Cheatsheet di Analisi Matematica

Federico Matteoni

Limiti Notevoli — Sostituire x con $f(x)$ per ottenere lo stesso risultato

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}=1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\tan(x)}{x}=0 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\alpha^x-1}{x}=\ln(\alpha) \qquad \lim_{x\to\infty}(1+\frac{\alpha}{x})^{nx}=e^{n\alpha}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}=\frac{1}{2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1 \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha \qquad \lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{x}=e$$

Derivate e integrali di funzioni elementari

Funzione	**Derivata**	**Integrale**
x	$\frac{d}{dx}x=1$	$\int x\,dx=\frac{x^2}{2}+c$
x^n	$\frac{d}{dx}x^n=n\,x^{n-1}$	$\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$
$\sin(x)$	$\frac{d}{dx}\sin(x)=\cos(x)$	$\int \sin(x)\,dx=-\cos(x)+c$
$\cos(x)$	$\frac{d}{dx}\cos(x)=-\sin(x)$	$\int \cos(x)\,dx=\sin(x)+c$
$\frac{1}{x}$	$\frac{d}{dx}\frac{1}{x}=-\frac{1}{x^2}$	$\int \frac{1}{x}\,dx=\ln(x)+c$
$\ln(x)$	$\frac{d}{dx}\ln(x)=\frac{1}{x}$	$\int \ln(x)\,dx=x(\ln(x)-1)+c$ *(per parti)*

$$\frac{d}{dx}\tan(x)=\frac{1}{\cos^2(x)} \qquad \frac{d}{dx}\arctan(x)=\frac{1}{1+x^2} \qquad \frac{d}{dx}\arcsin(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \frac{d}{dx}\arccos(x)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Derivate – Regole di derivazione

$$\frac{d}{dx}f(g(x))=f'(g(x))\cdot g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}f(x)\cdot g(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Integrali – Regole di integrazione

$$\int f(g(x))\cdot g'(x)\,dx=F(g(x))+c$$

Integrale per parti
$$\int f(x)\cdot g(x)\,dx=F(x)g(x)-\int F(x)\cdot g'(x)\,dx$$

Differenziali – Soluzioni generali

$y'=a(x)\cdot y+b(x)$
$\Rightarrow y=e^{A(x)}\cdot\int e^{-A(x)}\cdot b(x)\,dx+c$
con $A(x)=\int a(x)\,dx$

$y'=a(x)\cdot f(y)$ *Variabili separabili*
$\Rightarrow \int\frac{1}{f(y(x))}\,dx=\int a(x)\,dx$

$y''+ay'+by=0$ *Di secondo grado*
$\lambda^2+a\lambda+b=0\to\lambda_1,\lambda_2$

$\lambda_1\neq\lambda_2\in R$
$\Rightarrow y(x)=c_1e^{\lambda_1x}+c_2e^{\lambda_2x}$

$\lambda_1=\lambda_2\in R$
$\Rightarrow y(x)=c_1e^{\lambda_1x}+xc_2e^{\lambda_1x}$

$\lambda_1=\alpha+i\beta,\lambda_2=\alpha-i\beta$
$\Rightarrow y(x)=e^{\alpha x}(c_1\cos(\beta x)+c_2\sin(\beta x))$