1179. Израчунај:

1) $0,9 \cdot 0,1$; $5,9 \cdot 0,1$; $59 \cdot 0,1$; $371 \cdot 0,1$;

2) $0,9 \cdot 0,01$; $5,9 \cdot 0,01$; $59 \cdot 0,01$; $371 \cdot 0,01$;

3) $0,9 \cdot 0,001$; $5,9 \cdot 0,001$; $59 \cdot 0,001$; $371 \cdot 0,001$.

1180. Израчунај:

1) $0,9 : 0,1$; $0,9 : 0,01$; $0,9 : 0,001$;

2) $6,7 : 0,1$; $6,7 : 0,01$; $67 : 0,001$.

1181. Израчунај:

1) $0,75 : 0,01$; $1,75 : 0,01$; $38,43 : 0,01$

2) $0,003 : 0,001$; $0,53 : 0,001$; $2,371 : 0,001$.

1) $0,75 : 0,01 = \frac{75}{100} : \frac{1}{100} = \frac{75}{100} \cdot 100 = 75$;

$1,75 : 0,01 = \frac{175}{100} : \frac{1}{100} = \frac{175}{100} \cdot 100 = 175$;

$38,43 : 0,01 = \frac{3843}{100} : \frac{1}{100} = \frac{3843}{100} \cdot 100 = 3843$;

2) $0,003 : 0,001 = \frac{3}{1000} : \frac{1}{1000} = \frac{3}{1000} \cdot 1000 = 3$;

$0,531 : 0,001 = \frac{531}{1000} : \frac{1}{1000} = \frac{531}{1000} \cdot 1000 = 531$;

$2,371 : 0,001 = \frac{2371}{1000} : \frac{1}{1000} = \frac{2371}{1000} \cdot 1000 = 2371$.

Знамо да је децимални број рационални број (разломак) чији је именилац декадна јединица и да дељење децималном јединицом, значи множење декадном јединицом. У случају децималног броја чија је декадна јединица n-тог реда и децимална јединица n-тог реда количник је цео број.

Претходна правила нам омогућују да правилно одређујемо децималну запету код множења и дељења децималном јединицом. На основу множења и дељења можемо да пишемо многе велике и мале бројеве у облику степена, на пример:

$$7\,000\,000 = 7\cdot 1\,000\,000 = 7\cdot 10^6;$$
$$5\,000\,000\,000 = 5\cdot 1\,000\,000\,000 = 5\cdot 10^9;$$
$$7{,}05\cdot 10^5 = \frac{705}{100}\cdot 10^5 = \frac{705}{10^2}\cdot 10^5 = 705\cdot 10^3$$
$$5\,060\,000 = 506\cdot 10^4 = \frac{506}{100}\cdot 100\cdot 10^4 = 5{,}06\cdot 10^6$$
$$0{,}00007 = \frac{7}{100000} = \frac{7}{10^5} = 7\cdot 10^{-5}$$

Децимални разломци чији имениоци нису декадне јединице

1182. Напиши произвољан разломак чији је именилац декадна јединица, а затим напиши рационални број коме он припада.

Нека то буде на пример $\frac{35}{100}$. Одређујемо сведени разломак чији су бројилац и именилац узајамно прости бројеви (зд 1109). То је представник тог рационалног броја.

$$\frac{35}{100} = \frac{7\cdot 5}{20\cdot 5} = \frac{7}{20}.$$

Сведени разломак је $\frac{7}{20}$ јер је НЗД$(7,20) = 1$.

Па је рационални број коме припада разломак

$$\frac{35}{100} \in \left\{\frac{7}{20}, \frac{14}{40}, \frac{21}{60}, \frac{28}{80}, \frac{35}{100}, \dots, \frac{350}{1000}, \dots\right\}.$$

Посматрај елементе датог рационалног броја и кажи шта видиш.

Видим да међу елементима ~~елементима~~ тог рационалног броја има разломака чији имениоци нису декадне јединице, на пример

$$\frac{21}{60} = \frac{7\cdot 3}{20\cdot 3} = \frac{7}{20} = \frac{7\cdot 5}{20\cdot 5} = \frac{35}{100};\quad \frac{28}{80} = \frac{7\cdot 4}{20\cdot 4} = \frac{7}{20} = \frac{35}{100};\quad \frac{56}{160} = \frac{7\cdot 8}{20\cdot 8} = \frac{7}{20} = \frac{35}{100}; \dots$$

Сви су они еквивалентни представнику разломка $\frac{7}{20}$ - сведеном разломку.

Значи, да би одредили рационалан број треба да је познат један од еквивалентних разломака.

1183. Да ли су $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{7}$ децимални разломци?

Како су $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{7}$ сведени разломци покушаћу да пронађем бар један децималан број (ако постоји) еквивалентан разломку $\frac{3}{4}$, односно $\frac{3}{7}$.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{75}{100}$. Разломку $\frac{3}{4}$ еквивалентан је разломак $\frac{75}{100}$.

$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \dots = \frac{75}{175} = \dots$

Не може да се нађе децимални разломак јер се од 7 не може направити декадна јединица (јер 7 није чинилац декадне јединице).

Према томе, има разломака еквивалентних разломцима чији су имениоци декадне јединице, али има и разломака који нису еквивалентни таквим разломцима.

Начин који ће доводи до претходног закључка уводи те у математичке методе, јер један пример у оваквим случајевима довољан је да се утврди егзистенција (постојање) неких објеката у конкретном случају постојање разломака еквивалентних разломцима чији су имениоци декадне јединице.

1184. Да ли постојање децималних разломака и међу онима чији имениоци нису декадне јединице могу унапред претпоставити?

Децимални разломак је сваки разломак чији је именилац декадна јединица. Значи да ли ће разломак чији именилац није декадна јединица зависи само од имениоца јер од њега треба направити декадну јединицу.

Испитујем редом имениоце 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ... од којих се може направити декадна јединица.

Налазим да од 2 $(2 \cdot 5 = 10)$; 4 $(4 \cdot 25 = 100)$; 5 $(5 \cdot 2 = 10,\ 5 \cdot 20 = 100, \dots)$; 8, 16, 20, 25, ... може направити декадна јединица, а од 3 ($3 \cdot n \neq 10$; $3 \cdot n \neq 100$; ... јер не постоји природан број n да се направи декадна јединица) не може, што важи и за бројеве 6, 7, 9, 11, 13, ...;

1185. Од којих бројева се могу начинити декадне јединице? Уопшти.

Уколико то не можеш, онда обрати пажњу на све просте чиниоце броја 8, броја 16, броја 20, броја 25 ... с једне стране, броја 6, броја 9, броја 12, броја 7, броја 14, броја 21, ... с друге стране.

Како је $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$; $25 = 5 \cdot 5$; ..., а $9 = 3 \cdot 3$; $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $7 = 7 \cdot 1$; $14 = 7 \cdot 2$; $21 = 7 \cdot 3$; ...

Бројеви од којих се може направити (начинити) декадна јединица имају чиниоце или само 2 (бројеви 8, 16, ...) или 2 и 5 (20), или само 5 (25);

Бројеви од којих се не могу направити декадне јединице имају чиниоце или само 3 (9) и 2 и 3 (6), или 7 и 1 (7) и 7 и 2 (14) или 7 и 3 (21) ...

Твој коначни закључак је ипак делимичан (непотпун). Јер тај закључак указује само на то да ако су чиниоци 2 и 5, од тога броја се може направити декадна јединица, од 3, 7, ... се не може направити декадне јединица. Зашто?

Прилика је да знаш:

Ма како приступаш формирању одређеног појма, ма шта предузимаш, појам не можеш формирати све дотле док не увидиш и оно што није тај појам, јер не постоји појам „бело" без појма „црно". Владаш појмом природни бројеви, кад знаш да постоје и бројеви који нису природни; појам правоугаоник кад знаш шта није правоугаоник (например ромб).

Знаш појам децимални разломак, кад знаш који разломак није децималан. Да би појам био потпун треба да расуђујеш и „натраг": Одреди чиниоце сваке декадне јединице.

$10 = 2\cdot 5$; $100 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5 = 2^2 5^2$; $1000 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 5 = 2^3 5^3$; ... $10^n = 2^n\cdot 5^n$.

Чиниоци сваке декадне јединице јесу само 2 и 5. Даље 3 није чинилац декадне јединице и од њега се не може направити ниједна декадна јединица. То важи за сваки прост чинилац који није 2 или 5.

Према томе закључујеш:

Само ако ~~именилац~~ именилац сведеног разломка нема других простих чинилаца (делилаца) осим 2 и 5, он је децимални разломак, он је елемент децималног броја.

На пример:

$\frac{17}{40}$ је децимални разломак јер су 2 и 5 чиниоци имениоца 40, док $\frac{19}{36}$ није децимални разломак јер су 2 и 3 чиниоци имениоца 36, а 3 није чинилац ниједне декадне јединице.

Сведени разломак $\frac{a}{b}$ је тада и само тада децималан, ако су чиниоци броја b само 2, само 5, или само 2 и 5.

Или краће записано:

Ако је НЗД$(a,b)=1$ и $\frac{a}{b}=\frac{c}{10^n} \Leftrightarrow b=2^p5^q$ $p,q\in N$, где је услов $b=2^p5^q$ нужан.

На пример: $20=2^2\cdot 5$; $40=2^3\cdot 5$, $50=2\cdot 5^2$, $500=2^2\cdot 5^3$.

1186. Нека је сведени разломак $\frac{a}{b}$, где је $b=2^p5^q$ $p,q\in N$. Одреди децимални разломак $\frac{c}{10^n}$ и искажи правила.

На пример: $\frac{13}{40}=\frac{13}{2^3\cdot 5^1}$; $40=2^3\cdot 5$, $p=3$, $q=1$, $p>q$.

$3>1$, $\frac{a}{b}=\frac{13}{40}=\frac{13}{2^3\cdot 5^1}=\frac{13\cdot 5^2}{2^3\cdot 5^1\cdot 5^2}=\frac{13\cdot 5^2}{40\cdot 5^2}=\frac{13\cdot 5^{3-1}}{40\cdot 5^{3-1}}$

$\frac{c}{10^n}=\frac{13\cdot 5^{3-1}}{40\cdot 5^{3-1}}=\frac{325}{10^3}$; $\frac{a}{b}=\frac{13}{40}=\frac{325}{10^3}$

1) Ако је $p>q$, $\frac{a}{b} = \frac{a}{2^p 5^q} = \frac{a \cdot 5^{p-q}}{2^p 5^q \cdot 5^{p-q}} = \frac{a \cdot 5^{p-q}}{b \cdot 5^{p-q}}$.

На пример: $\frac{17}{250} = \frac{17}{2 \cdot 5^3}$, $250 = 2 \cdot 5^3$, $p=1$, $q=3$, $p<q$.

$1<3$, $\frac{17}{250} = \frac{17}{2 \cdot 5^3} = \frac{17 \cdot 2^2}{2^1 \cdot 5^3 \cdot 2^2} = \frac{17 \cdot 2^{3-1}}{250 \cdot 2^{3-1}}$

$\frac{c}{10^n} = \frac{17 \cdot 2^{3-1}}{250 \cdot 2^{3-1}} = \frac{68}{10^3}$; $\frac{a}{b} = \frac{17}{250} = \frac{68}{10^3}$

2) Ако је $p<q$, $\frac{a}{b} = \frac{a}{2^p 5^q} = \frac{a \cdot 2^{q-p}}{b \cdot 2^{q-p}}$

Зашто се не узима случај $p=q$?

Тада је сведени разломак $\frac{a}{b}$ децимални разломак.

На пример:

$\frac{17}{100} = \frac{17}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{17}{(2 \cdot 5)^2}$, тада је $p=q=2$.

$\frac{a}{b} = \frac{a}{2^p \cdot 5^q} = \frac{c}{10^n}$, где је очигледно $a=c$, $p=q=n$.

1187. Разломак $\frac{c}{10^n}$, на произвољни начин (правила), напиши на позициони начин. Обрнуто, од позиционог начина пређи на разломак $\frac{c}{10^n}$, а овај упрости на сведени разломак $\frac{a}{b}$. На пример: $\frac{17}{200}$ и $\frac{19}{500}$.

1188. „Обичним" дељењем напиши разломак $\frac{17}{8}$ у децималном облику.

$$\frac{17}{8} = 17:8 = 2{,}125.$$

```
17:8
 10
  20
   40
    0
```

Операције децималним бројевима

Пронађи алгоритме (правила по којима се врше рачунске операције) операција децималним бројевима. Користи општа правила операција разломљеним бројевима, и директно (непосредно) из позиционог начина записивања.

Сабирање и одузимање

1189. Изврши означене операције

$3{,}437+5{,}25$; $7{,}376-3{,}12$; $0{,}65+7{,}837$; $5{,}07-0{,}789$.

$$3,437+5,25 = \frac{3437}{1000} + \frac{525}{100} = \frac{3437}{1000} + \frac{5250}{1000} = \frac{3437+5250}{1000} = \frac{8687}{1000} =$$

$$= \frac{8637}{10^3} = 8,687.$$

Али то исто и директно из позиционог начина записивања

$$\begin{array}{r} 3,437 \\ +\ 5,25 \\ \hline 8,687 \end{array}$$

0 децималних јединица трећег реда + 7 јединица трећег реда (7 хиљадитих) јесу 7;

5 децималних јединица другог реда (5 стотих) + 3 јединице другог реда је 8 децималних јединица другог реда (8 стотих);

2 децималне јединице првог реда (2 десета) и 4 децималне јединице првог реда (4 десета) је 6 децималних првог реда (6 десетих); децимална запета; затим 5 декадних јединица нултог реда (5 јединица) + 3 декадне јединице нултог реда (3 јединице) јесу 8 декадних јединица нултог реда (8 јединица).

Што се може потврдити (образложити) на следећи начин:

$$3,437 = 3+\frac{4}{10}+\frac{3}{100}+\frac{7}{1000}; \quad 5,25 = 5+\frac{2}{10}+\frac{5}{100}$$

$$\begin{aligned} 3,437+5,25 &= 3+\frac{4}{10}+\frac{3}{100}+\frac{7}{1000}+5+\frac{2}{10}+\frac{5}{100} \\ &= (3+5)+\left(\frac{4}{10}+\frac{2}{10}\right)+\left(\frac{3}{100}+\frac{5}{100}\right)+\left(\frac{7}{1000}+\frac{0}{1000}\right) \\ &= 8+\frac{6}{10}+\frac{8}{100}+\frac{7}{1000} \\ &= 8,687. \end{aligned}$$

$$7,376-3,12 = \frac{7376}{1000} - \frac{312}{100} = \frac{7376}{1000} - \frac{3120}{1000} = \frac{7376-3120}{1000} = \frac{4256}{10^3} = 4,256.$$

Или директно из позиционог начина записивања:

$$\begin{array}{r} 7,376 \\ -\ 3,12 \\ \hline 4,256 \end{array}$$

0 децималних јединица трећег реда до 6 децималних јединица треба 6;

2 децималне јединице другог реда 7 децималних јединица другог реда је 5;

1 јединица првог реда (1 десети) до 3 децималне јединице другог реда је 2;

Децимална запета, затим 3 декадне јединице нултог реда (3 јединице) до 7 декадних јединица нултог реда треба још 4.