиву $[ef] > [ab]$ исте кружнице и троугао $oef$.




СЛИКА 378

Како су по две странице тражених троуглова $oab$ и $ocd$ подударне (јер су полупречници исте кружнице подударни) и треће странице треба да буду подударне. Зато конструишем тетиву $[cd] \cong [ab]$. Добијам тражене троуглове (детаљно зр. 621).

Ако полуправе Oa, ob, oc, od, oe, of замислиш као полуправе чија је заједничка почетна тачка O (центар кружнице), онда ти цртеж 378 може послужити као полазне тачке за формирање појма: подударни и не-подударни углови.

Шта можеш рећи о угловима aob, cod и eof?

Према извршеној конструкцији закључујем да су углови aob и cod „једнаки", тј. подударни а угао eof је већи.

Тај закључак се записује кратко:

$$\angle aob \cong \angle cod, \quad \angle aob < \angle eof.$$

Покушај да „образложиш" зашто су углови aob и cod подударни, а угао eof је већи.

Замисли обртање исечка aob око центра.

Ако обрнем исечак aob око центра, тада тачке a и b и лук $\overset{\frown}{ab}$ „клизе" по кружници, па кад тачка a дође у тачку c, тачка b у d, лук $\overset{\frown}{ab}$ „поклапа" лук $\overset{\frown}{cd}$, зато што је $[cd] \cong [ab]$. Како тетиви $[ab]$ одговара лук $\overset{\frown}{ab}$, а тетиви $[cd]$ одговара лук $\overset{\frown}{cd}$, онда су и лукови $\overset{\frown}{ab}$ и $\overset{\frown}{cd}$ подударни.

То значи да када полуправа $\overrightarrow{Oa}$ дође у положај $\overrightarrow{Oc}$, полуправа $\overrightarrow{Ob}$ мора доћи у положај $\overrightarrow{Od}$, а угао aob „поклапа" угао cod. Тиме потврђујем мој закључак:

Ако су тетиве подударне онда су подударни: и одговарајући лукови и одговарајући углови.

Наставком да обрнем угао aob и када полуправа $\overrightarrow{Oa}$ дође у положај $\overrightarrow{Oe}$, $\overrightarrow{Ob}$ долази у положај $\overrightarrow{Ob'}$, а не у $\overrightarrow{af}$, јер је $[ef] > [ab]$, па је лук $\overset{\frown}{ef}$ већи од лука $\overset{\frown}{ab}$. Зато закључујем:

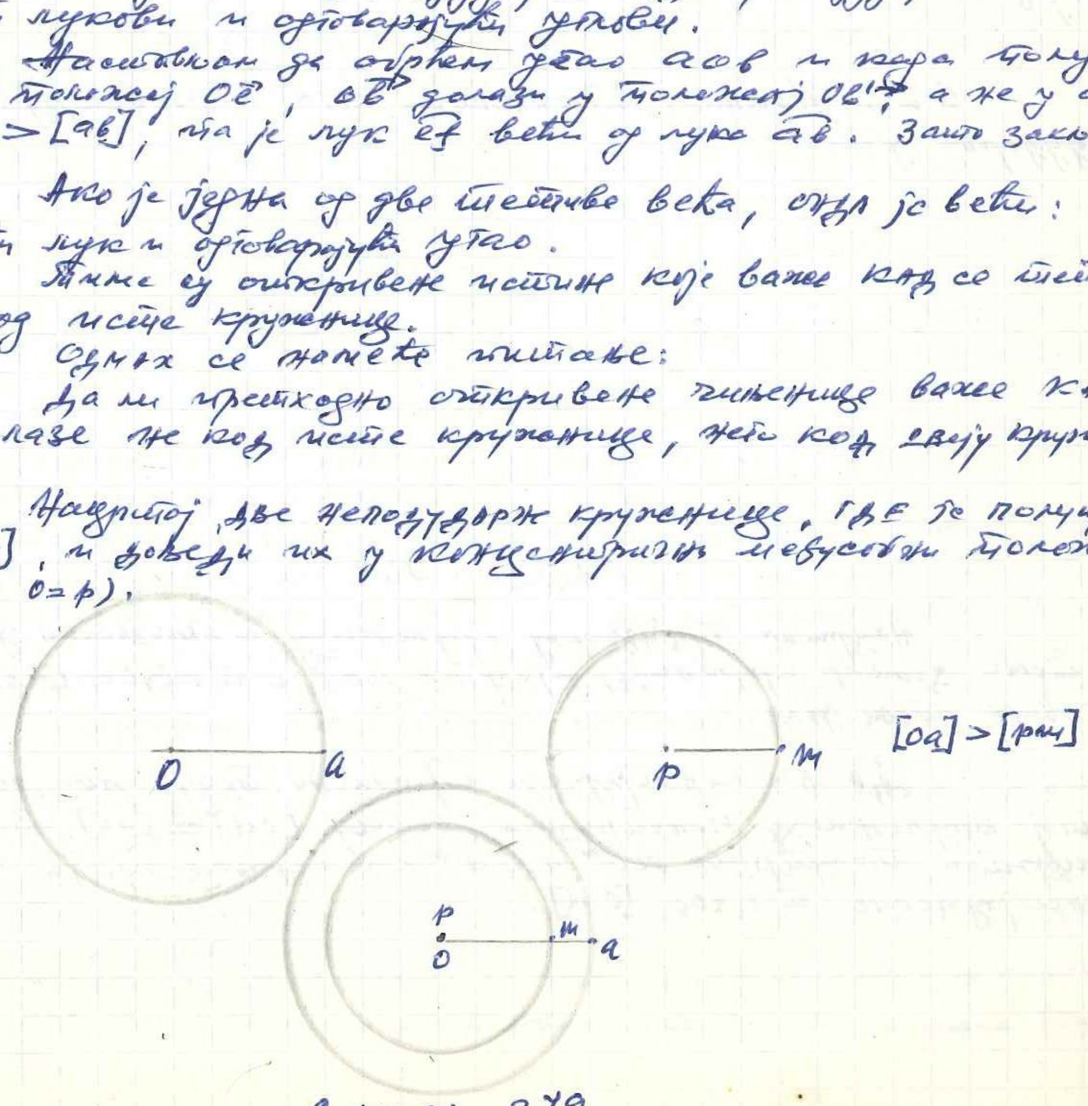
Ако је једна од две тетиве већа, онда је већи: и одговарајући лук и одговарајући угао.

Тиме су откривене истине које важе кад се тетиве налазе код исте кружнице.

Одмах се намеће питање:

Да ли претходно откривене чињенице важе кад се тетиве налазе не код исте кружнице, него код двију кружница.

Нацртај две неподударне кружнице, где је полупречник $[Oa] > [pm]$, и доведи их у концентричан међусобни положај (имају исти $O \equiv p$).




Слика 379

Тетиве подударне, тј $[mn] \cong [ab]$, а лукови $\overset{\frown}{mn}$ и $\overset{\frown}{ab}$ нису подударни.

Посматрајући слику 379 видим да две неподударне кружнице „доведене“ у концентрични међусобни положај „образлаже“ да и ако су тетиве подударне, одговарајући лукови и углови не могу бити подударни.

Према томе, претходно откривене чињенице не важе код неподударних кружница.

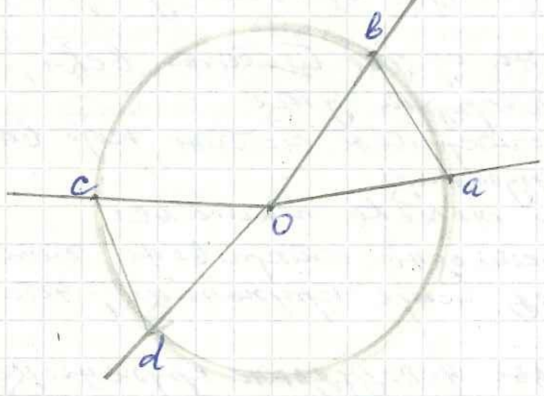
Нацртај две подударне кружнице и „доведи“ их у концентрични међусобни положај.


$[Oa] \cong [pm]$ и $\overset{\frown}{ab} \cong \overset{\frown}{mn}$

Слика 380

Видим и закључујем: Ако су тетиве подударних кружница подударне онда су им подударни одговарајући лукови, тј. расуђивати на двема подударним кружницама исто је што и расуђивати на истој кружници.

623. Нацртај произвољан угао и конструиши подударни угао.

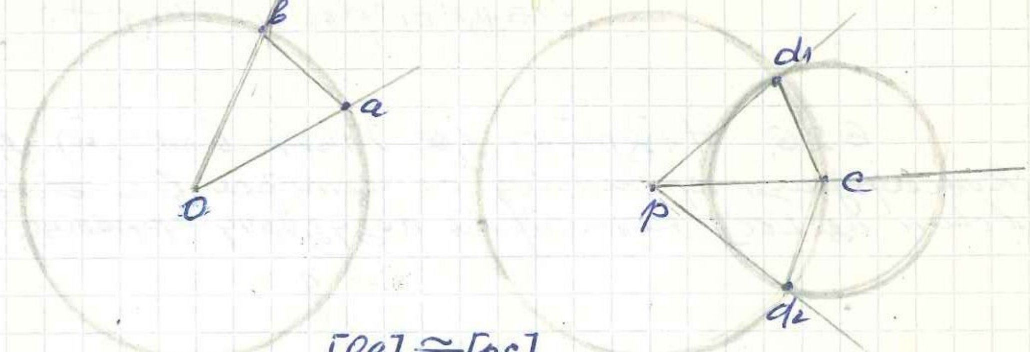



Слика 381

Нацртам произвољну кружницу и произвољан угао чије је теме центар кружнице, тј. угао aob и тетиву $[ab]$ која одговара том углу.

Да би конструисао тражени подударни угао на истој кружници конструишем тетиву $[cd] \cong [ab]$. Затим нацртам полуправе $\overrightarrow{Oc}$ и $\overrightarrow{Od}$ које садрже крајње тачке конструисане тетиве $[cd]$.

624. Конструиши произвољан угао и конструиши подударан угао чије је теме у спољашњој области кружнице.



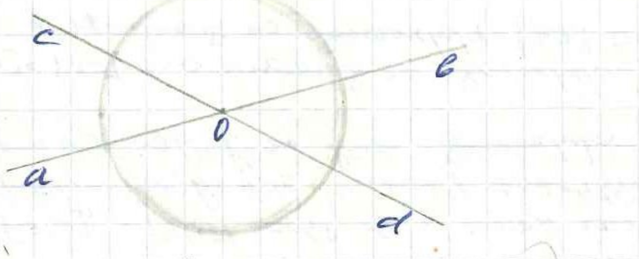

$[Oa] \cong [pc]$

1) 2)

Слика 382

Прво конструишем произвољан угао $aob$ под 1). Затим цртам произвољну тачку $p$ у спољашњој области кружнице 1). Конструишем кружницу чији је центар $p$, а подударна је ~~нацртаној~~ нацртаној кружници, где су $[oa] \cong [pc]$ полупречници подударних кружница. Тиме су истовремено конструисана два угла $\angle cpd_1$ и $\angle cpd_2$ подударна углу $\angle aob$, тј. $\angle cpd_1 \cong \angle aob$ и $\angle cpd_2 \cong \angle aob$.

625. Нацртај две праве које се секу. Шта оне образују? Шта можеш рећи о тим угловима?




Слика 383

Праве $ab$ и $cd$ образују углове $aoc$ и $bod$ (пар углова) и $aod$ и $boc$ (други пар углова).

Упоређујем први пар углова, тако што угао $bod$ обрћем тако да пресек полуправе $\vec{Ob}$ и кружнице мора прећи половину кружнице („клизети") да полуправа $\vec{Ob}$ дође у положај $\vec{Oa}$. Истовремено пресек $\vec{Od}$ и кружнице дође у положај $\vec{Oc}$. Видим да кад $\vec{Ob}$ дође у положај $\vec{Oa}$ и $\vec{Od}$ мора доћи у положај $\vec{Oc}$, па су углови $aoc$ и $bod$ подударни. То записујем кратко:

$$\angle aoc \cong \angle bod.$$

На исти начин обрћем $\angle boc$ тако да полуправа $\vec{Ob}$ дође у у положај $\vec{Oa}$, а полуправа $\vec{Oc}$ истовремено долази у положај $\vec{Od}$ па су углови $boc$ и $aod$ подударни углови, што записујем кратко: $\angle aod \cong \angle boc$.

На крају закључујем кад се две праве секу, оне образују два пара подударних углова.

Сваки од тих парова се зове и пар унакрсних углова.

Први пар унакрсних углова зову се оштри углови, а други пар тупи углова.