Simulación de una ruleta

Nahuel Mariani (43795), Juan Manuel Alderete (38727), and Priscila Sacchi (42692)
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Rosario
(Dated: 12 de abril de 2018)

Descripción: Realizaremos la simulación de una ruleta europea y calcularemos parámetros de interés con el fin de verificar los resultados obtenidos analíticamente.

I. INTRODUCCIÓN

Se quiere simular un experimento aleatorio. Este tipo de fenómenos se caracterizan por:

- No poder determinar el resultado particular que ocurrirá, pero sí describir el conjunto de todos los resultados posibles.

- Después de un gran número de repeticiones de la experiencia aleatoria, existe una distribución regular de los resultados. Es decir, a medida que el experimento se repite, los resultados parecen ocurrir de manera incierta, sin embargo, ante un gran número de repeticiones aparece un modelo definido de regularidad. Esta regularidad hace posible la construcción de un modelo matemático que permite el análisis del experimento.

Esto se puede visualizar claramente con un ejemplo de jugadas en una ruleta de casino.

En una experiencia aleatoria cada resultado se conoce con el nombre de suceso. Se llama suceso elemental a todo resultado simple.

Por ejemplo, si se considera la experiencia aleatoria de jugar una bola en una ruleta, cada uno de los resultados: 0, 1, 2, ... 36 son sucesos elementales. Al conjunto de todos los sucesos elementales posibles se lo llama espacio muestral S.

En nuestro ejemplo $S = \{0, 1, 2, \ldots, 36\}$.

Cuando se lanza la bola hacia el plato sólo hay 37 resultados posibles (0 a 36). El resultado no se puede predecir de antemano y variará cuando se jueguen sucesivas bolas, sin embargo, se observa una cierta regularidad en los resultados, una regularidad que sólo emerge después de muchas repeticiones.

II. DESARROLLO

A. Preliminares

Para comenzar, se pretende mostrar que la generación de números aleatorios en el software utilizado es fiable. Para ello, ilustramos la uniformidad de la distribución de frecuencias absolutas para cada suceso elemental en 50.000 tiradas (Fig. 1).

Además, la gráfica de los sucesos ocurridos en cada tirada (Fig. 2) no muestra patrones visibles de comportamiento.

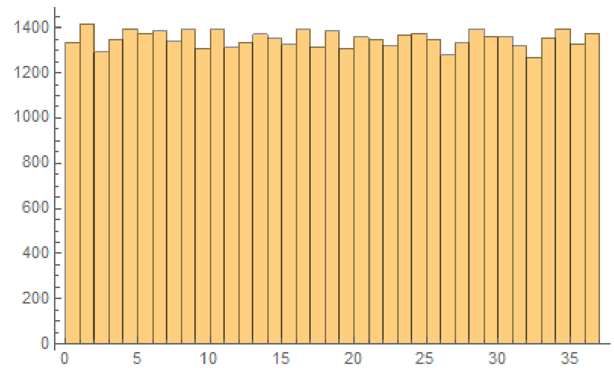

Figura 1.

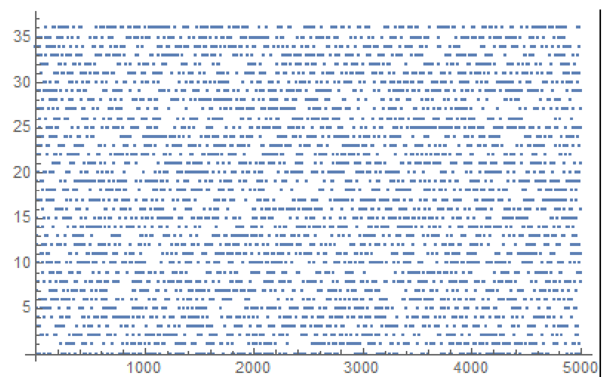

Figura 2.

B. Análisis

Ahora veremos qué significa la regularidad observada en las próximas gráficas al lanzar 10000 bolas.

Para cada lanzamiento, desde el primero hasta el último, se ha calculado la proporción de los que han arrojado un mismo número hasta ese momento (por ejemplo, el 28).

Supongamos que en el primer lanzamiento salió el número 14, por tanto, la proporción de 28's empieza siendo 0. En el segundo tuvimos suerte, y la bola cayó en el 28. Por lo tanto, después de dos lanzamientos, la proporción de 28's ha aumentado a 0.5. Los siguientes tres fueron menos afortunados y salieron 3, 9 y 17, por consiguiente, la proporción de 28's después de cinco lanzamientos es de 1/5 o 0.2.

La proporción de lanzamientos que caen en nuestro número es bastante variable al principio, pero posteriormente se estabiliza a medida que se hacen más y más lanzamientos. Llega un momento en que esta proporción se acerca a 0,027 (1/37) y se mantiene próximo a ese valor. Se dice que 1/37 es la probabilidad de que salga el 28.

En otras palabras, se puede decir que, si se arrojara un gran número de bolas a la ruleta, aproximadamente el 2,7 % de las veces el *croupier* nos cantaría *"negro el 28"*.

Es decir, la probabilidad de un suceso (o resultado) es el número hacia el cual tiende la frecuencia relativa del mismo cuando el número de repeticiones de la experiencia tiende a infinito. Es otras palabras, es una frecuencia relativa calculada en la población.

Esta definición de probabilidad se conoce como *definición frecuencial de probabilidad*.

Graficaremos esto, junto con la probabilidad calculada en forma analítica (Fig. 3)

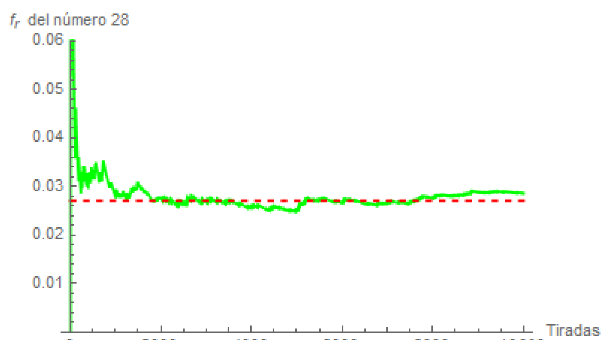

Figura 3.

Además, como parámetro de posición, mostraremos la gráfica de la media aritmética de nuestras observaciones en las sucesivas tiradas, junto con la media calculada en forma analítica (Fig. 4):

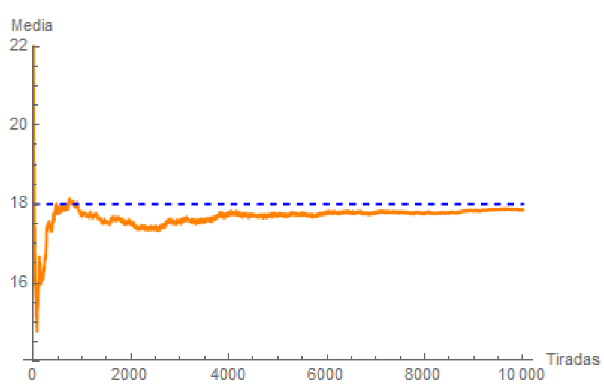

Figura 4.

Y como parámetro de dispersión, obtendremos la gráfica de la varianza muestral, junto con la calculada en forma analítica (Fig. 5):

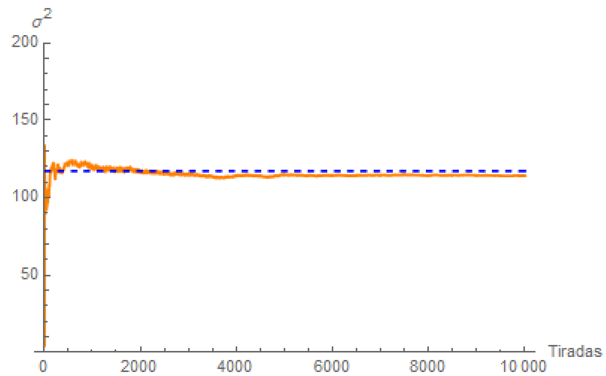

Figura 5.

C. Comprobación

Para finalizar, podemos mostrar que los valores obtenidos en las 10000 tiradas de una noche (realizadas por un hábil e incansable *croupier*) se asemejan a los valores obtenidos en las noches siguientes.

Para ello, repetiremos 10 veces nuestro experimento. En cada repetición, obtendremos las probabilidades de que salga el número 28, para luego mostrar los datos de cada iteración en un mismo gráfico (Fig. 6). De la misma forma lo haremos con el valor medio (Fig. 7).

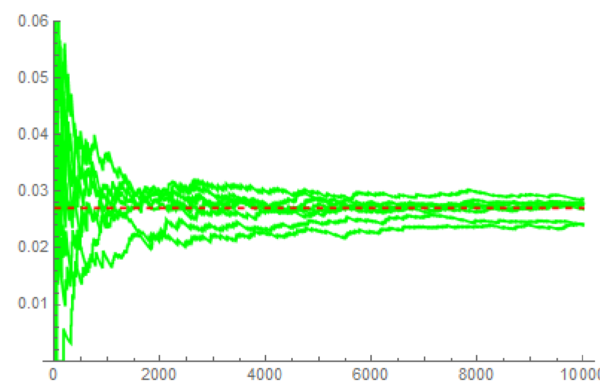

Figura 6.

III. CONCLUSIONES

La simulación nos permite entender el comportamiento de un sistema del mundo real como lo es el juego de la ruleta. Esto nos ayuda a postular teorías o hipótesis que expliquen el comportamiento observado, para así usar esas teorías con el fin predecir el comportamiento futuro del sistema.

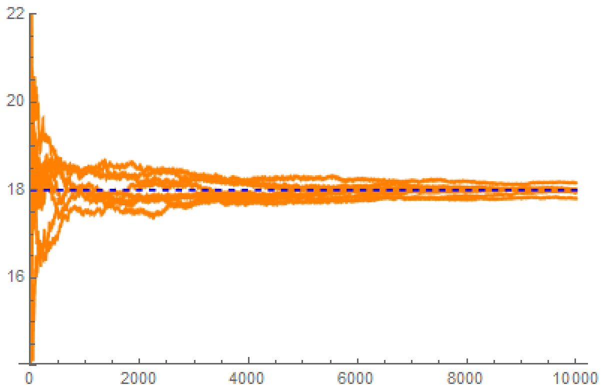

Figura 7.

Con la simulación realizada comprobamos la ocurrencia de situaciones aleatorias o impredecibles donde varios desenlaces son posibles. Cuando las observaciones tienden a ser infinitas, se arrojaron resultados que corresponden con los calculados empleando la teoría de las probabilidades.

Por ello, a pesar de percibir que alguna noche estamos con suerte, frecuentar los casinos sólo nos aproximará a la situación que la teoría de probabilidades nos predice.

Para finalizar con un ejemplo de aplicación, supongamos jugar $1 a un único número. En esta situación, 1 vez de cada 37 veces, ganamos $35. Por su parte, el casino ganaría $1 en 36 de 37 veces, y, 1 vez de cada 37, perdería $35. En números: 1*(36/37) - 35*(1/37) = 0.0270 (2,7 %)

A este cálculo se lo denomina *margen de ganancia*. Nos indica que, a la larga, el casino ganará el 2,7 % del total de las apuestas y resulta un parámetro más preciso que el célebre “el casino siempre gana”.

IV. CÓDIGO EN WOLFRAM MATHEMATICA

1. Preliminares

```
Histogram[RandomInteger[{0, 36}, 50000], 37]

obs1 = 5000;
juego1 = {RandomInteger[{0, 36}]};
Do[juego1 = Append[juego1,
RandomInteger[{0, 36}]], {j, 0, obs1}];
tablaj1 = Table[juego1[[k]], {k, 0, obs1}];
ListPlot[tablaj1]
```

2. Análisis

```
obs = 10000;
nroRan = 28;
juego1 = {RandomInteger[{0, 36}]};

probteorica =
  Probability[x == nroRan,
  x \~ Table[x, {x, 0, 36}]];
mediateorica = Mean[Table[x, {x, 0, 36}]];
varteorica = Variance[Table[x, {x, 0, 36}]];

Do[juego1 = Append[juego1,
  RandomInteger[{0, 36}]];
  probjuego[j] = Probability[x == nroRan,
  x \~ juego1];
  mediajuego[j] = Mean[juego1];
  varjuego[j] = Variance[juego1], {j, 0, obs}
  ];

tablaprob = Table[probjuego[k], {k, 0, obs}];
tablamedia = Table[mediajuego[k], {k, 0, obs}];
tablavar = Table[varjuego[k], {k, 0, obs}];

graf1a = ListPlot[tablaprob, Joined -> True,
   PlotRange -> {0, 0.06},
   PlotStyle -> {Green}];
graf2a = ListPlot[tablamedia, Joined -> True,
   PlotRange -> {14, 22},
   PlotStyle -> {Orange}];
graf3a = ListPlot[tablavar, Joined -> True,
   PlotRange -> {0, 200},
   PlotStyle -> {Orange}];
graf1b = Plot[probteorica, {x, 0, obs},
   PlotRange -> {0, 0.06},
   PlotStyle -> {Red, Dashed}];
graf2b = Plot[mediateorica, {x, 0, obs},
   PlotRange -> {14, 22},
   PlotStyle -> {Blue, Dashed}];
graf3b = Plot[varteorica, {x, 0, obs},
   PlotRange -> {0, 200},
   PlotStyle -> {Blue, Dashed}];

Show[graf1a, graf1b]
Show[graf2a, graf2b]
Show[graf3a, graf3b]
```

3. Comprobación

```
obs = 10000;
tiradas = 8;
nroRan = 28;

tablaprob = Table[0, {tiradas}];
tablamed = Table[0, {tiradas}];

Do[
  juego1 = {RandomInteger[{0, 36}]};
  probjuego2 = {};
  mediajuego2 = {};
  Do[juego1 =
    Append[juego1,RandomInteger[{0, 36}]];
```

```
   probjuego2 = Append[probjuego2,
     Probability[x == nroRan, x \~ juego1]];
   mediajuego2 = Append[mediajuego2,
     Mean[juego1]],
   {j, 0, obs}
  ];
  tablaprob[[k]] = probjuego2;
  tablamed[[k]] = mediajuego2,
  {k, 0, tiradas - 1}
];
probteorica =
  Probability[x == nroRan,
   x \~ Table[x, {x, 0, 36}]];
mediateorica =
  Mean[Table[x, {x, 0, 36}]];
grafa = Plot[probteorica, {x, 0, obs},
  PlotRange -> {0, 0.15},
  PlotStyle -> {Red, Dashed}];
grafb = Plot[mediateorica, {x, 0, obs},
  PlotRange -> {14, 22},
  PlotStyle -> {Blue, Dashed}];
Show[Table[
  ListPlot[tablaprob[[i]], Joined -> True,
  PlotRange -> {0, 0.06},
  PlotStyle -> {Green}],
  {i, 0, tiradas - 1}],
  grafa]
Show[Table[
  ListPlot[tablamed[[i]], Joined -> True,
  PlotRange -> {14, 22},
  PlotStyle -> {Orange}],
  {i, 0, tiradas - 1}],
  grafb]
```