1)

a) $A + iB = (A+iB)^H = A^H + (iB)^H = A^T + (\overline{iB})^T =$

$= A^T - (iB)^T = A^T + i(-B)^T \Rightarrow A = A^T$ e $B = -B^T$

↳ simetrica ↳ anti-simétrica

b) Uma matriz será invertível se, e somente se, nenhum dos seus autovalores forem 0. Assim, vamos provar que $(C \pm iI)$ não tem autovalor nulo.

Como C é hermitiana, então todos seus autovalores são reais. Logo, $Cv = \lambda v$, $\lambda \in \mathbb{R}$, $\Rightarrow Cv + iv = \lambda v + iv$

$\Rightarrow (C + iI)v = (\lambda + iI)v$

Ou seja, os autovalores de $C + iI$ são da forma $(\lambda + iI) \neq 0$ $\forall \lambda \in \mathbb{R}$. Fazer mesma coisa pra $(C - iI)$

c) Se $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ é unitaria, então $AA^H = A^H A = I$

Seja $A = (C \pm iI)^{-1}(C \mp iI)$

$AA^H = A(C \mp iI)^H[(C \pm iI)^H]^{-1} = A(C^H \pm iI)(C^H \mp iI)^{-1} =$

$= (C \pm iI)^{-1}(C \mp iI)(C \pm iI)(C \mp iI)^{-1}$

Repare que $(C \mp iI)(C \pm iI) = C^2 \pm CiI \mp CiI + I = (C \pm iI)(C \mp iI)$

Portanto, $AA^H = (C \pm iI)^{-1}(C \pm iI)(C \mp iI)(C \mp iI)^{-1} = I$