1360. Нацртај график функције $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$.

График функције $y = x^2$ и $y = -x^2$ је приказан на слици 672 и биће „пренет" на слици 673.

$y = 2x^2$

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$2\frac{1}{2}$	3	...
y	18	$12\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$4\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$	18	...

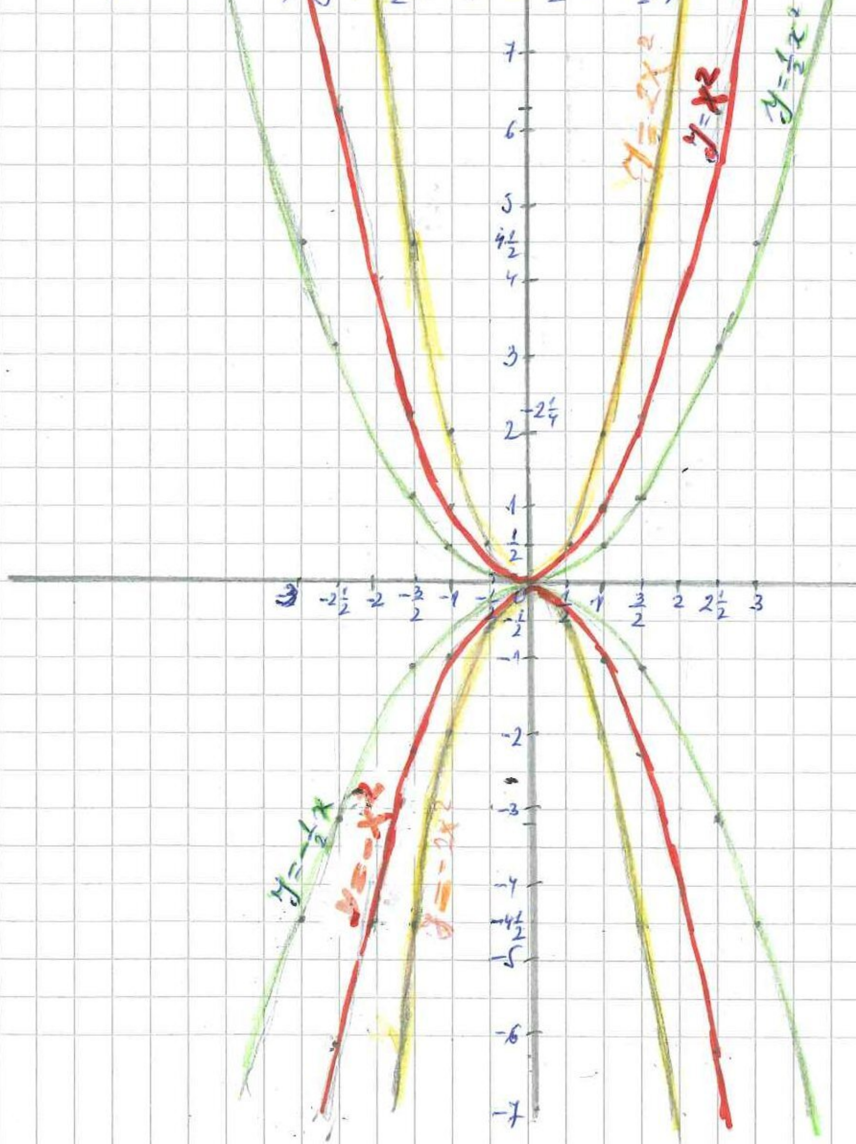
За $x = -3$, $y = 2\cdot(-3)^2 = 18$; $x = -2\frac{1}{2}$, $y = 2(-2\frac{1}{2})^2 = 12\frac{1}{2}$

$x = -\frac{3}{2}$, $y = 2\cdot(-\frac{3}{2})^2 = 2\cdot\frac{9}{4} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$, ..., $x = 3$, $y = 2\cdot 3^2 = 18$

$y = \frac{1}{2}x^2$

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$2\frac{1}{2}$	3	...
y	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{8}$	$3\frac{1}{8}$	$4\frac{1}{2}$	...

За $x = -3$, $y = \frac{1}{2}(-3)^2 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$,



слика 673

График функције $y = \frac{a}{x}$

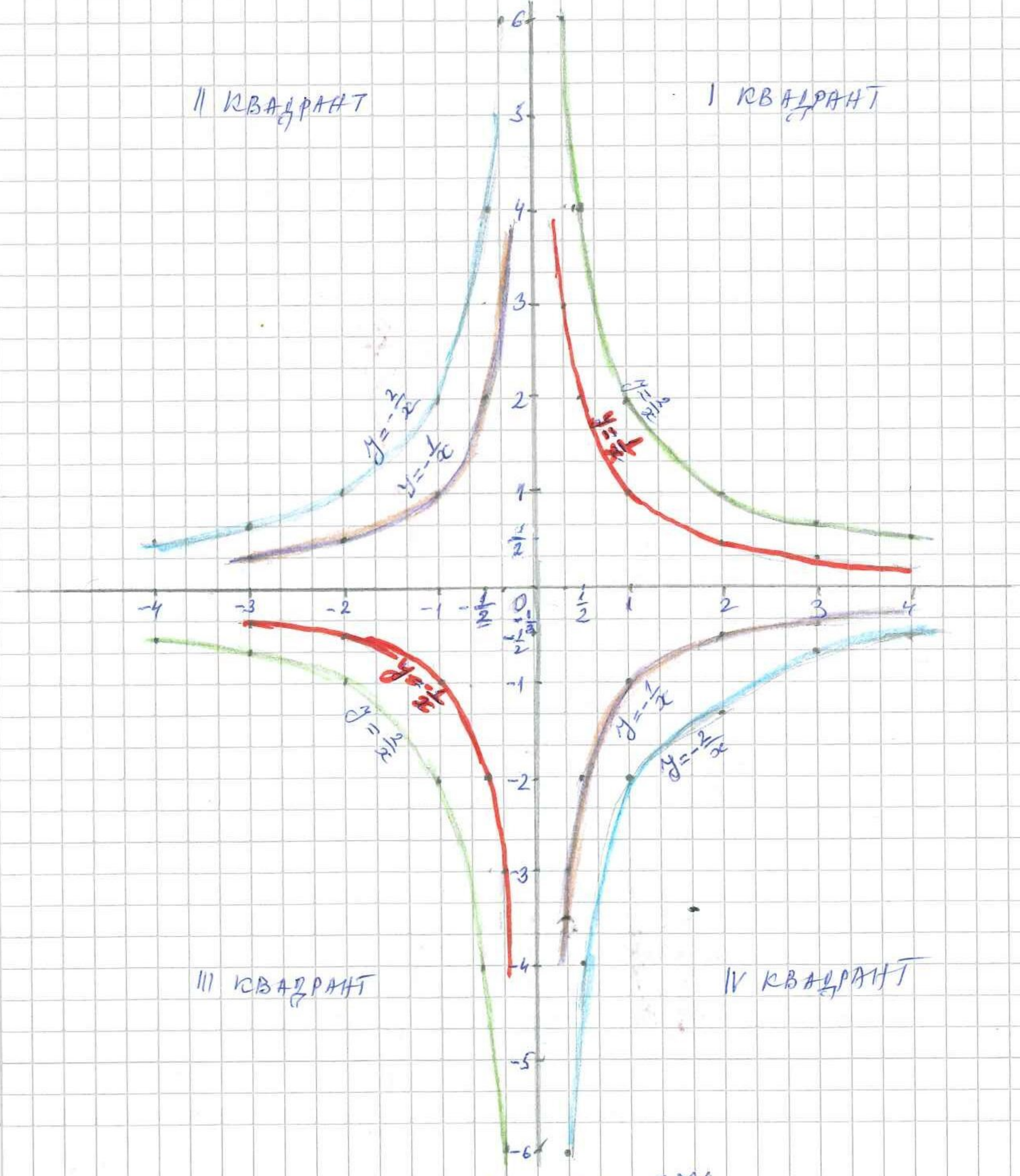
1361. Нацртај график функције $y = \frac{1}{x}, \frac{2}{x}, \dots, y = -\frac{1}{x}, y = -\frac{2}{x}, \dots$

$y = \frac{1}{x}$; $y = \frac{a}{x}$, $a = 1 > 0$

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	0	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	...

$y = -\frac{1}{x}$; $y = \frac{a}{x}$, $a = -1 < 0$

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	0	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	...



СЛИКА 674

$y=\frac{2}{x}$, $y=\frac{a}{x}$, $a=2>0$

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	2	3	4	…
y	-1	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	-4	-6	-8	0	8	6	4	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	…

$y=-\frac{2}{x}$, $y=\frac{a}{x}$, $a=-2<0$

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	2	3	4	…
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	-1	2	4	6	8	0	-8	-6	-4	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	…

$$y=\frac{a}{x},\ a>0$$

Интервал [м,0]

Ако је $a>0$, a сталан позитиван број, x негативан број ($x<0$) и РАСТЕ у интервалу [м,0), y негативан број опада, па функција у III квадранту опада.

То потврђује количник прираштаја $\frac{y_2-y_1}{x_1x_2}=-\frac{a}{x_1x_2}<0$, где је $a>0$ и $x_1x_2>0$ функција опада (зр. 1347).

Интервал [0 р], a сталан позитиван број, a x позитиван број и расте, y позитиван број опада, па функција опада.

Количник прираштаја $-\frac{a}{x_1x_2}<0$, $a>0$ и $x_1x_2>0$, и функција у I квадранту неограничено опада.

$$y=\frac{a}{x},\ a<0$$

Интервал [м,0]

Ако је $a<0$ сталан број, x негативан број и расте, и y расте, па функција расте.

Количник $-\frac{a}{x_1x_2}$, кад је $a<0$ и $x_1x_2>0$ количник је $-\frac{a}{x_1x_2}>0$, па функција неограничено расте у II квадранту.

Интервал [0,р]

$a<0$ сталан број, x позитиван број стално расте, y стално расте.

Количник прираштаја $-\frac{a}{x_1x_2}>0$, јер је $a<0$ и $x_1x_2>0$, па функција неограничено расте у IV квадранту.

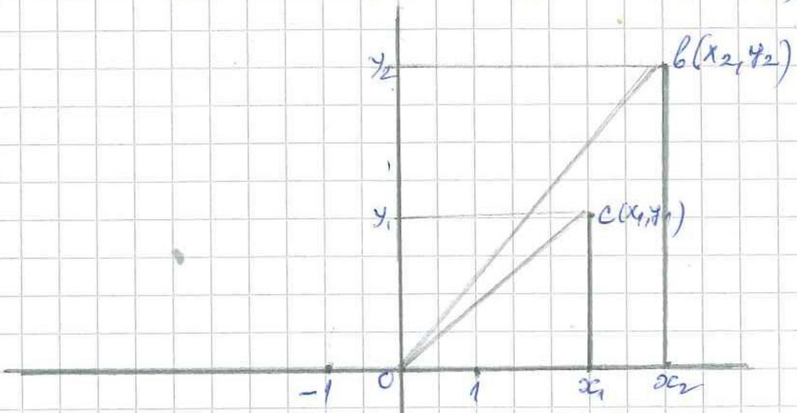
График функције $y=\frac{a}{x}$ изгледа да се састоји из „две криве линије". Нису то две криве линије, већ су то две гране исте криве линије која се зове хипербола.

Подсети се да је функција дефинисана у скуп реалних бројева из којег се мора издвојити 0, тј у R\0, и њене вредности чине тај исти скуп (зр. 1346.3). Према томе скуп-извор и скуп-циљ те функције је R\0.

Графици линеарне и афине функције

График линеарне функције
$y = ax$

На слици 675 нацртан је координатни систем и две произвољне тачке $c(x_1, y_1)$ и $b(x_2, y_2)$.



Слика 675

Тачка $(0,0)$, припада графику, сваке линеарне функције $y = ax$, јер је $a \cdot 0 = 0$.

Нека су и (x_1, y_1) и (x_2, y_2) уређени парови, на пример $y = 2x$. Изрази их у претпоставку.

За тачку $c(x_1, y_1)$, $y_1 = 2x_1$

За тачку $b(x_2, y_2)$, $y_2 = 2x_2$.

то су размере $\frac{y_1}{x_1} = 2$, $\frac{y_2}{x_2} = 2$.

Ове размере се могу написати као размере дужи јер је $y_1 = \overline{Oy_1} = \overline{x_1c}$, $y_2 = \overline{Oy_2} = \overline{x_2b}$; $x_1 = \overline{Ox_1}$, $x_2 = \overline{Ox_2}$, па је:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{\overline{x_1c}}{\overline{Ox_1}} = 2, \quad \frac{y_2}{x_2} = \frac{\overline{x_2b}}{\overline{Ox_2}} = 2.$$

Посматрајући то значи да је

$$\frac{[x_1c]}{[Ox_1]} = \frac{[x_2b]}{[Ox_2]} = 2$$

тј. да су троуглови Ox_1c и Ox_2b слични јер су правоугли. Ако су они слични то значи да су одговарајући углови подударни, тј. $\angle x_1Oc \cong x_2Ob$ а то значи да су $[Oc]$ и $[Ob]$ делови исте праве, тј. O, c и b припадају истој правој.

Значи, ма који број x, свака тачка $(x, y = 2x)$ припада истој правој која садржи координатни почетак.

Ако је $t(x, y)$ ма која тачка праве bc, онда је $y = 2x$, $x \in R$.

„График функције $y = ax$ је права, а свакој правој одговара, ако нацртамо (правоугли) координатни систем, функција облика $y=ax$. У том случају се $y=ax$ зове једначина дате праве." [1].

График функције $y=ax$ је права. Објасни њену конструкцију.

Нацртам координатни систем и само једну тачку (x_1, y_1) тако да је $y_1 = ax_1$, јер друга тачка је координатни почетак $(0,0)$, који припада графику сваке линеарне функције $y=ax$.

Посматрај слику 675:

Кад је $[X_1C] \cong [Ox_1]$, тј. $[Oy_1] \cong [Ox_1]$, онда је и $[Oy_2] \cong [Ox_2]$, $[Oy_3] = [Ox_3]$ ... уопште $[Oy] \cong [Ox]$, тј. $y=x$.

$y=x$ је једначина бисектрисе правог угла који образују оне полуправе координатних оса које су носачи позитивних бројева.

„Ако је $\overline{Ox_1} < \overline{Ox_2} < \dots < 0$, уопште $\overline{Ox} < 0$, онда је $\frac{\overline{xy}}{\overline{Ox}} < 0$, тј. коефицијент a је негативан број, и график показује да функција $y=ax$ стално опада. Кад је $a=-1$, функција гласи $y=-x$ и то је једначина бисектрисе другог правог угла коју образују координатне осе, упоредног угла претходног.

Уопште, коефицијент a карактерише (одређује) угао који график функције $y=ax$ образује са носачем позитивних бројева апсцисне осе. Јер a тангенс тога угла, наиме $tg\angle xOc = \frac{y}{x} = a$" (што ћеш касније упознати) [1]

Али и без тога можеш пратити мењање коефицијента a: Кад је $a=0$ и угао је нула, а $y=ax$ гласи $y=0$ и то је једначина апсцисне осе. Кад је $a>0$ и расте и угао расте. Кад a расте неограничено, угао тежи правом углу, права тежи ординатној оси (y-оси) и кад је поклопи $x=0$, па је то једначина ординатне осе. Кад угао даље расте, размере $\frac{y}{x} = a$ постаје негативна.

Према томе, за $a=1$, $\frac{y}{x}=1 \Longrightarrow y=x$ је бисектриса првог правог угла (I квадранта), а за $a=-1$, $\frac{y}{x}=-1$, следи $y=-x$ је бисектриса другог правог угла (II квадранта).

1362. Нацртај график функције: $y=x$, $y=-x$, $y=2x$, $y=-2x$, $y=\frac{1}{2}x$, $y=-\frac{1}{2}x$.

Да би се нацртали графици датих функција треба нацртати Декартов координатни систем. Тачка $(0,0)$ је заједничка правих (графика свих функција). Потребно је нацртати још по једну тачку графика (правих) ових функција.

За $x=2$, $y=2$, $(x,y)=(2,2)$ је тачка праве $y=x$.

За $x=2$, $y=2x=2\cdot2=4$, $(x,y)=(2,4)$ је тачка праве $y=2x$.

За $x=2$, $y=\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}\cdot2=1$, $(x,y)=(2,1)$ је тачка праве $y=\frac{1}{2}x$.

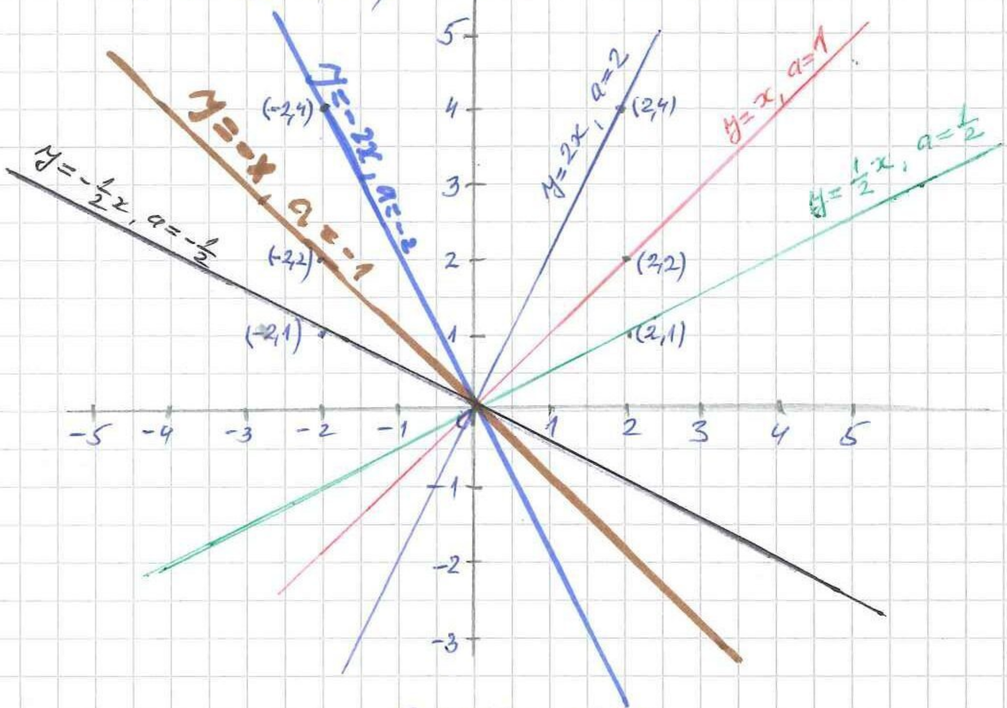
884

За $x=-2$, $y=-(-2)=2$, $(x,y)=(-2,2)$ је тачка праве $y=-x$.

За $x=-2$, $y=-2(-2)=4$, $(x,y)=4$ је тачка праве $y=-2x$

За $x=-2$, $y=-\frac{1}{2}x=-\frac{1}{2}(-2)=1$, $(x,y)=(-1,1)$ је тачка праве $y=-\frac{1}{2}x$.

Графици су приказани на сл. 676



СЛИКА 676

„График линеарне функције $y=ax$, у координатном систему XOY, је права која пролази кроз координатни почетак О и: у I и III квадранту кад је $a>0$; II и IV квадранту кад је $a<0$.

Број a зове се (угаони) коефицијент праве или коефицијент правца $y=ax$" [14].

Линеарна функција $y=ax$ расте кад је a позитиван број, опада кад је a негативан број.