

295. Деленик је 37, а делилац 5. Израчунај количник и остатак. Запиши то.

$$37 : 5 = 7 \text{ и остатак } 2, \text{ јер је } 5 \cdot 7 + 2 = 37.$$

Може и узастопним одузимањем броја 5 од 37 и изабити остатак.

$$37 - 5 = 32, \quad 32 - 5 = 27, \quad 27 - 5 = 22, \quad 22 - 5 = 17, \quad 17 - 5 = 12, \quad 12 - 5 = 7, \quad 7 - 5 = 2.$$

Поновљено је 7 пута одузимање броја 5 и остатак је 2.

296. Деленик је 37, а остатак 2. Који је делилац?  
(5 или 7). Запиши то.

Поновљено је 7 пута одузимање броја 5, иј. бројано је уназад по 5. Значи  $37 : 5 = 7$ , остатак 2, јер је  $5 \cdot 7 + 2 = 37$ .

Поновљено је 5 пута одузимање броја 7, иј. бројано је уназад по 7. Значи  $37 : 7 = 5$ , остатак 2, јер је  $7 \cdot 5 + 2 = 37$ .

297. Деленик је 47, а остатак 7. Који је делилац?

Деленик је једнако производу делioca и највећег количника и остатака. Делилац је већи од остатака.

$47 - 7 = 40$ , 40 је производ делioca и највећег количника, где је најмањи делилац  $7 + 1 = 8$ .

$$40 : 8 = 5, \text{ остатак } 0; \quad 47 : 8 = 5 \text{ и остатак } 7 \text{ јер је } 8 \cdot 5 + 7 = 47.$$

298. Делилац је 6 а количник 9. Шта можеш да израчунаш? Израчунај.

Деленик?  $6 \cdot 9 = 54$ , деленик је број 54.

299. Делилац 15, количник 3, а остатак 7. Израчунај деленик.

$$15 \cdot 3 + 7 = 45 + 7 = 52.$$

300. Делилац је 5, количник 1. Замисли бр делове.

$$\text{Из } 5 \cdot 1 = 5, \text{ следи } 5 : 5 = 1.$$

У задацима који следе решавају се сложенији проблеми.

301. Мама је поделила (појединаку) на четворо деце 36 бонбона, али најмлађа Вера је и од бонбе добила 6 бонбона. [1]

Прво израчунавамо колико је свако од деце добило бонбона  $36 : 4 = 9$ , Вера је добила 9 и још 6 ... 15.

$$\text{Што записујемо: } 36 : 4 + 6 = 9 + 6 = 15.$$

302. Израчунај 85 мање 60 подељено на 4. Замисли то.

$$85 - 60 : 4 = 85 - 15 = 70.$$

303. Израчунај 63 подељено бројем 9 више 8 пута 5. Замисли то.

$$63 : 9 + 8 \cdot 5 = 7 + 40 = 47.$$

304. Израчунај 63 подељено бројем 7 мање 28 подељено бројем 7. Замисли.

$$63 : 7 - 28 : 7 = 9 - 4 = 5$$

305. Производ бројева 6 и 15 смањи за количник делове броја 45 бројем 3.

$$6 \cdot 15 - 45 : 3 = 90 - 15 = 75.$$



## МНОЖЕЊЕ И ДЕЉЕЊЕ, СТАЊИ И ОПЕРАТОР

ПОНАВЉАЊЕ УЗ ПРОШИРИВАЊЕ, УЗ УВОЂЕЊЕ НОВИХ ПОЈМОВА увек је веома квалитетно средство у МАТЕМАТИЧКОМ ОБРАЗОВАЊУ. [1].

306.  $8 \cdot 5$  ЈЕ ОЗНАЧЕНО МНОЖЕЊЕ БРОЈЕВА 8 И 5. ТО КАЖУЈЕ ДА  $8 \cdot 5$  ОЗНАЧАВА, ИЗРАЖАВА ЗАХТЕВ: БРОЈ 8 ПОМНОЖИТИ БРОЈЕМ 5; ИЛИ БРОЈ 8 ПОВЕЋАТИ 5 ПУТА; ИЛИ НА СТАЊЕ 8 ПРИМЕНИТИ ОПЕРАТОР ПОВЕЋАТИ 5 ПУТА.

$8 \cdot 5 = 40$  ИЗРАЖАВА: МНОЖЕЊЕ БРОЈЕВА 8 И 5 ЈЕ ИЗВРШЕНО, ИЛИ БРОЈ 8 ЈЕ ПОМНОЖЕН БРОЈЕМ 5, ИЛИ БРОЈ 8 ЈЕ ПОВЕЋАН 5 ПУТА, ПРИМЕНОМ ОПЕРАТОРА ПОВЕЋАТИ 5 ПУТА СТАЈЕ 8 ПРОМЕНЕНО ЈЕ У СЕЋАЊЕ 40.

ТРЕБА ДА РАЗНА ОЗНАЧЕЊА И ИЗВРШЕЊА МНОЖЕЊА ИЗРАЖАВАЈУ НА СВЕ НАВЕДЕНЕ НАЧИНЕ. ТУМЕТИ ТО ПРОШИРУЈЕ (ПРОДУБЉУЈЕ) ПОЈМОВЕ.

307.  $28 : 7$  ЈЕ ОЗНАЧЕНО ДЕЉЕЊЕ БРОЈА 28 БРОЈЕМ 7. ТО КАЖУЈЕ ДА  $28 : 7$  ИЗРАЖАВА ЗАХТЕВ: ПОДЕЛИТИ БРОЈ 28 БРОЈЕМ 7; ИЛИ ИЗРАЧУНАТИ КОЛИКО ПУТА ПО 7 ИЛИ У 28; ИЛИ БРОЈ 28 СМАЊИТИ 7 ПУТА; ИЛИ НА СТАЈЕ 28 ПРИМЕНИТИ ОПЕРАТОР СМАЊИТИ 7 ПУТА.

$28 : 7 = 4$  ИЗРАЖАВА: БРОЈ 28 ЈЕ ПОДЕЉЕН БРОЈЕМ 7; ИЛИ У 28 ИМА 7 ПУТА ПО 4; ИЛИ СЕЋАЊЕ 28 ЈЕ ПРИМЕНОМ ОПЕРАТОРА СМАЊИТИ 7 ПУТА ПРОМЕНЕНО У СЕЋАЊЕ 4.

308. НА СТАЈЕ 8 ПРИМЕНИ ОПЕРАТОР ПОВЕЋАТИ 6 ПУТА, А НА ТАКО ДОБИЈЕНО СТАЈЕ ПРИМЕНИ ОПЕРАТОР ПОВЕЋАТИ 39 КОЛИКИНАК ДЕЉЕЊА БРОЈА 45 БРОЈЕМ 9.

$$8 \cdot 6 + 45 : 9 = 48 + 5 = 53$$

309. НА РАЗЛИКУ БРОЈЕВА 29 И 5 ПРИМЕНИ ОПЕРАТОР СМАЊИТИ 8 ПУТА, А НА ТАКО ДОБИЈЕНО СТАЈЕ ПРИМЕНИ ОПЕРАТОР ПОВЕЋАТИ 9 ПУТА.

$$[(29 - 5) : 8] \cdot 9 = [24 : 8] \cdot 9 = 3 \cdot 9 = 27$$

310. НА ЗОРИ ПРОИЗВОДА БРОЈЕВА 18 И 5 И КОЛИКИНАК ДЕЉЕЊА БРОЈА 33 БРОЈЕМ 3 ПРИМЕНИ ОПЕРАТОР ПОВЕЋАТИ 0 ПУТА.

$$[(18 \cdot 5 + 33 : 3) \cdot 0 = (90 + 11) \cdot 0 = 101 \cdot 0 = 0$$



# ОСОБИТЕ МНОЖЕНА И ДЕВЕНА

311. ЗНАЧЕ ДА ЈЕ, НА ПРИМЕР 5 ПУТА 8 ИСТО ИСТО  
И 8 ПУТА 5. ЗАПИШУ. [1]

$$8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$$

ДА ЛИ ТО МОЖЕМО ДА ПОКАЖЕМО И ДРУКИЈЕ, А НЕ САМО  
ПРОСТИМ ИЗРАЧУНАВАЊЕМ  $8 \cdot 5 = 40$  И  $5 \cdot 8 = 40$ , ОВАКВЕ СЛЕДИ  $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$ ;

Пре приказивања подсети се: сваки број је збир јединица  
 $2 = 1+1$ ;  $3 = 2+1 = 1+1+1$ ;  $4 = 3+1 = 1+1+1+1$ ; ... [17]

Запиши и покажи да је 3 пута 2 исто и 2 пута 3  
помоћу сабирања

$$2 \cdot 3 = 2+2+2 ; \quad 3 \cdot 2 = 3+3$$

Корисни пишемо да је сваки број збир јединица  
(приказ у [3]).

$$2 \cdot 3 = 2+2+2 = \begin{array}{c} 1+1 \\ 1+1 \\ 1+1 \end{array} \quad 3 \cdot 2 = 3+3 = \begin{array}{c} 1+1+1 \\ 1+1+1 \end{array}$$

$$\underline{3+3} = 3 \cdot 2 \quad \underline{2+2+2} = 2 \cdot 3$$

Тиме се показује да је  $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$  или  $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$  и да  
се збир сабирака  $2+2+2$  може изразити као збир сабирака  $3+3$ ,  
лиј је:

$$2+2+2 = 3+3$$

Напиши помоћу сабирања и  $8 \cdot 5$  и  $5 \cdot 8$

$$8 \cdot 5 = 8+8+8+8+8 ; \quad 5 \cdot 8 = 5+5+5+5+5+5+5+5$$

Изрази други збир (збир сабирака 5) као збир сабирака 8

$$\begin{aligned} 5 \cdot 8 &= \underbrace{5+5}_{(5+3+2)} + \underbrace{5+5}_{(5+3+2)} + \underbrace{5+5}_{(5+3+2)} + \underbrace{5+5}_{(5+3+2)} \\ &= (5+3+2) + (5+3+2) + (5+3+2) + (5+3+2) \\ &= (8+2) + (8+2) + (8+2) + (8+2) \\ &= 8+8+8+8 + (2+2+2+2) \\ &= 8+8+8+8+8 \end{aligned}$$

ЗНАЧИ:  $8+8+8+8+8 = 5+5+5+5+5+5+5+5$

лиј  $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$ .

Покажи помоћу сабирања да је:  $4 \cdot 5$  исто исто и  
5 ПУТА 4: 5 ПУТА 3 исто исто и 3 ПУТА 5.

$$\begin{aligned} 5 \cdot 4 &= 5+5+5+5 \\ &= (4+1) + (4+1) + (4+1) + (4+1) \\ &= 4+4+4+4 + (1+1+1+1) \\ &= 4+4+4+4+4 \end{aligned}$$

ЗНАЧИ:  $4+4+4+4+4 = 5+5+5+5$   
лиј  $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 3 &= 5+5+5 \\ &= (3+2) + (3+2) + (3+2) \\ &= 3+3+3 + (2+2+2) \\ &= 3+3+3 + (2+2+1+1) \\ &= 3+3+3+3+3 \end{aligned}$$

ЗНАЧИ:  $5+5+5 = 3+3+3+3+3$  лиј  $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$



После ових примера можемо изразити правило:

Производ се не мења кад множеник и множилац промене улоге.  
Или: При множеску стање и оператор могу да међусобно замене улоге.

И уопште:  $a \cdot b = b \cdot a$ , и  $ab = ba \dots (1)$

Тако откривамо прву особину множења (комутативност множења).

Обрати пажњу да ова особина не важи код деленja, јер је очигледно да  $35:7$  није исто што и  $7:35$  и  $35:7 \neq 7:35$ .

Зад. 2. Помножи број 8 бројем 3. Добијени производ подели бројем 3. Шта си добио?

Подсети се свих изражавања (задачу 306 и 307).  
Дакле, помножити број 8 бројем 3, значи повећати га 3 пута, а поделити добијени производ бројем 3, значи смањити га 3 пута!

Прикажи као и раније:

СТАЊЕ	ОПЕРАТОР	СТАЊЕ	ОПЕРАТОР	СТАЊЕ
8	$\times 3$	24	$: 3$	8
...	...	...	...	...

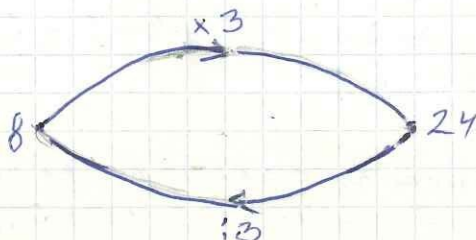
Слика 138

Смисао једног повећању унитарно (анулаци) повећање и коначни резултат мора бити: Ништа се не мења.

Видиш да 8 повећати 3 пута добијаш производ 24, добијени производ 24 поделити бројем 3, значи смањити га 3 пута добијаш број 8.

Што се записује:  $(8 \cdot 3) : 3 = 24 : 3 = 8$ .

Или кратко:  $(8 \cdot 3) : 3 = 8$ . Што се приказује на слици 139.



Слика 139

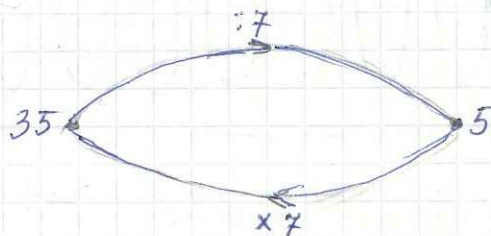


Израчунај :  $(5 \cdot 4) : 4$  ;  $(8 \cdot 7) : 7$  ;  $(9 \cdot 6) : 6$  ; ...

$$(5 \cdot 4) : 4 = 20 : 4 = 5, \text{ тј. } (5 \cdot 4) : 4 = 5 ; \dots$$

Уопште :  $(a \cdot b) : b = a$

Поделите број 35 бројем 7, добијени количник помножите бројем 7.  
 $35 : 7 = 5$ ,  $5 \cdot 7 = 35$  иј.  $(35 : 7) \cdot 7 = 5 \cdot 7 = 35$ , или краће:  
 $(35 : 7) \cdot 7 = 35$ . Исто се приказује на слици 140



слика 140

Видим да 35 поделити бројем 7 значи умањити га 7 пута, добијени количник 5 умножити 7 пута добија се 35, и у овом случају коначни резултат мора бити: НИЧТА СЕ НЕ МЕНЈА.

$$(35 : 7) \cdot 7 = 35$$

Уопште  $(a : b) \cdot b = a$

Значи: повећати к пута и смањити к пута исто је што и не мењати НИЧТА.

Сада увиђам да су множење и дељење међусобно инверзне (обрнуте) операције.

$$\text{ИЗ } (a \cdot b) : b = a \text{ и } (a : b) \cdot b = a$$

$$\text{СЛЕДИ } (a \cdot b) : b = (a : b) \cdot b = a \dots (2)$$

Тиме откривају **ДРУГУ ОСОБИНУ МНОЖЕЊА И ДЕЉЕЊА**  
 (број се не мења ако се помножити или поделити истим бројем, ако се поделити или помножити истим бројем)

На пример:  $(15 \cdot 3) : 3 = (15 : 3) \cdot 3 = 15$

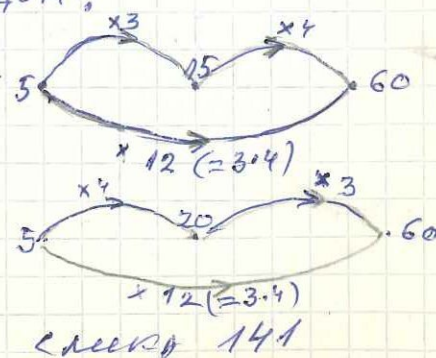
ЗАЗ. Посматрај следећи пример :

$$5 \cdot 12 = 5 \cdot (3 \cdot 4) = (5 \cdot 3) \cdot 4$$

Уопш множење броја производом :

$$5(3 \cdot 4) = (5 \cdot 3) \cdot 4 = 15 \cdot 4 = 60$$

$$5(4 \cdot 3) = (5 \cdot 4) \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60$$

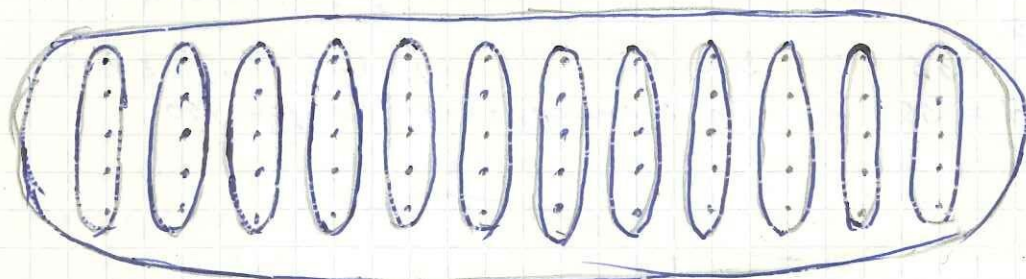


слика 141



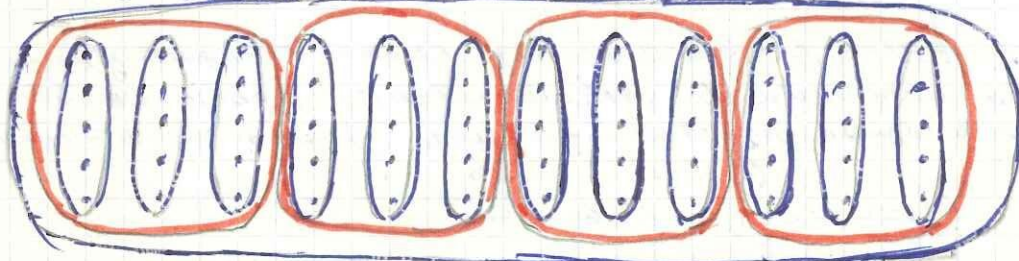
Мало вреди формално изравновање, Потребне су конкретне материјалне ситуације.

Састави 12 скупова од по 5 елемената, Замисли састави прво 3 скупа од по 5 елемената, а после 4 скупа од по 15 елемената.



Број који одговара укупном датих скупова је

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 12 = 60$$



$$5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15, \quad 15 + 15 + 15 + 15 = 15 \cdot 4 = 60$$

Слика 442

Тако су на два начина добијена два скупа од по 60 елемената, тиме је формиран појам: помоћни број 5 бројем 12 или што и помоћни број 5 бројем 3 па 15 помоћни бројем 4, или број 5 помоћни бројем 4 па 20 помоћни бројем 3.

Дакле,  $5 \cdot 12 = 5(3 \cdot 4) = (5 \cdot 3) \cdot 4 = (5 \cdot 4) \cdot 3 = 60$

Помоћни број 11 бројем 6.

$$11 \cdot 6 = 11 \cdot (2 \cdot 3) = (11 \cdot 2) \cdot 3 = 22 \cdot 3 = 66$$

или

$$11 \cdot 6 = 11 \cdot (3 \cdot 2) = (11 \cdot 3) \cdot 2 = 33 \cdot 2 = 66$$

Уопште  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c \dots (3)$

Тако откривају основну својству множења производа.