246. Деда Живорад је купио саднице: крушку, трешњу и вишњу (по једну садницу сваке врсте). Ископао је 5 рупа и нумерисао их цифрама 1, 2, 3, 4, 5 (т. код сваке рупе ставио је таблу са једном цифром).

На колико начина може он посадити споменуте саднице у ископане рупе.

Покушај прво ментално (усмено) да помножиш дате скупове, а затим направи шему производа скупа садница (к, т, v) и скуп цифара $\{1,2,3,4,5\}$.

Број могућности се израчунава док сађење још није почело. Тада постоје 5 могућности да се крушка посади, тј. 5 пута (рупа) по 1, али ако је деда Живорад посади у рупу означену цифром 4, онда је не може посадити ни у једну другу рупу.

Зато се број могућности одређује док сађење није почело, има 5 рупа по 3: крушка се може посадити у сваку од 5 рупа, трешња и вишња такође.

Значи, број могућности је: крушка 5, трешња 5 ... 10, и вишња 5 ... 15.

Обрати пажњу да се у овом примеру најбоље види разлика између реалног и појмовног света, а ти мораш да се подигнеш у појмовни свет.

Шема производа скупа садница $\{k,t,v\}$ и скупа цифара $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ је:

		РУПЕ				
		1	2	3	4	5
САДНИЦЕ	k	(k,1)	(k,2)	(k,3)	(k,4)	(k,5)
	t	(t,1)	(t,2)	(t,3)	(t,4)	(t,5)
	v	(v,1)	(v,2)	(v,3)	(v,4)	(v,5)

СЛИКА 125

На основу шеме сл. 125 производ два скупа записујем овако:

$$\{k,t,v\} \times \{1,2,3,4,5\} = \{ (k,1), (t,1), (v,1), (k,2), (t,2), (v,2), (k,3), (t,3), (v,3), (k,4), (t,4), (v,4), (k,5), (t,5), (v,5) \}$$

Постоје 3 могућности (начина) да се саднице засаде у рупу означену цифром 1, 3 могућности у рупу означену цифром 2, ..., 3 могућности у рупу означену цифром 5.

Зато је број могућности:

$B(k,t,v) \cdot B(1,2,3,4,5) = 3+3+3+3+3 = 15$

Или што је исто $3 \cdot 5 = 3+3+3+3+3 = 15$

Овим производом два скупа елементи добијеног скупа су распоређени у редове и ступце.

а) 5 редова по 3 елемента $3+3+3+3+3 = 3 \cdot 5$ (5 пута 3)

б) 3 ступца по 5 елемената $5+5+5 = 5 \cdot 3$ (3 пута 5)

Производ се може записати и овако:

$$\{1,2,3,4,5\} \times \{k,t,v\} = \{(1,k),(2,k),(3,k),(4,k),(5,k)$$
$$(1,t),(2,t),(3,t),(4,t),(5,t)$$
$$(1,v),(2,v),(3,v),(4,v),(5,v)\}$$

Постоје 5 могућности (рупа) у којима се на пример крушка може да засади, 5 могућности за трешњу и 5 могућности за вишњу.

У овом случају број могућности је:

$B\{1,2,3,4,5\} \cdot B\{k,t,v\} = 5+5+5 = 15$

Или што је исто $5 \cdot 3 = 5+5+5 = 15$

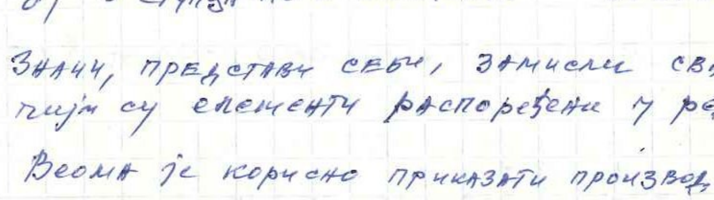
И овим производом два скупа елементи добијеног скупа су распоређени у редове и ступце.

а) 3 реда по 5 елемената $5+5+5 = 5 \cdot 3$ (3 пута 5)

б) 5 ступца по 3 елемента $3+3+3+3+3 = 3 \cdot 5$ (5 пута 3)

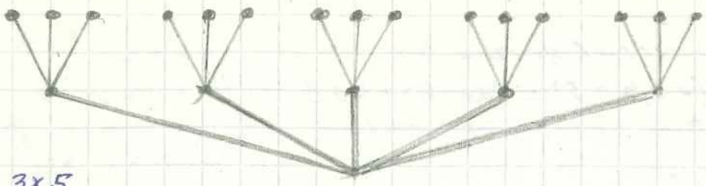
Значи, представи себи, замисли сваки производ два броја као скуп чији су елементи распоређени у редове и ступце.

Веома је корисно приказати производ у облику стабла (дрва); на пример, стабло производа (овог задатка) 5×3 изгледа



5×3

1)



или 3x5

2)

СЛИКА 126

Замисли „дебеле" гране као редове, а танке као ступце на слици 1). А на слици 2) „дебеле" гране као ступце, а „танке" као редове.

247. Мирјана има 3 мачета: бело, сиво и шарено. На колико начина им може завезати: плаву, црвену, зелену и жуту машну.

Запиши множење, или означени производ скупа мачића и скупа машни.

$\{b, s, š\} \times \{p, c, z, ž\}$

Из колико елемената тј. парова се тај скуп-производ састоји? Запиши множење одговарајућих бројева.

$B(b, s, š) \cdot B\{p, c, z, ž\} = 3+3+3+3 = 12$

то јест

$3 \cdot 4 = 3+3+3+3 = 12$

Шта је $3 \cdot 4$? Прочитај.

$3 \cdot 4$ је означени производ бројева 3 и 4 и читам: 4 пута 3.

Напиши извршени, израчунати производ и прочитај.

$3 \cdot 4 = 12$, читам: 4 пута 3 је 12.

248. На столу су четири тањира, у свакоме 7 ратлука. Прикажи поступке и начине који су примењивани у претходним примерима.

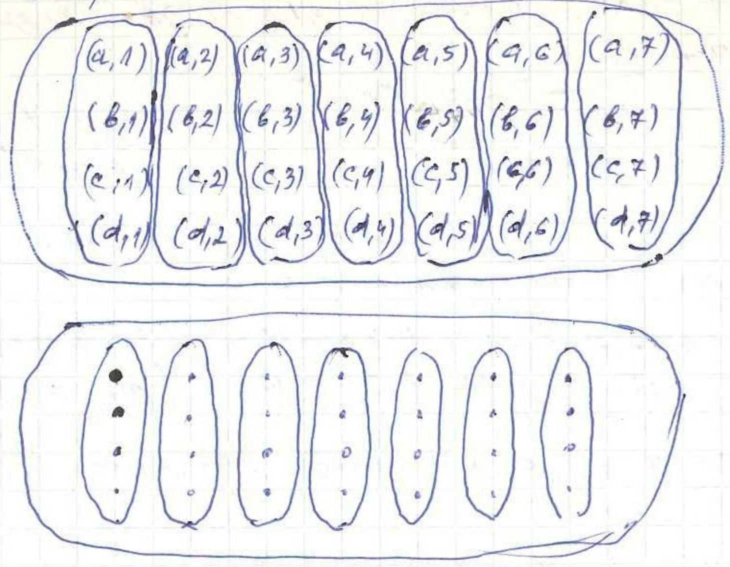
Нека је $\{a, b, c, d\}$ скуп тањира, скуп ратлука $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Правим шему.

		РАТЛУЦИ						
		1	2	3	4	5	6	7
ТАЊИРИ	a	(a,1)	(a,2)	(a,3)	(a,4)	(a,5)	(a,6)	(a,7)
	b	(b,1)	(b,2)	(b,3)	(b,4)	(b,5)	(b,6)	(b,7)
	c	(c,1)	(c,2)	(c,3)	(c,4)	(c,5)	(c,6)	(c,7)
	d	(d,1)	(d,2)	(d,3)	(d,4)	(d,5)	(d,6)	(d,7)

СЛИКА 127

Тиме добијам производ скупа тањира и скупа ратлука и добијам скуп уређених парова.

Ако их прикажем овако:

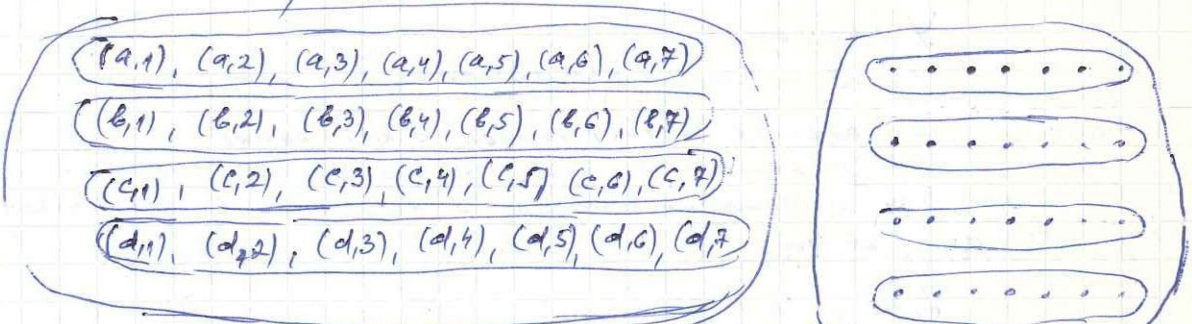


СЛИКА 128

Добијам $4+4+4+4+4+4+4 = 4 \cdot 7$

Видим да су сабирци „исте врсте", тј. бројеви скупова који чине унију $(4+4+\ldots 4)$. Сабирак 4 је множеник, а 7 множилац није број скупа, него број еквипотентних скупова.

Ако их прикажем овако:



СЛИКА 129

Добијам $7+7+7+7 = 7 \cdot 4$

Сада су сабирци „исте врсте", тј. бројеви скупова који чине унију $(7+7+\ldots+7)$. Сабирак 7 је множеник, а 4 је множилац и није број скупа, него број еквипотентних скупова.

Зато је производ скупова $\{a,b,c,d\} \times \{1,2,3,4,5,6,7\}$ записан као множење одговарајућих бројева $B\{a,b,c,d\} \cdot B\{1,2,3,4,5,6,7\} = 4+4+4+4+4+4+4 = 28$. Или што је исто,

$4 \cdot 7 = 4+4+4+4+4+4+4 = 28$

$4 \cdot 7 = 28$ извршени производ, израчунати производ, казује да је број 4 помножен бројем 7, а чита се кратко: 7 множи 4.

Скуп од 4 елемента (ступац из шеме сл. 127 приказана на сл. 128) је множеник, а множилац 7 није број скупа, него број еквипотентних скупова од 4 елемента (производ ступаца и редова).

Према томе, множење два броја своди се на сабирање једнаких сабирака:

$$4\cdot 7 = \underbrace{4+4+4+4+4+4+4}_{7\text{ сабирака}}\ ,\quad 7\cdot 4 = \underbrace{7+7+7+7}_{4\text{ сабирка}}$$

Овај задатак ти пружа прилику да схватиш (могиш), да треба напустити записивања као што су:

$7r\cdot 4 = 28r$, или $4\cdot 7r = 28r$ (r-ратлук)
$3m\cdot 5 = 15m$, или $5\cdot 3m = 15m$ (m-метар)

Јер знак „=" се пише само између два имена, два записивања истог броја.

$7r\cdot 4 = 7r+7r+7r+7r = 28r$
$4r\cdot 7 = 4r+4r+4r+4r+4r+4r+4r = 28r$

У овој конкретној ситуацији множеник 7r и производ 28r су истоимени бројеви, а множилац је неименовани број (број тањира, тј. сабирака). То је реална ситуација из текста овог задатка.

У другом случају множеник 4r и производ 28r су истоимени бројеви, а множилац неименовани број 7 (број тањира, тј. сабирака). Ситуација није реална јер није било 7 тањира.

У случају
$3m\cdot 5 = 3m+3m+3m+3m+3m$,

На пример „за свако од 5 одела треба 3m тканине"

ово је реална ситуација, и овде су множеник 3m и производ 15m истоимени бројеви, а множилац 5 неименовани број (број одела, тј. сабирака).

Док у случају
$5m\cdot 3 = 5m+5m+5m = 15m$ (за свако од 3 одела треба 5m, што није реална ситуација).

Ово је у наставу пренето из обичног живота.

Правилно је математичким језиком записати:

Укупан број ратлука је: $7\cdot 4 = 28$.

Исто тако, не 7 ратлука x 4 тањира = 28 тањира.

Укупно тканине у m: $3\cdot 5 = 28$.

Исто тако, НЕ 3m x 5 одела = 35m тканине.

У свим задацима које поставља живот множеник и производ су истоимени бројеви, а множилац се увек сматра неименованим бројем. У теорији сва три броја су неименована. Зато треба напустити термине („појмове") множеник и множилац, јер је то у интересу правилног и успешног изграђивања појма производ.

249. Купио си 6 свезака свака стаје 4 динара. Рачунај!

250. Прикажи у облику збира сваки производ:

$5 \cdot 3$; $3 \cdot 8$; $4 \cdot 7$; $9 \cdot 5$; $8 \cdot 12$;

$$5 \cdot 3 = 5+5+5$$
$$3 \cdot 8 = 3+3+3+3+3+3+3+3 .$$

251. Прикажи у облику производа збир:

$3+3+3+3$; $7+7+7+7+7$; $8+8+8$; $9+9+9+9+9+9+9$; $13+13+13+13+13$; ...

$$3+3+3+3 = 3 \cdot 4$$
$$7+7+7+7+7 = 7 \cdot 5$$

252. Да ли је тачно: $5+5+5 = 3+3+3+3+3$? Нађите више таквих једнакости.

$$5+5+5 = 3+3+3+3+3$$
$$5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$$

Ово могу да покажем и овако:

Слика 130

Показујем (сл. 130) да је једнакост $5+5+5 = 3+3+3+3+3$ тачна.

Значи производ бројева 5 и 3 је скуп чији су елементи распоређени у 3 реда и 5 ступаца.

а) 3 реда по 5 елемената $5 \cdot 3$

б) 5 ступаца по 3 елемента $3 \cdot 5$

Према томе, можеш себи представити, замислити сваки производ два броја као скуп чији су елементи распоређени у редове и ступце.