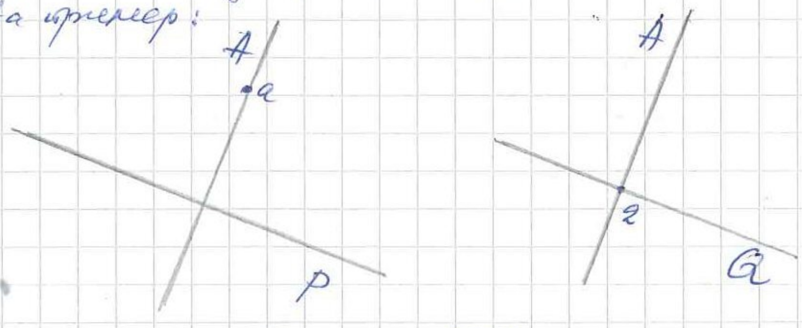
1386. Колико има права које садрже тачку t а перпендикуларне су на прави X ?

Свака тачка $t \in \Pi$ припада једној, и само једној, прави правца (X') нормалног на праву X. Зато постоји једна и само једна, права таква да је $t \in X' \perp X$.

На пример:



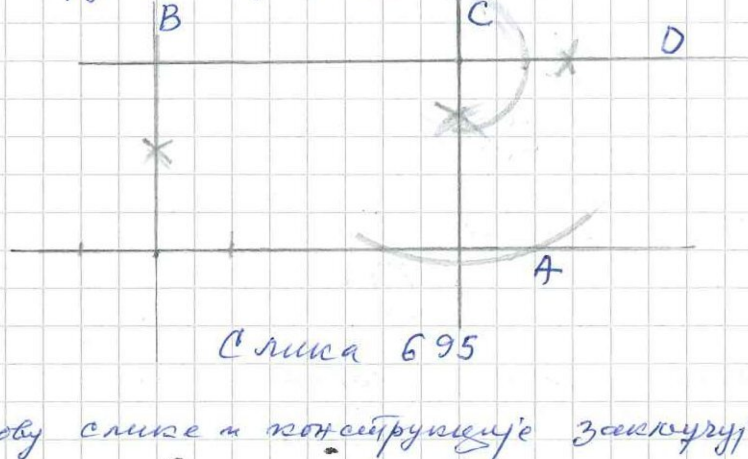
Слика 694

1) Права A је једна и само једна права правца (A) нормалног на P правца (P) која садржи тачку a.

2) Права A је једна, и само једна, права правца (A) нормалног на Q правца (Q) која садржи тачку 2.

„Или другачије: Ако су дате једна права и једна тачка, постоји једна и само једна, права која садржи дату тачку а перпендикуларна је на датој прави" (слика 694) [2]

1387. Нацртај праву A и тачку $a \in A$ па конструиши $B \ni a$ и $B \perp A$. Затим нацртај тачку $b \notin A$ и конструиши $C \ni b$ и $C \perp A$. Конструиши и праву $D \ni b$ и $D \perp C$.



Слика 695

На основу слике и конструкције закључујем:

1) Како су $B \perp A$ и $C \perp A$, онда оне припадају правцу који је нормалан на A и зато су оне међусобно паралелне тј $B \parallel A$.

2) Права B и C су праве нормалне на A. Значи права A припада перпендикуларном правцу претходног правца. Праве A и D су праве истог правца, из чега следи да су праве D и A паралелне, тј $D \parallel A$.

9.02

Да ли се може конструисати још једна права $H \ni a$ и $H \perp A$, још једна права $K \ni в$ и $K \perp A$, и још једна права $P \ni в$ и $P \parallel A$.

Праве B' и H припадају истом правцу, а то значи да су оне паралелне, $B \parallel H$ па је $B \cap H = \emptyset$, у овом случају би било $B \cap H = \{a\}$ што није могуће. Значи да се не може конструисати још једна права $H \ni a$ и $H \perp a$.

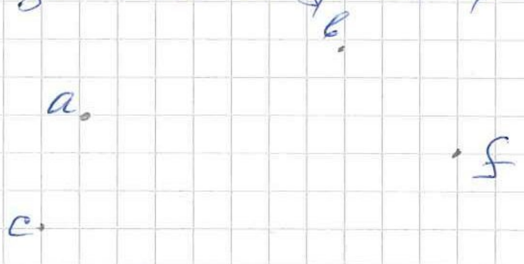
Права K и A су припадају истом правцу и не могу имати заједничку тачку.

Како је $P \parallel A$ и $D \parallel A$ онда је $P \parallel D$. Пошто $D \ni в$, $P \cap D = \emptyset$ значи $P \not\ni в$, јер су праве P и D истог смера и не постоји још једна права $P \ni в$ и $P \parallel A$.
(Види задатак 639-642).

1388. Конструиши правоугаоник кад су дата два темена и тачка која припада носачу наспрамне странице.

Одстојање и удаљеност

На слици 696 нацртане су више тачака у равни.



Слика 696

Ма које две тачке од њих, то јест ма који пар тачака одређује дуж. Та се дуж зове одстојање тачака које одређују ту дуж.

Тачке a и в одређују дуж [aв]. Тако: [aв] је одстојање тачака a и в, [cf] је одстојање тачака c и f, итд.

Сваком одстојању (малом и великом) одговара један број. Тај број се зове удаљеност: Удаљеност двеју тачака тј. дужина дотичног одстојања.

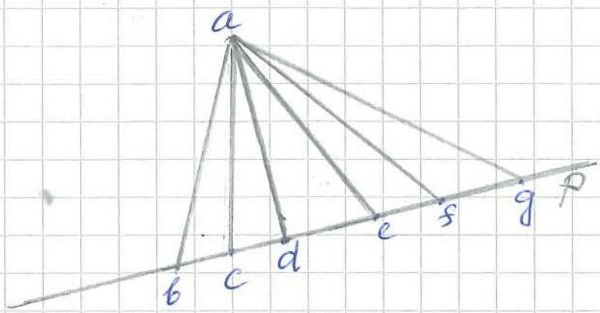
Удаљеност тачке в од a означава се овако: $d(a,в)$.

Удаљеност тачке f од c је $d(c,f)$.

Увек је $d(a,b) = d(b,a)$, $d(c,f) = d(f,c)$, док за $d(a,b)$ и $d(c,f)$ може бити:

$d(a,b) = d(c,f)$ или $d(a,b) \neq d(c,f)$.

Нацртај произвољну праву p правца (p) и узми тачку a која не припада нацртаној правој. Шта је сад одстојање тачке a од праве p?



Слика 697

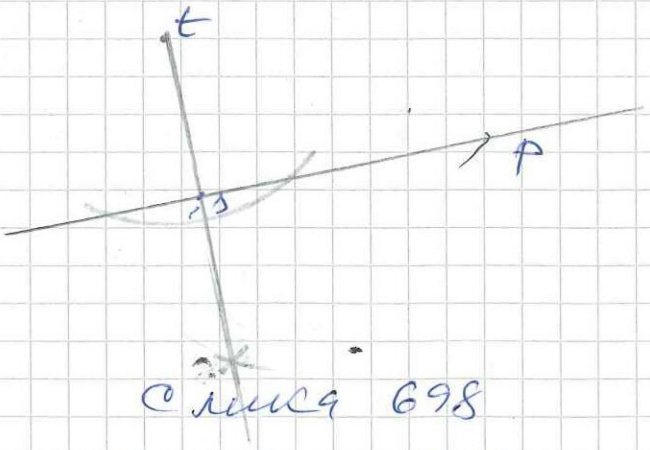
Видимо да је $[ad] < [ae] < [af] < [ag] < \ldots$
и $[ad] < [ac] < [ab] < \ldots$

Како одредити најмању дуж $[ad]$?

Морам конструисати праву којој припада тачка a а нормална је на праву p.

Дуж $[ad]$ (или $[da]$) зове се одстојање тачке a од праве p (или праве p од тачке a).

1389. Нацртај произвољну праву p и тачку $t \notin p$ и конструиши одстојање тачке t од праве p.



Слика 698

Одстојање тачке t од праве p је дуж $[ts]$, а одстојање праве p од тачке t је дуж $[st]$.

904

1390. Нацртај произвољну праву p_1 и тачке b, c, f које припадају равни цртежа а не припадају нацртаној прави.

Одстојање једне тачке од ДРУГЕ ТАЧКЕ је дуж коју те тачке одређују.

Како одређујеш одстојање ДАТЕ ТАЧКЕ од ДАТЕ праве?

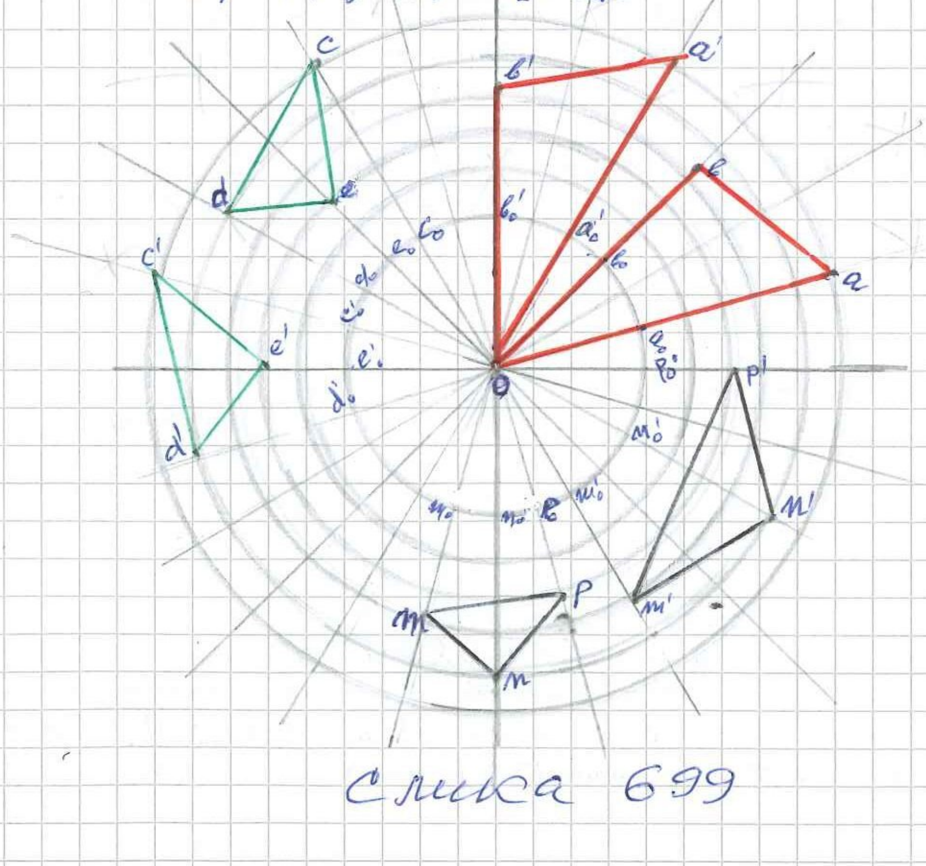
Из ДАТЕ ТАЧКЕ повучем полуправу нормалну на дату праву.

Дуж одређена ДАТОМ ТАЧКОМ и ПРЕСЕКОМ полуправе је (тражено) одстојање. ТА ИСТА дуж је и одстојање дате праве од дате тачке.

Одстојање две паралелне праве је одстојање ма које тачке једне праве од ДРУГЕ ПРАВЕ.

РОТАЦИЈА

Нацртај „мрежу" подударних углова тако да је мера сваког угла 15°. Нацртај произвољну дуж [Oa] и сваку њену тачку ротирај за угао од 45° око тачке (центра) O. На исти начин ротирај дуж [ab].



Слика 699

Ротацијом дужи $[Oa]$ за угао ротације $\angle a_0Oa_0' = 45°$ добива се подударна дуж $[Oa']$. Дужи су подударне јер им је центар ротације заједничка тачка O, а a и a' су тачке исте кружнице чији је центар заједничка тачка O. Дужи $[Oa]$ и $[Oa']$ су полупречници те кружнице, па су $[Oa] \cong [Oa']$.

Исти случај је и са $[Ob]$ и она се ротацијом за $\angle b_0Ob_0' = 45°$ добива подударна дуж $[Ob']$ тј. $[Ob] \cong [Ob']$.

Ако замислиш да је дуж $[Oa]$ оловка (физички предмет), онда оловку $[Oa]$ ротацијом можеш померити у положај $[Oa']$, јер се при ротацији физичких предмета врши померање с једног места у простору на друго.

Ротација фигуре (дужи) значи добивање, одређеним поступком нове фигуре (дужи). Зато се каже дуж $[Oa']$ је добивена из дужи $[Oa]$ применом ротације.

Сада замисли модел троугла aOb и њега ротацијом можеш померити у положај троугла $a'Ob'$. Ротација фигуре (троугла), значи добивање, одређеним поступком нове фигуре (троугла). Значи, $\Delta a'Ob'$ је добивен из ΔaOb применом ротације.

Из $\Delta aOb \cong \Delta a'Ob'$ следи да су одговарајуће странице подударне ($[Oa] \cong [Oa']$, $[Ob] \cong [Ob']$ и $[ab] \cong [a'b']$. Овде је извршена ротација за „исти" угао и за „исти" центар.

На слици 699 $\Delta c'd'e'$ је добивен из Δcde применом ротације за „исти" угао (45°), и „исти" центар O. Угао ротације је исти за сваку тачку троугла cde.

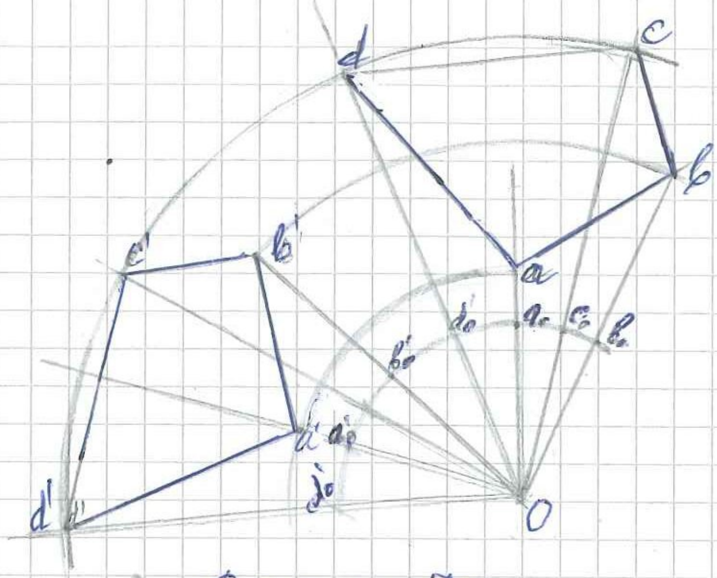
Док за троугао mnp није примењен исти угао ротације (за свако теме други угао) добивени троугао није подударан троуглу mnp и није троугао исте врсте.

Ротација је директна ↑ ако се од дате фигуре (F) мора ићи у обрнутом смеру кретања стрелице часовника па да дође у конструисану фигуру (F'), обрнута ↑ ако се мора ићи у супротном смеру.

1391. Примени ротацију на произвољан многоугао (нпр. четвороугао) без мреже.

Ако ротација трансформише тачку b у b', онда је угао $\angle bOb'$ угао ротације са сваку тачку, а O центар ротације.

Нацртамо произвољан кружни лук, нпр. полупречником $[Ob_0]$. Он сече $\vec{Ob}$ у b_0, $\vec{Oc}$ у c_0, $\vec{Oa}$ у a_0 и $\vec{Od}$ у d_0, тако да је $\overset{\frown}{b_0b_0'} \cong \overset{\frown}{c_0c_0'} \cong \overset{\frown}{a_0a_0'} \cong \overset{\frown}{d_0d_0'}$, онда су углови $\angle bOb' \cong \angle cOc' \cong \angle aOa' \cong \angle dOd'$. Сви углови су истог смера. Ротација је директног смера (обрнута ротацији стрелице часовника). (слика 700).



Слика 700

1392. Нацртај произвољан троугао abc и ротацијом чији је центар тачка O, а угао ротације $60°$. Конструиши подударне троуглове $a_1b_1c_1$; $a_2b_2c_2$; $a_3b_3c_3$. Користи директни ↑ и обрнути ↓ смер.

Центар и угао ротације могу се (ако нису дати) узети произвољно, јер без обзира где је центар ротације и колики је угао ротације, увек се добија подударна фигура. Ротација фигуре (скупа тачака) значи добивање одређеним поступком нове фигуре тако да између тачака дате фигуре и добивене фигуре постоји бијекција (зад. 916–921). Добивена фигура је, дакле, слика дате фигуре.

Обрати пажњу, „да се, строго узев, не може говорити: „Ротирамо фигуру F око ... за угао ..." „Фигура F је ротирана око центра O за угао ...". Него: „Применимо ротацију ... на фигуру F." „На фигуру F примењена је ротација ...", „Фигура F је добивена из фигуре F применом ротације ..." или: „Фигура F је ротацијом трансформисана у фигуру F" [1].

На крају обрати пажњу, да се фигура трансформише у подударну фигуру само онда кад све тачке фигуре изврше једнаке ротације, што значи:

1) кад све тачке ротације произведе лукове истог центра у истој равни и

2) кад су углови ротације подударни и истог смера.