814. $64 \cdot 23 = 8 \cdot 8 \cdot 23$ је мултиплум бројева $8, 8^2, 23$.
$a^3 \cdot a^5$ је мултиплум бројева $a, a^2, a^3, b, b^2, b^3, b^4, b^5$.

818.

819. Записујем у декадном систему бројеве 100_4, 100_5, 100_6, 100_8 и 100_{10} добијам:

$$100_4 = (4 \cdot 4) \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 0 = 16 \cdot 1 + 0 + 0 = 16_{10}, \quad 100_4 = 16_{10} = 4 \cdot 4$$
$$100_5 = (5 \cdot 5) \cdot 1 + 5 \cdot 0 + 0 = 25 \cdot 1 + 0 + 0 = 25_{10}, \quad 100_5 = 25_{10} = 5 \cdot 5$$
$$100_6 = (6 \cdot 6) \cdot 1 + 6 \cdot 0 + 0 = 36 \cdot 1 + 0 + 0 = 36_{10}, \quad 100_6 = 36_{10} = 4 \cdot 9$$
$$100_8 = (8 \cdot 8) \cdot 1 + 8 \cdot 0 + 0 = 64 \cdot 1 + 0 + 0 = 64_{10}, \quad 100_8 = 64_{10} = 4 \cdot 16$$
$$100_{10} = (10 \cdot 10) \cdot 1 + 10 \cdot 0 + 0 = 100 \cdot 1 + 0 + 0 = 100_{10}, \quad 100_{10} = 100_{10} = 4 \cdot 25$$

Закључујем да је 100 записан у декадном систему бројања, јер је тада дељив бројевима 4 и 25.

818. Користим исти поступак као код утврђивања критеријума дељивости бројем 2, утврђујем: кад је број дељив бројем 5?

$$1530 = 153 \cdot 10 + 0 = 153 \cdot 2 \cdot 5 + 0 \quad \text{и} \quad 1535 = 153 \cdot 2 \cdot 5 + 5$$

остаци дељења се не мењају (зад. 812).

1) $1530 - 153 \cdot 2 \cdot 5 = 0$
$1535 - 153 \cdot 2 \cdot 5 = 5$

2) $1531 - 153 \cdot 2 \cdot 5 = 1$
$1532 - 153 \cdot 2 \cdot 5 = 2$
...
$1539 = 153 \cdot 2 \cdot 5 = 9$.

Остаци дељења 1) $\{0, 5\}$ су дељиви бројем 5, а остаци дељења 2) $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ нису дељиви бројем 5.

Природни број написан у декадном систему бројања дељив је бројем 5 ако је број његових јединица 0 или 5.

821.

$$992 = 9\cdot100+9\cdot10+2 = 9\cdot(11\cdot9+1)+9(9+1)+2$$
$$= 9\cdot11\cdot9+9+9\cdot9+9+2$$
$$= 9\cdot11\cdot9+9\cdot9+(9+9+2)$$

(и овде је $992 = 110\cdot9+2$ и $9+9+2=20=2\cdot9+2$ остатци дељења су једнаки (то је број 2))

$$999 = 9\cdot100+9\cdot10+9 = 9\cdot(11\cdot9+1)+9(9+1)+9$$
$$= 9\cdot11\cdot9+9+9\cdot9+9+9$$
$$= 9\cdot11\cdot9+9\cdot9+(9+9+9)$$

($999=111\cdot9+0$ и $9+9+9=27=3\cdot9+0$. остатци дељења су једнаки броју 0)

$$a = c_3c_2c_1c_0 = c_3\cdot1000+c_2\cdot100+c_1\cdot10+c_0$$
$$= c_3(999+1)+c_2(99+1)+c_1(9+1)+c_0$$
$$= c_3(111\cdot9+1)+c_2(11\cdot9+1)+c_1(9+1)+c_0$$
$$= c_3\cdot111\cdot9+c_3+c_2\cdot11\cdot9+c_2+c_1\cdot9+c_1+c_0$$
$$= c_3\cdot111\cdot9+c_2\cdot11\cdot9+c_1\cdot9+(c_3+c_2+c_1+c_0)$$

822. Како је $10 = 9+1 = 3\cdot3+1$
$$100 = 99+1 = 33\cdot3+1$$
$$1000 = 999+1 = 333\cdot3+1$$

На пример:

$$785 = 7\cdot100+8\cdot10+5 = 7\cdot(99+1)+8\cdot(9+1)+5$$
$$= 7\cdot(33\cdot3+1)+8\cdot(3\cdot3+1)+5$$
$$= 7\cdot33\cdot3+7+8\cdot3\cdot3+8+5$$
$$= 7\cdot33\cdot3+8\cdot3\cdot3+(7+8+5)$$

$$342 = 3\cdot100+4\cdot10+2 = 3\cdot(33\cdot3+1)+4(3\cdot3+1)+2$$
$$= 3\cdot33\cdot3+3+4\cdot3\cdot3+4+2$$
$$= 3\cdot33\cdot3+4\cdot3\cdot3+(3+4+2)$$

$$123 = 1\cdot100+2\cdot10+3 = 1(33\cdot3+1)+2(3\cdot3+1)+3$$
$$= 1\cdot33\cdot3+1+2\cdot3\cdot3+2+3$$
$$= 1\cdot33\cdot3+2\cdot3\cdot3+(1+2+3)$$

Број је дељив бројем 3, ако је збир његових цифара дељив бројем 3.

То се очигледно види и на примеру било којег троцифреног броја.

$$a = c_2c_1c_0 = c_2\cdot100+c_1\cdot10+c_0$$
$$= c_2\cdot(33\cdot3+1)+c_1\cdot(3\cdot3+1)+c_0$$
$$= c_2\cdot33\cdot3+c_2+c_1\cdot3\cdot3+c_1+c_0$$
$$= c_2\,33\cdot3+c_1\,3\cdot3+(c_2+c_1+c_0).$$

Очигледно је да бројем 3 зависи само да ли је збир цифара тога броја дељив или није дељив бројем 3.

823. б) 2145, 1203, 7245.

Број 2145 је дељив бројем 3 јер је збир његових цифара $2+1+4+5=12$, $12=3\cdot4+0$, или $1+2=3$, $0+4=4$, $4+5=9$, 0

Број 1203, $1+2+0+3=6$, $6=3\cdot2+0$, или $1+2$ 3, 0, $0+3=3$, 0
број 1203 је дељив бројем 3.
Број 7245, $7+2=9$, 0, $0+4=4$, $4+5=9$, 0 и број 7245 је дељив бројем 3.

в) 5421, 3201, 1914.

Број 5421 је дељив бројем 3, јер је $5+4+2+1=12$, $12=3\cdot4+0$ али није дељив бројем 9, јер је $12=9\cdot1+3$.

3201 је број чији је збир цифара $3+2+0+1=6$ је дељив бројем 3 ($6=3\cdot2+0$), али није дељив бројем 9 ($6=9\cdot0+6$)
Број 1914 је дељив бројем 3 ($15=3\cdot5+0$) и није дељив бројем 9 ($15=9\cdot1+6$).

г) 3451, 2138, 6541.

3451, $3+4+5+1=13=3\cdot4+1$
2138, $2+1+3+8=14=3\cdot4+2$
6541, $2+1+3+8=16=3\cdot5+1$

825 а) $148\cdot21$ б) $253\cdot51$

а) 148 → остатак r_1 $1+4=5$, $5+8=13$, $1+3=4$, $r_1=4$
× 21 → остатак r_2, $2+1=3$, $r_2=3$

$$\begin{array}{r} 148 \\ \times\ 21 \\ \hline 148 \\ 296\ \ \\ \hline 3108 \end{array}$$

3108 → остатак r, $3+1=4$, $4+8=12$, $1+2=3$ $r=3$

Како је остатак производа $r_1\cdot r_2$ $(=3\cdot4=12=9\cdot1+3)=3$
то је $r=3=r_1\cdot r_2=3$
Производ је тачно израчунат.

б)
$$\begin{array}{r} 253 \\ \times\ 51 \\ \hline 253 \\ 1265\ \ \\ \hline 12903 \end{array}$$

253 ... $r_1=1$
51 ... $r_2=6$
$\}\ r_1\cdot r_2=6$

12903 ... $r=6$

$\therefore r=6=r_1\cdot r_2=6$

Производ је тачно израчунат.

829. Поступак је као и случају броја 3 (претходни 828. задатак).

Множим број 5 сваким природним бројем скупа $N = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$ и записујем израчунате производе

1) $0, 5, 10, 15, \ldots, 5n, \ldots$

Затим повећавам сваки број добијеног низа 1) и пишем израчунате збирове:

2) $1, 6, 11, 16, \ldots, 5n+1, \ldots$

Сада сваки број низа 2) повећавам за 1 (што је исто да низ 1) повећам за 2) и записујем израчунате збирове:

3) $2, 7, 12, 17, \ldots, 5n+2, \ldots$

Исти је поступак и за следеће низове:

4) $3, 8, 13, 18, \ldots, 5n+3, \ldots$

5) $4, 9, 14, 19, \ldots, 5n+4, \ldots$

Број (делилац) 5 раставља скуп на ПЕТ подскупова. Уочавам да ма која два скупа немају заједничких елемената (дисјунктни су). Сваки природни број припада једном и само једном од тих подскупова.

831. У случају делиоца 4 постоје 4 класе:

$\overline{0}$ (кл. 4), $\overline{1}$ (кл. 4), $\overline{2}$ (кл. 4), $\overline{3}$ (кл. 4).

Општи облик бројева сваке класе је:

$4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3$.

835.

$\overline{0}$ (кл 2): $0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \ldots$

Класа $\overline{0}$ је скуп парних природних бројева $\{0, 2, 4, 6, 8, \ldots, 2n, \ldots\}$

$\overline{1}$ (кл 2): $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \ldots$

Класа $\overline{1}$ је скуп непарних природних бројева $\{1, 3, 5, 7, 9, \ldots, 2n+1, \ldots\}$.

Природни бројеви могу бити парни или непарни.

838. Зато што је:

Збир два природна броја је природан број $a+b \in N$.

Производ два природна броја је природан број $a \cdot b \in N$.

Разлика два природна броја није увек природан број $a-b \notin N$, када је $a<b$ ($7-9 \notin N$, $7<9$)

Дељење два природна броја није увек природан број $a:b \notin N$, кад b не дели a ($8:5 \notin N$).

840. Таблица сабирања и таблица множења класа $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}$ (модуло 3).

$+$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$

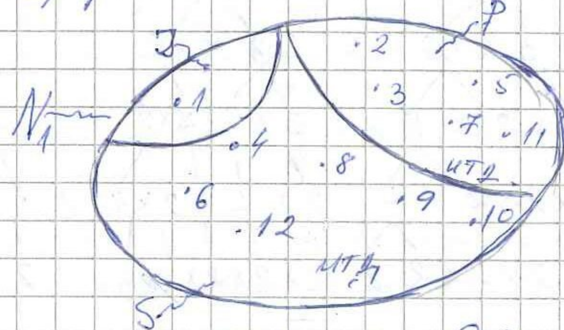
$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Слика 89.

843. б) 4263

Како је $4263 = 8 \cdot 532 + 7$, па број 4263 припада класи $\bar{7}$, тј. $4263 \equiv 7 \pmod{8}$.

852. Користићи претходни задатак (851) где је P – скуп простих бројева, S – скуп сложених бројева и J – синглтон чији је елемент број 1 који није ни прост ни сложен број.



$N_1 = J \cup P \cup S$

Слика 90.

856. Нацртај таблицу првих 100 бројева

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Посматрај таблицу природних бројева од 1 до 100. Прецртавај корак по корак бројеве који нису прости. Број 1 није прост (прецрташ га).

1074

Број 2 је прост (не прецртавам га), али зато прецртавам мултипле броја 2 (дељиве бројем 2) редом 2, 4, 6, 8, ..., 100. Сви мултипли броја 2 су сложени бројеви. Број 3 је прост број (не прецртавам га), а мултипле броја 3 прецртавам (биће „прецртани“). Следе прости бројеви 5, 7, 11, ... и са њима поступам на исти начин.

Уочи да су остали непрецртани само прости бројеви:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Овај поступак је познат као Ератостеново сито, јер подсећа на „просејавање“ природних бројева кроз „сито“ које пропушта све бројеве који нису прости.