401. Шта се догађа ако је производ $(8\cdot8)_8$ и $(8\cdot9)_8$, где је други број једнак основи или већи од ње?

Да ли се може писати $(8\cdot8)_8=80_8$; $(8\cdot9)_8=90_8$, $(8\cdot11)_8=110_8$?

$$(8\cdot8)_8=(64=8+8+\cdots+8=(8\cdot8)1+8\cdot0+0)_8=100_8$$
$$(8\cdot9)_8=(72=8+8+8+\cdots+8=(8\cdot9)+0=8(8+1)+0=(8\cdot8)\cdot1+8\cdot1+0)_8=110_8$$
$$(8\cdot11)_8=(88=8+8+\cdots+8\cdot11+0=8\cdot(8+3)+0=(8\cdot8)\cdot1+8\cdot3+0)_8=130_8.$$

Ако је основа бројања 8, број се не може записати 80, 90, 110, а то је учињено да би се могло привремено и формално уочити правило. Наиме лако се проверава тачност:

$80_8=8\cdot8=64_{10}$, $90_8=8\cdot9=72_{10}$, $110_8=8\cdot11=88_{10}$, али бројеви нису записани цифрама у систему основе 8 (80_8, 90_8..) нити су записани на позициони начин.

Видиш да је напред урађено:

$$(8\cdot8)_8=100_8;\quad(8\cdot9)_8=110_8;\quad(8\cdot11)_8=130_8.$$

Ово се може урадити и овако:

$$8\cdot8=(8\cdot8)\cdot1+8\cdot0+0=100_8$$
$$8\cdot9=8\cdot(8+1)=(8\cdot8)\cdot1+8\cdot1+0=110_8$$
$$8\cdot11=8\cdot(8+3)=(8\cdot8)1+8\cdot3+0=130_8$$

У претходном и овом задатку је показано када је основа бројања осам онда је:

$8\cdot2=20$, $8\cdot3=30$, $8\cdot4=40$, $8\cdot5=50$, $8\cdot6=60$, $8\cdot7=70$, $8\cdot8=80=100_8$, $8\cdot9=90=110_8$.

Примени претходно када је основа бројања: СЕДАМ, ШЕСТ, ПЕТ, ТРИ и ДВА.

СЕДАМ: $7\cdot1=10$, $7\cdot2=20$, $7\cdot3=30, \ldots, 7\cdot7=70=100_7$, $7\cdot8=80=110_7, \ldots$
ШЕСТ: $6\cdot1=10$, $6\cdot2=20$, $6\cdot3=30, \ldots, 6\cdot6=60=100_6$, $6\cdot7=70=110_6, \ldots$
ПЕТ: $5\cdot1=10$, $5\cdot2=20$, $5\cdot3=30, \ldots, 5\cdot5=50=100_5$
ТРИ: $3\cdot1=10$, $3\cdot2=20$, $3\cdot3=30=100_3, \ldots, 3\cdot5=50=120_3, \ldots$
ДВА: $2\cdot1=10$, $2\cdot2=100_2$, $2\cdot3=30=110_2$.

Подсети се да:

$10_7 = 7\cdot1 = 7$, где се у систему основе 7 10 чита: СЕДАМ
$10_6 = 6\cdot1 = 6$, где се у систему основе 6 10 чита: шест
...
$10_2 = 2\cdot1 = 2$, где се у систему основе 2 10 чита: ДВА
(Допуњење: врати се на задатке 361, 362 и 364).

Видиш, да ма која била основа бројања, производ производ множења броја 10 другим бројем је број који се добија тако што се другом броју допише 0.

Посматрај у систему осам, шта закључујеш?

$3\cdot8 = 24_{10} = 30_8$, тј. и у систему 8 је $3\cdot8 = 8\cdot3$
$7\cdot8 = 56_{10} = 70_8$, тј. и у систему 8 је $7\cdot8 = 8\cdot7$

$3\cdot5 = 15_{10} = 30_5$, тј. и у систему 5 је $3\cdot5 = 5\cdot3$

Закључујем да комутативност важи у систему ма које основе.

Зато се може рећи:

Ма која била основа бројања, производ множења неког броја бројем 10 добија се тако што се том броју допише 0.

Да ли разумеш ово правило? Искажи га речима и наведи примере.

Да. Ако је 10 један од два броја који се множе, производ се добија тако што се другом броју допише 0, без обзира која је основа бројања.

Зато множење бројем 10 важи, без обзира која је основа бројања.

На пример: $15\cdot10=150$, $10\cdot97=970$, $300\cdot10=3000$,

402. Како се добива производ кад је један од два броја који се множе 100?

Покажи да је $(7\cdot7)_7 = 100_7$; $(6\cdot6)_6 = 100_6$ и $(5\cdot5)_5 = 100_5$.

Основа је 7:

$(7\cdot7)\cdot1 + 7\cdot0 + 0 = 100_7$

Основа је 6:

$6\cdot6 = (6\cdot6)\cdot1 + 6\cdot0 + 0 = 100_6$

основа је 5

$5\cdot5 = (5\cdot5)\cdot1 + 5\cdot0 + 0 = 100_5$.

Значи, ако је основа 7 и тада је $7\cdot7 = 100_7$, па је $(7\cdot7)\cdot5 + 7\cdot0 + 0 = 500_7$.

Како је $(7\cdot7)_5 = 500_7$, тада је $100_7\cdot5 = 500_7$.

То важи кад је основа ма који други број.

Основа 6: Тада је $6\cdot6 = 100$, па је $(6\cdot6)\cdot4 = 100\cdot4 = 400_6$

Основа 5: Тада је $5\cdot5 = 100$, па је $(5\cdot5)\cdot3 = 100\cdot3 = 300_5$

Покажи да комутативност важи увек.

Основа 8: Тада је $8\cdot8 = 100$, па је $(8\cdot8)\cdot4 = 100\cdot4 = 400_8$.
$(8\cdot8)\cdot9 = 100\cdot9 = 900 = 1100_8$, јер је $(8\cdot8)\cdot9 = (8\cdot8)\cdot(8+1) = 8\cdot8\cdot8 + 88 =$
$= (88\cdot8)\cdot1 + 8\cdot8\cdot1 + 8\cdot0 + 0 = 1100_8$.

$9\cdot(8\cdot8) = 9\cdot100 = 900 = 1100_8$, јер је $9\cdot(8\cdot8) = (1+8)\cdot8\cdot8 = 88 + 88\cdot8 =$
$(8\cdot8\cdot8)\cdot1 + 8\cdot8\cdot1 + 8\cdot0 + 0 = 1100_8$.

Како је $(8\cdot8)\cdot9 = 9\cdot(8\cdot8)$ онда важи комутативност.

Комутативност важи увек и зато је закључак:

Ако је један од два броја који се множе 100, производ се добива тако што се другом броју допишу две нуле, без обзира колика је основа бројања.

На пример: $6\cdot100 = 600$, $100\cdot5 = 500$, $39\cdot100 = 3900$.

Знаш да се ово правило примењује кад је основа бројања 10, производ се добива тако што се другом броју допишу две нуле тј. 00.

Обрати пажњу да се сваком броју даје име, јер се не би знало о ком броју се мисли или говори. Име броја исказујеш речима (у нашем језику) на један начин, а можеш да га запишеш на више начина. Посебно се задржи на томе да у сваком систему бројева:

10 означава јединицу другог реда (2, 3, 4, 5, ..., 10);
100 означава јединицу трећег реда (2·2, 3·3, 4·4, ..., 10·10);
1000 означава јединицу четвртог реда (2·2·2, 3·3·3, 4·4·4, ... 10·10·10);

Детаљније о читању бројева у разним системима у задацима 361, 362 и 364.

403. Покажи како се добива производ кад је један од два броја множе 1000?

До сада се у производу два броја, на пример 8·5 број 8 звао множеник, а број 5 множилац. Али како важи комутативност множења онда је 8·5 = 5·8, где су множеник и множилац променили места.

Зато је прилика да се у производу 8·5 број 8 назове чинилац, а такође и број 5. Тиме је уведен термин чинилац.

После увођења тог термина правило множења кад је један чинилац 10, 100, 1000, ... се формулише краће и лепше:

Ако је један од два чиниоца 10, 100, 1000,... производ се добива тако што се другом чиниоцу допишу 0, 00, 000, ... без обзира која је основа бројања.

На пример: 38·10 = 380, 48·100 = 4800, 100·57 = 5700, ...

Обрати пажњу ако се ништа не каже или се не означава, рачуна се у декадном систему, тј. чија је основа 10. Ако се рачуна у другим системима бројања биће означено у који се основа рачуна.

Ако мислиш (закључујеш) да без обзира у ком систему рачунаш, увек је 30 = 3·10 = 10·3, 800 = 8·100 = 100·8, 430 = 43·10 = 10·43 онда разумеш како се израчунава производ ако је један од два чиниоца 10, 100, 1000, ... без обзира која је основа бројања.

Зато се 5000 може написати као производ:

$5000 = 500 \cdot 10 = 50 \cdot 100 = 5 \cdot 1000 = 1000 \cdot 5 = 100 \cdot 50 = 10 \cdot 500.$

404. Изврши ова множења: 5·60; 600·12; 45·50; 8000·38.

$$5 \cdot 60 = 5 \cdot (6 \cdot 10) = (5 \cdot 6) \cdot 10 = 30 \cdot 10 = 300$$
$$600 \cdot 12 = (6 \cdot 100) \cdot 12 = (6 \cdot 12) \cdot 100 = 72 \cdot 100 = 7200$$
$$45 \cdot 50 = 45 \cdot (5 \cdot 10) = (45 \cdot 5) \cdot 10 = 225 \cdot 10 = 2250$$
$$8000 \cdot 38 = (8 \cdot 1000) \cdot 38 = (8 \cdot 38) \cdot 1000 = 304 \cdot 1000 = 304000.$$

405. Изврши множења: $(3\cdot40)_6$; $(3\cdot40)_7$; $(600\cdot5)_8$; $(12\cdot200)_3$.

$$(3\cdot40)_6 = [3\cdot(4\cdot10)]_6 = [(3\cdot4)\cdot10]_6 = [12\cdot10]_6 = 20_6\cdot10 = 200_6$$

(Јер је $3\cdot4 = 12_{10} = 6\cdot2+0 = 20_6$).

Обрати пажњу да овде примењујеш претходни поступак (задатак 404), али при писању првог „дела" производа водиш рачуна о основи бројања.

$$(30\cdot40)_7 = [3\cdot(4\cdot10)]_7 = [(3\cdot4)\cdot10]_7 = [12_{10}\cdot10]_7 =$$
$$= 15_7\cdot10 = 150_7 \quad (\text{јер је } 12_{10} = 7\cdot1+5 = 15_7).$$

$$(600\cdot5)_8 = [(6\cdot100)\cdot5]_8 = [(6\cdot5)\cdot100]_8 = [30_{10}\cdot100] =$$
$$= 36_8\cdot100 = 3600_8 \quad (\text{јер је } 30_{10} = 8\cdot3+6 = 36_8).$$

$$(12\cdot200)_3 = [12\cdot(2\cdot100)]_3 = [(12\cdot2)\cdot100]_3 = [24_{10}\cdot100]_3 =$$
$$= 220_3\cdot100 = 22000_3 \quad (\text{јер је } 24_{10} = 9\cdot2+3\cdot2+0 = 220_3)$$

406. Изврши множења: $30\cdot50$; $(30\cdot50)_7$; $(30\cdot50)_8$.

$$30\cdot50 = (3\cdot10)\cdot(5\cdot10) = (3\cdot5)(10\cdot10) = 15\cdot100 = 1500$$
$$(30\cdot50)_7 = [(3\cdot10)\cdot(5\cdot10)]_7 = [(3\cdot5)(10\cdot10)]_7 = [15\cdot100]_7 =$$
$$= 21_7\cdot100 = 2100_7 \quad (\text{јер је } 15 = 7\cdot2+1)$$
$$(30\cdot50)_8 = [(3\cdot10)\cdot(5\cdot10)]_8 = [(3\cdot5)(10\cdot10)]_8 = [15\cdot100]_8 =$$
$$= 17_8\cdot100 = 1700_8 \quad (\text{јер је } 15 = 8\cdot1+7)$$

Примети да се дати производ пише као производ два чиниоца од који је један број различит од 10, 100, 1000, ... а други је 10, 100, 1000, ... Стим што водиш рачуна о основи бројања чиниоца који је различит од 10, 100, 1000, ...;

407. Изврши множења: $25\cdot3$; $(25\cdot3)_7$; $(25\cdot3)_8$.

$25\cdot3 = 75$

$(25\cdot3)_7 = 34_7\cdot3 = 135_7$ (јер је $25 = 7\cdot3+4 = 34_7$
$3\cdot4 = 12 = 15_7$, 5 пишем, 1 памтим
$3\cdot3+1 = 10 = 7\cdot1+3 = 13_7$, пишем 13)

$(25\cdot3)_8 = 31_8\cdot3 = 113_8$ (јер је $25 = 8\cdot3+1 = 31_8$
$3\cdot1 = 3$ јединице пишем
$3\cdot3 = 9 = 8\cdot1+1$, пишем 11).

408. Изврши множења: $54\cdot7$; $(54\cdot7)_8$; $(54\cdot7)_9$; $(223\cdot3)_5$.

$$54\cdot7=(50+4)\cdot7=50\cdot7+4\cdot7=350+28=378$$

$$(54\cdot7)_8=\left[(50+4)\cdot7\right]_8=(50\cdot7)_8+(4\cdot7)_8=(5\cdot7)_8\cdot10+(4\cdot7)_8=$$
$$=43_8\cdot10+34_8=430_8+34_8=464_8$$

$$(54\cdot7)_9=\left[(50+4)\cdot7\right]_9=(50\cdot7)_9+(4\cdot7)_9=(5\cdot7)_9\cdot10+(4\cdot7)_9=$$
$$=38_9\cdot10+31_9=380_9+31_9=421_9$$

$$(223\cdot3)_5=\left[(200+20+3)\cdot3\right]_5=(200\cdot3)_5+(20\cdot3)_5+(3\cdot3)_5$$
$$=(2\cdot3)_5\cdot100+(2\cdot3)_5\cdot10+14_5=11_5\cdot100+11_5\cdot10+14_5$$
$$=1100_5+110_5+14_5=1224_5.$$

409. Изврши множења: $678\cdot900$; $(645\cdot600)_7$