

1307. Изврши композицију две апликације, по пример:
 $x \rightarrow x^2 - 3$ и $x \rightarrow x + 5$.

$$x \rightarrow x^2 - 3 \rightarrow x + 5 \text{ тј. се краће } x^2 + 2.$$

$$x \rightarrow x + 5 \rightarrow x^2 - 3 \text{ тј. се краће } (x + 5)^2 - 3.$$

1308. Изврши композицију две апликације, по пример:
 $f: x \rightarrow x^2 - 3$, $g: x \rightarrow x + 5$.

Композиција се изражава симболом (знаком) \circ :

$$f: x \rightarrow x^2 - 3, \quad g: x \rightarrow x + 5$$

$$(g \circ f)x = g(fx) = g(x^2 - 3) = (x^2 - 3) + 5 = x^2 + 2$$

$$(f \circ g)x = f(gx) = f(x + 5) = (x + 5)^2 - 3 = x^2 + 10x + 22.$$

$$g \circ f = x^2 + 2 \quad \text{и} \quad f \circ g = x^2 + 10x + 22.$$

1309. Изврши композицију две апликације, по пример:
 $h: x \rightarrow x^2 - 2x + 5$, $k: x \rightarrow 3x$

$$(k \circ h)x = k(hx) = k(x^2 - 2x + 5) = 3(x^2 - 2x + 5)$$

$$k \circ h = 3(x^2 - 2x + 5)$$

$$(h \circ k)x = h(kx) = h(3x) = (3x)^2 - 2 \cdot 3x + 5$$

$$h \circ k = (3x)^2 - 2 \cdot 3x + 5$$

1310. Изврши композицију следећих функција:

$$f: x \rightarrow x^2, \quad h: x \rightarrow 2x, \quad g: x \rightarrow x + 5, \quad f \circ g; \quad h \circ f; \quad f \circ h; \quad h \circ g; \\ g \circ h; \quad h \circ g \circ f; \quad f \circ g \circ h; \quad h \circ f \circ g \circ h \circ f \circ g;$$

$$(f \circ g)x = f(gx) = f(x + 5) = (x + 5)^2;$$

$$f \circ g: x \rightarrow (x + 5)^2$$

$$(h \circ f)x = h(fx) = h(x^2) = 2x^2;$$

$$h \circ f: x \rightarrow 2x^2$$

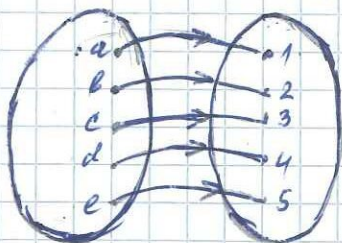
$$(f \circ h)x = f(hx) = f(2x) = (2x)^2;$$

$$f \circ h: x \rightarrow (2x)^2$$

$$(h \circ g \circ f)x = h(g(fx)) = h(g(x^2)) = h(x^2 + 5) = 2(x^2 + 5); \quad h \circ g \circ f: x \rightarrow 2(x^2 + 5)$$

$$(f \circ g \circ h)x = f(g(hx)) = f(g(2x)) = f(2x + 5) = (2x + 5)^2; \quad f \circ g \circ h: x \rightarrow (2x + 5)^2$$

1311. Бројајте елементе датог скупа знаћи функцијама на скупу $\{1, 2, \dots, n\}$. Покажите да је то једна бијекција.



Слика 656

Види да је то бијекција при којој из сваког елементa полазног скупа (извора) полази само једна стрелица и у сваком елементу долазног скупа (цила) стиже само једна стрелица. То је бијекција. Бијекција је једна биективна кореспонденција.

Ако полазно и долазни скуп садржи само праске елементе (не садржи скробне елементе), релација бијекција се зове бијекција.

1312. Бијекција A на A зове се пермутација (престав) $\{a, b, c\}$ на $\{a, b, c\}$ (Зоран 920).

$a \rightarrow 1$	$a \rightarrow 1$	$b \rightarrow 2$	$b \rightarrow 2$	$c \rightarrow 3$	$c \rightarrow 3$
$b \rightarrow 2$	$c \rightarrow 3$	$a \rightarrow 1$	$c \rightarrow 3$	$a \rightarrow 1$	$b \rightarrow 2$
$c \rightarrow 3$	$b \rightarrow 2$	$c \rightarrow 3$	$a \rightarrow 1$	$b \rightarrow 2$	$a \rightarrow 2$

Значи има 6 пермутација.

$a b c$	1 2 3
$a c b$	1 3 2
$b a c$	2 1 3
$b c a$	2 3 1
$c a b$	3 1 2
$c b a$	3 2 1

1313. Најманим 24 пермутације скупа $\{a, b, c, d\}$

$a b c d$	$b a c d$	$c a b d$	$d a b c$
$a b d c$	$b a d c$	$c a d b$	$d a c b$
$a c b d$	$b c a d$	$c b a d$	$d b a c$
$a c d b$	$b c d a$	$c b d a$	$d b c a$
$a d b c$	$b d a c$	$c d a b$	$d c a b$
$a d c b$	$b d c a$	$c d b a$	$d c b a$

1314. Ако је једна релација функција, обрнута релација није увек функција. Наведи примере.

$R = \{(1,1), (2,3), (4,7)\}$ и обрнута релација $R^{-1} = \{(1,1), (3,2), (7,4)\}$ јесу функције.

Док $S = \{(1,1), (2,3), (5,3)\}$ је функција, а $S^{-1} = \{(1,1), (3,2), (3,5)\}$ није функција.

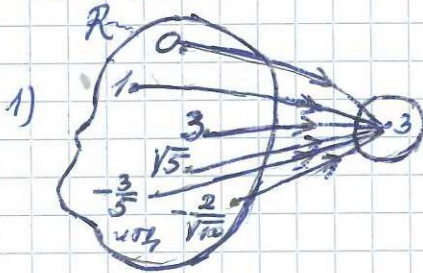
Зашто S^{-1} није функција?

Зато што $R(x)$ није само елемент или празан скуп (полази скуп, у овом случају, садржи више елемената).

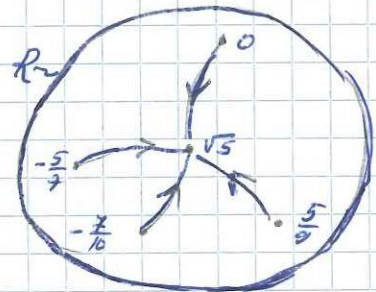
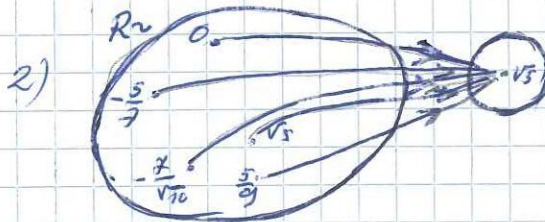
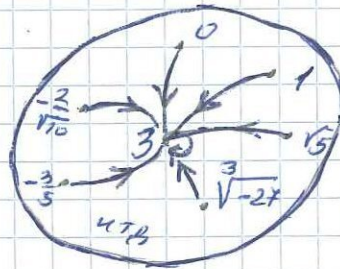
1315. Нацртај саобраћајне шеме функција:

- 1) $\{(x,3), x \in \mathbb{R}\}$; 2) $\{(x, \sqrt{5}), x \in \mathbb{R}\}$; 3) $\{(x,3), x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 1\}$;
4) $\{(1,1), (2,3), (5,3), (4,1)\}$; 5) $\{(3,0), (2,0)\}$; 6) $\{(5,-3)\}$.

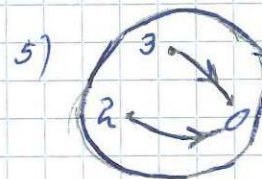
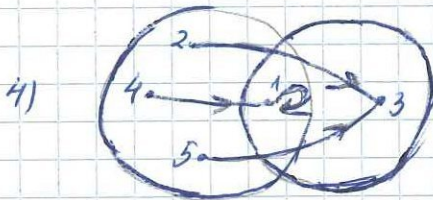
Да ли су то функције?



или



Ово су функције јер x означава јединствен брзице



Слика 657

Према овим дефиницијама и то су функције, које се разликују од примера $x \rightarrow x-5$ или $x \rightarrow 5x$ које су функције, а ове то нису. Оне су примери специјалних функција.

Зато се уводи термин специјалне функције или константа:

$f: x \rightarrow 3, x \in \mathbb{R}$; $g: x \rightarrow \sqrt{5}, x \in \mathbb{R}$; док $h: x \rightarrow -3, x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 1$ (и нису константа).

6) функција 6) се своја на један јединствен брзице, тако да се неће бити више пута касније.

1316. Зашто $\{(5, y) \mid y \in \mathbb{R}\}$ није функција? [1]

1317. Шта можемо рећи о функцијама, на пример:

1) $f: x \rightarrow 9 - x, x \in \mathbb{Z}$

2) $f: x \rightarrow \frac{3}{5}, x \in \mathbb{Q}$

3) $f: \begin{cases} x \rightarrow x, & x \in \mathbb{R} \\ x \rightarrow -x, & x \in \mathbb{R} \end{cases}$

4) $f: x \rightarrow x^2, x \in \mathbb{Z}$

5) $f: x \rightarrow |x|, x \in \mathbb{Z}$

6) $f: x \rightarrow (\sqrt[3]{x})^{15}, x \in \mathbb{Z}$

Функције 1), 3), 4), 5), 6) су абијективне. Само функција 2) је константна.

Скуп-укуп једење: 1) \mathbb{Z} ; 3) \mathbb{R} ; 4) \mathbb{Z}^+ ; 5) \mathbb{Z}^+ ; 6) \mathbb{Z}

$$\text{пер}(\sqrt[3]{x})^{15} = (\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x}) (\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x}) \cdot (\dots) (\dots) (\dots) = x \cdot x \cdot x \cdot x = x^5,$$

(Јер је $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{x^3} = x$).

1318. Шта је скуп-извор („полазни“ скуп), или што је исход, у коме функцијском скупу је дефинисана функција:

1) $f: x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ 2) $g: x \rightarrow \sqrt{x}$; 3) $h: x \rightarrow a^x$

4) Израчунај: $f(8), f(-27), f(-\frac{64}{27}), f(0), g(16), g(81), g(\frac{25}{81}),$
 $g(40), x \approx \dots, g(1), h(-5), h(3), h(0), h(-1).$

Функције дефинисане у функцијском скупу су:

1) $x \in \mathbb{R}$; 2) $x \in \mathbb{R}^+$; 3) $x \in \mathbb{Z}$; 4) $f(8) \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2;$
 $f(-27) = \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3; f(-\frac{64}{27}) = \sqrt[3]{-\frac{64}{27}} = \sqrt[3]{(-\frac{4}{3})^3} = -\frac{4}{3}; f(0) = \sqrt[3]{0} = 0;$
 $g(16) = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4; g(81) = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9; g(\frac{25}{81}) = \sqrt{\frac{25}{81}} = \sqrt{(\frac{5}{9})^2} = \frac{5}{9};$

$g(40) = \sqrt[4]{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = 2\sqrt{10} \approx 2 \cdot 3,162; g(1) = \sqrt{1} = 1,$

$h(-5) = a^{-5} = \frac{1}{a^5}$ (нема одређену вредност јер је $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$).

$h(3) = a^3 = 0; 0^0 = \frac{a^0}{a^0} = \frac{0}{0}$, знамо да 0^0 нема одређену вредност.

Зашто $h(0) = 0^0$ нема одређену вредност.

$h(-1) = a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{0}$ нема смисла.

1319. Нека је $\kappa: x \rightarrow 2x^2 - 7$. Испржитеј $\kappa(-2)$ и $\kappa(-\frac{1}{10})$.

1320. Нека је $g: x \rightarrow 2x - 5$ и нека је $g(x) = 7$. Који број број тада означава x ? [1]

Како је $g(x) = 2x - 5$ и $g(x) = 7$, онда је $2x - 5 = 7 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$.

1321. Најмани релацију која има је $x \in \mathbb{R}$, сваком броју x придружује број y за 5 већи од x .

$$y \geq x \text{ за } 5, \text{ онда је } y - x = 5$$

Зашто релација $y - x = 5, x \in \mathbb{R}$ означава, сваким елементу изражава, функцију $y = x + 5$ за 5 већи од x .

Она се може записати овако:

$$\{(x, y) : y - x = 5, x \in \mathbb{R}\}, \text{ или } \{(x, y) : y = x + 5, x \in \mathbb{R}\}$$

Али, само краћоког рада, функција може записати и $y - x = 5$ или $y = x + 5$.

1322. Функцију $\{(x, y) : y = x^2, x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 3\}$ најмани екстензивно.

$$\{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$$

Дакле дефиниција се кратко записује $y = x^2, x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

1323. Дана је релација $\{(x, y) : y^2 = x + 1, x \geq -1, x \in \mathbb{R}\}$ функција?

Ова релација се краћоког рада записује $y^2 = x + 1$ или $y = \sqrt{x+1}$ и $y = -\sqrt{x+1}, x \in \mathbb{R}$.

Релација $x \rightarrow \pm \sqrt{x+1}$ има бесконачно (неограничено) много уређених парова, као што су:

$$(\sqrt{8+1}, 3) \text{ и } (\sqrt{8+1}, -3); (\sqrt{15+1}, 4) \text{ и } (\sqrt{15+1}, -4);$$

$$(\sqrt{-\frac{8}{9}+1}, \frac{1}{3}) \text{ и } (\sqrt{-\frac{8}{9}+1}, -\frac{1}{3}); \text{ и није функција.}$$

Напомена: се и краћоког изражава функција, по формули:
 $y - 2x = 5, x \in \mathbb{R}; x^2 + 3z^2 = 1, x \in \mathbb{R}; y = 5(x^2 - 1), x \in \mathbb{R}; y = 5x, x \in \mathbb{R};$
 $y - x = 0, x \in \mathbb{R};$ итд.