842. Да ли бројеви 17 и 12 припадају истој класи, у случају делиоца (модула) 5?

$$17 = 5\cdot 3 + 2 \qquad 12 = 5\cdot 2 + 2$$

Значи $17 \in \overline{2}$ (кл.5) и $12 \in \overline{2}$ (кл.5) припадају истој класи $\overline{2}$ делиоца (модула) 5 (17 и 12 имају једнаке остатке дељења бројем 5, то је број 2).

Ако два броја припадају истој класи, онда се то записује овако, на пример:

$17 \equiv 12 \pmod{5}$ пише се: 17 је конгруентно (једнако) 12 модуло 5.

То значи да 17 и 12 припадају истој класи модуло 5 (јер остаци дељења 17 и 12 бројем 5 су једнаки, тј. 2).

$51 \equiv 35 \pmod{8}$ пише се 58 је конгрентно (једнако) 35 модуло 8.

$28 \equiv 1 \pmod{9}$ 21 конгруентно 1 модуло 9.

$14 \equiv 2 \pmod{3}$ 14 конгруентно 2 модуло 3.

Уопште $a \equiv b \pmod{m}$ значи да a и b припадају једној истој класи од оних које одређује m, тј. при дељењу бројева a и b бројем m добијају се једнаки остаци.

Пише се: a конгруентно b модуло m.

Онда је и разлика $a-b$ дељива бројем m.

На пример:

$51 \equiv 35 \pmod{8}$ онда је $51-35 = 8\cdot 2$

$28 \equiv 1 \pmod{9}$ онда је $28-1 = 9\cdot 3$

843. Којој класи модуло 8 припада:
а) 987 б) 4263?

а) Како је $987 = 8 \cdot 123 + 3$ па број 987 припада класи $\bar{3}$, тј. $987 \equiv 3 \pmod{8}$.

844. Којој класи модуло 7 припада број 1454?

Како је $1454 = 7 \cdot 232 + 0$, он припада класи $\bar{0}$, тј. $1454 = \bar{0} \pmod{7}$. Ово значи да је 1454 дељив бројем 7.

Дакле, ако је број a дељив бројем m, он је конгруентан са $\bar{0}$ по модулу m.

$$a \equiv 0 \pmod{m}.$$

Прости и сложени бројеви

845. Напиши:
1) мултипле 2) делиоце броја 18 и прикажи их овако:

1)

$18 \xrightarrow{\text{множен се бројем } 0} 0$

$18 \xrightarrow{\text{множен се бројем } 1} 18$

$18 \xrightarrow{\text{множен се бројем } 2} 36$

$18 \xrightarrow{\text{множен се бројем } 3} 54$

$18 \xrightarrow{\text{множен се бројем } 4} 72$

...

Скуп мултипла броја 18 је бесконачан.

$$\{0, 18, 36, 54, 72, \ldots\}$$

2) Обрати пажњу како се одређују делиоци броја 18

$18 \xrightarrow{\text{дели се бројем } 1} 18$

$18 \xrightarrow{\text{дели се бројем } 18} 1$

$18 \xrightarrow{\text{дели се бројем } 2} 9$

$18 \xrightarrow{\text{дели се бројем } 9} 2$

18 — дели се бројем 3 → · 6

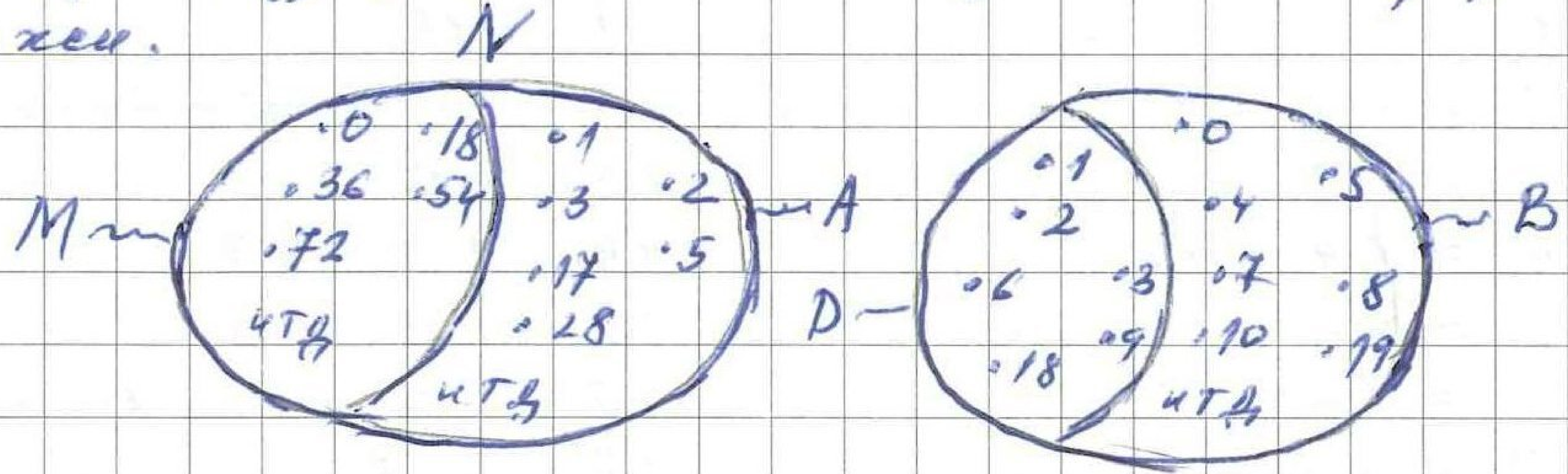
18 — дели се бројем 6 → · 3

Скуп делилаца броја 18 је коначан

$\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

Ако се 18 дели бројевима 4, 5, 7, 8, ... не добијају се природни бројеви.

846. Скуп природних бројева дели се у две класе према дељивости или недељивости бројем 18. Прикажи.



М – скуп мултиплума (класа $\overline{0}$)

А – скуп не-мултиплума

D – скуп делилаца

B – скуп не-делилаца

Слика 522

847. Напиши број у облику производа:
5, 6, 12, 15, 18, 19.

$5 = 1\cdot5$; $6 = 2\cdot3 = 1\cdot2\cdot3 = 1\cdot6$; $12 = 2\cdot6 = 2\cdot2\cdot3 = 1\cdot2\cdot2\cdot3 = 1\cdot12$; $15 = 3\cdot5 = 1\cdot3\cdot5 = 1\cdot15$; $18 = 2\cdot9 = 2\cdot3\cdot3 = 1\cdot2\cdot3\cdot3 = 1\cdot18$; $19 = 1\cdot19$.

Сви бројеви који улазе у састав сваког таквог производа зову се чиниоци и фактори датог броја. На пример: у $18 = 2\cdot9$ бројеви 2 и 9 јесу чиниоци или фактори броја 18, у $1\cdot18$ чиниоци броја 18 су 1 и 18 (види задатак 321).

848. Напиши 12 у облику производа: два чиниоца; три чиниоца (фактора); Три разна чиниоца не користећи 1; два једнака фактора (чиниоца).

Два чиниоца: $1 \cdot 12$, $2 \cdot 6$, $3 \cdot 4$, ...;
Три чиниоца: $1 \cdot 2 \cdot 6$, $1 \cdot 3 \cdot 4$, ...;
Три разна чиниоца не користећи 1: немогуће;
Два једнака фактора (чиниоци): немогуће.

849. Напиши сваки број 1, 2, 3, ..., 20 на све могуће начине у облику производа његових фактора (чинилаца).

$1 = 1$
$2 = 1 \cdot 2$
$3 = 1 \cdot 3$
$4 = 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2$
$5 = 1 \cdot 5$
$6 = 1 \cdot 6 = 2 \cdot 3$
$7 = 1 \cdot 7$
$8 = 1 \cdot 8 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2$
$9 = 1 \cdot 9 = 3 \cdot 3$
$10 = 1 \cdot 10 = 2 \cdot 5$
$11 = 1 \cdot 11$
$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
$13 = 1 \cdot 13$
$14 = 1 \cdot 14 = 2 \cdot 7$
$15 = 1 \cdot 15 = 3 \cdot 5$
$16 = 1 \cdot 16 = 2 \cdot 8 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2$
$17 = 1 \cdot 17$
$18 = 1 \cdot 18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$
$19 = 1 \cdot 19$
$20 = 1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

Посматрај бројеве написане у погледу њихова изражавања у облику производа. Напиши твоја запажања.

Сваки природни број, осим броја 1, има два фактора (чиниоца): 1 и сам тај број. Али има и природних бројева који имају бар још два фактора: веће од 1 а мањи од уоченог броја. Уочавам да број 1 нема два фактора.

850. Написани бројеви 1, 2, 3, ..., 20 разликују се у погледу изражавања у облику производа (према горњим закључцима). Изврши, према тој разлици, партицију (растављање) скупа који ти бројеви чине. Запиши добијене подскупове.

Нека је $M = \{1, 2, 3, \ldots, 20\}$. После испитивања закључујем да се скуп M раставља (врши се партиција) на:

а) 1

б) $2 = 1\cdot 2$
$3 = 1\cdot 3$
$5 = 1\cdot 5$
$7 = 1\cdot 7$
$11 = 1\cdot 11$
$13 = 1\cdot 13$
$17 = 1\cdot 17$
$19 = 1\cdot 19$

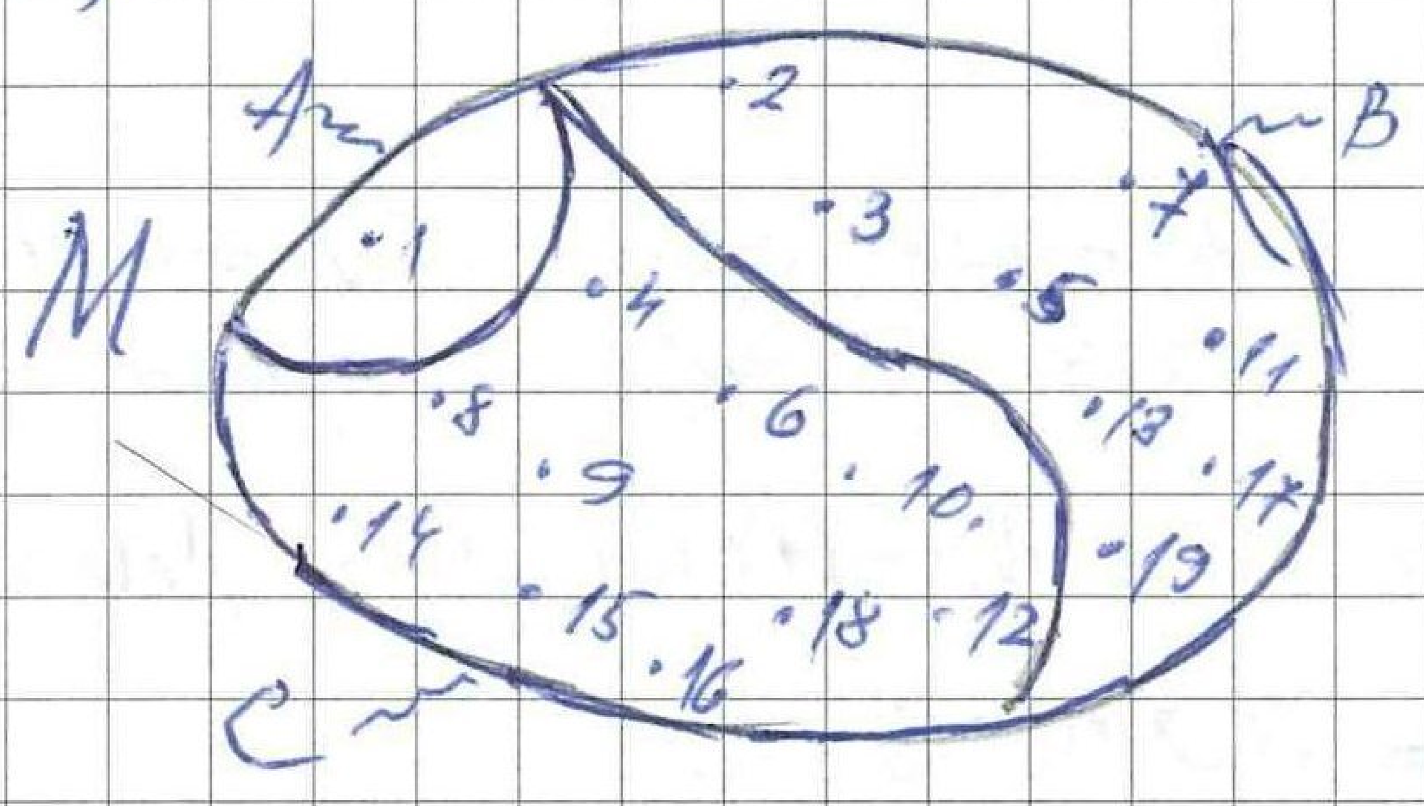
в) $4 = 1\cdot 4 = 2\cdot 2$
$6 = 1\cdot 6 = 2\cdot 3$
$8 = 1\cdot 8 = 2\cdot 4 = 2\cdot 2\cdot 2$
$9 = 1\cdot 9 = 3\cdot 3$
$10 = 1\cdot 10 = 2\cdot 5$
$12 = 1\cdot 12 = 2\cdot 6 = 2\cdot 2\cdot 3$
$14 = 1\cdot 14 = 2\cdot 7$
$15 = 1\cdot 15 = 3\cdot 5$
$16 = 1\cdot 16 = 2\cdot 8 = 2\cdot 2\cdot 4 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$
$18 = 1\cdot 18 = 2\cdot 9 = 2\cdot 3\cdot 3$
$20 = 1\cdot 20 = 2\cdot 10 = 2\cdot 2\cdot 5$

а) $A=\{1\}$ б) $B=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$
в) $C=\{4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20\}$

$\{1\} \cup \{2,3,5,11,13,17,19\} \cup \{4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20\}$
$=\{1,2,3,\dots,20\}$

Значи: $A\cup B\cup C=M$, онда је $\{A,B,C\}$ партиција скупа M.

Прикажи партицију (растављење) скупа M Веновим дијаграмом



Слика 523

Елемент скупа A је број 1 нема два фактора (чиниоца), пошто је дељив само собом.

Елементи скупа B су бројеви који имају два фактора (чиниоца): 1 и сам тај број.

Елементи скупа C су бројеви који имају више од два фактора (чиниоца) који су већи од 1 и мањи од уоченог броја.

Тиме су добивене две врсте бројева. Трећа врста осим броја 1, нема. Елементи скупа B се зову прости бројеви, елементи скупа C су сложени бројеви. Број 1 пошто је дељив само собом, он није ни прост ни сложен.