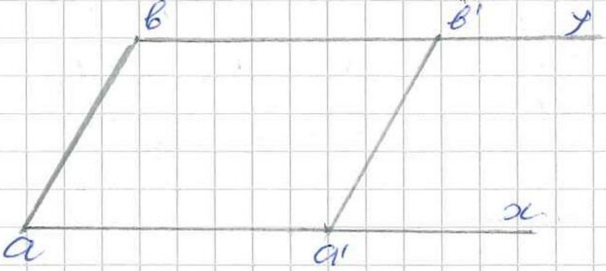
ТРАНСЛАЦИЈА

1393. Нацртај произвољну дуж [ав]. Конструиши полуправе $a\vec{x}$ и $в\vec{y}$ истог смера и означи њихове тачке а' и в', тако да је дуж [аа'] ≅ [вв'].



Слика 701

Овом операцијом добива се паралелограм аа'в'в. Тачке а и в су „прошле" једнаке путеве при померању дужи (фигуре) [ав] у положај [а'в'], а онда су и све тачке фигуре „прешле" једнаке путеве. На пример, ако уочим тачку с дужи [ав] и конструишем на исти начин као и тачке а и в, онда ће и тачка с' припадати дужи [а'в'].

Ако тачке а', в', с' конструисане на описан начин назовемо сликама тачака а, в, с, где се налазе слике осталих тачака дужи [ав].

И остале тачке су тачке дужи [а'в'].

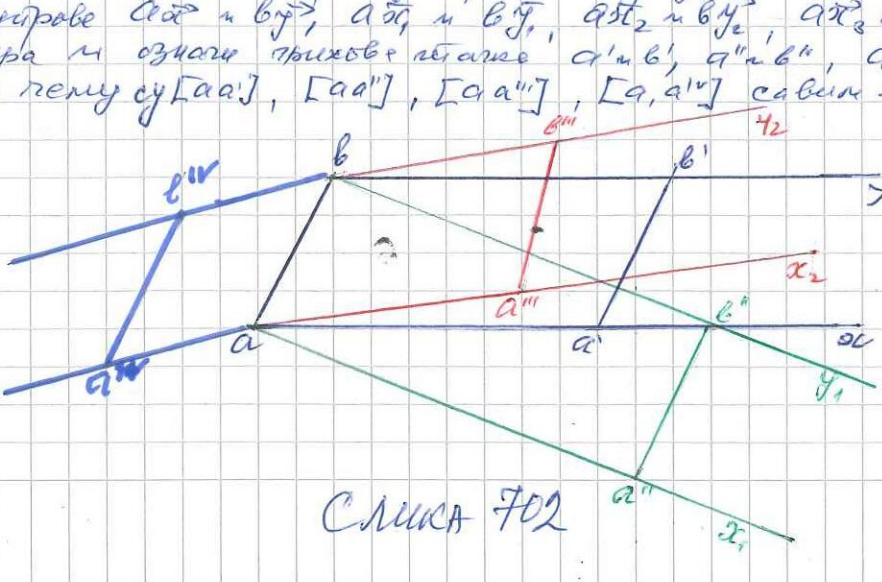
Значи, слика било које тачке дужи [ав] је тачка дужи [а'в'];

Или: Слика дужи [ав] је дуж [а'в'].

Упореди дужи [ав] и [а'в']. У ком се међусобно положају оне налазе?

Оне су подударне и паралелне, што се обележава овако: [ав] # [а'в']. Знак # означава: ПОДУДАРНО И ПАРАЛЕЛНО.

1394. Нацртај произвољну дуж [ав]. Конструиши полуправе $a\vec{x}$ и $в\vec{y}$, $a\vec{x_1}$ и $в\vec{y_1}$, $a\vec{x_2}$ и $в\vec{y_2}$, $a\vec{x_3}$ и $в\vec{y_3}$ истог смера и означи њихове тачке а' и в', а'' и в'', а''' и в''', а^{IV} и в^{IV}. При чему су [аа'], [аа''], [аа'''], [а,а^{IV}] сасвим произвољне [в].



СЛИКА 702

Упореди сваку слику са датом дужи и њихов међусобни положај. Шта закључујеш?

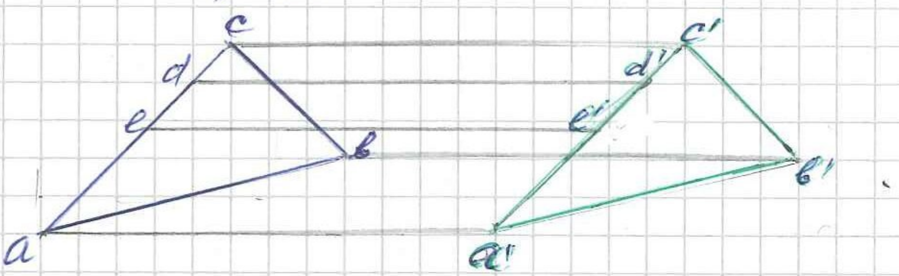
Закључујем да су: [ab] # [a'b'], [ab] # [a''b''], [ab] # [a'''b'''], [ab] ≡ [a''b''].

Слика дате дужи је (увек) ПОДУДАРНА и ПАРАЛЕЛНА ДАТОЈ дужи.

Такав поступак конструкције подударних дужи зове се транслација.

Транслација производи не само подударну него и паралелну дуж.

1395. Нацртај произвољну фигуру F (нпр. △abc) и конструиши транслацијом подударну фигуру F'(△a'b'c'). При чему узми произвољну дуж [aa'].



Слика 703.

За конструкцију подударне фигуре F'(△a'b'c') довољна је конструкција [aa'] # [bb'] # [cc'], где је транслација одређена оријентисаном дужи [aa'].

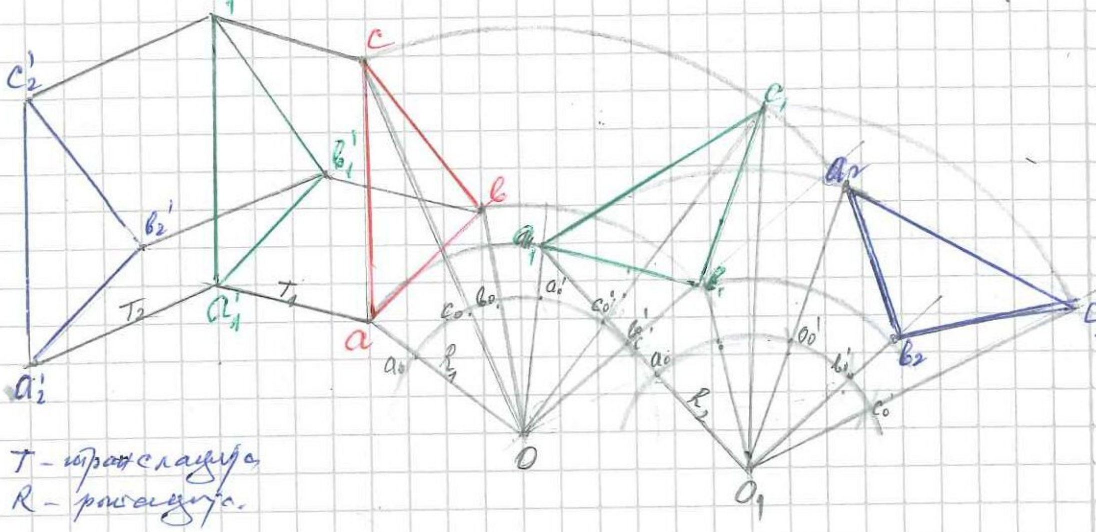
Фигура F' добива се (може се добити) из фигуре F помоћу паралелних и подударних дужи.

Обрати пажњу: и једнако усмерених, једнако оријентисаних дужи, јер ако би се конструисала дуж [ee'] # а супротно оријентисану, не би се добила таква фигура F!

Такав поступак добивања једне фигуре из друге зове се транслација, каже се тј.: Фигура F' је добивена из F применом транслације, применом операције која се зове транслација. Може и овако: фигура F је транслацијом трансформисана у фигуру F' (трансформација одређује нове положаје).

Транслација једна бијекција одређена оријентисаном дужи [aa']. Треба да схватиш да је суштина транслације, као и свака трансформација, добивање фигуре из дате, при чему дата остаје на своме месту.

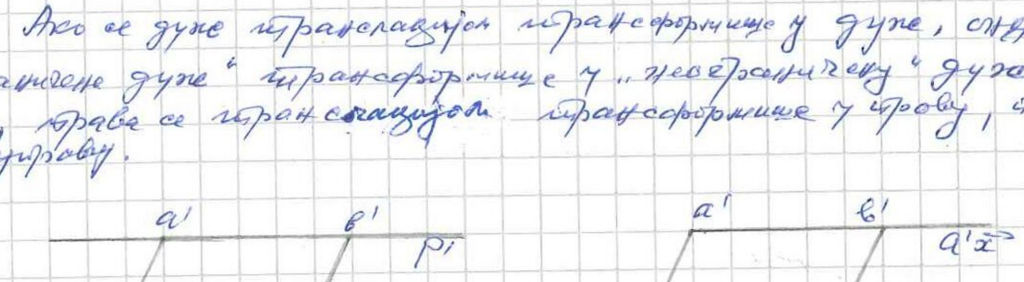
1396. Нацртај фигуру F (нпр. △ abc) и трансформиши је више пута и транслацијом и ротацијом.



Слика 704

Очигледно је да транслација трансформише дуже ж само у подударну њој и паралелну дуж.

Ако се дуже транслацијом трансформише у дуже, онда се „неограничене дуже“ трансформише у „неограничену“ дужа. Према томе, права се транслацијом трансформише у праву, полуправа у полуправу.



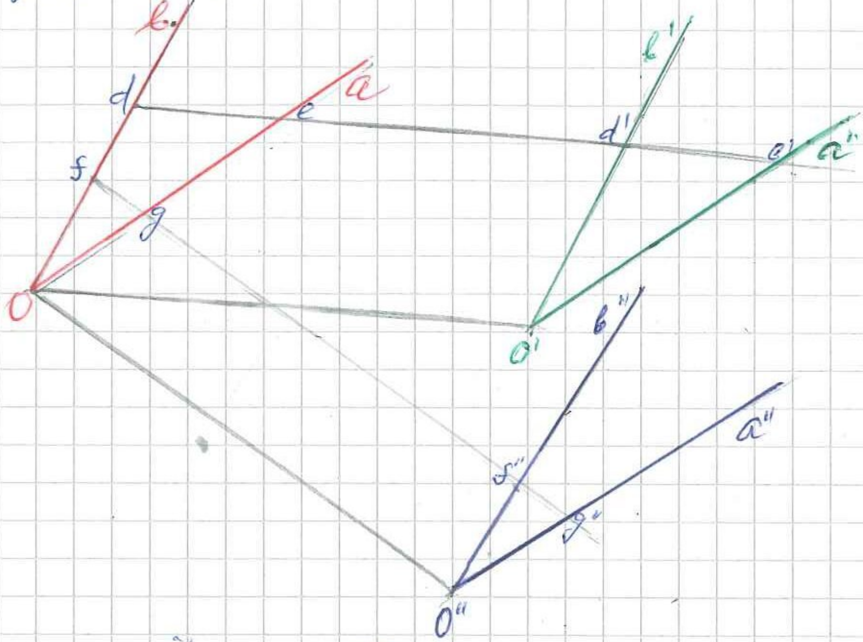
Слика 705

Транслацијом (оријентисаним дужи [aa']) права p трансформише се у паралелну p' (сл. 705.1) довољно је трансформисати две тачке праве и да транслација трансформише праву у паралелну праву.

Да транслација трансформише полуправу и паралелну полуправу довољно је трансформисати две тачке од којих једна мора бити почетак полуправе (слика 705.2)

1397. Праву p трансформиши транслацијом T_1 у p_1, транслацијом T_2 у p_2, транслацијом T_3 у p_3.

1398. Транслацијом трансформишу угао aOb у угао $a'O'b'$ и угао $a''O''b''$.



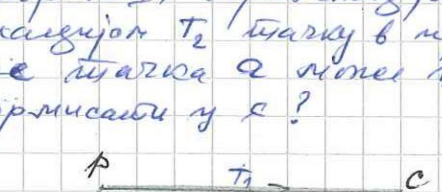
Слика 706

Оријентисане дужи $[OO'] \cong [dd']$ па је крак Ob (као полуправа) трансформисан у паралелни крак $O'b'$; $[OO'] \cong [ee']$ чиме је крак угла Oa трансформисан у паралелни крак $O'a'$. Одакле следи да $\angle a'O'b'$ подударан угао углу $\angle aOb$.

На исти начин оријентисане дужи $[OO''] \cong [Of''] \cong [Og'']$ чиме је угао aOb трансформисан у подударан угао $a''O''b''$.

1399. Изабери произвољно две тачке и трансформиши их за угао од $180°$.

1400. Трансформишу транслацијом T_1 тачку a у тачку b, транслацијом T_2 тачку b трансформишу у тачку c. Да ли се тачка a може непосредно (директно) трансформисати у c?



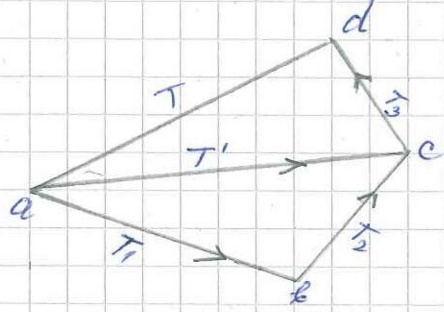
Слика 707

На слици 707 се види: ако транслација T_1 трансформише тачку a у b, а транслација T_2 трансформише b у c, онда је очигледно да се тачка a може и непосредно трансформисати у с, што се записује $T_2 T_1 = T$ (прво T_1 па T_2, прва транслација које се изводи записује десно).

Ако се тачка а трансформацијом t_2 трансформише у р, а транслацијом T_1 тачка р трансформише у с, што се записује $T_1 T_2 = T$ (прво T_2 по T_1).

Претходни цртеж 707 показује да је $T_2 T_1 = T_1 T_2$.

Посматрај слику 708



Слика 708

Транслација T_1 трансформише тачку а у в, T_2 тачку в у с, тада је $T_2 T_1 = T'$, T_3 трансформише тачку с у d, $T_3 T' = T$ и зато је:

$$T_3 (T_2 T_1) = T$$

Транслацијом Т трансформиши тачку а у в. Затим обрнутом транслацијом T^{-1} трансформиши тачку в у тачку а.

Производу $T T^{-1}$ додељује се број 1. То значи: ако транслација Т трансформише фигуру F у F', транслације T^{-1} трансформише F' у F. Тиме се свака тачка фигуре F трансформише у саму себе и коначан резултат је идентична трансформација.

Симетрија

За фигуре F и F' добивене једна из друге ротацијом и транслацијом, а на основу провере дужи и углова, тек је „изгледало" да су оне подударне. Али експеримент није логички доказ.

Свака права (равни) одређује три скупа тачака равни:

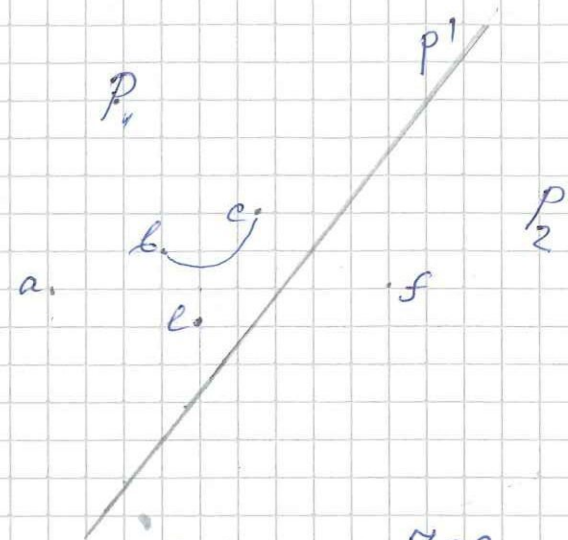
1) Скуп тачака које чине праву;

2) Скуп тачака таквих да се ма које две могу везати било којом линијом која не сече праву, скуп 1);

3) Скуп свих осталих тачака равни.

Прикажи скупове: 1), 2), 3).

912



слика 709

Скуп 1) је права p' заједничка ивица две полуравни P_1 и P_2.

Тачке a, b, c, d, e припадају P_1. Тачке e и f не припадају истој полуравни налазе се с разних страна P', јер се не могу везати линијом која не би имала заједничких тачака са правом (због неограничености праве).