Analisi Matematica

Federico Matteoni

Indice

1 Introduzione

Appunti del corso di **Analisi Matematica** presi a lezione da **Federico Matteoni**.

Prof.: Leone Slavich `leone.slavich@unipi.it`
Riferimenti web:

- `people.dm.unipi.it/slavich/analisi-19-20.html`

Esame: Libri e materiale didattico:

- Analisi Matematica ABC – Acerchi, Buttazzo

Ricevimento: Mar 15-18 *previa mail*

2 Insiemi Numerici

$\mathbb{N}$ **numeri naturali**, cioè gli interi positivi compreso lo 0
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z}$ **numeri interi** sia positivi che negativi
$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Q}$ **numeri razionali**, le frazioni
$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$
L'**espressione** di un numero razione **come rapporto** di interi **non è unica**
Ad es: $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, $\frac{0}{1} = \frac{0}{n} \forall n \neq 0$

$\mathbb{R}$ **numeri reali**
$\mathbb{R}$ contiene $\mathbb{Q}$ **e molto altro**, ad esempio $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \pi, e$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

2.1 Teorema

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ $\sqrt{2} =$ *l'unico elemento reale positivo x tale che $x^2 = 2$*
Dimostriamo che $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ **per assurdo**, cioè **negando la tesi e cercando di giungere ad una contraddizione**.

Supponiamo *per assurdo* che $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$,
pertanto $\exists p, q \in \mathbb{Z} : \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (^{1}) con $q \neq 0$ e supponiamo anche $p, q \in \mathbb{N}$ non nulli)
Posso supporre che p e q non siano entrambi pari.
Da (^{1}) $2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow p^2 = 2q^2 \Rightarrow p^2$ è un numero pari.
$\Rightarrow$ p è pari $\Rightarrow \exists m \in \mathbb{N}$: p = 2m $\Rightarrow p^2 = 4m^2$
Poiché $p^2 = 2q^2$ allora $4m^2 = 2q^2 \Rightarrow 2m^2 = q^2$
$\Rightarrow q^2$ è un numero pari $\Rightarrow q$ è pari.
$\Rightarrow$ **assurdo** perché avevamo supposto che p e q non fossero entrambi pari. $\square$

2.2 Intervallo di R

Def $I \subset \mathbb{R}$ si dice **intervallo** se $\forall x, y \in I, x < y$ dato $z \in \mathbb{R}, x < z < y \Rightarrow z \in I$