НЕЈЕДНАКОСТИ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

1041. Стави знак између:
$6-9$ и $4-5$; $-11+3-5$ и $-7-4$; $(+3)\cdot(-4)$ и $(-4)\cdot(+9)$.

Како је $6-9=-3$, а $4-5=-1$, то је $-3<-1$ па је знак $<$ између

$$6-9 < 4-5$$

$-11+3-5=-13$ и $-7-4=-11$, па је $-13<-11$ и зато је

$$-11+3-5 < -7-4$$

$$(+3)\cdot(-4) > (-4)\cdot(+9)$$

Јер је $-12 > -36$

1042. Шта означава слово у: $-3<a<3$; $-7\leq x<-2$; $a<1$; $a>-2$;

У $-3<a<3$, слово a означава скуп бројева који су већи од -3 а мањи од 3 (цели бројеви између -3 и 3) и то $\{-2,-1,0,1,2\}$.

У $-7\leq x<-2$, слово x означава скуп бројева $\{-7,-6,-5,-4,-3\}$ који су једнаки и већи од -7 и мањи од -2.

У $a<1$, слово a означава све целе бројеве мањи од 1, $0,-1,-2,\ldots$ скуп $\{\ldots,-100,\ldots,-3,-2,-1,0\}$.

У $a>-2$, слово a означава скуп бројева $\{-1,0,1,2,3,\ldots\}$

1043. Које бројеве означава слово у: $a+5<-2$?

Кад би a било мање од -2, тј $a<-2$ слово би означавало све целе бројеве мање од -2, што би био скуп.
$\{-3,-4,-5,-6,-7,-8,\ldots\}$

Али како је $a+5<-2$, онда мора бити $a<-7$ (користи праву целих бројева и од -2 „идем" у негативном смеру 5 јединица и „стигнем" у $a=-7$. Или из једначине $a+5=-2$ следи $a=-7$. сви тражени бројеви су за $a<-7$).

Замена за $a\in\{-8,-9,-10,\ldots\}$ добивају се бројеви који су мањи од -2. Први мањи број је за $a=-8$, $a+5<-2 \Rightarrow -8+5<-2 \Rightarrow -3<-2$, први број је -3, итд.

На овај начин решавање интуитивно (непосредним опажањем, предосећањем, наслућивањем) пробањем треба доста дуго вежбати. Тек после тога можеш користити еквиваленцију и импликације и особине релација поретка у зад. 1033 наведене 1), 2) и 3).

1044. Које бројеве означава слово y: $x-5<-2$.

Решавај индуктивно, уствари решавај пробањем.

1045. Које бројеве означава слово y:

1) $a-9<-4$ 2) $8+x-15>0$ 3) $27+x-10<2x+8$.

Користићи особине релације поретка (зад 1033 наведене 1) 2) и 3), тј еквиваленцију ($\Leftrightarrow$) и импликацију ($\Rightarrow$).

1) $a-9<-4 \Leftrightarrow a-9+9<-4+9 \Rightarrow a<5$.

a означава све целе бројеве мање од 5.

Контрола:

Заиста, за $a=4$, $4-9<-4 \Rightarrow -5<-4$

Јер је $a=4<5$.

Ако је $a=5$, $5-9$ није мање од -4, него је $5-9=-4$.

Ако је $a=6$, $6-9$ није мање од -4, него је веће

$6-9=-3>-4$.

2) $8+x-15>0 \Leftrightarrow 8+x-15-8+15>-8+15 \Rightarrow x>7$.

3) $27+x-10<2x+8 \Rightarrow 17+x<2x+8 \Leftrightarrow 17+x-8<2x+8-8$

$\Leftrightarrow 9+x<2x \Leftrightarrow 9+x-x<2x-x \Rightarrow 9<x$.

За $x>9$, провера:

$x=10$, $27+10-10<2\cdot10+8 \Rightarrow 27<28$.

1046. Образложи: $a<b, c<d \Rightarrow a+c<b+d$.

На основу транзитивности је

$a<b \Leftrightarrow a+c<b+c$

$c<d \Leftrightarrow b+c<b+d$

Ако је $a+c<b+c<b+d$, онда је $a+c<b+d$

1047. Који бројеви задовољавају истовремено услове:

$9-x<4$ и $6-x<3$

Користићи апликацију: $a<b$, $c<d \Rightarrow a+c<b+d$ (зад 1046).

$9-x<4$, $6-x<3 \Rightarrow 9-x+6-x<3+4 \Rightarrow 15-2x<7 \Rightarrow$

$15-2x+2x<7+2x \Leftrightarrow 15<7+2x \Leftrightarrow 15-7<7+2x-7 \Leftrightarrow$

$8<2x \Rightarrow 4<x$.

За $x>4$, $9-5=4$, 4 није веће од 4, па треба узети $x>5$, На пример за $x>5$, а други услов је задовољен за $x>3$. Зато треба узети за $x>5$ да би била задовољена оба услова.

1048. Покажи да је $a+b<c \Leftrightarrow a<c-b$.

$a+b<c \Leftrightarrow a+b-b<c-b \Leftrightarrow a<c-b$, што је требало и показати.

На пример:

$x+7<10 \Rightarrow x+7-7<10-7 \Rightarrow x<10-7$

Значи: $x+7<10 \Rightarrow x<10-7 \Rightarrow x<3$

1049. На основу претходног можемо ли написати $a+b<c+d$ у облику $a-d<c-b$ и обрнуто.

1050. Докажи:

1) $0<a<b$ и $0<c<d \Leftrightarrow ac<bd$

2) $0>b>a$ и $0>d>c \Leftrightarrow ac>bd$.

1) $a<b \Leftrightarrow b-a>0$; $c>0$ и $b-a>0 \Rightarrow$
$c(b-a)>0 \Leftrightarrow bc-ac>0 \Leftrightarrow bc>ac$.

$c<d \Leftrightarrow d-c>0$; $b>0$ и $d-c>0 \Rightarrow$
$b(d-c)>0 \Leftrightarrow bd-bc>0 \Leftrightarrow bd>bc$.

На основу транзитивности релације поретка следи $bd>bc$ и $bc>ac \Rightarrow bd>ac$, односно $ac<bd$.

На крају резиме проучених скупова бројева: природних и целих бројева [1]:

„1) Скуп целих бројева представља проширење скупа природних бројева, тј. скуп N је подскуп скупа Z (геометријски, Z је гнездо у коме се налази гнездо N).

2) И у скупу N и у скуп Z владају закони:

1) $a+b=b+a$ (комутативност сабирања)
2) $ab=ba$ (комутативност множења)
3) $(a+b)+c=a+(b+c)$ (асоцијативност сабирања)
4) $(ab)c=a(bc)$ (асоцијативност множења)
5) $(a+b)c=ac+bc$ (дистрибутивност множења)
6) $a+0=0+a$ (неутрални елемент сабирања)
7) $1\cdot a=a\cdot 1$ (неутрални елемент множења)

3) У скупу Z (па, дакле и у скупу N) „влада" релација поретка (реда) чије су особине:

1) Ако је $a\neq b$, онда је или $a>b$ или $b>a$.
2) Ако је $a>b$ и $b>c$, онда је $a>c$.
3) Ако је $a>b$, онда је $a+c>b+c$.
4) Ако је $a>b$, $c>0$, онда је $ac>bc$.
5) Ако је $a>b$, $c<0$, онда је $ac<bc$.
6) Ако је $a>b$, $c>d$, онда је $a+c>b+d$
7) Ако је $0<a<b$ и $0<c<d$, онда је $ac<bd$.
8) Ако је $0>b>a$ и $0>d>c$, онда је $ac>bd$."

Рационални бројеви

Да би разломци били „лаки" а не „тешки" треба обратити пажњу на формирање појма рационални број, до кога се никад не стиже у класичној математици, јер се не инсистира на појмовима, него на рачунању.

Формирање појмова: разломак и рационалан број чији су бројилац и именилац природни бројеви

„Термин „разломак" би било најбоље избацити из употребе, али термин ће бити задржан, јер је традиција врло јака. Разломак се може заменити синонимом количник два природна броја, при чему се нула искључује као делилац. Зато у даљем тексту обратити пажњу на суштинску, појмовну разлику између традиционалне (онако како се учи у школи) и нове интерпретације садржаја.

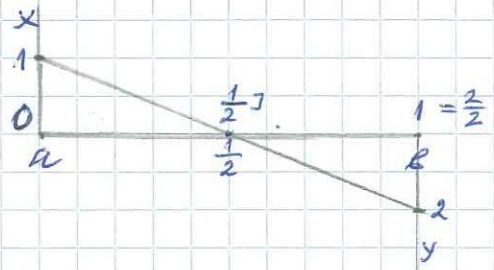
Разломак као оператор

Знаш да конструишеш једнаке делове јединице (зад. 696–698).

1051. Нацртај дуж и додели јој број 1. Затим конструиши, нпр.: дужи:

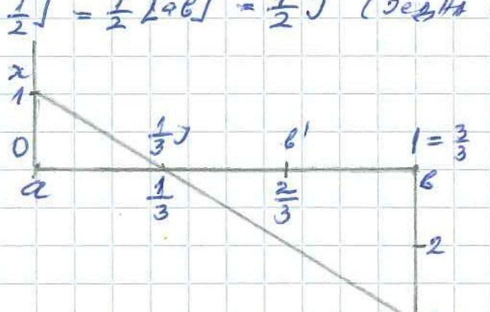
а) $\frac{1}{2}$Ј ($\frac{1}{2}$ јединице); б) $\frac{1}{3}$Ј, $\frac{2}{3}$Ј; в) $\frac{1}{5}$Ј, $\frac{3}{5}$Ј, $\frac{4}{5}$Ј.

а)



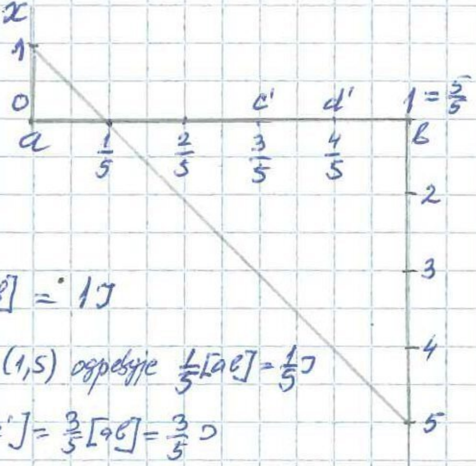
м[ав] = 1 = Ј јединична дуж (мера дужи [ав] = 1)
Полуправа ах ⊥ [ав] и ву ⊥ [ав]
Права (1,2) одређује $\frac{1}{2}$[ав] = $\frac{1}{2}$Ј
м[а, $\frac{1}{2}$] = $\frac{1}{2}$[ав] = $\frac{1}{2}$Ј (једна половина јединичне дужи)

б)



м[ав] = 1Ј (мера дужи [ав] је 1, а дужина дужи [ав] = 1Ј).
Права (1,3) одређује $\frac{1}{3}$[ав] = $\frac{1}{3}$Ј.
м[а, $\frac{1}{3}$] = $\frac{1}{3}$[ав] = $\frac{1}{3}$Ј (једна трећина јединичне дужи).
м[ав'] = $\frac{2}{3}$[ав] = $\frac{2}{3}$Ј (две трећине јединичне дужи).

в)



$m[ab] = 1J$

права (1,5) одређује $\frac{1}{5}[ab] = \frac{1}{5}J$

$m[ac'] = \frac{3}{5}[ab] = \frac{3}{5}J$

$m[ad'] = \frac{4}{5}[ab] = \frac{4}{5}J$ (четири петине јединичне дужи)

Слика 607

1052 Нанесите јединичне дужи и ...