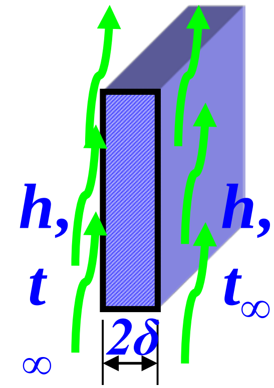
非稳态导热能量平衡、特征数（准则数）

导热微分方程式 $$\boxed{\rho c\frac{\partial t}{\partial \tau}=\nabla\bullet(\lambda\nabla t)+\dot{\Phi}}$$ 能量平衡 page 182

常物性、无内热源 $$\rho c\frac{\partial t}{\partial \tau}=\lambda\nabla^2 t \qquad \frac{\partial t}{\partial \tau}=a\nabla^2 t$$

$a=\dfrac{\lambda}{\rho c}$ m^2/s 热扩散率，物体导热温度变化的快慢（从方程式理解）

$$\theta=\theta_0\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2\sin\beta_m}{\beta_m+\sin\beta_m\cos\beta_m}\cos\left(\frac{\beta_m}{\delta}x\right)\exp\left(-\beta_m^2\frac{a\tau}{\delta^2}\right) \quad (9\text{-}61)$$



page 208

$Fo=\dfrac{a\tau}{\delta^2}$ 无量纲时间。 ***Fo*↑,越深入地传播到物体内部**

δ^2/a 热扰动波及到δ^2需要的时间

$$\tan\beta=\frac{Bi}{\beta}$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\left(\frac{a\tau}{\delta^2}\right)}=\frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2}$$

$\Theta=\theta/\theta_0$ 无量纲过余温度　　$\theta=t-t_\infty$ 过余温度

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}=\frac{a}{\delta^2}\frac{\partial^2\Theta}{\partial X^2} \quad (9\text{-}62)$$

集总参数法（忽略内部导热热阻） $$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\dot{\Phi}}{\rho c}$$

$$\rho cV\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}=-hA(t-t_\infty)$$ （热平衡法）

$$\frac{\theta}{\theta_0}=\exp\left(-\frac{hA}{\rho cV}\tau\right)=\exp(-Bi_V Fo_V)$$

时间常数 $\tau_c=\dfrac{\rho cV}{hA}$　$\dfrac{\text{热容量}}{\text{表面换热条件}}$

物体对周围环境温度变化响应的快慢

page 220

哪些是特征数？

page 182

热扩散率 $a=\frac{\lambda}{\rho c}$ 热扩散率，物体导热温度变化的快慢

单位：m^2/s

---

page 208

傅里叶数 √ $Fo=\frac{a\tau}{\delta^2}$ 无量纲时间 导热深入的程度

时间常数 $\tau_c=\frac{\rho cV}{hA}$ $\frac{\text{热容量}}{\text{表面换热条件}}$ 物体对周围环境温度变化响应的快慢

单位：s

page 220

√ 毕渥数 $Bi=\frac{h\delta}{\lambda}=\frac{\delta/\lambda}{1/h}$ 物体内部导热热阻 (δ/λ) 与表面对流换热热阻 $(1/h)$ 相对大小

第三类边界条件

page 208

$$\left.\begin{aligned}&x=\delta,-\lambda\frac{\partial t}{\partial x}=h(t-t_\infty)\\&\Theta=\theta/\theta_0\qquad \theta=t-t_\infty\end{aligned}\right\}\quad X=1,\frac{\partial\Theta}{\partial X}=-\frac{h\delta}{\lambda}\Theta$$

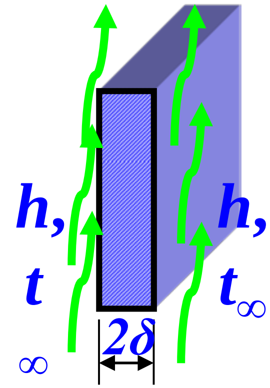
$$\tan\beta=\frac{Bi}{\beta}\quad(9\text{-}62)$$

由第三类边界条件推得 p209

能量平衡

集总参数法 $\rho c V \dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau} = -hA(t - t_\infty)$ page 219

（热平衡法）



第三类边界条件 $x=\delta, -\lambda \dfrac{\partial t}{\partial x} = h(t - t_\infty)$ page 207

诺莫图 Q/Q_0 page 214

在 0～τ 时间内，单位面积微元薄层放出的热量等于其热力学能的变化

$$\mathrm{d}Q = \rho c(t_0 - t)\mathrm{d}x = \rho c(\theta_0 - \theta)\mathrm{d}x$$

在 0～τ 时间内，单位面积平壁所放出的热量

$$Q = \rho c \int_{-\delta}^{\delta} (\theta_0 - \theta)\mathrm{d}x = 2\rho c \theta_0 \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0}\right)\mathrm{d}x$$

$$Q_0 = 2\rho c \theta_0 \delta$$

Q_0 为单位面积平壁从温度 t_0 冷却到 t_∞ 所放出的热量

第10章　对流换热 1

10-1 概述 10-2 对流换热的数学描述

第十章内容简介

$$\Phi = hA(t_w - t_f)$$ 牛顿冷却公式

$$h = ?$$ （10-1）

- 一般知识

（§10-1 分类、影响因素、研究方法等）

- 理论基础

（§10-2 数学描述、边界层理论）

- 理论求解

（§10-3 外掠平板层流边界层方程组求解）

- 实验研究基础（§10-4 相似原理与量纲分析）

- 实际应用（§10-5 特征数关联式） 实验研究的应用

10.1 对流换热概述

10.1.1 牛顿冷却公式

对流换热：流体流过固体表面时所发生的热量传递过程。

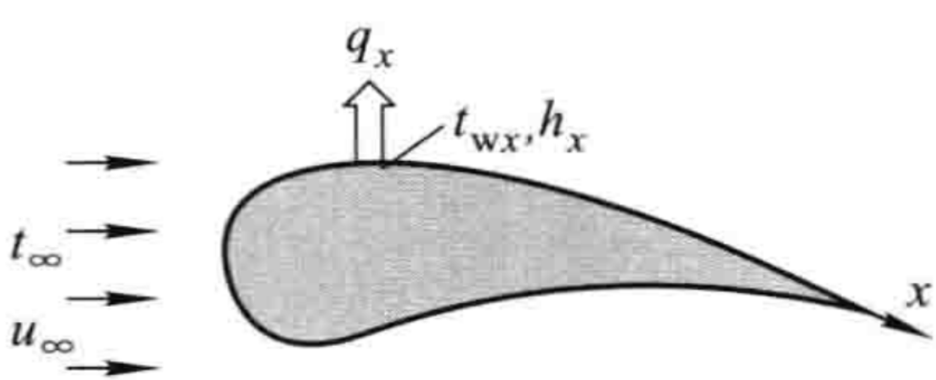


图 10－1 对流换热示意图

$\Phi = hA(t_w - t_f)$ （10-1）

$q = h(t_w - t_f)$ （10-2）

h 平均表面传热系数

t_w 固体表面平均温度

$q_x = h_x(t_w - t_f)$ （10-3）

h_x 局部表面传热系数

$$\Phi = \int_A q_x \mathrm{d}A = \int_A h_x (t_w - t_f)_x \mathrm{d}A$$

$(t_w - t_f)_x = t_w - t_f =$ 常数， $\Phi = (t_w - t_f)\int_A h_x \mathrm{d}A$

$$\boxed{h = \frac{1}{A}\int_A h_x \mathrm{d}A}$$

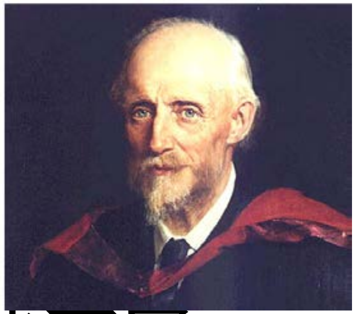
平均表面传热系数 （10-4）

10.1.2 对流换热的影响因素

特点：仅能发生在流体中；宏观位移；
伴随流体导热（紧贴壁面）

泵、重力或浮升力

对流换热
- 热对流（流动）
  - 驱动力　外部动力；浮升力
  - 流动状态　表现为：层流、湍流
  - 有无相变　潜热、相变过程规律不同
  - 流体种类　密度、粘度（如：水、空气、油等）
  - 换热表面几何因素　形状、大小、相对位置和表面粗糙状况
- 导热 → 流体种类　导热系数、比热和密度



$$h=f(u,t_w,t_f,\lambda,\rho,c,\eta,\alpha,l,\psi)$$

10.1.3 对流传热现象的分类

- 对流传热
  - 无相变
    - 混合对流
    - 强制对流
      - 内部流动
        - 圆管内强制对流传热
        - 其他形状截面管道内的对流传热
      - 外部流动
        - 外掠平板的对流传热
        - 外掠单根圆管的对流传热
        - 外掠圆管管束的对流传热
        - 外掠其他截面形状柱体的对流传热
        - 射流冲击传热
    - 自然对流
      - 大空间自然对流
      - 有限空间自然对流
  - 有相变
    - 沸腾传热
      - 大容器沸腾
      - 管内沸腾
    - 凝结传热
      - 管外凝结
      - 管内凝结

层流分析解

图 5－2 对流传热的分类树

10.1.4 对流换热的研究方法

分析解法 √　采用数学分析求解的方法，有指导意义。

实验法 √　通过大量实验获得表面传热系数的计算式，是目前的工程设计的主要依据。

比拟法　研究热量传递与动量传递的共性，建立表面传热系数与阻力系数的相互关系。限制多，范围很小，已较少采用。

数值解法　和导热问题数值思想一样，发展迅速，应用越来越多。

10.1.5根据温度场计算表面传热系数

当粘性流体在壁面上流动时，由于粘性的作用，流体的流速在靠近壁面处随离壁面的距离的缩短而逐渐降低；在贴壁处被滞止，处于无滑移状态（即：y=0, u=0）

在这极薄的贴壁流体层中，热量只能以导热方式传递。

根据傅里叶定律：

$$q_x = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0,x}$$

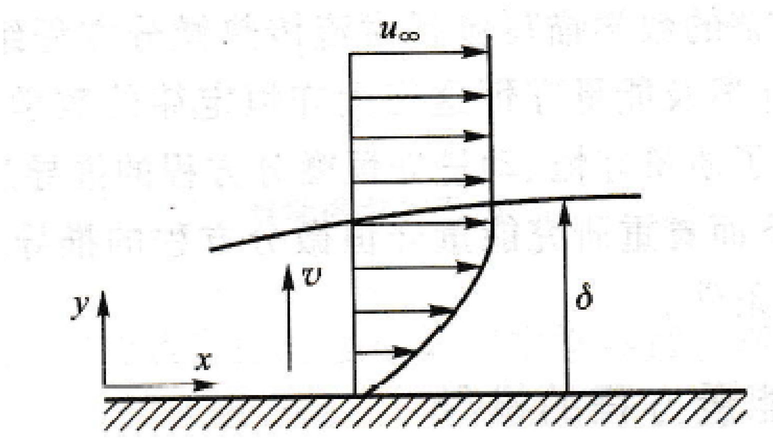
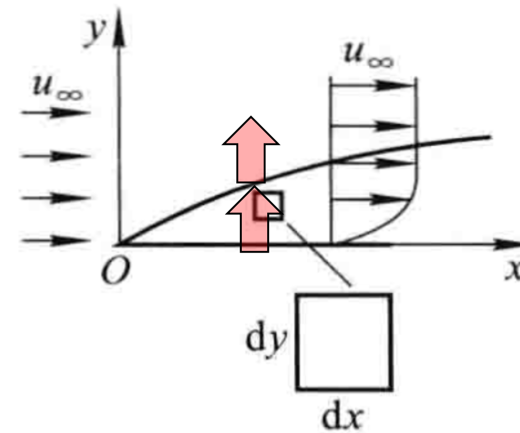


图 5－3 壁面附近速度分布的示意图

page 239

根据傅里叶定律： $q_x = -\lambda\left(\dfrac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0,x}$



根据牛顿冷却公式： $q_x = h_x(t_w - t_\infty)_x$

联立得：

$$h_x = -\frac{\lambda}{t_w - t_\infty}\frac{\partial t}{\partial y}\bigg|_{y=0,x}$$

对流换热微分方程式

揭示了对流传热问题本质

分析法、实验法、数值法都要应用！

问题: $\partial t/\partial y\big|_{y=0,x}$ 是哪里的温度梯度？

A 流体√ B 壁面

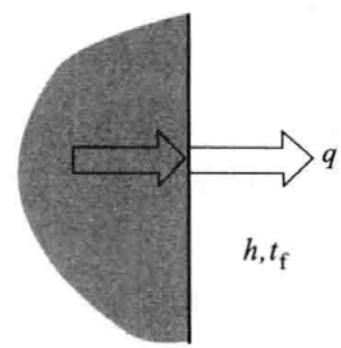


图 9－7 第三类边界条件

$-\lambda\left(\dfrac{\partial t}{\partial n}\right)_w = h(t_w - t_f)$

注意与导热的区别 $x=\delta, -\lambda\dfrac{\partial t}{\partial x} = h(t - t_\infty)$

第三类边界条件 $\Theta=\theta/\theta_0,\ \theta= t-t_\infty,\ \theta_0=t_0-t_\infty$ p208

page 186

10.2 对流换热问题的数学描述

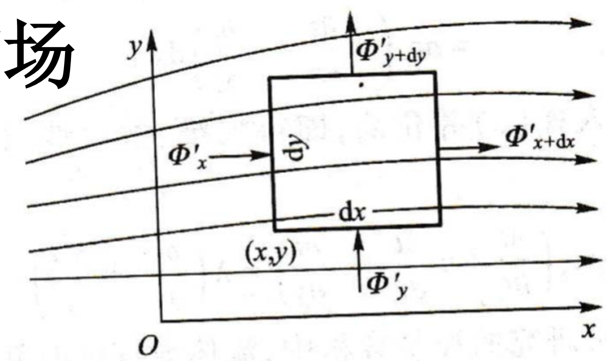
10.2.1 能量方程的推导

特别是壁面附近的温度分布

对流换热微分方程式

$$h_x = -\frac{\lambda}{t_w - t_\infty}\frac{\partial t}{\partial y}\bigg|_{y=0,x} \longrightarrow \text{温度场}$$

温度场 ⟶ 受到流场的影响



能量微分方程推导中的微元体

对流换热微分方程组:

- 流场
  - 连续性方程 1. 质量守恒定律
  - 动量方程 2. 动量守恒定律
- 温度场－能量方程 3. 能量守恒定律
- 4. 对流换热微分方程式

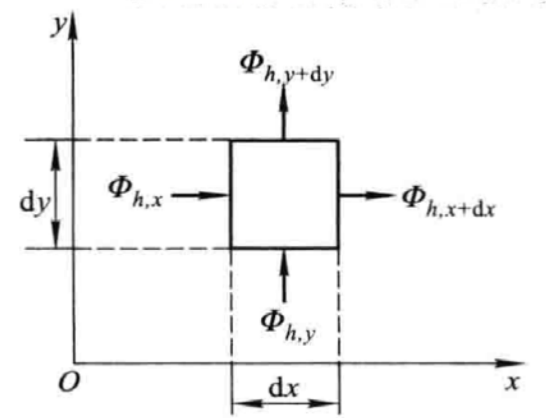
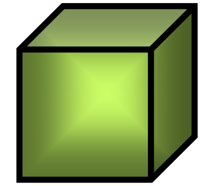


图 10－4 由对流进出微元体的能量

推导能量方程 微元控制体(对流，开口系)



page 241

能量守恒：微元能量改变 =（传热+传质+~~做功~~）

$$\frac{\Delta E}{\Delta \tau} = \underbrace{\Phi}_{\text{传热(导热)}} + \underbrace{q_m h_{in} - q_m h_{out}}_{\text{传质}}$$

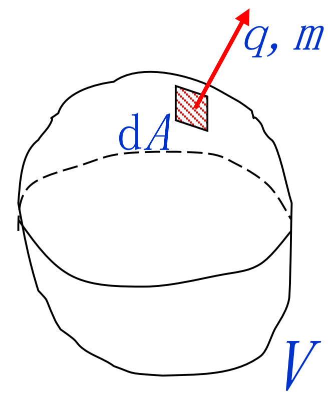
热力学第一定律

（能量守恒定律）

无内热源，忽略粘性耗散热，流体不做功

page 241

$$\boxed{\Phi_\lambda + \Phi_h = \frac{dU}{d\tau}} \quad \text{(a)}$$



- ➢ 微元能量改变 动能、位能变化忽略不计

$$\boxed{\frac{dE}{d\tau} = \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} dV = \frac{dU}{d\tau}}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta \tau} = \iiint_V \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} \cdot dV$$

- ➢ 传热 通过微元边界传热本质是导热

$$\boxed{\nabla \bullet (\lambda \nabla t) dV}$$

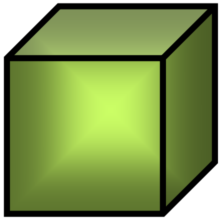
$$\iiint_V \nabla \bullet (\lambda \nabla t) dV$$

- 微元能量改变

$$\boxed{\frac{\Delta U}{\Delta\tau}=\rho c_p\frac{\partial t}{\partial\tau}\mathrm{d}V}$$

- 传热

$$\boxed{\nabla\bullet(\lambda\nabla t)\mathrm{d}V}$$



- 传质 $h=c_p t,\ H=mh$

$$\oint_S h\mathrm{d}m=-\oint_S c_p t\rho\mathbf{u}\cdot\mathrm{d}\mathbf{A}=-\iiint_{dV}\mathrm{div}(\rho c_p t\mathbf{u})\mathrm{d}V$$

$$\boxed{\nabla\cdot(t\mathbf{u})=t(\nabla\cdot\mathbf{u})+\mathbf{u}\cdot\nabla t}$$

$$\mathrm{div}(c_p t\rho\mathbf{u})=\nabla(c_p t\rho\mathbf{u})=c_p t\,\underline{\cancel{\nabla\cdot(\rho\mathbf{u})}}+\rho\mathbf{u}\cdot\nabla(c_p t)$$

连续性方程 $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\mathbf{u})=0}$

$$\boxed{传质=-[\rho\mathbf{u}\cdot\nabla(c_p t)]dV}$$

对流传热能量方程 微元能量改变=（传热+传质）

$$\boxed{\rho c_p\frac{\partial t}{\partial\tau}=\nabla\bullet(\lambda\nabla t)-\rho\mathbf{u}\cdot\nabla(c_p t)}$$

非稳态项 扩散项 对流项

对流传热能量方程

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \nabla \bullet (\lambda \nabla t) - \rho \mathbf{u} \cdot \nabla (c_p t)$$

假设：二维、常物性、不可压缩牛顿型流体，无内热源，忽略粘性耗散热。

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla t) = \lambda \nabla \cdot \nabla t = \lambda \nabla^2 t = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 t}{\partial^2 y} \right)$$

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla (c_p t) = \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla t = \rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right)$$

$$\mathbf{u} \cdot \nabla t = (u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}) \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial t}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial t}{\partial z}\mathbf{k} \right)$$

代入对流传热能量方程

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) - \rho c_p \left(u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + u \frac{\partial t}{\partial x} + v \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \qquad （10\text{-}9）$$

10.2.2 对流传热问题完整的数学描写

1. 质量守恒定律　　流体力学p53式(4-2)
2. 动量守恒定律
3. 能量守恒定律

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

连续性方程

$t \sim \tau$

流体力学

二维稳态常物性

不可压缩流体

$$\boxed{\nabla \cdot \mathrm{u} = 0}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (10\text{-}6)$$

流体力学p57式(4-20)

N-S方程

$$\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathrm{u} + \frac{\nu}{3}\nabla(\nabla \cdot \mathrm{u})$$

$$\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathrm{u} \qquad (10\text{-}8a)$$

(4-21)

又　流体力学p35式(3-14)

$$\frac{\mathbf{du}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$$

随体导数

$$\boxed{\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t} + (\mathrm{u} \cdot \nabla)\mathrm{u} = \mathrm{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathrm{u}}$$

完整的数学描写

$$\boxed{\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t}+(\mathrm{u}\cdot\nabla)\mathrm{u}=\mathrm{f}-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\mathrm{u}}$$

1. 对流换热微分方程组

二维常物性无内热源不可压缩流体

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad (10\text{-}6)$$ 连续性方程

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial \tau}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (10\text{-}7)$$

动量方程

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial \tau}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\eta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (10\text{-}8)$$

$$\rho c_p\left(\frac{\partial t}{\partial \tau}+u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}\right)=\lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \quad (10\text{-}9)$$ 能量方程

2. 单值性条件（略）

$t_w=f(x,y,z,\tau)$ $\quad q_w=f(x,y,z,\tau)$ $\quad -\left.\frac{\partial t}{\partial n}\right|_w=\frac{q_w}{\lambda}$

4个方程，4个未知量(u,v,p,t) —— 理论上可解，实际由于方程的非线性及N-S方程的复杂性，求解非常困难。

1904年普朗特提出边界层概念，简化N-S方程，得到分析解。后来波尔豪森提出热边界层的概念，得到了对流传热问题的分析解。

10.2.3 边界层理论与对流换热微分方程组的简化

1. 边界层概念

1）流动边界层及其厚度　　1904年普朗特提出

薄层

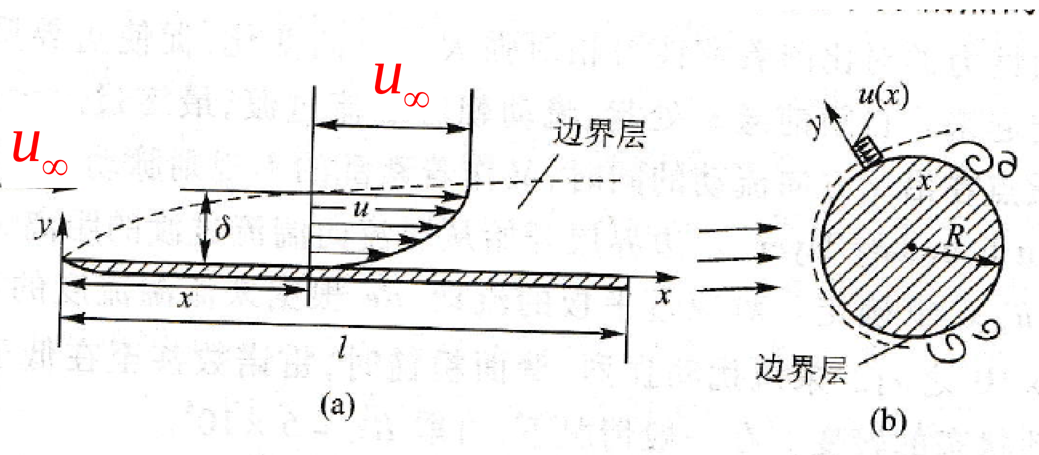


图 5－5　边界层示意图

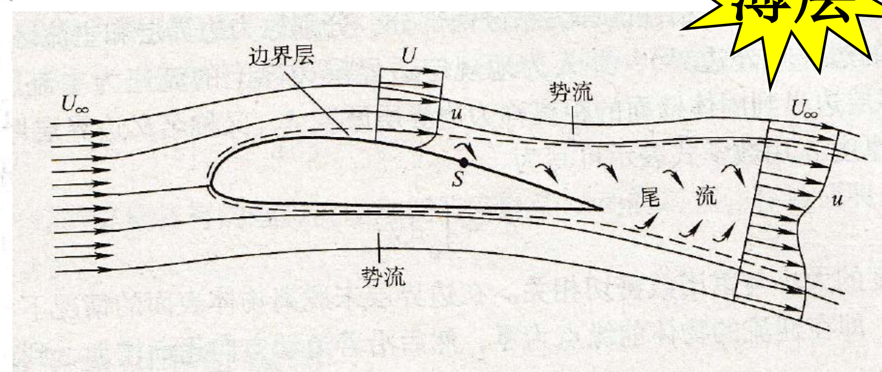


图 6-1　翼型绕流

薄层→流动（速度）边界层

边界层区、主流区

粘性流体流过固体表面，粘性起作用的区域仅为靠近壁面的薄层内，薄层以外粘性可忽略不计看作理想流体。

流动边界层厚度δ：达到主流速度的99%处的距壁距离。

特点：边界层厚度δ是比壁面尺度*l* 小一个数量级以上的小量。 δ << *l*

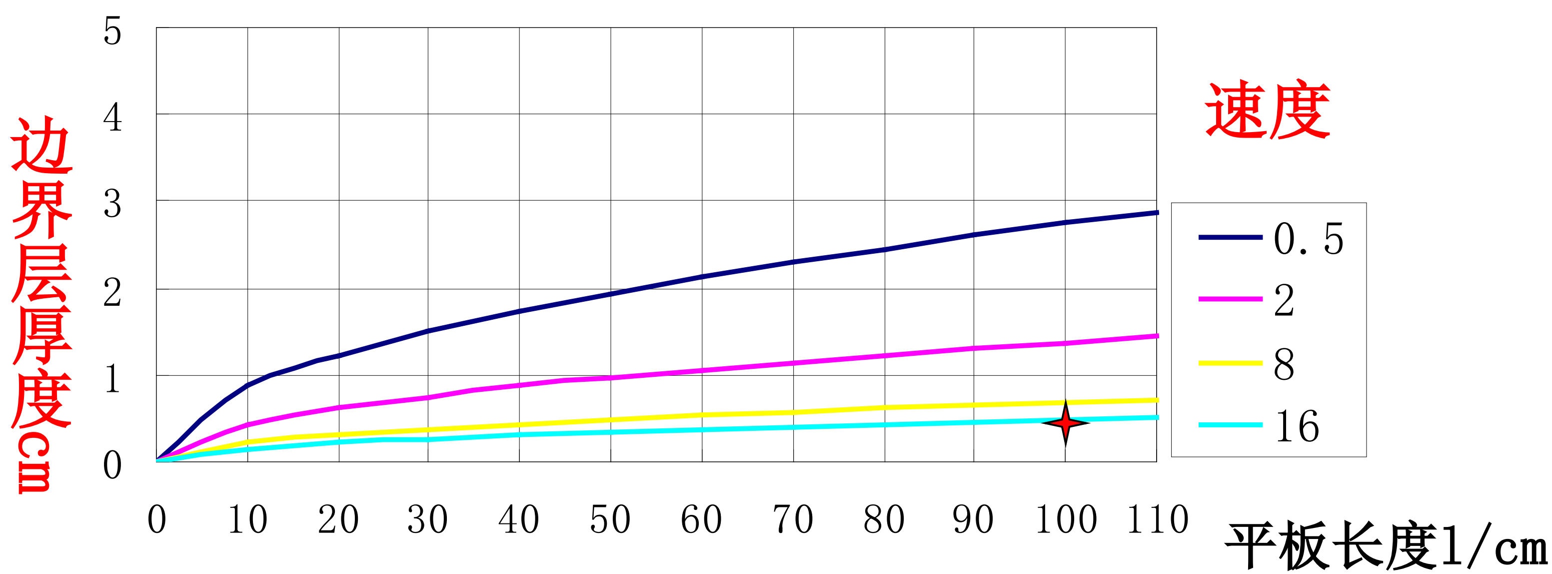


图5-6 空气沿平板流动时边界层增厚的情况

如：20°C空气在平板上以16m/s 的速度流动，在1m处边界层的厚度约为5mm。

2). 流动边界层内的流态

流动边界层发展：

层流→过渡区→湍流

各阶段速度分布如图。

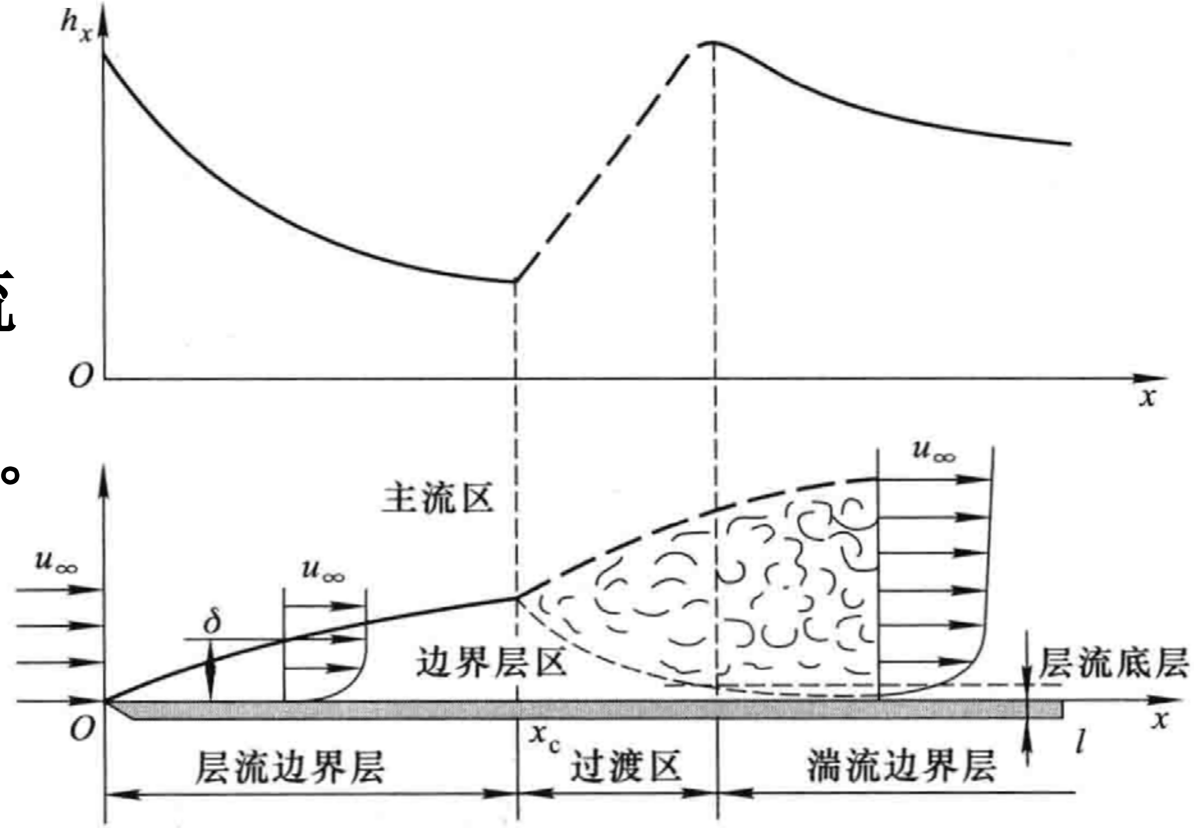


图 10－5　流体外掠平板时流动边界层的形成与发展及局部表面传热系数变化示意图

湍流边界层：层流底层、缓冲层、湍流核心

外掠平板的流动，层流向湍流过渡的临界雷诺数 $Re_c = 5\times10^5$

层流与层流底层分子粘性占主导。

流体力学p127

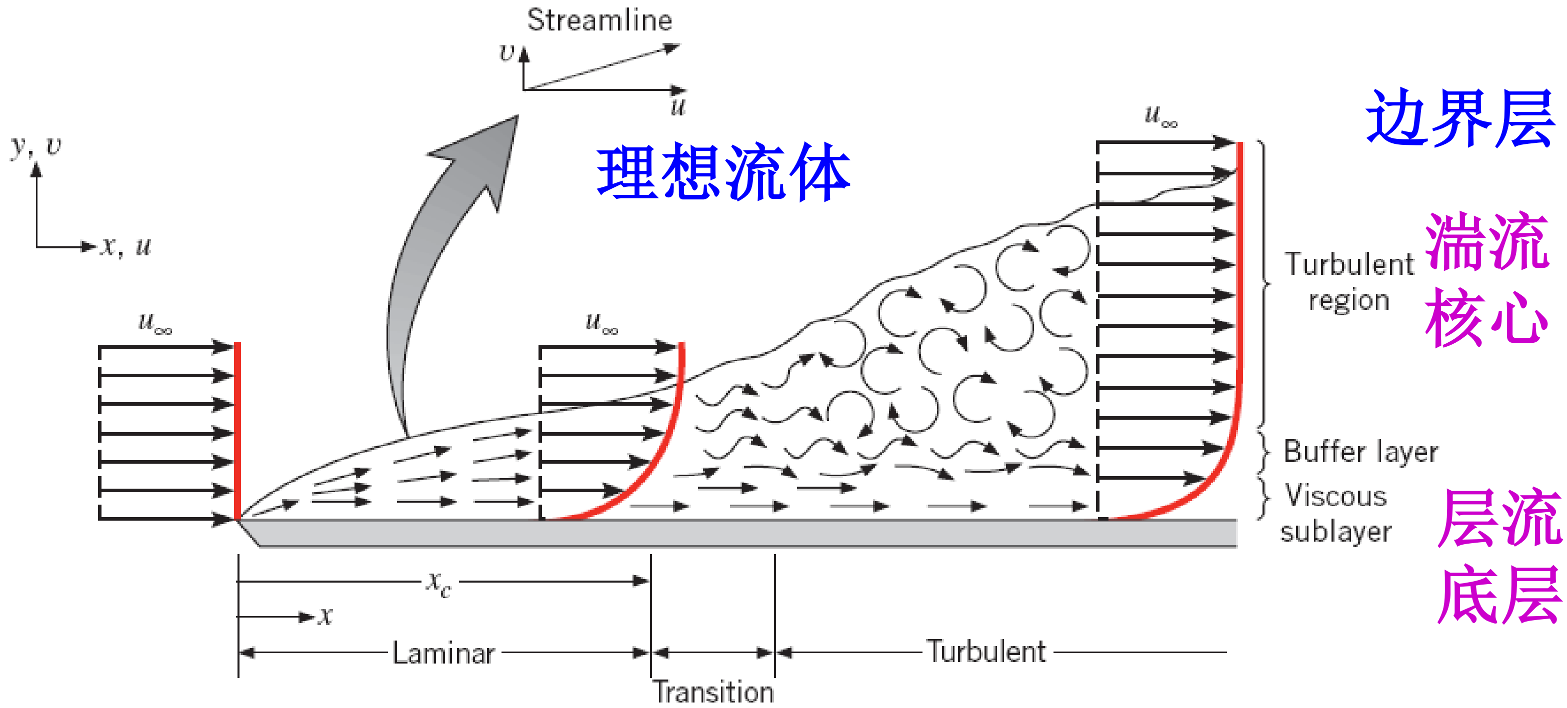


FIGURE 6.6 Velocity boundary layer development on a flat plate.

引入速度边界层的意义：流动区域可分为主流区和边界层区，主流区可看作理想流体的流动，而只在边界层区才需要考虑流体的粘性作用。

3)．热边界层及厚度定义

热边界层：在对流换热时，固体壁面附近温度发生剧烈变化的薄层称为温度边界层或热边界层。

热边界层厚度δ_t： $\left.(t-t_w)\right|_{\delta_t}=99\%(t_\infty-t_w)$

过余温度等于99%主流区流体的过余温度。

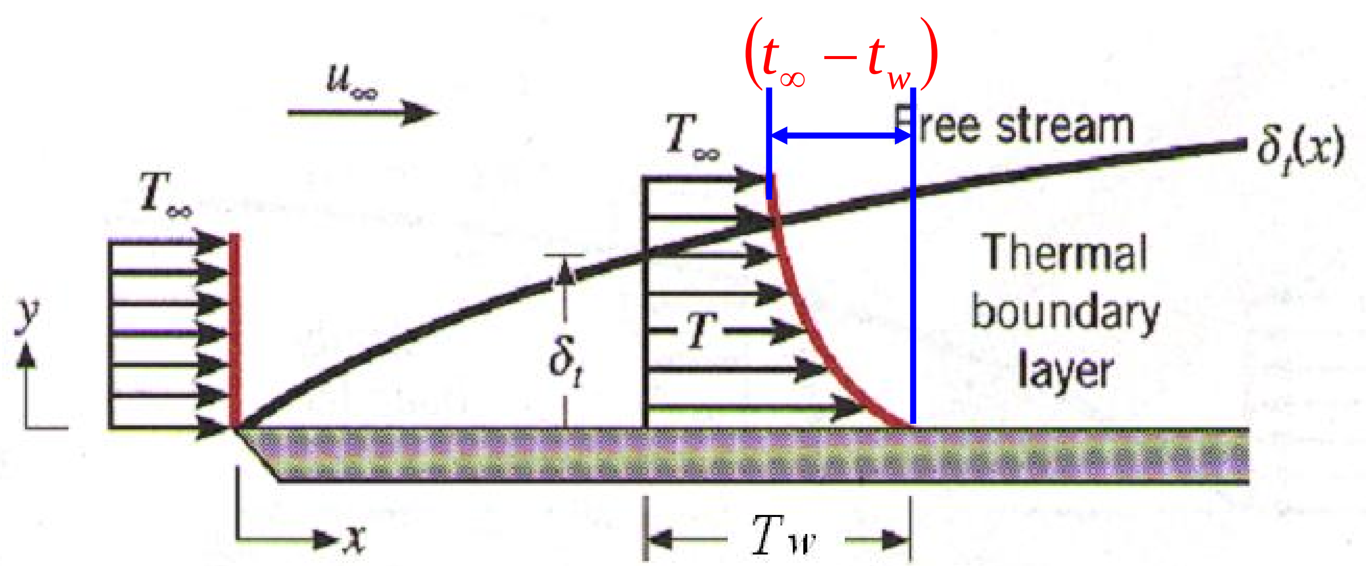


图 10－6 热边界层

过余温度

$t-t_w$

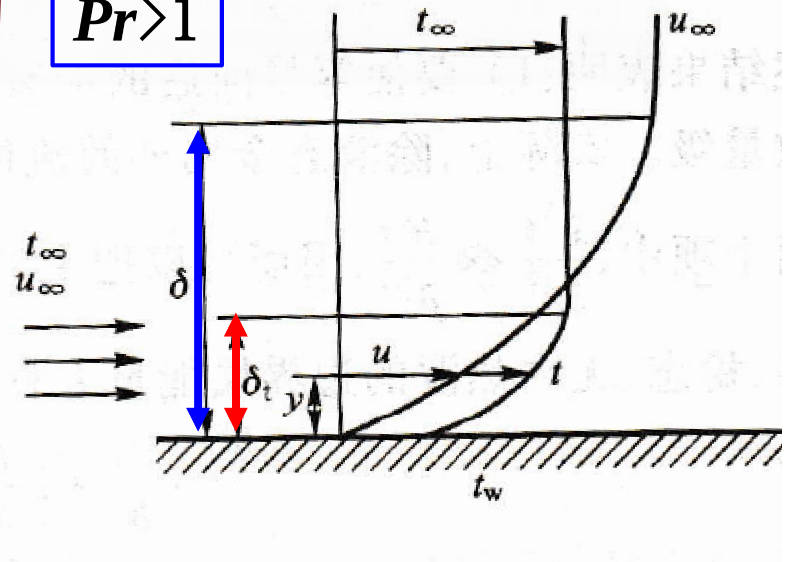


图 5－8　速度边界层与温度边界层

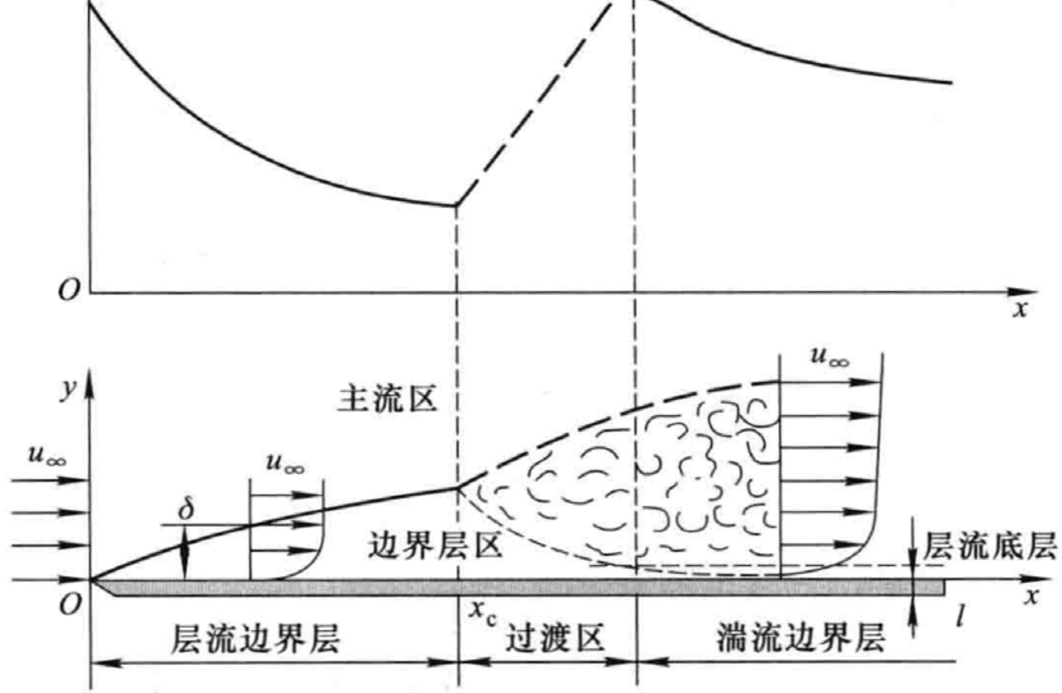


图 10－5　流体外掠平板时流动边界层的形成与发展及局部表面传热系数变化示意图

$\frac{\nu}{a} = Pr$　普朗特数（特征数）

特点：温度边界层厚度δ_t也是比壁面尺度l小一个数量级以上的小量。　$\delta_t \ll l$

引入热边界层的意义：温度场也可分为主流区和边界层区，主流区流体中的温度变化可看作零，因此只需确定边界层区内的流体温度分布。

层流与层流底层主要靠导热。湍流边界层热阻主要在层流底层。

动量方程 $$\rho\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial \tau}}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\cancel{F_x}-\frac{\partial p}{\partial x}+\eta\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$ （10-7）

2. 边界层内对流换热微分方程组的简化

1）动量方程　稳态，不计重力，

数量级分析:

数量级为1: $\partial x, \partial x^2, u, \partial u, \partial u^2, p, \partial p, \rho$

数量级为δ: $\partial y, v$　　**y向速度**

数量级为δ^2: $\partial y^2, \nu$　　**运动粘度**

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$ （10-13）

流体力学 page 93（6-6a）（6-6b）

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial \tau}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\eta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$ （10-8）

y方向动量方程忽略不计

能量方程 $$\rho c_p\left(\frac{\partial t}{\partial \tau}+u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}\right)=\lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \quad （10-9）$$

2). 热边界层内的能量方程

同流体力学导出边界层中动量方程，采用数量级分析。

表10-1 温度边界层中物理量的数量级

变量	x	y	u	v	t
数量级	1	δ	1	δ	1

稳态 $$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=a\left(\cancel{\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right)$$

数量级 $$1\frac{1}{1} \qquad \delta\frac{1}{\delta} \qquad (\frac{1}{1})/1 \qquad (\frac{1}{\delta})/\delta$$

a数量级应为δ^2

二维、稳态、无内热源边界层能量方程 $$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad （10-14）$$

3). 二维、稳态边界层型对流传热问题数学描述

二维、稳态、常物性、不可压流体的边界层类型对流换热问题，流场与温度场的控制方程为：

质量守恒方程 $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

动量守恒方程 $$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad （10\text{-}13）$$

能量守恒方程 $$u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}=a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \qquad （10\text{-}14）$$

3个方程，4个未知量（u,v,p,t）？

$$p+\frac{1}{2}\rho u_\infty^2=\text{常数}$$

主流区理想流体伯努利方程

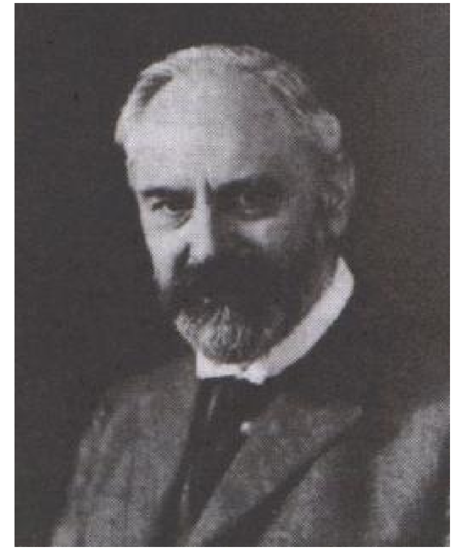
$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=u_\infty\frac{\mathrm{d}u_\infty}{\mathrm{d}x}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad （10\text{-}16）$$

(动量方程求解过程见流体力学p94-95, Blasius 幂级数分析解。)

方程组封闭可解。定解条件：

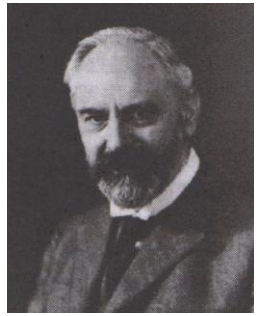
$$\begin{cases} y=0: u=0, v=0, t=t_w; \\ y=\delta: u=u_\infty, t=t_\infty \end{cases}$$

普朗特（Ludwig Prandtl, 1875-1953）：德国力学家，现代流体力学的创始人之一，被誉为“空气动力学之父”。



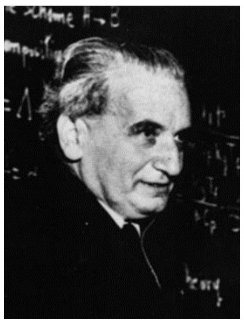
普朗特学派从1904年到1921年逐步将N-S方程作了简化，从推理、数学论证和实验测量等各个角度，建立了边界层理论。

边界层理论被广泛地应用到飞机和汽轮机的设计中去，极大地促进了空气动力学的发展。

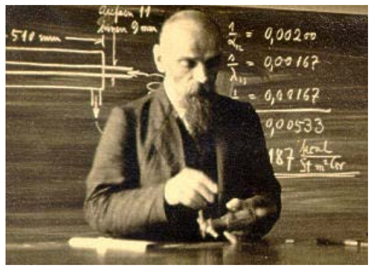


Prandtl
(1875-1953)

边界层理论



Von Kármán
（1881-1963）



Blasius
(1883-1970)

陆士嘉
(1911-1986)

施利希廷
Schlichting H.
(1907-1982)

钱学森

郭永怀

钱伟长

林家翘