

TP 2 Numérique

Dynamique des structures

1. But du TP

Les objectifs de ces travaux pratiques sont de mettre en évidence numériquement les notions acquises dans l'unité pédagogique de dynamique des structures par utilisation d'un logiciel numérique professionnel « Robot Structural ». Cette première séance permet d'aborder les modélisations en console et en 3D des structures de génie civil, afin de préparer un calcul de dimensionnement complet en zones sismiques. L'attention doit être particulièrement focalisée sur les conséquences mécaniques résultant des différentes modélisations concernant les DDL à considérer pour les éléments de la structure et les effets mécaniques des modélisations des planchers (rigides ou souples).

2. Modélisation d'une console à 2 niveaux

On se propose dans cette partie d'étudier la modélisation dynamique d'une console à deux niveaux en modélisations souple et rigide.

La console est composée de masses concentrées $M_1=M_2=M=1760$ kg ; chaque niveau est représenté par poteau de 40×40 cm² de section transversale ; le matériau utilisé est un béton de module d'Young $E=30$ GPa et de masse volumique $\rho=22$ kN/m³.

Modéliser et calculer les modes propres et les déformées propres en modélisations : souple et rigide.

On considère dans un premier temps uniquement l'action de masses concentrées, puis, dans un deuxième temps l'action des masses concentrées et des masses propres.

Donner les résultats sous formes de tableaux de comparaison (fréquences propres et déformées propres) avec calcul d'erreur relative.

Comparaison de résultats

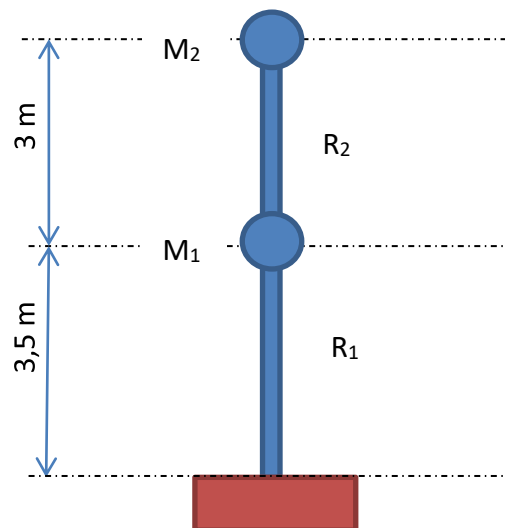


Figure 1: Poutre console

Tableau 1: Fréquence (Hz), Masses Concentrées.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques		Erreur (%)	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1	2.983	10.444	2.98	2.98	0%	71.48%
2	19.88	31.104	19.88	19.88	0%	36.07%

Tableau 2: Fréquence (Hz), Masses Totales.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques		Erreur (%)	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1	1.842	5.445	2.57	2.57	0%	70.6%
2	9.2299	15.637	15.64	15.67	0.5%	38.18%

Tableau 3: Déformées en mm : Masses Concentrées.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1	8.196	14.099	8.20	8.20
	22.384	19.22	22.38	22.38
2	22.384	-19.22	22.38	22.38
	-8.196	14.099	-8.20	-8.20

Tableau 4: Déformées en mm : Masses Totales.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1	-4.69	7.674	7.09	7.1
	-1.26	9.962	19.25	19.25
2	9.499	7.3	17.05	17.07
	-6.224	-10.183	-7.97	-8.01

Conclusion

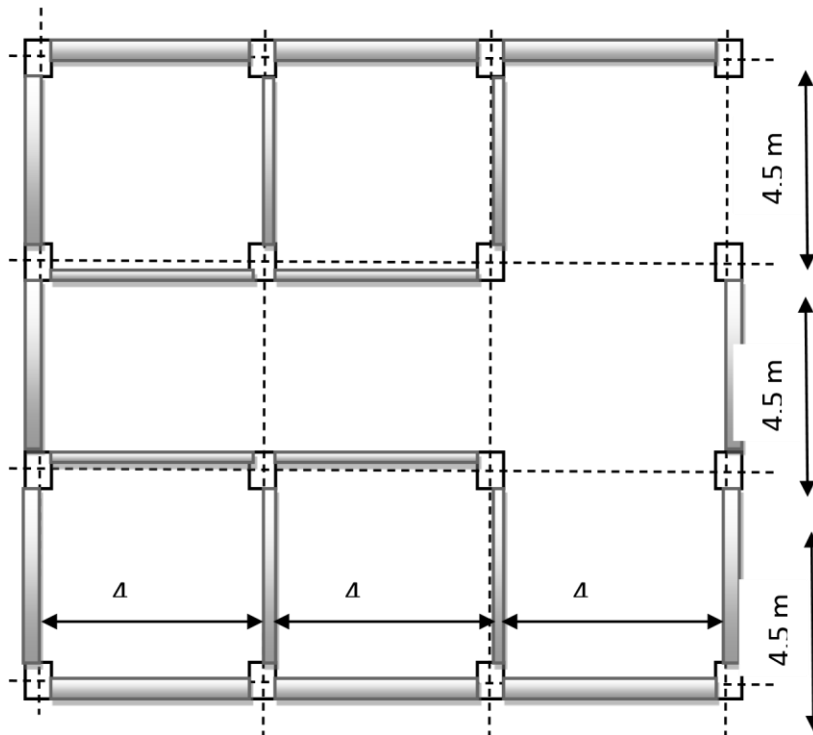
En comparant les fréquences et les déplacements dans le cas du calculs manuelle souple avec celle numérique on remarque que l'erreur est très négligeable (par exemple f manuelle souple = 2.893 et f numérique = 2.89 dans le cas des masse concentré mode 1). alors que on trouve une erreur très grande dans le cas rigide (par exemple f manuelle rigide = 10.44 et f numérique

=2.89). cela s'explique par que le logiciel robot ne peut pas calculer le cas rigide car réellement n'existe pas c'est une juste une théorie .

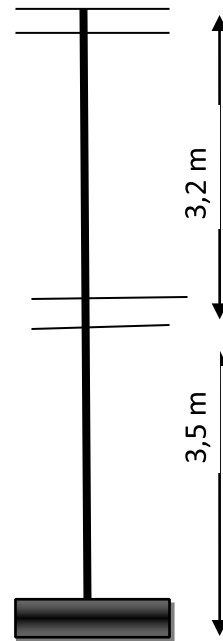
3. Modélisation d'un bâtiment en béton armé à 2 niveaux

Soit un bâtiment de dimensions en plan de $12,4 \times 13,9 \text{ m}^2$ et de hauteur totale égale à $7,5 \text{ m}$, réalisé en éléments porteurs poteaux-poutres en béton armé. Les dimensions transversales des poteaux et des poutres sont de $40 \times 40 \text{ cm}^2$. La charge d'exploitation appliquée aux deux niveaux est de 2 kN/m^2 et la charge de neige considérée sur la dalle terrasse est de $0,6 \text{ kN/m}^2$. Les dalles des deux niveaux sont réalisées en béton armé avec une épaisseur de 20 cm . Les épaisseurs des murs extérieurs et extérieurs sont respectivement 20 cm et 15 cm .

$\rho_{ba} = 25 \text{ kN/m}^3$, $\rho_{maçonnerie} = 800 \text{ kg/m}^3$, $E_{ba} = 30 \text{ GPa}$.



Vue en plan



Coupe transversale

Modéliser le bâtiment en 3D sous Robot Structural et faites les calculs des modes et déformées propres de la structure en considérant deux cas : plancher-rigide et plancher souple. Les masses des murs du niveau 2 sont réparties uniformément sur le plancher du niveau 1.

Exploiter les résultats sous forme de tableaux comparatifs.

Modélisation en console à 2 niveaux

Tableau 5: Fréquence (Hz), Plancher rigide.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques		Erreur (%)	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1	2.12	4.57	2.14	2.14	1.8%	53%
2	5.9	12.8	8.20	8.20	28%	35.9%

Tableau 6: Fréquence (Hz), Plancher souple.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques		Erreur (%)	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1						
2						

Tableau 7: Déformées en mm : Plancher rigide.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1	1.75	1.508	0.94	1.29
	2.35	2.189	2	2.72
2	-2.03	-2.18	-1.79	-2.35
	2.03	1.51	1.19	1.7

Tableau 8: Déformées : Plancher souple.

Mode	Calculs manuels		Calculs Numériques	
	Souple	Rigide	Souple	Rigide
1				
2				

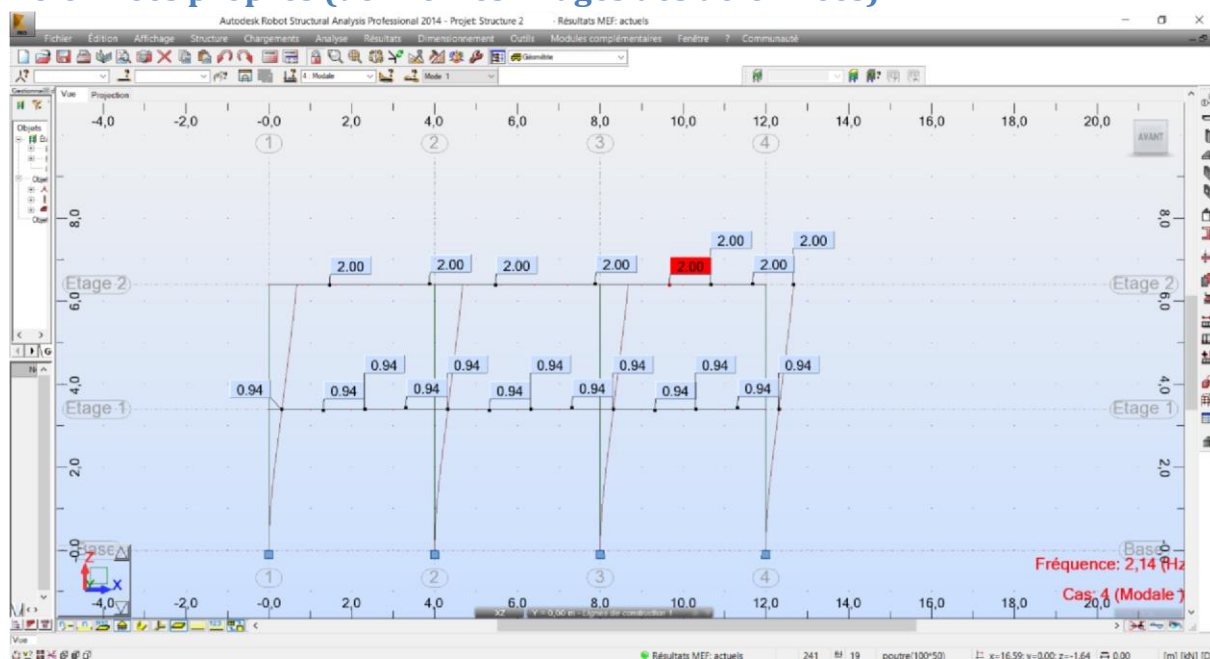
Modélisation 2D

Mode	Fréquence (Hz)	Plan (xoz)	Type (flexion, torsion,)
------	----------------	------------	-------------------------------

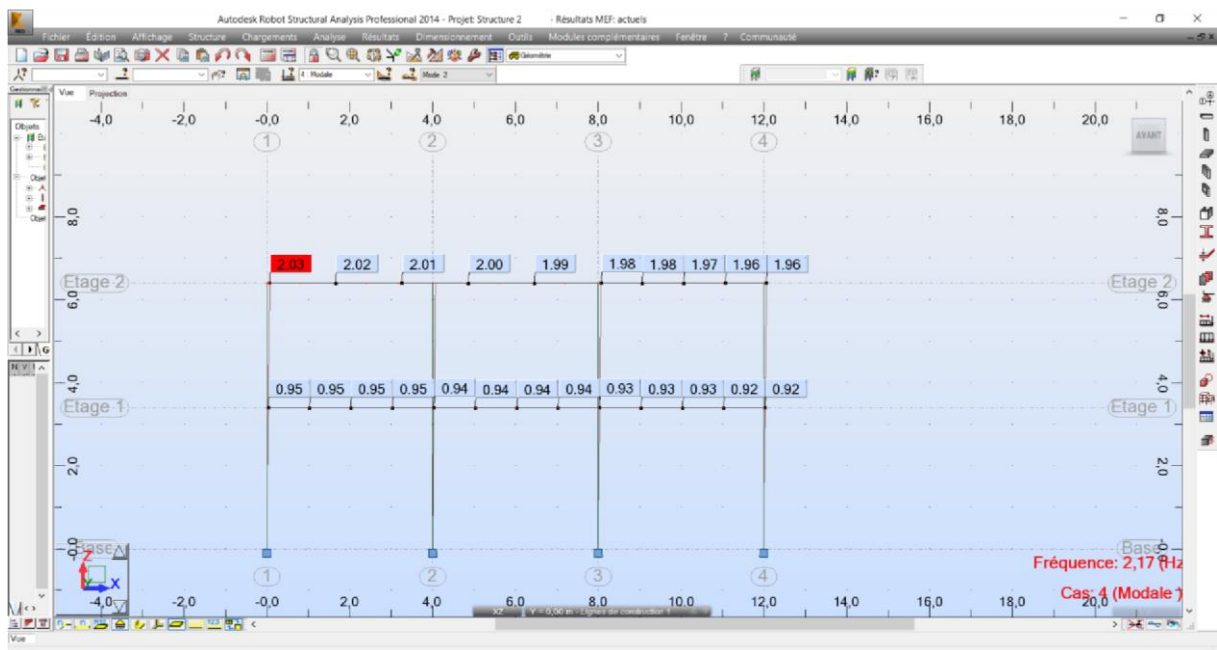
1	2,14		Flexion
2	2,17		torsion
3	2,45		flexion
4	8,2		flexion
5	8,21		flexion

6	9,64		flexion
7	48,7		flexion
8	52,23		flexion
9	53,58		torsion
10	57,6		torsion

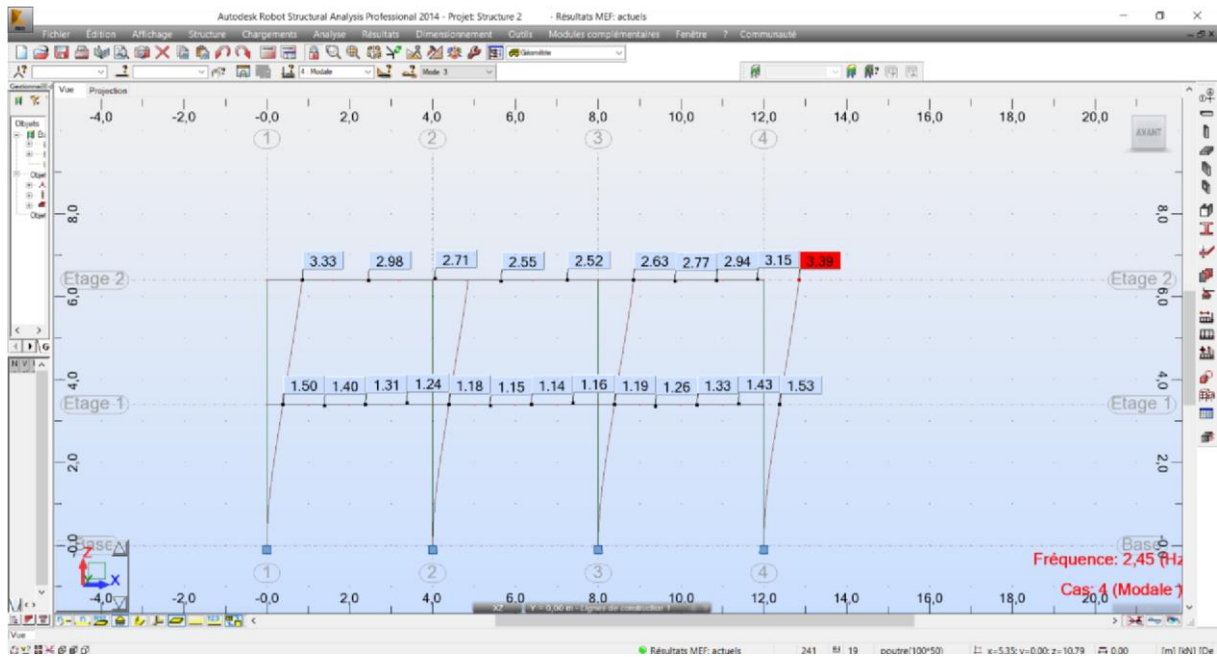
Déformées propres (donner les images des déformées)



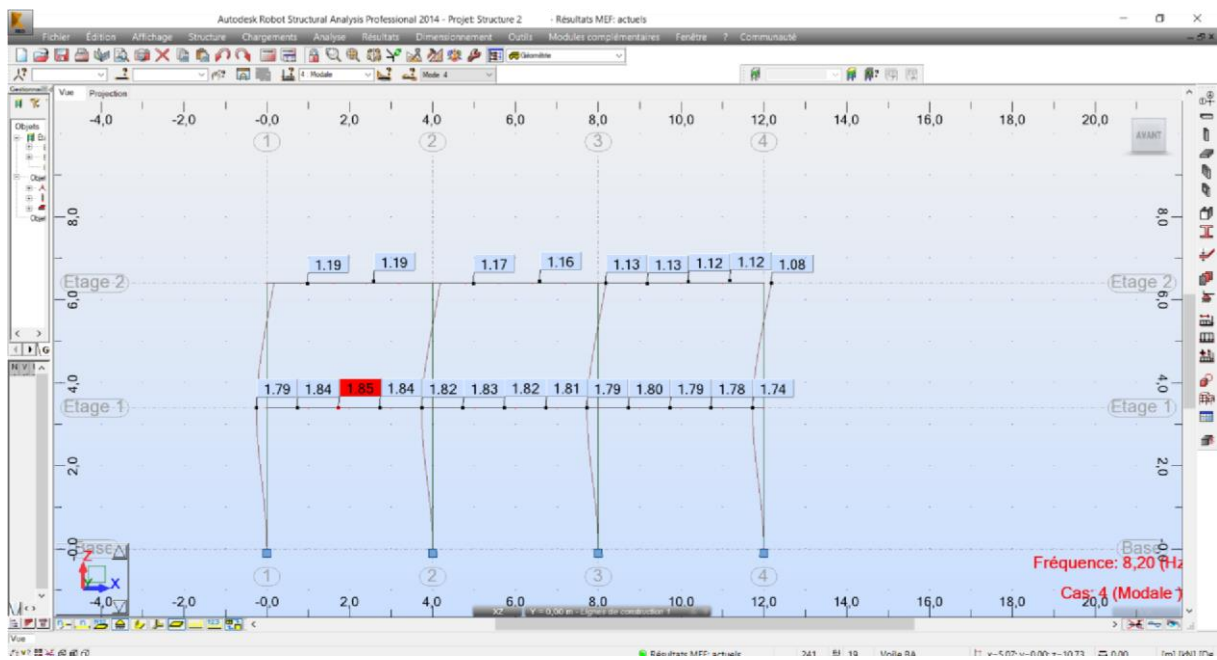
Mode 1



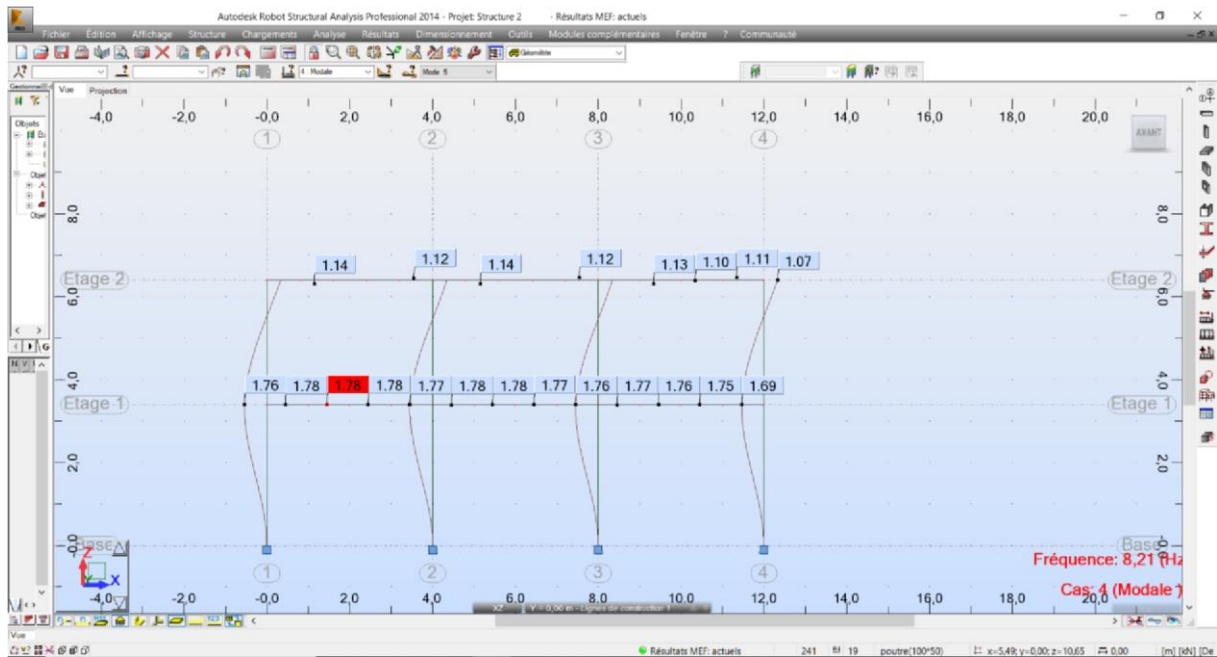
Mode 2



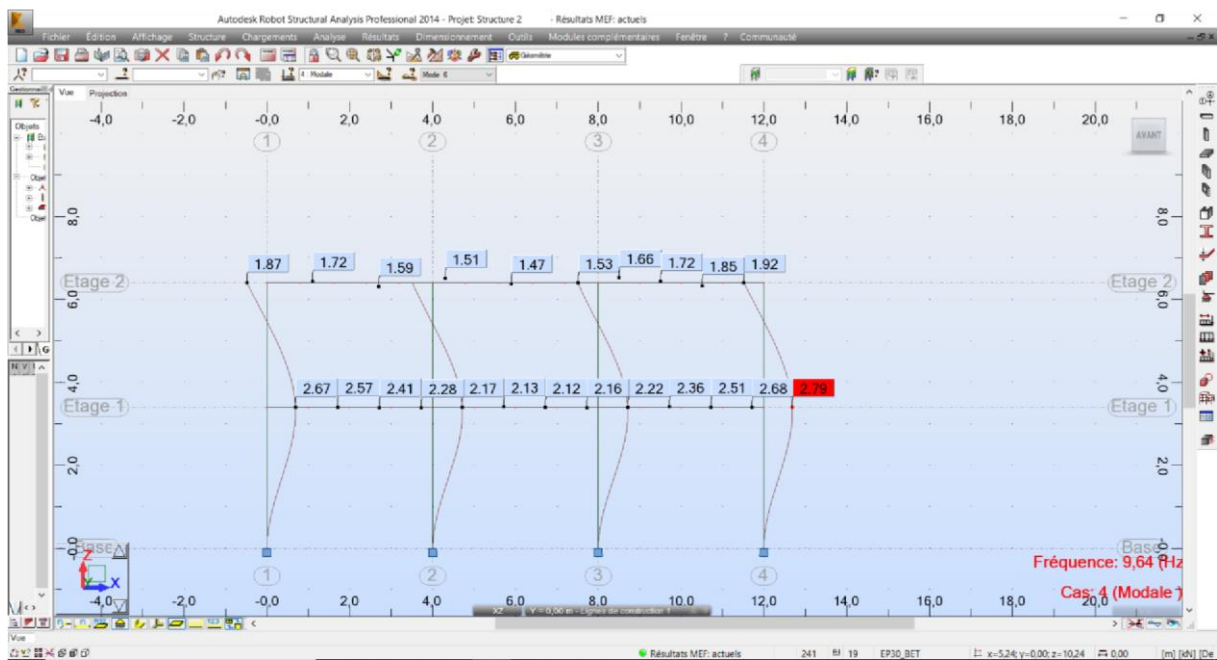
Mode 3



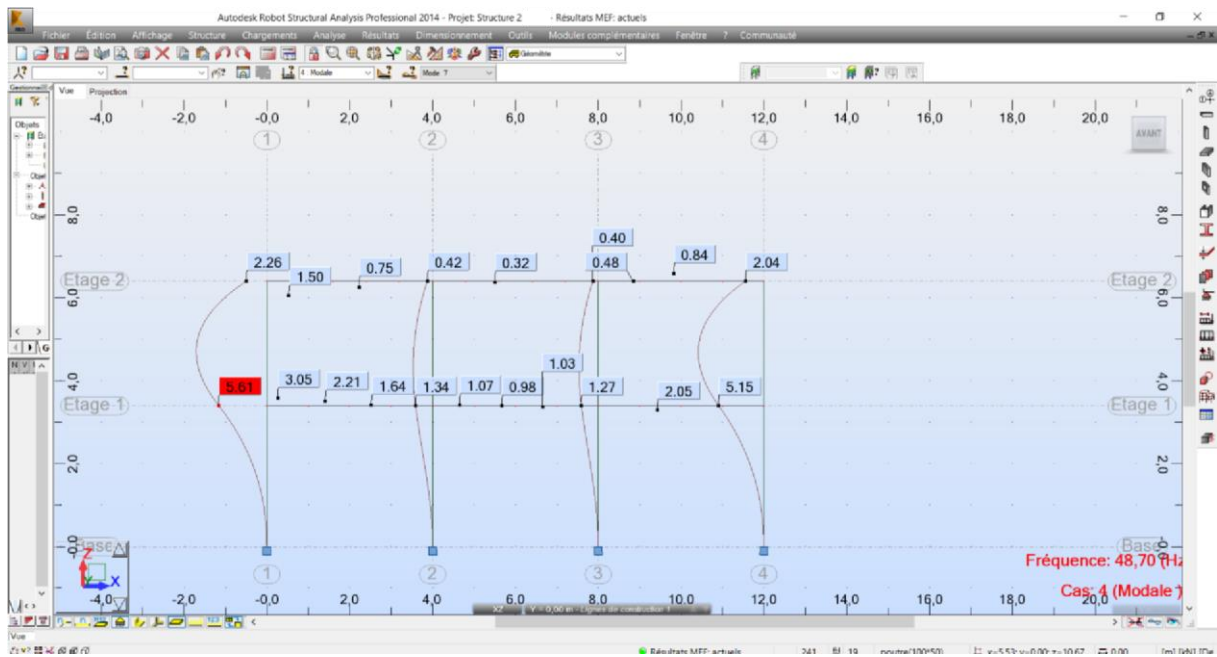
Mode 4



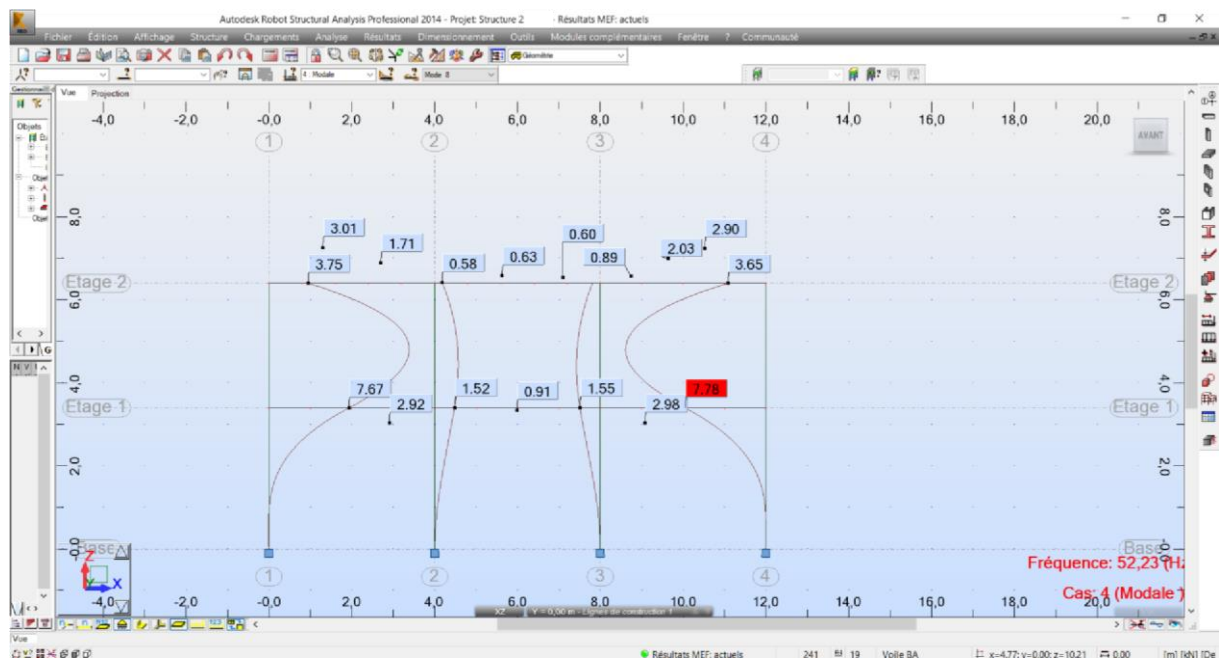
Mode 5



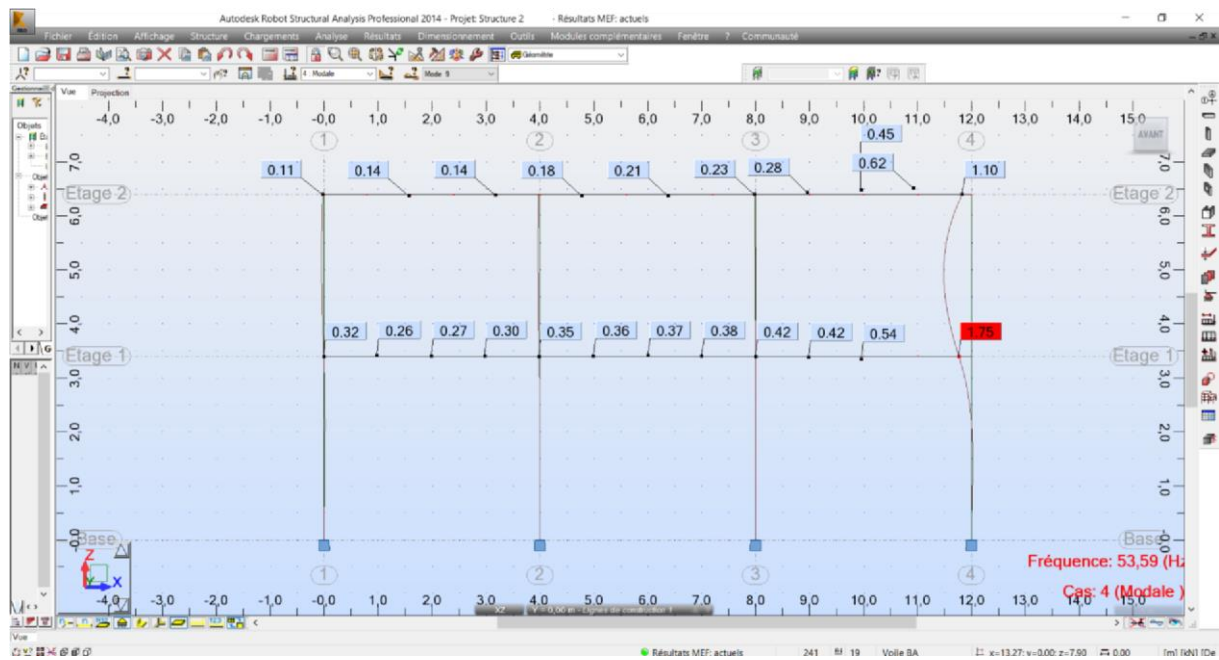
Mode 6



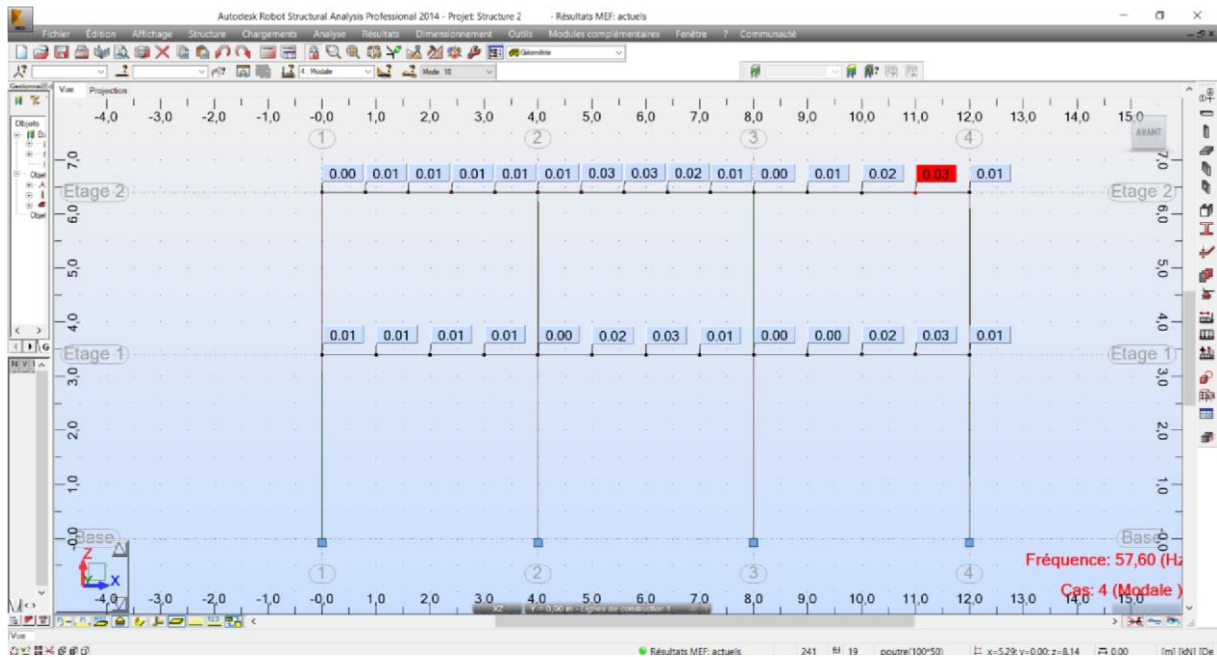
Mode 7



Mode 8



Mode 9



Mode 10

4. Conclusion général

A l'aide du logiciel robot on a obtenu 10 modes vibratoires numérique et chaque mode soit il travaille a la flexion ou torsion

On a trouvé que le mode 1 correspond au mode 1 calculé manuellement et mode 4 correspond au mode 2 calculé manuellement mais avec une différence des valeurs

On remarque que le bâtiment travaille à la flexion

On remarque que plus que la structure est rigide plus que la fréquence augmente

4. Annexe A : Calculs manuels simplifiés de la poutre console.

A) Modélisation souple (2 DDL : déplacement+rotation)

$$S_{ij} = \frac{6EI}{l^3} \begin{cases} i=1, j=1 \\ i=1, j=2 \\ i=2, j=1 \\ i=2, j=2 \end{cases}$$

$$l_1 = 3.5; l_2 = 6.5; E = 30 \cdot 10^9; I = 2.1333 \cdot 10^{-8}; R = EI, R = 2200 \quad m_1 = 3.5 \cdot \frac{3}{2} = 7150.0$$

$$m_2 = 3 \cdot \frac{3}{2} = 3300.0$$

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6EI}{l_1^3} & \frac{6EI}{l_1^2} \\ \frac{6EI}{l_1^2} & \frac{2EI}{l_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25.1303421 & 1100.257751 \\ 1100.257751 & 41304024 \end{pmatrix}$$

$$K = S^{-1} = \begin{pmatrix} 2.2331 \cdot 10^7 & 5.1042 \cdot 10^7 \\ 5.1042 \cdot 10^7 & 8.6668 \cdot 10^6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 10^6 & 3.7917 \cdot 10^6 \end{pmatrix}$$

Masses concentrées

$$K = \begin{pmatrix} 2.4288 \cdot 10^7 & 8.6668 \cdot 10^6 \\ 8.6668 \cdot 10^6 & 1760 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0 & 1760 \\ 1760 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K - M = \begin{pmatrix} 2.4288 \cdot 10^7 & 8.6668 \cdot 10^6 \\ 8.6668 \cdot 10^6 & 1760 \end{pmatrix}$$

$$\text{Déterminant: } 3.0976 \cdot 10^6 \cdot 4.942 \cdot 10^{10} - 1.6979 \cdot 10^{13} = 0$$

$$\omega_1 = 15603.351.3 \text{ rad/s}, \omega_2 = 18.743124.91 \text{ rad/s} \quad f_1 = 19.882.983 \text{ Hz}$$

$$F_1 = 124.91 \text{ N}$$

$$\omega_1 = 351.3; \omega_2 = 15603.;$$

$$\omega_1 = 9.7387 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 7.3567 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$K_1 = M_1 = 2.6597 \cdot 10^6 \text{ N/m}; K_2 = M_2 = 2.6937 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

□ □

$$X \begin{pmatrix} 2.6597 & 109.7387 & 10 \\ 7.3567 & 102.6937 & 10 \\ 6.2549 & 10 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.4119 \\ 0.10802 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 9.7387 & 10 \\ 2.6597 & 10 \\ 2.6937 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.4119 \\ 0.10802 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.81959 & 2.2384 \\ 2.2384 & 0.81959 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.4119 \\ 0.10802 \end{pmatrix}$$

$$M \begin{pmatrix} 1.00010 & 1.00010 \\ U & 11 \end{pmatrix} MU$$

$$Pm_1 = \frac{53.82124.971}{100} = 68.308\%$$

$$Pm_2 = \frac{24.971 \cdot 53.821}{100} = 31.692\%$$

Masses totales

$$\begin{pmatrix} 2.4288 \cdot 10^7 & 8.6668 \cdot 10^6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; M \begin{pmatrix} 10^6 & 1760 \cdot m_1 \\ 1760 \cdot m_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.8910.0 \\ 5060.0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2.4288 \cdot 10^7 & 8.6668 \cdot 10^6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K \begin{pmatrix} 3.7917 \cdot 10^6 & 5060.0 \\ 8.6668 \cdot 10^6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Déterminant: } 4.5085 \cdot 10^7 \cdot 1.5668 \cdot 10^{11} \cdot 1.6979 \cdot 10^{13}$$

$$\begin{pmatrix} 111.983363.2 & 10.58257.993 \\ 10.58257.993 & 1.68429.2299 \end{pmatrix} (Hz)$$

$$\begin{pmatrix} 111.98 & 3363.2 \\ 3363.2 & 111.98 \end{pmatrix}; F \begin{pmatrix} 111.98 & 3363.2 \\ 3363.2 & 111.98 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cc} 7.1928 \cdot 10^3 & 9.3204 \cdot 10^4 \\ 1.9329 \cdot 10^2 & 6.1074 \cdot 10^4 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \\
 & \left(\begin{array}{cc} 7.1928 \cdot 10^3 / 2.3514 & 9.3204 \cdot 10^4 / 8.2906 \cdot 10^7 \\ 1.9329 \cdot 10^2 / 2.3514 & 6.1074 \cdot 10^4 / 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \\
 & \left(\begin{array}{cc} 4.6907 & 9.4990 \\ 2.605 & 6.2244 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cc} 0.204080 & 0.3573 \\ 0.5314 & 0.172 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \\
 & \left(\begin{array}{cc} 0.204080 & 0.3573 \\ 0.5314 & 0.172 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \\
 & \left(\begin{array}{cc} 0.204080 & 0.3573 \\ 0.5314 & 0.172 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

A) Modélisation rigide (1 DDL : déplacement)

Masses concentrées

$$l_1 = 3.5; l_2 = 3; E = 30 \cdot 10^9; I = 2.1333 \cdot 10^{-3}; R = EI$$

$$k_1 = 12R/l_1^3 \quad k_2 = 12R/l_2^3$$

$$k_1 = 12R/l_1^3 \quad k_2 = 12R/l_2^3$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cc} 4.6356 \cdot 10^7 & 2.8444 \cdot 10^7 \\ 2.8444 \cdot 10^7 & 1760 \cdot 2.8444 \cdot 10^7 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \\
 & \left(\begin{array}{cc} 4.6356 \cdot 10^7 & 2.8444 \cdot 10^7 \\ 2.8444 \cdot 10^7 & 1760 \cdot 2.8444 \cdot 10^7 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cc} 4.6356 \cdot 10^7 & 2.8444 \cdot 10^7 \\ 2.8444 \cdot 10^7 & 1760 \cdot 2.8444 \cdot 10^7 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right) \\
 & \left(\begin{array}{cc} 4.6356 \cdot 10^7 & 2.8444 \cdot 10^7 \\ 2.8444 \cdot 10^7 & 1760 \cdot 2.8444 \cdot 10^7 \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} 2.3514 \\ 8.2906 \cdot 10^7 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{Déterminant: } 3.0976 \cdot 10^6 \cdot 1.3165 \cdot 10^{11} \cdot 5.0949 \cdot 10^{14}$$

$\square \quad \square \quad \square_{\square_1} \quad \square \square \square 4306.438194. \square \square \square; \square \square \square \square \square 195.4365.623 \square \square \square; F$
 $\square \square \square \square 195.4365.623 \square \square \square \quad \square_{\square_1} \square \square \square \square 10.44431.104 \square \square \square (Hz)$

$\square \square \square^2 \quad \square$

$$\square_1 \square \square_1 \square 1.9727 \, 10 \square \square^3 \square \quad \square_1 \square \square_1 \square \square 1.0406 \, 10 \square \square^3 \square$$

$\square K \square \square_1 M \square \square \square \square \square 0 \square \square \square 2.6893 \, 10 \square \square^3 \square \square; \square K \square \square_2 M \square \square \square \square \square 0 \square \square \square 7.6333 \, 10 \square \square^4 \square \square$

$X \square \square \square \square 1.9727 \, 102.6893 \, 10 \square \square \square \square^3 \square \square 7.6333 \, 101.0406 \, 10 \square \square \square \square^4 \square \square \square; X \, MX_T \quad \square \square \square \square 1.9578$
 $105.5878 \, 10 \square \square \square \square^2 \square \quad 5.5878 \, 102.9313 \, 10 \square \square \square \square^3 \square \square \square$

$$\begin{array}{ccc} \square 1.9727 \, 10 \square \square^3 / \sqrt{1.9578 \, 10 \square \square^2} & \square 1.0406 \, 10 \square \square^3 / \sqrt{2.9313 \, 10 \square \square^3} & \\ \square \square \square \square & & \\ \square 2.6893 \, 10 \square \square^3 / \sqrt{1.9578 \, 10 \square \square^2} & 7.6333 \, 10 \square \square^4 / \sqrt{2.9313 \, 10 \square \square^3} & \square \square \end{array}$$

\square

$\square \square \square \square 1.40991.922 \, 1.4099 \square 1.922 \square \square \square 10 \square^2; \square_T M \square \square \square \square \square 6.3109 \, 101.0 \square \square^3 \square \square 6.3109$

$$\begin{array}{c} 101.0 \square \\ T MU \square \\ \square \end{array} \left(\begin{array}{c} 58.641 \\ \square 9.0130 \end{array} \right) \square^{30} \square \square \square; U \square \square \square \square \square \square 11 \quad \square$$

$Pm_1 \square \square 58.65481. \square 694.1013 \, 0 \square \square \square 100 \square \square 86.678\% \quad Pm_1$

$\square \square 58.694.10 \square 193.0013 \, 0 \square \square \square 100 \square \square 13.322\%$

Masses totales

$$\square 1760 \square m_1 \quad 0 \quad \square \quad \square 4.6356 \, 10 \square^{-7} \square 8910.0 \square \square 2.8444 \, 10 \square^{-7} \quad \square$$

$M \square \square \square \quad 0 \quad 1760. \square m_2 \square \square; \square K \square \square M \square \square \square \square \quad \square 2.8444 \, 10 \square^{-7} \quad 2.8444 \, 10 \square^{-7} \square 5060.0 \square \square \square$

Déterminant: $4.5085 \square 10^7 \square^2 \square 4.8800 \square 10^{11} \square \square 5.0949 \square 10^{14}$

$\square \quad \square \quad \square \square \square_1 \quad \square \square \square 1170.69653.4 \square \square \square; \square \square \square \square \square 34.21498.252 \square \square \square; F$

$\square \square \square \square 34.21498.252 \square \square \square \quad \square_{\square_1} \square \square \square \square 15.6375.4453 \square \square \square (Hz)$

$\square \square^2 \quad \square$

$$m_1 = 9.1647 \times 10^{-4} \text{ kg}; m_2 = 2.6448 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1.1575 \times 10^{-3} \\ 3.6873 \times 10^{-2} \\ 4.3778 \times 10^{-1} \\ 1.112 \times 10^{-1} \end{pmatrix}; M = \begin{pmatrix} 1.4263 \times 10^{-26} \\ 1.013112 \times 10^{-6} \\ 9.1647 \times 10^{-4} \\ 2.6448 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 7.6738 \times 10^3 & 7.3040 \times 10^3 \\ 9.692 \times 10^3 & 1.0183 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} M = \begin{pmatrix} 1.00000 \times 10^5 & 1.06619 \times 10^{25} \\ 1.1137 \times 10^{23} & .54523 \times 10^{23} \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Pm_1 = 117.14127 \times 10^3 \text{ kg}; Pm_2 = 117.1432 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$Pm_1 = 117.1432 \times 10^3 \text{ kg}; Pm_2 = 117.1533 \times 10^3 \text{ kg}$$

5. Annexe B : Calculs manuels simplifiés du bâtiment (Planchers rigides).

Calcul des masses et des centres des masses

Niveau 1									
Element	Masse Volumique	Long	Larg	epais	m(Tonnes)	Xi(m)	mi Xi	Yi(m)	mi Yi
Dalle	2500	12,4	13,9	0,2	86,2	6	517,08	6,75	581,72
Poteaux	2500	53,6	0,4	0,4	21,4	6	128,64	6,75	144,72
Retombées des Poutres	2500	102	0,4	0,2	20,4	6	122,4	6,75	137,70
Murs ext.	800	52,6	3,5	0,2	29,5	6	176,736	6,75	198,83
Murs Int.1	800	16	3,5	0,15	6,7	6	40,32	6,75	45,36
Murs Int.2	800	18	3,5	0,15	7,6	4	30,24	6,75	51,03
Somme					171,8		1015,42		1159,4

Gm						5,9		6,8	
Niveau 2									
Element	Masse Volumique	Long	Larg	epais	m(Tonnes)	Xi(m)	mi Xi	Yi(m)	mi Yi
Dalle	2500	12,4	13,9	0,2	86,2	6	517,08	6,75	581,72
Retombées des Poutres	2500	102	0,4	0,2	20,4	6	122,4	6,75	137,70
Poteaux	2500	25,6	0,4	0,4	10,2	6	61,44	6,75	69,12
Somme					116,8		700,92		788,5
Gm						6,0		6,75	

	Charge d'exploitation /niveau:	Charge de Neige:
	32,4	9,72
M1 (T) =	204,2	204,2
M2 (T) =	149,2	158,9

Calcul des modes et déformées propres l_1

$$l_1 = 3.5; l_2 = 3.2; a = 0.4; b = 0.4$$

$$I = ab^3/12; E = 30 \cdot 10^9$$

$$k_1 = 16 \cdot 12 \frac{EI}{l_1^3} = 2.866 \cdot 10^8 \text{ } l_1 \quad k_2 =$$

$$16 \cdot 12 \frac{EI}{l_2^3} = 3.75 \cdot 10^8 \quad m_1 = 204.2$$

$$10^3; m_2 = 149.2 \cdot 10^3$$

Calcul des modes propres

$$K = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \\ k_2 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 616 \cdot 10^8 & 3.75 \cdot 10^8 \\ 3.75 \cdot 10^8 & 3.75 \cdot 10^8 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.042 \cdot 10^5 & 0 \\ 0 & 1.492 \cdot 10^5 \end{pmatrix}$$

$$K - \lambda M = \begin{pmatrix} 6.16 \cdot 10^8 - \lambda \cdot 2.042 \cdot 10^5 & 3.75 \cdot 10^8 \\ 3.75 \cdot 10^8 & 3.75 \cdot 10^8 - \lambda \cdot 1.492 \cdot 10^5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Déterminant: } 3.0467 \cdot 10^{10} - \lambda^2 \cdot 1.7529 \cdot 10^{14} + 1.0748 \cdot 10^{17} = 0,$$

□ □□ □□ □□□₁₂ □□□□5055.7697.78□□□;□□□□□₁₂□□□□□□□□26.41671.103□□□;*F*

□□□26.416□ □₁□□□□11.34.2 □□□(*Hz T*); □□□□0.240.09□□□(sec)

$$\square \, 71.103 \square \square \, _2 \, \square$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} \square^2_1 M \square^1_1 1. \\ \end{pmatrix} 6949 \square \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 10^{\square_{\square}44}; \square K \square \\ \end{pmatrix}$$

$$\square_1 \square 22..88379284 \square \square 1100^{\square \square 55}$$

$$\square_2 M \square$$

$$\square 2. \, 3462 \, \square \, 10$$

$$X \, \square \square \square \square 2.3462 \, 101.6949 \, 10 \square \, \square^4_4 \, \square 2.8398 \, 102.8724 \, 10 \square \square \, \square^5_5 \square \square \square; \, X \, M X_T$$

$$\square \square \square \square 1.4079 \, 105.2938 \, 10 \square \square \, \square^2_{\square} \, \, \, 5.2938 \, 102.888 \, 10 \square \square \, \square^8_{\square} \square \square \square$$

8

4

$$\square \square \, \, \, \square$$

$$\begin{pmatrix} \square 1. \, 6949 \, \square \, 10^{\square 4} / 1. \, 4079 \, \square \, 10^{\square 2} \, \square 2. \, 8724 \, \square \, 10^{\square 5} / 2. \, 888 \, \square \, 10^{\square 4} \\ \square 2. \, 3462 \, \square \, 10^{\square 4} / 1. \, 4079 \, \square \, 10^{\square 2} \, \, \, 2. \, 8398 \, \square \, 10^{\square 5} / 2. \, 888 \, \square \, 10^{\square 4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \square \square \square 10 \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\square \square 11.. \, 49278743 \, \square 11.. \, 6697012 \, \square^3_{\square}; \, M^{\square}_T \square 2. \, 903.29999 \square 9160^{\square 5} \, 2. \, 903.29999 \square 9160^{\square 5}$$

Participation modale pour une excitation sismique

$$\begin{pmatrix} \square_1 \\ \square_2 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} \square 1. \, 4284 \, \square 1. \, 6902 \square 10^{\square 3} M \square 586. \\ \square 1. \, 9773 \, \, \, 1. \, 671 \square 95. \, 826 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 69 \\ \end{pmatrix}$$

$$p_{m1} \square \frac{|\square_1|}{|\square_1| + |\square_2|} \, \, \, 100 \square 85.960\%; \, p_{m2} \square \frac{|\square_2|}{|\square_1| + |\square_2|} \, \, \, 100 \square 14.04\%$$