



Perancangan Kendali Optimal LQT untuk Pengendalian dan Pemanduan pada Rudal

Muhamad Rafif Prasetyo

07 11 13 40000 129

Dosen Pembimbing:

Ir. Rusdhianto Effendie AK, M.T.

Departemen Teknik Elektro

Fakultas Teknologi Elektro

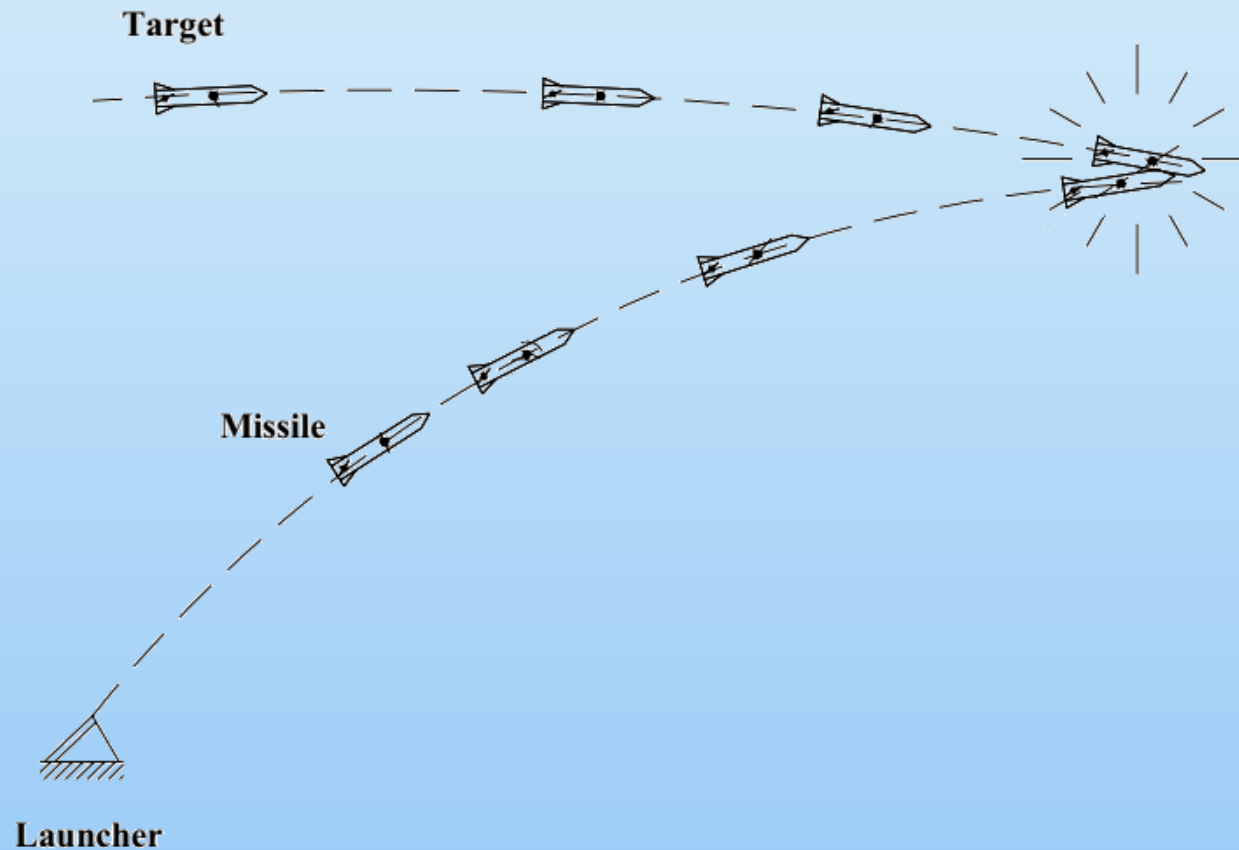
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya, 2018

Agenda

- Pendahuluan
- Perancangan Sistem
- Hasil dan Analisa
- Kesimpulan

Peluru Kendali (Rudal) (1)



Peluru Kendali (Rudal) (2)

Dilihat dari jarak jelajahnya,

- Rudal Taktis (*Tactical Missiles*)
- Rudal Balistik (*Ballisctic Missiles*)

Dilihat dari tempat diluncurkan dan posisi sasarannya,

- *Surface-to-Surface Missiles* (SSM)
- *Surface-to-Air Missiles* (SAM)
- *Air-to-Air Missiles* (AAM)
- *Air-to-Surface Missiles* (ASM)

Dari cara rudal melakukan *maneuver*,

- *Skid-to-Turn*
- *Bank-to-Turn.*

Peluru Kendali (Rudal) (3)

Dalam perancangan simulasi rudal, terdapat 4 tahap dasar yang perlu diperhatikan.

- Model Matematis Dinamika Rudal
- Pemandu Rudal
- *Autopilot* Rudal
- Prediksi trayektori ataupun posisi sasaran

Permasalahan

1. Persamaan dinamika rudal memiliki karakteristik yang *non-linear*, sehingga diperlukan proses linearisasi agar rudal dapat dikendalikan.
2. Rudal memerlukan pengendali agar dapat dikendalikan, lalu disimulasikan untuk melihat keluarannya.

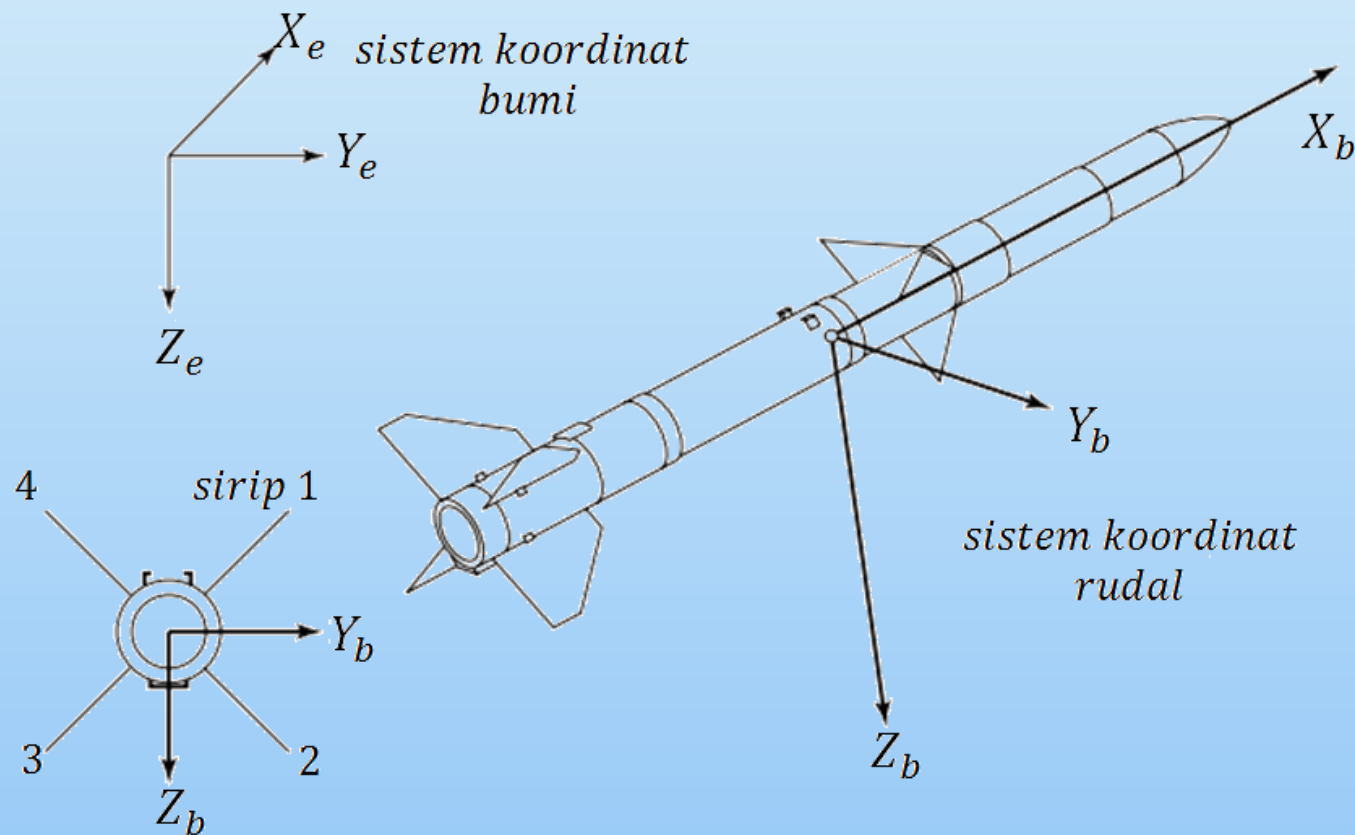
Tujuan

1. Mendapatkan persamaan gerak rotasi rudal yang linier melalui *non-linear state feedback*.
2. Merancang pengendali LQT sebagai pengendali sudut orientasi rudal serta membuat simulasi pergerakan rudal menuju sasaran dengan pengendali LQT yang telah dirancang.

Asumsi

- Rudal merupakan benda tegar.
- Efek aerodinamika pada sumbu *roll* dianggap simetri.
- Massa dari rudal tidak berubah terhadap waktu.
- Percepatan gravitasi dianggap konstan.
- Permukaan bumi diasumsikan datar.
- Rudal memiliki 6 derajat kebebasan.
- Semua informasi yang ada adalah deterministik.

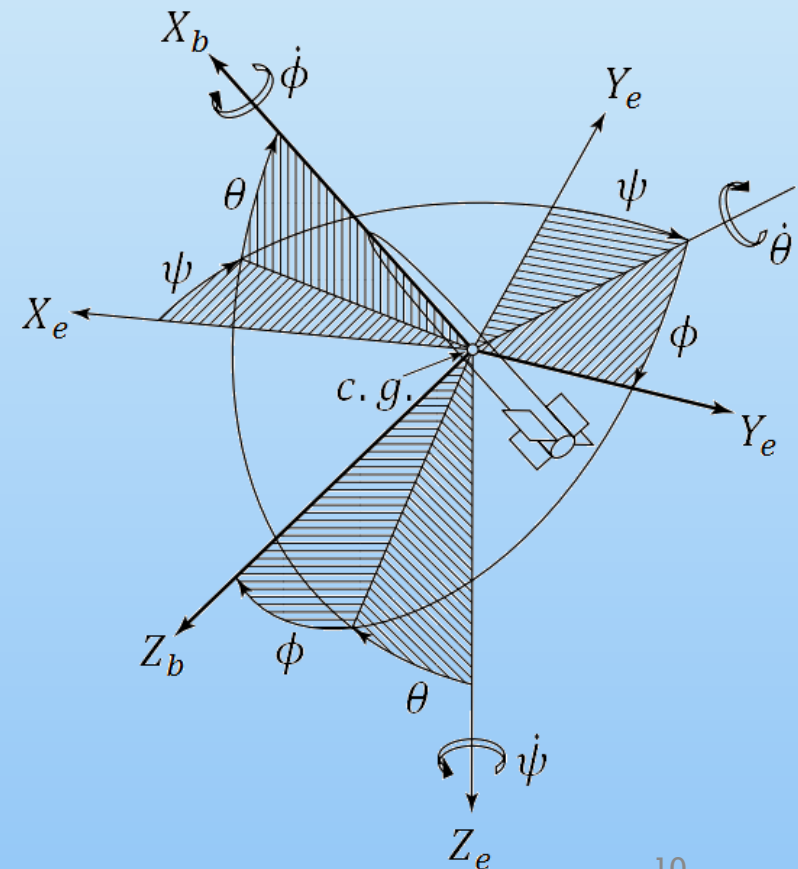
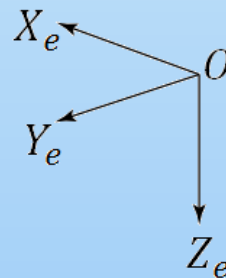
Sistem Koordinat (1)



Sistem Koordinat (2)

- Sudut Euler.
- Gerakan *roll* dinotasikan ϕ ,
gerakan *pitch* dinotasikan θ ,
gerakan *yaw* dinotasikan ψ .

Sistem Koordinat
Bumi (fixed)



Kinematika Rudal (1)

Terdapat 2 kinematika pada rudal, yaitu kinematika translasi rudal dan kinematika rotasi rudal.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta \, c\psi & s\phi \, s\theta \, c\psi - c\phi \, s\psi & c\phi \, s\theta \, c\psi + s\phi \, s\psi \\ c\theta \, s\psi & s\phi \, s\theta \, s\psi + c\phi \, c\psi & c\phi \, s\theta \, s\psi - s\phi \, c\psi \\ -s\theta & s\phi \, c\theta & c\phi \, c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

u, v, w = Kecepatan translasi rudal pada sumbu X_b, Y_b, Z_b

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ = Kecepatan translasi rudal pada sumbu X_e, Y_e, Z_e

Kinematika Rudal (2)

Kecepatan pada rudal terbagi menjadi 2, yaitu kecepatan translasi dan kecepatan rotasi.

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_b &= u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k} \\ \boldsymbol{\omega}_b &= p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} \end{aligned}$$

p = Kecepatan sudut *roll* rudal, berotasi pada sumbu X_b

q = Kecepatan sudut *pitch* rudal, berotasi pada sumbu Y_b

r = Kecepatan sudut *yaw* rudal, berotasi pada sumbu Z_b

Dinamika Rudal : Translasi

Persamaan percepatan translasi rudal dalam sistem koordinat rudal dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \frac{du}{dt} &= \frac{\text{Thrust} - mg \sin \theta + C_x QS}{m} + rv - qw \\
 \frac{dv}{dt} &= \frac{mg \sin \phi \cos \theta + C_y QS}{m} + pw - ru \\
 \frac{dw}{dt} &= \frac{mg \cos \phi \cos \theta + C_z QS}{m} + qu - pv
 \end{aligned}$$

Keterangan

- Gaya Pendorong
- Gaya Gravitasi
- Gaya Aerodinamika
- Hubungan *non-linear*

Dengan :

$$C_x = C_{x1}\alpha + C_{x2}M$$

$$C_y = C_{y1}\beta + C_{y2}M + C_{y3}\delta_r$$

$$C_z = C_{z1}\alpha + C_{z2}M + C_{z3}\delta_e$$

Dinamika Rudal : Rotasi

Persamaan percepatan sudut rudal dinyatakan dalam persamaan berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= \frac{QSdC_l + (I_y - I_z)qr}{I_x} \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{QSdC_m + (I_z - I_x)pr}{I_y} \\ \frac{dr}{dt} &= \frac{QSdC_n + (I_x - I_y)pq}{I_z}\end{aligned}$$

Keterangan

Momen Aerodinamika

Hubungan *non-linear*

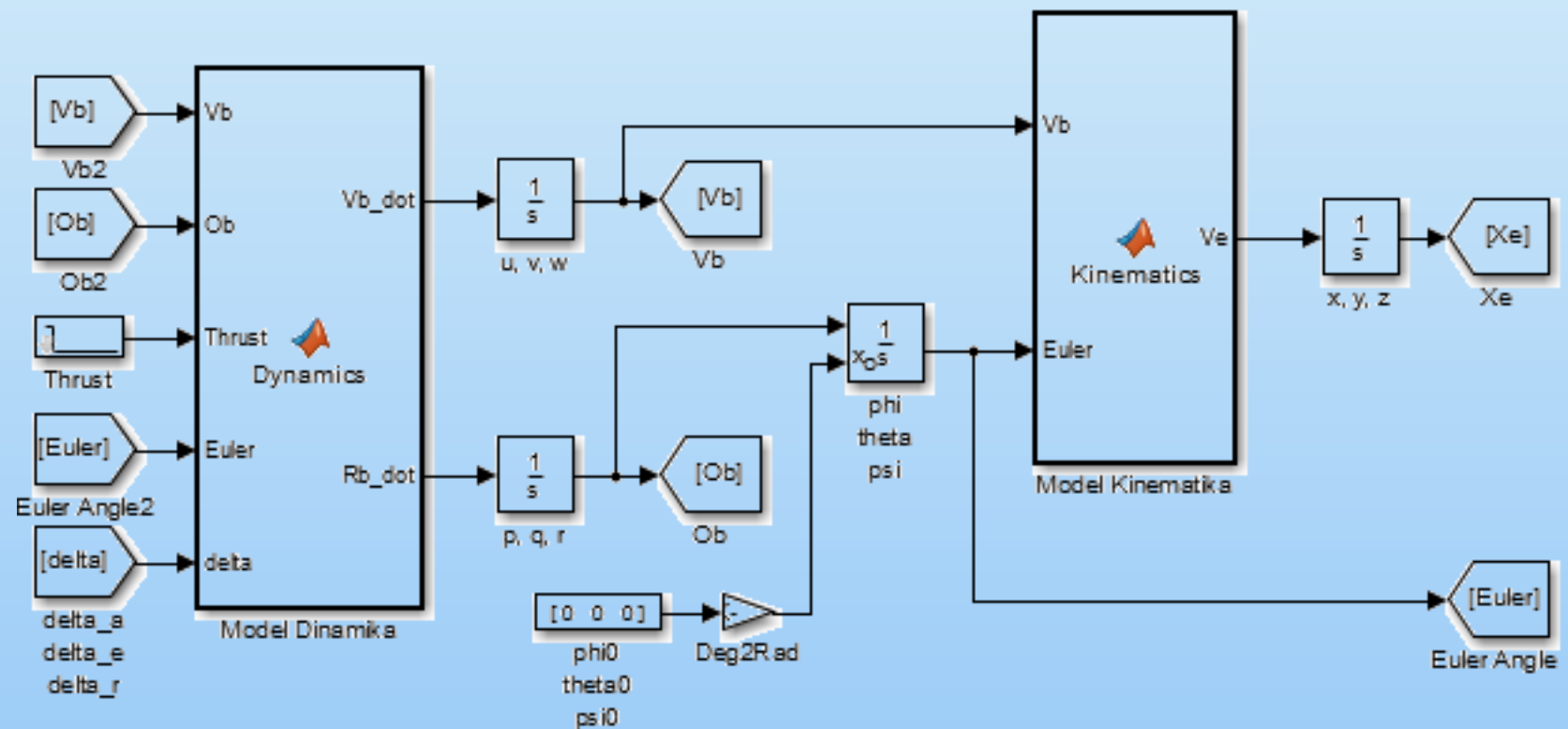
Dengan

$$C_l = C_{l1}\alpha + C_{l2}\beta + C_{l3}p + C_{l4}\delta_a$$

$$C_m = C_{m1}\alpha + C_{m2}q + C_{m3}\delta_e$$

$$C_n = C_{n1}\beta + C_{n2}r + C_{n3}\delta_r$$

Model Rudal



Non-linear State Feedback Decoupler (1)

Decoupling : menghilangkan hubungan yang saling berinteraksi antar persamaan pada rudal,

Linearisasi persamaan dinamika rotasi rudal.

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= \frac{QSd(C_{l1}\alpha + C_{l2}\beta + C_{l3}p + C_{l4}\delta_a) + (I_y - I_z)qr}{I_x} \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{QSd(C_{m1}\alpha + C_{m2}q + C_{m3}\delta_e) + (I_z - I_x)pr}{I_y} \\ \frac{dr}{dt} &= \frac{QSd(C_{n1}\beta + C_{n2}r + C_{n3}\delta_r) + (I_x - I_y)pq}{I_z}\end{aligned}$$

Non-linear State Feedback Decoupler (2)

$$\delta_a = \frac{1}{C_{l4}} \left(-C_{l1}\alpha - C_{l2}\beta - C_{l3}p - \frac{(I_y - I_z)qr}{Q S d} - \frac{\lambda_p I_x p}{Q S d} + \frac{\lambda_p I_x U_p}{Q S d} \right)$$

$$\delta_e = \frac{1}{C_{m3}} \left(-C_{m1}\alpha - C_{m2}q - \frac{(I_z - I_x)pr}{Q S d} - \frac{\lambda_q I_y q}{Q S d} + \frac{\lambda_q I_y U_q}{Q S d} \right)$$

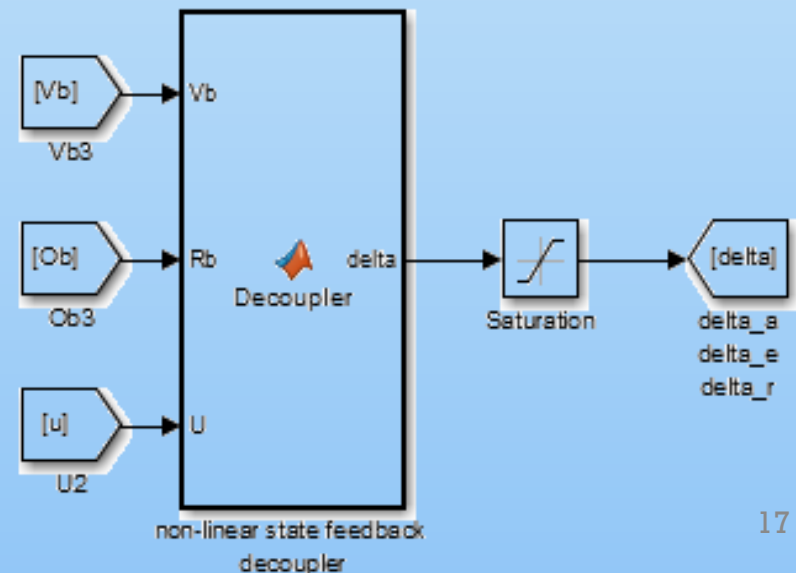
$$\delta_r = \frac{1}{C_{n3}} \left(-C_{n1}\beta - C_{n2}r - \frac{(I_x - I_y)pq}{Q S d} - \frac{\lambda_r I_z r}{Q S d} + \frac{\lambda_r I_z U_r}{Q S d} \right)$$

Dengan:

$$\lambda_p = \frac{1}{\tau_p} = 10$$

$$\lambda_q = \frac{1}{\tau_q} = 10$$

$$\lambda_r = \frac{1}{\tau_r} = 10$$



Linear Quadratic Tracking (1)

Tujuan yang ingin dicapai adalah mengendalikan sistem sedemikian rupa sehingga **keluaran** dari sistem **mengikuti keluaran yang diinginkan** sedekat mungkin dengan memperhatikan indeks performansi yang diinginkan.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

Indeks performansi untuk kasus waktu akhir tidak terbatas adalah:

$$\lim_{t_f \rightarrow \infty} J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{e}'(t)\mathbf{Q}\mathbf{e}(t) + \mathbf{u}'(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)] dt$$

Linear Quadratic Tracking (2)

Dengan menggunakan *non-linear state feedback decoupler*, maka model sistem rudal menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= -\lambda_p p + \lambda_p U_p \\ \frac{dq}{dt} &= -\lambda_q q + \lambda_q U_q \\ \frac{dr}{dt} &= -\lambda_r r + \lambda_r U_r\end{aligned}$$

Linear Quadratic Tracking (3)

Langkah 1: Matriks A , B , dan C

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \\ \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \lambda_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_p \\ U_q \\ U_r \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ \theta \\ q \\ \psi \\ r \end{bmatrix}$

\downarrow C

\swarrow A \searrow B

Linear Quadratic Tracking (4)

Langkah 2: Matriks Q dan R

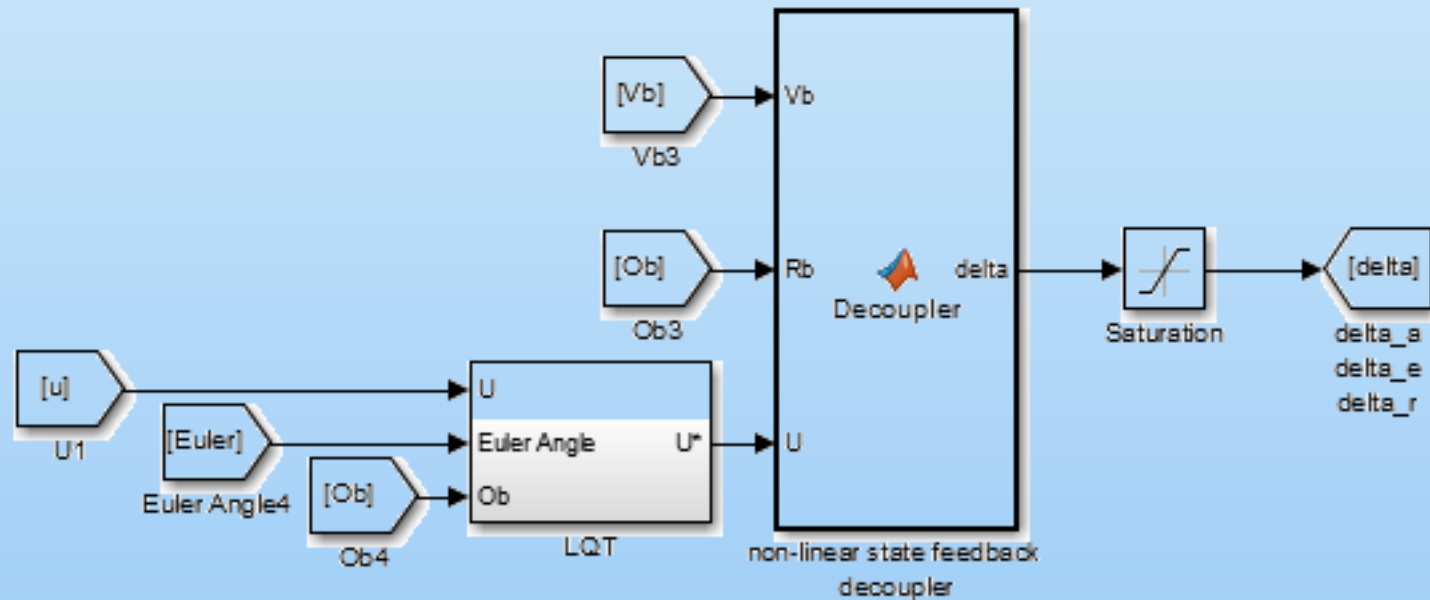
$$Q = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

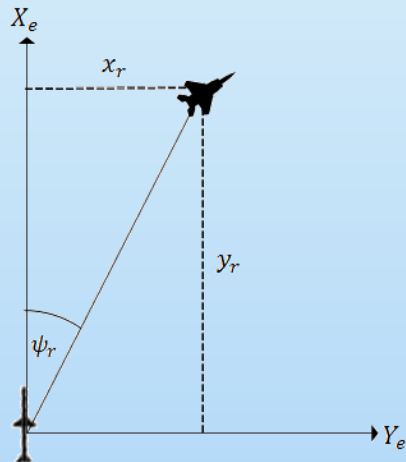
Langkah 3: *Gain Kalman* K

$$K = \begin{bmatrix} 100 & 4.4949 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 4.4949 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 4.4949 \end{bmatrix}$$

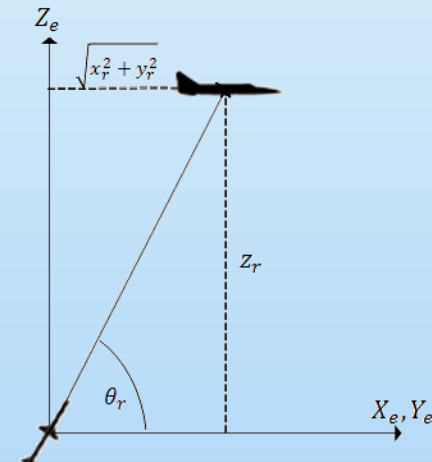
Autopilot Rudal



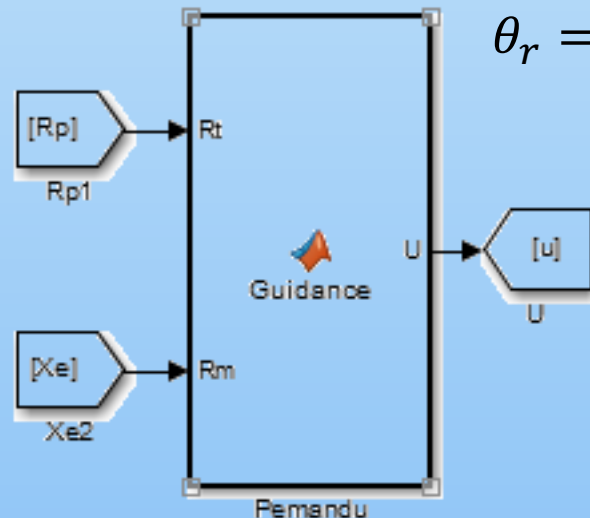
Pemandu Pengejar



$$\psi_r = \tan^{-1} \left(\frac{y_r}{x_r} \right)$$

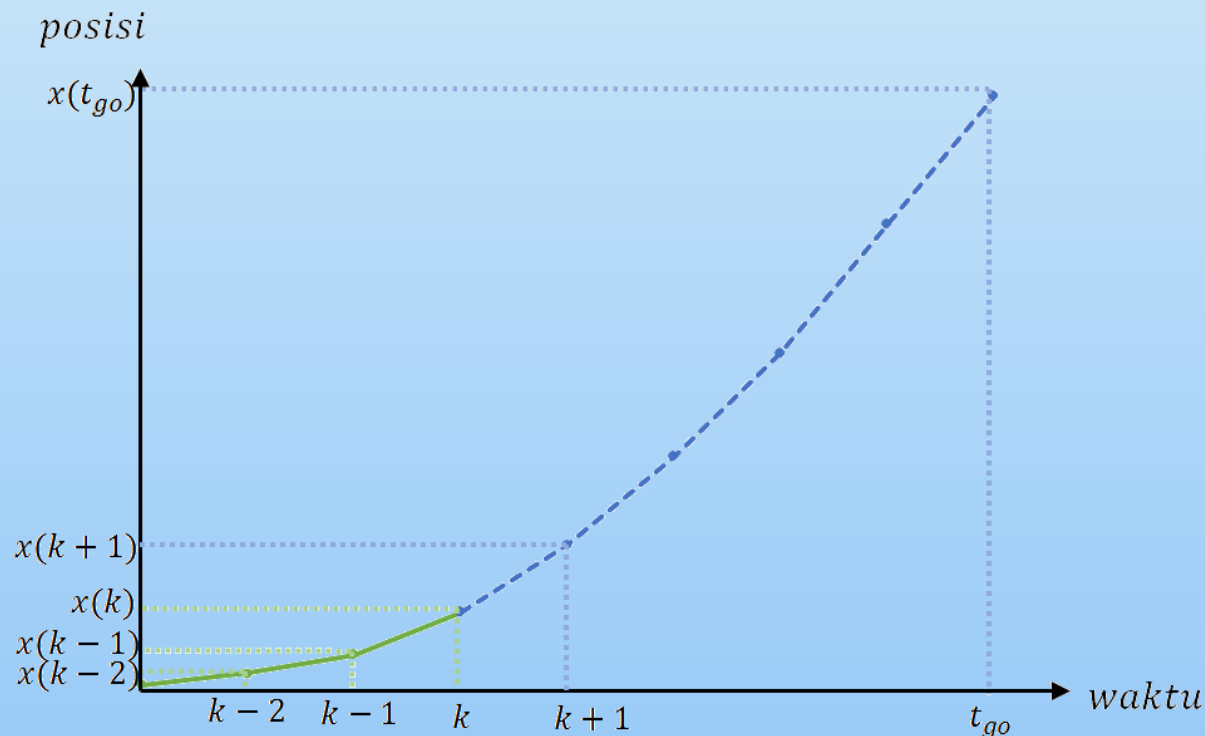


$$\theta_r = \tan^{-1} \left(\frac{z_r}{\sqrt{x_r^2 + y_r^2}} \right)$$

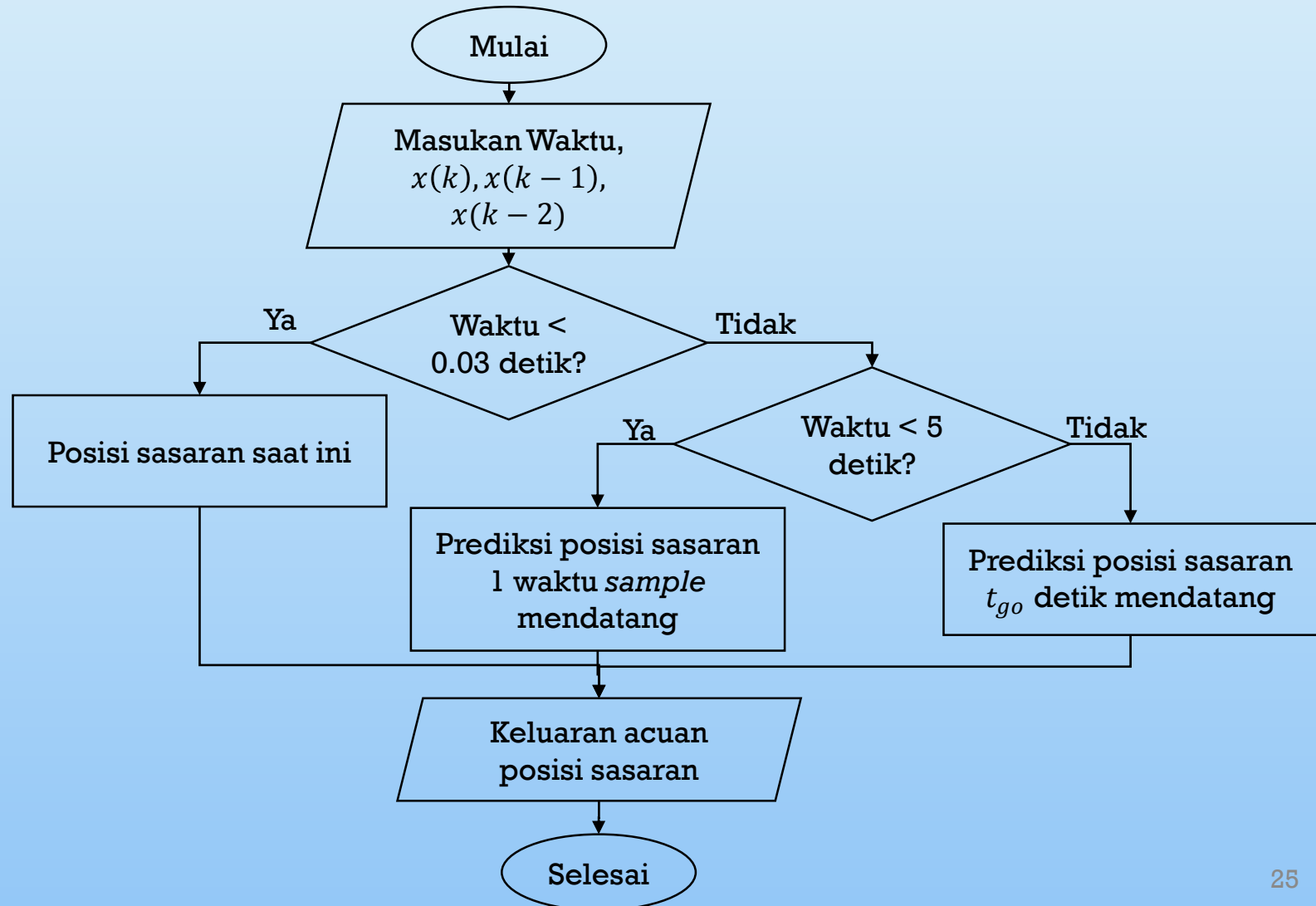


Prediksi Posisi Sasaran (1)

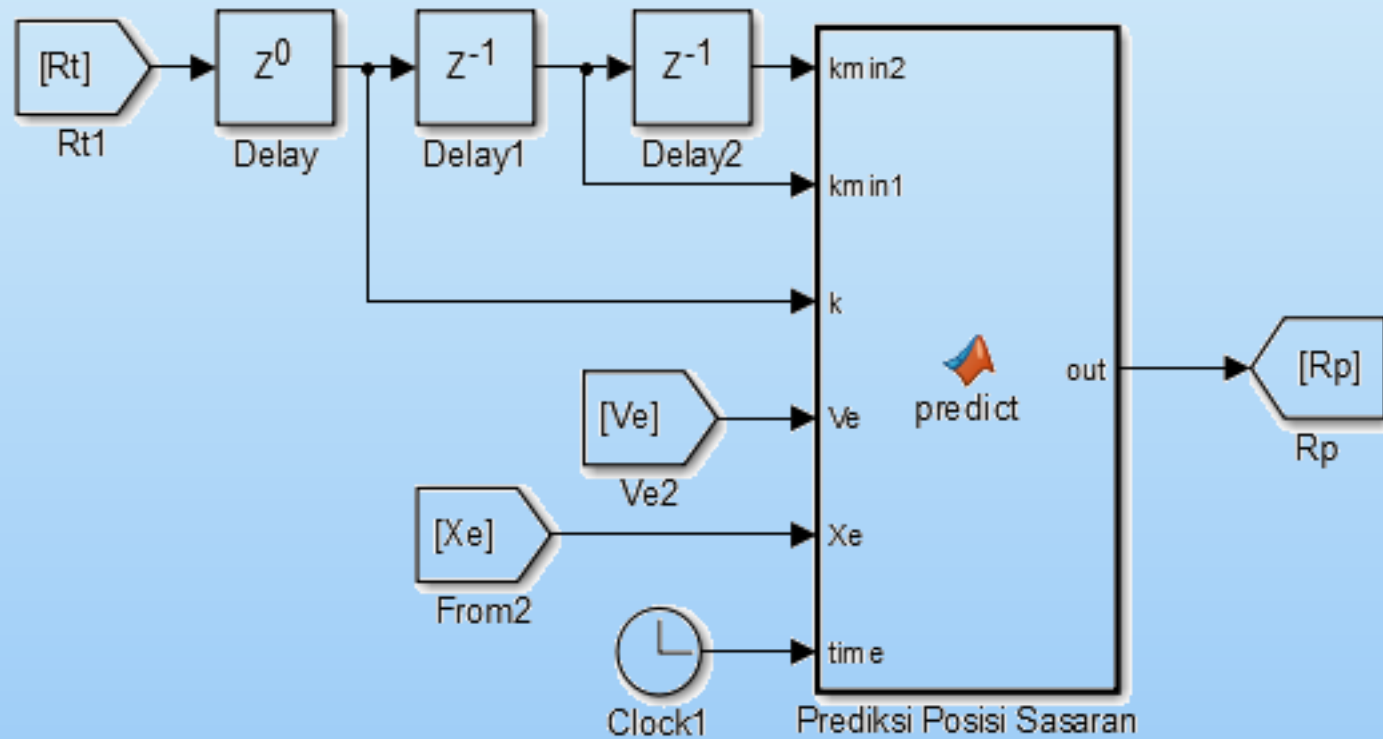
3 informasi sasaran terakhir.



Prediksi Posisi Sasaran (2)



Prediksi Posisi Sasaran (3)

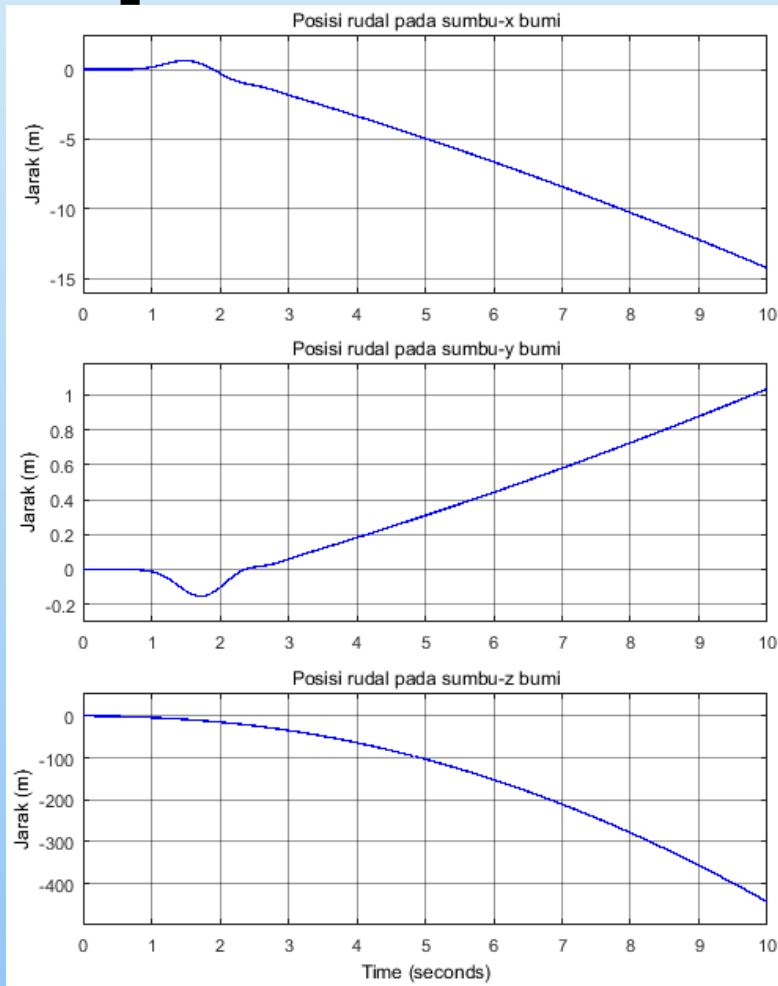


Gambaran Pengujian Sistem

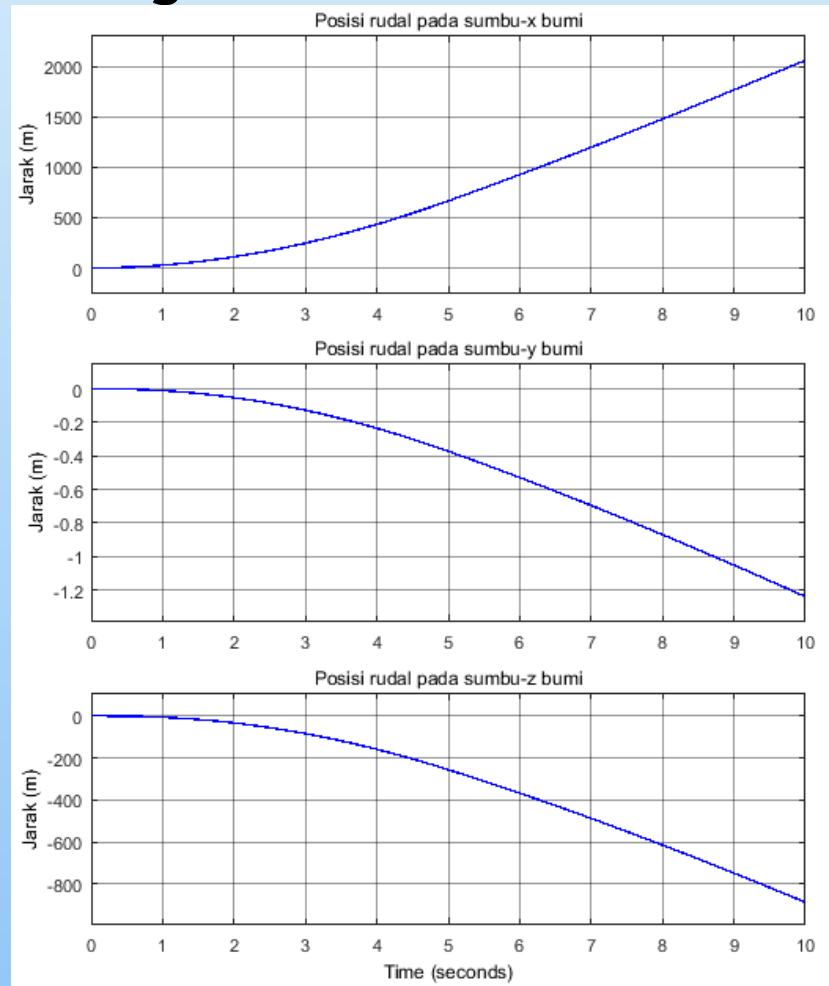
1. Pengujian model dinamika rudal
2. Pengujian *non-linear state feedback decoupler*
3. Pengujian pengendali LQT
4. Pengujian pemandu rudal
5. Pengujian pergerakan sasaran dan prediksi posisi sasaran

Pengujian Model Dinamika Rudal

Tanpa *Thrust*

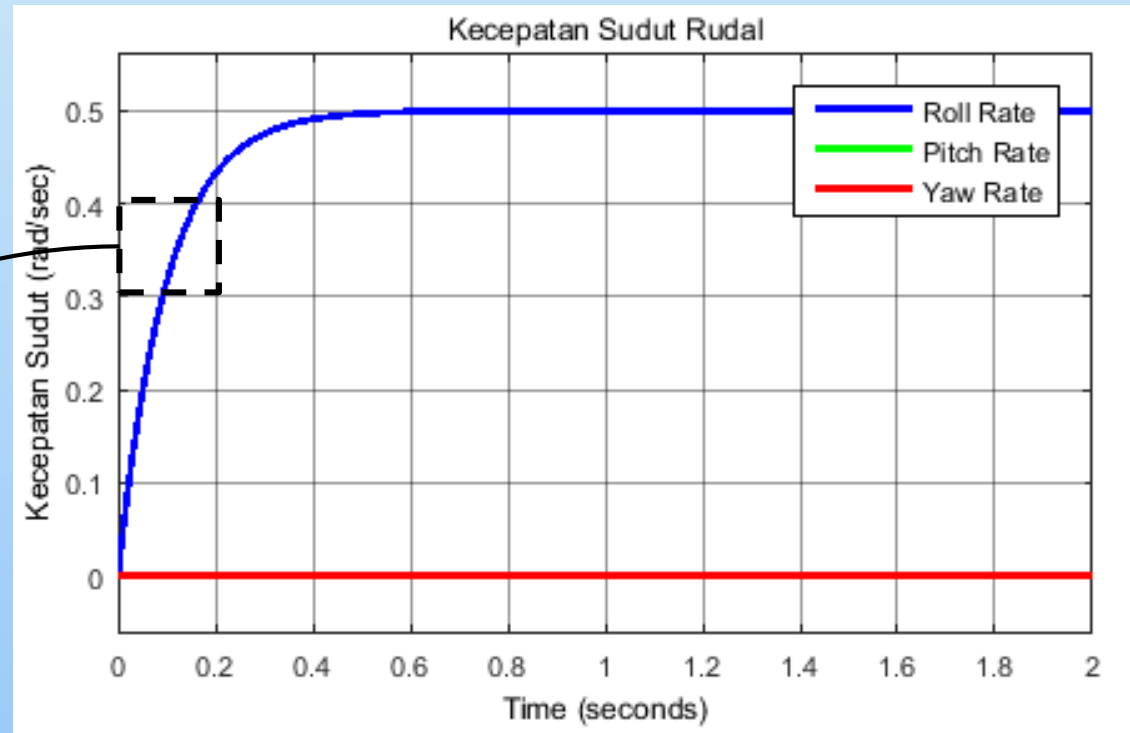


Dengan *Thrust*



Pengujian *non-linear state feedback decoupler* (1)

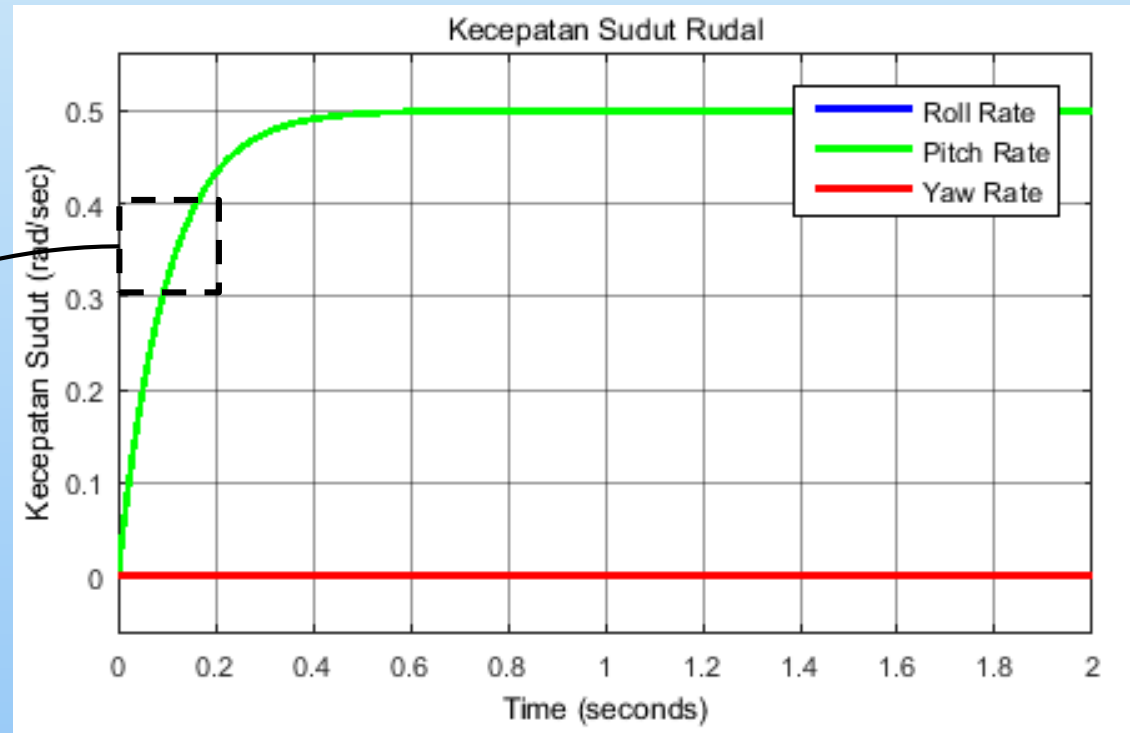
Kecepatan sudut *roll*



Time constant:
0.1

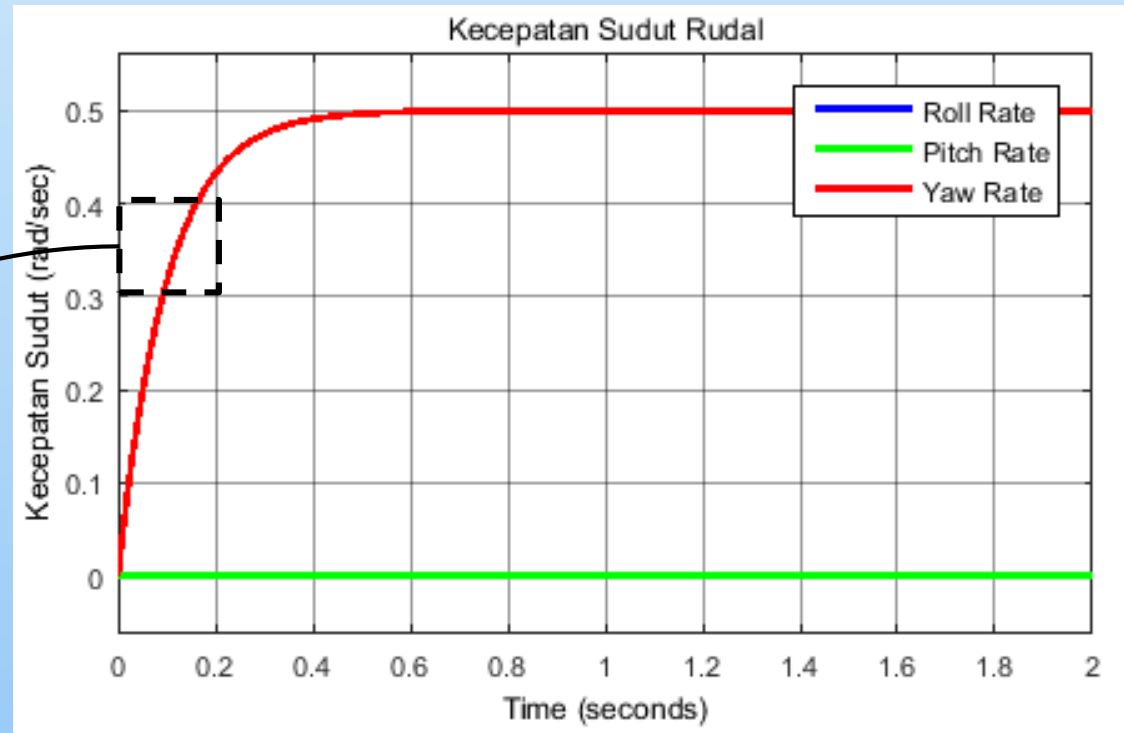
Pengujian *non-linear state feedback decoupler* (2)

Kecepatan sudut *pitch*



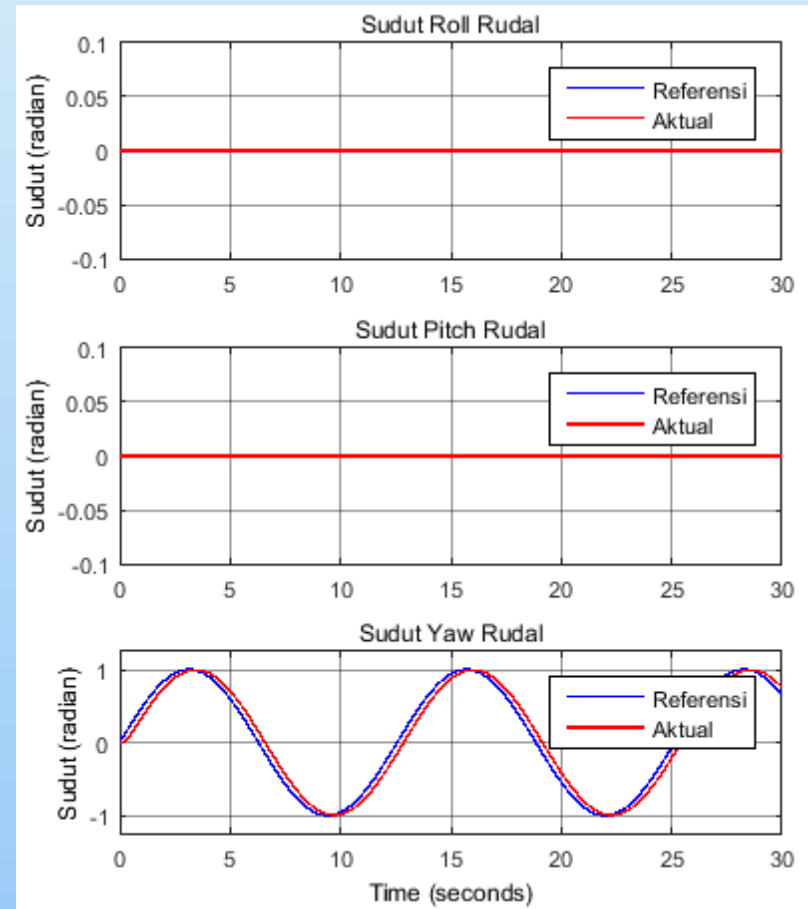
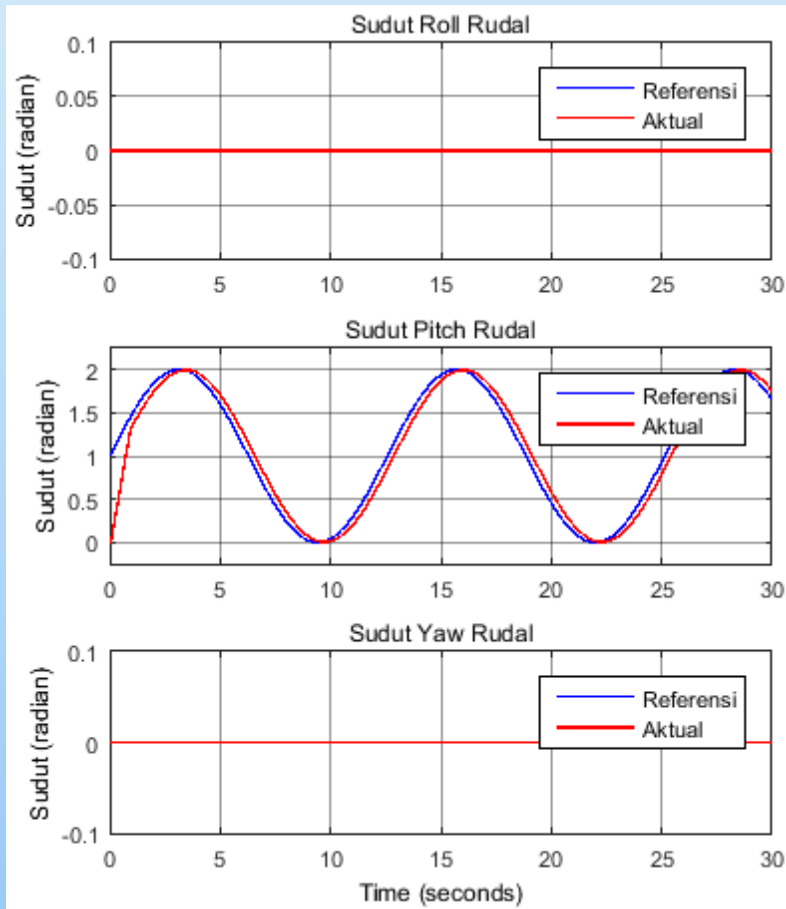
Pengujian *non-linear state feedback decoupler* (3)

Kecepatan sudut *yaw*



Time constant:
0.1

Pengujian Pengendali LQT



Pengujian Pemandu Rudal (1)

Posisi sasaran 1

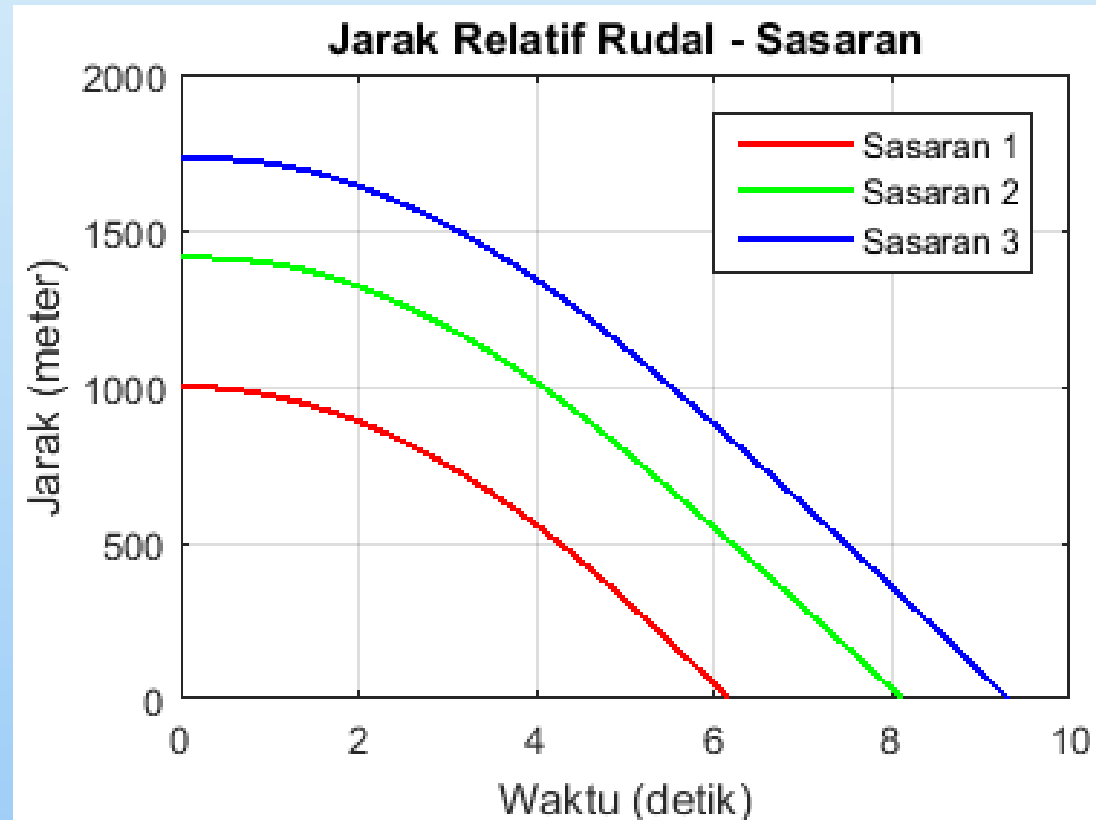
[1000 0 0]

Posisi sasaran 2

[1000 0 1000]

Posisi sasaran 3

[1000 1000 1000]

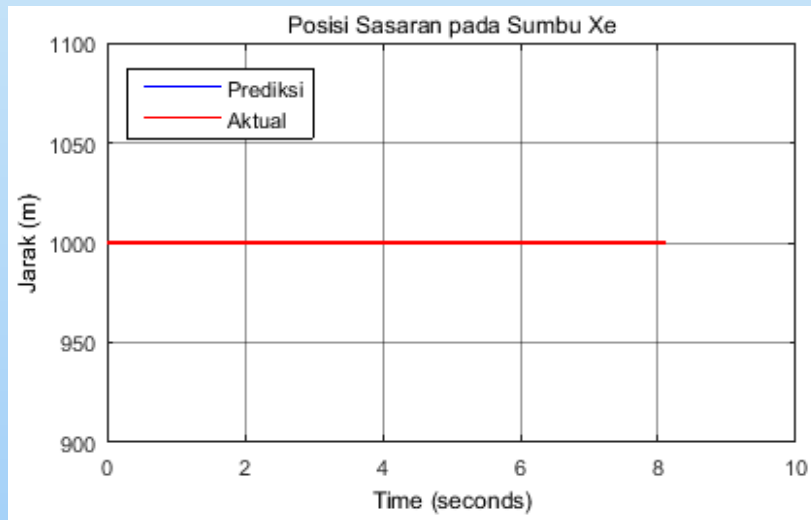


Pengujian Pemandu Rudal (2)

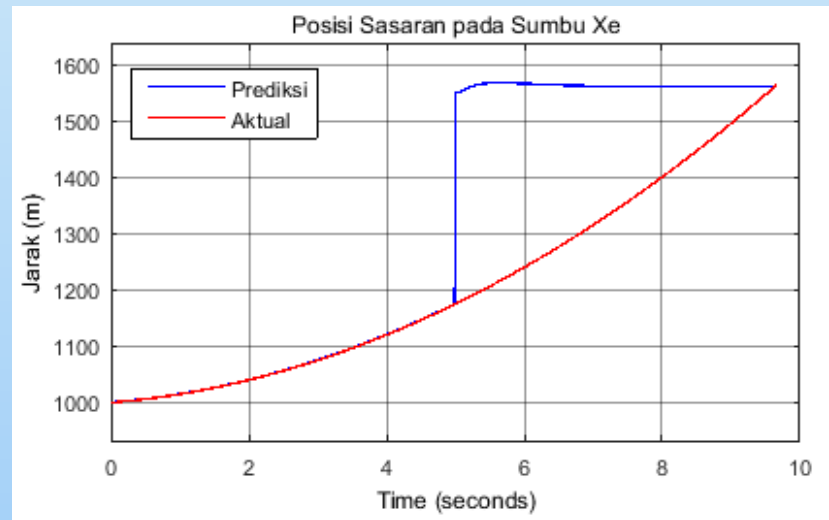
Posisi Sasaran [X_e Y_e Z_e]	Durasi Perjalanan (detik)	Jarak Terdekat (meter)
[1000 0 0]	6.28	0.0506
[1000 0 1000]	8.23	0.0440
[1000 1000 1000]	9.42	0.3770
Rata-rata	8.93	0.1971

Pengujian Prediksi Posisi Sasaran

Sasaran statis



Sasaran dinamis



Simulasi Sistem

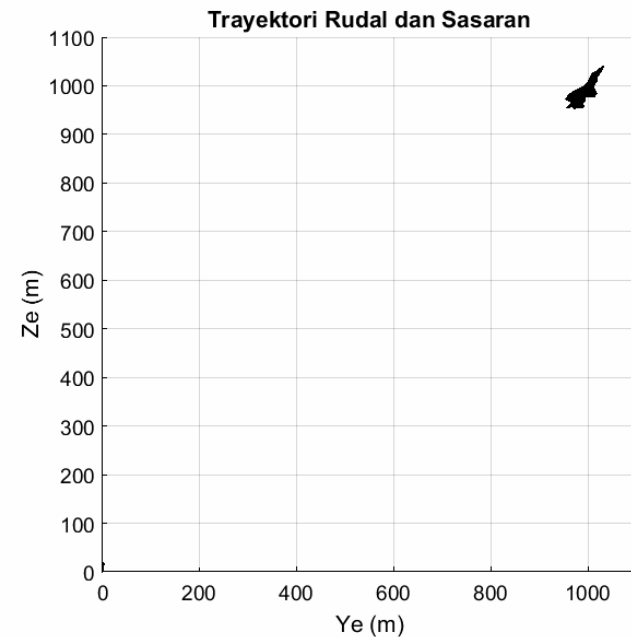
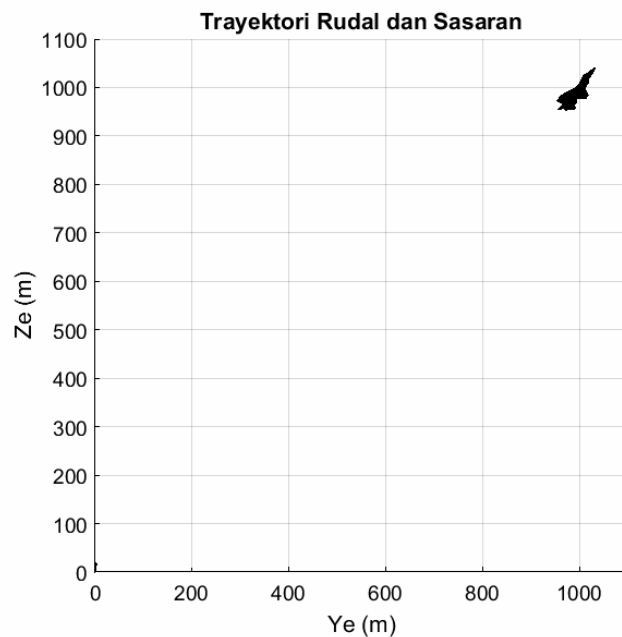
- Sasaran statis
 - Kasus 1 : Posisi sasaran pada sumbu X_e berbeda
 - Kasus 2 : Posisi sasaran pada sumbu Y_e berbeda
 - Kasus 3 : Posisi sasaran pada sumbu Z_e berbeda
- Sasaran dinamis
 - Kasus 1 : Sasaran dengan kecepatan
 - Kasus 2 : Sasaran dengan percepatan
 - Kasus 3 : Sasaran berputar

Sasaran Statis (4)

Skenario	Durasi Perjalanan (detik)	Jarak Terdekat (meter)
1	7.32	0.3718
2	10.35	0.6101
3	13.40	0.2594
4	7.33	0.6593
5	10.37	1.1940
6	13.41	0.0440
7	7.60	0.4383
8	11.50	0.0863
9	14.70	0.3627
Rata-rata	10.66	0.4473

Sasaran Dinamis (1)

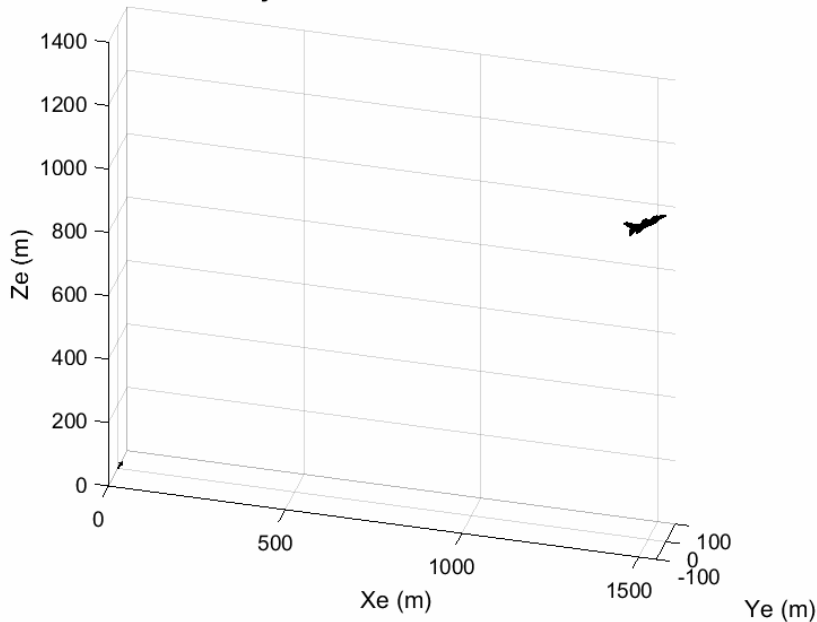
Skenario	Posisi Awal (m)	Kecepatan Awal (m/s)	Percepatan Awal (m/s ²)
1	[1000 1000 1000]	[0 -50 0]	[0 0 0]
2	[1000 1000 1000]	[0 -100 0]	[0 0 0]



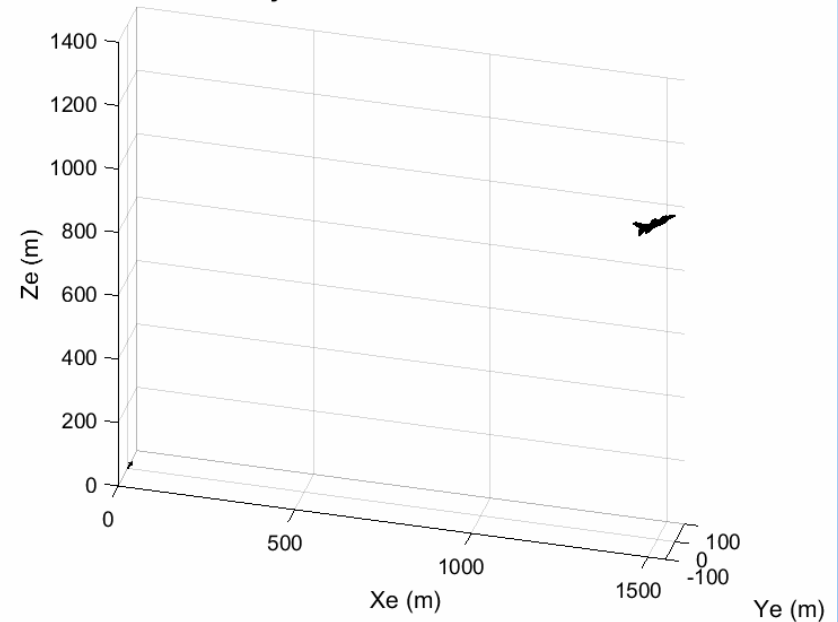
Sasaran Dinamis (2)

Skenario	Posisi Awal (m)	Kecepatan Awal (m/s)	Percepatan Awal (m/s ²)
3	[1500 0000 1000]	[-50 0 40]	[0 0 0]
4	[1500 0000 1000]	[-50 0 40]	[-5 0 0]

Trayektori Rudal dan Sasaran

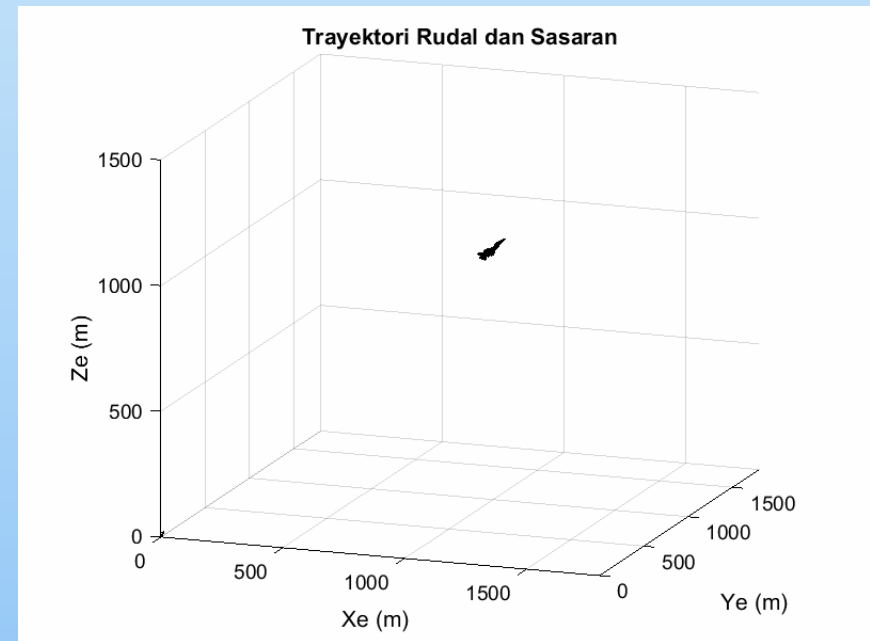
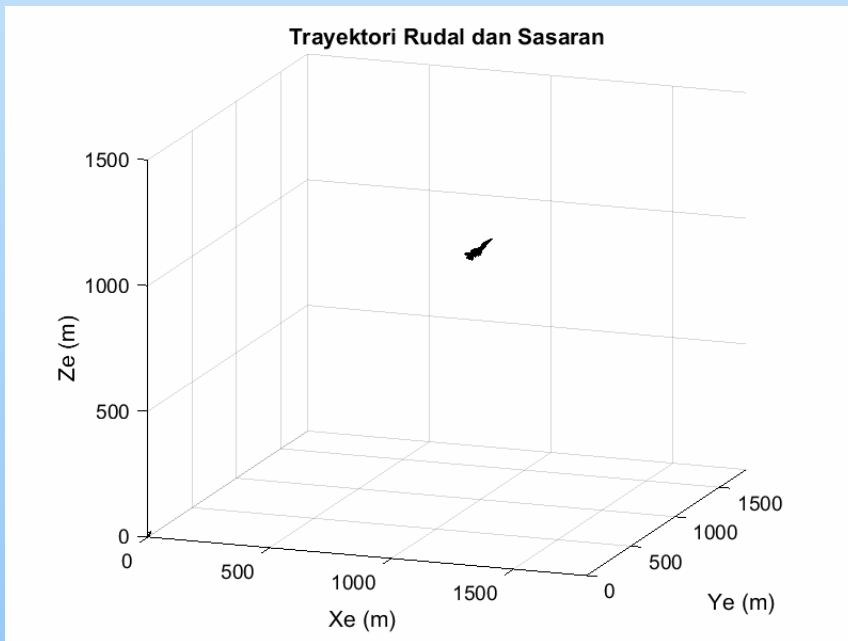


Trayektori Rudal dan Sasaran



Sasaran Dinamis (3)

Skenario	Posisi Awal (m)	Kecepatan Awal (m/s)	Percepatan Awal (m/s ²)
5	[1000 1000 1000]	[-50 -50 30]	[0 0 0]
6	[1000 1000 1000]	[-50 -50 30]	[8 8 0]



Sasaran Dinamis (4)

Skenario	Durasi (detik)	Jarak Terdekat (meter)
1	8.81	1.4060
2	8.85	0.6871
3	9.46	2.1270
4	8.89	4.3470
5	8.81	2.7220
6	13.47	4.0820
Rata-rata	9.715	2.5619

Kesimpulan

1. Persamaan dinamika rotasi rudal yang *non-linear* dapat dilinearisasi dan *decoupled* dengan menggunakan *Nonlinear State Feedback decoupler*. Hal ini dapat dilihat dari pengujian decoupler sebelumnya.
2. Pengendali LQT yang telah dirancang bekerja dengan baik. Hal ini dapat dilihat pada pengujian LQT sebelumnya.
3. Pada sasaran statis, simulasi rudal bekerja dengan baik. Hal ini dapat dilihat pada rata-rata jarak terdekat antara rudal – sasaran sebesar 0.45 meter.
4. Pada sasaran dinamis, simulasi rudal bekerja dengan baik. Hal ini dapat dilihat pada rata-rata jarak terdekat antara rudal – sasaran sebesar 2.56 meter.

Terima Kasih