Особине скупа мултиплума датог броја

813. Нека су mb и m_1b ма која два мултиплума броја b. Да ли су $mb + m_1b$ и $m_1b - mb$ $(m < m_1)$ мултиплуми броја b?

Знаш да је скуп мултиплума сваког природног броја неограничен, бесконачан (неограничен, бесконачни низ).

На пример: мултиплуми броја b су $b, 2b, 3b, \ldots$, за $b = 8$, мултиплуми су $8, 2\cdot 8, 3\cdot 8, \ldots$;

Покушај да образложиш и одговориш на питање у задатку, узимајући мултиплуме $9b$ и $7b$.

$9в+7в=(9+7)в=16в$ је мултипликум броја в.

$9в-7в=(9-7)в=2в$ је мултипликум броја в. јер је $9-7$ природан број, зато што је $7<9$.

Значи, $mв+m_1в=(m+m_1)в$ је мултипликум јер је $m+m_1$ природни број.

$m_1в-mв=(m_1-m)в$ је мултипликум броја в, јер је m_1-m $(m<m_1)$ природни број.

На пример: $150в \pm 94в$ је мултипликум броја в, $150в \pm 94в=(150 \pm 94)в$ јер су $150+94$ и $150-94$ природни бројеви.

Али $94в-150в=(94-150)в$ није мултипликум броја в, јер $94-150$ није природни број.

Да ли је $7в+3в-8в$ мултипликум броја в и зашто? Да ли је $7в-3в-8в$ мултипликум броја в и зашто?

$7в+3в-8в=(7+3-8)в=2в$ је мултипликум броја в јер је $7+3-8=2$ природни број.

$7в-3в-8в=(7-3-8)в$, није јер $7-3-8$ није природни број.

Да ли је $mв+5в-8в-mв$ мултипликум броја в?

$mв+5в-8в-mв=(m+5-8+m)в$ је мултипликум броја в ако је $m+5-8-m$ природни број.

Да ли је аритметички полином $15-5+150-45$ мултипликум броја в. Одреди број в.

$15-5+150-45=3\cdot5-1\cdot5+30\cdot5-9\cdot5=(3-1+30-9)\cdot5=23\cdot5$ то је мултипликум броја 5.

Да ли је $15-5+150-41$ мултипликум броја 5? Није јер 41 није мултипликум броја 5.

Ако је сваки сабирак збира, или сваки члан полинома, мултипликум једног броја, онда је и тај збир, односно тај полином мултипликум тога броја.

Да ли је $28+15+23$ мултипликум броја 7 и зашто? Да ли је $28-15+29$ мултипликум броја 7 и зашто?

Збир $28+15+23$ није мултипликум броја 7 јер два сабирка нису мултипликуми броја 7, а ни њихов збир $15+23=38$ није мултипликум броја 7.

Али је зато аритметички полином $21-15+29$ је мултиплум, јер је збир два немултиплума $-15+29=14$ мултиплум броја 7.

Значи, ако су два сабирка (члана) у збиру (полиному) немултиплуми не може се ништа унапред тврдити.

Обрати пажњу на теорему која тврди:

Збир (полином) је сигурно мултиплум ако је сваки сабирак (члан) мултиплум.

Збир (полином) сигурно није мултиплум, ако само један члан није мултиплум.

Кад је више сабирака (чланова) немултиплум, не може се ништа унапред рећи. Зато, сваки такав случај треба посебно испитати.

Састави више примера: и мултиплума и немултиплума одређених бројева.

814. Кад је производ мултиплум датог броја?

Мултиплум датог броја је производ датог броја и неког другог броја.

На пример: бројеви $в, 2в, 3в, \ldots,$ су мултиплуми броја $в$. Мултиплуми броја $с$ су на пример $3с, 5с \ldots$;

Према томе: $3 \cdot 7 \cdot 2$ је мултиплум броја 3, броја 7, броја 2.

Производ $30 \cdot 13 \cdot 17 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$ је мултиплум броја 2, 3, 5, 13, 17.

Да ли је $12 \cdot 11 \cdot 14$ мултиплум броја 8 и зашто?

Иако ниједан чинилац није мултиплум броја 8, производ јесте, јер се може написати овако:

$12 \cdot 11 \cdot 14 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 7 = 3 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 7$.

Мултиплум којих бројева је производ $49 \cdot 17$?

$49 \cdot 17 = 7 \cdot 7 \cdot 17 = 7^2 \cdot 17$ је мултиплум бројева $7, 7^2, 17$.

$a^2 \cdot в = a \cdot a \cdot в$ је мултиплум бројева $a, a^2, в$.

Мултиплум којих бројева је производ $64 \cdot 23$?

Мултиплум којих бројева је производ $a^3 в^5$?

Дељивост и критеријуми дељивости

815. Сваки збир и свака разлика мултиплума јесте један мултиплум тог броја. Сваки производ једног мултиплума (датог броја) и било којег природног броја је такође мултиплум датог броја. У специјалном случају и $0 = b \cdot 0$ и $b = b \cdot 1$ су мултиплуми броја b. [1]

Мултиплуми датог природног броја b су природни бројеви $b, 2b, 3b, \ldots$, који чине подскуп скупа природних бројева N.

На пример: за $b = 8$, скуп је $\{0\cdot 8, 1\cdot 8, 2\cdot 8, 3\cdot 8, 4\cdot 8, \ldots\} =$ $= \{0, 8, 16, 32, \ldots\} \subset N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$

Нека је a природан број, он је мултиплум броја 8 или није мултиплум броја 8. Значи, природни број a је елемент скупа мултиплума броја 8 или није елемент скупа мултиплума броја 8.

Било који природни број a је мултиплум броја b (садржалац броја b) или није мултиплум броја b.

Како се препознаје да ли је a мултиплум броја b или није?

Најсигурнији начин је делити број a бројем b, па ако је остатак тог дељења 0, број a је мултиплум броја b, а ако је остатак (r), неки број $0 < r < b$, онда број a није мултиплум броја b.

На пример 24 је мултиплум броја 8, јер је $24 = 3\cdot 8$, 29 није мултиплум броја 8, јер је $29 = 3\cdot 8 + 5$, $0 < 5 < 8$.

Чињеница да је a мултиплум броја b изражава се и речима: број b је делилац броја a.

816. Нула је мултиплум сваког броја, али није делилац ниједног броја.

Број 1 је делилац сваког броја. Образложи.

Већ је речено у претходном задатку да је 0 мултиплум броја b, јер $0 = b\cdot 0$, али и сваког природног броја a (види задатак 500).

Нула није делилац ниједног броја (зад. 501).

Нека је n природни број и $n : 0 = b$, где је $b \in N$, али не постоји такав број b, јер је $0 \cdot b = 0$, а не број n.

У задатку 502 је показано да ма који број а помножен бројем 1 остаје непромењен тј. $a \cdot 1 = a$.

Делилац 1 не мења дељеник $a : 1 = a$, јер је $a \cdot 1 = a$.

817. Кад је број дељив бројем 10, бројем 100?

Подсетимо се ако је 10 један од два броја који се множе, производ се добива тако што се том другом броју допише 0, без обзира која је основа бројања (зад 401).

На пример: $13 \cdot 10 = 130$;

Значи да је $130 = 13 \cdot 10$ мултипликум броја 10, или што је исто да је 10 делилац броја 130.

Према томе, 130 је дељив бројем 10 јер је $130 : 10 = (13 \cdot 10) : 10 = 13 \cdot (10 : 10) = 13 \cdot 1 = 13$ (дељивост производа задатак 315).

Број а је дељив бројем 10 ако је мултипликум броја 10, или што је исто да је 10 делилац броја а ($a = b \cdot 10$).

Ако је број дељив бројем 10, он је дељив бројевима 2 и 5. Зашто? Како можемо познати да је број написан у декадном систему бројања, мултипликум броја 2, или што је исто, да ли је 2 делилац тог броја? [1]

Ако запишем у декадном систему бројања следеће бројеве: 10_6; 10_7; 10_8; 10_{10} добијам:

$$10_6 = 6 \cdot 1 + 0 = 6 + 0 = 6_{10} \qquad 10_6 = 6_{10}, \quad 6 = 2 \cdot 3$$
$$10_7 = 7 \cdot 1 + 0 = 7 + 0 = 7_{10} \qquad 10_7 = 7_{10}, \quad 7 = 1 \cdot 7$$
$$10_8 = 8 \cdot 1 + 0 = 8 + 0 = 8_{10} \qquad 10_8 = 8_{10}, \quad 8 = 2 \cdot 4$$
$$10_{10} = 10 \cdot 1 + 0 = 10 + 0 = 10_{10} \qquad 10_{10} = 10_{10}, \quad 10 = 2 \cdot 5$$

И закључујем да је 10 написан у декадном систему јер је тада дељив бројевима 2 и 5. (задатак 361).

Природни број, написан у декадном систему бројања, дељив је бројем 10 ако је последња његова цифра 0.

Истим поступком се долази до закључка:

Природни број, написан у декадном систему бројања, дељив је бројем 100 ако су последње две његове цифре 00.

Напомена: ово важи за сваки природни број написан у ма ком систему бројања. (задаци 400, 401).