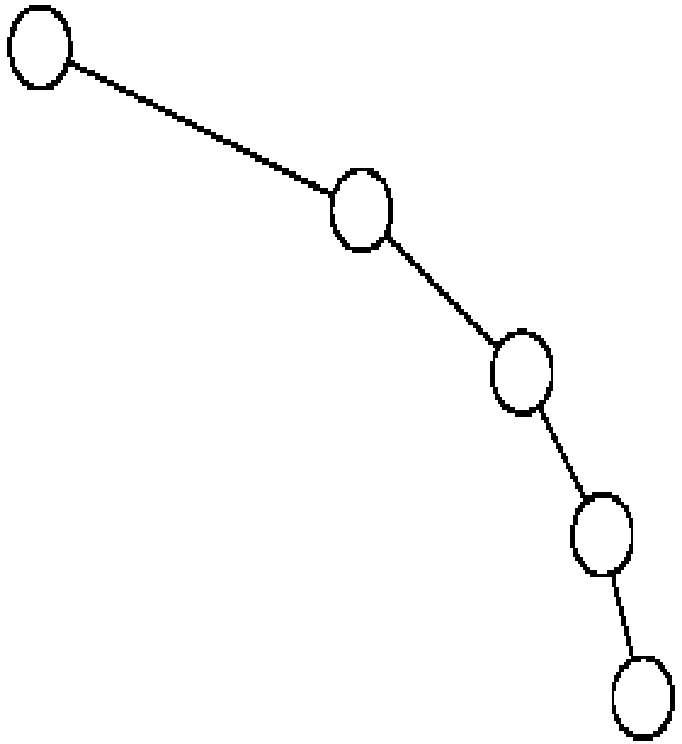
IKI10400 • Struktur Data & Algoritma: B-Tree

Fakultas Ilmu Komputer • Universitas Indonesia

Slide acknowledgments:
Suryana Setiawan, Ade Azurat, Denny, Ruli Manurung, Tisha Melia

Motivasi B Trees

- The problem with Binary Trees is balance, the tree can easily deteriorate to a linked list. Consequently, the reduced search times are lost, this problem is overcome in B-Trees.
  - B stands for Balanced, where all the leaves are the same distance from the root. B-Trees guarantee a predictable efficiency.
- There are several varieties of B-Trees, most applications use the B+Tree.



Motivasi

- Perhatikan kasus berikut ini:
  - Kita harus membuat program basisdata untuk menyimpan data di yellow pages daerah Jakarta, misalnya ada 2.000.000 data.
  - Setiap entry terdapat nama, alamat, nomor telepon, dll. Asumsi setiap entry disimpan dalam sebuah record yang besarnya 512 byte.
  - Total file size = 2,000,000 * 512 byte = 1 GB.
    - terlalu besar untuk disimpan dalam memory (primary storage)
    - perlu disimpan di disk (secondary storage)

Motivasi

- Jika kita menggunakan disk untuk penyimpanan, kita harus menggunakan struktur blok pada disk untuk menyimpan basis data tsb.
  - Secondary storage dibagi menjadi blok-blok yang ukurannya sama. Umumnya 512 byte, 2 KB, 4 KB, 8 KB.
  - Block adalah satuan unit transfer antar disk dengan memory. Walaupun program hanya membaca 10 byte dari disk, 1 block akan dibaca dari disk dan disimpan ke memory.
- Misalnya 1 disk block 8.192 byte (8 KB)
  - Maka jumlah blok yang diperlukan:
    1 GB / 8 KB per block = 125,000 blocks.
  - Setiap blok menyimpan:
    8,192 / 512 = 16 records.

Motivasi

- Karena keterbatasan mekanik, sebuah akses ke harddisk (storage) membutuhkan waktu yang relatif sangat lama.
  - Akses ke disk diperkirakan 10,000 kali lebih lambat dari pada akses ke main memory.
  - Sebuah akses ke disk dapat disetarakan dengan 200,000 buah instruksi.
- Dengan demikian jumlah akses ke disk akan mendominasi running time.
- Kita membutuhkan:

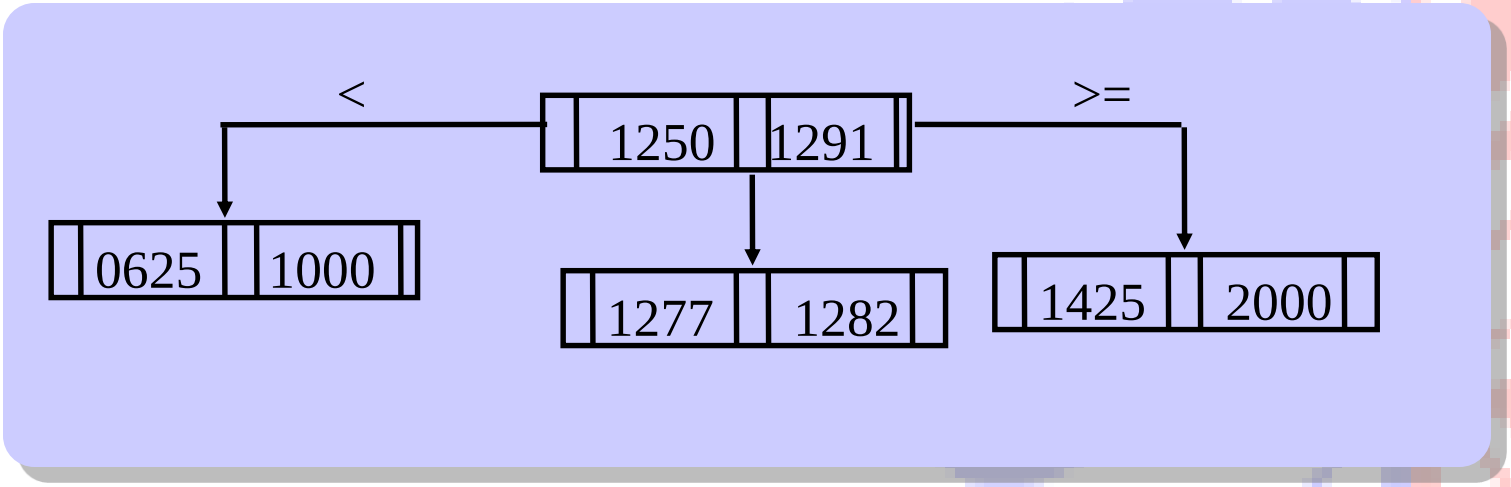
  Sebuah teknik pencarian "multiway search tree" yang dapat meminimalkan jumlah akses ke disk.

B-Tree

- B-tree banyak digunakan untuk external data structure.
  - Setiap node berukuran sesuai dengan ukuran block pada disk, misalnya 1 block = 8 KB.
  - Tujuannya: meminimalkan jumlah block transfer.
- Ada beberapa variasi dari B-Trees, salah satu contoh yang banyak di gunakan adalah B+Tree.

B Tree

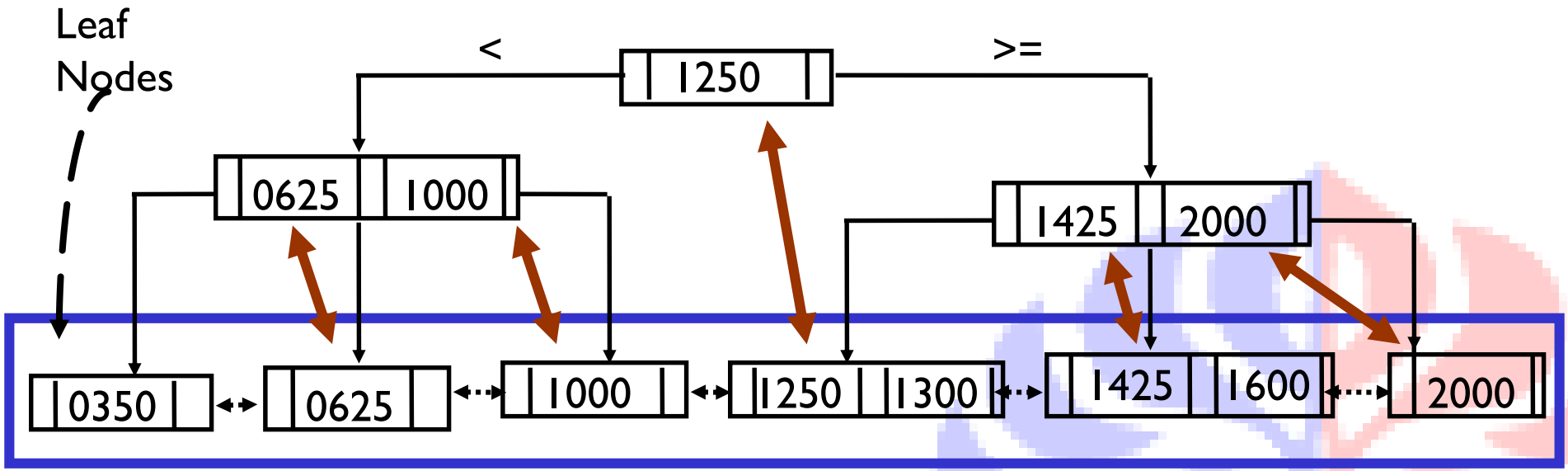
- B Tree dengan degree *m* memiliki karakteristik sebagai berikut:
  - Setiap non-leaf (internal) nodes (kecuali root) jumlah anaknya (yang tidak null) antara $\lceil m/2 \rceil$ dan *m.*
  - Sebuah non-leaf (internal) node yang memiliki *m* cabang memiliki sejumlah *m-1* keys.
  - Setiap leaves berada pada *level* yang sama, (dengan kata lain, memiliki *depth* yang sama dari *root*.



B+Tree

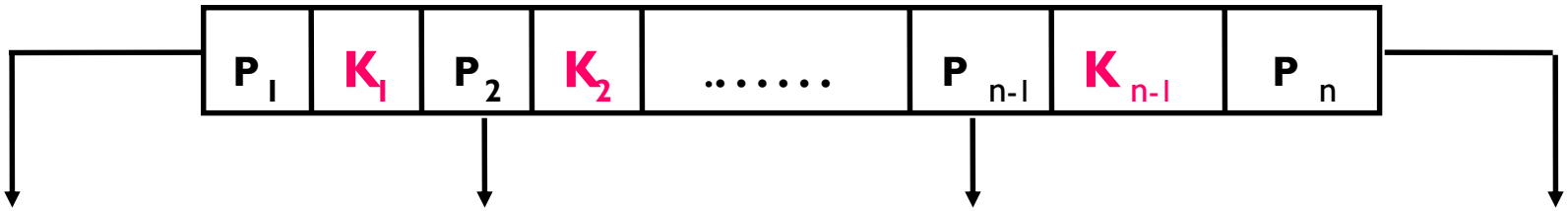
- B+Tree adalah variant dari B-tree, dengan aturan:
  - semua key value sebagai reference terhadap data disimpan dalam leaf.
  - disertakan suatu pointer tambahan untuk menghubungkan setiap leaf node tersebut sebagai suatu linear linked-list.
    - Struktur ini memungkinkan akses sikuensial data dalam B-tree tanpa harus turun-naik pada struktur hirarkisnya.
  - node internal digunakan sebagai ‘indeks’ (dummy key).
  - beberapa *key value* dapat muncul dua kali di dalam tree (sekali pada leaf sebagai reference thd data kedua sebagai indeks pada internal node).

B+Tree


Leaf
Nodes
<
1250
>=
0625
1000
1425
2000
0350
0625
1000
1250
1300
1425
1600
2000

Struktur: B+Tree Node

A high level node (internal node)



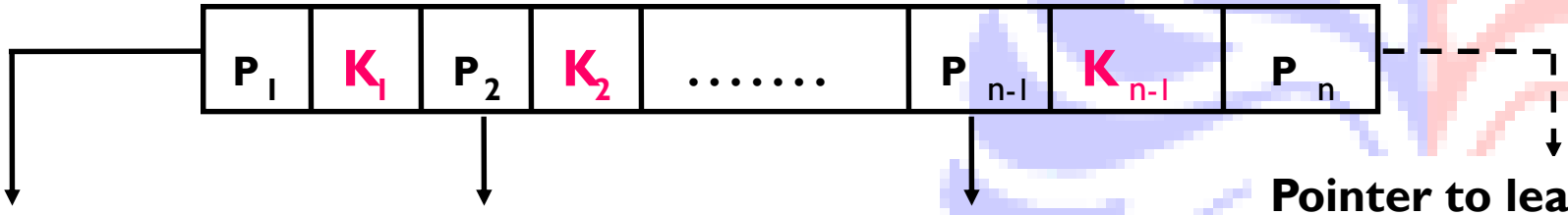
Pointer to subtree for keys< K_1

Pointer to subtree for keys>= K_1 & < K_2

Pointer to subtree for keys>= K_{n-2} & < K_{n-1}

Pointer to subtree for keys>= K_{n-1}

A leaf node (Every key value appears in a leaf node)



Pointer to record (block) with key K_1

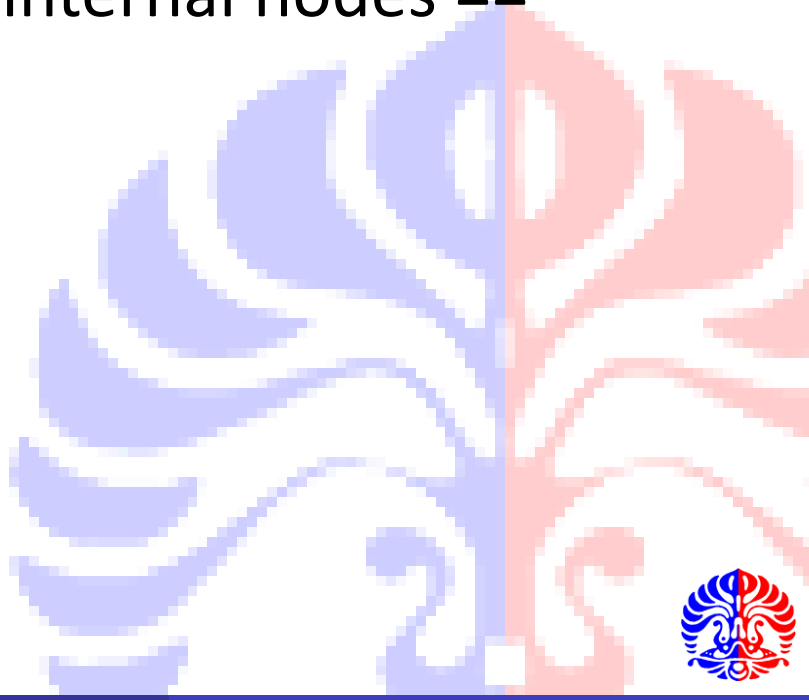
Pointer to record (block) with key K_2

Pointer to record (block) with key K_{n-1}

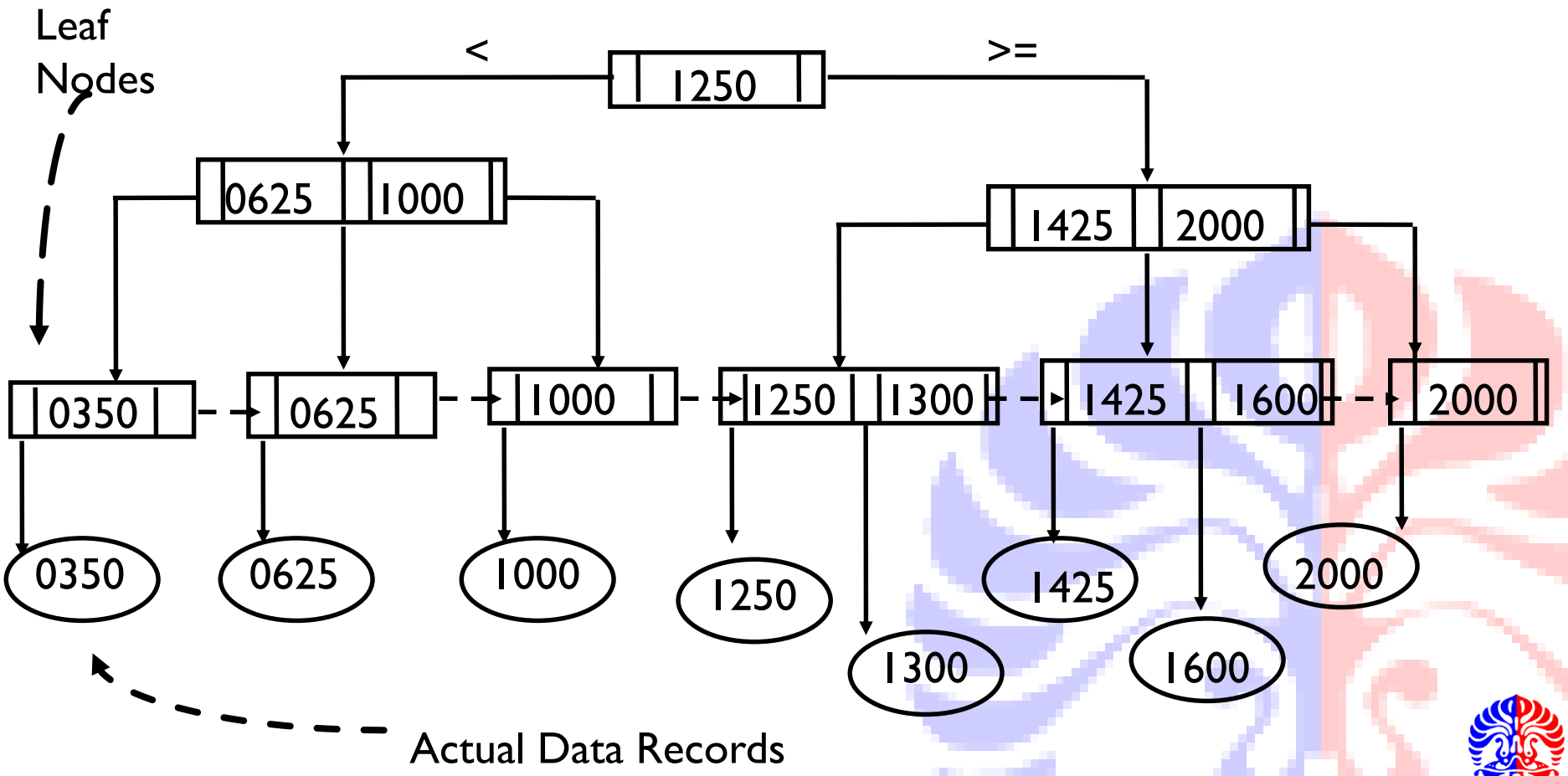
Pointer to leaf with smallest key greater than K_{n-1}

Struktur: B+Tree Node

- Perhatikan bahwa:
  - jumlah pointer/children pada leaf nodes == jumlah key
    - karena pointer terakhir menunjuk ke leaf node berikutnya
  - jumlah pointer/children pada internal nodes == jumlah key + 1



Contoh sebuah B+Tree



Proses pada B+Trees

- Mencari records dengan *search-key value* : *k*.
  1. Mulai dari root.
     a. Periksa node tersebut, dan tentukan nilai key terkecil pada node tersebut yang lebih besar dari *k*.
     b. Jika key tersebut ditemukan, ada K_i, key terkecil pada node yang memenuhi syarat: $K_i > k$, maka ikuti P_i (rekursif terhadap node yang ditunjukkan oleh P_i)
     c. Jika tidak ditemukan dan $k \geq K_{m-1}$, serta ada *m* pointers pada node. Maka ikuti P_m (rekursif terhadap node yang ditunjukkan oleh P_i)
  - Bila node yang ditunjukkan oleh pointer tersebut di atas internal node (non-leaf node), ulangi prosedure a-c.
  - Bila mencapai sebuah *leaf node*. Jika ada *i* sehingga nilai key $K_i = k$, maka ikuti pointer P_i untuk mendapatkan record (atau *bucket*) yang diinginkan. Jika tidak, maka tidak ada data dengan nilai key *k*.

Proses pada B+Trees: *Range Query*

- Mencari seluruh record yang berada diantara *k* dan *l* (range query).
  - Mencari record dengan search-key value = *k*.
  - selama nilai search-key value selanjutnya yang ditunjukkan oleh pointer lebih kecil dari *l*, ikuti pointer untuk mendapatkan records yang diinginkan
    - jika search-key yang ditemukan adalah search-key yang terakhir dalam node, ikuti pointer yang terakhir (P_n) untuk menuju leaf node selanjutnya.
- Bandingkan dengan proses yang sama pada binary search tree

Insertion on B+Trees

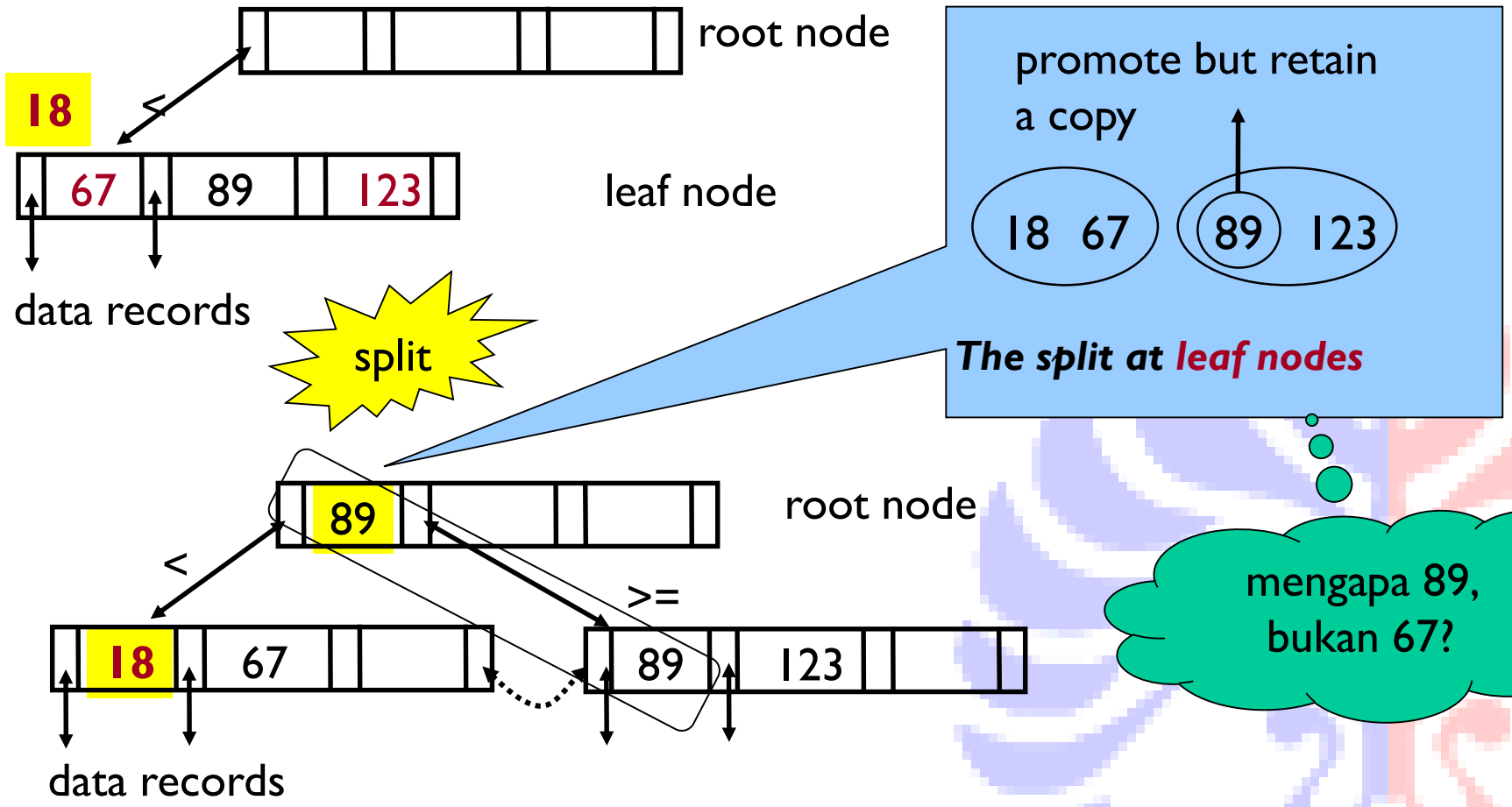
- Cari posisi leaf node yang sesuai agar nilai search-key yang baru dapat diletakkan secara terurut.
  - Jika masih ada tempat pada leaf node, tambahkan pasangan (key-value, pointer) pada leaf node secara terurut
  - Bila tidak, split node tersebut bersama dengan pasangan (key-value, pointer) yang baru. (lihat slide selanjutnya)

Insertion on B+Trees

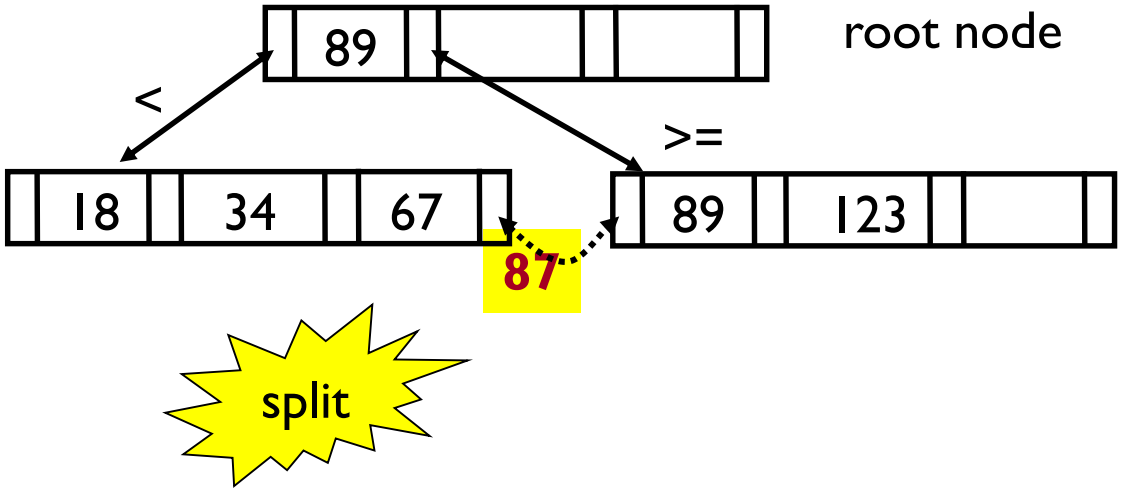
- Proses Splitting pada sebuah node:
  - ambil pasangan (search-key value, pointer) **termasuk yang baru ditambahkan.** letakkan search-key $\lceil m/2 \rceil$ yang pertama pada node awal, dan pindahkan sisanya pada sebuah node baru.
  - ketika melakukan splitting **pada sebuah leaf**, promosikan middle/median key dari node yang akan di split kepada parent node, **tanpa menghapus pada leaf** tersebut (meng-copy).
  - ketika melakukan splitting **pada internal node**, promosikan the middle/median key dari node yang akan displit kepada parent node, dan **hapus pada node** sebelumnya (tidak membuat copy).
  - Jika hasil promosi membuat parent menjadi full, lakukan proses splitting serupa secara rekursif.

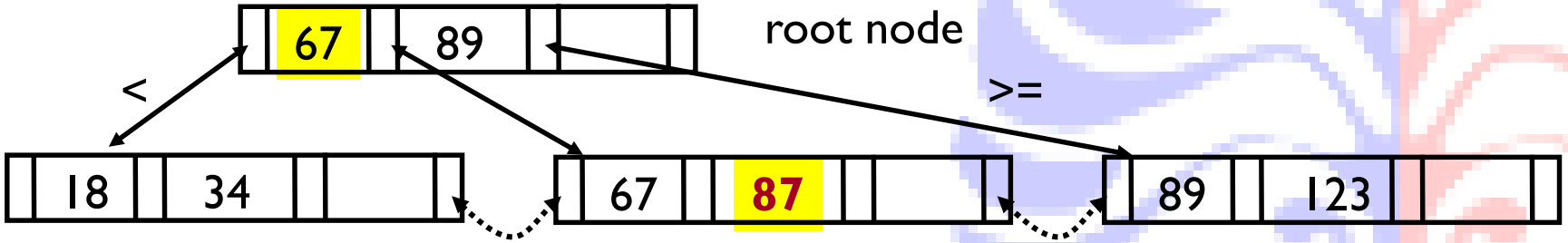
Building a B+Tree (m=4)

67, 123, 89, **18,** 34, 87, 99, 104, 36, 55, 78, 9

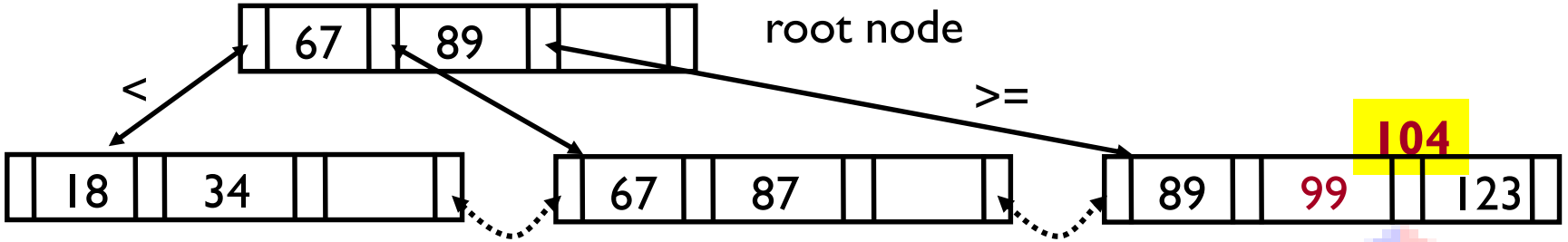


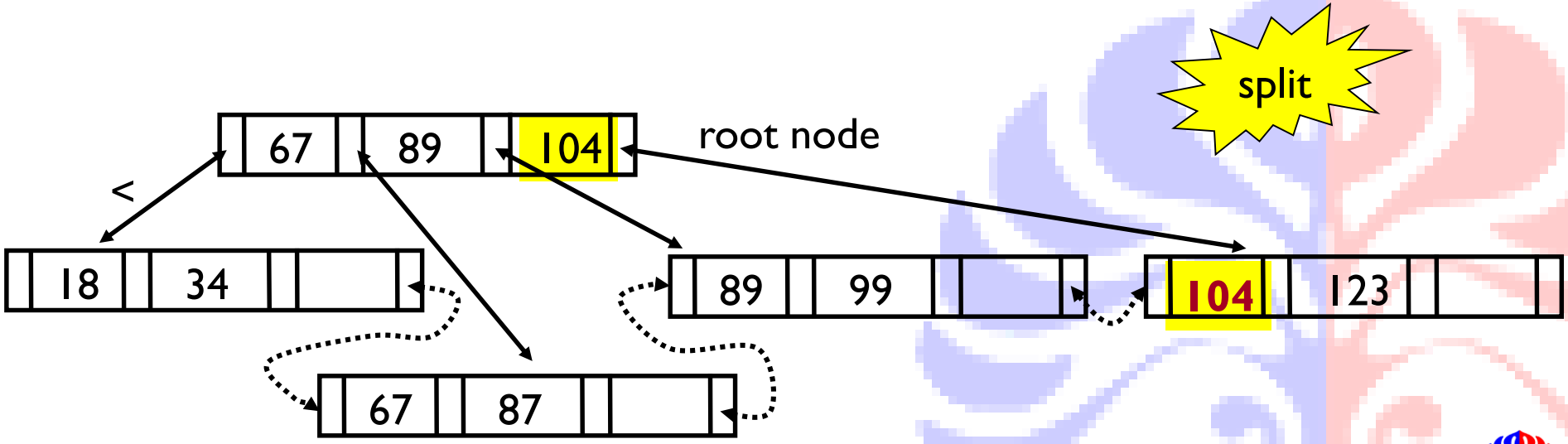
67, 123, 89, 18, 34, **87**, 99, 104, 36, 55, 78, 9



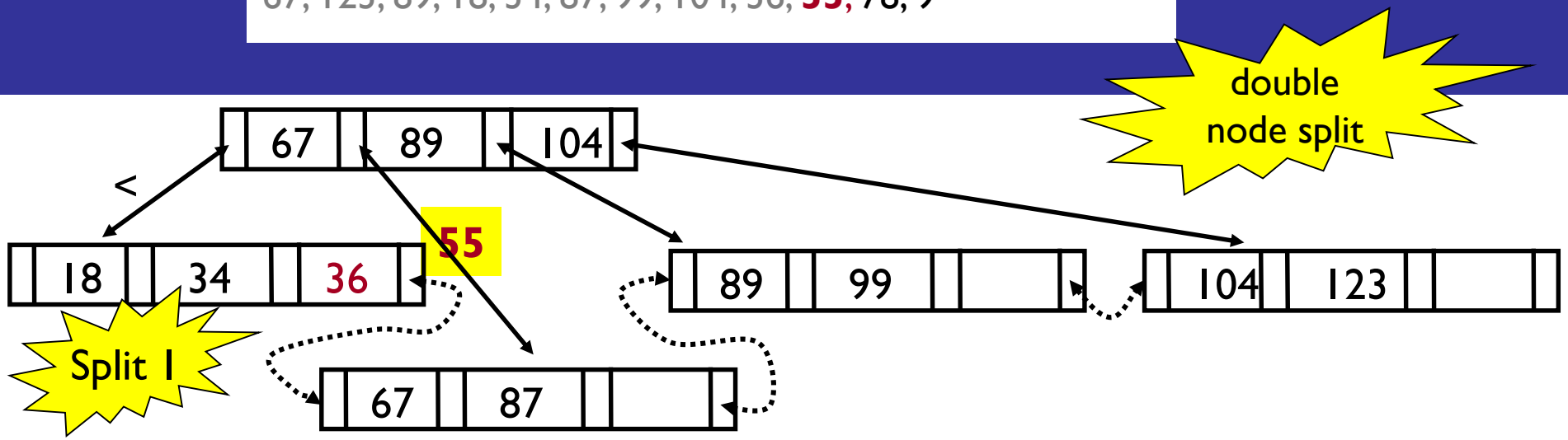


67, 123, 89, 18, 34, 87, 99, **104**, 36, 55, 78, 9

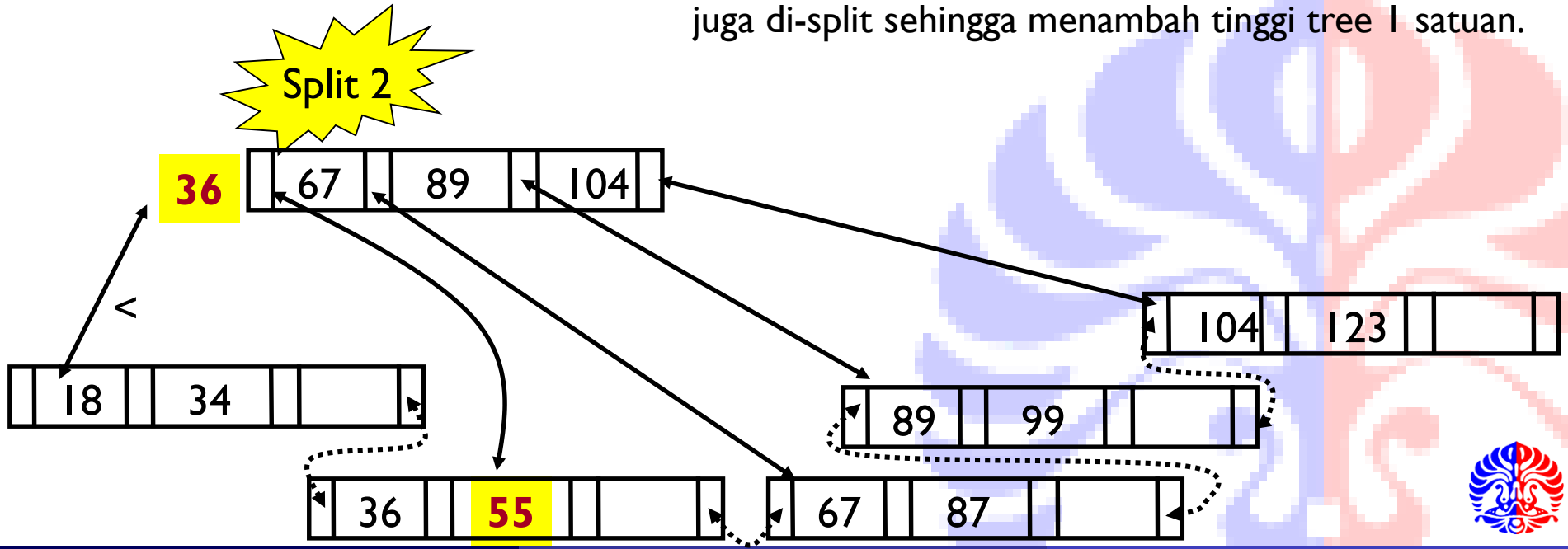




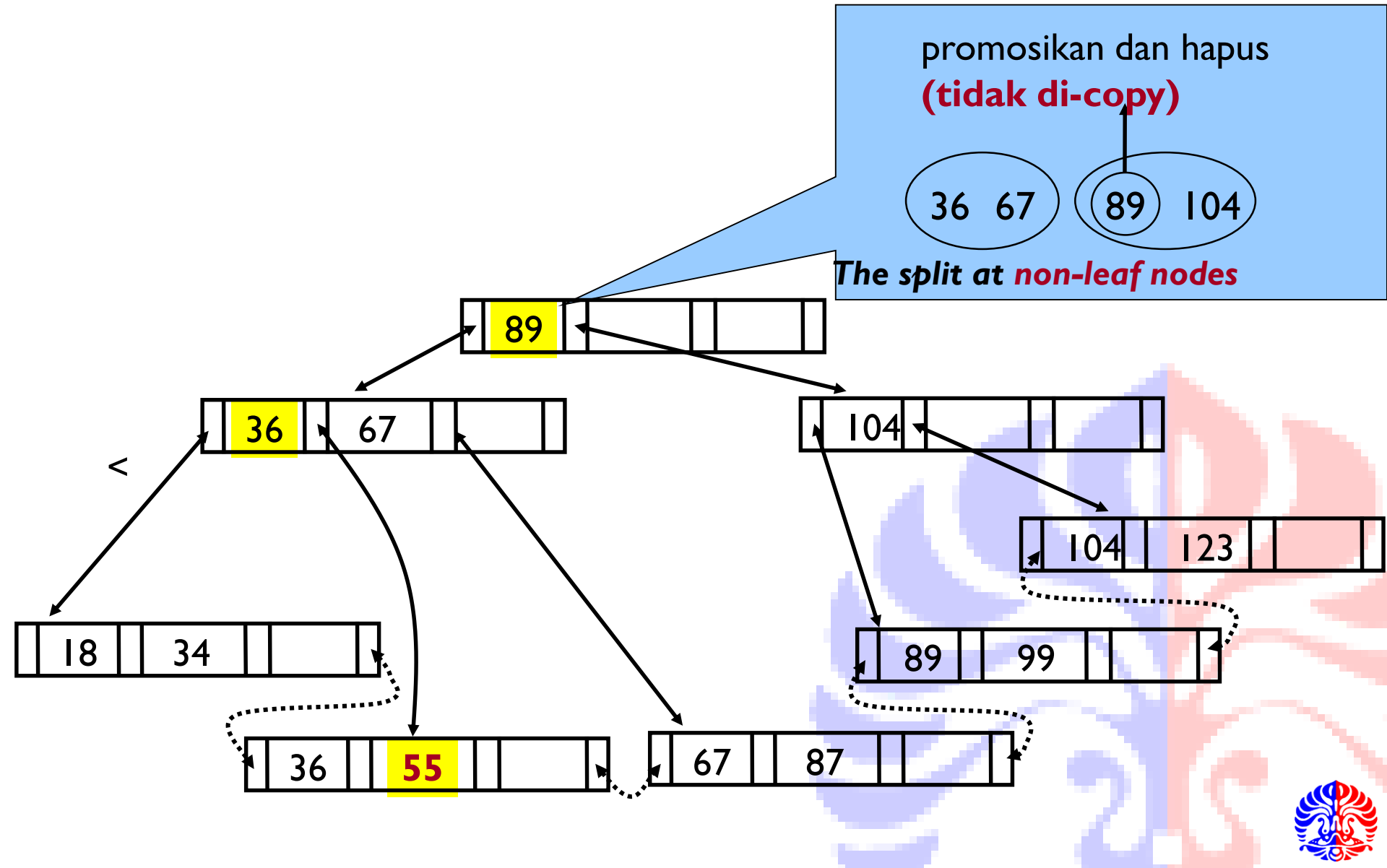
67, 123, 89, 18, 34, 87, 99, 104, 36, **55**, 78, 9



Proses splitting diteruskan ke atas hingga node tersebut tidak full. Pada worst case, root node bisa juga di-split sehingga menambah tinggi tree 1 satuan.



67, 123, 89, 18, 34, 87, 99, 104, 36, **55**, 78, 9



Observasi mengenai B+Trees

- B+Tree umumnya memiliki jumlah levels yang rendah (logarithmic pada jumlah data), sehingga proses pencarian dapat dilakukan dengan effisien.
  - Saat memproses sebuah query, sebuah jalur (path) dijalani pada tree dari root hingga leaf node.
  - jika terdapat sejumlah *K* search-key pada sebuah file, maka jalur pencarian tidak akan lebih besar dari $\lceil \log_{\lceil m/2 \rceil}(K) \rceil$, *m* adalah degree B+ Tree.
    - pertanyaan: Mengapa "$\log_{\lceil m/2 \rceil}$", bukan "$\log_m$" ?

Deletion on B+Trees

- Hapus pasangan (search-key value, pointer) dari leaf node
- Jika node ternyata memiliki pasangan yang terlalu sedikit, maka cek apakah bisa di-redistribute (karena lebih efisien dari pada menghapus node lalu merge ke neighbour)
- Jika tidak bisa di-redistribute, maka di-merge dengan neighbour
- proses ini dapat terus berlaku rekursif ke parent hingga ditemukan node yang memiliki pasangan sejumlah $\lceil m/2 \rceil$ atau lebih.

Deletion on B+Trees

Redistribute:

re-distribusikan pointers diantara node tersebut dan sibling-nya sehingga mereka memiliki jumlah element minimum atau lebih.

- Update search-key yang berkesesuaian pada parent .
- sibling ➔ memiliki parent yang sama

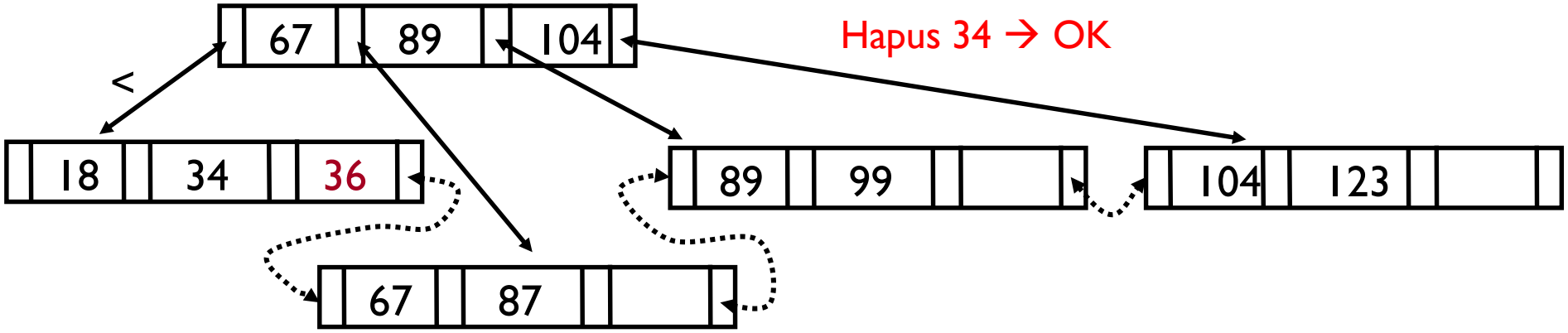
Merge:

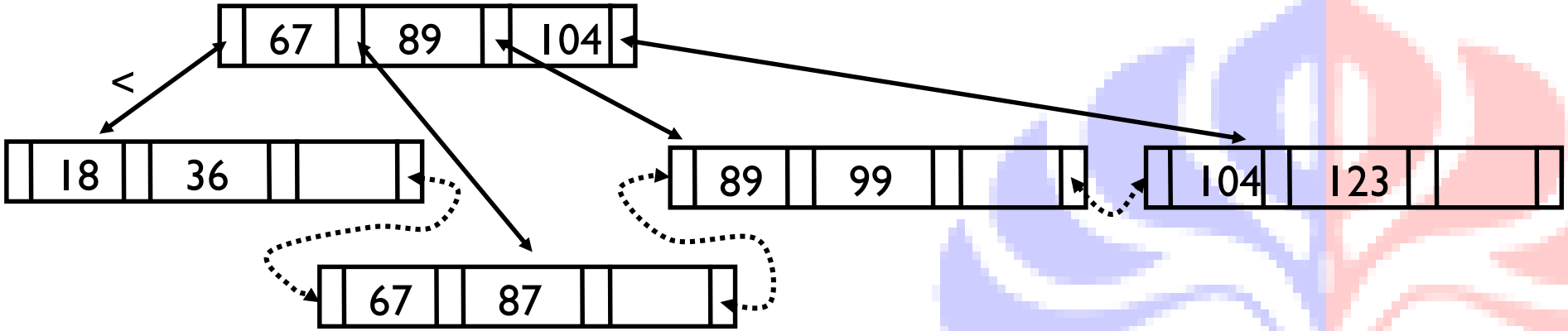
- gabungkan kedua node tersebut
- hapus pasangan (K_{i-1}, P_i), pada parent node-nya dimana P_i adalah pointer terhadap node yang dihapus.
- Lakukan secara recursively hingga root.

Deletion on B+Trees

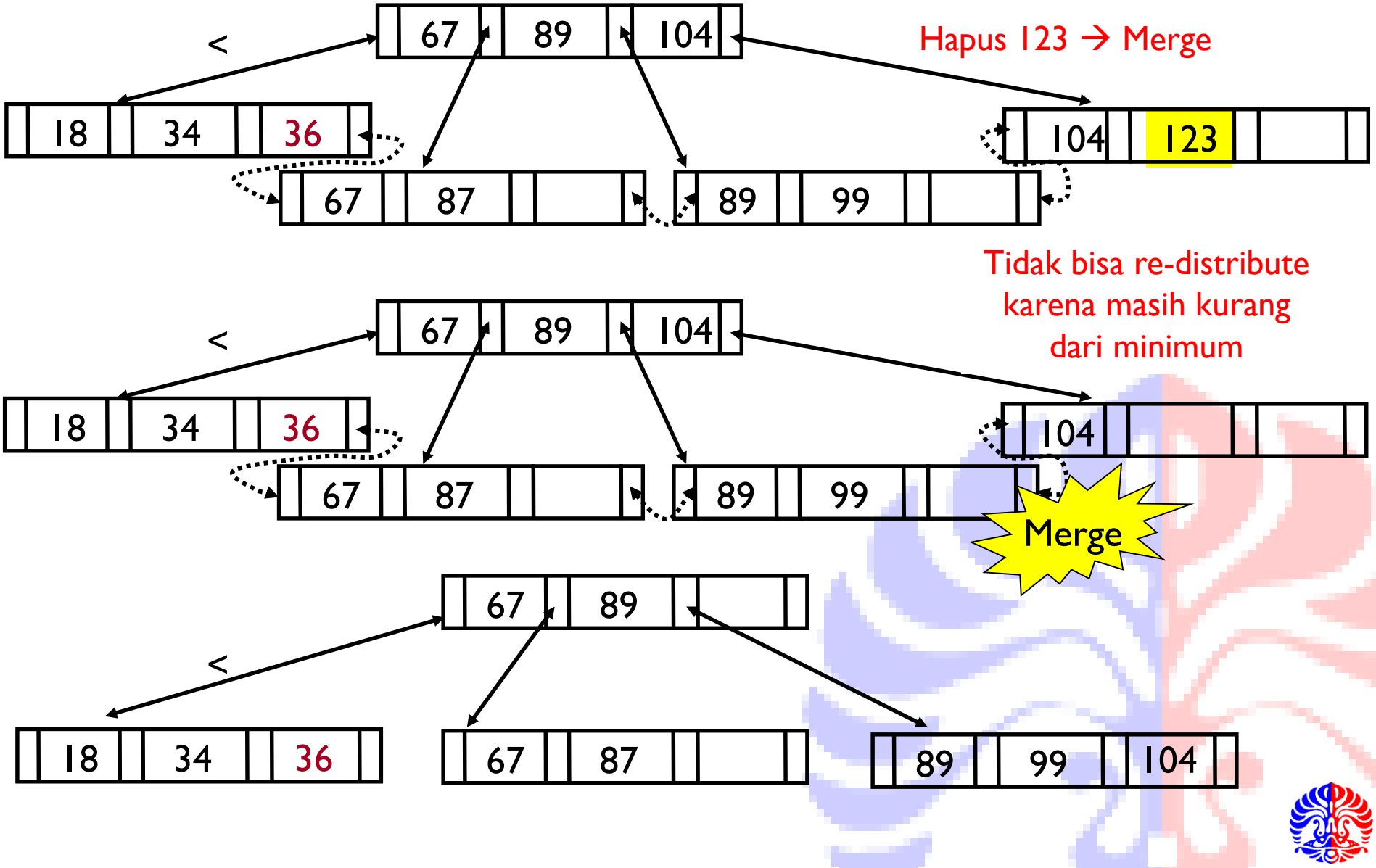
- Minimum requirement:
  - Internal node memiliki minimal $\lceil m/2 \rceil$ cabang, berarti $\lceil m/2 \rceil$-1 keys
  - Leaf memiliki minimal $\lceil m/2 \rceil$-1 pointer ke data, berarti $\lceil m/2 \rceil$-1 keys
- Misal sebuah B+ Tree dengan m = 4, maka:
  - Internal node memiliki minimal 2 cabang, berarti 1 key
  - Leaf memiliki minimal 1 pointer ke data, berarti 1 key
- Misal sebuah B+ Tree dengan m = 5, maka:
  - Internal node memiliki minimal 3 cabang, berarti 2 key
  - Leaf memiliki minimal 2 pointer ke data, berarti 2 key

Contoh deletion pada B+ Tree dengan m=5

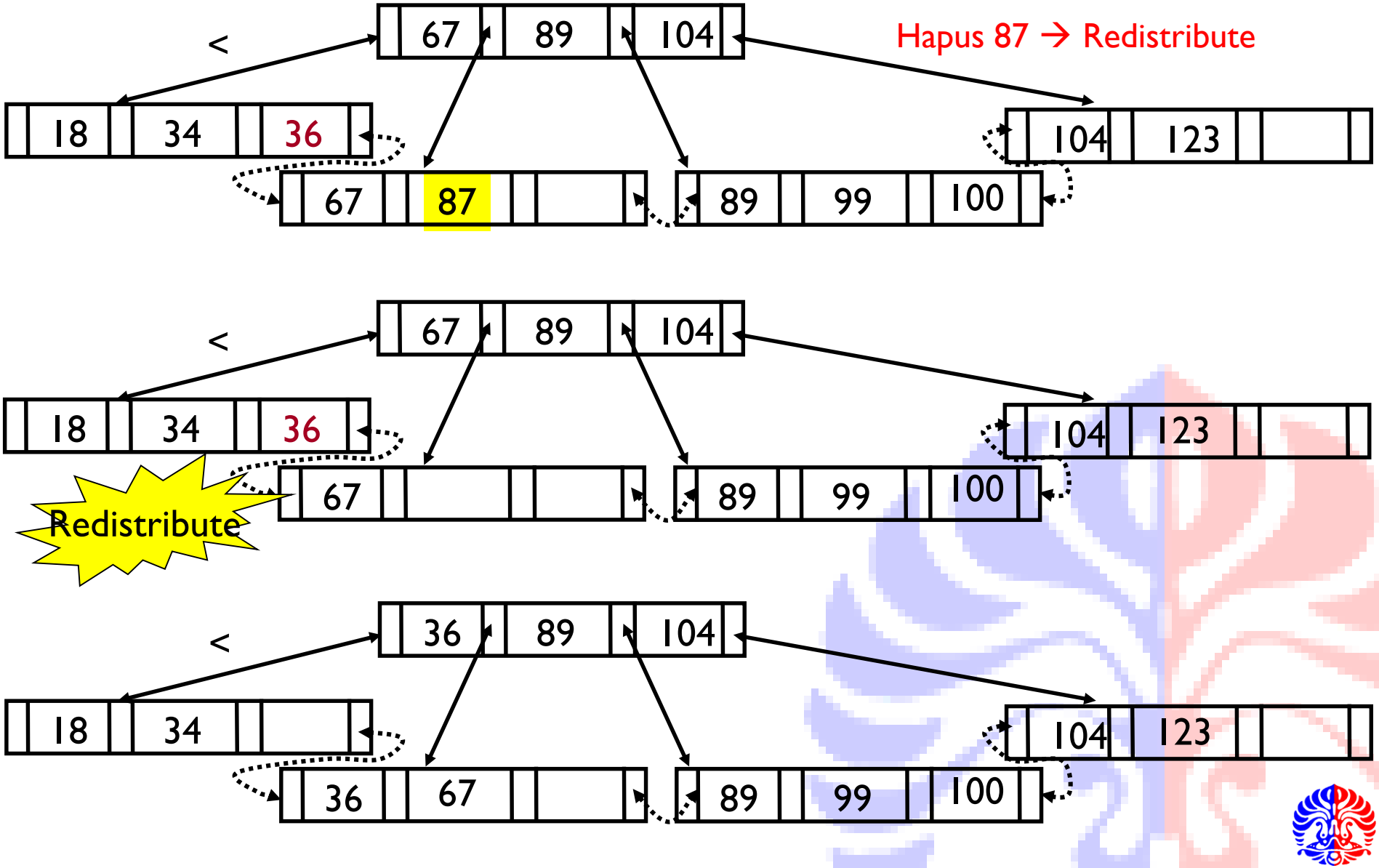




Contoh deletion pada B+ Tree dengan m=5



Contoh deletion pada B+ Tree dengan m=5



Rangkuman

- B Tree biasanya digunakan sebagai struktur data external pada databases.
- B Tree dengan degree *m* memiliki aturan seperti berikut:
  - Setiap non-leaf (internal) nodes (kecuali root) jumlah anaknya (yang tidak null) antara $\lceil m/2 \rceil$ dan *m.*
  - Sebuah non-leaf (internal) node yang memiliki *m* cabang memiliki sejumlah *m-1* keys.
  - Setiap leaves berada pada *level* yang sama, (dengan kata lain, memiliki *depth* yang sama dari *root*.
- B+Tree adalah variant dari B Tree dimana seluruh key terletak pada leaves.

Tambahan informasi dan latihan

- applet simulasi B+Tree
  - http://slady.net/java/bt/view.php?w=600&h=450