EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Rozvoj lidských zdrojů TUL pro zvyšování relevance, kvality a přístupu ke vzdělání v podmínkách Průmyslu 4.0

CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002329

Úvod do zpracování obrazů

Mechatronika

Prezentace přednášky č. 9

Šedotónová morfologie, skelet, značkování

doc. Ing. Josef Chaloupka, Ph.D.

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
www.tul.cz

ŠEDOTÓNOVÁ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- Zobecnění operací matematické morfologie zavedených pro binární obrázky na obrazy s více jasovými úrovněmi, hlavní operace min a max, eroze (dilatace) obrazu přiřazuje každému pixelu minimální (maximální) hodnotu v okolí okamžitého bodu vstupního obrazu, strukturní element funkcí dvou proměnných >>> ovlivňuje jakým způsobem se berou v úvahu hodnoty obrazu v okolí, hodnota strukturního elementu je přičtena (odečtena), pokud se v okolí počítá maximum (minimum)

- **Topografický pohled** >>> hodnota jasu >>> výška v krajině, světlá a tmavá >>> kopce a prohlubně, nalezení globálních vlastností obrazu (údolí, rozvodí, hřebeny hor, ... v krajině)

- Stín (**umbra**) a **vršek** (top of the surface) bodové množiny >>> šedotónovou dilataci >>> dilatace stínů

ŠEDOTÓNOVÁ MATEMATICKÁ MORFOLOGIE

- Bodová množina $A \in \varepsilon^n$, prvních (n - 1) >>> definiční obor, n-tá souřadnice >>> funkční hodnotě funkce v bodě (n = 3 pro šedotónové obrazy >>> 2 souřadnice v rovině (definiční obor) a třetí (funkční hodnota, jas))

- **Vršek (T[A])** množiny A je funkce definovaná na (n - 1)-rozměrném definičním oboru, pro každou (n - 1)-tici je vršek nejvyšší hodnota zbylé poslední souřadnice množiny A, nejvyšší hodnota v euklidovský prostoru má význam suprema

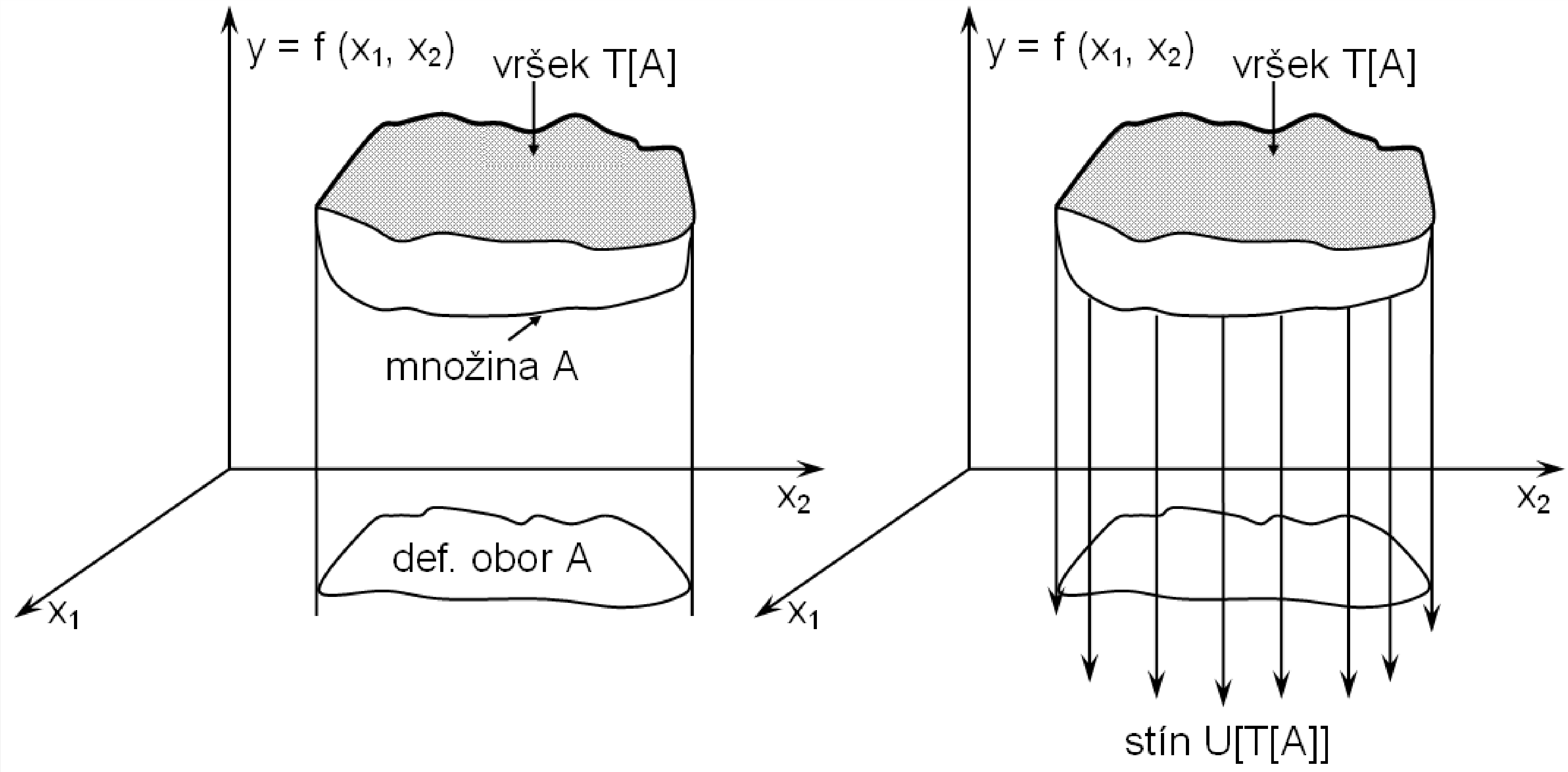
$A \subseteq \varepsilon^n$, definiční obor $F = \{x \in \varepsilon^{n-1}$ pro některá $y \in \varepsilon, (x, y) \in A\}$, vršek je zobrazením $F \rightarrow \varepsilon$

$$T[A](x) = \max\{y, (x,y) \in A\}$$

- **Stín (U[f])** funkce f definovaný na (n - 1)-dimenzionální podmnožině (definičním oboru) množiny A, stín funkce f >>> množina sestávající z vršku f a celého prostoru pod ním $F \subseteq \varepsilon^{n-1}$ a $f: F \rightarrow \varepsilon$, stín $U[f] \subseteq F \times \varepsilon$, stínem stínu funkce f je opět stín

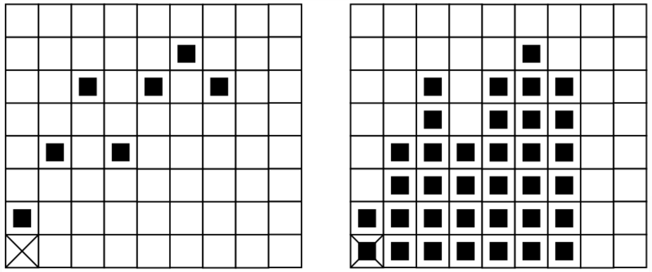
$$U[f] = \{(x,y) \in F \times \varepsilon, y \leq f(x)\}$$

VRŠEK A STÍN



Vršek množiny A >>> maximální hodnoty funkce f(x_1,x_2), **stín** množiny je celý prostor pod vrškem

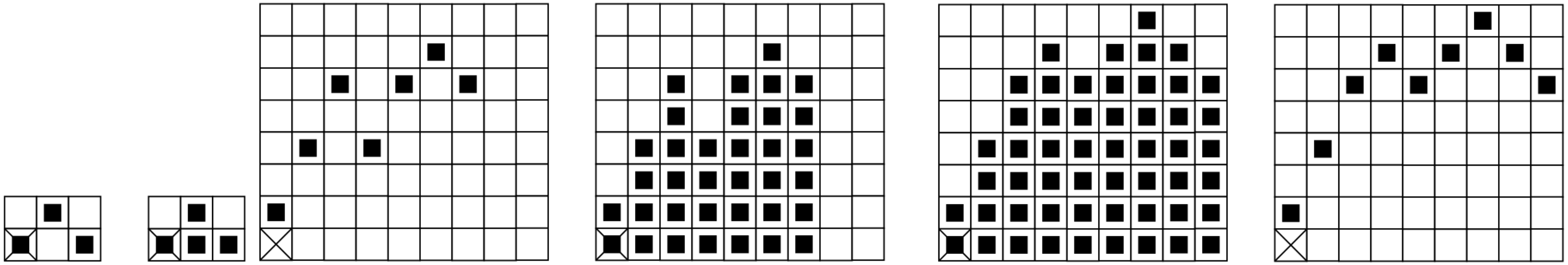
ŠEDOTÓNOVÁ DILATACE



1D funkce f a její stín U[f]

- **Šedotónová dilatace** $\oplus$>>> $F, K \subseteq \varepsilon^{n-1}$, $f : F \to \varepsilon$, $k : K \to \varepsilon$, $f \oplus k : F \oplus K \to \varepsilon$

$f \oplus k = T\{U[f] \oplus U[k]\}$ funkce f … obraz, k … strukturní element



k U[k] f U[f] $U[f] \oplus U[k]$ $T[U[f] \oplus U[k]] = f \oplus k$

- Algoritmus výpočtu >>> přes maximum součtů v množině

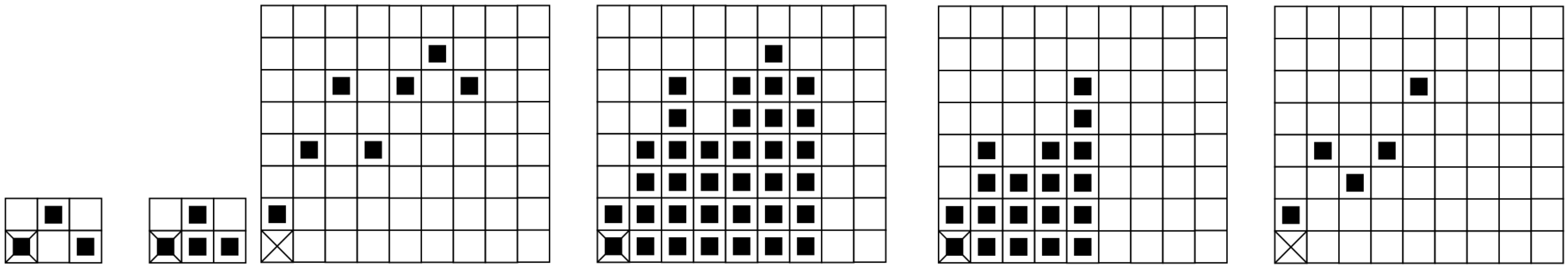
$$(f \oplus k)(x) = \max\{f(x - z) + k(z),\ z \in K,\ x - z \in F\}$$

ŠEDOTÓNOVÁ EROZE

- **Šedotónová eroze** >>> 1. najde stíny, 2. eroduje je binární erozí, 3. výsledek = vršek množiny, $F, K \subseteq \varepsilon^{n-1}$, $f : F \rightarrow \varepsilon$, $k : K \rightarrow \varepsilon$, $f \ominus k : F \ominus K \rightarrow \varepsilon$

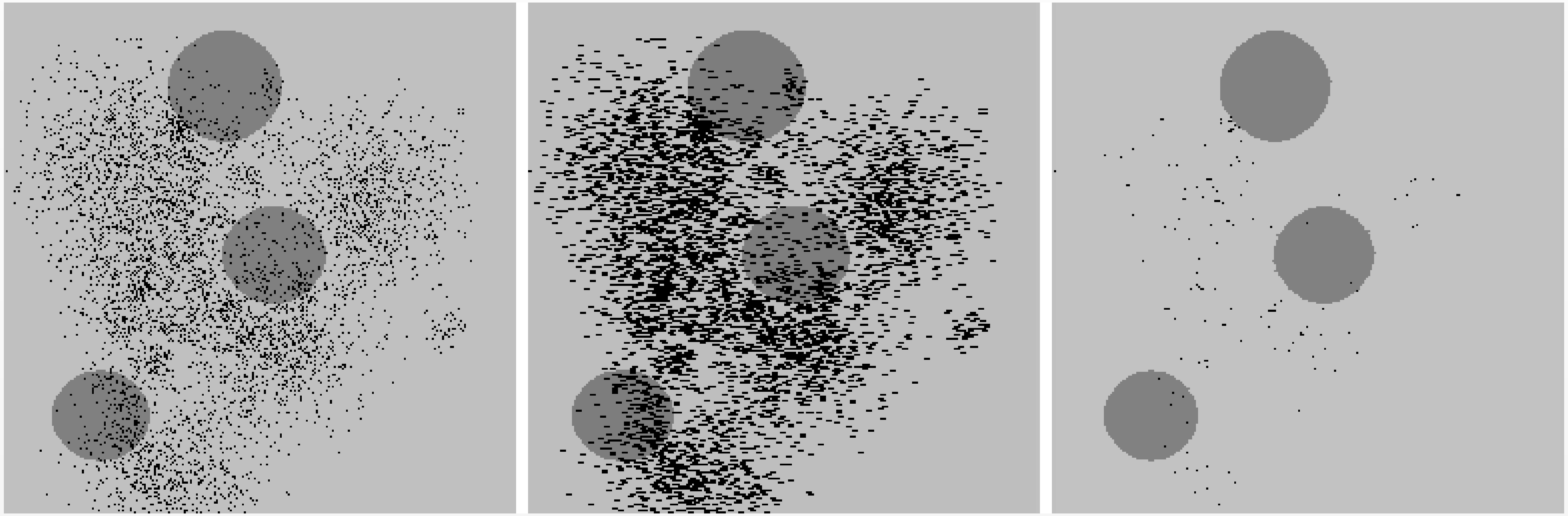
$$f \ominus k = T\{U[f] \ominus U[k]\}$$

$$(f \ominus k)(x) = \min\{f(x + z) - k(z),\ z \in K,\ x + z \in F\}$$ (podobnost s korelací)



k U[k] f U[f] $U[f] \ominus U[k]$ $T[U[f] \ominus U[k]] = f \ominus k$

ŠEDOTÓNOVÁ DILATACE A EROZE



originál (buňky + šum)

šedotónová eroze (strukturní element 3×3)

šedotónová dilatace

ŠEDOTÓNOVÉ OTEVŘENÍ A UZAVŘENÍ

- Operace vršek množiny >>> levá inverze operace stín, stín vršku množiny A obsahuje A

- Věta o homeomorfismu stínů >>> stín je homeomorfismem ze šedotónové do binární morfologie, F, K $\subseteq \varepsilon^{n-1}$, f : F→ε, k : K→ε

$$U[f \oplus k] = [f] \oplus U[k] \qquad U[f \ominus k] = [f] \ominus U[k]$$

- Homeomorfismus stínů >>> pro odvození vlastností operací šedotónové morfologie, platí komutativita dilatace …

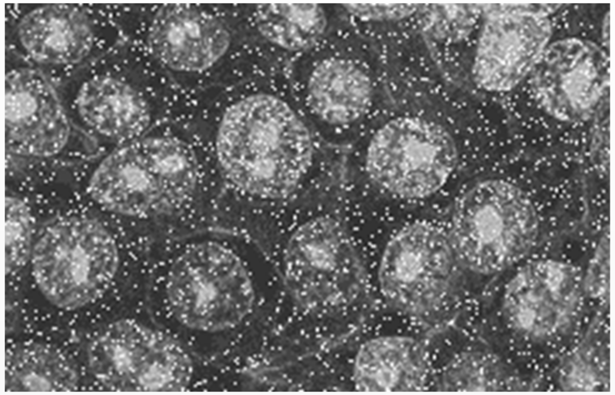
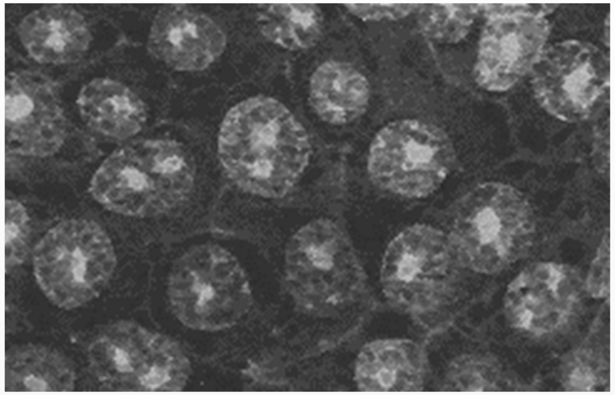
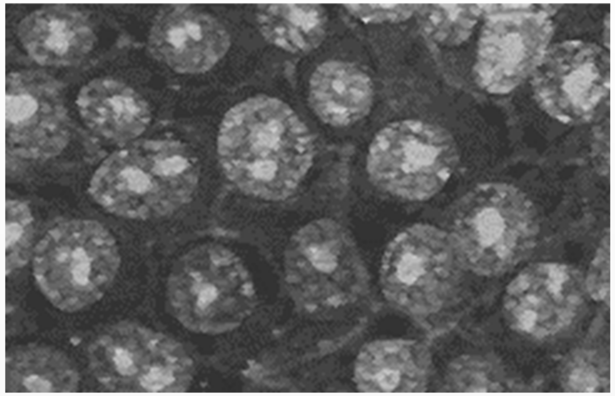
- **Šedotónové otevření a uzavření**

$$f \circ k = (f \ominus k) \oplus k \qquad f \bullet k = (f \oplus k) \quad k$$

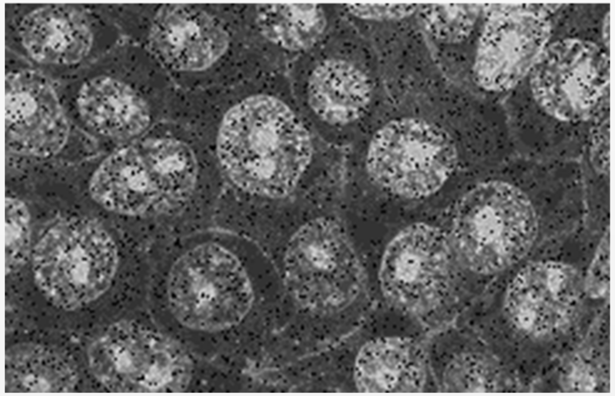
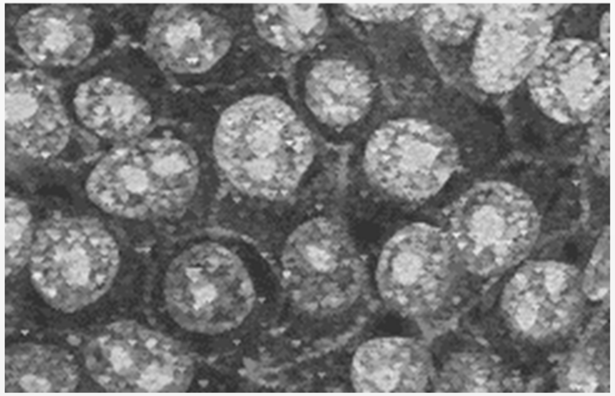
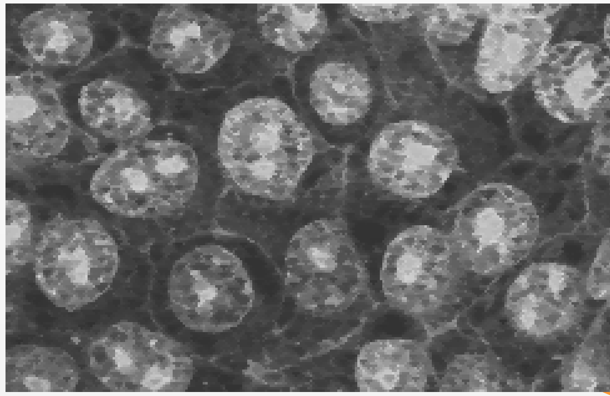
$$-(f \circ k)(x) = [(-f) \bullet \breve{k}](x) \qquad \text{dualita}$$

- Šedotónové otevření obrazu f strukturním elementem k >>> posouvání funkce k krajinou f, poloha všech nejvyšších bodů nějakou částí k při posunu dává otevření
- Použití >>> extrakce částí obrazu s daným tvarem a šedotónovou strukturou

ŠEDOTÓNOVÉ OTEVŘENÍ A UZAVŘENÍ

otevření = eroze + dilatace

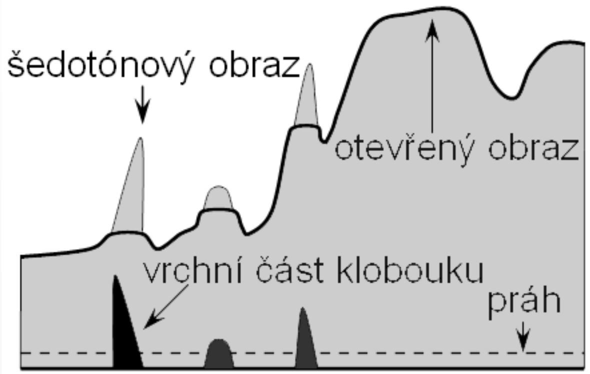




uzavření = dilatace + eroze

TRANSFORMACE VRCHNÍ ČÁST KLOBOUKU

- **Vrchní část klobouku** (angl. top hat transformation) >>> množinový rozdíl mezi otevřením a původním obrazem, tj.

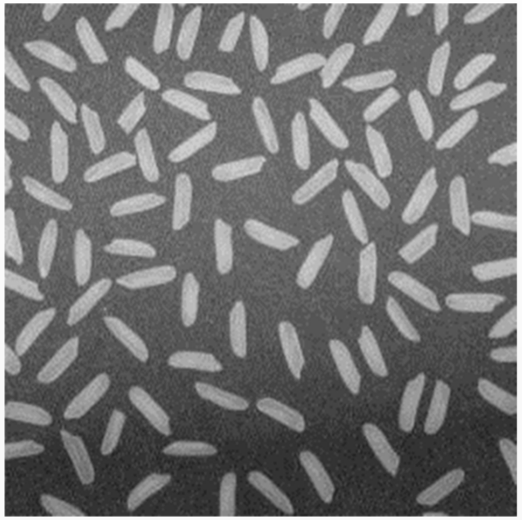
$X \setminus (X \circ K)$ X … šedotónový obraz, K … strukturní element

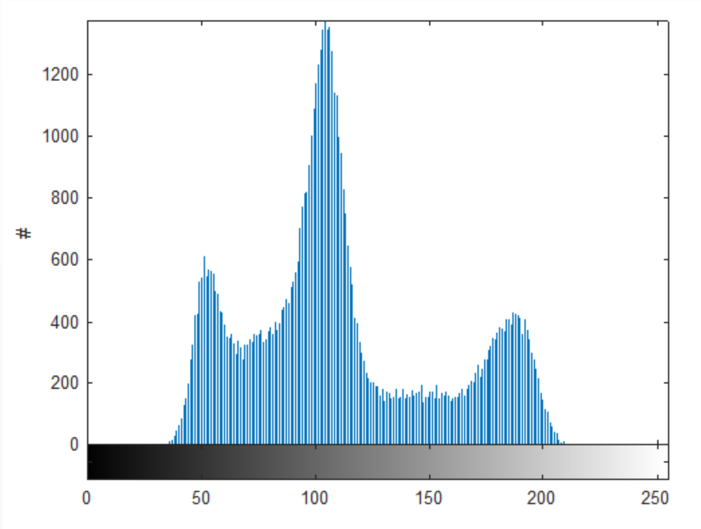


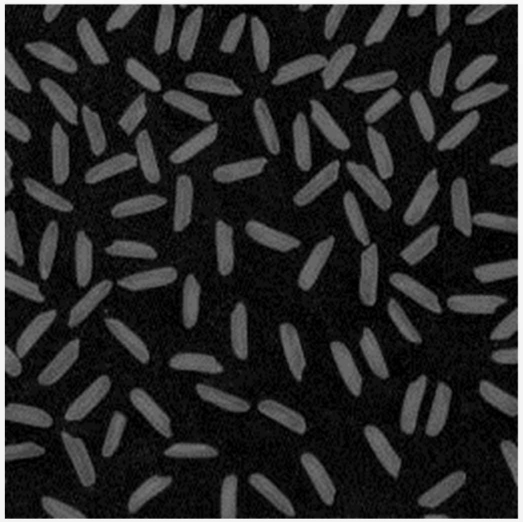
- 1D - nalezení objektů (jasnější než pozadí) na postupně se měnícím pozadí

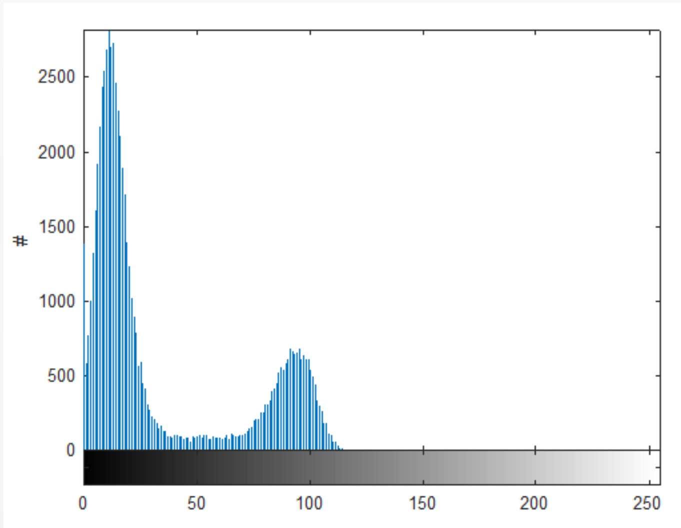
- Použití >>> segmentace objektů, které se v šedotónovém obrazu liší od pozadí, i když se jas pozadí pomalu mění, části obrazu, které se nevejdou do strukturního elementu K použitého pro otevření, se odstraní, po odečtení otevřeného obrazu od původního se objeví jen odstraněné části obrazu, nalezení prahováním
- Transformace najde pouze vrchní část „klobouku“, když strukturní element je větší než otvor pro hlavu
- Pro složitější průběh jasu na pozadí se používá segmentace pomocí rozvodí (watershed)

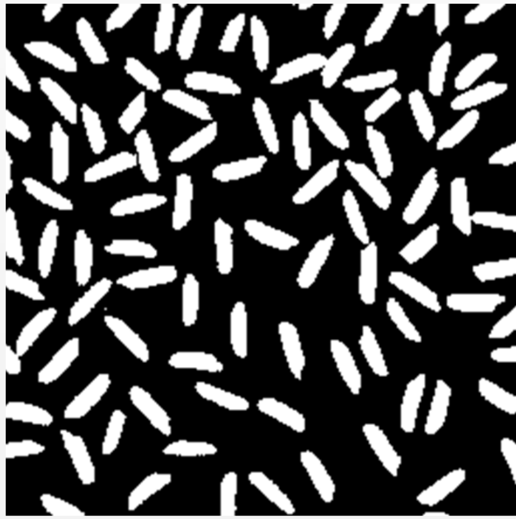
TRANSFORMACE VRCHNÍ ČÁST KLOBOUKU









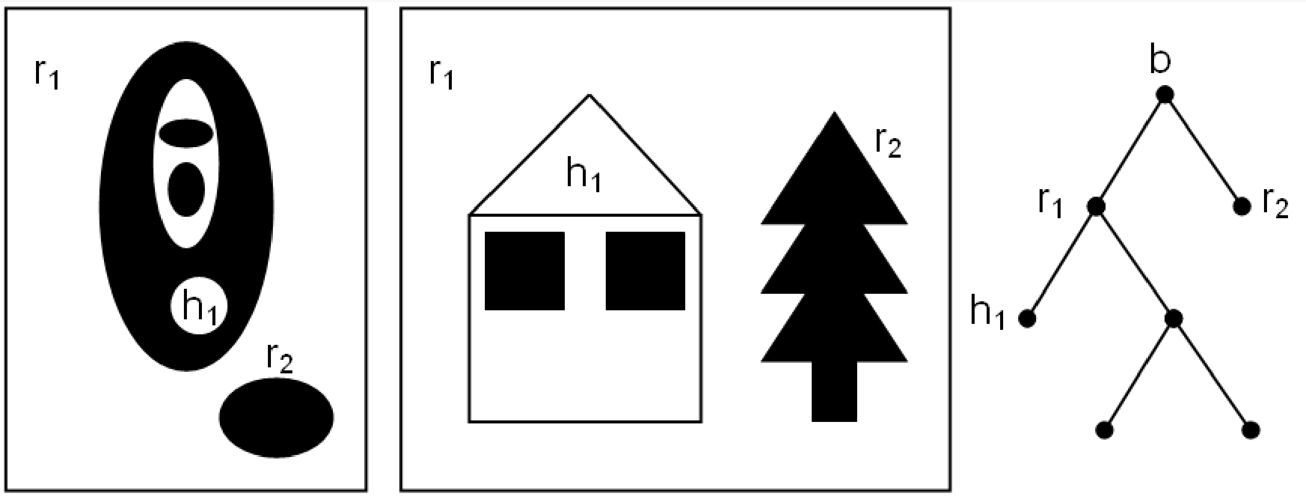


SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

- Studium topologických vlastností objektů >>> matematická morfologie >>> homotopické transformace zachovávající homotopický strom

- **Homotopická transformace** >>> zachovává relaci souvislosti mezi oblastmi a děrami v obraze, nemění homeotopický strom, př. – pouťový balónek, buněčné struktury v mikroskopických obrazech

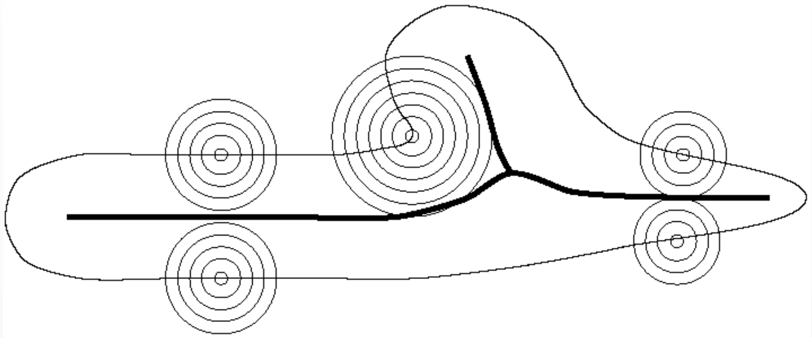
- **Homotopický strom** >>> zobrazuje relaci souvislosti lze znázornit, kořen stromu >>> pozadí, první větvení >>> oblasti uvnitř pozadí, druhé větvení >>> díry v objektech …



stejný topologický strom pro dva různé obrazy

SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

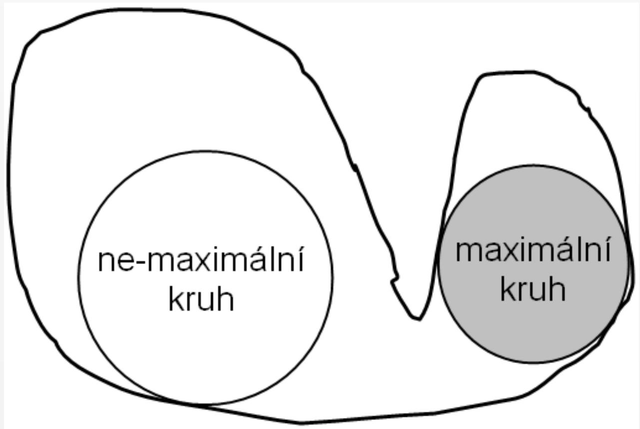
- **Skelet** >>> kostra objektu. Výklad pro názornost začneme ve spojitém euklidovském prostoru, což je názornější než v diskrétním rastru, na který dojde později



skelet – požár trávníku

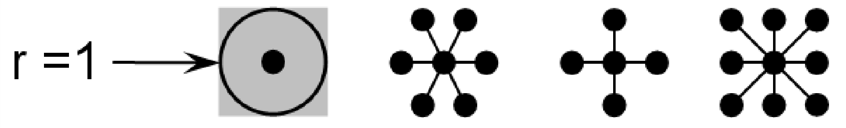
(skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

- **Maximální kruh B(p, r)** vepsaný do množiny X, střed p, poloměr r ≥ 0 (množina bodů, jejichž vzdálenost d od středu ≤ r) >>> hranice množiny X se dotýká ve dvou a více bodech, v daném místě dotyku již kruh nelze zvětšit



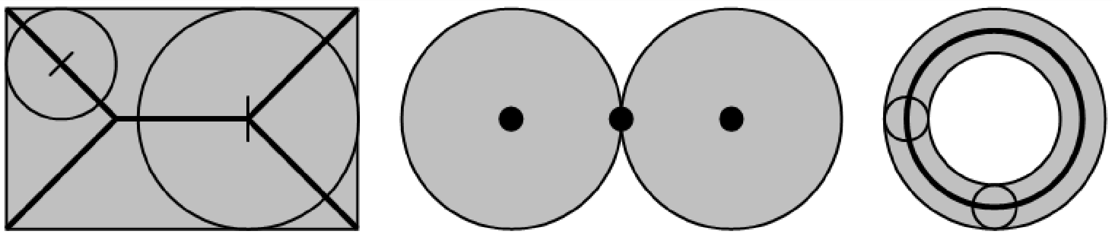
SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

- Digitální obraz >>> kruhy o poloměru jedna pro různě definovanou vzdálenost (euklidovská vzdálenost, 6-, 4-, a 8-souvislost):



- Skelet >>> množina středů p maximálních kruhů, X $\subset Z^2$

  $S(X) = \{ p \in X : \exists\, r \geq 0,\ B(p, r) \text{ je maximální kruh množiny } X\}$



- Skelet vpisovaním maximálních kruhů >>> **(-)** ne vždy zachovává homotopii původní množiny (dotýkajících se kruhy), diskrétní mřížka >>> skelety s tloušťkou větší než jeden pixel, použití >>> skelet definovat pomocí sekvenčního zeslabování

  $nB = B \oplus B \oplus \ldots \oplus B$ nB … kruh o poloměru n

- Skelet >>> sjednocení reziduí transformace otevření množiny X pro různá měřítka (poloměry kruhu)

  $S(X) = \bigcup_{n=0}^{\infty} ((X \ominus nB) \setminus (X \ominus nB) \circ B)$ **(-)** výsledný skelet je nesouvislý

SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

- **Ztenčování** >>>

$X \oslash B = X \setminus (X \otimes B)$ X … obraz, B … strukturní element $B = (B_1, B_2)$

- **Ztlušťování** >>>

$X \odot B = X \cup (X \otimes B)$

část hranice pozadí, která by po rozdílu způsobila porušení souvislosti, se ignoruje

$(X \odot B)^C = X^C \oslash B$ dualita

- Sekvenční ztenčování >>> $\{ B_{(1)}, B_{(2)}, B_{(3)}, \dots , B_{(n)} \}$ … posloupnost složených strukturních elementů $B_{(i)} = (B_{(i1)}, B_{(i2)})$

$$X \oslash \{ B_{(i)} \} = (((X \oslash B_{(1)}) \oslash B_{(2)}) \dots \oslash B_{(n)})$$

$$X \odot \{ B_{(i)} \} = (((X \odot B_{(1)}) \odot B_{(2)}) \dots \odot B_{(n)})$$ sekvenční ztlušťování

- Zajímavé posloupností strukturních elementů $\{ B_{(i)} \}$ pro oktagonální rastr >>> posloupnosti z Golayovy abecedy >>> strukturní element rozměru 3×3, hodnota 1 >>> prvek patří do B_1 (v transformaci tref či miň se tedy ověřuje příslušnost k objektu), hodnota 0 >>> prvek patří do B_2 (příslušnost k pozadí), hodnota * >>> prvek se ve srovnávání neúčastní
- Operace ztenčování a ztlušťování jsou **idempotentní**

SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

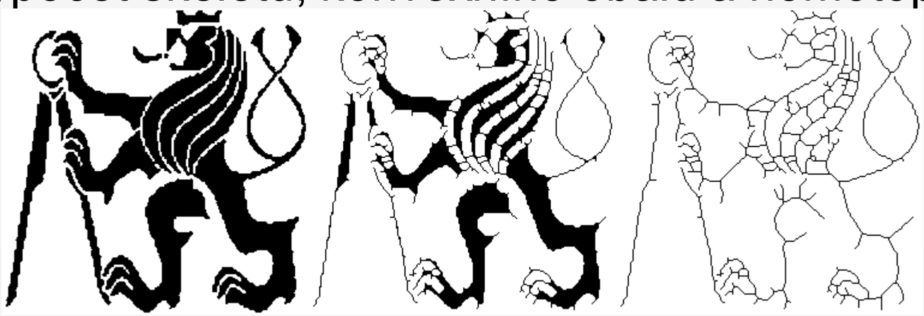
- Sekvenční ztenčování strukturním elementem L Golayovy abecedy >>> homotopická náhrada skeletu

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ * & 1 & * \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad L_2 = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ * & 1 & * \end{bmatrix} \cdots$$

- Sekvenční ztenčování strukturním elementem E Golayovy abecedy >>> po použití L >>> skelet má roztřepené konce >>> E je odstraní roztřepené konce, idempotence >>> v obraze zůstanou pouze uzavřené linie

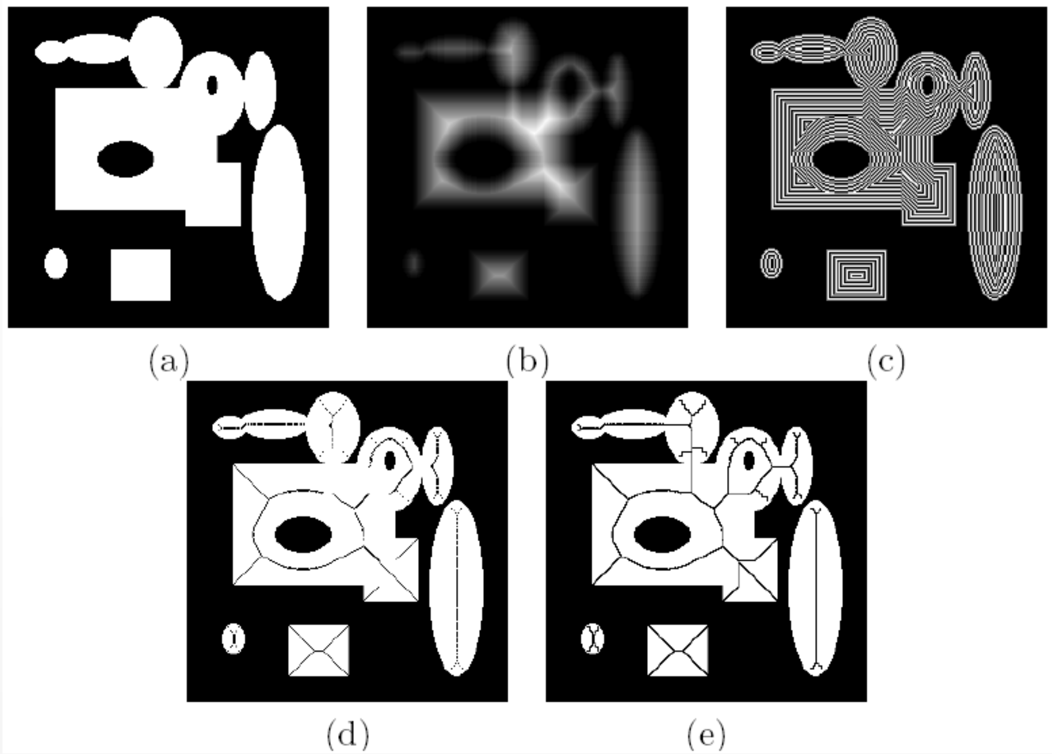
$$E_1 = \begin{bmatrix} * & 1 & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & * & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdots$$

- Elementy M, D, C z Golayově abecedy, dnes se využívají lepší morfologické algoritmy pro výpočet skeletu, konvexního obalu a homotopických značek



SKELET A OZNAČOVÁNÍ OBJEKTŮ

- **Vincentův algoritmus** >>> nejefektivnější algoritmus pro výpočet homotopického skeletu (v současné době) >>> zlepšení výsledku založeného na maximálních kruzích



Vincentův algoritmus >>> (a) binární obraz, (b) vzdálenostní funkce, (c) vzdálenostní funkce znázorněná vrstevnicemi, (d) nesouvislý skelet pomocí max. kruhů, (e) výsledný skelet

(skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)

- Skelet se počítá i pro 3D objekty (3D bodové množiny)

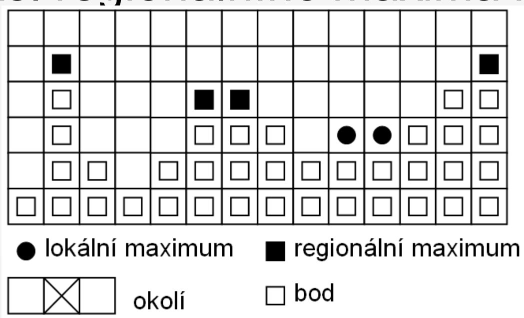
ZNAČKOVÁNÍ OBLASTÍ

- Bodová množina X >>> sjednocení maximálních kruhů B (v binární morfologii), každému bodu p skeletu S(X) je jednoznačně přiřazen max. kruh o poloměru $q_X(p)$

$$X = \bigcup_{p \in S(X)} (p + q_X(p)B)$$

- Použití >>> bezeztrátová komprese binárních obrazů

- **Globálním maximum** >>> pixel s nejvyšší hodnotou, globální minimum >>> nejtmavší pixel (pro šedotónové obrazy)
- **Lokálním maximum** >>> pro každý sousední pixel q pixelu p platí $I(p) \geq I(q)$ >>> pro malé okolí bodu >>> definováno strukturním elementem, lokálním minimum >>> pro každý sousední pixel q pixelu p platí $I(p) \leq I(q)$
- **Regionální maximum** M >>> souvislá množina pixelů s odpovídající hodnotou h (plató ve výšce h), každý pixel sousedící s množinou M má menší hodnotu než h, každý pixel regionálního maxima M je lokálním maximem



ZNAČKOVÁNÍ OBLASTÍ

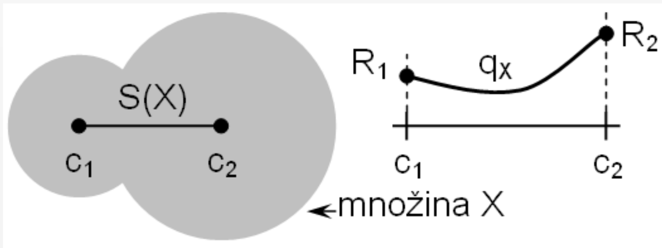
- **Značka oblasti** >>> poslední zbylá oblast (než zcela zmizí) po postupné erozi objektu strukturním elementem (kruh o jednotkovém poloměru) Použití >>> bezeztrátová komprese binárních obrazů

- Po opakované erozi nekonvexní oblasti, se oblast rozdělí na jednotlivé konvexní části

- Funkce $q_X(p)$ přiřazující pixelu p poloměr maximálního kruhu $q_X(p)$. Regionální maxima R1, R2 funkce $q_X(p)$ odpovídají výsledku konečné eroze

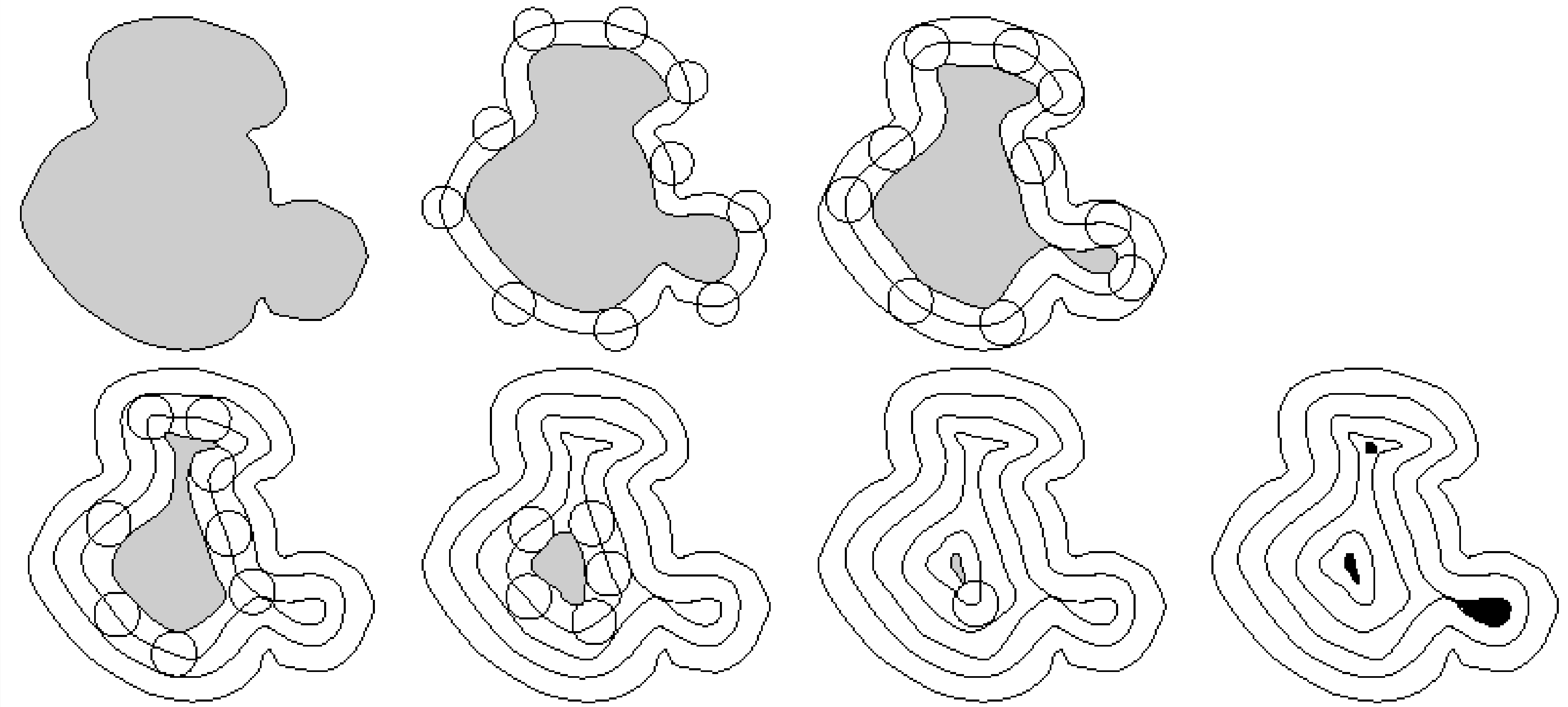
- Funkce $q_X(p)$ >>> každému bodu skeletu p přiřazuje poloměr maximálního kruhu

- Konečná eroze bodové množiny X >>> Ult(X) >>> množina skládající se z regionálních maxim funkce $q_X(p)$



Skelet >>> úsečka spojující středy kruhů, funkce qX(p) má dvě regionální maxima R1 a R2 ležící ve středu výchozích kruhů, maxima >>> konečná eroze (značky)

ZNAČKOVÁNÍ OBLASTÍ



konečná eroze tvořena rezidui oblastí >>> oblastmi těsně před zmizením při opakovaných erozích
(skripta Zpracování signálů a obrazů – Sedláček, Hlaváč, FEL ČVUT)