

## Statement

4. Sejam  $A$  uma matriz quadrada e  $\alpha \in \mathbb{C}$ . Prove que  $v$  é um autovetor de  $A$  se e somente se  $v$  é um autovetor de  $A - \alpha I$ .

## Solution

Queremos provar que

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} \text{ t.q. } Av = \lambda v \iff \exists \beta \in \mathbb{R} \text{ t.q. } (A - \alpha I)v = \beta v$$

Provando  $\Rightarrow$

$$Av = \lambda v \Rightarrow Av - \alpha v = \lambda v - \alpha v \Rightarrow (A - \alpha I)v = (\lambda - \alpha)v$$

Logo, tome  $\beta = \lambda - \alpha$

Provando  $\Leftarrow$

$$(A - \alpha I)v = \beta v \Rightarrow Av - \alpha v = \beta v \Rightarrow Av = \beta v + \alpha v$$

$$\Rightarrow Av = (\beta + \alpha)v \text{ logo, tome } \lambda = \beta + \alpha \quad \square$$

## Reference

**Link:** [MS512\\_2024S1 Lista de Autopares](#)

**Exercise:** 4