979. Да ли претходно правило можемо применити користећи уређене парове, на пример: $(4,9)-(15,7)$?

$$(4,9)-(15,7)=(4,9)+(7,15)=(11,24)$$

Ако уређене парове заменим одговарајућим целим бројевима добијам

$$5^- - 8^+ = 5^- + 8^- = 13^-$$

И заиста уређеном пару $(11,24)$ одговара цео негативан број 13^-.

Замени разлику $(8,11)-(12,5)$ уређеним паром и провери

$$(8,11)-(12,5)=(8,11)+(5,12)=(13,23).$$

Проверовам, ако уређене парове заменим одговарајућим целим бројевима.

$$3^- - 7^+ = 3^- + 7^- = 10^-.$$

Зато на основу претходног и овог задатка можемо схватити и конвенцију (усвојено правило-споразум).

На пример $-(9^-)=9^+$, $-(100^+)=100^-$, ...

и уопште $-a^+=a^-$, $-a^-=a^+$.

Значи, ако је $-x=9^+$, онда је $x=9^-$, или ако је $-x=9^-$, онда је $x=9^+$.

ЈЕДНАЧИНЕ

Једначине можеш решавати и уз само сабирање, али је, ради сигурнијег формирања појма одузимања целих бројева, боље је сада да решаваш задатке који следе.

980. Одреди цео број уместо којег стоји слово x у

$$9^- + x + 32^+ = 3^+ - 19^-$$

$$9^- + x + 32^+ = 3^+ - 19^-$$

На основу асоцијативности сабирања и конвенције (задатак 979) $-19^- = 19^+$ добија се еквивалентна једначина

$$x + (9^- + 32^+) = 3^+ + 19^+$$
$$x + 23^+ = 22^+$$
$$x + 23^+ + 23^- = 22^+ + 23^- \quad , \text{ где је } 23^+ + 23^- = 0$$
$$x = 1^-$$

Провера за $x = 1^-$.
Лева страна једначине је $9^- + x + 32^+ = 9^- + 1^- + 32^+ = 9^- + 31^+ = 22^+$
Десна страна једначине је $3^+ - 19^- = 3^+ + 19^+ = 22^+$

981. Одреди цео број уместо којег стоји слово x у

$$5^+ - x - 9^- = 8^- + 6^-$$

$$5^+ - x - 9^- = 8^- + 6^-$$
$$5^+ - (x + 9^-) = 14^-$$
$$5^+ - (x + 9^-) + 5^- = 14^- + 5^-$$
$$-(x + 9^-) = 19^-$$
$$-(x + 9^- + 9^+) = 19^- - (9^+) \qquad -(9^+) = 9^-$$
$$-(x + 0) = 19 + 9^-$$
$$-x = 28^-$$
$$x = 28^+$$

Обрати пажњу да у оваквим случајевима можеш применити и особину: $a - b + b = a$ утврђену за природне бројеве (задаци 215 и 495).

Јер ако је x позитиван број, онда је $-x + x = x^- + x^+ = 0$, а ако је x негативан број онда је $-x + x = x^+ + x^- = 0$. Према томе ако је x цео број $-x + x = 0$.

$$5^+ - x - 9^- = 8^- + 6^-$$
$$-x + 5^+ - 9^- = 14^-$$
$$-x + 5^+ + 9^+ = 14^-$$
$$-x + 14^+ = 14^-$$
$$-x + x + 14^+ = 14^- + x$$
$$14^+ = 14^- + x$$
$$x + 14^- = 14^+$$
$$x + 14^- + 14^+ = 14^+ + 14^+$$
$$x = 28^+$$

Провера за $x = 28^+$

$$5^+ - (28^+) - 9^- = 8^- + 6^-$$
$$5^+ + 28^- - 9^- = 14^-$$
$$5^+ + 28^- + 9^+ = 14^-$$
$$14^+ + 28^- = 14^-$$
$$14^- = 14^-$$

982. Одреди цео број уместо којег стоји слово y у једначини

$$21^- - 15^+ = 11^- - y + 18^+$$

Ако слова означавају целе бројеве, онда на основу претходног можемо писати:

$x + a = b$ или $x + a = b \Leftrightarrow x = b - a$

$$x + a - a = b - a$$
$$x = b - a$$

Провера за $x = b - a$

$$x + a = b$$
$$b - a + a = b$$
$$b = b$$

$x + a \cdot b = c$ или $x + a \cdot b = c \Leftrightarrow x = c - a \cdot b$

$$x + ab - ab = c - ab$$
$$x = c - ab.$$

983. Нађи да је $a-(b-c)=(a-b)+c$

$$
\begin{aligned}
a-(b-c) &= a+[-(b-c)] \\
&= a+[-b-(-c)] \\
&= a+[-b+(+c)] \\
&= a+(-b)+(+c) \\
&= a-b+c \\
&= (a-b)+c
\end{aligned}
$$

Одузети разлику $b-c$ значи додати супротну разлику $-(b-c)=-b-(-c)$. Затим одузети $-c$ значи додати супротан број $-(-c)=+(+c)$

984. Нађи да је:

$a=-a \Leftrightarrow a=0$; $a-b=b-a \Leftrightarrow a=b$;

$1-(1-1)=1$; $-2^{+}-x=-2^{+} \Leftrightarrow 0$; $-2^{-}-x=-2^{-} \Leftrightarrow x=0$

$a=-a \Leftrightarrow a+a=-a+a \Leftrightarrow a+a=0$

$a+a=0$ само ако је $a=0$.

$a-b=b-a \Leftrightarrow a+a=b+b \Leftrightarrow 2a=2b \Leftrightarrow a=b$

$$
\begin{aligned}
-2^{+}-x &= -2^{+} \\
-2^{+}-x+x &= -2^{+}+x \\
-2^{+} &= -2^{+}+x \\
-2^{+}+2^{-} &= -2^{+}+2^{-}+x \\
0 &= 0+x \\
0 &= x
\end{aligned}
$$

Значи: $-2^{+}-x=-2^{+} \Leftrightarrow x=0$.

Множење целих бројева

„Познате су муке традиционалне наставе са множењем позитивних и негативних бројева. Не само хиљаде чланака, него и читаве књиге, нпр (31), посвећене су испитивању и методици тога множења... па све до данас (33), у сваком уџбенику алгебре и у свакој методици наставе алгебре дато је једно или више упутстава како да се ученицима дочарају фамозна правила множења позитивних и негативних бројева. А треба истаћи да се међу људима који су се бавили тим питањем налазе и велика имена [1].

То је разумљиво јер је теорија целих бројева веома апстрактна.

Лакше и брже улажење у множење позитивних и негативних бројева помаже нам схватање бројева као уређених парова и као скупова еквивалентних разлика (збр 947–953). Ти појмови су ти познати и откривени су задацима 970–974.

Вратимо се на сабирање и одузимање целих бројева, видећемо да су правила (која су твојим самосталним радом откривена) уствари теби позната сабирања и одузимања.

Заиста, кад сваки пар

$(7,5)+(4,9)=(7+4,\ 5+9)$ (збр 956–958)

напишеш у облику разлике

$(7-5)+(4-9)=(7+4)-(5+9)$

(задатак 221 нуди особина сабирања и одузимања читана здесна на лево $(a-c)+(b-d)=(a+b)-(d+c)$ одузимање збира од збира).

Знаш да одузети неки број значи додати супротни број

$(7,5)-(4,9)=(7,5)+(9,4)=(7+9,\ 5+4)$.

Ако уређене парове напишеш као разлику добијаш

$(7-5)-(4-9)=(7+9)-(5+4)$

То је примена одузимања разлике $a-(b-c)=a-b+c$ (зад. 223, 49 и ~~757~~.2)).

$(7-5)-(4-9 = 7-5-4+9=(7+9)-(5+4)$.

На овоме се нећемо дуже задржавати. Из тог разлога решићу наредна два задатка.