

ALES & GRE Notlari - Erhan Tezcan

ALES ve GRE notlarım bu dokumandadır.

Hos Sorular

Bu bolumde genel olarak hosuma giden sorular yer aliyor.

Example 1.

$$\frac{9}{16} < \frac{6}{x} < \frac{4}{5}$$

kosulunu saglayan x tam sayilarinin toplami kacdir?

Explanation.

$$\begin{aligned}\frac{16}{9} &> \frac{x}{6} > \frac{5}{4} \\ \frac{16 \times 4}{9 \times 4} &> \frac{x \times 6}{6 \times 6} > \frac{5 \times 9}{4 \times 9} \\ \frac{64}{36} &> \frac{6x}{36} > \frac{45}{36} \\ 64 &> 6x > 45 \\ 10, \dots &> x > 7, \dots\end{aligned}$$

O zaman $x = 8, 9, 10$ ve toplamlari 27.

Genel olarak inequility cozerken taraflarin isareti cok onemli! Eksi ile ugrasmak ozellikle***

Standart Sapma sorularinda hesaplamaktan cok nasil dagilmislar bakilabilir, mantik kullan yani.

Example 2. *What is first number that is not a factor of 20!?*

Explanation. *20 ve daha onceki sayilar hepsi factor, $21 = 7 \times 3$ ve $22 = 2 \times 11$ ama 23 asal dolayisiyla cevap 23.*

Example 3. *2 evli cift ve 2 bekardan olusan 6 kisilik bir grup bir kanepeye oturacaktır, ciflerin her biri esleriyle yan yana olacaktir ve bekarlar yan yana olmayacaktır. Bu kisiler kanepeye kac farkli bicimde oturabilirler?*

Learning outcomes:
Author(s): Erhan Tezcan

Explanation.

$$\begin{aligned} \text{Istenilen durum} &= \text{Ciftler yan yana bekarlar serbest} \\ &- \text{Ciftler yanyana bekarlar yan yana} \\ &= 4! \times 2! \times 2! - 3! \times 2! \times 2! \times 2! = 96 \end{aligned}$$

Example 4. Bir torbada 3 beyaz 4 kırmızı top vardır. Bu torbadan aynı anda rastgele çekilen iki toptan en az birinin beyaz olma olasılığı kaçtır?

Explanation. En az birinin beyaz olması, toplam olasılıktan sadece kırmızı olmasının çıkarılması ile bulunabilir. Dolayısıyla

$$P = 1 - \frac{4}{7}$$

Example 5. $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ kümesinin elemanları kullanılarak biri 3 elemanlı, diğeri 4 elemanlı iki ayrık küme oluşturulmak isteniyor. Buna göre a ve b elemanları aynı kümede bulunmayacak biçimde, bu iki küme kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

Explanation. a ve b aynı kümede bulunmayacaksa a ya da b den birinin 3 elemanlı, diğerinin 4 elemanlı alt kümede olduğu düşünülür. Buna göre:

$$\binom{5}{2} \times \binom{3}{3} \times 2 \times 1 = 20$$

Permutasyon & Kombinasyon

Kombinasyon

n elemanlı bir kümenin r 'li kombinasyonu sayısı $C(n, r)$ şeklinde gösterilir. Kombinasyonlarda mesela $\{a, b\}$ hesaplandığında $\{b, a\}$ hesaplanmaz, yani permutasyonun aksine sıralama önemli değil.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!} \quad (1)$$

Kendimce aklmda tuttuğum şekil şöyle:

$$\binom{n}{r} = \frac{\overbrace{n \times (n-1) \times \dots}^{r \text{ tane}}}{r!} \quad (2)$$

Remark 1.

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \quad (3)$$

$$\binom{n}{1} = n \quad (4)$$

$$\binom{n}{0} = 1 \quad (5)$$

Example 6. 8 kisi arasından kurulacak 6 kişilik takım kaç farklı şekilde seçilebilir?

Explanation.

$$\binom{8}{6} = 28$$

Example 7. Bir cember üstünde 5 nokta vardır, bu beş noktanın (a) ikisinden geçen kaç farklı doğru çizilebilir? (b) üç noktasından köşesi olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

Explanation.

$$(a) \binom{5}{2} = 10$$

$$(b) \binom{5}{3} = 10$$

Example 8. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde en az 2 tane çift sayı bulunur?

Explanation. İki türlü olabilir: 2 çift 1 tek ve 3 çift sayı seçilmiş olabilir. 3 çift ve 3 tek sayı var zaten, oyleyse

$$\binom{3}{2} \binom{3}{1} + \binom{3}{3} = 9 + 1 = 10$$

Example 9. 5 kitaptan 3 tanesi seçilip bir rafa dizilecektir. Kaç farklı şekilde seçim yapılabilir? (Şimdi kombinasyon kullanılacak iste)

Explanation.

$$C(5, 3) = 10$$

Permutasyon

Permutasyonda ise dizilim (sıralama) önemlidir, kombinasyonda bu önemli değildir kombinasyonda sadece seçim yapılır.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (6)$$

Example 10. 5 kitaptan 3 tanesi seçilip bir rafa dizilecektir. Kaç farklı şekilde dizilim yapılabilir?

Explanation.

$$P(5, 3) = 60$$

Direkt olarak n tane urunun siralanmasi:

$$n! \quad (7)$$

Example 11. 5 kitaptan bir rafa kac farkli sekilde dizilebilir?

Explanation.

$$P(5, 5) = 5! = 120$$

Compound Interest (Bilesik Faiz)

Diyelim elimizde P para var, yillik yuzde f faizden n yil duruyor. Sonunda elimizde ne kadar para olur dersek:

$$P \left(1 + \frac{f}{100} \right)^y \quad (8)$$

Aslinda formul ezberlemeye gerek yok, her iterasyonda parantez icindeki 1 on-
ceki faizi aliyor ve parantezin geri kalani ayni degere faiz uyguluyor. Bu paran-
tezlerden carpim halinde n tane oluyor.

Probability

Example 12. If $P(A) = 0.60$ then what is the highest value $P(B)$ can have if A and B are mutually exclusive?

Explanation. Highest value of $P(B) = 0.40$. Mutually exclusive means that if A is happening B wont happen, therefore B can only happen 40% of the time.

Complement Rule: $P(\text{not } A) = 1 - P(A)$

If $P(A) = 1$ then we say event A is completely certain: it is absolutely guaran-
teed that it will happen.

FOr general events, $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

Statistics

Negatively correlated: If two variables are negatively correlated, then in
general, as one increases the other decrease. The graph would have a general
negative-slope trend.

Positively correlated: If two variables are positively correlated, then in general, as one increases the other increases too. The graph would have a general positive-slope trend.

Median: Middle number on the ordered list. (If the list has even number of entries, the median is the average of the middle two numbers.)

Mode: The most frequent entry on a list, if each entry appears once then there is no mode. If multiple numbers are tied for most appearance, they are all modes.

Mean: Average of the entries in the list.

Range: $max - min$

Fundamental Counting Principal: If task 1 can happen in n_1 ways, task 2 in n_2 ways and so on for m events, the number of outcomes is

$$n_1 \times n_2 \times \dots \times n_m$$

nCr ne demek? $C(n, r)$ ile ayni. (n choose r). Number of combination of r things that can be selected from a pool of n things.

Profit = Revenue - Cost, yani kar esittir gelir eksi masraf.

Geometry

If a line has a negative y-intercept (where the line crosses y-axis), it must pass through which two quadrants?: III and IV.

If a line has a negative slope, it must pass through which two quadrants? II and IV.

Slopes of perpendicular lines are opposite reciprocals:

$$m_1 = \frac{a}{b} \xrightarrow{\text{opposite reciprocal}} m_2 = -\frac{b}{a}$$

Slopes of parallel lines are equal. Slope of a vertical line is **undefined**. Slope of a horizontal line is **0** **Regular Polygon:** Her kenar ayni uzunlukta ve her koseler ayni acida. **Isosceles Triangle:** Ikizkenar Ucgen **Equilateral Triangle:** Eskenar Ucgen **Right-angled Triangle:** Dik-acili Ucgen **Perimeter:** Cevre **Rhombus:** Eskenar Dortgen (acilar 90 olunca kare oluyor, ama onun disinda herhangi bir sekilde olabilir) **Diameter:** Cap **Radius:** Yaricap **Perimeter:** Cevre **Circumference:** Cevre (Daire) **N-kenar poligon ic acilar toplami:** $(n - 2) \times 180^\circ$

Guzel Pisagor ezberi: 3, 4, 5 var, 5, 12, 13 var, 7, 24, 25 var ve 8, 15, 17.

An angle inscribed in a semicircle is always a 90° angle. (Capi goren aci 90 derece)

Numbers

Mixed Number $6\frac{3}{5}$ bir mixed numberdir. Ek olarak, $\frac{18}{5}$ aynı deger olsa da buna **Improper Fraction** denir.

Proportion vs Ratio. Ratio is a single fraction. Proportion is an equation with fractions on the both sides.

Rounding yaparken suna dikkat et: 5ten küçük ise asagi, büyük esit ise yukari yuvarlaniyor.

Quotient: The result of a division is called quotient.

When we divide p by q , what is the name of the role q has, the role of the thing which we divide?: q is **Divisor**, also p is **Dividend**

Finding Factors: $N = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times \dots p_n^{a_n}$ ise mesela ustlerinin bir fazlasinin carpimi (p ler prime).

$$factors of N = (a_1 + 1) \times (a_2 + 1) \times \dots \times (a_n + 1)$$

Polinom hakkında guzel bir sey:

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

Roman numerals:

- I = 1 (Unum)
- V = 5 (Quinque)
- X = 10 (Decem)
- L = 50 (Quinquaginta)
- C = 100 (Centum)
- D = 500 (Quingenti)
- M = 1000 (Mille)

Roman money currencies (denarius):

- I = 1 (as)
- II = 2 (Dupondious)
- IIS = 2.5 (Sestertius)
- V = 5 (Quinarius)
- X = 10 (Denarius) (bu en cok kullanilan)