Дељење вишецифреним бројем

4 2 4. Придржавањем вођења, напред описаног пута, изражени су о дељењу два појма: 1) дељење је инверзна (обрнута) операција множења, тј. израчунавање једног чиниоца из производа и другог чиниоца и 2) дељење је поновљено одузимање истог броја од датог броја, што формирамо путем апстракције (извлачење битног од небитног) растављањем скупа на еквивалентне подскупове. У вођењу дељења је најкорисније путем овог другог схватања.

На пример:

Изврши дељење 71 278 : 217 :

Замисли да је један од твојих другова немоћан пред овим проблемом (нема идеју како би то решио). Како би му се помогло, односно дала идеја да реши ову проблем.

Обраћам му се: Замисли да су то кликери које треба поделити на 217 ученика твоје школе. Како би ту деобу извршио?

Узећу 217 кликера и свакоме ћу дати по 1. Затим ћу узети поново 217 и свакоме ћу дати по 1, ... И тако ћу наставити узимањем по 217 (док стане по 217) и делити свакоме по 1. Колико се пута буде поновило то узимање по 217, толико ће комада сваки ученик добити.

Онда изврши дељење и запише.

Пише и рачуна:

71 278 − 217 = 71061, 71061 − 217 = 70844, 70844 − 217 = 70627, ...,

Видиш да је тај посао дуг и да је због тога могуће да негде погрешиш.

Да ли би се могло краће изразити ово дељење?

Може ли да се узимање по 217 понови 100 пута?

Може, јер је 100 пута 217 ... 21700, а то је мање мање од 71 278.

Може ли да се понови 1000 пута?

Не може јер је 1000 пута 217 ... 217 000, а то је веће од 71 278.

Значи, број понављања је већи од 100 мањи од 1000.

Да би се приближило том броју, треба израчунати узастопне производе броја 217 и бројева 2, 3, ..., 9. Затим направи таблицу:

$217 \cdot 2$	=	434
$217 \cdot 3$	=	651
$217 \cdot 4$	=	868
$217 \cdot 5$	=	1085
$217 \cdot 6$	=	1302
$217 \cdot 7$	=	1519
$217 \cdot 8$	=	1736
$217 \cdot 9$	=	1953

Како користити таблицу?

Ако поновиш узимање 100 пута узећеш $217 \cdot 100 = 21700$, а то је мање од 71 278.

Ако поновиш узимање 200 пута узимаш $217 \cdot 200 = 43400$ (то ти показује таблица). Тиме је узето 43 400 кликера и то мање од 71 278.

Да ли можеш да поновиш 300 пута?

Да, јер је $217 \cdot 300 = 65100 < 71\,278$, а 400 пута? Не можеш јер је $217 \cdot 400 = 86800 > 71278$.

Зато пишем:

$$\begin{array}{r l}
71278 & : 217 = 300 + 20 + 8 = 328 \\
-65100 & \\
\hline
6178 & \\
-4340 & \\
\hline
1838 & \\
-1736 & \\
\hline
102 &
\end{array}$$

Значи, кад поновиш узимање 300 пута, остаје 6178. Можеш ли поновити узимање 10 пута? Могу јер је $217 \cdot 10 = 2170 < 6178$. Користи таблицу.

Таблица показује да могу поновити узимање 20 пута, јер је $217 \cdot 20 = 4340 < 6178$. А 30 пута? То не могу јер је $217 \cdot 30 = 6510 > 6178$. Зато записујем 20 и остаје $6178 - 4340 = 1838$. На основу таблице видим да узимање могу поновити 8 пута, тј. $1838 - 1736 = 102$. Остало је 102 кликера и узимање више није могуће, јер је $102 < 217$.

Тиме је дато дељење извршено и добивени количник је 328, а остатак 102.

Сада можеш да узмеш произвољно примере и делиш на описани начин. Можеш увек да делиш на описани начин, јер само тада делиш са разумевањем. Само тада мислиш кад рачунаш, кад делиш.

Значи, најбржи и најсигурнији пут увођења писменог дељења јесте описани начин:

Поновљено одузимање уз припремљену таблицу производа делиоца и једноцифрених бројева 2, 3, …, 9.

Обрати пажњу да је поновљено узимање исто што и растављање на подскупове. На пример, кад од 42 елемента узимаш по 6, онда сваких 6 елемената чине један подскуп. Како од 42 можеш узети 7 пута по 6, то се скуп од 42 елемента раставља на 7 подскупова. Значи да при поновљеном узимању знаш број елемената подскупа (6 у овом примеру), а израчунаваш број еквипотентних подскупова (7 у овом примеру).

Када скуп од 42 елемента раставиш на 7 подскупова делиш број 42 бројем 7 и добијаш број 6, број елемената сваког подскупа. Када израчунаваш број елемената сваког еквипотентног подскупа ти делиш. Делиш број (елемената) скупа који растављаш бројем подскупова.

Схваташ како се дели вишецифреним бројем. Али да знаш да се највише греши кад се пишу узастопни остаци при дељењу једноцифреним делиоцем, јер тада слабо мислиш то радиш механички (остаје „толико“, „спуштам“ следећу цифру, „иде“…). Уместо тебе „мисли“ алгоритам (скуп правила по којима се врше аритметичке операције).

4.25. Али при дељењу једноцифреним делиоцем у другим системима, мораш писати остатке, зато што мораш да вршиш одговарајућа „претварања", на пример:

$$
\begin{array}{l}
(3101:5)_6 = 345_6 \\
\underline{-23} \\
\quad 40 \\
\quad \underline{-32} \\
\qquad 41 \\
\qquad \underline{-41} \\
\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$31_6 = 18+1 = 19$, па је $19:5 = 3$ и остатак 4
где 3 пишеш у количник,
$19 = 15+4$, па је $15 = 23_6$

$$
\begin{array}{r}
31_6 \\
\underline{-23_6} \\
4
\end{array}
$$

$40_6 = 24+0 = 24$, па је $24:5 = 4$ и остатак 4
где 4 пишеш у количник
$24 = 20+4$, $20 = 32_6$

$$
\begin{array}{r}
40_6 \\
\underline{-32_6} \\
4
\end{array}
$$

$41_6 = 24+1 = 25$, $25:5 = 5$ и остатак 0
5 пишеш у количник, $25 = 25+0$,
$25 = 41_6$

Провера: $(345\cdot 5)_6$

$$
\begin{array}{r}
41 \\
32 \\
\underline{23} \\
3101_6
\end{array}
$$

$5\cdot 5 = 25 = 41_6$
$5\cdot 4 = 20 = 32_6$
$5\cdot 3 = 15 = 23_6$

$4+2 = 6 = 10_6$
$1+3+3 = 7 = 11_6$

$$
\begin{array}{l}
(3525:5)_6 = 441 \\
\underline{-32} \\
\quad 32 \\
\underline{\quad -32} \\
\qquad 5 \\
\qquad \underline{-5} \\
\qquad 0
\end{array}
$$

$35_6 = 18+5 = 23$, па је $23:5 = 4$ и остатак 3
4 пишеш у количник.
$23 = 20+3$, $20 = 32_6$

$32_6 = 18+2 = 20$, па је $20:5 = 4$ и остатак 0
4 пишеш у количник
$20 = 20+0$, $20 = 32_6$
$5_6 = 5$, па је $5:5$ 1 и остатак 0
1 пишеш у количник; $5 = 5+0$, $5 = 5_6$

Провера: $(441\cdot 5)_6$

$$
\begin{array}{r}
5 \\
+\quad 32 \\
\underline{32} \\
3525
\end{array}
$$

$5\cdot 1 = 5 = 5_6$
$5\cdot 4 = 20 = 32_6$

426. Израчунај: $(3034:5)_6$; $(2132:4)_5$.

$(3034:5)_6 = 342_6$

-23
33
32
14
-14
0

$30_6 = 18+0 = 18$, па је $18:5 = 3$ и остатак 3

3 пишем у количник

$18 = 15+3$, $15 = 23_6$

$30_6 - 23_6 = 3$

$33_6 = 18+3 = 21$, па је $21:5 = 4$ и остатак 1

4 пишем у количник.

$21 = 20+1$, $20 = 32_6$

$33_6 - 32_6 = 1$

$14_6 = 6+4 = 10$, па је $10:5 = 2$ и остатак 0

2 пишем у количник.

$10 = 10+0$, $10 = 14_6$,

$14_6 - 14_6 = 0$

Провера: $(342 \cdot 5)_6$

14
32
$+23$
3034_6

$5 \cdot 2 = 10 = 14_6$
$5 \cdot 4 = 20 = 32_6$
$5 \cdot 3 = 15 = 23_6$

$3+3 = 6 = 10_6$

$(2132:4)_5 = 243$

-13
33
-31
22
-22
0

$21_5 = 10+1 = 11$, па је $11:4 = 2$ и остатак 3

2 пишем у количник.

$11 = 8+3$, $8 = 13_5$

$21_5 - 13_5 = 3_5$

$33_5 = 15+3 = 18$, па је $18:4 = 4$ и остатак 2

4 пишем у количник.

$18 = 16+2$, $16 = 31_5$

$33_5 - 31_5 = 2_5$

$22_5 = 10+2 = 12$, па је $12:4 = 3$ и остатак 0

3 пишем у количник

$12 = 12+0$, $12_5 = 22_5$

Провера: $(243 \cdot 4)_5$

22
31
13
2132_5

$4 \cdot 3 = 12 = 22_5$
$4 \cdot 4 = 16 = 31_5$
$4 \cdot 2 = 8 = 13_5$

$3+3 = 6 = 11_5$