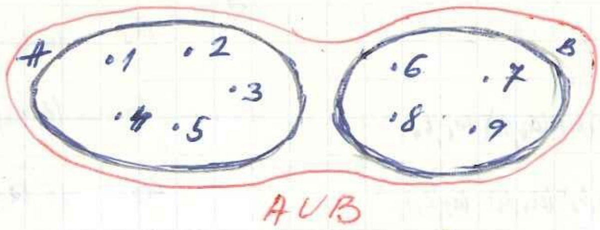
470. Нека је $A=\{1,2,3,4,5\}$ и $\{6,7,8,9\}$. Прикажи Веновим дијаграмима унију и пресек скупова A и B. Одреди број елемената скупова A и B и $A\cup B$.

$A\cap B=\emptyset$

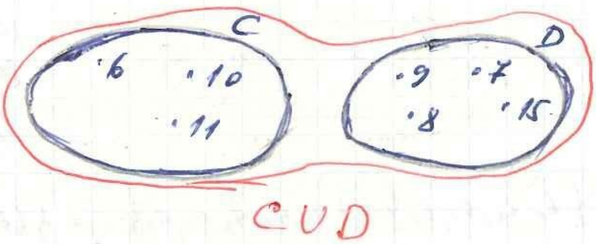


Слика 237

$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.
Број елемената скупа A је $n(A)=5$
Број елемената скупа B је $n(B)=4$
Број елемената уније скупова A и B је $n(A\cup B)=9$.

$n(A)+n(B)=5+4=9$
$n(A)+n(B)=n(A\cup B)$, $A\cap B=\emptyset$

471. Нека је $C=\{6,10,11\}$ и $D=\{9,15,7,8,17\}$. Прикажи Веновим дијаграмима унију и пресек скупова C и D. Одреди број елемената скупова C, D и $C\cup D$.



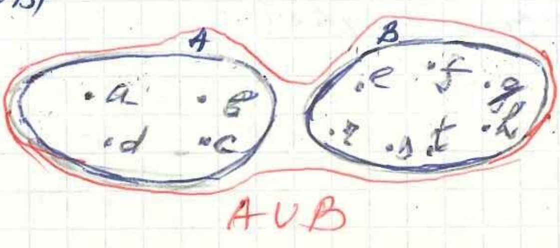
Слика 238

$C\cap D=\emptyset$
$C\cup D=\{6,10,11,9,7,15,8,17\}$
$n(C)=3$, $n(D)=5$, $n(C\cup D)=8$

Значи, како је $n(C)+n(D)=3+5=8$, онда је $n(C)+n(D)=n(C\cup D)$, кад је $C\cap D=\emptyset$.

472. Нека је $A=\{a,b,c,d\}$ и $B=\{e,f,g,h,n,s,t\}$. Прикажи Веновим дијаграмима скупове A, B и $A\cup B$. Одреди $n(A)$, $n(B)$ и $n(A\cup B)$

$A\cap B=\emptyset$



Слика 239

$m(A)=4$, $m(B)=7$ и $m(A\cup B)=11$

$m(A)+m(B)=7+4=11$

Уопште, видиш да се скупови састављају у унију, а одговарајући бројеви сабирају.

Број уније је само тада једнак збиру бројева скупова, од којих је унија састављена, када су скупови немају заједничких елемената, тј. само ако је њихов збир празан скуп.

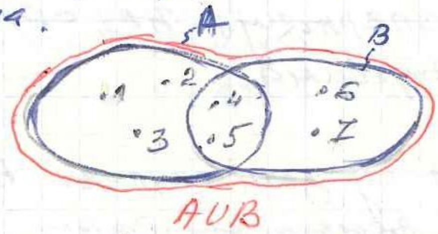
Наиме, ако је $A\cap B=\emptyset$, онда је $m(A)+m(B)=m(A\cup B)$.

473. Нека је $A=\{1,2,3,4,5\}$ и $B=\{4,5,6,7\}$. Прикажи Веновим дијаграмима скупове A, B и $A\cup B$, $m(A\cap B)$ и $m(A)$, $m(B)$ $m(A\cup B)$.

Подсети се да би се скупови приказали Веновим дијаграмима, треба прво да одредиш да ли су скупови дисјунктни (раздвојени) тј. немају заједничких елемената или их имају (види 115 зад).

У овом примеру $A\cap B=\{4,5\}$ па скупови нису дисјунктни (раздвојени). После тог приступаш цртању Венових дијаграма.

$A\cap B=\{4,5\}$



Слика 240

$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7\}$; $m(A)=5$, $m(B)=4$, $m(A\cup B)=7$, $m(A\cap B)=2$.

$m(A)+m(B)=5+4\neq 7$

Уопште, ако је $A=\{a,b,c,d,e,f,g\}$ и $B=\{e,f,g,h,r,s,t,u\}$
$A\cup B=\{a,b,c,d,e,f,g,h,r,s,t,u\}$ и $m(A\cap B)=\{e,f,g\}$.

$m(A)=7$, $m(B)=8$, $m(A\cap B)=$, $m(A\cup B)=12$.

$m(A)+m(B)=7+8\neq 12$.

Уочаваш, да број уније није једнак збиру бројева скупова од којих је она састављена. Зашто?

Зато што скупови A и B имају заједничке елементе, тј. пресек датих скупова није празан. Зато је:

$m(A)+m(B)=m(A\cup B)-m(A\cap B)=(7+8)-3=$
$=15-3=12$.

474. Уочавају у задацима 470, 471 и 472 да:
Број уније је тада, и само тада, једнак збиру бројева скупова, над којима је примењена унија, кад су скупови дисјунктни (када немају заједничких елемената), тј.

$m(A \cup B) = m(A) + m(B)$ кад је $A \cap B = \emptyset$.

На пример:
$A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{u, v, w\}$, па је $m(A) + m(B) = 4 + 3 = 7$,
$m(A \cup B) = m\{a, b, c, d, u, v, w\} = 7$, где је $A \cap B = \emptyset$

$m(A \cup B) = m(A) + m(B) = 4 + 3 = 7.$

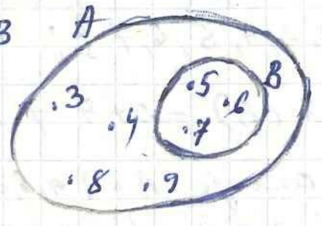
Уочите: Ако је $m(A) = a$, $m(B) = b$, онда је
$m(A \cup B) = m(A) + m(B) = a + b$.

Треба се подсетити да $4+3$ се зове означено сабирање, тј. на стање 4 треба применити оператор повећати за 3 (додати 3).
А $4+3=7$ означава да је извршено сабирање бројева 4 и 3, тј. на стање 4 примењен је оператор повећати за 3 и добивено ново стање је 7.
Треба уочити да је:

Унија операција над скуповима, а сабирање операција над бројевима.

475. Нека су дати скупови $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ и $B = \{5, 6, 7\}$. Прикажи Веновим дијаграмом скупове $A \cap B$, $A \setminus B$ и одреди $m(A)$, $m(B)$ и $m(A \setminus B)$.

$A \cap B = \{5, 6, 7\} = B$
значи $B \subset A$.



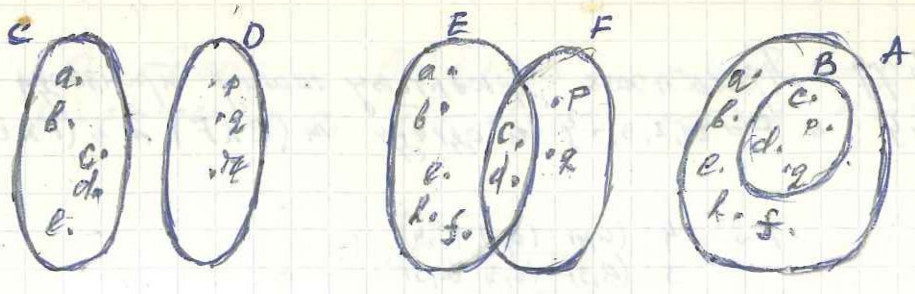
Слика 241

$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{5, 6, 7\} = B$, $B \subset A$.

$A \setminus B = \{3, 4, 8, 9\}$, $m(A) = 7$, $m(B) = 3$, $m(A \setminus B) = 4$,

$m(A) - m(B) = 7 - 3 = 4$, одакле је $m(A) - m(B) = m(A \setminus B)$.

476. На слици 242 одреди $C \setminus D$, $E \setminus F$ и $A \setminus B$.
Одреди $m(C)$, $m(E)$, $m(F)$, $m(A)$, $m(B)$



1) 2) 3)

1) $C = \{a, b, c, d, e\}$, $D = \{p, q, r\}$. $C \setminus D = \{a, b, c, d, e\} = C$

$m(C) = 5$, $m(D) = 3$, $m(C \setminus D) = 5$, $m(C) - m(D) = 5 - 3 = 2$.

Одакле следи $m(C) - m(D) = m(C \setminus D)$, кад је $C \cap D = \emptyset$

2) $E = \{a, b, c, d, e, h, f\}$, $F = \{c, d, p, q\}$, $E \setminus F = \{a, b, h, f\}$,

$m(E) = 7$, $m(F) = 4$, $m(E \setminus F) = 5$, $m(E) - m(F) = 7 - 4 = 3$, одакле следи $m(E) - m(F) \neq m(E \setminus F)$, кад $E \cap F \neq 0$ али и $F \not\subset E$.

3) $A = \{a, b, c, d, e, f, h, p, q\}$, $B = \{c, d, p, q\}$.

$A \cap B = \{c, d, p, q\} = B$, тј. $B \subset A$.

$A \setminus B = \{a, b, e, f, h\}$

$m(A) = 9$, $m(B) = 4$, $m(A \setminus B) = 5$

$m(A) \setminus m(B) = m(A \setminus B)$, кад је $B \subset A$.

Уочи:

Да разлика два скупа је скуп, само ако је $B \subset A$, онда је $m(A) - m(B) = m(A \setminus B)$ и да се разлика два броја израчунава одузимањем.

То је случај 3) овог задатка, као и претходни задатак (475).

Ако је $B \subset A$ онда је $A \setminus B$ допунски скуп скупа B у A, тј. $B \cup (A \setminus B) = A$.

Шта видиш на слици 242. 3)?

$$A \setminus (A \setminus B) = \{a, b, c, d, e, f, h, p, q\} \setminus \{a, b, e, h, f\} =$$
$$= \{c, d, p, q\} = B, \text{ тј. } A \setminus (A \setminus B) = B.$$

$$m(A \setminus (A \setminus B)) = m(A) - m(A \setminus B) = 9 - 5 = 4 = m(B).$$

Из овога следи да је одузимање обрнута (инверзна) операција сабирању.

Према томе $15 + M = 62$ означава исто и $62 - 15 = M$ и обрнуто.

477. Прикажи Декартову шему производа скупова $E=\{a,b,c\}$ и $F=\{1,2,3,4\}$ и одреди $m(E\times F)$ и $m(F\times E)$.

F~				
	4	(a,4)	(b,4)	(c,4)
	3	(a,3)	(b,3)	(c,3)
	2	(a,2)	(b,2)	(c,2)
	1	(a,1)	(b,1)	(c,1)
		a	b	c ~E

Слика 243

$E=\{a,b,c\}$ и $m(E)=3$, $F=\{1,2,3,4\}$ и $m(F)=4$.

Декартова шема: 4 реда по 3 елемента (пара) .. $3+3+3+3$.
$m(E\times F)=m\{a,b,c\}\cdot m\{1,2,3,4\}=3+3+3+3=3\cdot 4$.
Или $m(E\times F)=m(E)\cdot m(F)=3\cdot 4$.

Декартова шема: 3 ступца по 4 пара (елемената) .. $4+4+4$.

$m(F\times E)=m\{1,2,3,4\}\cdot m\{a,b,c\}=4+4+4=4\cdot 3$
Или $m(F\times E)=m(F)\cdot m(E)=4\cdot 3$.

478. Прикажи декартову шему производа скупова $A=\{a,b,c,d,e\}$ и $B=\{z,p,k\}$. Одреди $m(A\times B)$ и $m(B\times A)$.

479. На слици 236 задатка 469 приказане су Декартове шеме $A\times B$ и $B\times A$. Показано је да је $A\times B\neq B\times A$. Покажи да је $m(A\times B)=m(B\times A)$.

$A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$ и $B=\{b_1,b_2,b_3,b_4\}$, $m(A)=5$ и $m(B)=4$.

Са декартове шеме $A\times B$ је: 4 реда по 5 елемената (парова) је $5+5+5+5=5\cdot 4$.
Зато је $m(A\times B)=m\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}\cdot m\{b_1,b_2,b_3,b_4\}=5+5+5+5=5\cdot 4$
или $m(A\times B)=m(A)\cdot m(B)=5\cdot 4=5+5+5+5$.

Са декартове шеме $B\times A$ је: 5 редова по 4 елемента (пара) је $4+4+4+4+4=4\cdot 5$
Зато је $m(B\times A)=m\{b_1,b_2,b_3,b_4\}\cdot m\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}=$
$=4+4+4+4+4=4\cdot 5$.
Или $m(B\times A)=m(B)\cdot m(A)=4\cdot 5=4+4+4+4+4$.

Дакле, $m(A\times B)=m(B\times A)$
јер је $5\cdot 4=4\cdot 5$

Или као збир једнаких сабирака $5+5+5+5=4+4+4+4+4$.