

# Introduzione all'Intelligenza Artificiale

Federico Matteoni

A.A. 2019/20



# Indice

<b>1</b>	<b>Agenti Intelligenti</b>	<b>5</b>
1.1	Intelligenza . . . . .	5
1.2	Agenti . . . . .	5
1.2.1	Caratteristiche . . . . .	6
1.2.2	Percezioni e Azioni . . . . .	6
1.2.3	Agente e ambiente . . . . .	6
1.2.4	Agenti Razionali . . . . .	7
1.2.5	Agenti Autonomi . . . . .	7
1.3	Ambienti . . . . .	8
1.3.1	PEAS . . . . .	8
1.3.2	Simulatore di Ambienti . . . . .	8
1.3.3	Proprietà dell'Ambiente-Problema . . . . .	9
1.4	Struttura di un Agente . . . . .	10
1.4.1	Strutture di Agenti Caratteristici . . . . .	10
1.4.2	Tipi di rappresentazione . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Problem Solving</b>	<b>15</b>
2.1	Agenti Risolutori di Problemi . . . . .	15
2.1.1	Processo di risoluzione . . . . .	15
2.2	Algoritmi di Ricerca . . . . .	16
2.2.1	Ricerca ad Albero . . . . .	16
2.2.2	Breadth-First . . . . .	17
2.2.3	Depth-First . . . . .	19
2.2.4	Depth-First ricorsiva . . . . .	19
2.2.5	Depth-Limited . . . . .	19
2.2.6	Iterative-Deepening . . . . .	20
2.3	Direzione della Ricerca . . . . .	20
2.4	Problematiche . . . . .	21
2.4.1	Tre soluzioni . . . . .	22
2.5	Uniform-Cost . . . . .	22
2.6	Confronto delle Strategie (albero) . . . . .	23
2.7	Conclusioni . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Ricerca Euristica</b>	<b>25</b>
3.1	Funzione di Valutazione Euristica . . . . .	25
3.2	Best-First . . . . .	25
3.2.1	Algoritmo A . . . . .	26
3.2.2	Algoritmo A*: La Stima Ideale . . . . .	27
3.2.3	Perché A* è vantaggioso? . . . . .	28
3.2.4	Conslusioni . . . . .	29

## Introduzione

Alessio Micheli, Maria Simi

[elearning.di.unipi.it/course/view.php?id=174](http://elearning.di.unipi.it/course/view.php?id=174)

Intelligenza Artificiale si occupa della **comprensione** e della **riproduzione** del comportamento *intelligente*.

Psicologia cognitiva: obiettivo comprensione intelligenza umana, costruendo modelli computazionali e verifica sperimentale.

Approccio costruttivo: costruire entità dotate di intelligenze e **razionalità**. Questo tramite codifica del pensiero razionale per risolvere problemi che richiedono intelligenza non necessariamente facendolo come lo fa l'uomo.

Definizioni di IA: pensiero-azione, umanamente-razionalmente.

Costruire macchine intelligenti sia che operino come l'uomo che diversamente.

formalizzaz conoscenze e meccanizzazione ragionemtno in tutti i settori dell'uomo

comprensione tramite modelli comp della psicologia e comportamento di uomini, animali ecc

rendere il lavoro con il calcolatore altrettanto facile e utile che del lavoro con persone capaci, abili e disponibili.

Poniamo definizione di IA: arte di creare macchine che svolgono funzioni che richiedono intelligenza quando svolte da esseri umani. Non definisce "Intelligenza", cosa significa "intelligente"?

# Capitolo 1

## Agenti Intelligenti

### 1.1 Intelligenza

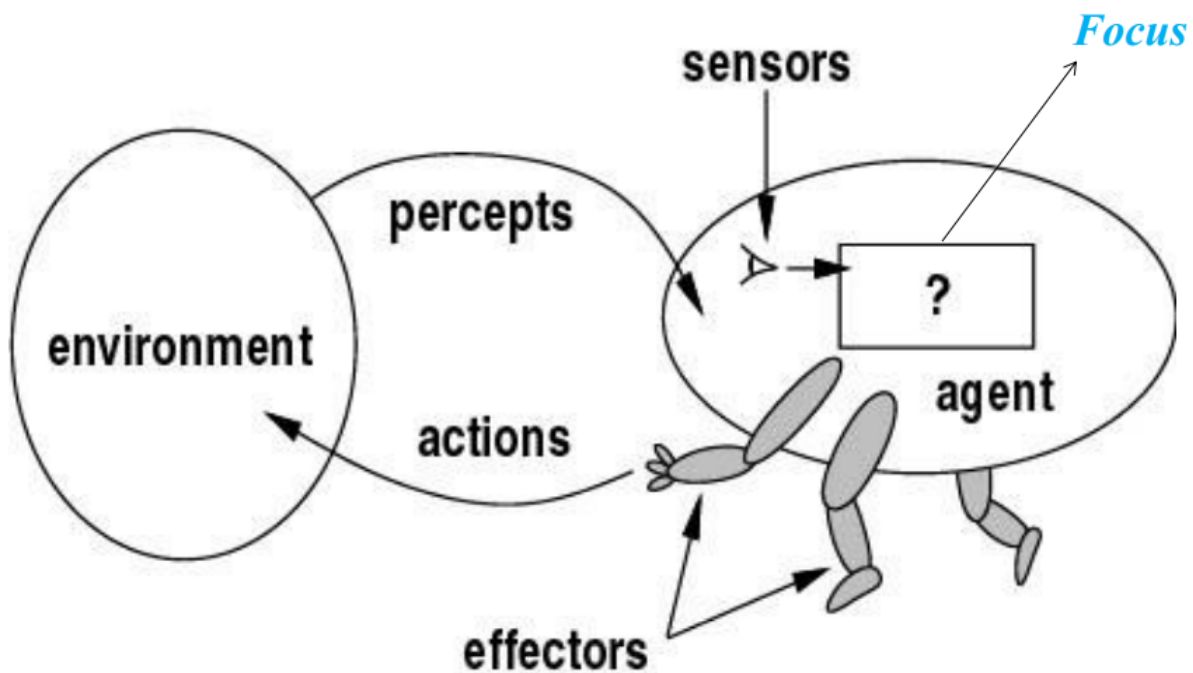
L'intelligenza è vista come l'avere diverse capacità, durante il progresso nell'area di ricerca: buon senso, interazione con un ambiente, acquisizione di esperienza, comunicazione, ragionamento logico...

**Considerazioni** L'intelligenza quindi non è una collezione di tecniche per risolvere problemi **specifici**, ma per l'informatica consiste nel **fornire metodologie sistematiche per dotare le macchine di comportamenti intelligenti/razionali** su problemi generali *difficili*.

### 1.2 Agenti

Iniziamo con inquadrare gli **agenti**. L'approccio moderno dell'IA consiste della costruzione di agenti intelligenti. Questa visione ci offre un quadro di riferimento ed una prospettiva **diversa** all'analisi dei sistemi software.

Il primo obiettivo sarà di costruire agenti per la risoluzione di problemi vista come una **ricerca in uno spazio di stati** (problem solving)



**Ciclo *percezione- azione***

### 1.2.1 Caratteristiche

Sono qualcosa di più di un modulo software.

**Situati** Gli agenti sono **situati in un ambiente** da cui **ricevono percezioni** e su cui **agiscono** mediante **azioni** (attuatori).

**Sociali** Gli agenti hanno **abilità sociali**: comunicano, collaborano e si difendono da altri agenti.

**Credenze, obiettivi, intenzioni...**

**Corpo** Gli agenti hanno un **corpo**, sono **embodied** fino a considerare i meccanismi delle emozioni.

### 1.2.2 Percezioni e Azioni

**Percezione** Una percezione è un input da sensori.

**Sequenza percettiva** Storia **completa** delle percezioni

La scelta delle azioni è **unicamente determinata dalla sequenza percettiva**.

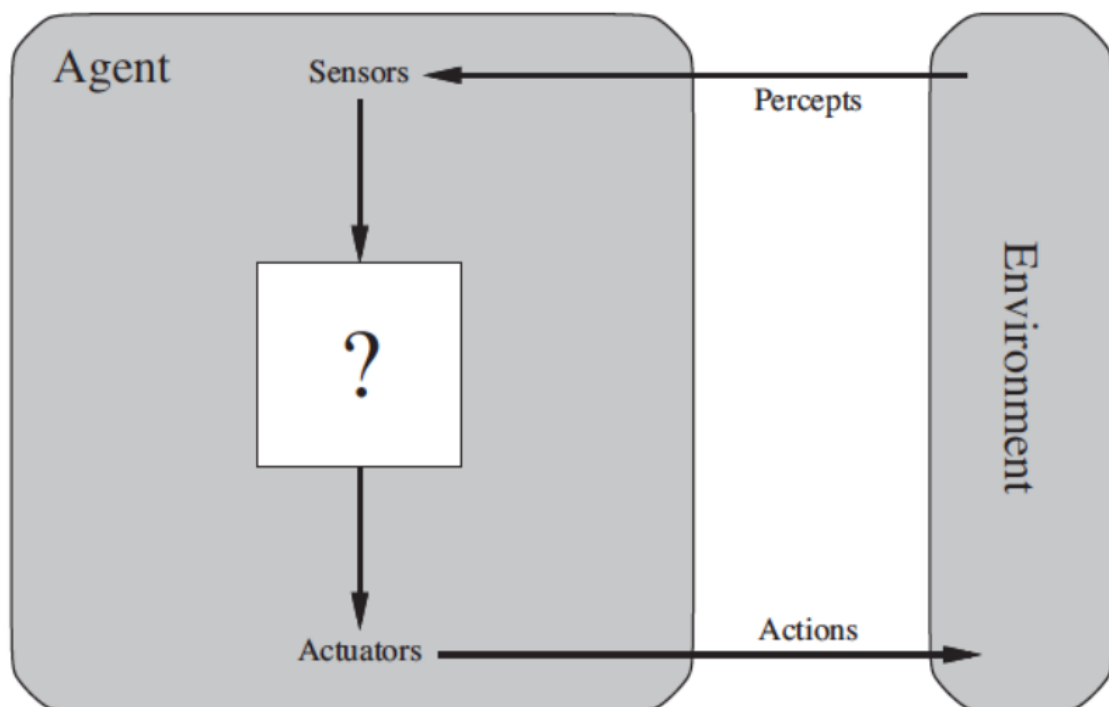
**Funzione Agente** Definisce l'azione da intraprendere per ogni sequenza percettiva e **descrive completamente l'agente**. Implementata da un **programma agente**.

$$\text{Sequenza Percettiva} \rightarrow^f \text{Azione}$$

Il compito dell'IA è progettare il programma agente.

### 1.2.3 Agente e ambiente

**Architettura astratta**



## Esempi

**Agente robotico** Percepisce con camera, microfoni e sensori. Interagisce con motori, voce...

**Agente finanziario** Percepisce i tassi, le news. Interagisce con acquisti e scambi.

**Agente di gioco** Percepisce le mosse dell'avversario. Interagisce tramite le proprie mosse.

**Agente diagnostico** Percepisce i sintomi e le analisi dei pazienti. Interagisce fornendo la diagnosi.

**Agente web** Percepisce le query utente e le pagine web. Interagisce fornendo i risultati di ricerca.

### 1.2.4 Agenti Razionali

**Agenti razionali** Un agente razionale **interagisce con l'ambiente in maniera efficace**: "*fa la cosa giusta*". L'agente razionale raggiunge l'obiettivo nella maniera più efficiente. Serve quindi una **misura di prestazione**, di *come vogliamo che il mondo evolva*, a seconda del problema e considerato l'ambiente.

**Esterna**, perché bisogna definirla *prima* di agire. Non si può definire l'obiettivo dopo aver iniziato ad agire, altrimenti non è significativo.  
Esempio: la volpe che non arriva all'uva.

Scelta dal progettista a seconda del problema e considerando l'effetto che ha sull'ambiente.

**Razionalità** La razionalità è relativa/dipende da:

Misura delle prestazioni

Conoscenze pregresse dell'ambiente

Percezioni presenti e passate (sequenza percettiva)

Capacità dell'agente (le azioni possibili)

**Definizione** Un agente razionale, quindi, **esegue l'azione che massimizza il valore atteso della misura delle prestazioni per ogni sequenza di percezioni**, considerando le sue percezioni passate e la sua conoscenza pregressa.

Non si pretende perfezione e conoscenza del futuro, ma massimizzare il risultato *atteso*. Potrebbero essere necessarie azioni di acquisizione di informazioni o esplorative (**non onniscienza**).

Le capacità dell'agente possono essere limitate (**non onnipotenza**).

**Razionalità e apprendimento** Raramente il programmatore può fornire a priori tutta la conoscenza sull'ambiente. L'agente razionale, quindi, **deve essere in grado di modificare il proprio comportamento con l'esperienza**, cioè con le percezioni passate.

Può migliorarsi esplorando, **apprendendo**, aumentando la propria autonomia per operare in ambienti differenti o mutevoli.

### 1.2.5 Agenti Autonomi

Un agente è **autonomo quando il suo comportamento dipende dalla sua esperienza**. Se il suo comportamento fosse determinato solo dalla propria conoscenza *built-int* allora sarebbe **non autonomo** e poco flessibile.

## 1.3 Ambienti

Definire un problema per un agente significa **caratterizzare l'ambiente in cui lavora**, cioè l'**ambiente operativo**. L'agente razionale è la soluzione del problema.

### 1.3.1 PEAS

**Performance**, prestazioni

**Environment**, ambiente

**Actuators**, attuatori

**Sensors**, sensori

**Esempio** Autista di taxi

Prestazione	Ambiente	Attuatori	Sensori
Arrivare alla destinazione, sicuro, veloce, ligio alla legge, confortevole, consumo minimo di benzina, profitti massimi	Strada, altri veicoli, clienti	Sterzo, acceleratore, freni, frecce, clacson	Telecamere, sensori, GPS, contachilometri, accelerometro, sensori del motore...

**Formulazione PEAS dei problemi**

Problema	P	E	A	S
Diagnosi medica	Diagnosi corretta	Pazienti, ospedale	Domande, suggerimenti, test, diagnosi	Sintomi, test clinici, risposte del paziente
Analisi immagini	Numero di immagini/zone correttamente classificate	Collezione di fotografie	Etichettatore di zone nell'immagine	Array di pixel
Robot "selezionatore"	Numero delle parti correttamente classificate	Nastro trasportatore	Raccogliere le parti e metterle nei cestini	Telecamera (pixel di varia intensità)
Giocatore di calcio	Fare più goal dell'avversario	Altri giocatore, campo di calcio, porte	Dare calci al pallone, correre	Locazione del pallone, dei giocatori e delle porte

### 1.3.2 Simulatore di Ambienti

Uno **strumento software** con il compito di:

Generare gli stimoli per gli agenti

Raccogliere le azioni in risposta

Aggiornare lo stato dell'ambiente

Opzionalmente, attivare altri processi che influenzano l'ambiente

Valutare le prestazioni degli agenti

Gli esperimenti su classi di ambienti (variando le condizioni) sono essenziali per valutare la capacità di generalizzare. La valutazione delle prestazioni è fatta tramite la media su più istanze.



### 1.3.3 Proprietà dell'Ambiente-Problema

- **Osservabilità**

**Completamente osservabile:** l'apparato percettivo è in grado di dare una conoscenza completa dell'ambiente o almeno tutto quello che serve a decidere l'azione.

**Parzialmente osservabile:** sono presenti limiti o inaccuratezze nell'apparato sensoriale. (Es. la videocamera di un rover vede solo parte dell'ambiente in un dato istante).

- **Singolo/Multi-Agente**

Distinzione tra agente e non agente: il mondo può cambiare anche attraverso **eventi**, non necessariamente per le azioni di agenti.

**Multi-Agente Competitivo**, come gli scacchi: comportamento randomizzato ma razionale.

**Multi-Agente Cooperativo**, o benigno: stesso obiettivo e comunicazione.

- **Predicibilità**

**Deterministico:** lo stato successivo è completamente determinato dallo stato corrente e dall'azione.

**Stocastico:** esistono elementi di incertezza con probabilità associata. Es: guida, tiro in porta.

**Non deterministico:** si tiene traccia di più stati possibili che sono risultato dell'azione, ma non in base ad una probabilità.

- **Episodico:** l'esperienza dell'agente è divisa in episodi atomici indipendenti. In ambienti episodici non c'è bisogno di pianificare.

**Sequenziale:** ogni decisione influenza le successive.

- **Statico:** il mondo non cambia mentre l'agente decide l'azione.

**Dinamico:** l'ambiente cambia nel tempo, va osservata la contingenza. Tardare equivale a non agire.

**Semi-dinamico:** l'ambiente non cambia ma la valutazione dell'agente sì. Es: scacchi con timer, se non agisco prima dello scadere perdo.

- **Discreto/Continuo**

Lo stato, il tempo, le percezioni e le azioni sono tutti elementi che possono assumere valori discreti o continui. Combinatoriale (nel discreto) *vs* infinito (nel continuo).

- **Noto/Ignoto**

Distinzione riferita allo stato di conoscenza dell'agente sulle leggi fisiche dell'ambiente. **L'agente conosce l'ambiente o deve compiere azioni esplorative?**

**Noto  $\neq$  osservabile:** posso giocare a carte coperte, ma con regole note.

**Ambienti reali** Parzialmente osservabili, stocastici, sequenziali, dinamici, continui, multi-agente e ignoti.

## 1.4 Struttura di un Agente

**Agente = Architettura + Programma**

$\text{Ag: } P \rightarrow Az$

L'**Agente** associa **Azioni** alle **Percezioni**. Il **programma dell'agente** implementa la funzione **Ag**.

**Programma Agente** Pseudocodice del programma agente.

```
function Skeleton-Agent(percept) returns action
  static: memory #la memoria del mondo posseduta dall'agente
  memory <- UpdateMemory(memory, percept)
  action <- Choose-Best-Action(memory) #Cuore dell'IA
  memory <- UpdateMemory(memory, action)
  return action
```

### 1.4.1 Strutture di Agenti Caratteristici

**Agente basato su tabella** La scelta dell'azione è un accesso ad una tabella che **associa un'azione ad ogni possibile sequenza di percezioni**.

Vari **problemi**:

Le **dimensioni** possono essere proibitive: per giocare a scacchi, la tabella dovrebbe contenere un numero di righe nell'ordine di  $10^{120} \gg 10^{80}$  numero di atomi nell'universo osservabile.

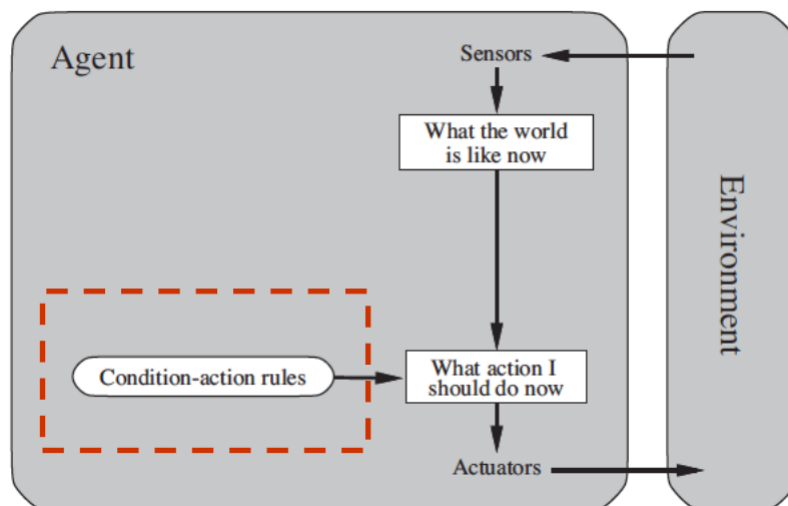
**Difficile da costruire**

**Nessuna autonomia**

**Difficile da aggiornare**, apprendimento complesso.

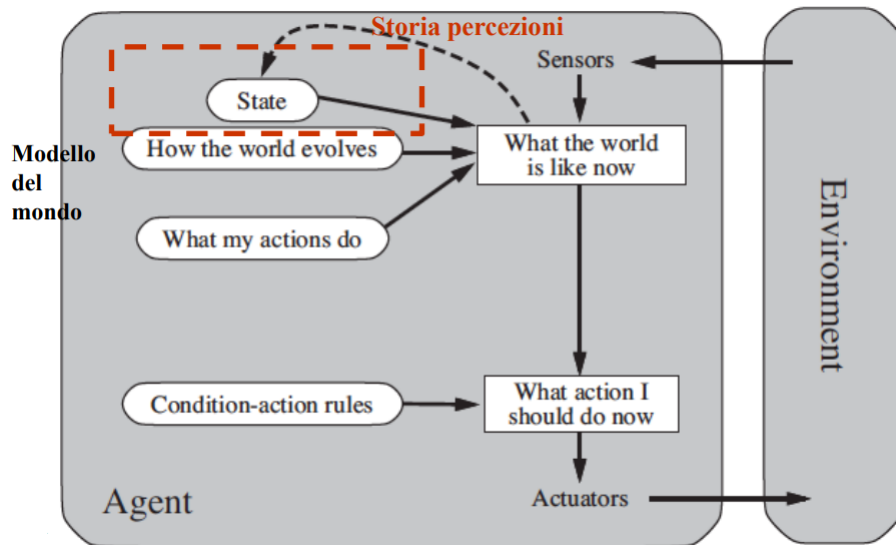
Con le IA vogliamo realizzare **automi razionali con un programma compatto**.

**Agente Reattivo Semplice**



```
function Agente-Reattivo-Semplice(percezione) returns azione
  persistent: regole #insieme di regole condizione-azione (if-then)
  stato <- Interpreta-Input(percezione)
  regola <- Regola-Corrispondente(stato, regole)
  azione <- regola.Azione
  return azione
```

## Agenti basati su modello

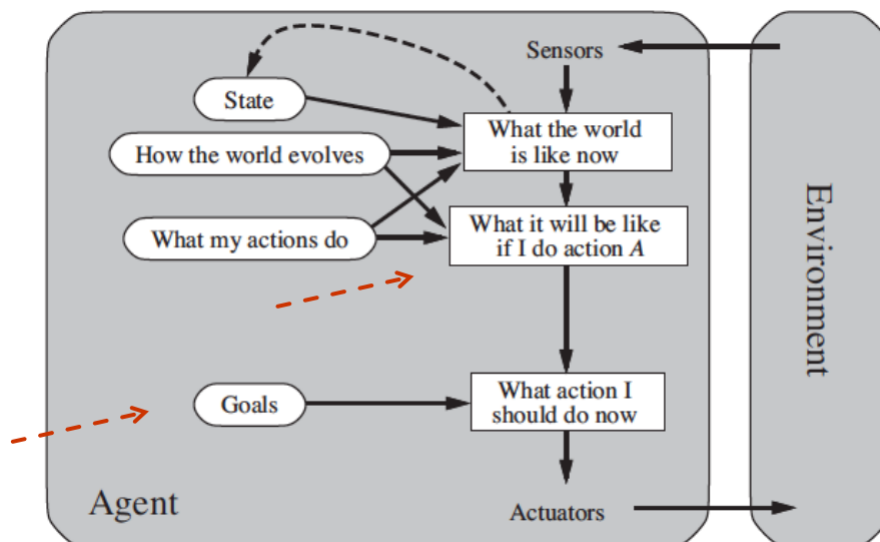


```

function Agente-Basato-su-Modello(percezione) returns azione
  persistent:
    stato #descrizione dello stato corrente
    modello #conoscenza del mondo
    regole #insieme di regole condizione-azione
    azione #azione piu recente
  stato <- Aggiorna-Stato(stato, azione, percezione, modello)
  regola <- Regola-Corrispondente(stato, regole)
  azione <- regola.Azione
  return azione

```

**Agenti con obiettivo** Bisogna pianificare una sequenza di azioni per raggiungere l'obiettivo. (In rosso sono indicate le parti aggiunte)



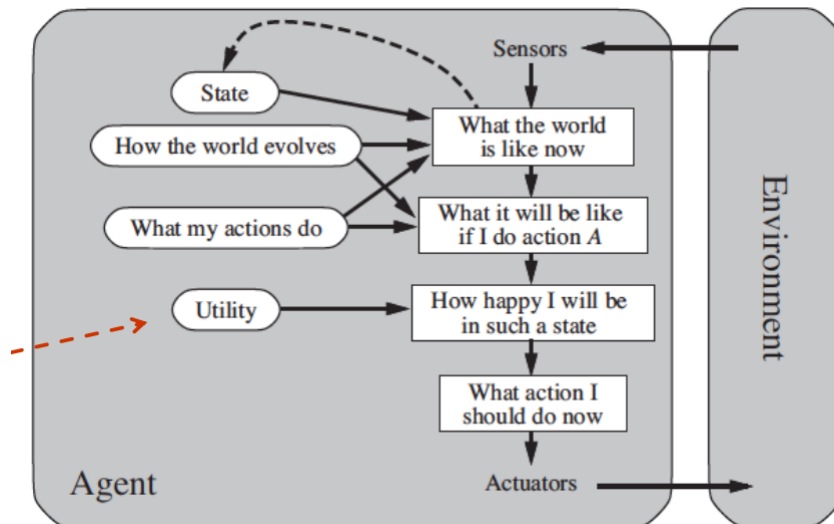
Sono guidati da un obiettivo nella scelta che intraprendono, è stato fornito un goal esplicito: per esempio una città da raggiungere.

A volte l'azione migliore dipende dall'obiettivo da raggiungere (*da che parte devo girare?*)

Devo **pianificare una sequenza di azioni** per raggiungere l'obiettivo. Sono meno efficienti ma **più flessibili** rispetto ad un agente reattivo. L'obiettivo può cambiare, non è codificato nelle regole.

Esempio classico: ricerca della sequenza di azioni per raggiungere una data destinazione.

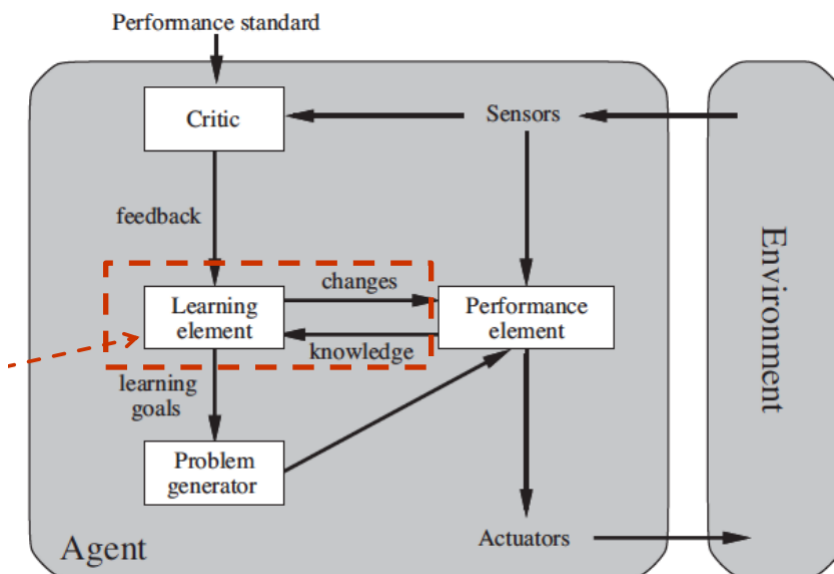
### Agenti con valutazione di utilità



**Obiettivi alternativi**, o più modi per raggiungerlo: l'agente deve decidere verso quali muoversi, quindi è **necessaria una funzione di utilità** che associa ad uno stato obiettivo un numero reale.

**Obiettivi più facilmente raggiungibili di altri**: la funzione di utilità **tiene conto della probabilità di successo** e/o di ciascun risultato (**utilità attesa** o media)

### Agenti che apprendono



**Componente di apprendimento**: produce cambiamenti al programma agente. Migliora le prestazioni, adattando i suoi componenti ed apprendendo dall'ambiente

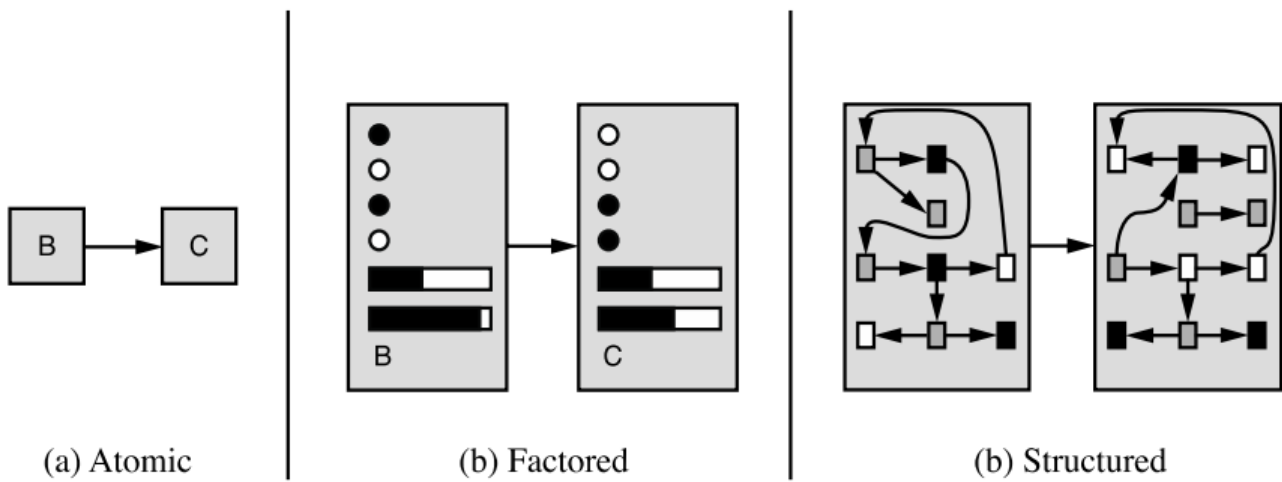
**Elemento esecutivo**: il programma agente

**Elemento critico**: osserva e dà feedback sul comportamento

**Generatore di problemi**: suggerisce nuove situazioni da esplorare

## 1.4.2 Tipi di rappresentazione

Stati e transizioni

**Rappresentazione atomica** (stati)**Rappresntazione fattorizzata** (+ variabili e attributi)**Rappresentazione strutturata** (+ relazioni)



# Capitolo 2

## Problem Solving

### 2.1 Agenti Risolutori di Problemi

**Problem Solving** Questi agenti adottano il paradigma della **risoluzione di problemi come ricerca in uno spazio di stati (problemi solving)**. Sono **agenti con modello** (storia, percezioni) che **adottano una rappresentazione atomica dello stato**. Sono **particolari agenti con obiettivo** che **pianificano l'intera sequenza di azioni** prima di agire.

#### 2.1.1 Processo di risoluzione

**Passi da seguire**

1. **Determinazioni dell'obiettivo:** un insieme di stati dove l'obiettivo è soddisfatto.
2. **Formulazione del problema:** rappresentazione degli stati e delle azioni.  
*Fa parte del design "umano".*
3. **Determinazione della soluzione** mediante ricerca: un piano d'azione
4. **Esecuzione del piano**  
*Soluzione algoritmica.*

La determinazione dell'obiettivo e la formulazione del problema richiede **tanta intelligenza**, che in fase di design è **spostata sull'umano**. Gli algoritmi sono ancora "*stupidi*".

**Assunzioni sull'ambiente** **Statico, osservabile** (so dove sono, es: *viaggio con la mappa*), **discreto** (insieme finito di azioni possibili), **deterministico** (una azione  $\Rightarrow$  un risultato. L'agente può eseguire il piano "*ad occhi chiusi*", niente può andare storto)

**Formulazione del problema** Un problema può essere **definito formalmente** mediante cinque componenti:

1. **Stato iniziale**
2. **Azioni possibili** nello stato **s**: **Azioni(s)**
3. **Modello di transizione**  
Risultato: stato  $\times$  azione  $\longrightarrow$  stato  
Risultato(**s**, **a**): **s'**, uno stato **successore**
4. **Test obiettivo:** un insieme di stati obiettivo  
Goal-Test: stato  $\longrightarrow$  {true, false}
5. **Costo del cammino:** somma dei costi delle azioni (costo dei passi).  
Costo di un passo: **c(s, a, s')**, mai negativo.

1, 2 e 3 **definiscono implicitamente lo spazio degli stati**. Definirlo esplicitamente può essere molto oneroso, come in quasi tutti i problemi di IA.

## 2.2 Algoritmi di Ricerca

Il processo che cerca una sequenza di azioni che raggiunge l'obiettivo è detto **ricerca**.

**Algoritmi** Gli algoritmi di ricerca prendono in **input un problema** e **restituiscono un cammino soluzione**, un cammino che porta dallo stato iniziale allo stato goal.

**Misura delle prestazioni** Trova una soluzione? Quanto costa trovarla? Quanto è efficiente la soluzione?

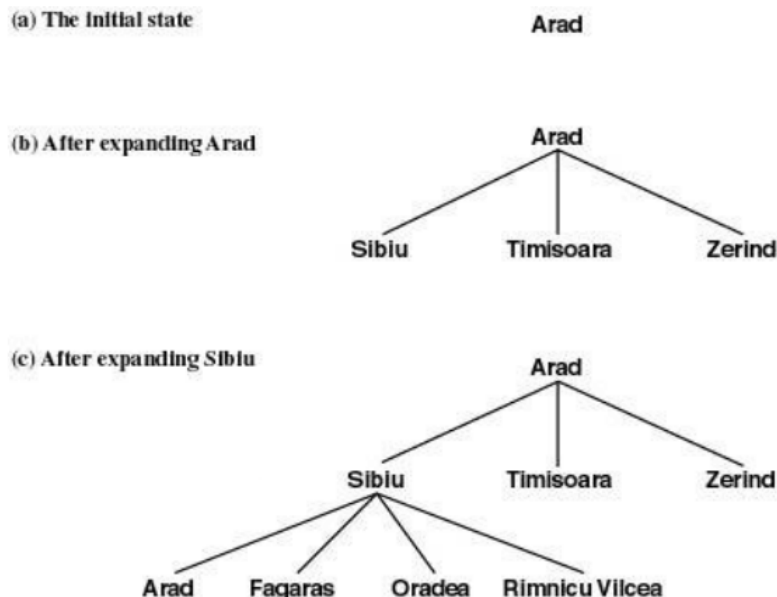
$$\text{Costo Totale} = \text{Costo della Ricerca} + \text{Costo del Cammino Soluzione}$$

Valuteremo algoritmi sul primo, ottimizzando il secondo.

### 2.2.1 Ricerca ad Albero

Generazione di un **albero di ricerca sovrapposto allo spazio degli stati**. Ricerca significa **approfondire l'opzione**, mettendo da parte le altre che verranno riprese se non trovo la soluzione.

Quindi l'albero viene generato esplorando i vari nodi partendo dallo stato iniziale. Il nodo è diverso dallo stato: per esempio, in un grafo rappresentante le città, se parto da città A ed esploro l'opzione nodo B, il nodo B avrà come figlio anche città A perché posso tornarci.



**Algoritmo Ricerca ad albero**, ossia senza controllare se i nodi (**stati**) siano già stati esplorati.

```

function Ricerca-Albero(problema) returns soluzione oppure fallimento
  #Inizializza la frontiera con stato iniziale del problema
  loop do
    if (frontiera vuota)
      return fallimento
    #Scegli* un nodo foglia da espandere e rimuovilo dalla frontiera
    if (nodo contiene uno stato obiettivo)
      return soluzione corrispondente
    #Espandi il nodo e aggiungi i successori alla frontiera
  
```

\* = **strategia**: quale scegliere? I vari algoritmi si differenziano per la strategia di scelta.

Un **nodo** n è una **struttura dati con quattro componenti**

**Stato**, n.stato

**Padre**, n.padre

**Azione** effettuata per generarlo, n.azione

**Costo** del cammino dal nodo iniziale al nodo, n.costo-cammino

Indicata come  $g(b) = \text{padre.costo-cammino} + \text{costo-passo ultimo}$



**Frontiera** Lista dei **nodi in attesa di essere espansi**, cioè le **foglie** dell'albero di ricerca. Implementata come una coda con operazioni:

Vuota(coda)

Pop(coda) estrae l'ultimo elemento (implementa la strategia)

Inserisci(elemento, coda)

Diversi tipi di coda hanno differenti funzioni di inserimento e **implementano strategie diverse**.

**FIFO** → BF

Viene estratto l'elemento più vecchio, cioè in attesa da più tempo. Nuovi nodi aggiunti alla fine

**LIFO** → DF

Viene estratto l'ultimo elemento inserito. Nuovi nodi aggiunti all'inizio

**Con priorità** → UC, altri...

Viene estratto l'elemento con priorità più alta in base ad una funzione di ordinamento. All'aggiunta di un nuovo nodo si riordina.

### Strategie non informate

Ricerca in **ampiezza** (BF)

Ricerca in **profondità** (DF)

Ricerca in **profondità limitata** (DL)

Ricerca con **apprendimento iterativo** (ID)

Ricerca di **costo uniforme** (UC)

**Strategie informate** Anche dette di **ricerca euristica**: fanno uso di informazioni riguardo la distanza stimata della soluzione.

### Valutazione di una strategia

**Completezza**: se la soluzione esiste viene trovata

**Ottimalità** (ammissibilità): trova la soluzione migliore, con costo minore

**Complessità in tempo**: tempo richiesto per trovare la soluzione

**Complessità in spazio**: memoria richiesta

## 2.2.2 Breadth-First

**Ricerca in ampiezza** Esplorare il grafo dello spazio degli stati a livelli progressivi di stessa profondità. Implementata con una coda FIFO. **Algoritmo su albero**:

```
function RicercaAmpiezzaA(problema) returns soluzione oppure fallimento
    nodo = un nodo con stato = problema.stato-iniziale e costo-di-cammino = 0
    #Stati goal-tested alla generazione: maggior efficienza si ferma appena trova goal
    if (problema.TestObiettivo(nodo.Stato)) return Soluzione(nodo)
    frontiera = una coda FIFO con nodo come unico elemento
    loop do
        if (Vuota(frontiera)) return fallimento
        nodo = Pop(frontiera)
        for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do #Espansione
            figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione) #costruttore: vedi AIMA
            if (Problema.TestObiettivo(figlio.Stato)) return Soluzione(figlio)
            frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) #frontiera coda FIFO
```

**Algoritmo su grafo** evitando di espandere stati già esplorati:

```
function RicercaAmpiezzaG(problema) returns soluzione oppure fallimento
    nodo = un nodo con stato = problema.stato-iniziale e costo-di-cammino = 0
    if (problema.TestObiettivo(nodo.Stato)) return Soluzione(nodo)
    frontiera = una coda FIFO con nodo come unico elemento
    esplorati = insieme vuoto #gestisco stati ripetuti
    loop do
        if (Vuota(frontiera)) return fallimento
        nodo = POP(frontiera) #aggiungi nodo.Stato a esplorati
        for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
            figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
            if (figlio.Stato non in esplorati e non in frontiera)
                if (Problema.TestObiettivo(figlio.Stato)) return Soluzione(figlio)
            frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) #in coda
```

### Python

```
def breadth_first_search(problem): """Ricerca-grafo in ampiezza"""
    explored = [] # insieme degli stati già visitati (implementato come una lista)
    node = Node(problem.initial_state) #il costo del cammino e' inizializzato nel costruttore
    if problem.goal_test(node.state):
        return node.solution(explored_set = explored)
    frontier = FIFOQueue() # la frontiera e' una coda FIFO
    frontier.insert(node)
    while not frontier.isempty(): # seleziona il nodo per l'espansione
        node = frontier.pop()
        explored.append(node.state) # inserisce il nodo nell'insieme dei nodi esplorati
        for action in problem.actions(node.state):
            child_node = node.child_node(problem, action)
            if (child_node.state not in explored) and
                (not frontier.contains_state(child_node.state)):
                if problem.goal_test(child_node.state):
                    return child_node.solution(explored_set = explored)
            # se lo stato non e' uno stato obiettivo allora inserisci il nodo nella frontiera
            frontier.insert(child_node)
    return None # in questo caso ritorna con fallimento
```

**Analisi della complessità spazio-temporale** Assumiamo:

**b** = fattore di ramificazione (**branching**)

**d** = profondità del nodo obiettivo più superficiale (**depth**)  
Più vicino all'iniziale

**m** = lunghezza massima dei cammini nello spazio degli stati (**max**)

Analisi:

Strategia **completa**

Strategia **ottimale** se gli operatori hanno tutti lo stesso costo  $k$  cioè  $g(n) = k \cdot \text{depth}(n)$ , dove  $g(n)$  è il costo del cammino per arrivare ad  $n$ .

Complessità nel tempo (nodi generati)

$T(b, d) = b + b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$ , con  $b$  figli per ogni nodo.

Complessità nello spazio (nodi in memoria):  $O(b^d)$

### 2.2.3 Depth-First

**Ricerca in profondità** Implementata da una coda che mette i successori in testa alla lista (LIFO, pila o stack). Algoritmo generale visto all'inizio, su grafo o albero.

**Analisi (su albero)** Poniamo **m** lunghezza massima dei cammini nello spazio degli stati e **b** fattore di diramazione  
Tempo:  $O(b^m)$  che può essere anche  $> O(b^d)$

Spazio:  $b \cdot m$ , frontiera sul cammino perché vengono cancellati i rami completamente esplorati ma mantenuti i fratelli del path corrente.

**Non completa** (loop) e **non ottimale**, ma drastico risparmio di memoria.

BF,  $d = 16 \rightarrow 10$  Esabyte

DF,  $d = 16 \rightarrow 156$  Kilobyte

**Analisi (su grafo)** In caso di DF su grafo si perdono i vantaggi di memoria: torna a tutti i possibili stati (al caso pessimo diventa esponenziale come BF) per mantenere la lista dei visitati, ma così DF diventa **completa** in spazi degli stati finiti (al caso pessimo tutti i nodi vengono espansi).

Rimane non completa in spazi infiniti.

Possibile controllare anche solo i nuovi stati rispetto al cammino radice-nodo corrente senza aggravio di memoria. Si evitano i cicli finiti in spazi finiti ma non i cammini ridondanti.

### 2.2.4 Depth-First ricorsiva

Ancora più efficiente in occupazione di memoria perché mantiene solo il cammino corrente ( $m$  nodi al caso pessimo). Realizzata da un algoritmo ricorsivo "con backtracking" che non necessita di tenere in memoria  $b$  nodi per ogni livello, ma salva lo stato su uno stack a cui torna in caso di fallimento per fare altri tentativi. **Algoritmo su albero:**

```
function Ricerca-DF-A (problema) returns soluzione oppure fallimento
    return Ricerca-DF-ricorsiva (CreaNodo(problema.Stato-iniziale), problema)
```

```
function Ricerca-DF-ricorsiva(nodo, problema) returns soluzione oppure fallimento
    if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) return Soluzione(nodo)
    else
        for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
            figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
            risultato = Ricerca-DF-ricorsiva(figlio, problema)
            if risultato != fallimento then return risultato
        return fallimento
```

**Python**

```
def recursive_depth_first_search(problem, node): """ Ricerca in profondità 'ricorsiva' """
    #controlla se lo stato del nodo e' uno stato obiettivo
    if problem.goal_test(node.state):
        return node.solution()
    #in caso contrario continua
    for action in problem.actions(node.state):
        child_node = node.child_node(problem, action)
        result = recursive_depth_first_search(problem, child_node)
        if result is not None: return result
    return None #con fallimento
```

### 2.2.5 Depth-Limited

**Ricerca in profondità limitata** Si va in profondità fino ad un certo livello predefinito  $l$ .

**Completa** per problemi di cui si conosce un limite superiore per la profondità della soluzione: ad esempio route-finding limitata dal numero di città - 1

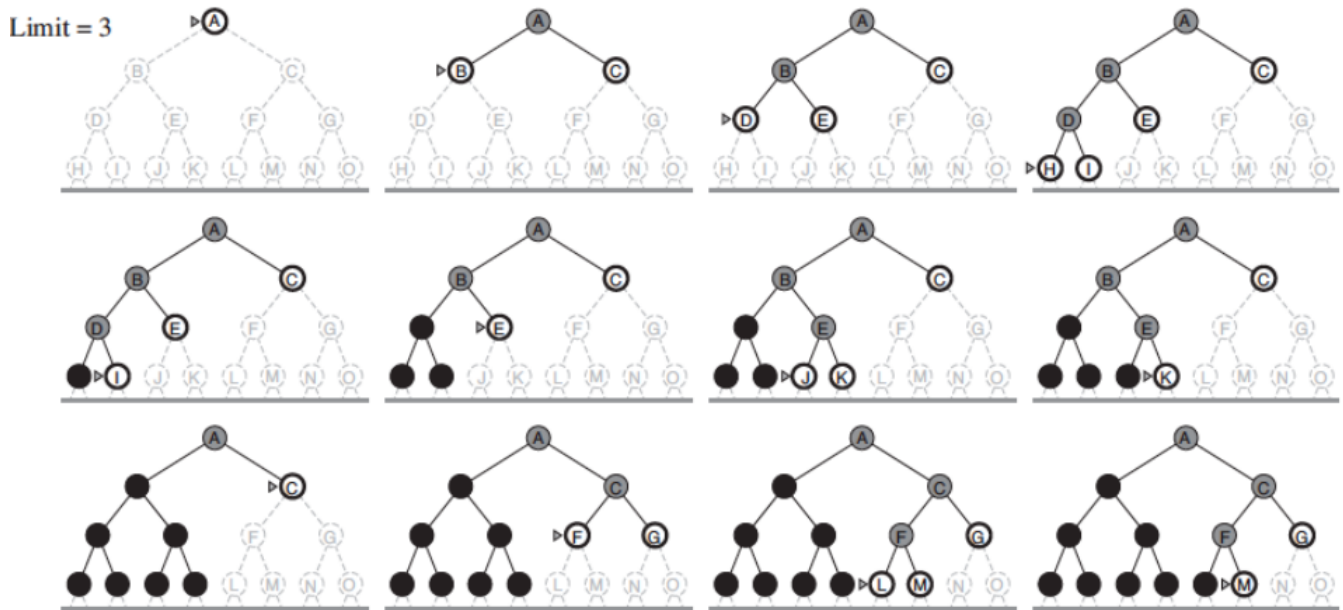
**Completo** se  $d < l$

**Non ottimale**

Complessità in tempo:  $O(b^l)$

Complessità in spazio:  $O(b \cdot l)$

### 2.2.6 Iterative-Deepening



**Analisi** Miglior compromesso tra BF e DF. Nell'ID, i nodi dell'ultimo livello sono generati una volta, quelli del penultimo 2, del terzultimo 3... quelli del primo d volte.

ID:  $(d+1)b + (d-1)b^2 + \dots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + b^d$

Complessità in tempo:  $O(b^d)$

Complessità in spazio:  $O(b \cdot d)$ , vs  $O(b^d)$  del BF.

## 2.3 Direzione della Ricerca

Altro aspetto usato per ottimizzare la risoluzione di problemi, la **direzione della ricerca** è un **problema ortogonale alla strategia di ricerca**. La ricerca si può fare

**In avanti**, guidata dai dati come fatto fin'ora: si esplora lo spazio di ricerca dallo stato iniziale allo stato obiettivo

**All'indietro** o guidata dall'obiettivo: si esplora lo spazio di ricerca a partire da un goal e riconducendosi a sotto-goal fino a trovare uno stato iniziale.

Conviene **procedere nella direzione in cui il fattore di diramazione è minore**.

Si preferisce la **ricerca all'indietro** quando

l'obiettivo è chiaramente definito (es. theorem proving) o si possono formulare una serie limitata di ipotesi

i dati del problema non sono noti e la loro acquisizione può essere guidata dall'obiettivo

mentre si preferisce la **ricerca in avanti** quando

gli obiettivi possibili sono molti (es. design)

abbiamo una serie di dati da cui partire

**Ricerca bidirezionale** Si procede nelle due direzioni fino ad incontrarsi

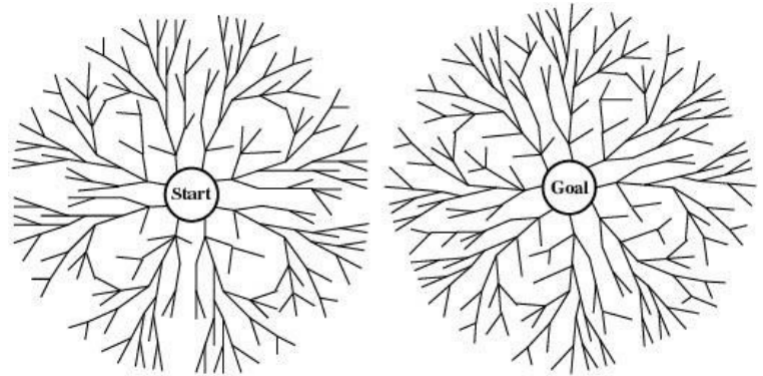
**Complessità in tempo:**  $O(b^{d/2}) = O(\sqrt{b^d})$

Test intersezione in tempo costante, esempio: hash table

**Complessità in spazio:**  $O(b^{d/2}) = O(\sqrt{b^d})$

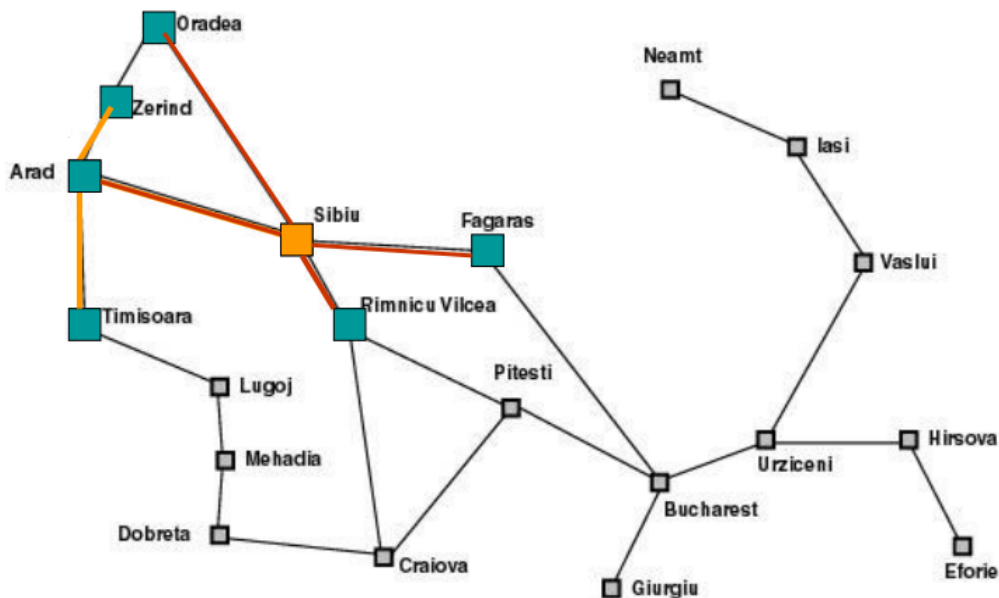
Almeno tutti i nodi in una direzione in memoria, esempio: usando BF

Non è sempre applicabile, ad esempio in casi di predecessori non definiti, troppi stati obiettivo...

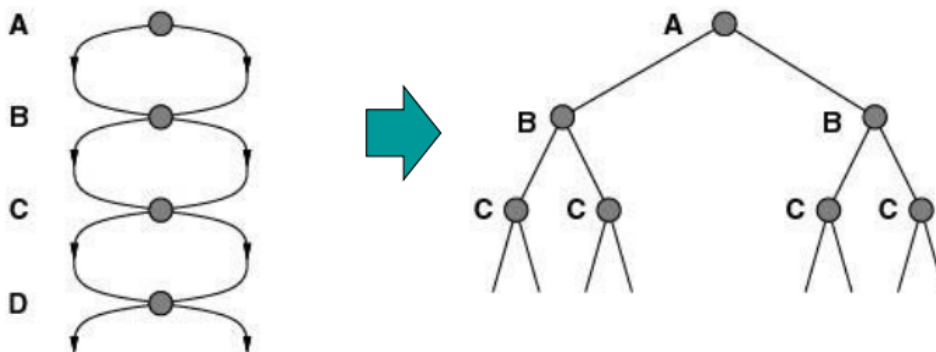


## 2.4 Problematiche

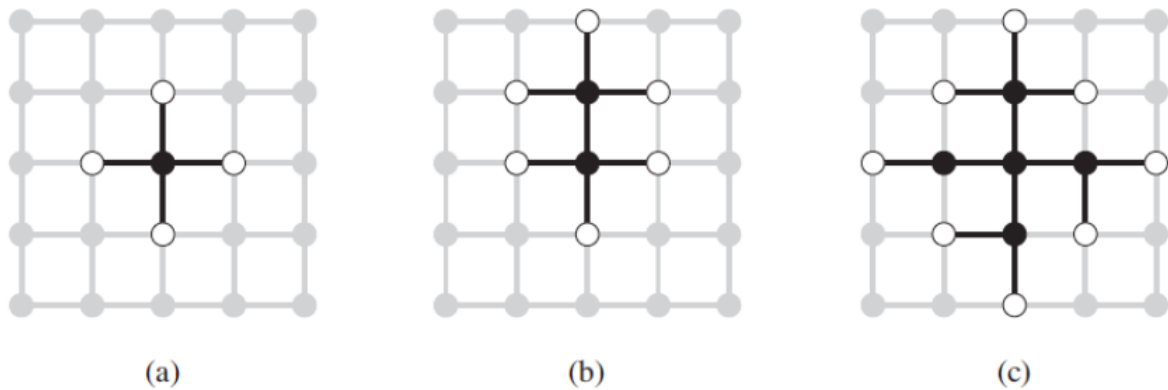
**Cammini Ciclici** I cammini ciclici potenzialmente rendono gli alberi di ricerca infiniti, anche se con stati finiti.



**Ridondanze** Su spazi di stati a grafo si generano più volte nodi con lo stesso stato nella ricerca, anche in assenza di cicli.



Un caso è la **ricerca nelle griglie**. Visitare stati già visitati fa compiere lavoro inutile. Costo  $4^d$  ma circa  $2d^2$  stati distinti.



Come evitarlo?

**Compromesso tra spazio e tempo** Ricordare gli stati visitati **occupa spazio** ma ci **consente di evitare di visitarli di nuovo**. *Gli algoritmi che dimenticano la propria storia sono destinati a ripeterla.*

### 2.4.1 Tre soluzioni

In ordine crescente di costo ed efficacia:

Non tornare nello stato da cui si proviene: si elimina il genitore dai nodi successivi.  
Non evita i cammini ridondanti.

Non creare cammini con cicli: si controlla che i successori non siano antenati del nodo corrente.

Non generare nodi con stati già visitati/esplorati: ogni nodo visitato deve essere tenuto in memoria per una complessità  $O(s)$  dove  $s$  è il numero di stati possibili (esempio: hash table per accesso efficiente)

**Repetita** Il costo può essere alto: in caso di DF la memoria torna da b-m a tutti gli stati, ma diventa una ricerca **completa** per spazi finiti. Ma **in molti casi gli stati crescono esponenzialmente** (scacchi...)

## 2.5 Uniform-Cost

**Generalizzazione della ricerca in ampiezza** (costi diversi tra passi): **si sceglie il nodo di costo  $g(n)$  del cammino minore sulla frontiera**, si espande sui contorni di uguale costo (e.g. in km) invece che sui contorni di uguale profondità (BF). Implementata da una **coda ordinata per costo cammino crescente**. **Algoritmo su albero**:

```
function Ricerca-UC-A(problema) returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  frontiera = una coda con priorit  con nodo come unico elemento
  loop do
    if Vuota?(frontiera) then return fallimento
    nodo = POP(frontiera)
    #Esame post-generaz e vedere costo minore, tipico per coda con priorit 
    if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
    for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
      figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) #in coda con priorit 
  end
```

**Algoritmo su grafo:**

```

function Ricerca-UC-G(problema) returns soluzione oppure fallimento
    nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
    frontiera = una coda con priorit  con nodo come unico elemento
    esplorati = insieme vuoto
    loop do
        if Vuota?(frontiera) then return fallimento
        nodo = POP(frontiera);
        if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
        aggiungi nodo.Stato a esplorati
        for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
            figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
            if figlio.Stato non in esplorati e non in frontiera then
                frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) #in coda con priorit 
            else if figlio.Stato in frontiera con Costo-cammino piu alto then
                sostituisci quel nodo frontiera con figlio

```

**Analisi** Ottimalit  e completezza garantite purch  il costo degli archi sia maggiore di  $\epsilon > 0$ . Assunto  $C^*$  come il costo della soluzione ottima, allora  $\lfloor C^*/\epsilon \rfloor$  **numero di mosse al caso peggiore**, arrotondato per difetto. Tendo ad andare verso tante mosse di costo  $\epsilon$  prima di una che parta pi  alta ma poi abbia un path a costo pi  basso.

Complessit :  $O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$ .

Quando ogni azione ha lo stesso costo somiglia a BF ma con complessit   $O(b^{1+d})$  perch  esame e arresto solo dopo aver espanso anche l'ultima frontiera.

## 2.6 Confronto delle Strategie (albero)

Criterio	BF	UC	DF	DL	ID	Bidirez.
Completa?	Si	Si <sup>1</sup>	No	Si <sup>3</sup>	Si	Si
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Spazio	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(b \cdot m)$	$O(b \cdot l)$	$O(b \cdot d)$	$O(b^{d/2})$
Ottimale?	Si <sup>2</sup>	Si <sup>1</sup>	No	No	Si <sup>2</sup>	Si

<sup>1</sup> Per costi degli archi  $\geq \epsilon > 0$

<sup>2</sup> Se gli operatori hanno tutti lo stesso costo

<sup>3</sup> Per problemi di cui si conosce un limite alla profondit  della soluzione (se  $l > d$ )

## 2.7 Conclusioni

Un **agente per "problem solving"** adotta un paradigma generale di risoluzione dei problemi:

Formula il problema, non automatico

Ricerca la soluzione nello spazio degli stati, automatico





## Capitolo 3

# Ricerca Euristica

In problemi di complessità esponenziale, come ad es. gli scacchi ( $10^{120}$  configurazioni) non è praticabile la ricerca esaustiva. Diventa quindi fondamentale **usare la conoscenza del problema e l'esperienza per riconoscere i cammini più promettenti**, evitando di generare gli altri (**pruning**).

**Conoscenza Euristica** La **conoscenza euristica** aiuta a fare scelte oculate:

Non evita la ricerca, ma la riduce

Consente, in genere, di trovare una **buona** soluzione in tempi accettabili

Sotto certe condizioni garantisce completezza e ottimalità

### 3.1 Funzione di Valutazione Euristica

La **conoscenza** del problema è data tramite una **funzione di valutazione**  $f$ , che include  $h$  detta **funzione di valutazione euristica**:

$$h : n \rightarrow R$$

$R$  = insieme numeri reali. La funzione si applica al nodo, ma dipende solo dallo stato ( $n.\text{Stato}$ ). Per confronto,  $g$  dipendeva anche dal cammino fino al nodo. Quindi, la funzione di valutazione

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

dove  $g(n)$  è il costo del cammino visto con UC.

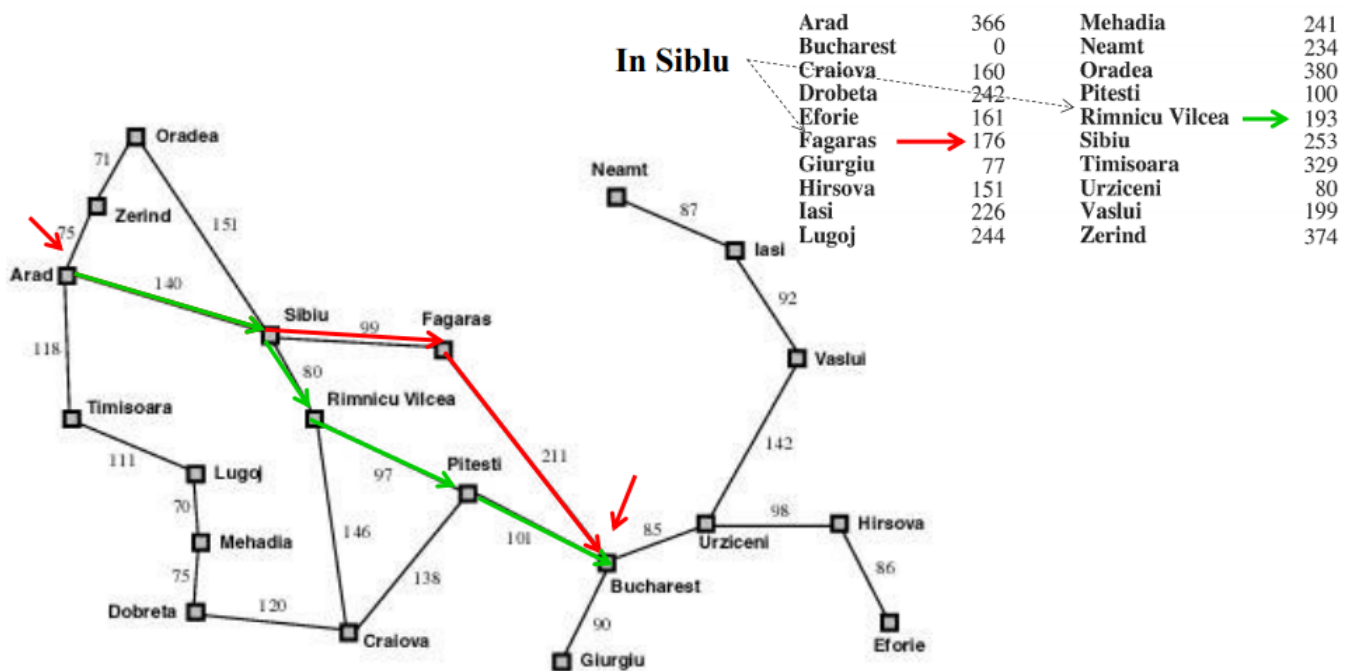
**Esempio di euristica h** Per procedere preferibilmente verso il percorso migliore, seguendo il "problem-specific information", nel problema del percorso più breve da città a città posso includere nel mio algoritmo le distanze in linea d'aria, oppure il vantaggio in pezzi nella dama o negli scacchi.

### 3.2 Best-First

**Algoritmo di ricerca** Best-First Heuristic utilizza lo **stesso algoritmo di Uniform-Cost** ma utilizzando  $f$  (stima di costo) per la coda con priorità. La **scelta di  $f$  determina la strategia di ricerca**: ad ogni passo si sceglie il nodo sulla frontiera per con valore di  $f$  migliore (**nodo più promettente**).

**Nota** Migliore significa "minore" in caso di un'euristica che stima la distanza della soluzione

**Caso Speciale** Greedy Best-First, si usa solo  $h$  ( $f = h$ )



Da Arad a Bucarest ...

**Greedy best-first:** Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest (450)

ma non è l'**Ottimo:** Arad, Sibiu, Rimnicu, Pitesti, Bucarest (418)

### 3.2.1 Algoritmo A

Si può dire qualcosa di  $f$  per avere garanzie di completezza e ottimalità?

**Definizione** Un algoritmo A è un algoritmo Best-First con una funzione di valutazione dello stato del tipo

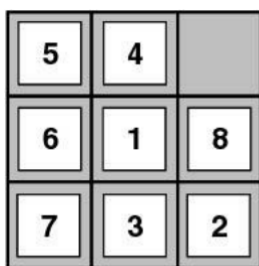
$$f(n) = g(n) + h(n)$$

con  $h(n) \geq 0$  e  $h(goal) = 0$ .  $g(n)$  è il costo del cammino percorso per raggiungere  $n$  e  $h(n)$  è una stima del costo per raggiungere da  $n$  un nodo *goal*. Vedremo casi particolari dell'algoritmo A:

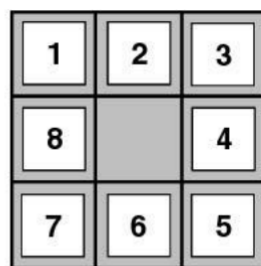
se  $h(n) = 0$ , cioè  $f(n) = g(n)$ , si ha **Ricerca Uniforme (UC)**

se  $g(n) = 0$ , cioè  $f(n) = h(n)$ , si ha **Greedy Best First**

**Esempio** Il gioco dell'otto



Start State



Goal State

$$f(n) = \#mosseFatte + \#caselleFuoriPosto$$

$$f(start) = 0 + 7$$

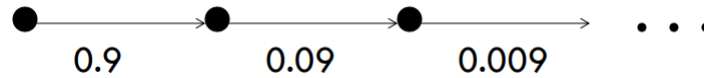
Dopo  $\leftarrow, \downarrow, \uparrow, \rightarrow$  si ha  $f = 4 + 7$ : stesso stato ma  $g$  è cambiata.

$$f(goal) = ? + 0$$

### Algoritmo A è completo

**Teorema** L'algoritmo A con la condizione  $g(n) \geq d(n) \cdot \epsilon$ , con  $d(n)$  profondità e  $\epsilon > 0$  costo minimo dell'arco, è **completo**.

La condizione ci garantisce che non si verifichino condizioni del tipo



e che il costo lungo un cammino non cresca "abbastanza", così da fermarsi per costi alti di  $g$ .

**Dimostrazione** Sia  $[n_0 n_1 n_2 \dots n' \dots n_k = \text{goal}]$  un cammino soluzione. Sia  $n'$  un nodo della frontiera su un cammino soluzione  $\rightarrow n'$  prima o poi **verrà espanso**. Infatti, esistono solo un numero finito di nodi  $x$  che possono essere aggiunti alla frontiera con  $f(x) \leq f(n')$  (condizione su  $g$ ).

Quindi, se non si trova una soluzione prima,  $n'$  verrà espanso e i suoi successori aggiunti alla frontiera. Tra questi, **anche il suo successore sul cammino soluzione**.

Il ragionamento si può ripetere fino a dimostrare che anche il nostro *goal* sarà selezionato per l'espansione.

### 3.2.2 Algoritmo A\*: La Stima Ideale

Una **funzione di valutazione ideale (oracolo)**  $f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$

$g^*(n)$  costo del **cammino minimo** da radice a  $n$

$h^*(n)$  costo del **cammino minimo** da  $n$  a *goal*

$f^*(n)$  costo del **cammino minimo** da radice a *goal*, attraverso  $n$

Normalmente  $g(n) \geq g^*(n)$  (costo del cammino  $\geq$  cammino minimo) e  $h(n)$  è una **stima** di  $h^*(n)$ : si può sotto o sovrastimare la distanza dalla soluzione.

**Definizione** **Euristica ammissibile**  $\forall n \mid h(n) \leq h^*(n)$ ,  $h$  è una **sottostima**, ad esempio l'euristica della distanza in linea d'aria.

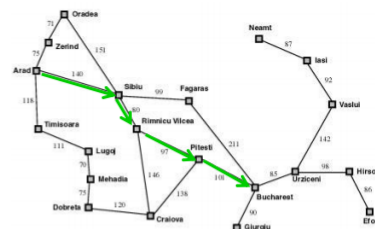
**Definizione** Algoritmo A\*: un algoritmo A in cui  $h$  è una funzione euristica ammissibile.

**Teorema** Gli algoritmi A\* sono **ottimali**.

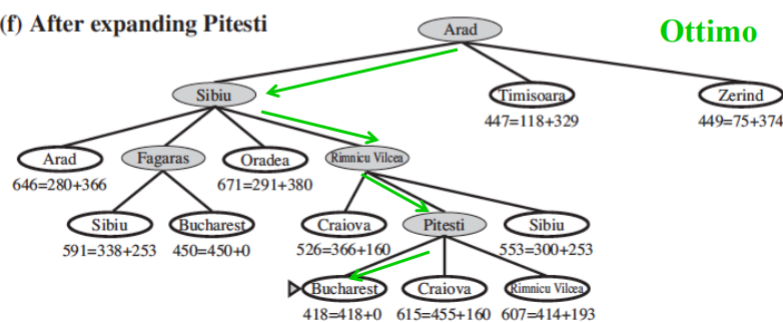
**Corollario** BF con passi a costo costante e UC sono **ottimali** ( $h(n) = 0$ )

### Itinerario con A\*

Arad	366	Mehadia	241
Bucharest	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
Eforie	161	Rimnicu Vilcea	193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



(f) After expanding Pitesti



**Osservazioni** La componente  $g$  fa sì che si abbandonino cammini che vanno troppo in profondità.

**$h$  sotto o sopra stima?** Una sottostima può farci compiere lavoro inutile, ma **non fa perdere il cammino migliore**: quando trovo il nodo *goal* è il cammino migliore. Invece, una funzione che a volte sovrastima può **farci perdere la soluzione ottimale a causa di tagli per sovrastima**.

**Ottimalità** Nel caso di ricerca su albero, l'uso di un'euristica ammissibile è sufficiente a garantire l'ammissibilità  $\Rightarrow$  ottimalità di  $A^*$ .

Nel caso di ricerca su grafo, serve una proprietà più forte: la **consistenza**, anche detta **monotonicità**, perché rischio di scartare candidati ottimi (stato già incontrato) a meno che il primo espanso sia il migliore.

**Definizione** Euristica consistente se

$$h(goal) = 0$$

**Consistenza locale:**  $\forall n | h(b) \leq c(n, a, n') + h(n')$  dove  $n'$  è un successore di  $n$  e  $c(n, a, n')$  è il costo del cammino  $n \rightarrow n'$  sull'arco  $a$ .

$$\Rightarrow f(b) \leq f(n')$$

Quindi se  $h$  è consistente, allora  $f$  **non decresce mai lungo i cammini**: da qui il termine monotonia.

Esistono euristiche ammissibili che non sono monotone, ma sono rare.

**Teorema** Un'euristica monotona è ammissibile.

Le euristiche monotone garantiscono che la **soluzione meno costosa venga trovata per prima** e quindi **sono ottimali anche nel caso di ricerca su grafo**.

Non si devono recuperare, tra gli antenati, nodi con costo minore

**Lista degli esplorati**, stato già esplorato è sul cammino ottimo  $\Rightarrow$  posso evitare di inserire il corrente ripetuto senza perdere l'ottimalità

```
if (figlio.Stato non in Esplorati and non in Frontiera)
    Frontiera = Inserisci(figlio, Frontiera)
```

Per la frontiera, volendo evitare stati ripetuti, resta l'if finale di UC

```
if (figlio.Stato in Frontiera con costoCammino piu alto)
    sostituisci quel nodo frontiera con il figlio
```

**Ottimalità di  $A^*$  Dimostrazione**

1.  $h(n)$  consistente  $\Rightarrow$  i valori di  $f(n)$  lungo un cammino sono non decrescenti:

Se  $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$  (def. consistenza)

$g(n) + h(n) \leq g(n) + c(n, a, n') + h(n')$  sommando  $g(n)$

ma siccome  $g(n) + c(n, a, n') = g(n')$ , allora  $g(n) + h(n) \leq g(n') + h(n')$

quindi  $f(n) \leq f(n')$

2. Ogni volta che  $A^*$  seleziona un nodo  $n$  per l'espansione, il cammino ottimo a tale nodo è stato trovato.

Se così non fosse, ci sarebbe un altro nodo  $n'$  della frontiera sul cammino ottimo (a  $n$ , ancora da trovare), con  $f(n')$  minore (per la monotonia e  $n$  successivo di  $n'$ ).

Ma ciò non è possibile perché tale nodo sarebbe già stato espanso.

3. Quando seleziona nodo *goal* è cammino ottimo [ $h = 0, f = C^*$ ]

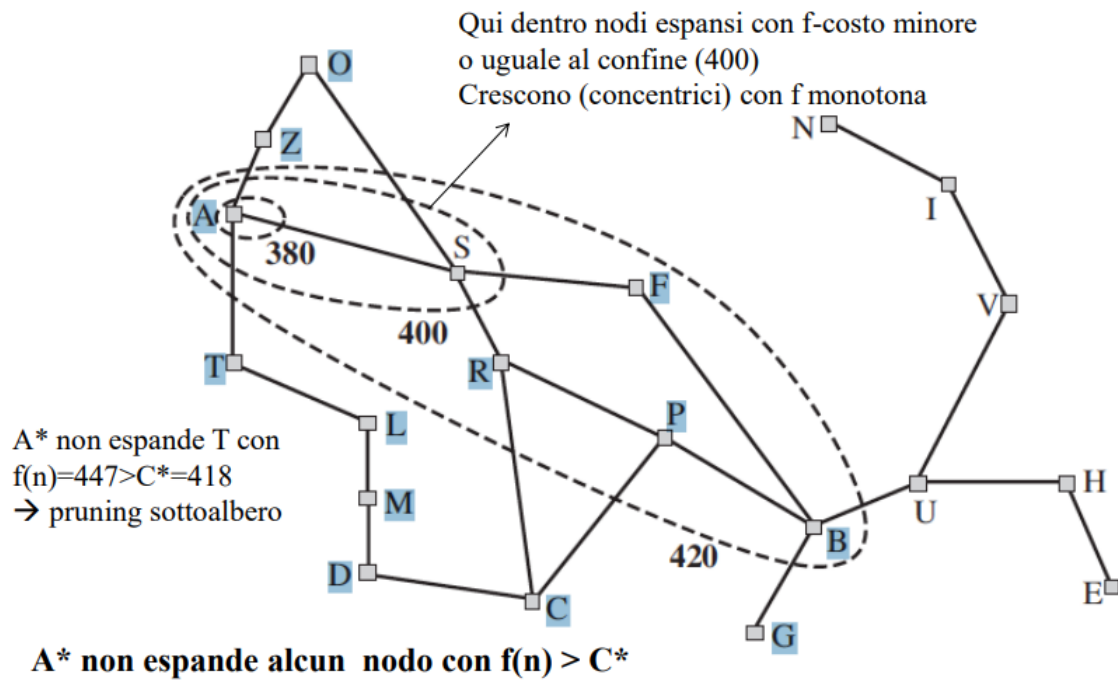
### 3.2.3 Perché $A^*$ è vantaggioso?

$A^*$  espande tutti i nodi con  $f(n) < C^*$

$A^*$  espande *alcuni* nodi con  $f(n) = C^*$

**$A^*$  non espande alcun nodo con  $f(b) > C^*$**

Quindi alcuni nodi (e suoi sottoalberi) non verranno considerati per l'espansione, ma restiamo ottimali: **pruning**, un' $h$  opportuna, **più alta possibile fra le ammissibili**, fa tagliare molto.



Più  $f$  è aderente, più taglio ottenendo ovali più stretti. Cercheremo quindi un' $h$  **più alta possibile tra le ammissibili**. Se molto bassa, molti (sino a tutti) nodi restano  $< C^* \Rightarrow$  espando tutti (a cerchi).

**Pruning** Il pruning dei sotto-alberi è il punto focale: non li abbiamo già in memoria ed evitiamo di generarli, e ciò è decisivo per i problemi di AI a spazio stati esponenziali.

### 3.2.4 Conclusioni su A\*

**Algoritmo** Lo stesso usato per UC

**Funzioni** Usa  $f = g + h$  per la coda di priorità, dove  $h$  e  $g$  soddisfano le condizioni per algoritmo A e  $h$  è una funzione euristica ammissibile per A\*.

Sui grafi necessità di un'euristica monotona.

**Completo** Discende dalla completezza di A, perché A\* è un A particolare

**Ottimale** Con euristica monotona

**Ottimamente efficiente** A parità di euristica nessun'altro algoritmo espande meno nodi senza rinunciare ad ottimalità

**Problemi** Quale euristica?

Occupazione in memoria:  $O(b^{d+1})$