



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0

CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002329

Úvod do zpracování obrazů

Mechatronika

Prezentace přednášky č. 6

Detekce hran, rekonstrukce obrazu

doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
www.tul.cz



<http://www.ite.tul.cz>



DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Jednoduché konvoluční masky aproximující derivace obrazové funkce:**

- **Robertsův operátor**

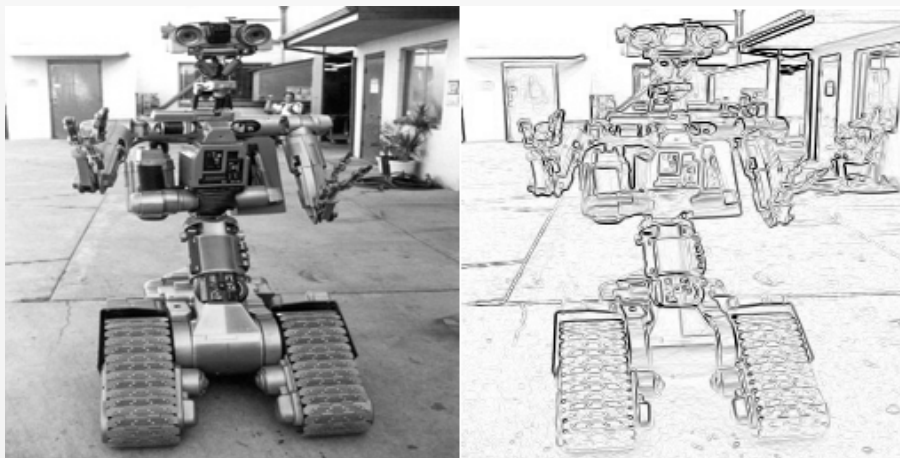
konvoluční masky:

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

velikost gradientu:

$$|g(x, y) - g(x + 1, y + 1)| + |g(x, y + 1) - g(x + 1, y)|$$

(-) velká citlivost na šum (okolí použité pro aproximaci je malé)





DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Laplaceův operátor**

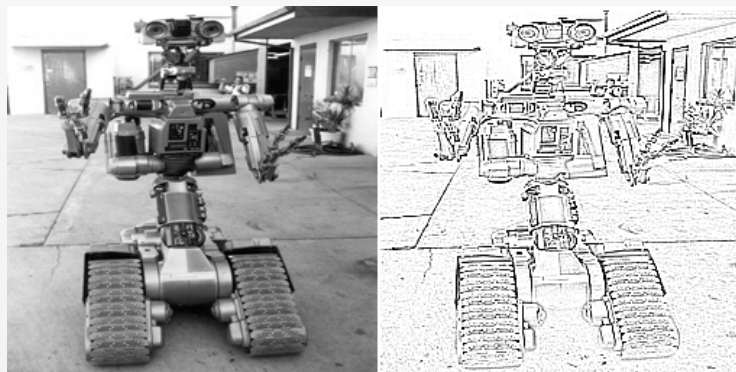
aproximuje druhou derivaci, invariantní vůči otočení, udává velikost hrany, neudává směr

$$h_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Laplacián s větší vahou pixelů blíže reprezentativnímu bodu masky, ztráta invariantnosti vůči otočení

$$h = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

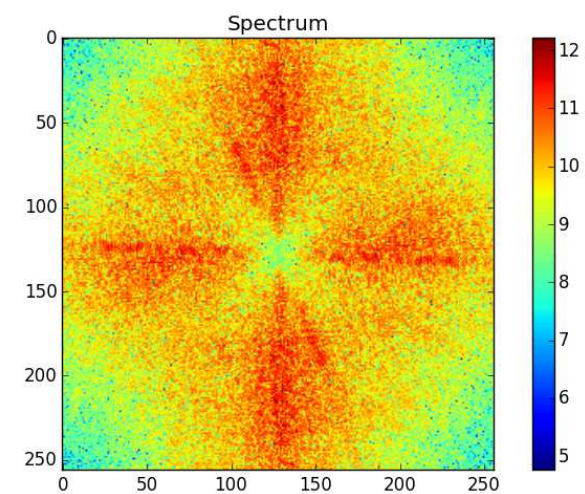
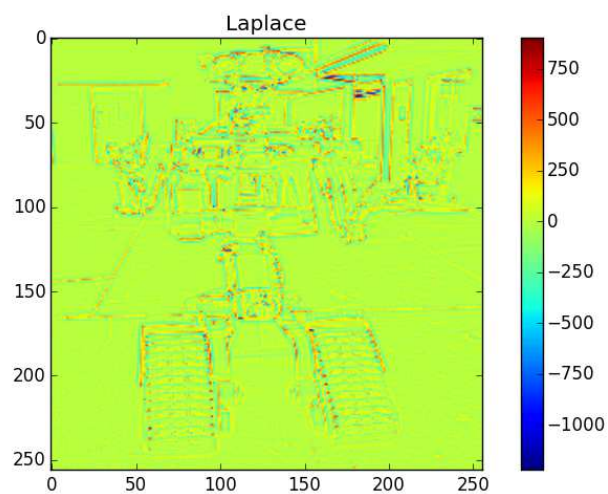
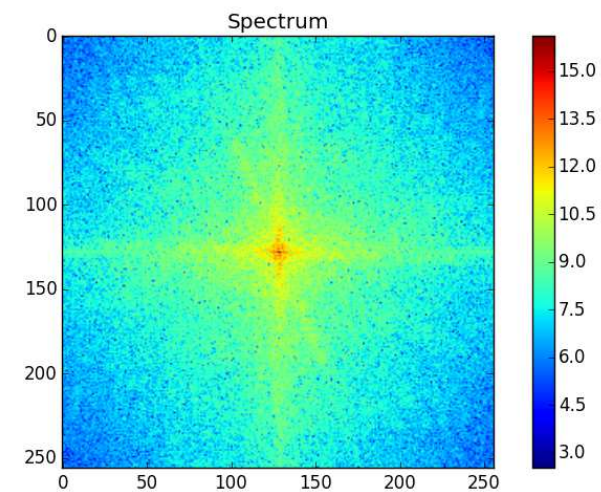
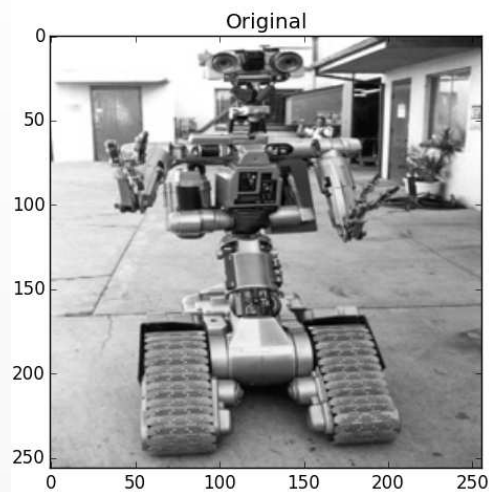
(-) velká citlivost na šum, dvojité odezvy na hrany odpovídající tenkým liniím v obraze





DETEKOVÁNÍ HRAN

- Laplaceův operátor



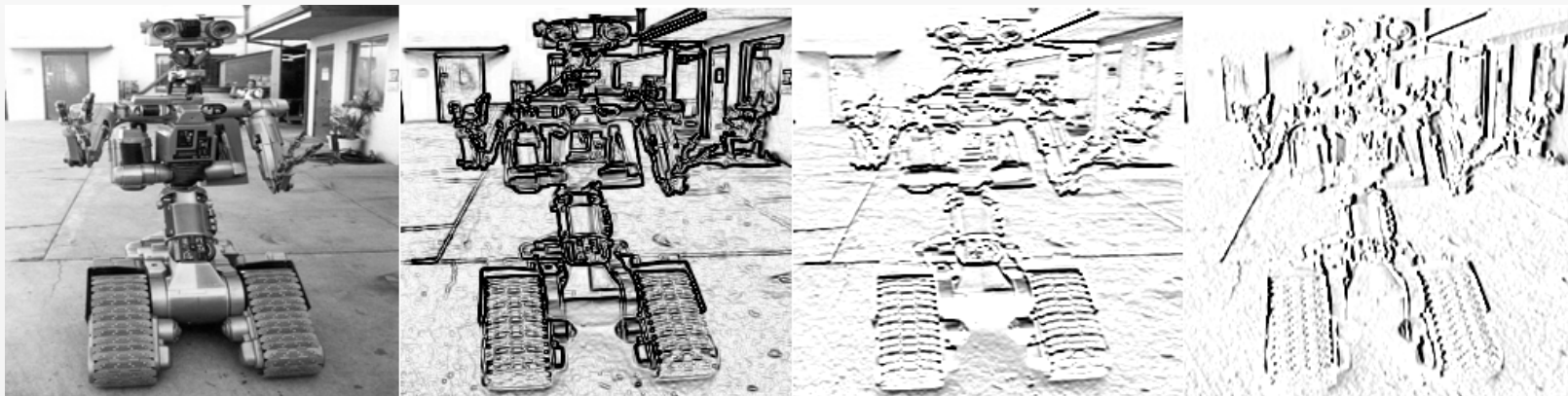
- **Operátor Prewittové**

aproximuje první derivaci, gradient je odhadován v okolí 3×3 pro osm směrů, výběr masky s největším modulem gradientu

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$

- **Sobelův operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$





DETEKOVÁNÍ HRAN

- Další směrové operátory aproximující první derivaci

- **Robinsonův operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$

- **Kirschův operátor**

$$h_1 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix} \quad h_2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix} \quad h_3 = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad \dots$$

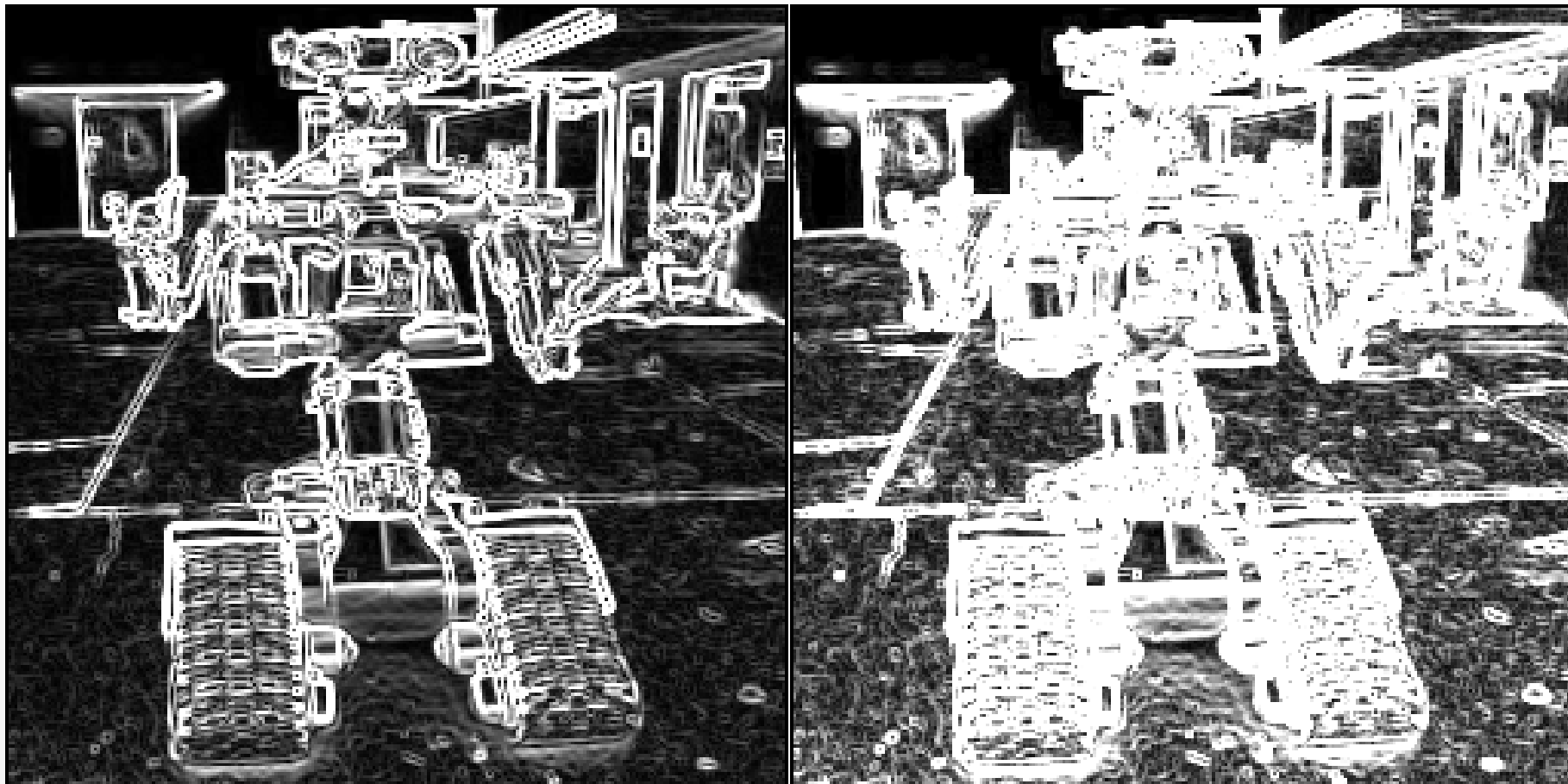
- ...





DETEKOVÁNÍ HRAN

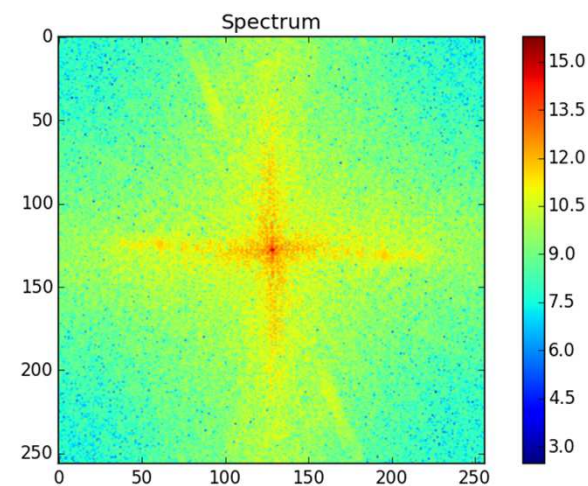
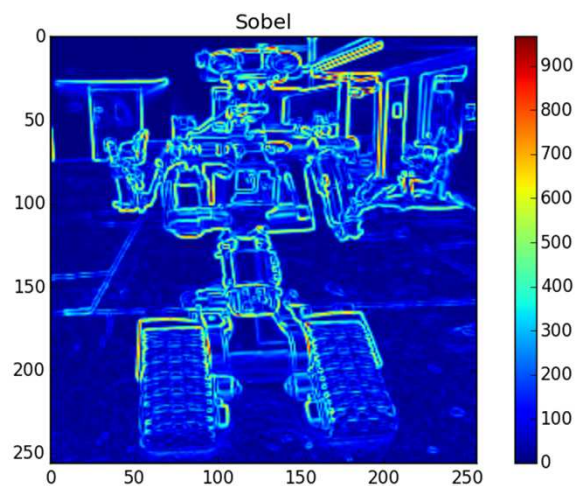
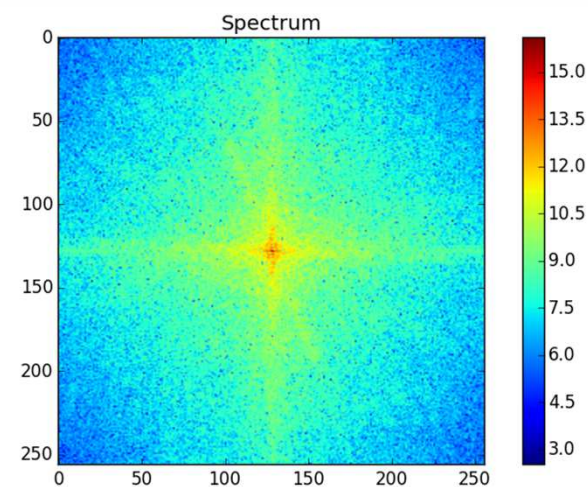
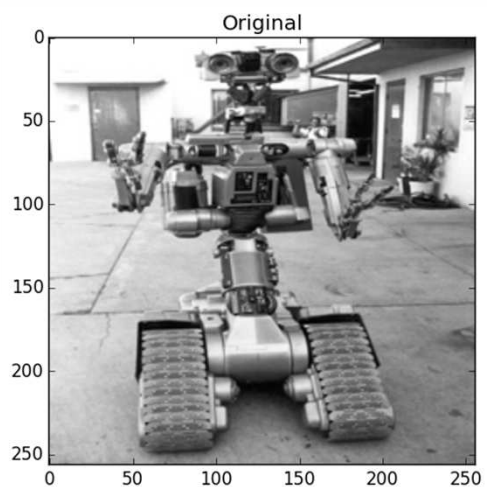
- Sobelův x Kirschův operátor





DETEKOVÁNÍ HRAN

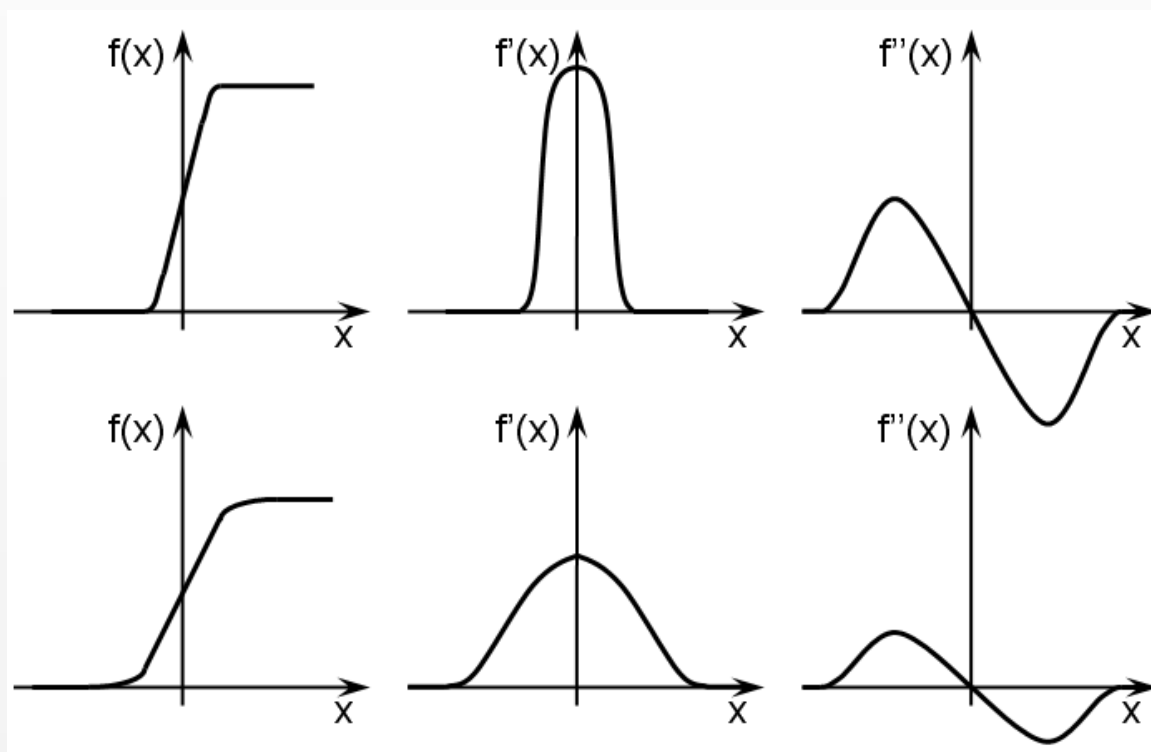
- Sobelův operátor





DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Hrany jako průchody nulou druhé derivace obrazové funkce**
- Nevýhoda operátorů aproximujících derivaci diferencemi v malém okolí je velká závislost jejich chování na konkrétním obrázku, velikost masky musí odpovídat velikosti detailů v obraze, nejsou nezávislé na měřítku, velká citlivost na šum





DETEKOVÁNÍ HRAN



- **Marrova teorie**
- Matematický model detekce skokových hran odpovídající neuro-fyziologickým měřením na sítnici oka, hledání polohy hrany v obraze v místě průchodu druhé derivace obrazové funkce nulou
- Druhá derivace >>> Protíná v místě hrany nulovou hodnotu, spolehlivější než hledat hrany pomocí první derivace
- Robustní počítání (odhad) druhé derivace >>> konvoluce obrazu s vyhlazujícím filtrem který požadavky (protikladné) na vyhlazující filtr:
- **1.** filtr má být hladký, ve frekvenčním spektru přibližně odpovídající PP >>> omezení možného počtu frekvencí, u kterých k průchodu nulou může dojít
- **2.** filtr by měl reagovat pouze na body z blízkého okolí hrany (přesnost lokalizace hrany v rovině)





DETEKOVÁNÍ HRAN



- Kompromis >>> Marrova teorie
- Lineární filtr, jehož koeficienty v konvoluční masce odpovídají 2D gaussovskému rozložení:

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

- σ ... středněkvadratická odchylka (na jak velkém okolí filtr operuje)
- pixely blíže středu mají větší váhu a vliv pixelů vzdálenějších než 3σ je zanedbatelný
- všesměrový Laplacián ∇^2 (**LoG operátor** - Laplacian of Gaussian)

$\nabla^2(G(x, y, \sigma) * f(x, y)) = (\nabla^2 G(x, y, \sigma)) * f(x, y)$ linearita operací konvoluce a derivace

- hodnoty derivace Gaussiánu $\nabla^2 G$ lze předpočítat analyticky >>> na obrazu nezávisí





DETEKOVÁNÍ HRAN

- r ... Euklidovská vzdálenost od středu Gaussiánu (středově symetrický)
 $x^2 + y^2 = r^2$

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \rightarrow G(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$G'(r) = -\frac{1}{\sigma^2} \cdot r \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$G''(r) = \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{r^2}{\sigma^2} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

$$h(x, y) = c \left(\frac{x^2 + y^2 - \sigma^2}{\sigma^4} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

c ... normalizační koeficient, součet všech koeficientů v masce je 0



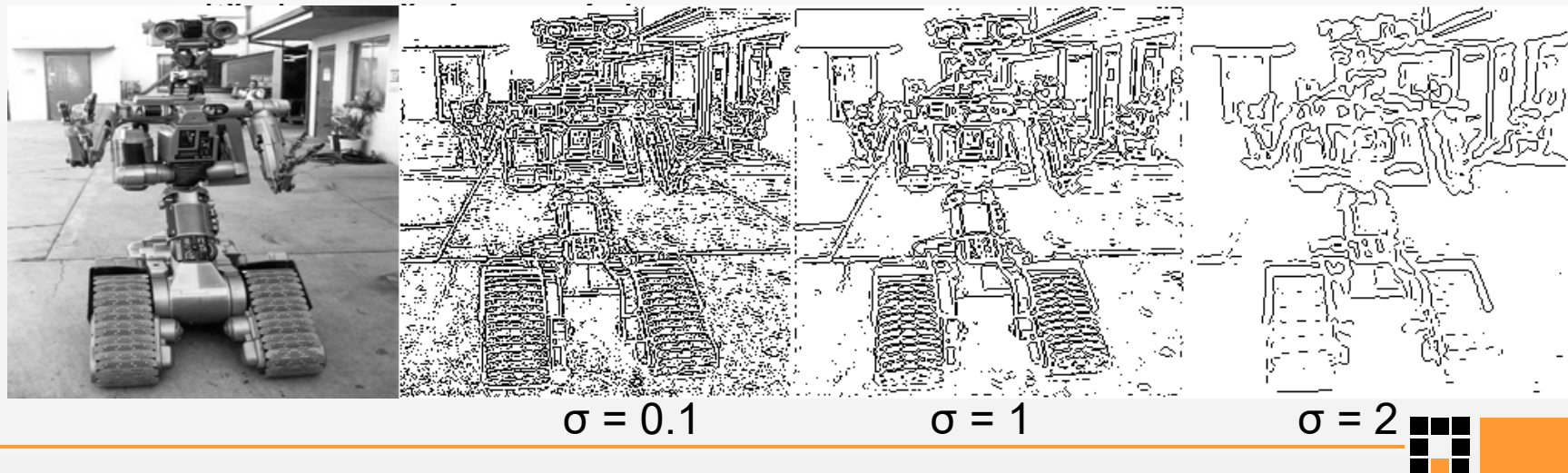


DETEKOVÁNÍ HRAN

- Aproximace operátoru LoG v masce (mexický klobouk) 5×5

$$h(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Prahování LoG obrazu v intervalu hodnot blízkých k nule (slabé - nespojité hrany), lepší je použít detektor průchodů nulou, např. v masce 2×2 s reprezentativním bodem v levém horním rohu, Hrana se indikuje tehdy, pokud





DETEKOVÁNÍ HRAN



- **Operátor DoG** (Difference of Gaussians) >>> aproximace LoG pomocí difference dvou obrazů (konvoluce s Gaussiánem o různém σ)
- **(-)** DoG a Log vyhlazují ostré tvary (ostré rohy se ztrácejí), spojují hrany do uzavřených křivek (hrany - "talíř špaget)
- neurofyzilogické experimenty (na kočkách) >>> sítnice lidského oka
- Shluky buněk (gangliony) velmi podobné operace jako $\nabla^2 G$
- Každý ganglion reaguje na světelné podněty z kruhově symetrického okolí, které odpovídají $\nabla^2 G$





DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Volba měřítka ve zpracování obrazů**
- Pro lokální operace >>> správně zvolit měřítko (okolí použité pro výpočet)
- U hledání hran >>> správná velikost okolí = velikost zajímavých objektů v obraze, v době předzpracování obrazu neumíme interpretovat obraz
- Kybernetika a popis složitých problémů >>> zkoumaný jev se vyjádří pomocí formálního popisu (modelu) pro každé z různých rozlišení (měřítek), studium kvalitativních změn modelu pro různá rozlišení
- Hrany >>> různá měřítko = různá středně kvadratické odchylka σ gaussovského filtru

- pro 1D signál:
$$G(x, \sigma) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

funkce – prostor měřítek

$$F(x, \sigma) = f(x) * G(x, \sigma)$$

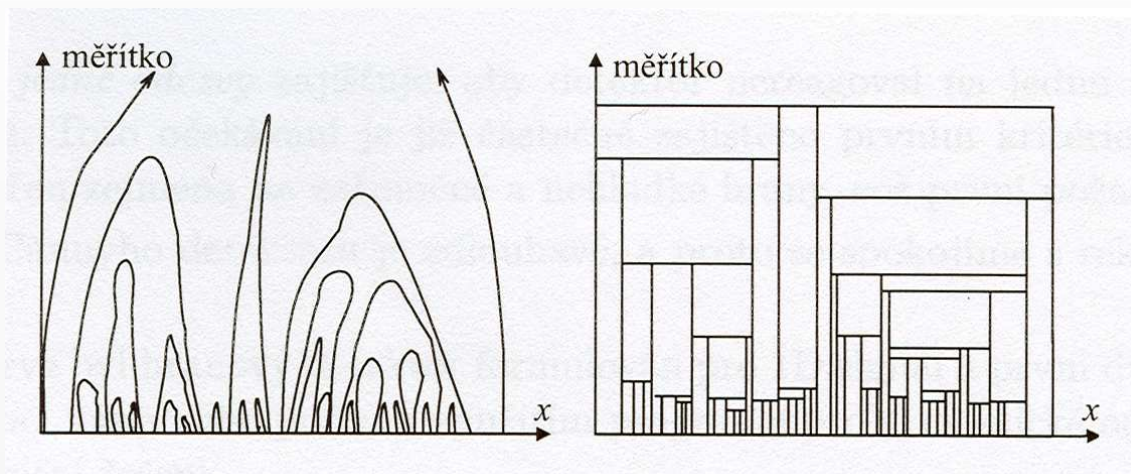
inflexní body křivky $F(x, \sigma_0)$, pro různé σ_0 :
$$\frac{\partial^2 F(x, \sigma_0)}{\partial x^2} = 0 \quad \frac{\partial^3 F(x, \sigma_0)}{\partial x^3} \neq 0$$





DETEKOVÁNÍ HRAN

- Polohy inflexních bodů lze nakreslit v souřadnicích (x, σ) jako soustavu křivek, analýzou křivek >>> rozsah měřítek, při kterých nastávají zajímavé změny signálu >>> automatické nastavení měřítka lokálního operátoru, bez nutnosti interpretace obrazu



prostor měřítek pro 1D

strom intervalů

(skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

- **Strom intervalů** >>> zobrazení kvalitativní informace, vyjadřuje strukturu signálu v pozorovaných měřítkách, intervalový strom se buduje od kořene (největší měřítko σ_{\max}), prohledávání směrem k listům (směr klesajícího σ), strom intervalů se větví v bodech prostoru měřítek, kde vznikají nové křivky odpovídající inflexním bodům





DETEKOVÁNÍ HRAN



- **Cannyho hranový detektor**
- Různá rozlišení a hledání, skokovou hranu lze hledat filtrem, návrh filtru >>> úloha variačního počtu (hledání nejlepší impulsní funkce filtru)
- Detektor je optimální pro skokové hrany když:
 1. Významné hrany nesmí být přehlédnuty, na jednu hranu by neměly být vícenásobné odezvy (detekční kritérium)
 2. Rozdíl mezi skutečnou a nalezenou polohou hrany má být minimální (lokalizační kritérium)
 3. Detektor nesmí reagovat na jednu hranu v obraze vícenásobně (požadavek jedné odezvy) pro zašuměné a nehladké hrany





DETEKOVÁNÍ HRAN

- **Zjednodušené odvození Cannyho detektoru:**
 - **1.** Formulace pro 1D signál a první dvě kritéria optimalizace, využití variačního počtu s a programu pro symbolické odvozování, nalezení explicitního řešení
 - **2.** Pro třetího kritérium - optimální odezva filtru numerickou optimalizací, výsledný filtr lze s aproximovat filtrací Gaussiánem G (chyba menší než 20%)
 - **3.** Detektor hran zobecněn do 2D, hrana (poloha, orientace a velikost)

$$G_n = \frac{\partial G}{\partial n} = n \cdot \nabla G$$

diferenční operátor - poskytuje i orientaci hrany
(oproti Marrově teorii)

$$n = \frac{\nabla(G * f)}{|\nabla(G * f)|}$$

robustní odhad směru gradientu

$$\frac{\partial}{\partial n} G_n * f = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} G * f = 0$$

nalezení lokální maxima ve směru kolmém na hranu





DETEKOVÁNÍ HRAN

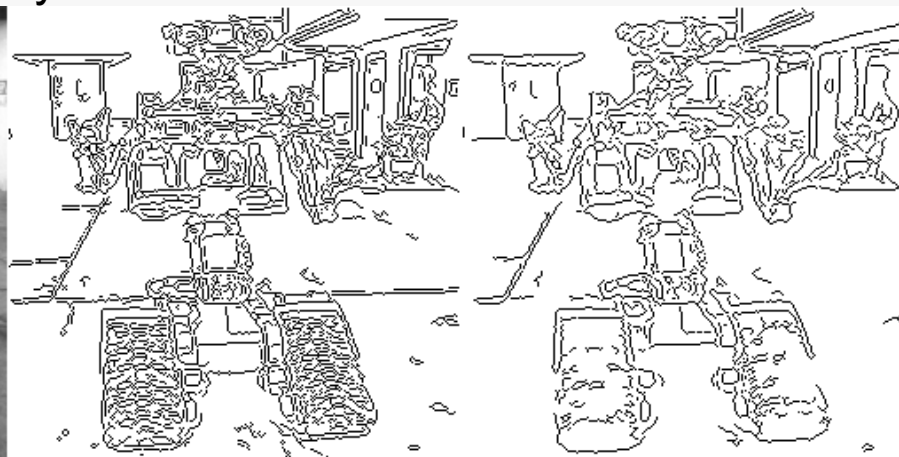
- Nalezení lokální maxima ve směru kolmém na hranu >>> potlačení odezev mimo maxima (non-maximal suppression)
- Konvoluce a derivace jsou asociativní operace >>> konvoluce obrázku f s Gaussiánem G a poté vypočítání druhé směrové derivace s využitím výpočtu ve směru n
- Síla hrany (velikost gradientu intenzity f): $|G_n * f| = |\nabla(G * f)|$
- **4.** Odstranění vícenásobných odezev na jedinou hranu >>> prahování >>> nesouvislé hrany, vylepšení >>> prahování s hysterezí >>> silné hrany s modulem gradientu nad vyšším prahem jsou považovány za hranové pixely pro dané měřítko, osamocené slabé hrany s menším modulem gradientu než vyšší práh (z šumu), pokud jsou souvislé se silnou hranou, tak jsou uvažovány, když odpovídající modul gradientu přesahuje nižší práh, automatické nastavení vyššího a nižšího práhu dle odhadnutého poměru signálu k šumu
- **5.** Výběr správného měřítko (σ) - velikosti objektů v obrázku, obraz není interpretován, vyzkouší se všechna měřítka a informaci z nich se sdruží, při významnější odezvě na hranu ve více měřítkách se použije operátor v nejmenším měřítku >>> nejlépe lokalizuje hranu.





DETEKOVÁNÍ HRAN

- Cannyho syntéza z odezev detektoru v různých měřítkách:
- **1.** označí se odezvy detektoru pro nejmenší měřítko
- **2.** hrany pro větší měřítko hypotetického detektoru se syntetizují z nich
- **3.** syntetizovaná odezva se porovná se skutečnou odezvou pro příslušné větší měřítko σ
- **4.** Hrany navíc proti syntetizovanému odhadu se zavedou pouze tehdy, jsou-li silnější než předpokládala syntéza



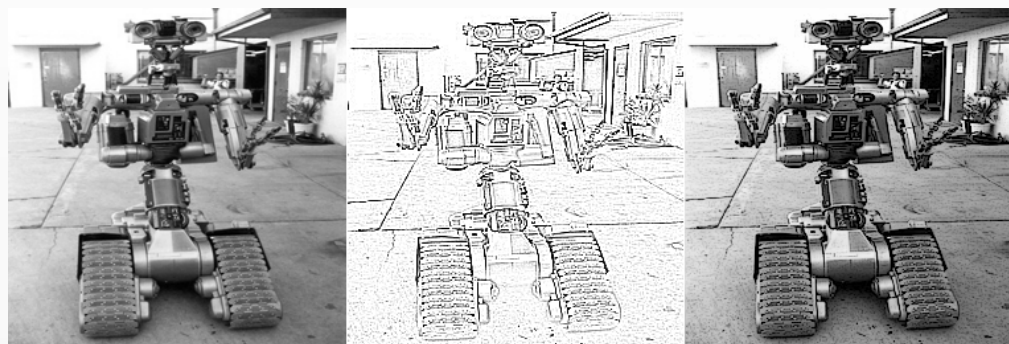


Ostření obrazu

- Využití gradientních operátorů pro ostření obrazu (pro člověka) větší strmost hran >>> zdůraznění vysokých frekvencí

$$f(x, y) = g(x, y) - C \cdot S(x, y)$$

C ... síla ostření
S ... operátor strmosti změny obrazové funkce



- Strmost >>> modul gradientu nebo Laplacián
- Ostření obrazu >>> FS >>> zdůraznění vysokých frekvencí, FT >>> lineární kombinace harmonických průběhů, $\cos(nx)$, $n = 1, 2, \dots$, derivace >>> $n \cos(nx)$, čím vyšší frekvence (n), tím větší je amplituda derivace >>> gradientní operátory zdůrazňují hrany
- Použití ostření >>> kontrastnější obraz, (sítotisk) >>> odstíny jasu se vytvářejí polotónováním, tj. větší či menší hustotou černých bodů >>> ostření obrazu nezbytné >>> modul DTP (Desk Top Publishing)





Obnovení obrazu při známé degradaci



- Obnovení (restaurování) obrazu >>> potlačení porušení obrazu na základě znalosti charakteru poruchy nebo jejího odhadu
- Lineární degradace >>> porušený obrázek $g(x, y)$ lze modelovat jako konvoluci neporušeného obrázku $f(x, y)$ s maskou h přes celý obrázek

$$g(x, y) = \iint_{(a,b) \in O} f(a, b) h(a, b, x, y) da db + v(x, y) \quad v(x, y) \quad \dots \text{aditivní šum}$$

- Zjednodušení >>> prostorová nezávislost filtru $h(x, y)$

$$g(i, j) = (f * h)(i, j) + v(i, j) \quad \text{obrazy z FT: } G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)$$

pro degradace způsobené:

- (a) rozostřením objektivu
- (b) rozmazáním pohybujícího se objektu ve scéně při dlouhých expozičních časech
- (c) turbulencí atmosféry při sledování scény přes vysokou vrstvu vzduchu (dálkový průzkum Země, astronomie)





Obnovení obrazu při známé degradaci



- Dalšími vlivy >>> vady optické soustavy, nelinearita opticko-elektrického čidla, nelinearita nebo zrnitost filmového materiálu
- Deterministické postupy obnovení obrazu >>> pro obrazy s malým podílem šumu, vypočtení původního obrazu pomocí transformace inverzní k degradační transformaci
- Statistické postupy obnovení obrazu >>> odhadují originální obraz z obrazu zatíženého šumem (známé nebo odhadnuté statistické vlastnosti), hledání filtru pomocí metod statistických modelů (metoda nejmenších čtverců...), míra podobnosti (vzdálenost) mezi původním obrazem a obrazem, který byl odhadnut (kritériem optimality)
- Znalost transformace, která obraz degradovala, pokud není >>> aproximace z existujících obrazů
- **Apriorní poruchy** >>> parametry poruch jsou známé nebo je lze získat před obnovením, porovnání originálního a sejmutého obrazu
- **Aposteriorní poruchy** >>> analýza degradovaného obrazu >>> vyhledávání osamělých bodů nebo přímek v obraze a nalezení odpovídající přenosové funkce po degradaci, nebo odhadování spektrálních vlastností šumu v oblastech obrazu, o kterých víme, že jsou poměrně stejnorodé





Obnovení obrazu při známé degradaci



- **Relativní pohyb mezi kamerou a objektem:**
- rozmazání obrazu >>> relativní pohyb mezi kamerou a fotografovaným objektem v době otevření závěrky T
- pro konstantní rychlost pohybu objektu V ve směru osy x:

$$H(u, v) = \frac{\sin(\pi V T u)}{\pi V u}$$

Fourierův obraz $H(u, v)$ degradace za čas T





Obnovení obrazu při známé degradaci



- **Rozostřený objektiv:**

- rozmazání obrazu špatným zaostřením tenké čočky při malé hloubce ostrosti

$$H(u,v) = \frac{J_1(ar)}{ar} \quad J_1 \text{ Besselova funkce prvního druhu, } r^2 = u^2 + v^2 - \text{posun v obraz.}$$

model není prostorově invariantní





Obnovení obrazu při známé degradaci



- **Turbulence atmosféry:**

- Při dálkovém průzkumu Země, astronomii, při sledování objektů přes silnou vrstvu vzduchu, poruchy – tepelné nehomogenity v atmosféře (tetení vzduchu), mírné ohýbání procházejícího světla

$$H(u, v) = e^{-c(u^2 + v^2)^{\frac{5}{6}}}$$

- Model degradace byl stanoven pokusně, c je konstanta daná typem turbulence (experimentální určení)





Obnovení obrazu při známé degradaci



- **Obnovení obrazu inverzní filtrací nebo Wienerovou filtrací:**
- Řešení pomocí inverzní filtrace >>> pokud šum není vzhledem k signálu významný, jinak se projeví aditivní chyba (rozmazání ostrých hran), změna modulu H klesá rychleji než N

$$F(u,v) = G(u,v)H^{-1}(u,v) - N(u,v)H^{-1}(u,v)$$

- Wienerovu filtraci >>> pokud je nezanedbatelný šum s odhadnutelnými statistickými vlastnostmi, řešením přeurčené soustavy lineárních rovnic minimalizující středně kvadratickou chybu e^2

$$e^2 = \varepsilon \left\{ \left(f(i,j) - \hat{f}(i,j) \right)^2 \right\} \quad \varepsilon \dots \text{operátor střední hodnoty}$$

- Optimální odhad \hat{f} je na pozorovaném obrazu g nelineárně závislý
- Zjednodušení >>> \hat{f} je lineární kombinací hodnot obrazu g , shoda nastane pouze, když je stochastický proces popisující obrazy f, g a šum v stacionární a příslušné hustoty pravděpodobnosti jsou gaussovske, to není vždy splněno, přesto se Wienerova filtrace použije





Obnovení obrazu při známé degradaci



- **Odhad neporušeného obrazu \hat{F} :**

$$\hat{F}(u, v) = H_W(u, v)G(u, v)$$

H_W ... přenosová funkce Wienerova filtru

- Wienerův filtr:

$$H_W(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_{vv}(u, v)}{S_{ff}(u, v)}}$$

H ... Fourierova transformace degradace

S_{vv} ... výkonová spektrální hustota šumu

S_{ff} ... výkonová spektrální hustota neporušeného obrazu

- Musí být znám charakter poruchy a statistické vlastnosti šumu, S_{ff} zjištěno metodou pokusu a omylu
- Ideální inverzní filtr (zvláštním případ Wienerova filtru) $S_{vv} = 0$





Obnovení obrazu při známé degradaci



rozmazání pohybem o 5 pixelů v ose x

špatně zaostřený obraz

(skriptu Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)
(autor - P. Kohout, ředitelství policie ČR, Praha)

<http://www.ite.tul.cz>

