1100

1258. x^2+8x-9

$x^2+8x-9 = x^2+2xy+y^2$

$2xy = 8x \Rightarrow 2y = 8,\ y = 4.$

$(x^2+8x)-9 = (x^2+4)-4^2-9 = (x+4)^2-25$

Заиста: $(x+4)^2-25 = (x+4)^2-5^2 = [(x+4)+5][(x+4)-5]$

$= (x+9)(x-1) = x^2+9x-x-9 = x^2+8x-9$

1259. $5x^2-4x-1 = 5\left(x^2-\frac{4}{5}x-\frac{1}{5}\right) = 5\left[\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-\left(\frac{2}{5}\right)^2-\frac{1}{5}\right]$

$= 5\left[\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-\frac{4}{25}-\frac{5}{25}\right] = 5\left[\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-\frac{9}{25}\right] = 5\left[\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]$

Провера: $5\left[\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2\right] = 5\left(x+\frac{1}{5}\right)(x-1) = 5x^2-4x+1$

Идентичност чија десна страна полинома $5x^2-4x+1$ је $5\left[\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]$.

1262. $\left\{\left[100-\left[900-\left(\frac{159}{x}-15\right)\cdot 22\right]\right\}:12 = 3$

$\left[100-\left[900-\left(\frac{159}{x}-15\right)\cdot 22\right] = 36$

$100-\left[900-\left(\frac{159}{x}-15\right)\cdot 22\right] = 36$

$900-\left(\frac{159}{x}-15\right)\cdot 22 = 64$

$\left(\frac{159}{x}-15\right)\cdot 22 = 836$

$\frac{159}{x}-15 = 38$

$\frac{159}{x} = 53$

$x = 3$

1267. $2-\frac{3x-1}{5} = 3-\frac{x+8}{3} \iff 30-9x+3 = 45-5x-40$

$\iff -4x+28 = 0 \iff -4x+28-28 = 0-28 \Rightarrow -4x = -28$

$\Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{4} = 7$

Једначина се своди на општи облик $-4x+28=0$ (општи облик $ax+b=0$).

1277. $3x^2+x+4=0$

$$3x^2+x+4=0 \Longrightarrow 3\left(x^2+\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)=0$$

Користим идентичност $x^2+2xy=(x+y)^2-y^2$

$$x^2+\frac{1}{3}x=\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$\left(2xy=\frac{1}{3}x \Longrightarrow 2y=\frac{1}{3} \Longrightarrow y=\frac{1}{6}\right)$$

$$x^2+\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}=\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2+\frac{4}{3}=\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{47}{36}$$

$$3x^2+x+4=3\left(x^2+\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)=3\left(\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{47}{36}\right)=3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{47}{12}$$

$$3x^2+x+4=0 \Longrightarrow 3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{47}{12}=0.$$

Једначина нема решења јер су чланови полинома позитивни и њихов збир не може бити нула.

1279. $(x^2-1)(x^2-4)=0$

$$(x^2-1)(x^2-4)=0 \Longrightarrow [(x-1)(x+1)][(x-2)(x+2)]=0$$

$$\Longrightarrow (x-1)(x+1)=0 \quad \text{и} \quad (x-2)(x+2)=0$$

$$x=1 \text{ и } x=-1 \qquad \text{и} \qquad x=2 \text{ и } x=-2.$$

Решења прве једначине су $x=1$ и $x=-1$, а решења друге једначине су $x=2$ и $x=-2$.

1282. $x-\frac{x}{m}=n$

Одмах искључујемо $m=0$, па је параметар $m\neq 0$.

$$x-\frac{x}{m}=n \Longrightarrow mx-x=mn \Longrightarrow x(m-1)=mn \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow x=\frac{mn}{m-1}.$$

$x=\frac{mn}{m-1}$ има смисла кад је $m\neq 1$ и $m\neq 0$.

1) Корен (решење) је $x=\frac{mn}{m-1}$, кад је $m\neq 1$ и $m\neq 0$.

2) 1° кад је $m=1$ и $n=0$, онда је $x-\frac{x}{m}=n$ идентичност.

2°. Кад је $m=1$ и $n\neq 0$, онда једначина нема решења.

1102

1288. Систем једначина

$$\begin{cases} 3x-5y=13 \\ 2x+7y=81 \end{cases}$$

Метода замене

Решавам другу једначину по x и добијам систем

$$\begin{cases} 3x-5y=13 \\ x=\frac{81-7y}{2} \end{cases}$$

Заменом добијеног израза за x у прву једначину

$3\cdot\left(\frac{81-7y}{2}\right)-5y=13$ добијам да је $y=7$.

$$\begin{cases} y=7 \\ x=\frac{81-7y}{2} \end{cases}$$

Заменом $y=7$ у добијени израз $x=\frac{81-7y}{2}=$

$=\frac{81-7\cdot7}{2}=\frac{81-49}{2}=\frac{32}{2}=16$.

Решење система је $(x,y)=(16,7)$.

Метода линеарне комбинације (алгебарско сабирање)

$$\begin{cases} 3x-5y=13 \\ 2x+7y=81 \end{cases}$$

Множим прву једначину бројем 2 и другу једначину бројем -3

$3x-5y=13 \iff (3x-5)\cdot2=13\cdot2 \implies 6x-10y=26$

$2x+7y=81 \iff (2x+7y)\cdot(-3)=81\cdot(-3) \implies -6x-21y=-243$

и добијам систем једначина

$$\begin{cases} 6x-10y=26 \\ -6x-21y=-243 \end{cases}$$

Добијам једначине са супротним бројевима уз x и сабирањем елиминишем непознату x.

$6x-10y=26$ и $-6x-21y=-243 \iff 6x-10y-6x-21=26-243$

$\iff -31y=-217 \iff y=7$

$$\begin{cases} 3x-5y=13 \\ y=7 \end{cases}$$

Заменом $y=7$ у прву једначину система $3x-5\cdot7=13$

$\implies y=16$.

Уређени пар $(x,y)=(16,7)$ је решење овог система.

1103

Метода упоређивања

$$3x-5y=13$$
$$2x+7y=18$$

Решавањем обе једначине по x добијам:

$3x-5y=18 \iff x=\dfrac{13+5y}{3}$; $\;2x+7y=81 \iff x=\dfrac{81-7y}{2}$

Како су леве стране једнаке променљивој x, то следи да су и десне стране једнаке. Па их изједначавам

$$\frac{13+5y}{3}=\frac{81-7y}{2} \iff \left(\frac{13+5y}{3}\right)\cdot 6=\left(\frac{81-7y}{2}\right)\cdot 6 \iff$$
$$(13+5y)\cdot 2 = 3\cdot(81-7y) \Rightarrow y=7.$$

Заменом $y=7$ у једном од добијених израза за x добијам да је $x=16$. Уређен пар $(x,y)=(16,7)$ је решење овог система.

1290.

$$\begin{cases} 8x-12y=36 \\ 5x-6y=23 \end{cases}$$

Другу једначину множим бројем -2 и добијам систем једначина где су коефицијенти уз непознату y супротни бројеви.

$$8x-12y=36$$
$$-10x+12y=-$$

Сабирањем једначина добијам да је $x=5$ и заменом у једној од једначина добијам $y=\frac{1}{3}$.
Уређени пар $(x,y)=(5,\frac{1}{3})$ је решење система.

1292. в) $9x+15=10y-50$
$3x-1=12y-40$

Применом еквиваленције $a=b \iff a\pm c=b\pm c$.

$9x+15=10y-50 \iff 9x+15-10y-15=10y-50-10y-15 \Rightarrow$
$\Rightarrow 9x-10y=-65.$

$3x-1=12y-40 \iff 3x-1-12y+1=12y-40-12y+1 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3x-12y=-39.$

Тиме је систем сведен на општи облик

$$\begin{cases} 9x-10y=-65 \\ 3x-12y=-39 \end{cases}$$

Подесна (погодна) метода алгебарског сабирања.
Решење система је $(x,y)=(-5,2)$.

1104

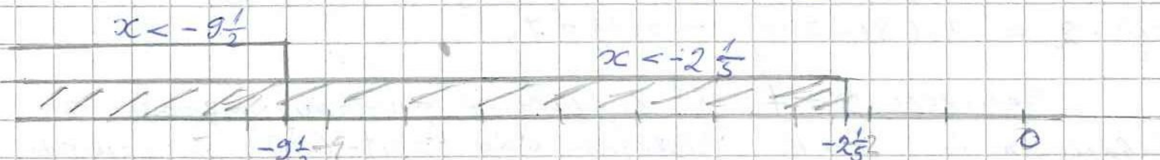
1298. 2) $\begin{cases} 3x-2 > 4x+0,2 \\ 3(x+2) < (4x-7):2 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x-2 > 4x+\frac{1}{5} \\ 3x+6 < 2x-\frac{7}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} 15x-10 > 20x+1 \\ 6x+12 < 4x-7 \end{cases}$

$\begin{cases} -5x > 11 \\ 2x < -19 \end{cases}$

$\begin{cases} x < -\frac{11}{5} = -2\frac{1}{5} \\ x < -\frac{19}{2} = -9\frac{1}{2} \end{cases}$



Слика 106

Решење је $x < -9\frac{1}{2}$

1301. 2) $3m+1 > 4x+3m$ 3) $(m+1)x > (m-1)(x-1)$

2) $3mx+1 > 4x+3m$

$3mx-4x > 3m-1$

$(3m-4)x > 3m-1$

$x > \frac{3m-1}{3m-4}$

Кад је $3m-4 > 0 \Longrightarrow 3m > 4 \Longrightarrow m > \frac{4}{3}$, решење је $x < \frac{3m-1}{3m-4}$

кад је $3m-4 < 0 \Longrightarrow 3m < 4 \Longrightarrow m < \frac{4}{3}$, решење $x < \frac{3m-1}{3m-4}$

кад је $3m-4 = 0 \Longrightarrow 3m = 4 \Longrightarrow m = \frac{4}{3}$ нема решења.

3) $(m+1)x > (m-1)(x-1)$

$mx+x > mx-x-m+1$

$x+x > -m+1$

$2x > 1-m$

$x > \frac{1-m}{2}$

Увек има решења.