1414. полуправа Ox, полуправа Ox'

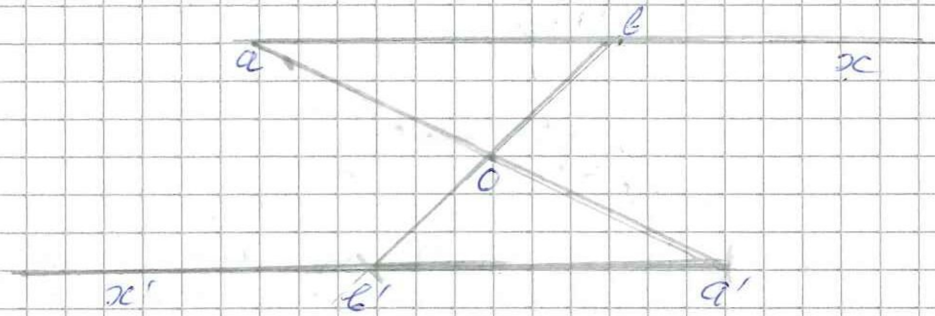
а)

Тачка O се трансформише у саму себе, а тачка b у b'.

Полуправа се трансформише у супротну полуправу исте праве када је центар њен почетак.

$[bO] \cong [Ob']$ и $\angle bOb' = 180°$

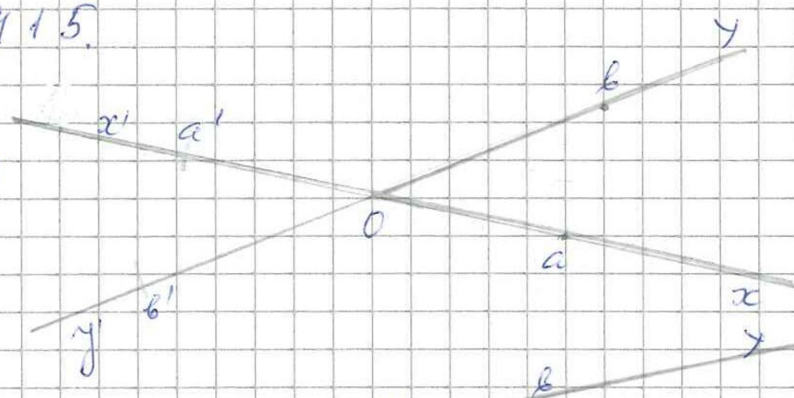
б)



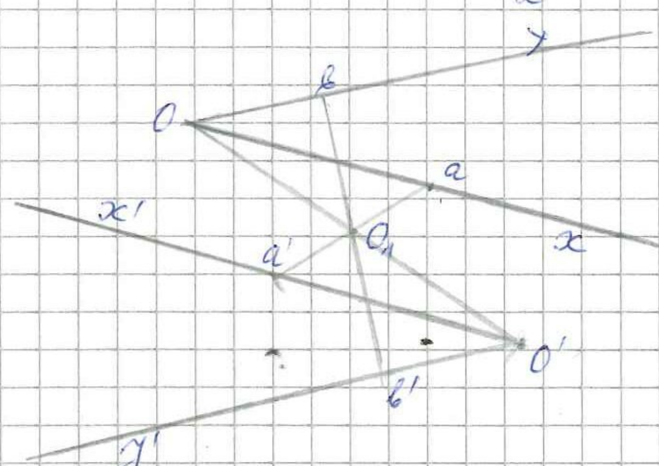
Полуправа се трансформише у супротну паралелну полуправу кад је њен центар тачка O која не припада полуправој.

1415.

1)



2)



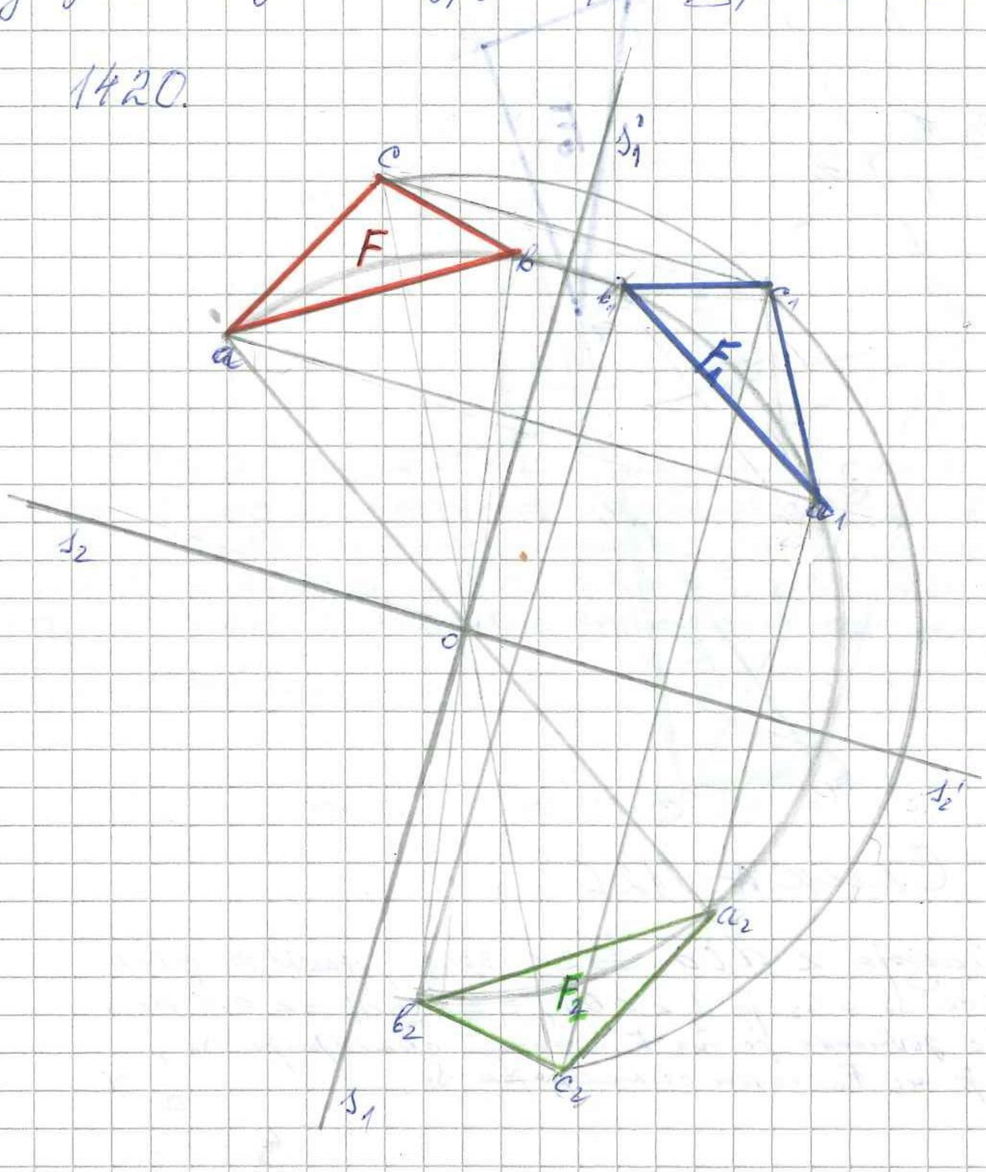
Слика 124

1) Централном симетријом угао xOy се трансформише у унакрсни угао $x'Oy'$.

2) Централном симетријом угао xOy се трансформише у подударан угао чији су краци супротно паралелни.

Два централно симетрична угла су подударна јер се могу добити један из другог ротацијом за 180°.

1420.



Слика 125

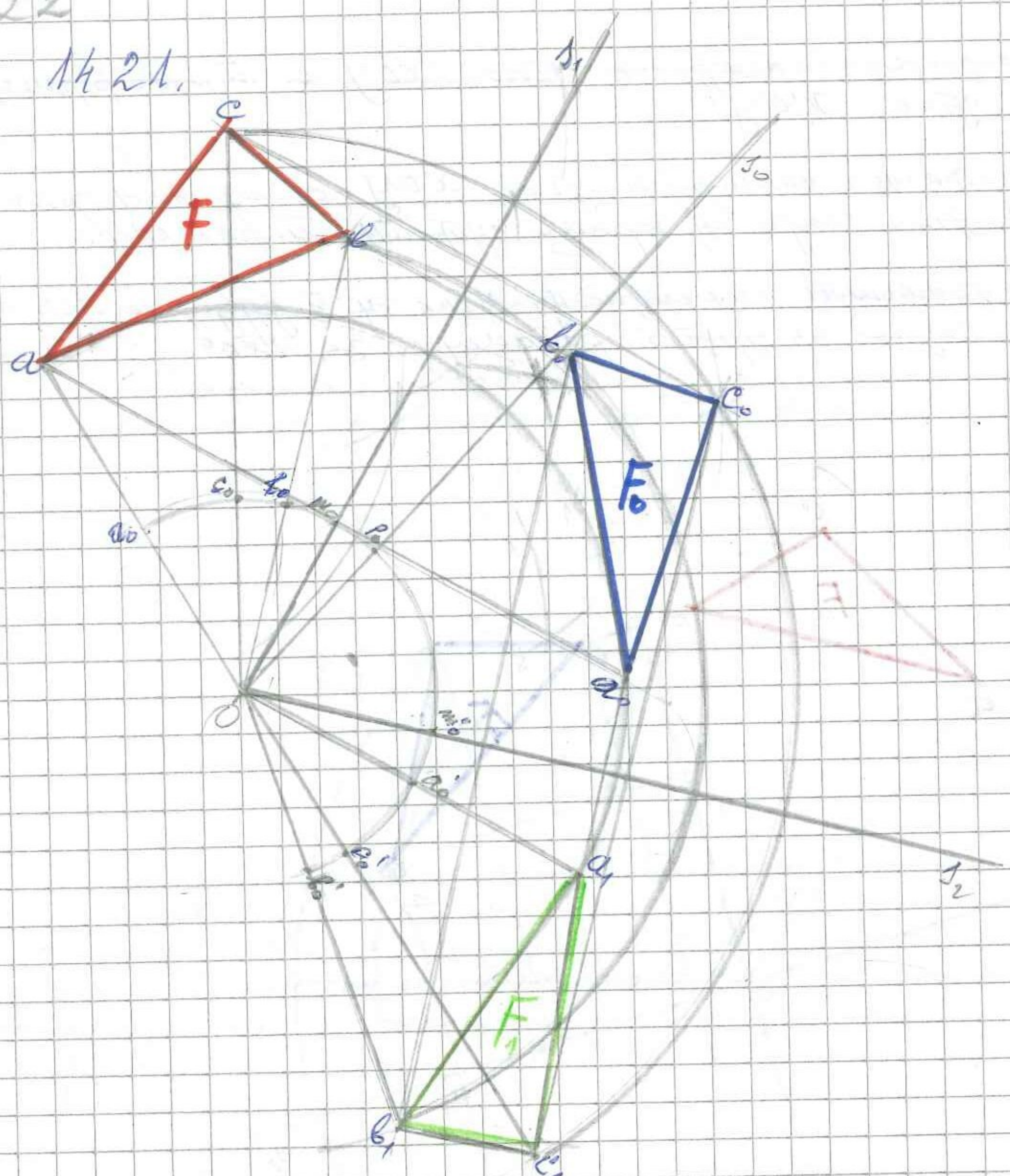
Полукружница чији је полупречник $[Oa]$ садржи тачке a_1 и a_2; Полукружница чији је полупречник $[Ob]$ садржи тачке b_1 и b_2; Полукружница полупречника $[Oc]$ садржи тачке c_1 и c_2.

Угао ротације aOa_2 који трансформише фигуру F у F_2 је 180° (јер су a, O и a_2 колинеарне тачке) $\angle aOa_2 = 2\angle s_1Os_2 = 2 \cdot 90° = 180°$

Композиција (производ) двеју осних симетрија које образују прав угао је централна симетрија (специјалан случај ротације чији је угао 180°).

1122

1421.

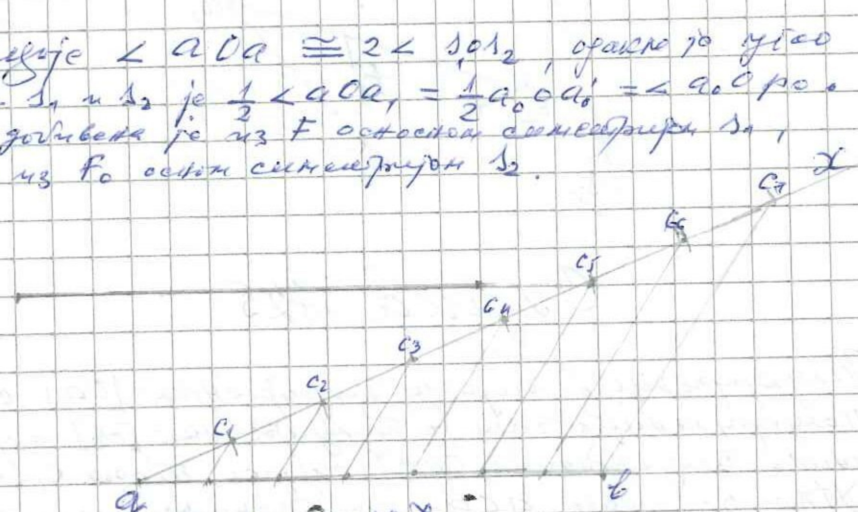


СЛИКА 126

Угао ротације $\angle aOa_1 \cong 2\angle s_1Os_2$, односно угао који образују осе s_1 и s_2 је $\frac{1}{2}\angle aOa_1 = \frac{1}{2} a_0Oa_0' = \angle a_0Op_0$.

Фигура F_0 добивена је из F осном симетријом s_1, F_1 је добивена из F_0 осном симетријом s_2.

1441.



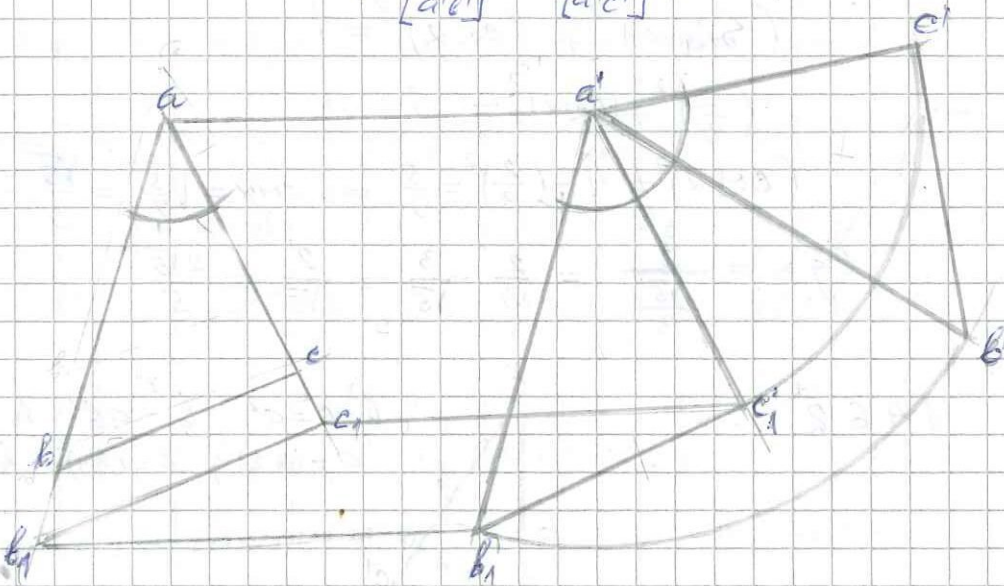
СЛИКА 127

Нацртај произвољну полуправу ax. Узми дуж $[ac_1]$ и конструиши тачке $c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7$ тако да је

$$[ac_1] \cong [c_1c_2] \cong [c_2c_3] \cong [c_3c_4] \cong [c_4c_5] \cong [c_5c_6] \cong [c_6c_7]$$

Нацртај праву c_7b, па конструиши низ паралелних подударних правих правој bc_7. Тиме је дуж $[ab]$ подељена на 7 подударних дужи.

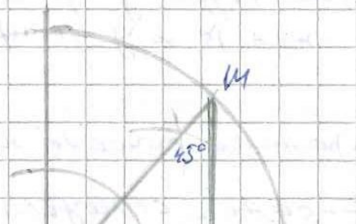
1450. $\triangle abc,\ \triangle a'b'c';\ \frac{[ab]}{[a'b']} = \frac{[ac]}{[a'c']},\ \angle a' \cong \angle a.$



Слика 128

Конструишем $\triangle a'b'c'$ ротацијом око a' за угао који „доводи" $[a'c']$ у паралелан положај са $[ac]$. Добијам троугао $a'b'_1c'_1$. Затим транслацијом за $[a'a]$ трансформишем $\triangle a'b'_1c'_1$ у троугао ab_1c_1. Како је $\triangle a'b'c' \cong \triangle a'b'_1c'_1 \cong \triangle ab_1c_1$ а троугао ab_1c_1 је хомотетичан троуглу abc следи да је $\triangle a'b'c' \sim \triangle abc$.

1456. $\sin 45° = ?\quad \cos 45° = ?\quad tg\,45° = ?$



Слика 129

$[OM]$ - јединична дуж. $[MP] \cong [OP]$;

$$[MP]^2 + [MP]^2 = 1^2$$
$$2[MP]^2 = 1$$
$$[MP]^2 = \frac{1}{2}$$
$$[MP] = \frac{1}{\sqrt{2}};\quad [OP] = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 45° = \frac{[MP]}{[OM]} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\cos 45° = \frac{[OP]}{[OM]} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$tg\,45° = \frac{\sin 45°}{\cos 45°} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1} = 1$$

1461. $\sin\alpha = \frac{2}{3}$, $\cos\alpha = ?$ и $tg\alpha = ?$

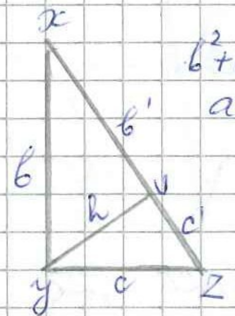
$$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$$

$$(\cos\alpha)^2 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$tg\alpha = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

1462.



$b^2 + c^2 = a^2$, $b^2 = ab'$, $h^2 = b'c'$

$a = (xz)$; $b = (xy)$; $h = (yv)$

Слика 130

Из $b^2 = ab'$ три дужи одређују пропорцију a, b, b' тако да је $b \cdot b = a \cdot b' \Leftrightarrow b : a = b' : b$ следи да су то странице сличних троуглова Δxyz и Δxyv.

Из $xyv \sim \Delta xyv$ следи $h \cdot h = b'c' \Leftrightarrow h : b' = c' : h$ $(b : h = h : c')$ Закључујем да је h висина Δxyz и да је $a = b' + c'$.

Како је $\angle v$ прав и $\Delta yzv \Rightarrow \angle z$ оштар угао, а из $\cos\angle x = a : b$ закључујем да је $\angle$ оштар угао. Ако су $\angle x$ и $\angle z$ оштри онда је $\angle y$ је прав.

1467. а) (ab) = страница описаног петоугла и

б) (ab) страница описаног осмоугла

а) $2\alpha = \frac{1}{5} 360° = 72°$, $\alpha = 36°$ $tg\, 36° = 0{,}72654 \approx 0{,}727$.

$$(ab) = 2r\, tg\alpha = 2r\, tg\, 36° \approx 2 \cdot 0{,}727 \approx 1{,}454r$$

б) $2\alpha = \frac{1}{8} 360° = 45°$, $\alpha = 22°30'$

$tg\, 22°30' \approx 0{,}414$.

$$(ab) = 2r\, tg\alpha = 2r\, tg\, 22°30' \approx 2r \cdot 0{,}414 \approx 0{,}828r.$$