1297. Реши систем неједначина, на пример:

$$\begin{cases} 3x + \frac{2}{3} < 2 - x & (1') \\ \frac{5x-1}{3} > x - 1 & (1'') \end{cases}$$

Добијам систем еквивалентан датом систему (примењујем еквиваленцију $a < b \Longleftrightarrow ac < bc,\ c > 0$ и $a > b \Longleftrightarrow ac > bc,\ c > 0$)

$$\begin{cases} 9x + 2 < 6 - 3x \\ 5x - 1 > 3x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x < 4 \\ 2x > -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ x > -1 \end{cases}$$

Слика 647

Значи, неједначина (1') задовољена за све бројеве мање од $\frac{1}{3}$, а (1") за све бројеве веће од −1, па систем задовољавају бројеви између −1 и $\frac{1}{3}$, тј.

$$-1 < x < \frac{1}{3}.$$

1298. Одреди интервал бројева који задовољавају систем неједначина (обе неједначине).

1) $\begin{cases} 2x+1 > x-\frac{3}{2} \\ 2x-1 < 1-3x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2 > 4x+0,2 \\ 3(x+2) < (4x-7):2 \end{cases}$ 3) $\begin{matrix} 2x > x+4 \\ 8x < 3(x+1). \end{matrix}$

1) $\begin{cases} 2x+1 > x-\frac{3}{2} \\ 2x-1 < 1-3 \end{cases}$

$\Updownarrow$

$\begin{cases} 4x+2 > 2x-3 \\ 2x-1 < 1-3x \end{cases}$

$\Updownarrow$

$\begin{cases} 2x > -5 \\ 5x < 2 \end{cases}$

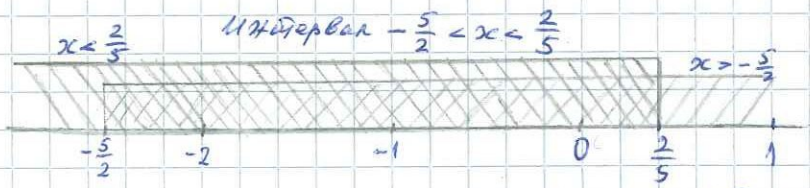
$\Updownarrow$

$\begin{cases} x > -\frac{5}{2} \\ x < \frac{2}{5} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x > x+4 \\ 8x < 3(x+1) \end{cases}$

$\begin{cases} x > 4 \\ 5x < \frac{3}{5} \end{cases}$

Нема решења.



слика 648

Неједначине се решавају на основу еквиваленција [14]

1) $a<b \iff a \pm c < b \pm c$;

2) $a<b,\ c>0 \iff ac<bc$;

3) $a<b,\ c<0 \iff ac>bc$.

1299. Реши неједначине:

1) $\frac{3x-1}{5} - \frac{x+1}{2} < 1 - \frac{x}{7}$ 2) $2(x-3) < 2x+5$ 3) $0,5x+3 < (3x-1):3$.

1) $\frac{3x-1}{5} - \frac{x+1}{2} < 1 - \frac{x}{7}$ (еквиваленција 2) $c=70>0$)

$14(3x-1) - 35(x+1) < 70 - 10x$

$7x - 49 < 70 - 10x$

$7x-49+10x+49 < 70-10x+10x+49$ (еквиваленција 1) $c = 10x+49$)

$17x < 119$

$x < 7$ (еквиваленција 2) $c = \frac{1}{7} > 0$)

Интервал $[-\infty, 7]$ представља решење дате неједначине и и означава број који неограничено опада.

2) $2(x-3) < 2x+5$

$2x-6 < 2x+5$

$2x-6-2x+6 < 2x+5-2x+6$

$0x < 11 \quad , x \in R$

Неједначину задовољавају сви бројеви ($x \in R$). Зато што било који број да ставимо уместо x постоји тачна неједнакост, тј. свако x задовољава неједначину.

3) $0{,}5x+3 < (3x-1):6$

$\frac{1}{2}x+3 < \frac{1}{2}x-\frac{1}{6}$

$3x+18 < 3x-1$

$0x < -19$

Не постоји x за који је $0x$ негативан број, тј. мањи од -19, јер је лева страна увек 0. Зато неједначина нема решења.

1300. Реши систем неједначина:

1) $(2x-1)(1-x) > 0$ 2) $\frac{x+1}{x-2} < 0$.

1) $(2x-1)(1-x) > 0 \Leftrightarrow (2x-1>0$ и $1-x>0)$ или $(2x-1<0$ и $1-x<0)$

$(2x>1$ и $1>x)$ или $(2x<1$ и $x>1)$

$(x>\frac{1}{2}$ и $x<1)$ или $(x<\frac{1}{2}$ и $x>1$

$\frac{1}{2}<x<1$ — Нема решења јер x не може бити истовремено мањи од $\frac{1}{2}$ и већи од 1.

2) $\frac{x+1}{x-2}<0$ Како је знак размере $\frac{x+1}{x-2}$ исти као и знак производа $(x+1)(x-2)$, то се неједначина $\frac{x+1}{x-2}<0$ замењује неједначином $(x+1)(x-2)<0$.

$(x+1)(x-2)<0 \Leftrightarrow (x+1>0$ и $x-2<0)$ или $(x+1<0$ и $x-2>0)$

$(x>-1$ и $x<2)$ или $(x<-1$ и $x>2$

решење $-1<x<2$ — Нема решења.

1301. Реши и испитај (дискутуј) решење параметарске неједначине [14].

1) $x-m+5m(x-1)<0$ 2) $3mx+1>4x+3m$ 3) $(m+1)x>(m-1)(x-1)$.

1) $x-m+5m(x-1)<0$

$x-m+5mx-5m<0$

$(1+5m)x-6m<0$

$(1+5m)x<6m$

$x<\frac{6m}{1+5m}$

Кад је $5m+1>0 \Rightarrow 5m>-1 \Rightarrow m>-\frac{1}{5}$, решење је $x<\frac{6m}{5m+1}$

Кад је $5m+1<0 \Rightarrow 5m<-1 \Rightarrow m<-\frac{1}{5}$, решење је $x>\frac{6m}{5m+1}$

Кад је $5m+1=0 \Rightarrow 5m=-1 \Rightarrow m=-\frac{1}{5}$, нема решења.

Функције

Пошто сварам појмом функција потребно је да извршим једно „понављање", продубљивање и проширивање, па тек онда да пређем на формирање неких нових појмова и испитивање посебних функција.

„Традиционална настава у многим школама... не формира ни класични појам функција... том „доприноси" и паралелно аналитичко и графичко испитивање функција. ... Јер се верује да график потпомаже формирање одговарајућих појмова и расуђивање. Показало се, међутим, да је то погрешно. Заиста, ученик коме се покаже график престаје да расуђује [1]."

А расуђивање је потребно ако желимо образовање у овој области. А графици који долазе касније, служе као илустрација и само на делимично употпуњавање аналитичких расуђивања.

1302. Посматрај скупове, нпр. $A=\{a,b,c\}$ и $B=\{m,n,p,q\}$ и њихов Декартов производ:

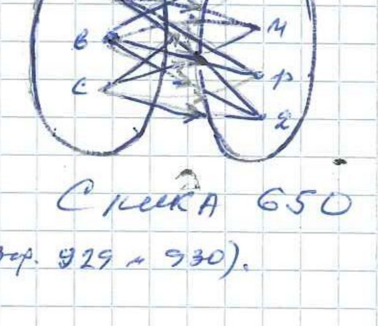
A \ B	m	n	p	q
a	(a,m)	(a,n)	(a,p)	(a,q)
b	(b,m)	(b,n)	(b,p)	(b,q)
c	(c,m)	(c,n)	(c,p)	(c,q)

Слика 649

Напиши Декартов производ у облику A×B и нацртај његову сагиталну шему.

$$A\times B=\{a,b,c\}\times\{m,n,p,q\}=\{(a,m),(a,n),(a,p),(a,q),(b,m),(b,n),(b,p),(b,q),(c,m),(c,n),(c,p),(c,q)\}$$

Сагитална шема



Слика 650

(Види детаљније зад. 929 и 930).