Задача 1.

Решите уравнение

$\frac{sin(x)}{x} = 0$

Решение

$x \neq 0$ и $sinx = 0 \Rightarrow x = n\pi$, где $n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$

Задача 2.

Даны три прямые $y = k_1 x + b_1$, $y = k_2 x + b_2$, $y = k_3 x + b_3$. Как узнать, пересекаются они в одной точке или нет?

Решение

Уравнение прямых, проходящих через одну точку: $y - y_1 = k(x - x_1)$, если все уравнения удовлетворяют условию - то они проходят через одну точку.

$\left(\frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}, \frac{k_1 b_2 - k_2 b_1}{k_1 - k_2}\right) = \left(\frac{b_3 - b_1}{k_1 - k_3}, \frac{k_1 b_3 - k_3 b_1}{k_1 - k_3}\right) = \left(\frac{b_2 - b_3}{k_3 - k_2}, \frac{k_3 b_2 - k_2 b_3}{k_3 - k_2}\right)$

Задача 3.

На листе тетради «в линейку» (расстояние между линиями равно a) лежит игла (длиной b). Координаты нижней точки иглы (x, y), игла лежит под углом α. Пересекает ли игла линию или нет?

Решение

Игла пересекает линию при $mod(y, a) + a\dot{s}in(\alpha) > a$

Задача 4.

Решите аналитически и потом численно (в программе) уравнение, зависящее от параметра a:

$sin(\mathrm{a} \cdot x) = 0$

при условии: $0.01 < a < 0.02$, $100 < \mathrm{x} < 500.$

Т.е. надо найти решение x как функцию параметра a - построить график x=x(a). Если численным методом не получается найти все ветви решения x(a), то отыщите хотя бы одну.

Решение

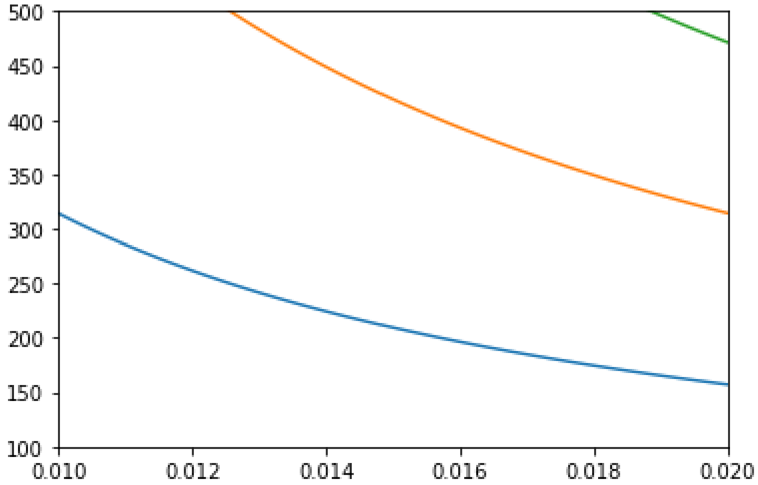
$sin(\mathrm{a} \cdot x) = 0 \Rightarrow ax = n\pi, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{n\pi}{a}, n \in \mathbb{Z}$

In [1]:
```
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

a = np.linspace(0.01, 0.02, 100)
n = [1, 2, 3]
```

```
for i in n:
    x = i*np.pi/a
    plt.plot(a, x)
    plt.xlim(0.01, 0.02)
    plt.ylim(100, 500)
    max_x=i*np.pi/0.01
    if max_x>500:
        max_x=500
    print(f"{i*np.pi/0.02}<x<{max_x}")
```

```
157.07963267948966<x<314.1592653589793
314.1592653589793<x<500
471.23889803846896<x<500
```



Задача 5.

Найти угол α между прямыми $4y - 3x + 12 = 0$ и $7y + x - 14 = 0$

Решение

Приведем прямые к виду $y = kx + b$: $y = \frac{3}{4}x - 3$ $y = -\frac{y}{7} + 2$

$$\alpha = \arctan\left|\frac{3/4 + 1/7}{1 - 3/4 \cdot 1/7}\right|$$

In [2]:
```
alpha = np.arctan(np.abs((3/4+1/7)/(1-(3/4)*(1/7))))
alpha*180/np.pi
```

Out[2]:
```
45.0
```

Задача 6.

Найти угол α между прямыми $x = \sqrt{2}$ и $x = \sqrt{-3}$.

Решение

Прямые параллельны (при постоянном x), следовательно угол между ними равен 0

Задача 7.

Выяснить тип кривых второго порядка, порожденных следующими уравнениями.

$y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$

$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$

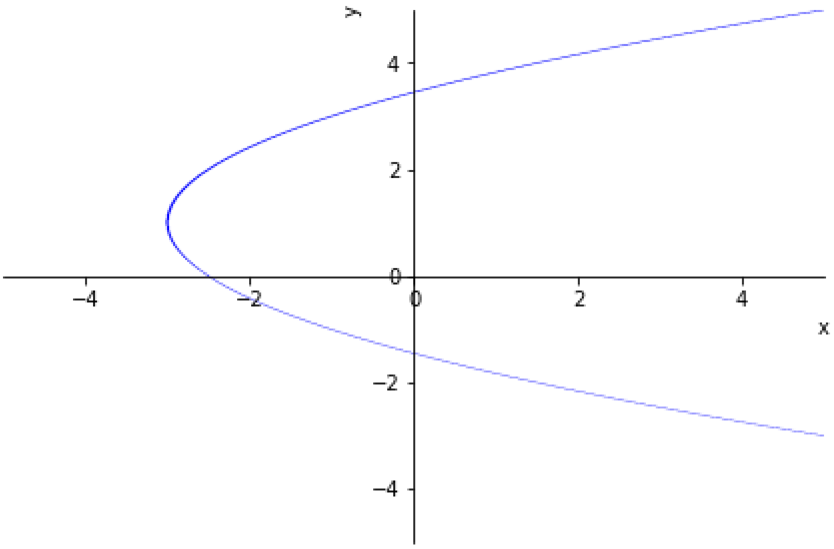
$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$

$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$

Решение

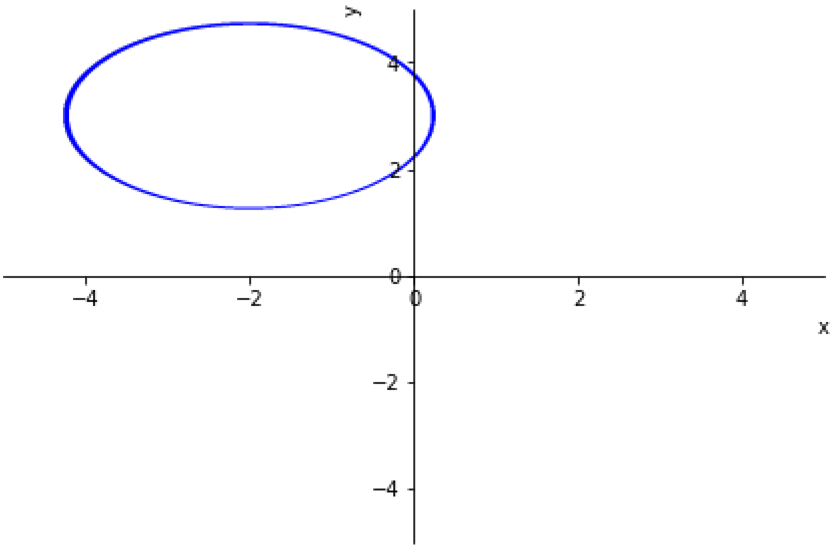
$y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$ парабола

In [3]:
```
from sympy import *
import matplotlib.pyplot as plt
var('x y')
plot_implicit(Eq(y**2 - 2*x - 2*y, 5))
plt.show()
```



$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$ элипс

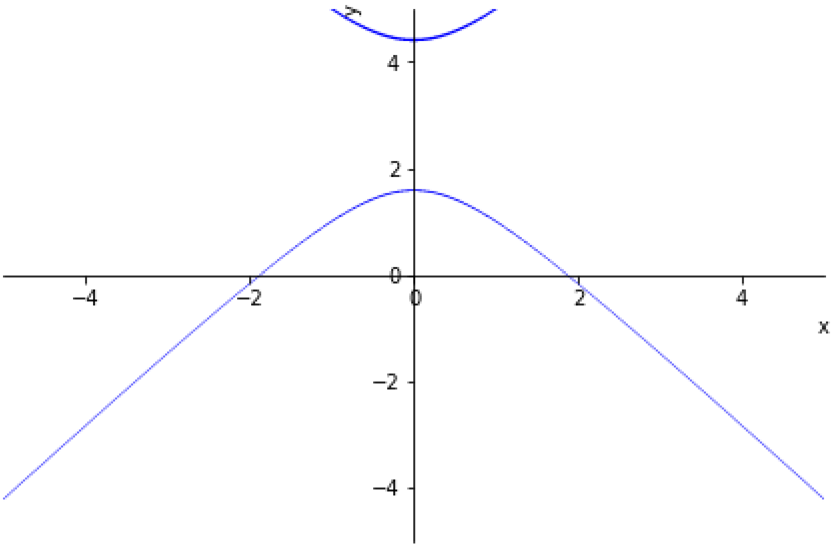
In [4]:
```
plot_implicit(Eq(3*x**2 + 5*y**2+ 12*x - 30*y, -42))
plt.show()
```



$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$ гипербола

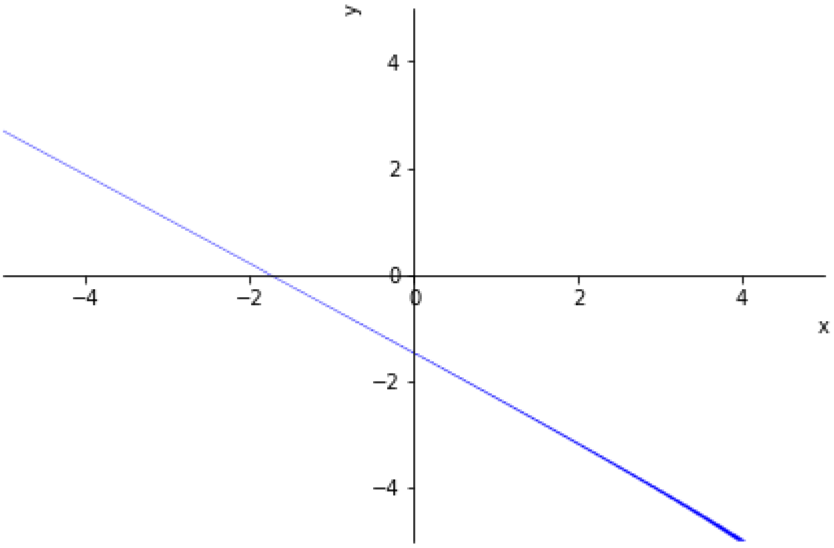
In [5]:
```
plot_implicit(Eq(2*x**2 - y**2 + 6*y, 7))
```

```
plt.show()
```



$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$ гипербола

In [6]:
```
plot_implicit(Eq(2*x**2 - 3*y**2 - 28*x - 42*y, 55))
plt.show()
```



In [ ]: