994. Дати су парови: (8,11), (9,7) и (8,8). Одреди сведени пар одговарајуће класе.

$(8,11)=(8-8,\ 11-8)=(0,3)$ $\quad (9,7)=(9-7,\ 7-7)=(2,0)$,

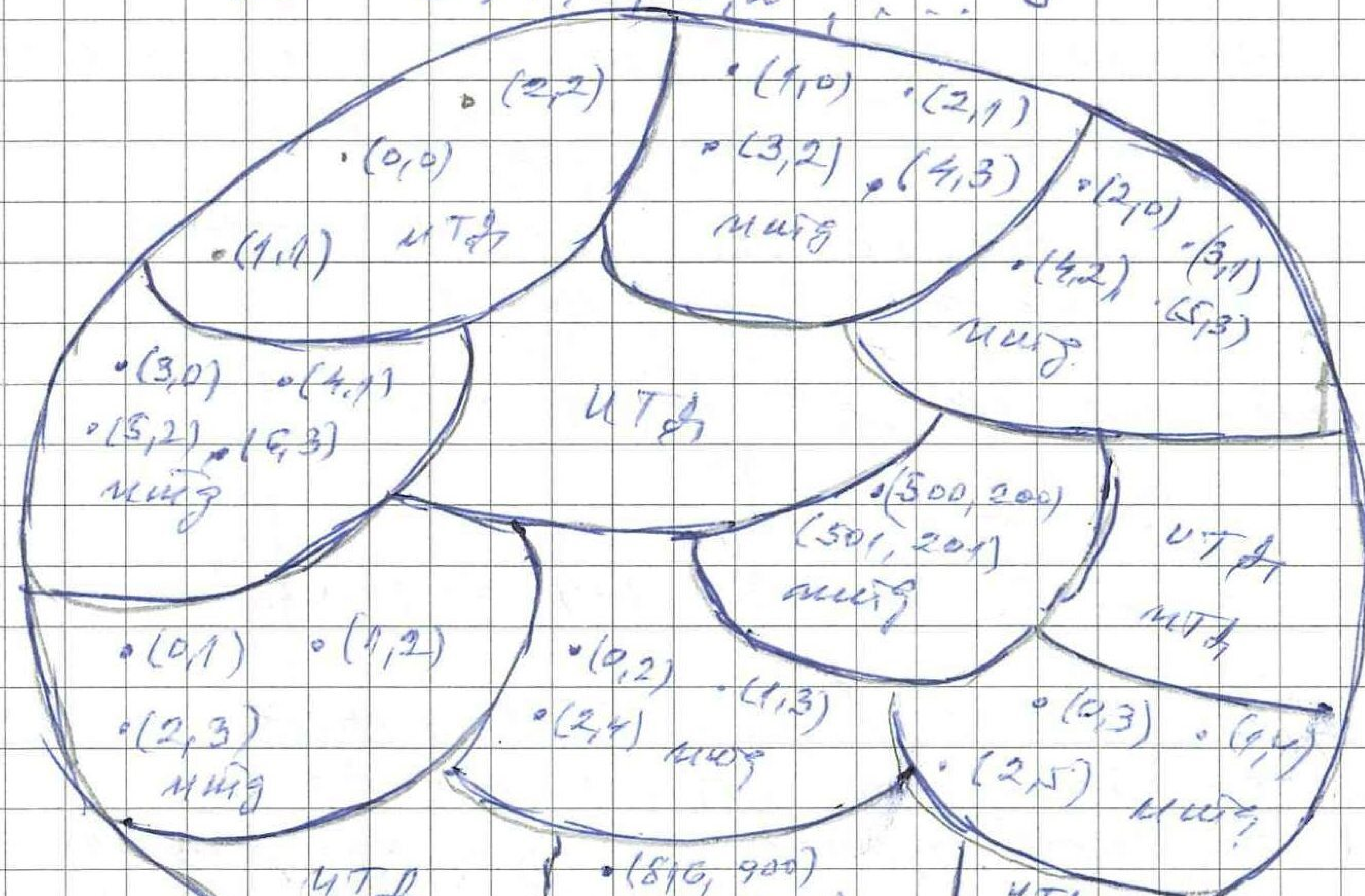
$(8,8)=(8-8,\ 8-8)=(0,0)$

Примена првог начела за прављење парова исте класе

	Најкраће име класе
(0,0), (1,1), (2,2), (3,3), ...	класа 0
(1,0), (2,1), (3,2), (4,3), ...	класа 1^+
(0,1), (1,2), (2,3), (3,4), ...	класа 1^-
(2,0), (3,1), (4,2), (5,3), ...	класа 2^+
(0,2), (1,3), (2,4), (3,5), ...	класа 2^-

Кад класирамо све уређене парове вршимо партицију $N \times N$ (сл. 595) (то је врло важно да схватиш). Све те класе чине скуп целих бројева:

$$Z = \{0, 1^+, 1^-, 2^+, 2^-, \ldots\}$$



Слика 595

Подскупови скупа Z јесу:

$Z^+ = \{0, 1^+, 2^+, 3^+, \ldots\}$ скуп позитивних целих бројева;

$Z^- = \{0, 1^-, 2^-, 3^-, \ldots\}$ скуп негативних целих бројева.

Али се често посматрају три подскупа скупа Z:

$\{1^+, 2^+, 3^+, \ldots\}$ скуп позитивних целих бројева;

$\{1^-, 2^-, 3^-, \ldots\}$ скуп негативних целих бројева;

0 = неутралан скуп, тј. синглетон $\{0\}$.

995. Дате су једнаке разлике, нпр $3-8$, $84-89$, $704-709$ ... Који симбол пишеш уместо ма које разлике?

Тај симбол 5^-. Тај симбол је најкраће име класе наведених разлика.

996. Напиши неколико позитивних целих бројева:

5^+, или $(8,3)$, или $(8-3)$;
7^+, или $(9,2)$, или $(9-2)$; ...

997. Напиши неколико негативних целих бројева:

5^-, или $(3,8)$, или $(3-8)$
13^-, или $(4,17)$ или $(4-17)$

998. Нека су дати цели бројеви: 7^+, 8^-, 9^+, 13^-, 17^-. Изостави знаке + и −, шта добијаш?

Добијам природне бројеве 7, 8, 9, 13, 17.

Сваки тако добијени природни број зове се апсолутна вредност датог целог броја и она се означава овако, на пример:

$|7^+|$ или $|8-1|$, $|13^-|$ или $|4-17|$, $|8^-|$

Према томе:

$|7^+| = 7$, $|8-1| = 7$, $|13^-| = 13$, $|4-17| = 13$, $|8^-| = 8$.

Уопште, ако a означава ма који цео број, онда $|a|$ је његова апсолутна вредност. Уствари природни број. Тога ти, као корисник ове књиге, треба да будеш увек свестан. Али и бити свестан и да између природног као карактеристике класе еквивалентних скупова и природног броја као апсолутне вредности целог броја има суштинске разлике. Тачније, формалне разлике нема, али суштинска постоји.

На пример: $12-5 \neq 5-12$, и $7^+ \neq 7^-$, али је $|7^+| = |7^-| = 7$ је природни број.

Два симетрична цела броја имају једнаке апсолутне вредности.

Зато је потребно да разумеш ово:

$|a| = a$, ако је a позитиван број;

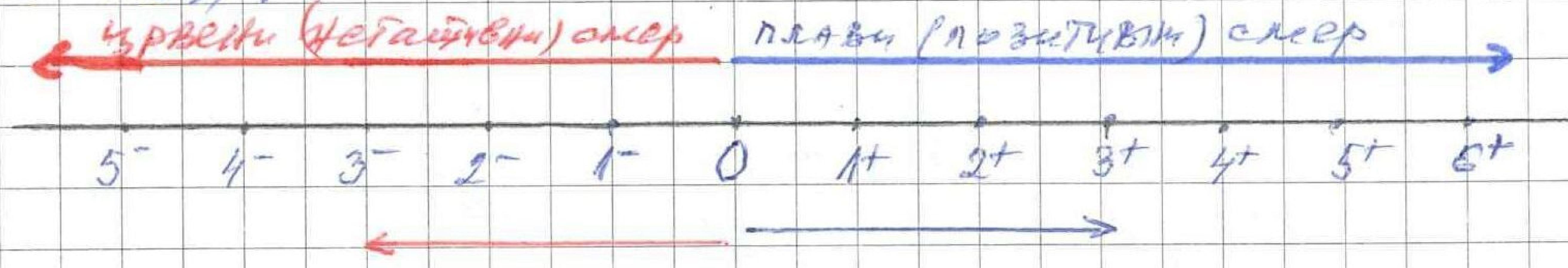
$|a| = -a$ ако је a негативан број.

На пример:

$$|5^{+}| = 5, \quad |5^{-}| = -(5^{-}) = 5$$

Симетрични бројеви су, дакле бројеви који имају једнаке апсолутне вредности.

Користећи праву целих бројева (на основу слике 589).



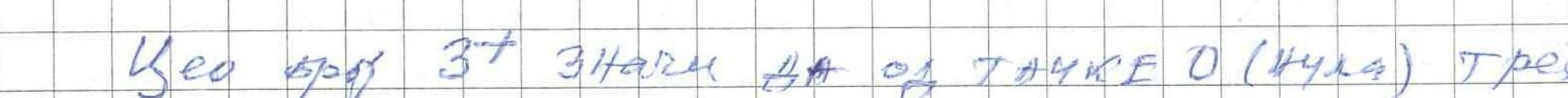
Слика 596

Цео број 3^{+} значи да од тачке 0 (нула) треба „ићи" у позитивном смеру кретања 3 јединице, што се записује овако: $|3^{+}| = 3$.

Док цео број 3^{-} значи да од 0 (нуле) треба „ићи" у супротном (негативном) смеру кретања 3 јединице, што се записује овако $|3^{-}| = 3$.

Дакле, ако је $|3^{+}| = 3$ и $3 = |3^{-}|$ онда је $|3^{+}| = |3^{-}|$ што показује да симетрични бројеви 3^{+} и 3^{-} имају једнаке апсолутне вредности.

999. Покажи сабирање и одузимање целих бројева на прави целих бројева.



Слика 597

На пример: $2^{+} + 4^{+}$ значи од тачке 2^{+} „идем" у позитивном смеру 4 јединице и „стижем" у 6^{+}, па је збир $2^{+} + 4^{+} = 6^{+}$.

Збир два позитивна цела броја је цео позитиван број.

У случају $2^- + 4^-$ знаци од тачке 2^- „идем" у супротном (негативном) смеру 4 јединице и „стижем" у 6^-, па је збир $2^- + 4^- = 6^-$.

Збир два негативна цела броја је негативан цео број.

Кад је збир позитивног целог броја и негативног целог броја „креће се" од првог сабирка у смеру другог сабирка. Ако је $2^+ + 5^-$ „полазим" од 2^+ у супротном (негативном) смеру 5 јединица и „стижем" до тачке 3^-. Према томе збир $2^+ + 5^- = 3^-$. У случају $5^- + 2^+$ „полазим" од тачке 5^- у позитивном смеру и „стижем" у 3^-. Дакле, није битно да ли је први сабирак позитиван цео број или цео негативан број.

У случају $2^- + 5^+$ „креће се" од тачке 2^- у позитивном смеру 5 јединица и стиже у 3^+. Збир $2^- + 5^+ = 3^+$.

У случају $5^+ + 2^-$ „полази се" од тачке 5^+ у супротном (негативном) смеру 2 јединице и стиже у 3^+.

Збир позитивног целог броја и негативног целог броја је позитиван цео број, ако је апсолутна вредност позитивног целог броја већа и израчунава се тако што се од веће апсолутне вредности одузме мања апсолутна вредност.

На пример: $7^+ + 3^- = 4^+$, јер је $|7^+| = 7$ веће од $|3^-| = 3$, па је $|7^+| > |3^-|$ и $7 - 3 = 4$.

У случају $7^- + 3^+ = 4^-$, јер је $|7^-| > |3^+|$ јер $7 > 3$ и $7 - 3 = 4$.

Према томе, збир позитивног целог броја и негативног целог броја је негативан цео број, ако је апсолутна вредност негативног целог броја већа и израчунава се тако што се од веће апсолутне вредности одузме мања апсолутна вредност.

На прави целих бројева се види да је збир симетричних целих бројева 0 (нула).

На пример: $3^+ + 3^- = 0$, значи полази се од 3^+ за 3 јединице у негативном смеру и стиже у тачку 0 (нула). А у случају $3^- + 3^+$ „полази се" од 3^- у позитивном смеру и стиже у тачку 0. Према томе $3^+ + 3^- = 0$ и $3^- + 3^+ = 0$.

То је већ откривено у задатку 966. Види задатак 967.

У случају одузимања целих бројева треба применити правило: Одузети цео број значи додати (сабрати) симетричан (супротни број), (зад. 978).

На пример: $2^+ - 5^+ = 2^+ + 5^-$ где је одузимање целих позитивних бројева исто што и сабирање позитивног целог броја и негативног целог броја (што је напред већ показано).

У случају $2^- - 5^- = 2^- + 5^+$ је одузимање негативних целих бројева исто што и сабирање негативног целог броја и позитивног целог броја.

А $2^- - 5^+ = 2^- + 5^-$ своди се на сабирање негативних бројева, а $2^+ - 5^- = 2^+ + 5^+$ своди се на сабирање позитивних целих бројева.

1000. Израчунај „Алгебарске збирове“:

1) $8 + 5^- - 14^- + 6^- + 20^+$; 2) $(6^+ + 9^-) - (5^- + 8^+ - 10^+)$.

1) $8^+ + 5^- - 14^- + 6^- - 20^+ = 8^+ + 5^- + 14^+ + 20^-$
$= (8^+ + 14^+) + (5^- + 20^-)$
$= 22^+ + 25^-$
$= -3$

1001. Израчунај:

$7^+ \cdot 8^+$; $7^- \cdot 8^-$; $7^- \cdot 8^+$; $7^+ \cdot 8^-$

$7^+ \cdot 8^+ = 56^+$; $7^- \cdot {}^- = 56^+$; $7^- \cdot 8^+ = 56^-$, $7^+ \cdot 8^- = 56^-$.

1002. Покажи да је множење целих бројева асоцијативно и дистрибутивно.

На пример:

$9^+ \cdot 3^- \cdot 5^- = (9^+ \cdot 3^-) \cdot 5^- = 27^- \cdot 5^- = 135^+$
$9^+ \cdot 3^- \cdot 5^- = 9^+ (3^- \cdot 5^-) = 9^+ \cdot 15^+ = 135^+$

Дакле, $9^+ \cdot 3^- \cdot 5^- = (9^+ \cdot 3^-) \cdot 5^- = 9^+ \cdot (3^- \cdot 5^-)$ множење је асоцијативно.

На пример:

$(7^+ + 9^-) \cdot 8^- = 2^- \cdot 8^- = 16^+$
$(7^+ + 9^-) \cdot 8^- = 7^+ \cdot 8^- + 9^- \cdot 8^- = 56^- + 72^+ = 16^+$.

Па је $(7^+ + 9^-) \cdot 8^- = 7^+ \cdot 8^- + 9^- \cdot 8^-$ множење дистрибутивно.