График афине функције
$y = ax + в$

Знаш да је график линеарне функције $y = ax$ права и да је ма који број x, свака тачка $(x, y = ax)$ припада правој која садржи координатни почетак, да $y = ax + в$ афина функција, где су a и $в$ стални бројеви.

Координате тачке графика функције $y = ax + в$ је $(x, y) = (x, y = ax + в)$.

Кад упоредимо тачке графика функције $y=ax$, $(x,y)=(x,y=ax)$ и тачке графика функције $y=ax+b$, $(x,y)=(x,y=ax+b)$ за исту апсцису x, ордината афине функције y је већа за b ако је $b>0$, мања за b ако је $b<0$. За $b=0$, график афине функције се поклапа са графиком функције $y=ax$.

1363. Нацртај график функције $y=2x$ и афине функције $y=2x+3$.

За $x=0$, $y=2x=2\cdot 0=0$, $(x,y)=(0,0)$ - координатни почетак.
За $x=0$, $y=2x+3=2\cdot 0+3=3$, $(x,y)=(0,3)$ тачка у оси.

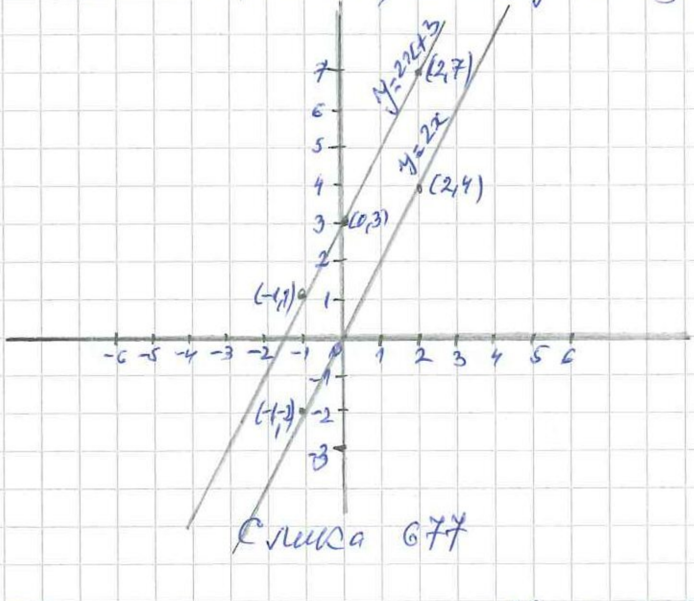
За $x=2$, $y=2x=2\cdot 2=4$, $(x,y)=(2,4)$
За $x=2$, $y=2x+3=2\cdot 2+3=7$, $(x,y)=(2,7)$.

За $x=-1$, $y=2x=2\cdot(-1)=-2$, $(x,y)=(-1,-2)$
За $x=-1$, $y=2x+3=2\cdot(-1)+3=-2+3=1$, $(x,y)=(-1,1)$.

Упоређивањем одговарајућих тачака графика линеарне функције $y=2x$ и афине функције $y=2x+3$ очигледно је

$(0,0)$, $(2,4)$, $(-1,-2)$
$(0,3)$, $(2,7)$, $(-1,1)$

да ордината (y) сваке тачке графика $y=2x+3$ већа од ординате графика $y=2x$ за 3 (где $b=3$), за исту апсцису x.



Слика 677

Нека је тачка $M(x, y=2x+3)$ и $M'(x, y=2x)$ онда је за $x=p$, разлика дужи $\overline{PM}-\overline{PM'}=2x+3-2x=3$, па је $\overline{M'M}=3$.

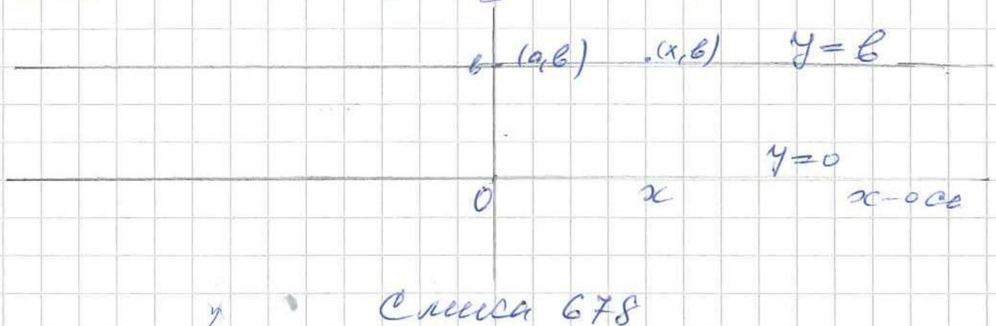
Кад је $x=0$, онда је $[0,3]=\overline{M'M}=3$. Одатле следи паралелност правих $y=2x+3$ и $y=2x$.

Са слике 677 се види да се график функције $y=2x+3$ добива транслацијом из графика $y=2x$, јер је ордината сваке тачке графика $y=2x+3$ већа од ординате одговарајуће тачке за 3. То потврђују и графици датих функција – паралелне праве.

886

1364. Нацртај графике афине функције $y = ax + b$, ако је $a = 0$.

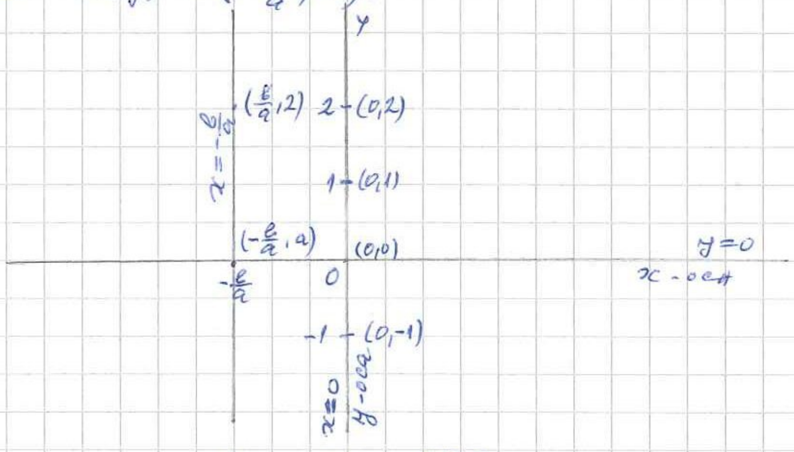
За $x = 0$, $y = a \cdot 0 + b = b$, функција $y = b$ садржи тачку $(0, b)$ и паралелна је функцији $y = ax$, за $a = 0$, следи $y = 0$ а то је x-оса. Значи права $y = b$ је паралелна са x-осом (апсцисном осом).



Слика 678

1365. Нацртај графике афине функције $y = ax + b$, кад је $y = 0$.

$y = ax + b$ за $y = 0$, следи $ax + b = 0$. Из $ax + b = 0 \Longrightarrow ax = -b$ $\Longrightarrow x = -\frac{b}{a}$. Права сече апсцисну осу у $x = -\frac{b}{a}$ и то је тачка апсцисе $(x, y) = (-\frac{b}{a}, 0)$.



Слика 679

Права $y = 0$ је апсисна оса (x–оса).
Права $x = -\frac{b}{a}$ је паралелна са ординатном осом.

1366. Нацртај координатни систем и праве $x = 1$, $x = 2$, $x = 3\frac{1}{2}$, $x_4 = -3$ паралелне ординати (y-осом); Затим праве, $y = 1$, $y = 3$, $y = -2$, $y = -3\frac{1}{2}$ паралелне апсисној оси (x-оси). Одреди координате тачака пресека правих, а посебно пресека правих са координатним осама.

Закључак је:

Ордината заједничке тачке праве $x = m$ и апсцисне осе (x-осе) $y = 0$, m). $(m, 0)$.

Апсциса заједничке тачке праве $y = b$ и ординате осе (y-осе) је $x=0$, тј $(0,y)$ (Види слику 109 решења).

Овај закључак нам је битан у задацима који следе.

Једначина $y = ax+b$ (експлицитни облик по y) се лако своди на општи облик $ax+by+c=0$ (имплицитни облик – нерешена једначина).

Обрнуто, општи облик једначине $ax+by+c=0$ се своди на облик $y = ax+b$.

1367. Једначину $y = 3x - \frac{4}{5}$ сведи на имплицитни (општи) облик $ax+by+c = 0$

$$y = 3x - \frac{4}{5} \iff 5y = 15x - 4 \iff 0 = 15x - 5y - 4$$
$$y = 3x - \frac{4}{5} \iff 15x - 5y - 4 = 0$$

Значи, једначина облика $y = 3x - \frac{4}{5}$ своди се на облик $15x - 5y - 4 = 0$.

Или уопште, једначина облика $y = ax+b$ своди се на облик $ax+by+c=0$.

1368. Једначину $4x-2y+7=0$ сведи на облик $y = ax+b$.

$$4x-2y+7=0 \iff 4x+7=2y \iff 2x+\frac{7}{2} = y.$$

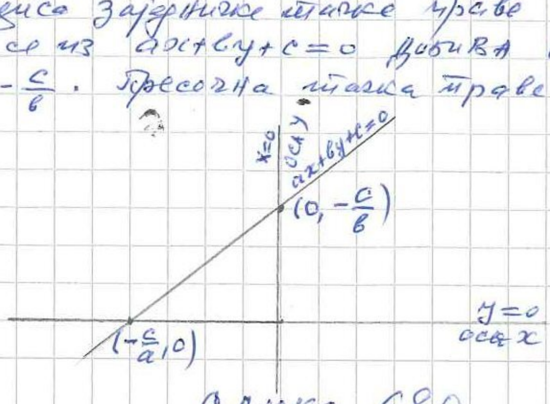
Једначина $4x-2y+7=0$ своди се на облик $y = 2x+\frac{7}{2}$.

Тиме се облик једначине $ax+by+c=0$ своди на облик $y=ax+b$.

За конструкцију праве $y=ax+b$ кад је дат општи облик $ax+by+c=0$, треба да се користе њени пресеци са координатним осама. Познато је да права $y=0$ је апсцисна оса (x-оса), а права $x=0$ је ординатна оса (y-оса). То треба користити код одређивања тражених пресека.

Наиме, ордината заједничке тачке праве и апсцисне осе (x-осе) је $y=0$, па се из $ax+by+c=0$ добива $ax+c=0$, одакле следи да је $ax=-c$, $x = -\frac{c}{a}$. Пресечна тачка праве и апсцисне осе $(-\frac{c}{a}, 0)$.

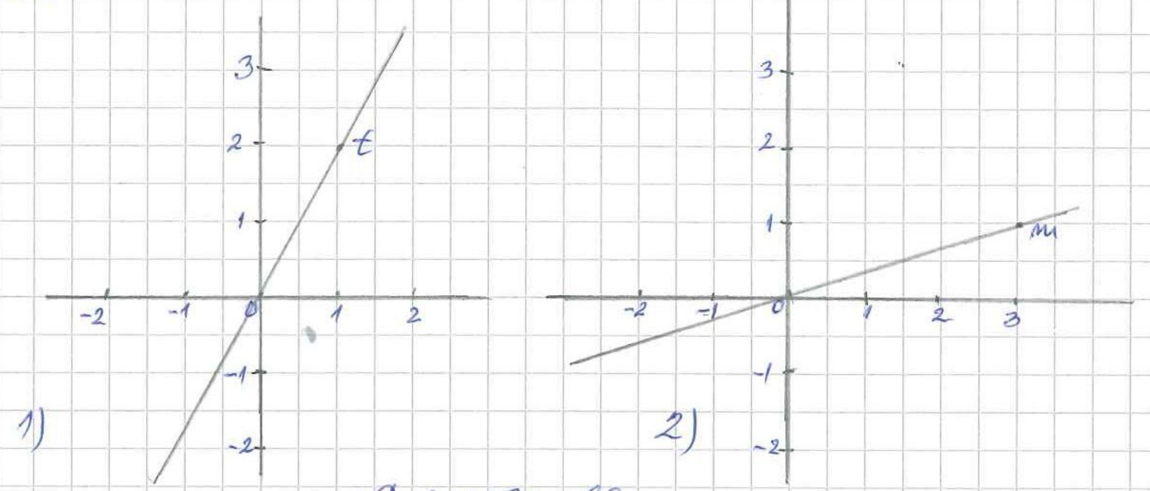
Апсциса заједничке тачке праве и ординатне осе (y-осе) је $x=0$, па се из $ax+by+c=0$ добива $by+c=0$, одакле следи $by=-c$, $y=-\frac{c}{b}$. Пресечна тачка праве и ординатне осе $(0, -\frac{c}{b})$.



Слика 680.

1369. Конструиши праву $3x-2y+5=0$.

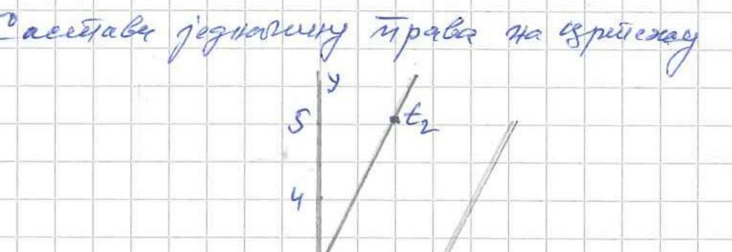
1370. Састави једначину праве приказане на цртежу сл. 681.



Слика 681

1) Права је график функције $y=ax$, одакле је $a=\frac{y}{x}$ (коефицијент правца).
Тачка $t(x,y)=t(1,2)$, $a=\frac{y}{x}=\frac{2}{1}=2$, $\frac{y}{x}=2 \Rightarrow y=2x$.
Једначина праве је $y=2x$.

1371. Састави једначину права на цртежу 682.



Слика 682

На слици је график афине функције $y=ax+b$ и график линеарне функције $y=ax$. Праве $y=ax+b$ и $y=ax$ су паралелне, одузде је a (коефицијент правца) исти број.

$m(1,2)$, $a=\frac{y}{x}=\frac{2}{1}=2$, $y=2x$

Афина функција је сада $y = 2x + в$ и тачка $t_1(0,3)$ одакле је $y = в = 3$.

Према томе, $y = 2x+3$ је права афине функције $y = ax+в$.

Запиши да је на слици само права $y = ax+в$. Одреди једначину те праве.

Користим количник прираштаја $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ функције $y = ax+в$. Одредим координате тачака t_1 и t_2 на уцртаној сл. 682.

$$t_1(x_1, y_1) = t_1(0,3) \Rightarrow x_1 = 0,\ y_1 = 3$$

$$t_2(x_2, y_2) = t_2(1,5) \Rightarrow x_2 = 1,\ y_2 = 5$$

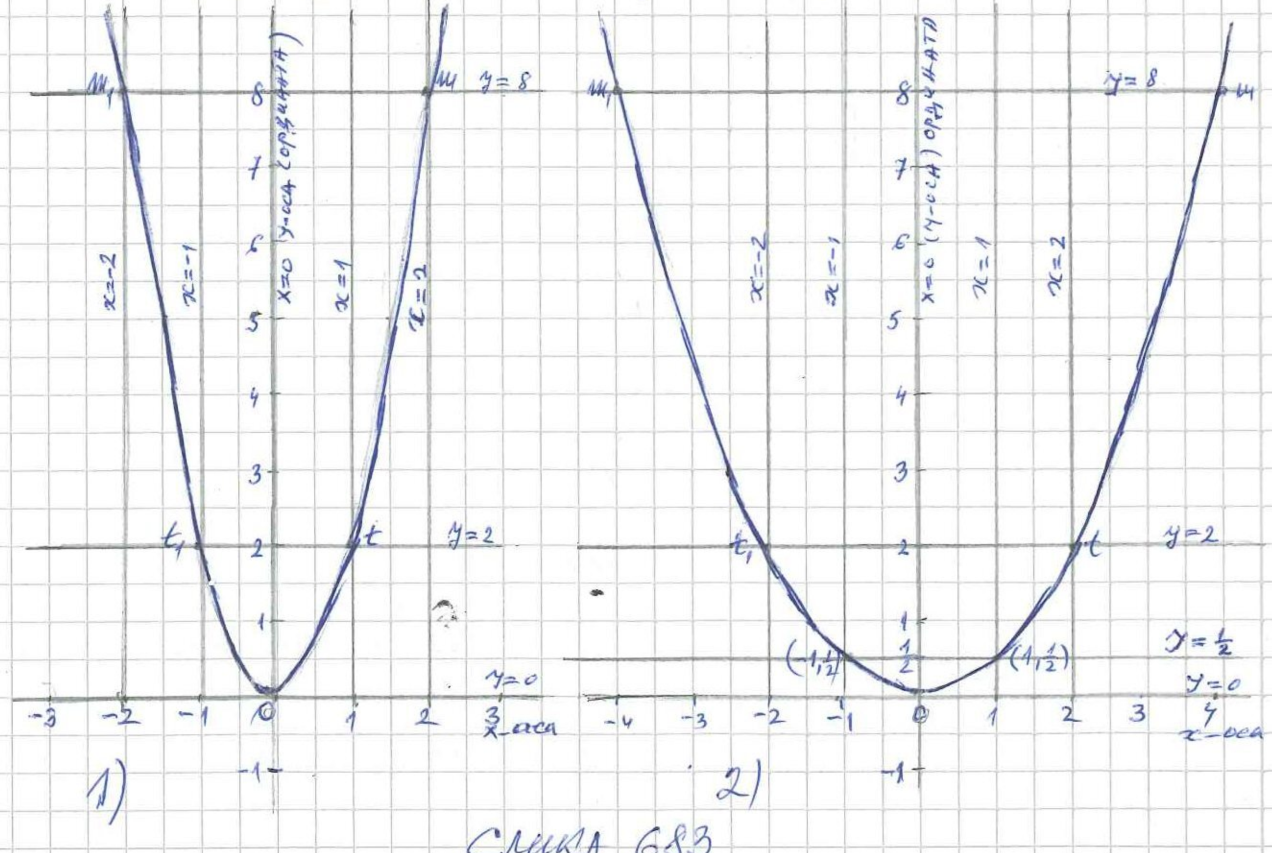
па је $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-3}{1-0} = \frac{2}{1} = 2, \quad a = 2.$

Како је пресек $y = ax+в$ са ординатном осом тачка $t_1(0,3) \Rightarrow y_1 = 3 = в$.

За $a = 2$ и $в = 3$, једначина праве $y = ax+в$ је $y = 2x+3$.

1372. Састави једначину нацртане параболе $y = ax^2$ на слици 683.

Слично правој линији можеш да предосетиш (интуитивно без доказа) да свакој датој (нацртаној) параболи одговара одређена функција $y = ax^2$ ако се изабере (правоугли) координатни систем тако да му почетак буде теме параболе, оса симетрије параболе ординатна оса. Тада се функција $y = ax^2$ зове једначина дате параболе.



СЛИКА 683

890

1) Повлачењем паралелних права координатних оса $x=1$, $x=-1$, и $y=2$, добивам тачке $t(1,2)$ и $t_1(-1,2)$, а $x=2$, $x=-2$, и $y=4$ добивам тачке $m(2,8)$ и $m_1(-2,8)$.

Како је за $x=1$ и $x=-1$, $y=ax^2=a(\pm1)^2=a\cdot1=a$

За $x=1$ и $x=-1$, $y=2=a$, $a=2$.

$y=2x^2$ је једначина параболе.

Провера: за $x=1$, $y=2\cdot1^2=2$, $(1,2)$; за $x=2$, $y=2\cdot2^2=2\cdot4=8$, $(2,8)$ и за $x=-2$, $y=2(-2)^2=2\cdot4=8$, $(-2,8)$.