

DESAIN KONTROLER PROPORSIONAL DITAMBAH INTEGRAL (PI)

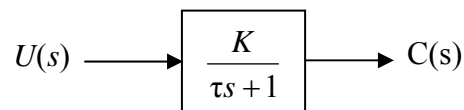
Dosen : Eka Iskandar, ST, MT

PENGANTAR

Kontroler proporsional ditambah integral (PI) merupakan kontroler yang aksi kontrolernya mempunyai sifat proporsional dan integral terhadap sinyal kesalahan. Pada bagian ini kita akan membahas mengenai prosedur perancangan kontroler proporsional ditambah integral untuk diterapkan pada plant orde pertama. Dengan menentukan nilai penguatan proporsional K_p dan waktu integral τ_i yang tepat diharapkan respon plant orde pertama sesuai dengan spesifikasi performansi dalam domain waktu yang diinginkan.

DESAIN KONTROLER PI

Suatu plant orde pertama dapat direpresentasikan dalam bentuk diagram blok seperti berikut ini :

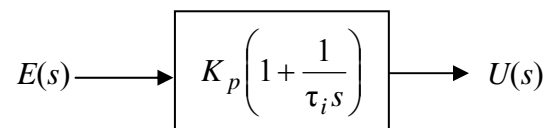


dimana

K : Gain overall

τ : konstanta waktu

Sedangkan diagram blok dari kontroler proporsional ditambah integral adalah sebagai berikut :

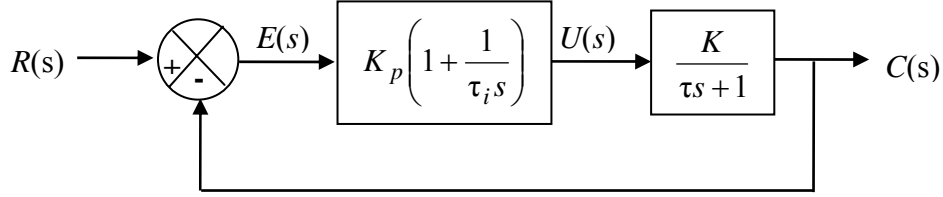


dimana

K_p : penguatan proporsional.

τ_i : waktu integral

Jika kontroler proporsional ditambah integral diterapkan pada plant orde pertama dalam suatu sistem pengaturan maka diagram bloknya adalah sebagai berikut :



Sistem pengaturan di atas memiliki fungsi alih loop tertutup :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(\frac{\tau_i s + 1}{\tau_i s} \right) \left(\frac{K}{\tau s + 1} \right)}{1 + K_p \left(\frac{\tau_i s + 1}{\tau_i s} \right) \left(\frac{K}{\tau s + 1} \right)} \quad (1)$$

a. Jika dipilih $\tau_i = \tau$ maka :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p \cdot K / \tau_i s}{1 + K_p \cdot K / \tau_i s} = \frac{1}{\frac{\tau_i s}{KK_p} + 1} \quad (2)$$

Tampak bahwa suatu plant orde pertama dengan kontroler proporsional ditambah integral menghasilkan sistem orde pertama (model yang diinginkan) dengan fungsi alih sebagai berikut :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K^*}{\tau^* s + 1} \quad (3)$$

Dimana τ^* dan K^* masing-masing adalah konstanta waktu dan gain overall dari sistem hasil (model yang diinginkan)

Dengan membandingkan persamaan (2) dan persamaan (3), diperoleh :

$$\tau^* = \frac{\tau_i}{K \cdot K_p} \quad (4)$$

dan

$$K^* = 1 \quad (5)$$

Untuk masukan unit step, $r(t) = u(t) \rightarrow R(s) = 1/s$ maka besarnya error steady state dari sistem hasil adalah :

$$e_{ss} = R_{ss} - C_{ss} \quad (6)$$

dimana C_{ss} adalah keluaran sistem hasil pada keadaan tunak dan R_{ss} adalah masukan sistem hasil pada keadaan tunak yang besarnya adalah

$$C_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{1}{s(\tau^* s + 1)} \right) = 1 \quad (7)$$

dan

$$R_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sR(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{1}{s} \right) = 1 \quad (8)$$

sehingga

$$e_{ss} = 1 - 1 = 0 \quad (9)$$

b. Jika dipilih $\tau_i \neq \tau$ maka

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\tau_i s + 1}{\frac{\tau_i \cdot \tau}{K \cdot K_p} s^2 + \frac{\tau_i (1 + K \cdot K_p)}{K \cdot K_p} s + 1} \quad (10)$$

Tampak bahwa suatu plant orde pertama dengan kontroler proporsional ditambah integral menghasilkan sistem orde kedua (model yang diinginkan) dengan fungsi alih sebagai berikut :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\tau_i s + 1}{\frac{1}{(\omega_n^*)^2} s^2 + \frac{2\zeta^*}{\omega_n^*} s + 1} \quad (11)$$

Dengan membandingkan persamaan (10) dan persamaan (11), diperoleh :

$$\omega_n^* = \left(\frac{K \cdot K_p}{\tau_i \cdot \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

dan

$$\zeta^* = \frac{(\tau_i)^{\frac{1}{2}}(1 + K.K_p)}{2(\tau.K.K_p)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

Untuk masukan unit step, $r(t) = u(t) \rightarrow R(s) = 1/s$ maka besarnya error steady state dari sistem hasil adalah :

$$e_{ss} = R_{ss} - C_{ss}$$

dimana C_{ss} adalah keluaran sistem hasil pada keadaan tunak dan R_{ss} adalah masukan sistem hasil pada keadaan tunak yang besarnya adalah

$$C_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sC(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\tau_i s + 1}{\frac{1}{(\omega_n^*)^2} s^2 + \frac{2\zeta^*}{\omega_n^*} s + 1} = 1$$

dan

$$R_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sR(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{1}{s} \right) = 1$$

sehingga

$$e_{ss} = 1 - 1 = 0$$

Langkah - Langkah Desain Kontroler PI :

1. Menentukan fungsi alih dari plant orde pertama

Bisa didapatkan melalui identifikasi pendekatan orde pertama atau penurunan model matematik dengan pengukuran parameter

2. Menentukan spesifikasi performansi yang diinginkan

Spesifikasi performansi yang diinginkan dapat berupa :

- Spesifikasi respon orde pertama dengan konstanta waktu tertentu (τ^*)

- Spesifikasi respon orde kedua dengan frekuensi alami tak teredam tertentu (ω_n^*) atau rasio peredaman tertentu (ξ^*)

3. Menentukan K_p dan τ_i

a. Jika spesifikasi performansi yang diinginkan berupa respon orde pertama dengan τ^* tertentu

$$\tau_i = \tau$$

berdasarkan persamaan (4)

$$\tau^* = \frac{\tau_i}{K.K_p} \Leftrightarrow K_p = \frac{\tau_i}{K.\tau^*}$$

b. Jika spesifikasi performansi yang diinginkan berupa respon orde kedua dengan ξ^* atau ω_n^* tertentu

berdasarkan persamaan (12) dan (13) didapatkan

$$K_p = \frac{1}{K} (2\xi^* \omega_n^* \tau - 1)$$

$$\tau_i = \frac{K_p.K}{(\omega_n^*)^2 \tau}$$

Contoh 1:

Suatu sistem terdiri dari plant motor DC dengan penguatan medan konstan dan tachogenerator. Harga parameter-parameter motor DC diketahui sebagai berikut :

Parameter	Simbol	Nilai
Inersia motor	J	1 N.m.s ² /rad
Konstanta torsi motor	K _{TM}	5 N.m/A
Konstanta gaya gerak listrik balik	K _g	0
Induktansi kumparan jangkar	La	1 mH
Resistansi kumparan jangkar	Ra	1 ohm
Konstanta peredam viskos	B	20 kg/m/s

Sedangkan fungsi alih tachogenerator diketahui :

$$H(s) = 0,1 \text{ volt / rpm}$$

Rencanakanlah kontroler Proporsional ditambah Integral untuk pengaturan kecepatan putar motor DC sedemikian hingga keluaran sistem hasil desain mempunyai waktu tunak t_s ($\pm 5\%$) sekitar $\frac{3}{40}$ detik, $E_{ss} = 0$ (Zero offset) dan tidak memiliki *overshoot*.

Penyelesaian :

Pada pokok bahasan "Model matematika sistem elektromekanika" kita telah mendapatkan model matematika (fungsi alih) dari motor DC dengan penguatan medan konstan yaitu :

$$G(s) = \frac{K_{TM}}{(L_a \cdot s + R_a)(Js + B) + (K_{TM} \cdot K_g)}$$

Dengan memasukkan harga parameter motor DC didapatkan :

$$G(s) = \frac{5}{(10^{-3}s + 1)(s + 20)}$$

Tampak bahwa nilai L_a sangat kecil sekali sehingga dengan pendekatan bisa diabaikan.

Sehingga fungsi alih dari motor DC menjadi :

$$G(s) = \frac{5}{s + 20} = \frac{0,25}{0,05s + 1} \Rightarrow \tau = 0,05$$

Spesifikasi desain :

- $t_s (\pm 5\%)$ sekitar $\frac{3}{40}$ detik,
- $E_{ss} = 0$ (Zero offset) dan
- tidak memiliki *overshoot*.

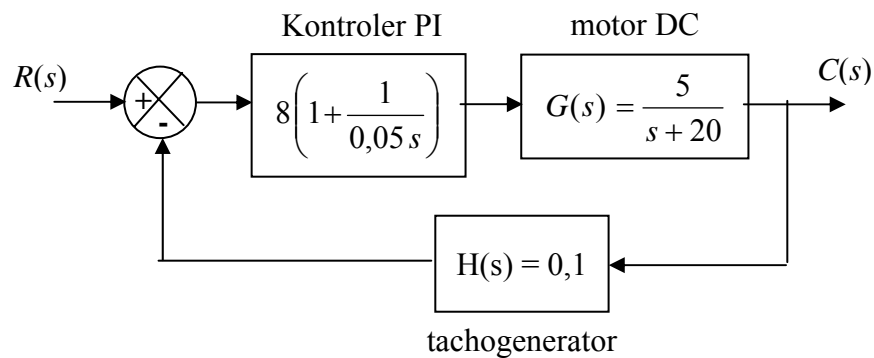
Sehingga dipilih kontroler proporsional ditambah integral dengan $\tau_i = \tau = 0,05$

$$t_s^* (\pm 5\%) \approx 3\tau^* \approx \frac{3}{40} \text{ det} \Leftrightarrow \tau^* \approx \frac{1}{40} \approx 0,025 \text{ det}$$

Besarnya penguatan proporsional K_p :

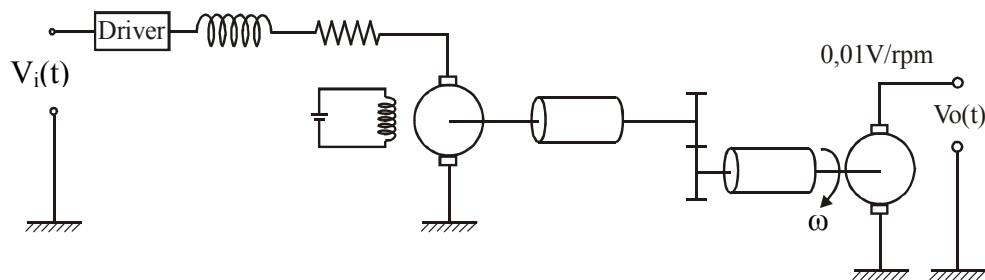
$$K_p = \frac{\tau_i}{\tau^* \cdot K} = \frac{0,05}{0,025(0,25)} = 8$$

Diagram blok sistem hasil desain :

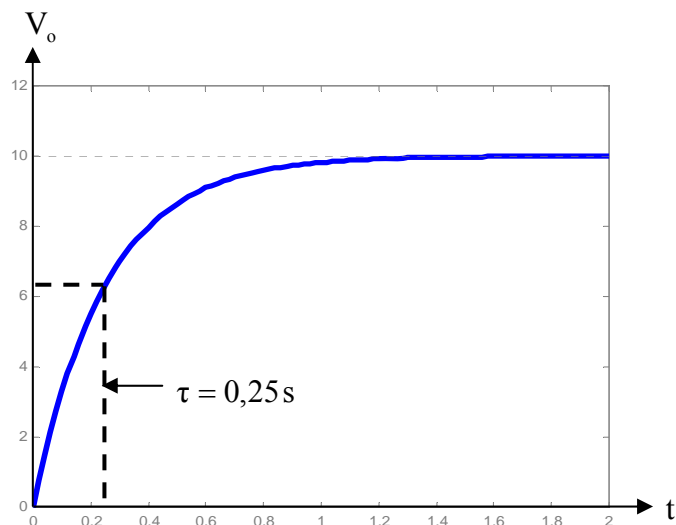


Contoh 2 :

Sebuah sistem terdiri dari plant motor DC berbeban dilengkapi dengan tachogenerator diuji dengan cara sebagai berikut :



Jika motor DC diberi sinyal masukan unit step $V_i(t) = 12 u(t)$ Volt, sistem memberikan respon (keluaran tachogenerator) menyerupai orde pertama sebagai berikut :



Rencanakanlah kontroler proporsional ditambah integral untuk sistem di atas sedemikian rupa sehingga :

- Keluaran sistem hasil mempunyai $t_s (\pm 5\%)$ sekitar 3 detik, $E_{ss} = 0$ (Zero offset) dan tidak memiliki *overshoot*.
- Keluaran sistem hasil mempunyai overshoot maksimum sekitar 5% dan *setling time* $t_s (\pm 5\%)$ sekitar 0,1 detik, serta zero offset.

Penyelesaian :

Pada contoh soal pokok bahasan "Karakteristik sitem orde pertama" kita telah mendapatkan model matematika dari plant motor DC melalui pendekatan respon dalam bentuk fungsi

alih yaitu :
$$\frac{\omega(s)}{Vi(s)} = \frac{100\pi/36}{0,25s+1}$$

a. Spesifikasi desain :

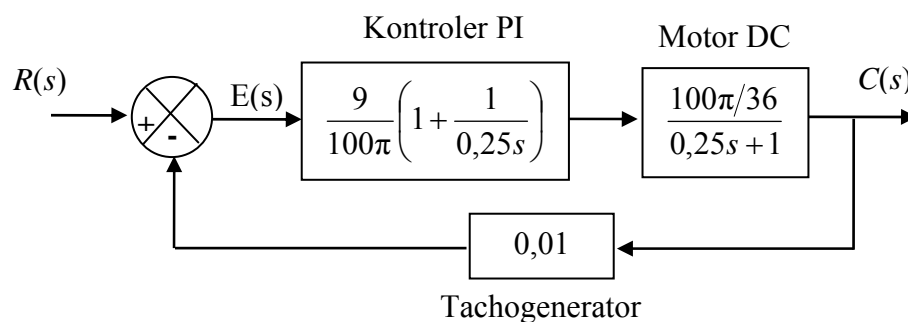
- $t_s^* (\pm 5\%) = 2$ det
- Zero off set
- Tanpa overshoot (respon orde pertama)

Sehingga dipilih kontroler proporsional ditambah integral dengan $\tau_i = \tau = 0,25$

$$t_s^* (\pm 5\%) \approx 3\tau^* \approx 3 \text{ det} \Leftrightarrow \tau^* \approx 1 \text{ det}$$

$$K_p = \frac{\tau_i}{\tau^* \cdot K} = \frac{0.25}{(100\pi/36)} = \frac{9}{100\pi}$$

Diagram blok sistem hasil desain :



b. Spesifikasi desain :

- $t_s^* (\pm 5\%) = 0,1 \text{ det}$
- Zero off set
- Overshoot maksimum sekitar 5%

Sehingga dipilih kontroler proporsional ditambah integral dengan $\tau_i \neq \tau$

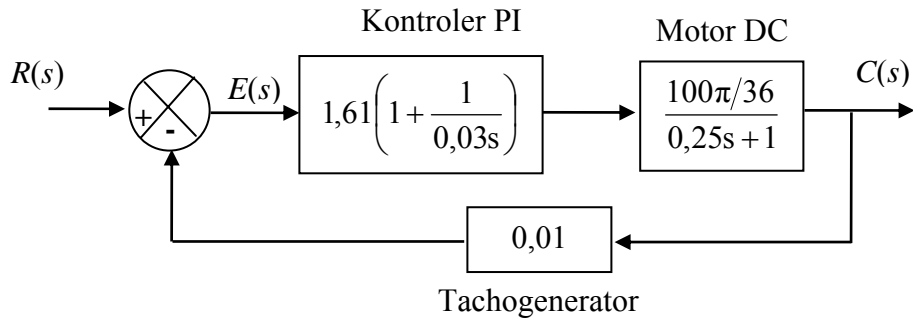
$$M_p^* = 0,05 = e^{-\left(\frac{\xi^*}{\sqrt{1-\xi^{*2}}}\right)\pi} \Leftrightarrow \ln(0,05) = -\frac{\pi\xi^*}{\sqrt{1-(\xi^*)^2}} \Leftrightarrow \xi = 0,7$$

$$t_s^* (\pm 5\%) = \frac{3}{\sigma^*} = \frac{3}{\zeta^* \omega_n^*} = 0,1 \text{ det} \Leftrightarrow \omega_n^* = \frac{3}{(0,1)(0,7)} = 43$$

$$K_p = \frac{1}{K} (2\zeta^* \omega_n^* \tau - 1) = \frac{1}{100\pi/36} (2 \times 0,7 \times 43 \times 0,25 - 1) = 1,61$$

$$\tau_i = \frac{K.K_p}{\tau.\omega_n^*} = \frac{(100\pi/36)(1,61)}{(0,25)(43)} = 0,03$$

Diagram blok sistem hasil desain :



RINGKASAN

1. Suatu plant orde pertama dengan kontroler proporsional ditambah integral jika dipilih $\tau_i = \tau$, maka sistem hasil desain merupakan sistem orde pertama dengan $\tau^* = \tau_i / (KK_p)$ dan zero offset (error steady state = 0) dimana $K_p = \tau_i / K \tau^*$.

2. Suatu plant orde pertama dengan kontroler proporsional ditambah integral jika τ_i dipilih sembarang ($\tau_i \neq \tau$), maka sistem hasil desain merupakan sistem orde kedua dan zero offset dimana :

$$K_p = \frac{1}{K} (2\zeta^* \omega_n^* \tau - 1) \quad \text{dan} \quad \tau_i = \frac{K_p \cdot K}{(\omega_n^*)^2 \tau}$$

LATIHAN

Suatu plant orde pertama mempunyai fungsi alih :

$$G(s) = \frac{10}{s + 8}$$

Rencanakanlah kontroler proporsional ditambah integral untuk plant orde pertama ini sedemikian rupa sehingga :

- Keluaran sistem hasil mempunyai $t_s (\pm 2\%)$ sekitar 2 detik, $E_{ss} = 0$ (Zero offset) dan tidak memiliki *overshoot*.
- Keluaran sistem hasil mempunyai overshoot maksimum sekitar 5% dan *settling time* $t_s (\pm 2\%)$ sekitar 0,1 detik, serta zero offset.