

0.1 Pismeno računanje sabiranje

Zadatak 1. *Ako znaš postupak zasnivanja brojeva na pozicioni način, a to je bilo moguće uvođenjem raznih sistema brojanja, onda će ti biti lako da otkriješ postupak pismenog sabiranja.*

Slika 1 prikazuje skup učenika jednog odeljenja, slika 2 prikazuje skup učenika drugog odeljenja istog razreda.

Izračunaj broj učenika tog razreda.



Slika 1



Slika 2

Skup učenika celog razreda prikazan na slici 4 je grupisan po 3, jer su dati skupovi tako grupisani.



Slika 3

Može se dogoditi da izračunaš (1, ??) ovako:

$$9 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 3 = 45 + 9 + 3 = 57$$

. A možeš jednostavno da prebrojiš sve elemente datih skupova.

Možeš zbir da napišeš u sistemu 3, računajući:

$$18 \cdot 3 + 3 + 0 = 9 \cdot 2 \cdot 3 + 3 = [(3 \cdot 3) \cdot 3] \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 0 = 2010_3$$

Ovaj poslednji je dobro izračunati pošto (slika 4) su elementi datih skupova grupisani po 3, ali je to ipak „glomazan posao”.

Zato sastaviti uniju skupova, njene elemente grupiši po tri, pa onda napiši odgovarajući broj (zbir) slika 4.

Kooristeći sliku i dobijenu uniju skupova (slika ??)



Slika 4

Dobijeni broj je 2010_3 .

I ovde gubiš dosta vremena, zato napiši odgovarajuće brojeve datih skupova kad je osnova brojanja tri. Probaj da sabereš ta dva broja onako kako su elementi unije grupisani.

Broj provog skupa je $(3 \cdot 3) \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 2 = 222_3$ a broj drugog skupa je $(3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 1 + (33) \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 1 = 1011_3$

To je $222_3 + 1011_3 = 2010_3$.

Prvo je od 1 i 2 jedinice sastavljena 1 trojka i 0 jedinica tj.:

$(1 + 2)$ jedinice je 3 jedinice $= (3 + 0) = 1$ trojka i 0 jedinica pišem a 3 trojke pamtim $(3 \cdot 3)$ tj. 1 devetku.

$(1 + 1 + 2)$ trojke $= 4$ trojke $= (3 + 1)$ trojka, 1 trojku pišem, a 3 trojke pamtim $(3 \cdot 3)$ tj. 1 devetku.

$(1 + 2)$ devetke $= 3$ devetke $= (3 + 0)$ devetke, 0 devetke pišem, a 3 devetke pamtim $(9 \cdot 3) = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 1 = 1$ dvadeset sedmica

$(1 + 1)$ dvadeset sedmica tj. $(3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 2$ i zato pišem 2 i ne pamtim ništa (završavam sabiranje).

Zato je $(3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 0 = 2010_3$.

Uoči jednostavniji postupak: $(1 + 2)$ jedinice $= 3$ jedinice $= 0$ jedinice

	<i>pišem</i>	<i>i pamtim</i>
$(1 + 2)$ <i>jedinice</i> = 3 <i>jedinice</i>	= 0 <i>jedinice</i>	<i>i 1 trojku</i>
$(1 + 1 + 2)$ <i>trojke</i> = 4 <i>trojke</i> $(1 + 3)$	= 1 <i>trojku</i>	<i>i 3 trojke</i>
	= 1 <i>trojku</i>	<i>i 1 devetku</i>
$(1 + 0 + 2)$ <i>devetke</i> = 3 <i>devetke</i>	= $(3 \cdot 3) \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	<i>i $(3 \cdot 3) \cdot 0 + (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 1$</i>
	= 0 <i>devetki</i>	<i>i 1 dvadeset sedmica</i>
$(1 + 1)$ <i>dvadeset sedmice</i>	= 2 <i>dvadesetsedmice</i>	

zbir je 2010_3

još preglednije:

Placeholder
 $222_3 + 1011_3 = 2010_3$

Provera:

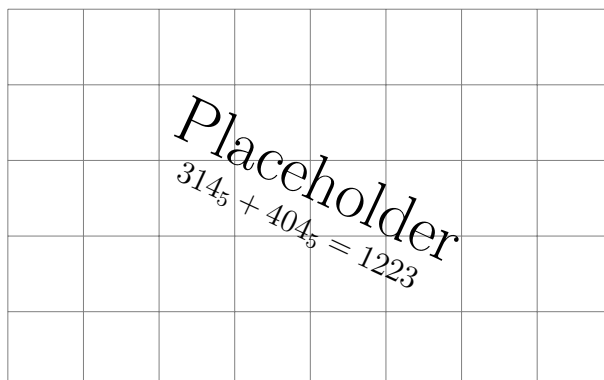
$$\begin{aligned}
 222_3 &= (3 \cdot 3) \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 2 &= 18 + 6 + 2 = 26_{10} \\
 1011_3 &= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 1 &= 27 + 0 + 3 + 1 = 31_{10} \\
 2010_3 &= (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 0 &= 54 + 0 + 3 + 1 = 57_{10}
 \end{aligned}$$

Tj.

$$\begin{aligned}
 222_3 + 1011_3 &= 2010_3 \\
 26_{10} + 31_{10} &= 57_{10}
 \end{aligned}$$

je tačno.

Zadatak 2. Izračinaj: $314_5 + 404_5 = 1223$



Provera

$$\begin{array}{rcl} 314_5 & = & (5 \cdot 5) \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 4 = 75 + 5 + 4 = 84_{10} \\ +404_5 & = & (5 \cdot 5) \cdot 4 + 4 \cdot 0 + 4 = 100 + 0 + 4 = 104_{10} \end{array}$$

$$1223_5 = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 1 + (5 \cdot 5) \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 3 = 125 + 50 + 10 + 3 = 188_{10}$$

Da li je tačno $314_5 + 404_5 = 718_5$?

Nije tačno. Kada je osnova brojanja 5 broj se ne može zapisivati pomoću cifara 5, 6, 7, 8, 9

Ali je tačno $314_5 + 404_5 (= 718) = 1223_5$.

Zbir u zagradi je izvršen u dekadnom sistemu. Znaš zbir nije zapisan u sistemu osnove 5 (cifre 5, 6, 7, 8, 9 nisu cifre sistema osnove 5).

Zato ćeš svaku cifru dekadnog sistema zapisati ciframa sistema osnove 5.

$$718_{10} = 1223_5$$

$$8_{10} = 5_{10} + 3_{10} = 10_5 + 3_5 = 13_5, \text{ pišeš, a 1 pamtiš.}$$

$$1 + 1 = 2_{10} = 2_5, \quad 2 \text{ pišeš, ništa ne pamtiš.}$$

$$7_{10} = 5_{10} + 2_{10} = 10_5 + 2_5 = 12_5 \text{ pišeš } 12$$

Izračunaj primer iz prethodnog zadatka $222_3 + 1011_3$

Zadatak 3. *Izračunaj:* $124_5 + 243_5$; $645_7 + 563_7$; $2201_3 + 2012_3$; $10111_2 + 111_2$; $3024_8 + 1532_8$; $4716_{10} + 3987_{10}$;

$124_5 + 243_5 (= 367) = 422_5$, gde je $7 = 12_5$, $1 + 6 = 7 = 12_5$, $1 + 3 = 4_5$
 $645_7 + 563_7 (= (11)(10)8) = 1541_7$, gde je $8 = 11_7$, $1 + 10 = 14_7$, $1 + 11 = 12 = 15_7$

Obrati pažnju ako sabiranjem cifara istog reda dobijaš cifru dekadnog sistema, onda svaku cifru odgovarajućeg reda pišeš u sistemu koji se traži.

Ukoliko dobiješ dvocifreni broj, pišeš ga u zagradi i njega izražavaš u sistemu koji se traži.

$$3024_8 + 1532_8 (= 4556) = 4556_8$$

Vidiš da je u ovom slučaju zbir cifara su cifre koje su cifre sistema u kome se vrši sabiranje.

$$4716_{10} = 3987_{10} [= 7(16)9(13)] = 8703_{10}$$

Zadatak 4. *Izračunaj $3421_5 + 1432_5$*

Zadatak 5. *Zbog sticanja potrebne brzine u sabiranju više sabiraka, koristićeš sabiranje pisanjem sabiraka jedan ishod drugog, umesto jedan iza drugog iz „praktičnih” razloga.*

Počinješ od dva sabiraka, zatim tri i više sabiraka.

Izračunaj: $587 + 654$; $424_5 + 433_5$; $645_7 + 536_7$

587	424 ₅	645 ₇
+654	+433 ₅	+536 ₇
-----	-----	-----
11 <i>zbir jedinica</i>	12	14
13 <i>zbir desetica</i>	10	10
11 <i>zbir stotina</i>	13	14
-----	-----	-----
1241	1412 ₅	1514 ₇