МЕЊАЊЕ РЕЗУЛТАТА КАД СЕ МЕЊАЈУ БРОЈЕВИ НАД КОЈИМА СЕ ОПЕРИШЕ

527. Мењање збира и разлике утврђено је раније (496 и 497 задатак). Добро је да још једном расуђујеш у најопштијем облику и резултате расуђивања запиши.

1) Ако је $a+b=s$. Онда је:

$$(a+p)+b = a+p+b = a+b+p = (a+b)+p = s+p$$

и $$a+(b+p) = a+b+p = (a+b)+p = s+p$$

Повећати један сабирак за било који број p значи повећати збир за p.

$$(a+p)+b = s+p \quad \text{и} \quad a+(b+p) = s+p.$$

$$(a-p)+b = a-p+b = a+b-p = (a+b)-p = s-p$$
$$a+(b-p) = a+b-p = (a+b)-p = s-p.$$

Смањити један сабирак за било који број p значи смањити збир за p.

$$(a-p)+b = s-p \quad \text{и} \quad a+(b-p) = s-p.$$

Према томе

$$(a+p)+(b-p) = a+p+b-p = (a+b)+p-p = (s+p)-p = s$$

Повећати један сабирак, а смањити други сабирак за исти број, значи не мењати збир

$$(a+p)+(b-p) = a+b = s.$$

2) Ако је $a-b=d$. Онда је

$$(a+p)-b = a+p-b = (a-b)+p = d+p$$
$$a-(b+p) = a-b-p = (a-b)-p = d-p$$

$$(a-p)-b = a-p-b = (a-b)-p = d-p$$
$$a-(b-p) = a-b+p = (a-b)+p = d+p$$

Према томе

$$(a+p)-(b+p) = a+p-b-p = (a-b)+p-p = (d+p)-p = d;$$
$$(a-p)-(b-p) = a-p-b+p = (a-b)-p+p = (d-p)+p = d.$$

Кад се и умањеник и умањилац повећавају за исти број, повећања и смањења су једнака и разлика се не мења.

Кад се и умањеник и умањилац смањују за исти број, смањења и повећања су једнака и разлика се не мења.

528. Како се мења збир кад се: 1) један сабирак повећа за 20, а други смањи за 50; 2) сваки сабирак повећа за 30000. 3) сваки сабирак повећа за a; сваки сабирак смањи за b?

529. Како се мења разлика кад се:

1) умањеник повећа за 9, а умањилац смањи за 5; Умањеник смањи за 4, а умањилац повећа за 7; 3) Умањеник смањи за 300, а умањилац повећа за 100; Умањеник повећа за a, а умањилац смањи за b?

1) $a-b=d$
$(a+9)-(b-5) = (a-b)+9+5 = d+14$

2) $(a-4)-(b+7) = (a-b)-4-7 = d-11$

3) $(a-300)-(b+100) = (a-b)-300-100 = d-(300+100) = d-400.$
$(a+a)-(b-b) = 2a-0 = 2a.$

530. Да ли се мења и како производ од два чиниоца, ако се један чинилац повећа 5 пута; један чинилац смањи 3 пута?

1) На пример: $17 \cdot 21 = 257$
израчунаваш $(17 \cdot 5) \cdot 21 = 1285$
а затим вршиш деобу $1285 : 257$

Зашто делиш а не одузимаш $1285-257$?

Ако се чинилац повећа неколико пута, треба видети колико пута (а не за колико) се повећава производ.

Не израчунавај, већ расуђивањем реши проблем.

На основу асоцијативности комутативности

$(17\cdot5)\cdot21 = 17\cdot(5\cdot21) = 17\cdot(21\cdot5) = (17\cdot21)\cdot5$

Помножити ма који чинилац производа једним бројем исто је што и помножити (цео) производ тим бројем (зад. 508.31).

Према томе ако се један чинилац повећа 5 ПУТА, и производ се повећа 5 ПУТА.

2) На пример:

$17\cdot21 = 257$

$17\cdot(21:3) = (17\cdot21):3$

Поделити ма који чинилац производа једним бројем исто је што и поделити (цео) производ тим бројем (зад. 508.3)).

Ако се један чинилац смањи 3 ПУТА, и производ се смањује 3 ПУТА.

Обрати пажњу, да се у овом задатку уместо „помножити" и „поделити" говори: „повећати" и „смањити", тиме још боље утврђујеш поменуте чињенице.

3) Тиме се не треба задовољити, него треба да расуђујеш и уопштење:

Нека је $a\cdot b = p$

На основу комутативности и асоцијативности множења је $(a\cdot m)\cdot b = a(m\cdot b) = a(bm) = (a\cdot b)\cdot m$

Па из $ab = p$ следи $(a\cdot m)b = (a\cdot b)m = p\cdot m$

и $a\cdot(b\cdot m) = (ab)m = p\cdot m$

Дакле $(a\cdot m)b = pm$ и $a(b\cdot m) = pm$

На основу дељења производа бројем је

$a(b:m) = (a:m)b = (a\cdot b):m$

Па из $ab = p$, следи $(a:m)\cdot b = p:m$ и $a(b:m) = p:m$.

531. Како се мења производ кад се један чинилац ~~кад се један чинилац~~ помножи, а други подели истим бројем? Реши у општем облику.

Нека је $ab = p$

онда је $(a\cdot m)\cdot(b:m) = [(a\cdot m)\cdot b]:m = [(a\cdot b)\cdot m]:m = ab = p$.

1) Изврши множења: $24\cdot27$; $56\cdot125$; $2324\cdot5$

$24\cdot 27 = (24\cdot 3)\cdot(27:3) = 72\cdot 9 = 72\cdot(10-1) = 720-72 = 648$

$56\cdot 125 = (56:8)\cdot(125\cdot 8) = 7\cdot 1000 = 7000$

$2324\cdot 5 = 1162\cdot 10 = 11620.$

2) Образложи поступак множења у задатку 525. 2) и множење производа производом.

$723\cdot 35 = 723\cdot(5\cdot 7) = (723\cdot 5)\cdot(5\cdot 7:5) = (723\cdot 5)\cdot 7$

На пример:

$(8\cdot 14\cdot 32)\cdot(5\cdot 125) = [(8:8)\cdot 14\cdot 32]\cdot[(5\cdot 125)\cdot 8]$

$= [14\cdot 32]\cdot[5\cdot(125\cdot 8)]$

$= [(14\cdot 5)\cdot 32]\cdot[(5\cdot 1000):5]$

$= 70\cdot 32\cdot 1000$

Тиме је утврђена чињеница: Производ се не мења ако се један чинилац помножи а други подели истим бројем, и утврђено како се користе заграде у сложенијим случајевима.

532. 1) Мења ли се количник и како кад се дељеник повећа неколико пута: 5 пута, 30 пута, 700 пута?

Ако је $a:b=q$

На основу дељења производа (задатак 315) је

$(a\cdot 5):b = (5\cdot a):b = 5\cdot(a:b) = 5q.$

Пример: $20:4=5$, $(20\cdot 3):4 = 5\cdot 3$.

Напиши у општем облику:

Ако је $a:b=q$, онда је $a\cdot m:b = qm$.

Ако се дељеник дељења повећа m пута (помножи бројем m) и количник се повећа m пута.

2) Како се мења количник кад се дељеник смањи m пута?

На основу дељења броја производом (зад 314):

$a:b=q$, $(a:m):b = a:(m\cdot b) = (a:b):m = q:m$

На пример: $24:4=6$, $(24:3):4 = (24:4):3 = 6:3$

Ако се дељеник смањи m пута (подели бројем m) и количник се смањи m пута.

ако је $a:b=q$, онда је $(a:m):b = q:m$.

3) Како се мења количник ако се делилац повећа m пута?

Ако је $a:b=q$, онда је на основу дељења производом (зор. 394) $a:(b\cdot n)=(a:b):n=q:n$.

Речима: Ако се делилац дељења повећа n пута, количник се смањује n пута.

Пример: $60:4=15$

$60:(4\cdot 3)=(60:4):3=15:3$

4) Како се мења количник кад се делилац смањи n пута?

Из $a:b=q$ следи $a=b\cdot q$, на основу инверзности дељења и множења ($(b\cdot q):b=q$).

Ако делилац b поделим бројем n, онда се q мора помножити бројем n да се производ a не мења (зор 531) тј $a=(b:n)\cdot(q:n)$, одакле је $a:(b:n)=q\cdot n$.

Дакле, кад се делилац смањује n пута, количник се повећава n пута.

5) Напиши резиме (сажетак) за све наведене случајеве: кад се количник повећава n пута? Кад се смањује n пута? и кад се количник не мења?

„Ако се дељеник помножи или делилац подели бројем n, количник се множи бројем n (повећава се n пута), то јест

$(a\cdot n):b=qn$ и $a:(b:n)=qn$.

Ако се дељеник подели или делилац помножи бројем n, количник се дели бројем n (смањује се n пута), то јест

$(a:n):b=q:n$ и $a:(b\cdot n)=q:n$.

На основу тога закључује: Ако се истовремено и дељеник и делилац помноже или поделе бројем n количник се не мења, тј из: $a:b=q$ следи $an:bn=q$ и $(a:n):(b:n)=q$" [1]

6) Примени те чињенице при разним дељењима:

На пример: $135:15=(135:3):(15:3)=45:5=9$.

Примењујем дељење и дељеника и делиоца истим бројем.

Дељење $1944:216$ (дели се и дељеник и делилац бројем 2)

Замењује се дељењем $972:108$ (дели се и дељеник и делилац бројем 3)

Затим дељењем $324:36$ (дели се и дељеник и делилац бројем 3)

Затим дељењем $108:12$ (дели се и дељеник и делилац бројем 3)

Најзад дељењем $36:4=9$.

Или

Делење 1944 : 216 (дели се и дељеник и делилац бројем 2)
Замењује се делењем 972 : 108 (дели се и дељеник и делилац бројем 3)
Затим делење 324 : 36 (дели се и дељеник и делилац бројем 9)
Најзад делење 36 : 4 = 9.

Према томе: делење и дељеника и делиоца је веома корисно у многим случајевима. Али и множење дељеника и делиоца може бити веома корисно у многим случајевима.
На пример:
Делење 108 : 25 = 4 и остатак 8
или 108 : 25 = (108·4) : (25·4) = 432 : 100 = 4 и остатак 32 : 4 = 8.

Испитивање мењања резултата операција у зависности од промене бројева над којима се врше операције, осим практичне примене, има велики математички образовни значај.