

506. Покажи да комутативност и асоцијативност важни за производ од 4 фактора [1].

$$\begin{aligned}abcd &= (abc)d = d(abc) \quad [\text{комутативност}] \\ &= da(bc) \quad [\text{асоцијативност}] \\ &= da(cb) \quad [\text{комутативност}] \\ &= dasc \quad [\text{асоцијативност}] \\ &\dots\end{aligned}$$

Треба напоменути, примену комутативности и асоцијативности овоме производу се може најлакше у облику производа што на разне начине:

$$abcd = (ab)(cd) = (ac)(bd) = (ad)(bc)$$

што се лесно провери.

Примери по пример:

$$1) 8 \cdot 2 \cdot 125 \cdot 5 \quad 2) 125 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 25$$

$$\begin{aligned}1) 8 \cdot 2 \cdot 125 \cdot 5 &= 125 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 2 \quad [\text{комутативност}] \\ &= (125 \cdot 8) \cdot (5 \cdot 2) \quad [\text{асоцијативност}] \\ &= 1000 \cdot 10 \\ &= 10000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2) 125 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 25 &= 125 \cdot 8 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 7 \quad [\text{комутативност}] \\ &= (125 \cdot 8) (25 \cdot 4) \cdot 7 \quad [\text{асоцијативност}] \\ &= 1000 \cdot 100 \cdot 7 \\ &= 100000 \cdot 7 \\ &= 700000\end{aligned}$$

507. Из асоцијативности и комутативности изведи правила за множење производа бројем, броја производа и производа производа.

1)  $(5 \cdot 8) \cdot 6 = 5 \cdot (8 \cdot 6) = (5 \cdot 6) \cdot 8$  Из овога се види да се производ ланца бројем тако што се постојећи ма који фактор производа. А то важи, још више, види се из предходног задатка (506).

По пример:  $(7 \cdot 4 \cdot 11) \cdot 25 = 7 \cdot (4 \cdot 25) \cdot 11 = 7 \cdot 100 \cdot 11 = (7 \cdot 11) \cdot 100 = 77 \cdot 100 = 7700$

Значи, не треба израчунавати прво у заградаи  $308 \cdot 25 = \dots$ ; Неко производ се множе бројем тако што се на који фактор постојећи бројем та се добије резултат (број) множе се осталим факторима.

$$2) 15 \cdot (4 \cdot 5) = (15 \cdot 4) \cdot 5 = (15 \cdot 5) \cdot 4 \quad (\text{асоцијативност})$$

или још више  $a(bc) = (ab)c = (ac)b \quad (\text{асоцијативност})$ .

Значи: да се број а множе производом bc тако што се број а множе бројем b, та се добије производ множе бројем c, или тако што се а множе бројем c та се добије производ множе бројем b.



На пример:  $5 \cdot (8 \cdot 11) = (5 \cdot 8) \cdot 11 = 40 \cdot 11 = 440$   
или  $= (5 \cdot 11) \cdot 8 = 55 \cdot 8 = 440$

Ово важи за сва који производ, водећи рачуна да је сваки производ комутиван и асоцијативан, на пример:

$$8 \cdot (3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 6) = 8 \cdot (5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 6) = 8 \cdot 5 \cdot (3 \cdot 9 \cdot 6) = (8 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 9 \cdot 6)$$

3) Израчунај  $(4 \cdot 2 \cdot 7) \cdot (9 \cdot 5 \cdot 15)$

Из претходног директно следи правило ланцања два или више производа на следећи начин: Прво се најмње као један производ, а после комутиваности и асоцијативности.

$$(4 \cdot 2 \cdot 7) \cdot (9 \cdot 5 \cdot 15) = 4 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 15 = 5 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9 = \\ = (5 \cdot 2)(15 \cdot 4)(7 \cdot 9) = 10 \cdot 60 \cdot 73 = 73 \cdot 600 = 43800.$$

508. Израчунај:

1)  $(8 \cdot 12) : 4$     2)  $480 : (3 \cdot 4 \cdot 5)$ ;    3)  $(19 \cdot 15 \cdot 20) : (3 \cdot 5)$ ;

1)  $(8 \cdot 12) : 4 = (8 : 4) \cdot 12$ , јер је  $[(8 : 4) \cdot 12] \cdot 4 = [12 \cdot (8 : 4)] \cdot 4 = 12 \cdot (8 : 4) \cdot 4 = 12 \cdot 8$ .

Делење производа брзо следи из ланцања, као што је већ држећо, или:

$$(8 \cdot 12) : 4 = 8 \cdot (12 : 4), \text{ јер је } 8 \cdot (12 : 4) \cdot 4 = 8 \cdot 12.$$

Производ се дели брзо тако што се дели било који фактор (тј онај који може) па се добијени количник ланцањем осталих фактора.

$$(abc) : n = (a : n) \cdot b \cdot c = a \cdot (b : n) \cdot c = a \cdot b \cdot (c : n).$$

2)  $480 : (3 \cdot 4 \cdot 5)$

Делење производа је раније откривено (307.314). Зато обавезно поновно га расуђујемо и прошири га на производ више фактора.

$$480 : (3 \cdot 4 \cdot 5) = (480 : 3) : (4 \cdot 5) = 160 : (4 \cdot 5) = \\ = (160 : 4) : 5 = 40 : 5 = 8.$$

Још увек, делење производа брзо се не следи наизглед:

$$a : (b \cdot c \cdot d) = [(a : c) : c] : d.$$

Брзо а се дели производом  $b \cdot c \cdot d$  тако што се прво дели фактором  $b$ , па се добијени количник дели фактором  $c$ , па се новодобијени количник дели фактором  $d$ .



$$3) (9 \cdot 15 \cdot 20) : (3 \cdot 5)$$

Деветице производа производом следи из трикојног  
1) и 2), из деветице производа бројем и деветице производом,

$$(9 \cdot 15 \cdot 20) : (3 \cdot 5) = (9 : 3) \cdot (15 : 5) \cdot 20$$

$$\text{или} = 9 \cdot (15 : 3) \cdot (20 : 5)$$

$$\text{или} = (9 : 3) \cdot 15 \cdot (20 : 5)$$

$$\text{Уопште: } (abc) : pq = (a : p) \cdot (b : q) \cdot c = a \cdot (b : p) \cdot (c : q) = \\ = (a : p) \cdot b \cdot (c : q)$$

Обраћајући пажњу је сваку једнакост која се добија  
при множењу и дељењу производа (зрачу:  $50 \cdot 2$ ;  $50 : 1$ ;  $50 \cdot 2$ );  
постављајући и пишемо у оба смера (што је неопходно), на  
пример:

$$\text{Слева на десно } (15 \cdot 3 \cdot 21) : 9 = (15 : 9) \cdot 3 \cdot 21$$

$$\text{и зреште на лево } (15 \cdot 9) \cdot 3 \cdot 21 = (15 \cdot 3 \cdot 21) \cdot 9$$

Што значи: Поклоњеница ма којег датицаз производа  
једним бројем иста је што и поклоњеница (део) производа  
истим бројем.

Постављајући и пишемо у оба смера по пример:

$$\text{Слева на десно } (5 \cdot 38 \cdot 16) : 19 = 5 \cdot (38 : 19) \cdot 16$$

$$\text{и зреште на лево } 5 \cdot (38 : 19) \cdot 16 = (5 \cdot 3 \cdot 16) : 19$$

Што значи: Подељити ма којег датицаз једним бројем  
иста је што и подељити (део) производа истим бројем.

509. Изврши ментално неколико множења, по пример:

$$67 \cdot 4 ; 268 \cdot 5$$

$$67 \cdot 4 = (60 + 7) \cdot 4 = 60 \cdot 4 + 7 \cdot 4$$

Можемо ли то решити на други начин?

$$67 \cdot 4 = (70 - 3) \cdot 4 = 70 \cdot 4 - 3 \cdot 4$$

Знајући да се сваки збир и свака разлика може да стави  
најлакше у облику (316 и 317 збиром). Не израчунавајући, него само  
образложимо овај пошлупак. Још каже да је  $(60 + 7) \cdot 4 = 60 \cdot 4 + 7 \cdot 4$   
и  $(70 - 3) \cdot 4 = 70 \cdot 4 - 3 \cdot 4$ .

$$(60 + 7) \cdot 4 = (60 + 7) + (60 + 7) + (60 + 7) + (60 + 7)$$

$$= 60 + 7 + 60 + 7 + 60 + 7 + 60 + 7 \quad [\text{асоцијативност}]$$

$$= (60 + 60 + 60 + 60) + (7 + 7 + 7 + 7)$$

$$= 60 \cdot 4 + 7 \cdot 4$$

$$(70 - 3) \cdot 4 = (70 - 3) + (70 - 3) + (70 - 3) + (70 - 3)$$

$$= 70 - 3 + 70 - 3 + 70 - 3 + 70 - 3$$

$$= (70 + 70 + 70 + 70) - (3 + 3 + 3 + 3)$$

$$= 70 \cdot 4 - 3 \cdot 4$$



Дат је производ  $268.5$ .

Изврши менгално множење.

$$\begin{aligned} 268.5 &= (200+60+8) \cdot 5 = (200+60+8) + (200+60+8) + (200+60+8) + (200+60+8) \\ &+ (200+60+8) = (200+200+200+200+200) + (60+60+60+60+60) + (8+8+8+8+8) \\ &= 200.5 + 60.5 + 8.5 \end{aligned}$$

Не треба да пре себаме узгледом да понављамо што извођење више пута. Узимамо збиром од више сабирака, узимамо извођење сабирака и дисперзиривањем највише у једном облику;

$$(a+b) \cdot m = am + bm; \quad (a-b) \cdot m = am - bm;$$

$$(a+b+c) \cdot p = ap + bp + cp$$

$$(a-b+c) \cdot p = ap - bp + cp.$$

510. Знају да је сват збир, свако разлика (кад је израз) , сват из сабирака и одузимања (кад је израз израз) број, примењује се комутативност множења па је, на пример:

$$(15+23) \cdot 11 = 11 \cdot (15+23) = 11 \cdot 15 + 11 \cdot 23 = \dots$$

$$8(15-23-19+211) = 8 \cdot 15 - 8 \cdot 23 - 8 \cdot 19 + 8 \cdot 211 = \dots$$

$$\text{Уопште: } k(a-b-c+d) = ka - kb - kc + kd.$$

511. На основу дисперзиривања и асоцијативности израчунај, на пример:

$$(9a - 7b + 10c) \cdot 5$$

$$\begin{aligned} (9a - 7b + 10c) \cdot 5 &= 9a \cdot 5 - 7b \cdot 5 + 10c \cdot 5 \quad [\text{дисперзиривање}] \\ &= (9 \cdot 5)a - (7 \cdot 5)b + (10 \cdot 5)c \quad [\text{асоцијативност}] \\ &= 45a - 35b + 50c. \end{aligned}$$

512. 1) Израчунај  $650 - 700 + 500$  користећи обрнуту дистрибутивност.

$$\begin{aligned} 650 - 700 + 500 &= 65 \cdot 10 - 70 \cdot 10 + 50 \cdot 10 \\ &= (65 - 70 + 50) \cdot 10 \\ &= (13.5 - 14.5 + 10.5) \cdot 10 \\ &= (13 - 14 + 10)(10.5) \\ &= 9 \cdot (10.5) = 45 \cdot 10 = 450. \end{aligned}$$

$$2) \text{ Израчунај: } 319 \cdot 400 - 500 \cdot 319 + 319 \cdot 51 + 49 \cdot 319$$

$$\begin{aligned} 319 \cdot 400 - 500 \cdot 319 + 319 \cdot 51 + 49 \cdot 319 &= 319(400 - 500 + 51 + 49) \\ &= 319(400 - 500 + 100) \\ &= 319 \cdot 0 = 0. \end{aligned}$$



513. Множење и дељење производа образложе и на основу дисекундарности:

$$1) (5 \cdot 9) \cdot 4 \quad 2) 15 \cdot (3 \cdot 9 \cdot 4) \quad 3) (9 \cdot 4) : 3 \quad 4) (9 \cdot 12 \cdot 5) : 3$$

$$\begin{aligned} 1) (5 \cdot 9) \cdot 4 &= 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 \\ &= 5 \cdot (9 + 9 + 9 + 9) \\ &= 5 \cdot (9 \cdot 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{или } (5 \cdot 9) \cdot 4 &= 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9 \\ &= (5 + 5 + 5 + 5) \cdot 9 \\ &= (5 \cdot 4) \cdot 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) 15 \cdot (3 \cdot 9 \cdot 4) &= (3 \cdot 9 \cdot 4) \cdot 15 \quad [\text{коммутативност}] \\ &= \underbrace{3 \cdot 9 \cdot 4 + 3 \cdot 9 \cdot 4 + \dots + 3 \cdot 9 \cdot 4}_{15 \text{ сабирака } 3 \cdot 9 \cdot 4} \\ &= (3 \cdot 9) (4 + 4 + \dots + 4) \\ &= (3 \cdot 9) (4 \cdot 15) \\ &= (3 \cdot 9) \cdot (4 \cdot 15) \end{aligned}$$

Уопш важену разлику: Производ се множи бројем тако што се један, и само један гитилаз множи бројем. Збир се множи бројем тако што се сваки сабирак множи бројем.

$$\begin{aligned} 3) (9 \cdot 4) : 3 &= (9 + 9 + 9 + 9) : 3 \\ &= 9 : 3 + 9 : 3 + 9 : 3 + 9 : 3 \\ &= (9 : 3) \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) (9 \cdot 15 \cdot 5) : 3 &= (15 \cdot (9 \cdot 5)) : 3 \\ &= \underbrace{(15 + 15 + \dots + 15)}_{9 \cdot 5 \text{ сабирака } 15} : 3 \\ &= \underbrace{(15 : 3 + 15 : 3 + \dots + 15 : 3)}_{(9 \cdot 5) \text{ сабирака } 15 : 3} \\ &= (15 : 3) \cdot (9 \cdot 5) \end{aligned}$$

И овде уопш важену разлику: Производ се дели бројем тако што се један, и само један гитилаз дели бројем. Збир се дели бројем тако што се сваки сабирак дели бројем. Разлика се дели бројем тако што се и умањеник и умањилац поделе бројем  $(a \cdot b) : m = a : m \cdot b$ ;