751. Састави таблице сабирања и одузимања.

+	0	1	2	3	4	...
0	0	1	2	3	4	...
1	1	2	3	4	5	
2	2	3	4	5	6	
3	3	4	5	6	7	
...	...	...	...	...	...	

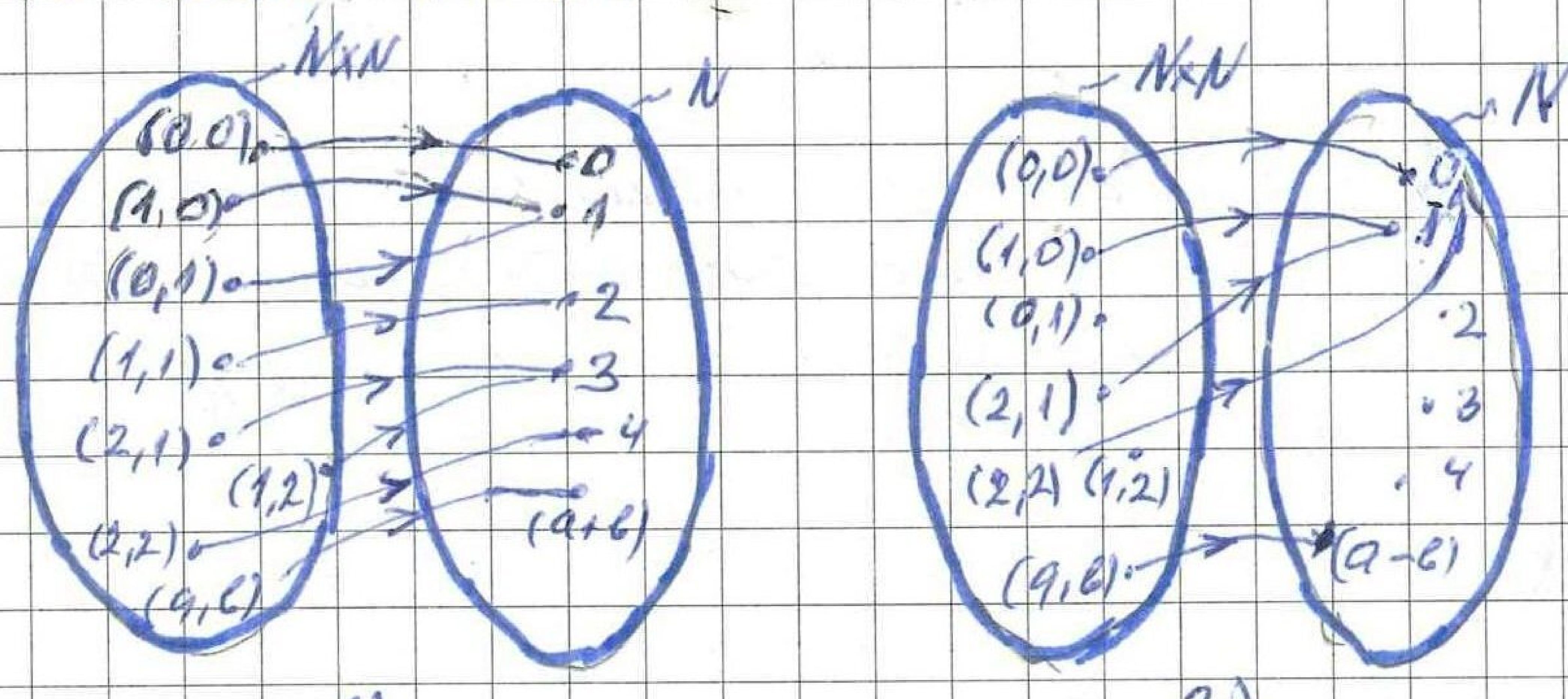
−	0	1	2	3	4
0	0				
1	1	0			
2	2	1	0		
3	3	2	1	0	
...	...	...	...	...	

СЛИКА 501

Шта закључујеш из састављених таблица?

Збир а+в је увек природни број, а разлика а−в није увек природни број. Разлика а−в је само онда природни број кад је а ≥ в.

Сабирање и одузимање могу се приказати као пресликавање N×N на N.



1) 2)

СЛИКА 502

Код сабирања полазни скуп садржи елементе из којих излази само једна стрелица и свака од њих долази у скуп N. Значи сабирање је функција која се зове апликација.

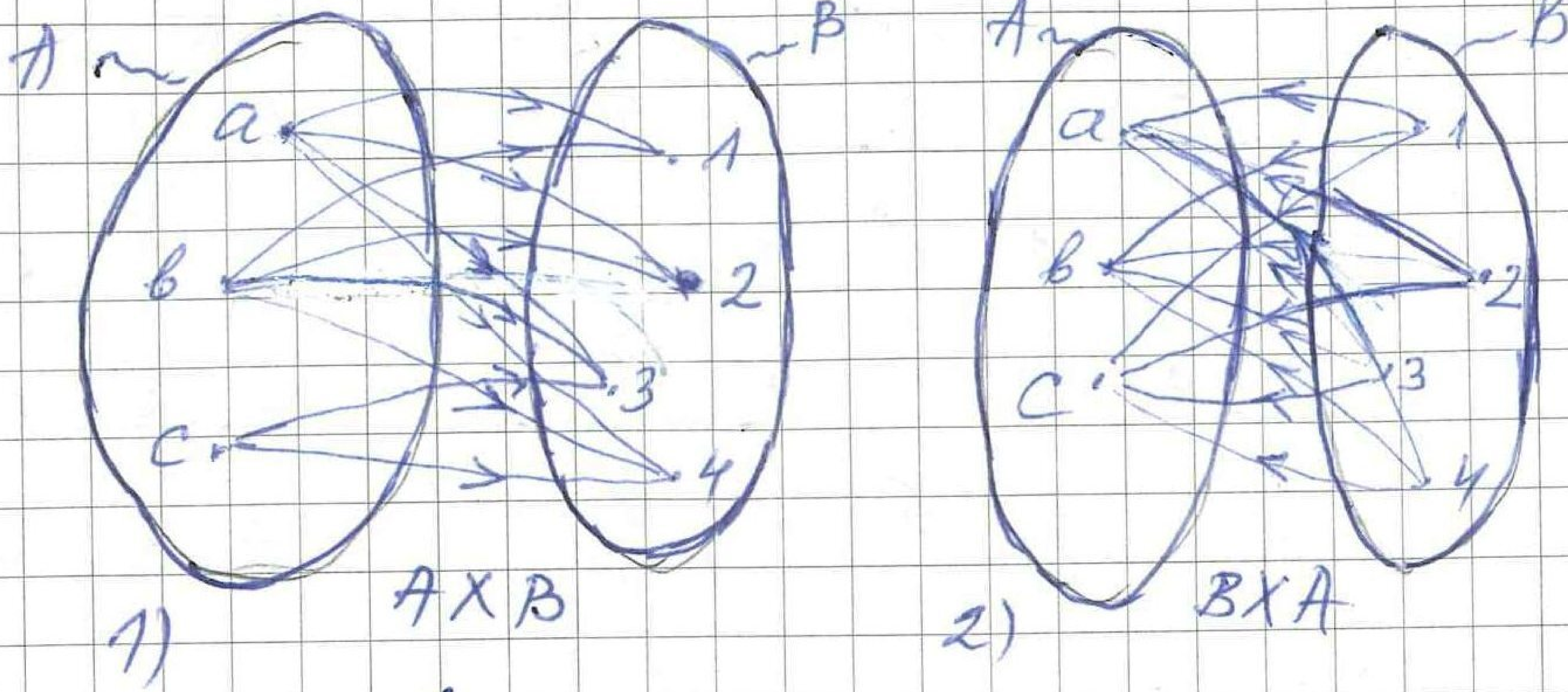
Док полазни скуп садржи елементе из којих не излазе стрелице, тј. немају слику у долазни скуп, зато је одузимање функција али није апликација. Тако видим разлику између функције и апликације.

Означени збир а+в читати: „број а додати број в". „број а повећати за в" и кратко: „а плус в"

Означену разлику а−в читати: „од а одузети в". „број а смањити за в" и кратко: „а минус в"

а+в је означени збир, а−в је означена разлика, а а+в=с и а−в=d су једнакости.

752. Нека је $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Нађи екстензивно производе скупова $A \times B$ и $B \times A$.



Слика 503

$A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,4), (b,1), (b,2), (b,3), (b,4), (c,1), (c,2), (c,3), (c,4)\}$

$B \times A = \{(1,a), (1,b), (1,c), (2,a), (2,b), (2,c), (3,a), (3,b), (3,c), (4,a), (4,b), (4,c)\}$

$A \times B \neq B \times A$ јер уређени парови $(a,1) \neq (1,a)$, $(a,2) \neq (2,a)$ ... $(c,4) \neq (4,c)$.

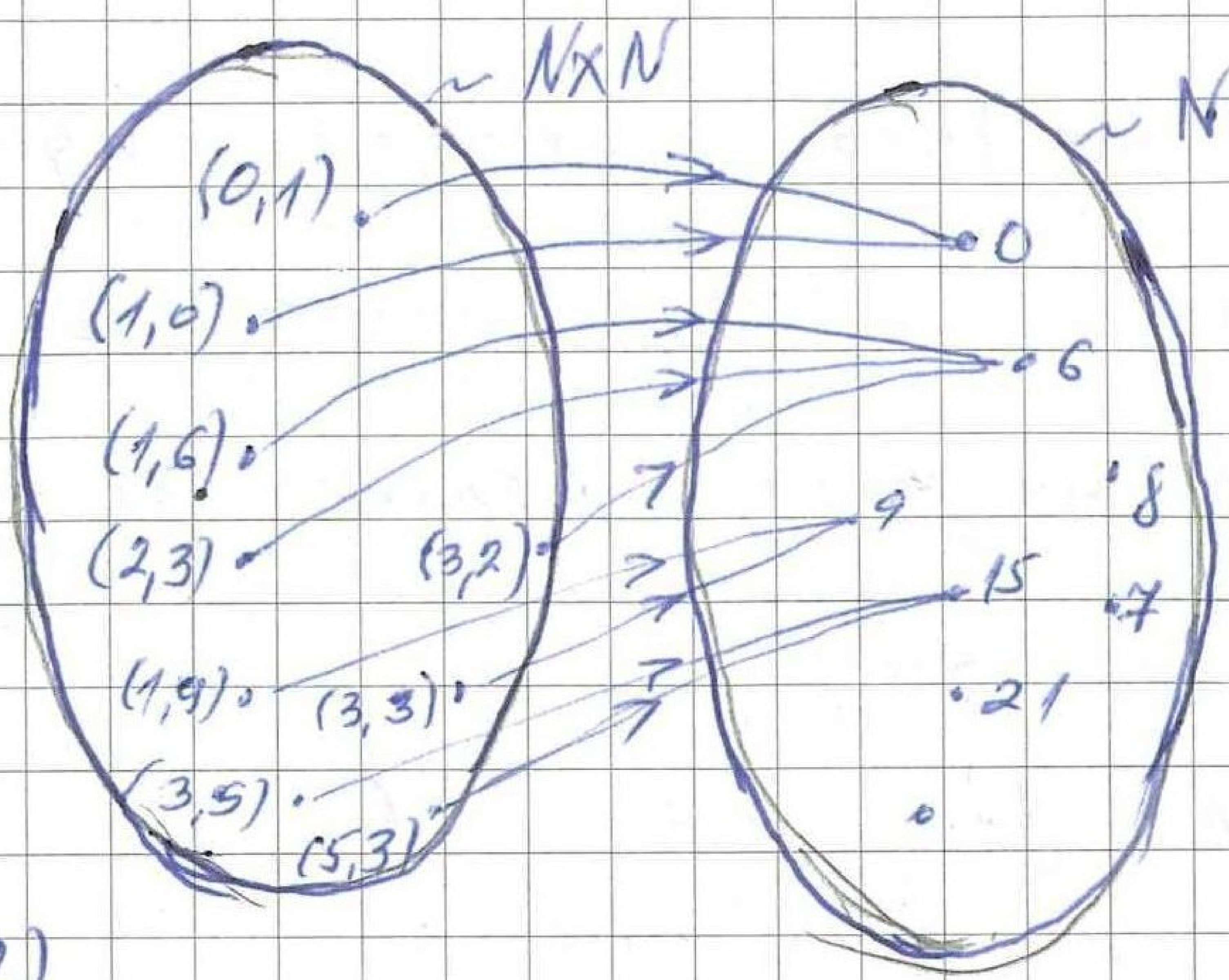
$n(A) = 3$, $n(B) = 4$, $n(A \times B) = 12$ и $n(B \times A) = 12$

$n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \cdot n(B) \quad (= 3 \cdot 4 = 12)$.

753. Састави почетак таблице множења. Нацртај шему (помоћу стрелица) и на тај начин дефиниши множење и као функцију, као апликацију скупа $N \times N$ на N.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
2	0	2	4	6	8	10	12	14	...	...	...	...	...
3	0	3	6	9	12	15	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
6	0	6	12	18	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

1)



2)

Слика 504

Из сваког елемента скупа $N \times N$ излази само једна стрелица, што значи да сваки елемент скупа $N \times N$ има слику у скупу N. То је апликација скупа $N \times N$ на N.

Ако је $n(A) = a$, $n(B) = b$, онда се $a \cdot b$ зове означени производ, а $p = a \cdot b$ зове се израчунати производ.

754. Изврши партицију производа $a \cdot b = \{1,2,3,\ldots,a\} \times \{1,2,3,\ldots,b\}$ на два начина.

(1,1)	(1,2)	(1,3)				(1,b)
·	·	·	·	·	·	·
(2,1)	(2,2)	(2,3)				(2,b)
·	·	·	·	·	·	·
(3,1)	(3,2)	(3,3)				(3,b)
·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·
(a,1)	(a,2)	(a,3)				(a,b)
·	·	·	·	·	·	·

1) $a \cdot b = \{1,2,3,\ldots a\} \times \{1,2,3,\ldots,b\}$

(1,1)	(1,2)	(1,3)			(1,b)
·	·	·	·	·	·
(2,1)	(2,2)	(2,3)			(2,b)
·	·	·	·	·	·
(3,1)	(3,2)	(3,3)			(3,b)
·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·
(a,1)	(a,2)	(a,3)			(a,b)
·	·	·	·	·	·

2) $a \cdot b = \{1,2,3,\ldots,a\} \times \{1,2,3,\ldots,b\}$

Слика 505

1) $a \cdot b = \{1,2,3,\ldots,a\} \times \{1,2,3,\ldots b\} = \{(1,1),(2,1),(3,1),\ldots(a,1),$

$(1,2),(2,2)(3,2),\ldots(a,2),(1,3),(2,3),(3,3),\ldots(a,3),\ldots,(1,b),(2,b),(3,b),\ldots,(a \cdot b)\}$

Партиција (растављање) 1) има b делова (ступаца), у сваком a елемената (тј. b класа чији су кардинали a), што казује да је:

$$a \cdot b = \underbrace{a+a+a+\ldots+a}_{b \text{ сабирака}}$$

2) $a\cdot b = \{1,2,3,\dots,a\} \times \{1,2,3,\dots,b\} = \{(1,1),(1,2),(1,3),\dots,(1,b),$

$(2,1),(2,2),(2,3),\dots,(2,b),(3,1),(3,2),(3,3),\dots(3,b),\dots,(a,1),(a,2),(a,3),\dots,(a,b)\}$.

Партиција (растављање) 2) има a делова (редова), у сваком b елемената (Ti a класа чији су кардинали b), што показује да је:

$$a\cdot b = \underbrace{b+b+b+\dots+b}_{a \text{ сабирака}}$$

Уочи да обе партиције показују да се множење два природна броја своди на сабирање једнаких сабирака.

$$a\cdot b = \underbrace{a+a+a+\dots+a}_{b \text{ сабирака}} = \underbrace{b+b+b+\dots+b}_{a \text{ сабирака}}$$

Ово је прва дефиниција множења.

755. Ако је $A=\{1,2,3,4,5\}$ и $B=\{1,2,3\}$, онда је $n(A)=5$, $n(B)=3$ и $n(A\times B)=5\cdot 3$. Изврши партицију производа $5\cdot 3=\{1,2,3,4,5\}\times\{1,2,3\}$ на два начина.

$a\cdot b = a+a+a+\dots+a = b+b+b+\dots+b$

$5\cdot 3 = 5+5+5 = 3+3+3+3+3$

то је прва дефиниција множења (види упутство)

$a\cdot b = a+a+a+\dots+a$

У овом случају множења a се зове стање или полазни број, b оператор (поновити b ПУТА), а p је израчунати производ, резултат операције множења.

На пример:

$5\cdot 3 = 5+5+5 = 15.$

„Означено множење ab читамо: Број a треба помножити бројем b. Број a треба поновити b пута. На стање a применити оператор поновити b ПУТА. И кратко: b ПУТА a" [1].

Зато једнакост $ab=p$ читамо овако: Број a је помножен бројем b и добивен број p. Број a поновљен b пута и добивен број p. И кратко: b пута a је p.

756. Дат је скуп А. Може ли се извршити једна његова регуларна партиција (тј. партиција чији су сви делови еквипотентни скупови)? Ако може, постоје две могућности:

1) Нека је $m(A)=a$, $m(B)=в$, где је B ма који еквипотентни скуп (ма која класа партиције), па се израчунава број 2 еквипотентних скупова, што записујеш:

$$a : в = 2, \text{ или } \frac{a}{в} = 2$$

Конкретно: Ако имаш скуп А где је $m(A)=15$, питаш се да ли можеш извршити партицију на делове који су еквипотентни скупу $m(B)=3$. Што записујеш:

$$15 : 3 = 5 \text{ или } \frac{15}{3} = 5$$

Шта се овим добива?

Добива се колико оваквих еквипотентних скупове „садржи скуп А". Он садржи 5 скупова. Ово се зове „садржавање" или „мерење".

2) Нека је $m(A)=a$ и 2 број еквипотентних скупова. Шта можеш израчунати?

Могу израчунати број (кардинал) в сваког еквипотентног скупа. То се записује:

$$a : 2 = в \text{ или } \frac{a}{2} = в.$$

На пример: Нека је $m(A)=15$ и 5 је број еквипотентних скупова. Шта можеш израчунати?

Израчунавам број (кардинал) елемената в сваког еквипотентног скупа. То записујем:

$$15 : 5 = 3 \text{ или } \frac{15}{5} = 3.$$

Овај случај 2) је право дељење.

Иначе у теорији се не прави оштра разлика. И једно и друго је дељење броја а бројем в у случају 1) и дељење броја а бројем 2 у случају 2). На овом нивоу треба обавезно да пишеш на оба начина, на пример:

$$18 : 6 = 3 \text{ и } \frac{18}{6} = 3.$$

Број 18 зове се дељеник, број 6 је делилац, а број 3 је количник.