830. Колико класа се добија у случају делиоца 3? Запиши класе.

Одређујем класе остатака при дељењу ма ког природног броја бројем 3. Како су остаци дељења бројем 3 0, 1, 2 добијам три класе:
$\overline{0}$ (класа 3) $\overline{1}$ (кл. 3), $\overline{2}$ (кл. 3).
Бројеви прве класе су облика $3n$, друге класе $3n+1$ и треће облика $3n+2$.

831. Напиши класе у случају делиоца 4 и запиши општи облик сваке класе.

832. Колико класа одређује ма који природни број? Наведи најмање три броја.

На пример: број 15 одређује 15 класа, број 101 одређује 101 класу, број 121 одређује 121 класу.

833. Колико класа одређује сваки природни број скупа N?

Сваки природни број $n$ одређује $n$ класа скупа N:

$\overline{0}$ (кл $n$), $\overline{1}$ (кл $n$), $\overline{2}$ (кл $n$), ..., $\overline{n-1}$ (кл $n$).

Уочи да се сваки број класе $\overline{0}$ обележава истим знаком: $\overline{0}$ (кл 2), $\overline{0}$ (кл 3), ..., $\overline{0}$ (кл $n$)
Сваки број класе $\overline{1}$ обележава се: $\overline{1}$ (кл 2), $\overline{1}$ (кл 3), ..., $\overline{1}$ (кл $n$).
Свака класа садржи неограничено много бројева. Ма које две класе су дисјунктне (тј. њихов пресек је празан скуп). Унија свих класа је скуп N.

Такво раставлање скупа N, класирање природних бројева зове се партиција скупа N.

834. Напиши првих неколико елемената сваке класе у случају делиоца 6:

$\overline{0}$ (кл 6): 0, 6, 12, 18, 24, ...
$\overline{1}$ (кл 6): 1, 7, 13, 19, 25, ...
$\overline{2}$ (кл 6): 2, 8, 14, 20, 26, ...
$\overline{3}$ (кл 6): 3, 9, 15, 21, 27, ...
$\overline{4}$ (кл 6): 4, 10, 16, 22, 28, ...
$\overline{5}$ (кл 6): 5, 11, 17, 23, 29, ...

Обрати пажњу да се класе лако добијају свака за себе:

$\overline{0}$ : 0 (0+6=) 6, (6+6=) 12, (12+6=) 18, ...
$\overline{1}$ : 1 (1+6=) 7, (7+6) 13, (13+6=) 19, ...
$\overline{2}$ : 2 (2+6=) 8, (8+6) 14, (14+6=) 20, ...
. . . .

Или једна из друге:

$$
\begin{array}{lcccc}
\overline{0}: & 0, & 6, & 12, & 18, \ldots \\
 & \downarrow{+1} & \downarrow{+1} & \downarrow{+1} & \downarrow{+1} \\
\overline{1} & 1, & 7, & 13, & 19, \ldots \\
 & \downarrow{+1} & \downarrow{+1} & \downarrow{+1} & \downarrow{+1} \\
\overline{2} & 2, & 8, & 14, & 20, \ldots
\end{array}
$$

. . . .

835. Напиши првих неколико елемената сваке класе у случају делиоца 2 и називе тих класа.

836. Испитај збир и производ два природна броја у свим могућим случајевима. Изведи и напиши закључке.

Природни бројеви могу бити парни и непарни (претходни задатак 835). Зато је:

1. Збир два парна броја (4+6=10, 132+532=664, ...) је паран број;
Збир парног и непарног броја (4+7=11, 132+531=663, ...) је непаран број;
Збир непарног и парног броја (7+8=15, 123+236=359) је непаран број;
Збир непарног и непарног броја (7+9=16, 123+235=358) је паран број.

556

Напиши то краће.

ПАРАН + ПАРАН = ПАРАН или још краће: $p+p=p$
ПАРАН + НЕПАРАН = НЕПАРАН $p+m=m$
НЕПАРАН + ПАРАН = НЕПАРАН $m+p=m$
НЕПАРАН + НЕПАРАН = ПАРАН $m+m=p$

Где је $p$ – паран број, а $m$ – непаран број.

Збир је ПАРАН ако су сабирци елементи истог подскупа, а НЕПАРАН ако сабирци нису елементи истог подскупа.

2) Производ два ПАРНА броја ($4\cdot6=24$, $136\cdot8=1088$,) ЈЕ ПАРАН број.

Производ парног и непарног броја ($4\cdot7=28$, $136\cdot9=1244$, ...) ЈЕ паран број.

Производ НЕПАРНОГ и парног броја ($17\cdot8=136$, $317\cdot13=4121$, ...) ЈЕ паран број.

Производ непарног и непарног броја ($19\cdot7=133$, $573\cdot15=8595$, ...) ЈЕ непаран број.

Напиши то краће.

ПАРАН · ПАРАН = ПАРАН или још краће: $p\cdot p=p$
ПАРАН · НЕПАРАН = ПАРАН $p\cdot m=p$
НЕПАРАН · ПАРАН = ПАРАН $m\cdot p=p$
НЕПАРАН · НЕПАРАН = НЕПАРАН $m\cdot m=m$

Производ је паран кад је макар један чинилац паран.

837. Означи парни број са 0, а непарни број са 1 и прикажи оно што је најкраће записано под 1) и 2) из претходног задатка

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1) | $p+p=p$ | $0+0=0$ | 2) | $p\cdot p=p$ | $0\cdot0=0$ |
| | $p+m=m$ | $0+1=1$ | | $p\cdot m=p$ | $0\cdot1=0$ |
| | $m+p=m$ | $1+0=1$ | | $m\cdot p=p$ | $1\cdot0=0$ |
| | $m+m=p$ | $1+1=0$ | | $m\cdot m=m$ | $1\cdot1=1$ |

Парни број при сабирању (као оператор) не мења стање. НЕ ТРЕБА ДА ТЕ ЗБУЊУЈЕ $1+1=0$, јер је парни број означен са 0. (Значи није грешка.)

Непарни број при множењу (као оператор) не мења стање.

Значи да аритметика парних и непарних бројева има структуру као аритметика бројева нула и један.

838. Покажи и потврди закључке (задаци 836 и 837) с тим да за паран број узмеш општи облик $2m$, а за непаран број $2n+1$.

1) $2m+2n=2(m+n)$ је паран број;
$2m+(2n+1)=2m+2n+1=2(m+n)+1$ је непаран број;
$(2m+1)+2n=2m+1+2n=2(m+n)+1$ је непаран број;
$(2m+1)+(2n+1)=2m+1+2n+1=2m+2n+2=2(m+n+1)$ је паран број.

2) $2m\cdot 2n=2\cdot 2\cdot m\cdot n=2(2mn)$ је паран број
$2m\cdot(2n+1)=4mn+2m=2(2mn+m)$ је паран број
$(2m+1)\cdot 2n=4mn+2n=2(2mn+n)$ је паран број
$(2m+1)\cdot(2n+1)=4mn+2n+2m+1=2(2mn+n+m)+1$ је непаран број.

Примери су дати у задатку 836.

У задацима 836, 837 и 838 је испитиван збир и производ два природна броја, а не одузимање и дељење. Зашто?

839. Провери и образложи једнакости где сваки симбол означава број ~~број~~ одговарајуће класе, кад је делилац 2. Затим састави таблицу сабирања и таблицу множења класа $\overline{0}$ и $\overline{1}$ (кад је делилац 2) [1]

1) $\overline{0}+\overline{0}=\overline{0}$; $\overline{0}+\overline{1}=\overline{1}$; $\overline{1}+\overline{0}=\overline{1}$; $\overline{1}+\overline{1}=\overline{0}$.

2) $\overline{0}\cdot\overline{0}=\overline{0}$; $\overline{0}\cdot\overline{1}=\overline{0}$; $\overline{1}\cdot\overline{0}=\overline{0}$; $\overline{1}\cdot\overline{1}=\overline{1}$.

На пример: 1) $12+6=18$; $8+17=25$; $13+6=19$; $17+9=26$.

2) $12\cdot 6=72$; $12\cdot 7=84$; $13\cdot 8=104$; $17\cdot 9=133$.

Таблица сабирања и таблица множења класа $\overline{0}$ и $\overline{1}$.

| $+$ | $\overline{0}$ | $\overline{1}$ |
|---|---|---|
| $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{1}$ |
| $\overline{1}$ | $\overline{1}$ | $\overline{0}$ |

1)

| $\cdot$ | $\overline{0}$ | $\overline{1}$ |
|---|---|---|
| $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{0}$ |
| $\overline{1}$ | $\overline{0}$ | $\overline{1}$ |

2)

Слика 521

840. Састави таблицу сабирања и таблицу множења класа $\overline{0}, \overline{1}$ и $\overline{2}$ (делилац 3).

841. Напиши класу $\overline{0}$ (кад је делилац 5).

$\overline{0}$ (кл 5) : $0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, \ldots, 5n, \ldots$

$a = 25$, $b = 15$, $a+b = 25+15 = 40 \in \overline{0}$ (кл 5)
$a-b = 25-15 = 10 \in \overline{0}$ (кл 5), $25 > 15$.
али $b-a = 15-25 \notin \overline{0}$ (кл 5), $15 < 25$

Зато се може писати и уопште:

1) $\left[\begin{array}{l} a \in \overline{0} \text{ (нпр. кл 5)} \\ b \in \overline{0} \text{ (нпр кл 5)} \end{array}\right] \Longrightarrow (a \pm b) \in \overline{0}$ (кл 5), $a \geq b$.

2) $\boxed{k \in N}$ $\xrightarrow{\text{дефиниција}}$ $\boxed{ak \text{ је мулт броја } a}$

$\boxed{a \in \overline{0} \text{ (кл 5)}}$ $\xrightarrow{\text{дефиниција}}$ $\boxed{a \text{ је мулт броја 5}}$

$\xrightarrow{\text{транзитивност релације „је мултиплум"}}$ $\boxed{ak \text{ је мулт броја 5}}$ $\xrightarrow{\text{дефиниција класе}}$ $\boxed{ak \in \overline{0} \text{ (кл 5)}}$

3) $\boxed{a \in \overline{p} \text{ (кл 5)}} \Rightarrow \boxed{a-p \in \overline{0} \text{ (кл 5)}}$

$\boxed{b \in \overline{p} \text{ (кл 5)}} \Rightarrow \boxed{b-p \in \overline{0} \text{ (кл 5)}}$

$a > b$ $\xrightarrow{\text{еквив 5) зад 778.}}$ $\boxed{a-p > b-p}$

случај 1)

$\boxed{(a-p)-(b-p) \in \overline{0} \text{ (кл 5)}}$

ЈЕДНАКЕ РАЗЛИКЕ

$\boxed{(a-b) \in \overline{0} \text{ (кл 5)}}$

Дакле: Ако два броја припадају истој класи, њихова разлика припада класи $\overline{0}$. [1]

На пример:

Нека је дата класа $\bar{2}$ (кл. по делењу 5).

$\bar{2}$ (кл 5) : $2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, \ldots, 5n+2, \ldots$

$27 \in \bar{2}$ (кл 5) , $17 \in \bar{2}$ (кл 5)

$27-2 \in \bar{0}$ (кл 5) $17-2 \in \bar{2}$ (кл 5) , $27-2 > 17-2$

$(27-2)-(17-2) \in$ (кл 5)

$27-17 \in \bar{0}$ (кл 5)

Значи: разлика $27-17$ припада класи $\bar{0}$.