



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT  
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



# Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0

CZ.02.2.69/0.0/0.0/16\_015/0002329

## Úvod do zpracování obrazů

**Mechatronika**

**Prezentace přednášky č. 4**

**Transformace jasu, DI lineární transformace**

doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
[www.tul.cz](http://www.tul.cz)



<http://www.ite.tul.cz>



# TRANSFORMACE HODNOT JASU



- **1. Jasové korekce** >>> jas v bodě výstupního závisí na jasů bodu ve vstupním obrazu
- zdroj poruch >>> vinětice - světlo procházející dále od optické osy je více zeslabováno
  - >>> snímací prvek nemusí být citlivý ve všech bodech
  - >>> nadměrné osvětlení scény
  - >>> prachové částice na optice a na snímacím prvku
- deterministické poruchy >>> jasové korekce  
zkreslený obraz:

$$f(x, y) = e(x, y) \cdot g(x, y)$$

$e(x, y)$  ... porucha (multiplikativní koeficient)

$g(x, y)$  ... původní obraz

$$g(x, y) = \frac{f(x, y)}{e(x, y)} = \frac{c \cdot f(x, y)}{f_c(x, y)}$$

$c$  ... konst. jas (etalon),  $f_c(x, y)$  ...  
etalon. šedý obr.





# TRANSFORMACE HODNOT JASU



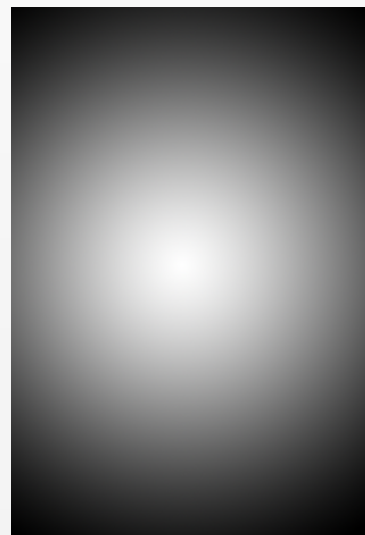
$g(x, y)$



$e(x, y)$



$f(x, y)$



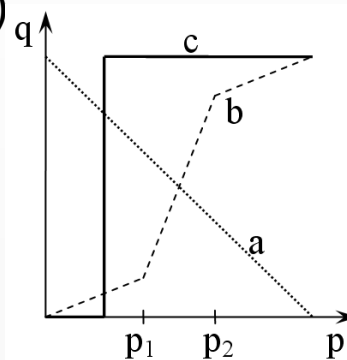


# TRANSFORMACE HODNOT JASU

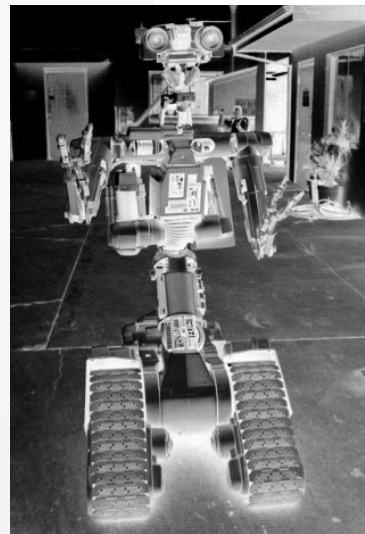


- **2. Transformace jasové stupnice** >>> nezávisí na poloze v obraze, stejná pro všechny pixely v obraze výchozí stupnice jasu  $p = \langle p_0, p_k \rangle$ , nová stupnice jasu  $q = \langle q_0, q_k \rangle$ ,  $q = T(p)$

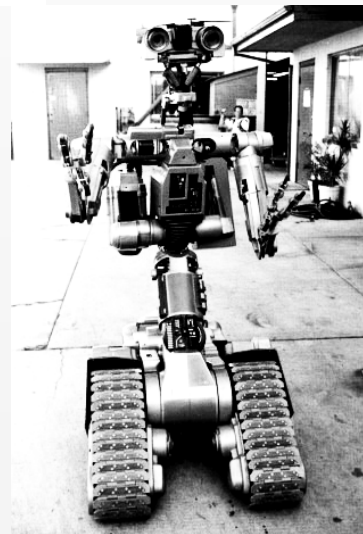
- obvyklé transformace:



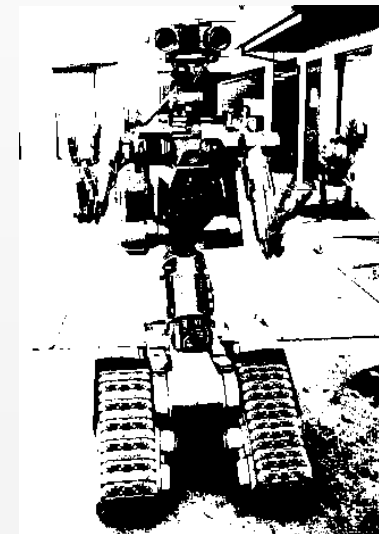
originál



a) negace



b) zvýraznění jasů



c) segmentace





# TRANSFORMACE HODNOT JASU



- $\gamma$ -korekce intenzity  $I' = \alpha \cdot I^\gamma$ ,  $0 < \gamma \leq 1$ , logaritmická citlivost oka ( $\gamma = 0,5$ ), pozorovatelnost jasů v rozsahu 9 řádů
- Interpretace obrazu člověkem (zvýšení kontrastu), jinak bez významu, (-) ztráta informace, když transformace není invertovatelná (není prosté zobrazení)
- Transformace v reálném čase >>> použití tabulky hodnot
- Vyhledávací tabulka >>> paleta

**paletové obrazy** >>> výchozí obraz byl barevný >>> ztrátově komprimován do jediného obrazu s  $M$  jasovými úrovněmi ( $M$  je mocnina 2, typicky  $M = 256$ ), barevný prostor obrazu se rozdělí do  $M$  souvislých shluků, které reprezentují podobné barvy, pro každý shluk se zvolí jeden typický zástupce, ležící "uprostřed" shluku, 3 vyhledávací tabulky jsou vytvořeny tak, aby  $M$  hodnot obrazové funkce představovaly indexy do 3 vyhledávacích tabulek, s obrazem se uchovává i paleta, tj.  $3 \times \log_2(M)$  bitů







# TRANSFORMACE HODNOT JASU



- **paletové obrazy** – 16 barev



<http://www.ite.tul.cz>

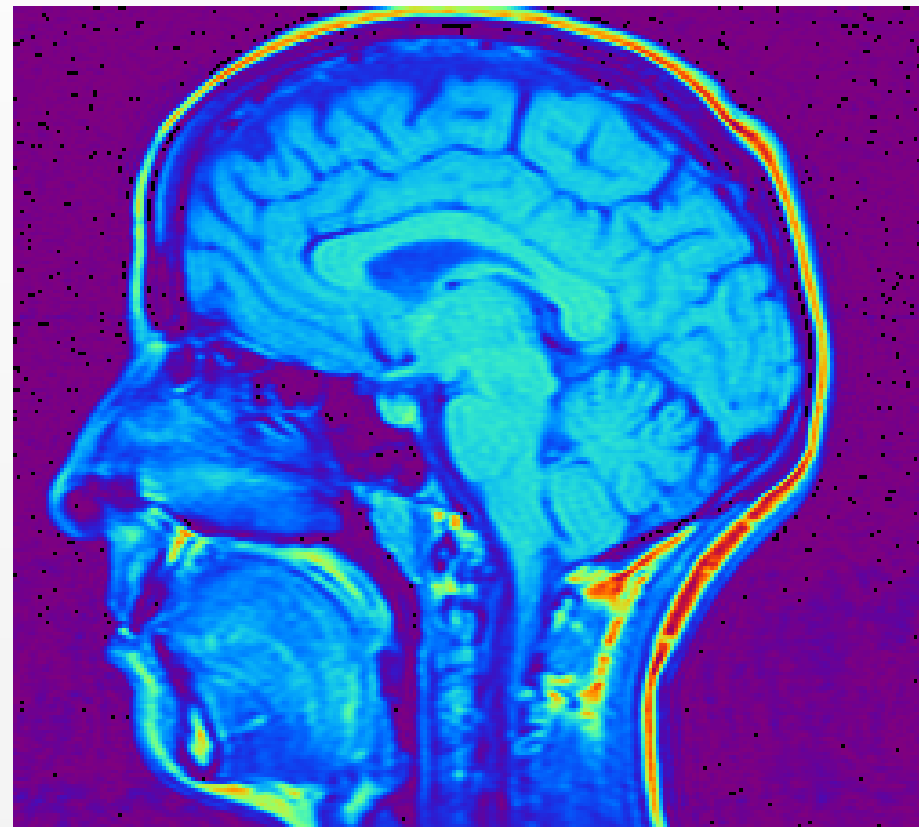




# TRANSFORMACE HODNOT JASU



- **pseudobarevné obrazy** >>> výchozí monochromatický obraz >>> jasům jsou přiřazeny barvy >>> lidské oko je více citlivé na změnu barvy než na změnu jasu, člověk rozliší více "jasových" detailů



<http://www.ite.tul.cz>



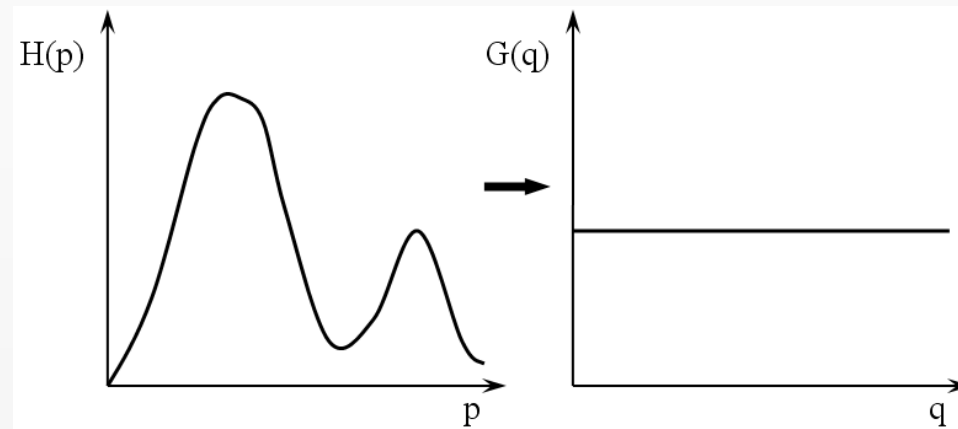


# TRANSFORMACE HODNOT JASU



- **Ekvalizace (vyrovnání) histogramu** >>> zvýšení kontrastu blízko maxim histogramu, snížení kontrastu blízko minim histogramu, ideál všechny jasy zastoupeny v histogramu stejně četně

výsledný histogram:  $\sum_{i=0}^k G(q_i) = \sum_{i=0}^k H(p_i)$



ekvalizovaný histogram  $G(q)$  odpovídá rovnoměrnému rozdělení  $f$  (hustota  $P$  je konstantní), obraz má rozměr  $N \times N$ , ideální ekvalizace - pro spojitý signál

$$f = \frac{N^2}{q_k - q_0}$$

$$N^2 \int_{q_0}^q \frac{1}{q_k - q_0} ds = \frac{N^2(q - q_0)}{q_k - q_0} = \int_{p_0}^p H(s) ds$$



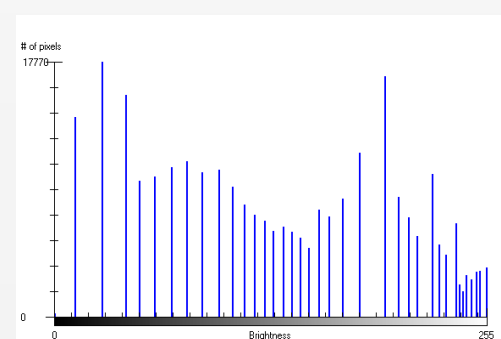
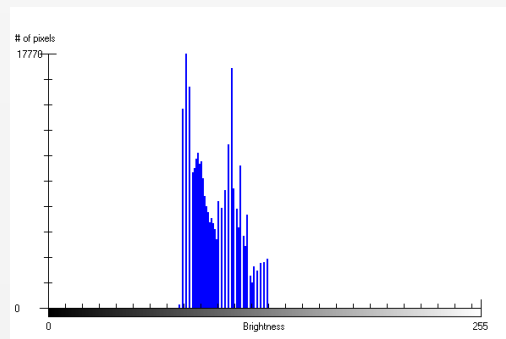


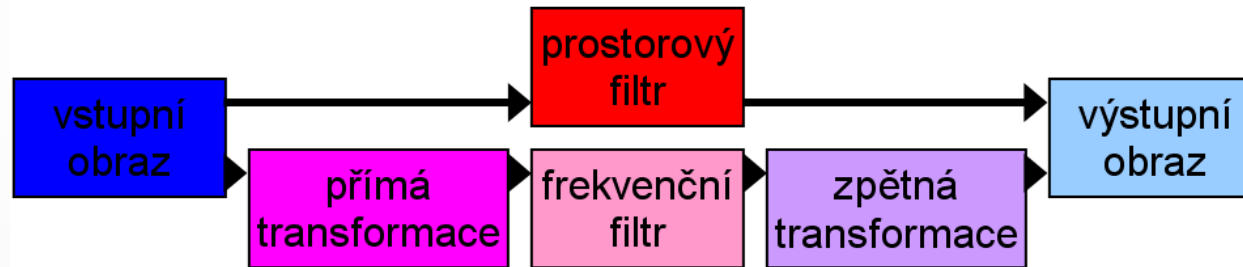


# TRANSFORMACE HODNOT JASU

- Kumulativní histogram, hledaná transformace jasové stupnice:

$$q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \int_{p_0}^p H(s) ds + q_0 \quad \text{diskrétní aproximace} \quad q = T(p) = \frac{q_k - q_0}{N^2} \sum_{i=p_0}^p H(i) + q_0$$





- **Filtrace v prostorové oblasti** (1D v časové oblasti) >>> lineární kombinace vstupního obrazu s koeficienty filtru (často jako lokální filtry), využití konvoluce
- **Filtrace ve frekvenční oblasti** >>> převedení obrazu lineární integrální transformací do "frekvenční reprezentace" >>> filtrace >>> výsledek filtrace se inverzní lineární integrální transformací převede opět na obraz
- Obraz  $f$ , rozměry  $M \times N$

$$f = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$$





- Výsledný obraz  $F$ , rozměry  $M \times N$ ,  $P$  a  $Q$  transformační matice rozměru  $M \times M$  ( $N \times N$ )

$$F = PfQ, F(u,v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} P(u,m)f(m,n)Q(n,v) \quad u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1$$

- pokud  $P$  a  $Q$  jsou regulární ( $\det \neq 0$ ) existuje  $P^{-1}$  a  $Q^{-1}$ , inverzní transformace:

$$f = P^{-1}FQ^{-1}$$

- matice  $M$ , transponovaná matice  $M^T$ , komplexní matice  $C$ ,  $C^*$  každý prvek matice je nahrazen komplexně sdruženým prvkem ( $1 + 2i \ggg 1 - 2i$ )

1)  $M = M^T$ ,  $M$  je symetrická matice

2)  $M^T M = E$  (jednotková matice),  $M$  je ortogonální matice

3)  $M^{-1} = M$ , platí pro reálnou, symetrickou a ortogonální matici

4)  $C^{*T} = C$ ,  $C$  je hermitovská matice

5)  $C^{*T} C = E$ ,  $C$  je unitární matice

6)  $C^{-1} = C$ , platí pro čtvercovou, komplexní, unitární a hermitovskou matici

- ortogonální transformace  $\ggg P$  a  $Q$  jsou reálné, symetrické a ortogonální (komplexní, unitární a hermitovské) matice





- **Fourierova transformace**

$$\Phi_{JJ}(k, l) = \frac{1}{J} \exp\left(-i \frac{2\pi}{J} kl\right) \quad k, l = 0, 1, \dots, J - 1$$

- Diskrétní Fourierova transformace 2D DFT,  $P = \Phi MM$ ,  $Q = \Phi NN$

$$F = \Phi_{MM} f \Phi_{NN}$$

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp\left[-2\pi i \left(\frac{mu}{M} + \frac{nv}{N}\right)\right] \quad u = 0, 1, \dots, M - 1; v = 0, 1, \dots, N - 1$$

$$F(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp\left(\frac{-2\pi i nv}{N}\right) \right] \exp\left(\frac{-2\pi i mu}{M}\right)$$

- Inverzní diskrétní Fourierova transformace 2D IDFT

$$\Phi_{JJ}^{-1}(k, l) = \frac{1}{J} \exp\left(i \frac{2\pi}{J} kl\right)$$
$$f(m, n) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp\left[2\pi i \left(\frac{mu}{M} + \frac{nv}{N}\right)\right]$$





- **Fourierova transformace**

- Periodická transformace  $F$ , periodický obraz  $f$ ;  $a, b \dots$  celá čísla

$$F(u, -v) = F(u, N - v) \qquad f(-m, n) = f(M - m, n)$$

$$F(-u, v) = F(M - u, v) \qquad f(m, -n) = f(m, N - n)$$

$$F(aM + u, bN + v) = F(u, v) \qquad f(aM + m, bN + n) = f(m, n)$$

$f(m, n)$  lineární kombinace periodických vzorků  $2\pi i \left( \frac{mu}{M} + \frac{nv}{N} \right)$

$F(u, v)$  váhová funkce

$$F(u, v) = \text{Re}(u, v) + i \text{Im}(u, v)$$

$$|F(u, v)| = \sqrt{\text{Re}^2(u, v) + \text{Im}^2(u, v)}$$

amplitudové frekvenční spektrum

$$\Phi(u, v) = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}(u, v)}{\text{Re}(u, v)} \right]$$

fázové spektrum

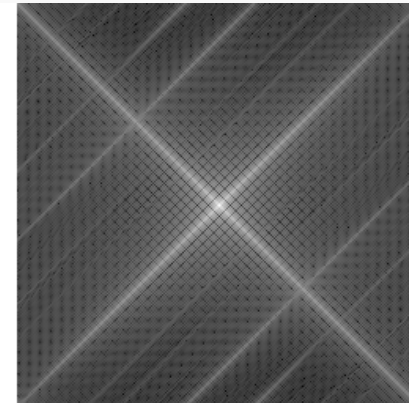
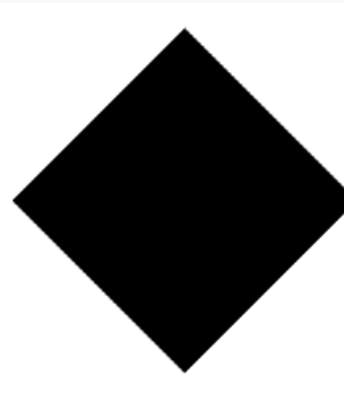
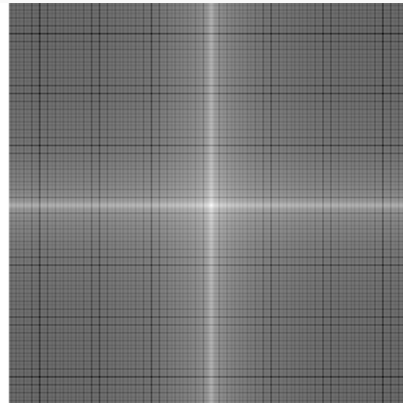
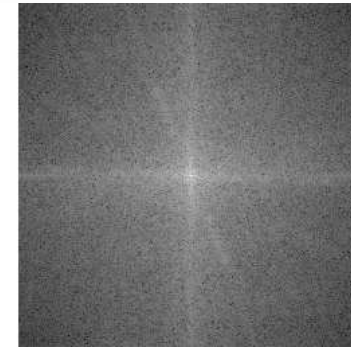
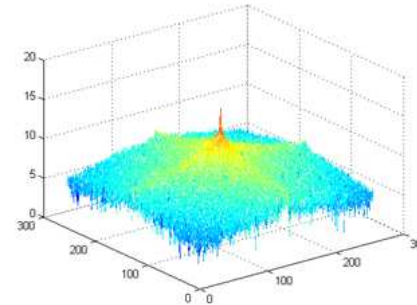
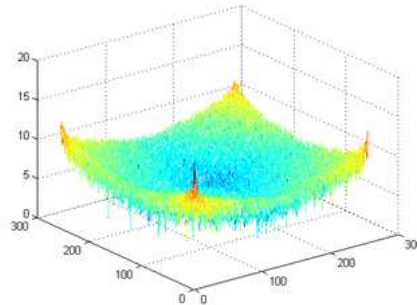
$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = \text{Re}^2(u, v) + \text{Im}^2(u, v)$$

výkonové spektrum  
(výkonová spektrální hustota)





# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



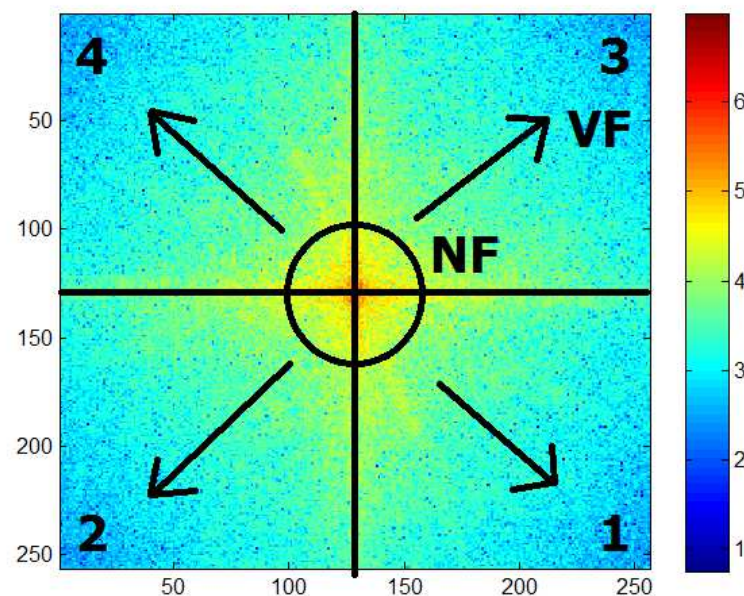
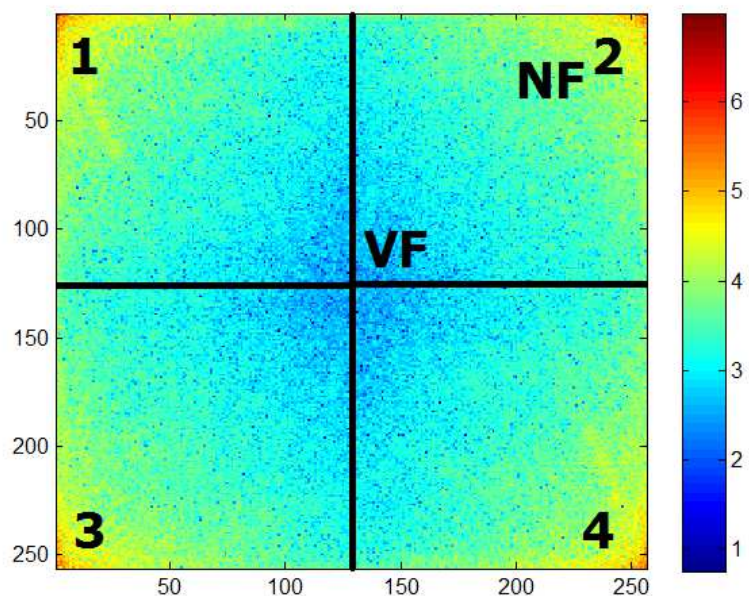
- Obraz  $\ggg$  1 perioda 2D periodické funkce, nespojitost na okraji obrazu (nenávaznost), nespojitosti – centrální kříž, druhý kříž natočen – převažující směr jasových úrovní v obrazu (gradient obrazové funkce), svislé směry kříže odpovídají vodorovným hranám a naopak
- Rozklad signálu na kombinaci báзовých periodických ortogonálních harmonických signálů





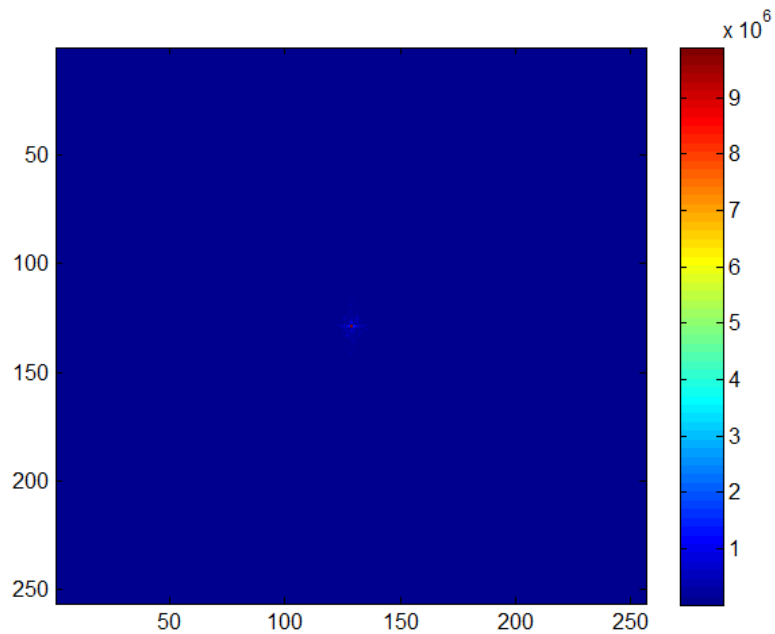


# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

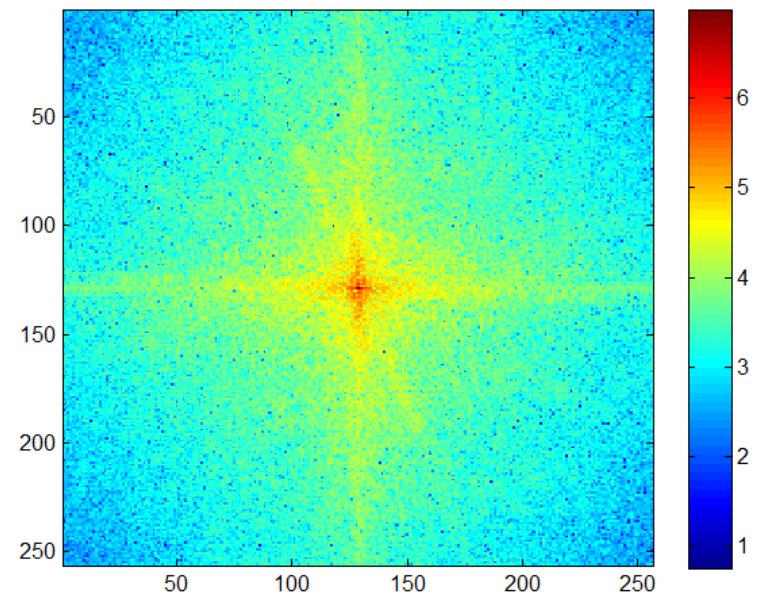




# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



$\text{abs}(\text{fft}(x))$

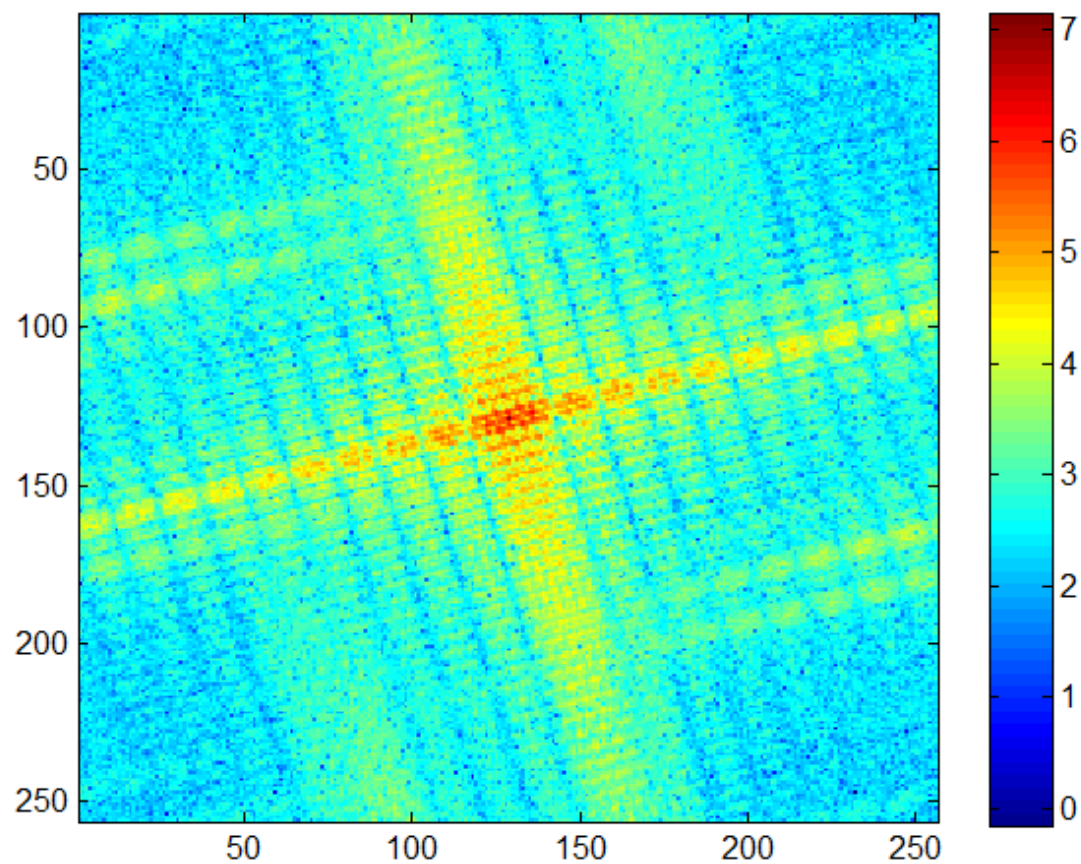
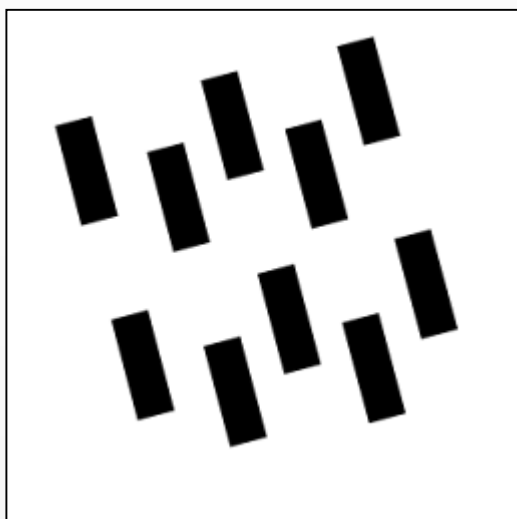


$\log(\text{abs}(\text{fft}(x)))$



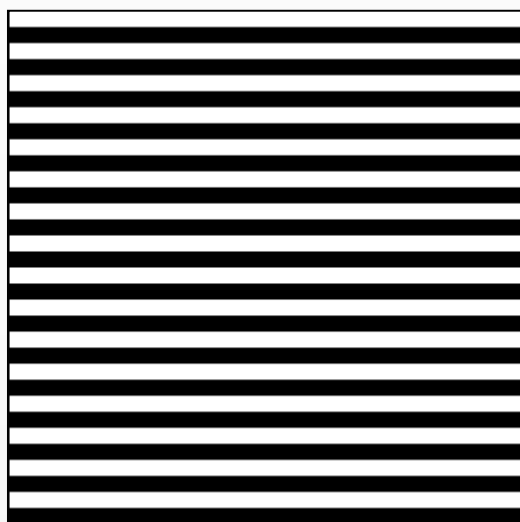


# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

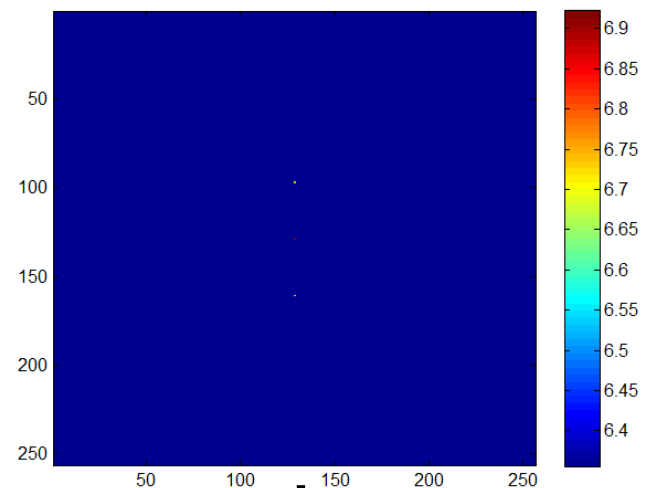




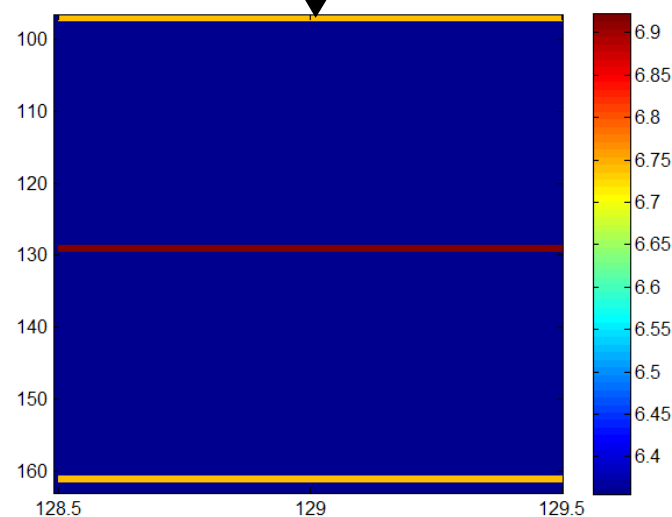
# DISKRÉTNÍ LINEÁRNÍ INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE



256x256

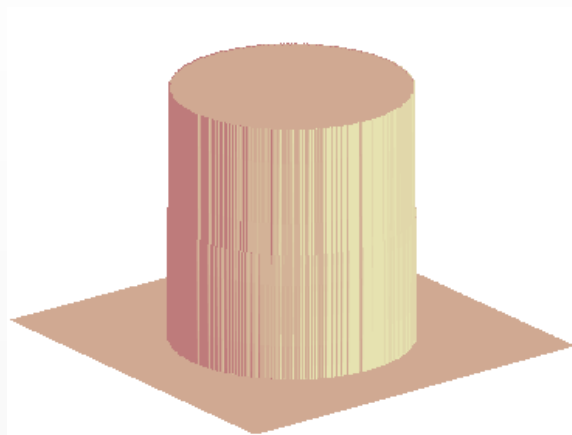


ZOOM

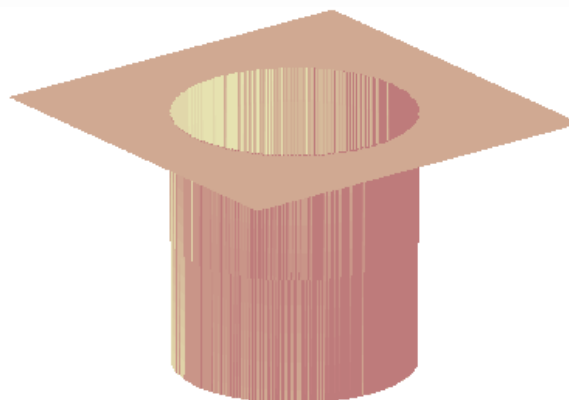




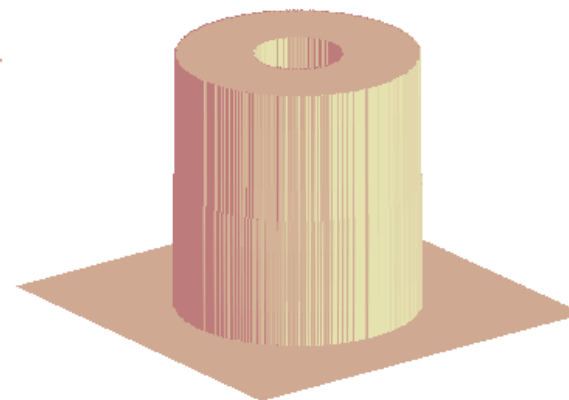
# 2D filtrace ve frekvenční oblasti



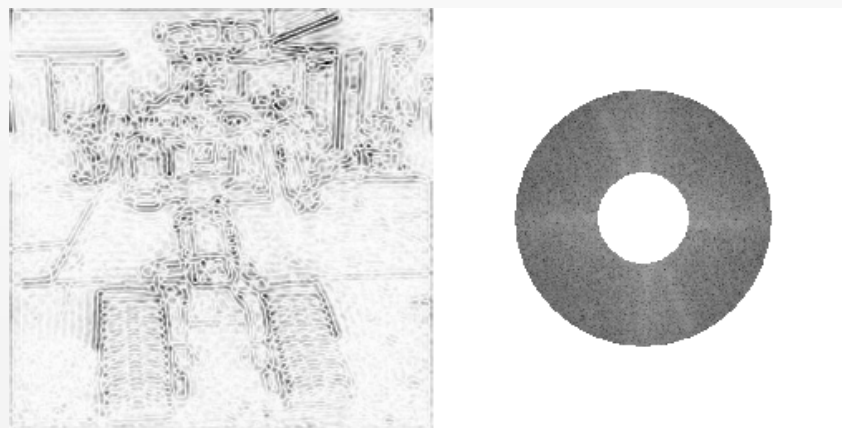
dolní propust



horní propust



pásmová propust

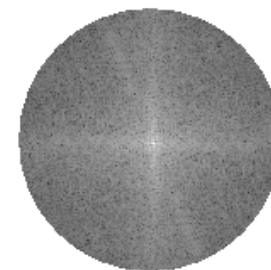
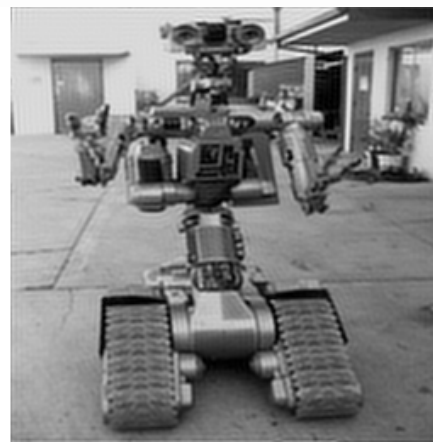
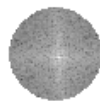


pásmová propust

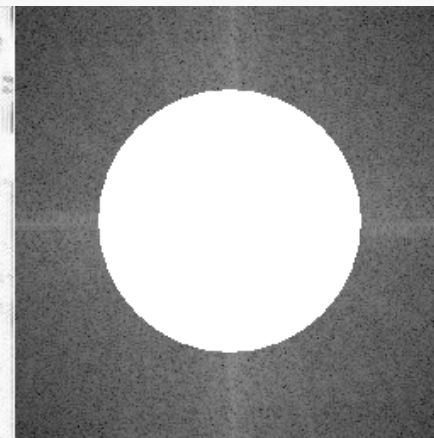
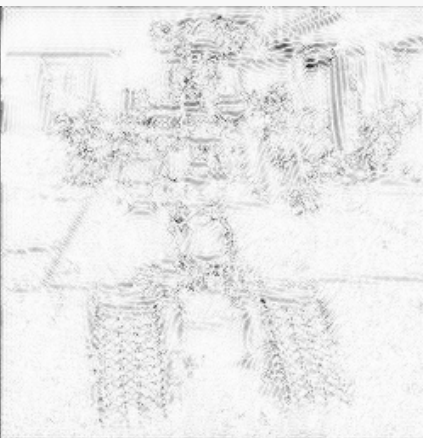
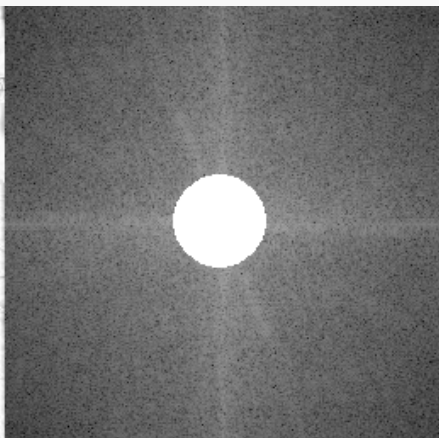
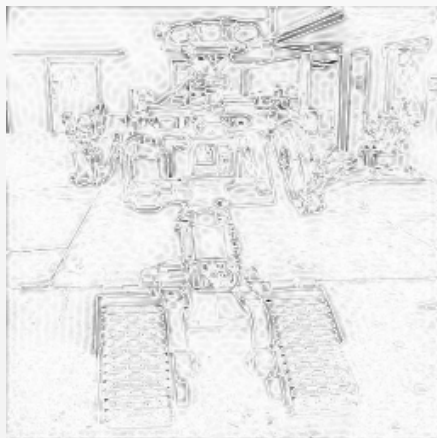




# 2D filtrace ve frekvenční oblasti



dolní propust



horní propust





- **Konvoluce** >>> obrazu s lineárním filtrem >>> filtrace

$$x(m,n) * y(m,n) \Leftrightarrow X(u,v) \cdot Y(u,v)$$

$$g(a,b) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) h(a-m, b-n)$$

$$G(u,v) = F(u,v) H(u,v)$$

$$g(a,b) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) H(u,v) \exp \left[ 2\pi i \left( \frac{au}{M} + \frac{bv}{N} \right) \right]$$

- **Korelace**

$$x(m,n) ** y(m,n) \Leftrightarrow X(u,v) \cdot Y(u,v)^*$$





- **Hadamardova transformace**

- Rozklad signálu na kombinaci bazových periodických ortogonálních harmonických signálů
- Reálné bazové (Walshovy) funkce >>> pravoúhlé průběhy, hodnoty  $\pm 1$ , rekursivní postup při vytváření, uspořádání podle počtu průchodu nulovou úrovní (sinusovky dle frekvence)

$$H_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ řád } 2^k \quad H_{2J2J} = \begin{bmatrix} H_{JJ} & H_{JJ} \\ H_{JJ} & -H_{JJ} \end{bmatrix} \quad H_{JJ}^{-1} = \frac{1}{J} H_{JJ}$$

- Hadamardova transformace:

$$F = H_{MM} f H_{NN}$$

$$f = \frac{1}{MN} H_{MM} F H_{NN}$$

- Použití obdobné jako u FT, jiná interpretace výsledků, snadné hardwarové řešení





- **Diskrétní kosinová transformace**
- čtyři definice DCT-I, DCT-II, DCT-III, DCT-IV; DCT-II: báze funkce >>> vzorkované kosinusovky, obraz rozměru NxN, pro JPEG kompresi, výpočet pomocí 2N – FFT

$$C_{NN}(k,l) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{pro } l = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{(2k+1)l\pi}{2N}\right) & \text{pro ostatní } k, l \end{cases}$$

$$F = C_{MM} f C_{NN}^T \quad f = C_{NN}^T F C_{NN} \quad u = 0, 1, \dots, N-1, v = 0, 1, \dots, N-1$$

$$F(u,v) = \frac{2c(u)c(v)}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) \cos\left(\frac{2m+1}{2N} u \pi\right) \cos\left(\frac{2n+1}{2N} v \pi\right)$$

$$c(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{pro } k = 0 \\ 1 & \text{jinde} \end{cases}$$





- **Vlnková transformace**

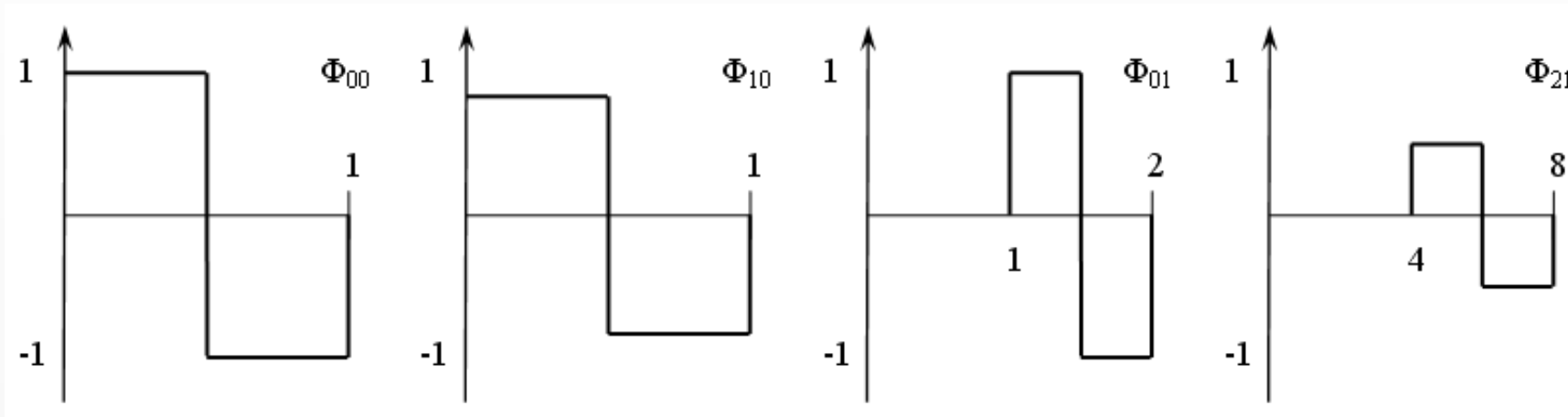
- Rozložení signálů na jednodušší kombinace pomocí báзовých funkcí >>> vlnky (wavelets)
- Fourierovské spektrum >>> z hlediska frekvence, umístění v prostoru x, y?
- U 1D signálů nemožnost určení frekvence v čase >>> použití okénka
- Vlnky lze lokalizovat jak ve frekvenci, tak v čase (prostoru), lepší analýza v různých měřítkách
- Popis špiček a nespojitostí je u vlněk úspornější než u FS
- Mateční funkce:
$$\Phi_{(s,l)}(x) = 2^{-(s/2)} \Phi(2^{-s}x - l)$$

s ... šířka vlny (mocnina 2), l ... celočíselný index určuje pozici v prostorové oblasti
- Ortogonalita (nemusí být zajištěna):  $\int \Phi_{(s_1,l_1)}(x) \Phi_{(s_2,l_2)}(x) dx = 0$   $s_1 \neq s_2$  nebo  $l_1 \neq l_2$





- **Vlnková transformace**



- Další mateční funkce >>> Mayerovy, Ingrid Daubechiesové (wavelets)
- Použití >>> komprese dat, potlačování šumu (malé detaily nejsou rozmazány), popis obrysu objektů





- **Další transformace**
- Paleyova, Walshova transformace podobné jako Hadamardova transformace, hodnoty  $\pm 1$
- Haarova transformace >>> nesymetrické matice s prvky  $\pm 1$  násobené  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  a 0
- Hadamardova - Haarova transformace >>> kombinace
- Slant (šikmý) - Haarova transformace >>> bazové funkce >>> pilovité průběhy
- Rekonstrukce 2D signálu z 1D projekcí (tomografie, astronomie, holografie) >>> Radonovy t.
- Houghova transformace >>> segmentace obrazu >>> hledání parametricky popsaných objektů, zvláštní případ Radonovy transformace
- Karhunen – Loeveova transformace >>> použití vlastních vektorů jako bazových vektorů pro ortogonální rozklad kovarianční matice příslušného lineárního prostoru, A. Ř. >>> převod matice do Jordanova kanonického tvaru (metoda hlavních směrů), rozpoznávání >>> měření informativnosti příznaků







# 2D filtrace ve frekvenční oblasti



- **Lineární filtry** >>> potlačení šumu, zvýraznění hran, odstraňování strukturovaného šumu
- Šum >>> široké frekvenční pásmo >>> omezení vysokých frekvencí (odstranění hran, detailů, tenkých čar – rozmazání obrazu)

