

Fisica 3  
Corso del prof. Sozzi Marco

Francesco Sorce

Università di Pisa  
Dipartimento di Matematica  
A.A. 2023/24

# Indice

<b>I</b>	<b>Termodinamica</b>	<b>2</b>
<b>1</b>	<b>Temperatura e calore</b>	<b>3</b>
1.1	Prime definizioni . . . . .	3
1.2	Definizione di temperatura . . . . .	5
1.2.1	Definizione di temperatura tramite gas . . . . .	6
1.3	Trasferimento di calore . . . . .	6
1.3.1	Conduzione . . . . .	6
1.3.2	Convezione . . . . .	7
1.3.3	Irraggiamento . . . . .	7
1.4	Relazione tra parametri indipendenti ed espressioni per l'energia . . . .	8
<b>2</b>	<b>Gas ideale</b>	<b>9</b>

**Parte I**

**Termodinamica**

# Capitolo 1

## Temperatura e calore

La termodinamica è lo studio di sistemi dal punto di vista macroscopico. Le massime fondamentali della termodinamica sono

- L'energia dell'universo è costante
- L'entropia dell'universo tende ad aumentare.

### 1.1 Prime definizioni

**Definizione 1.1** (Sistema termodinamico).

Un **sistema termodinamico** è un sistema omogeneo composto da “molti” elementi. Lo **stato** di un sistema termodinamico è univocamente determinato da un numero contenuto di parametri<sup>1</sup> detti **funzioni di stato**.

Il numero di funzioni di stato necessarie per specificare lo stato è detto **numero di gradi di libertà**.

*Osservazione 1.2.*

Le funzioni di stato di un sistema non dipendono da come esso è venuto ad esistere; se due procedimenti portano da un particolare stato ad un altro, le differenze nelle funzioni di stato dipendono univocamente dallo stato iniziale e quello finale.

*Osservazione 1.3* (Sistema ambiente).

Spesso torna comodo considerare una coppia di sistemi, uno detto semplicemente sistema e l'altro **ambiente**.

**Definizione 1.4** (Variabili estensive e intensive).

Dato un sistema termodinamico, delle variabili ad esso inerenti si dicono **estensive** se sono proporzionali alla quantità di materia contenuta nel sistema e **intensive** altrimenti.

**Esempio 1.5.**

Il volume e l'energia sono grandezze estensive mentre la pressione e la temperatura sono intensive.

**Definizione 1.6** (Sistemi isolati, chiusi e aperti).

Un sistema termodinamico si dice

- **isolato** se non ammette scambio con l'ambiente,

---

<sup>1</sup>Per esempio temperatura, pressione o volume.

- **chiuso** se non ammette scambio di materia con l'ambiente,
- **aperto** se ammette scambi con l'ambiente.

Per considerare più sistemi termodinamici dobbiamo considerarli come separati da una *parete*.

**Definizione 1.7** (Tipi di parete).

Una parete tra due sistemi è

- **adiabatica** se non permette scambi,
- **diatermica** se non ammette scambi di materia,
- **semipermeabile** se fa passare alcuni tipi di materia.
- **permeabile**<sup>2</sup> se permette ogni tipo di scambio.

**Definizione 1.8** (Equilibrio).

Un sistema è in **equilibrio** se le sue funzioni di stato restano “costanti” (per molto tempo rispetto alla scala temporale rilevante).

Un sistema è in **equilibrio termico** se non ci sono differenze di temperatura<sup>3</sup>.

Un sistema è in **equilibrio termodinamico** se è in equilibrio meccanico, termico e chimico.

*Osservazione 1.9.*

I sistemi tendono spontaneamente ed irreversibilmente all'equilibrio termodinamico.

**Definizione 1.10** (Equazione di stato).

Se quando un sistema è in equilibrio vale una equazione tra le funzioni di stato, queste si dicono **equazioni di stato**.

**Definizione 1.11** (Tipi di trasferimenti di energia).

Considerato un sistema termodinamico e l'ambiente definiamo le seguenti tipologie di scambi di energia:

- uno scambio di energia meccanica è detto **lavoro**,
- uno scambio di energia termica è detto **calore**,
- uno scambio di energia chimica è definito da

$$\Delta E = \int \mu dn,$$

dove  $n$  è il numero di particelle coinvolte e  $\mu$  è il **potenziale chimico**.<sup>4</sup>

Affermiamo per convenzione che uno scambio di energia ha segno *positivo* se il sistema acquista energia dall'ambiente.

*Osservazione 1.12.*

Il lavoro meccanico è dato da  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ . È un fatto generale che il lavoro ha la forma

$$\int (\text{intensiva}) d(\text{estensiva}).$$

<sup>2</sup>una parete permeabile è come se non ci fosse

<sup>3</sup>definiremo la temperatura in seguito.

<sup>4</sup>questa quantità ha senso solo per sistemi aperti.

**Definizione 1.13** (Processi quasistatici).

Un sistema è **quasi in equilibrio** se è così vicino all'equilibrio che le equazioni di stato si possono considerare valide. Un **processo quasistatico** è descrivibile da una successione di variazioni infinitesime tra stati vicini all'equilibrio.

Se non sono presenti "attriti", un processo quasistatico è detto **reversibile**.

Un processo è detto **totalmente reversibile** se è reversibile e la sua interazione con l'ambiente è reversibile.

**Definizione 1.14** (Termostato).

Un **termostato** è un sistema grande a sufficienza in modo che anche se vi si aggiunge calore esso non cambia di temperatura. È dunque una sorgente ideale di calore.

**Definizione 1.15** (Termometro).

Un **termometro** è un sistema piccolo a sufficienza in modo che ogni scambio di calore è trascurabile.

## 1.2 Definizione di temperatura

Principio 0: Due sistemi in equilibrio termico con un terzo sono in equilibrio tra loro.

**Proposizione 1.16** (Temperatura empirica).

*Ogni sistema termodinamico ammette una funzione che è costante in stato di equilibrio. La costante è detta **temperatura empirica**.*

*Dimostrazione.*

Consideriamo tre sistemi, con funzioni di stato  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  e  $(x_3, y_3)$  in equilibrio tra loro. Esistono dunque equazioni di stato della forma

$$\begin{cases} x_3 = f(x_1, y_1, y_3) \\ x_3 = g(x_2, y_2, y_3) \end{cases}$$

poiché i sistemi 1 e 2 sono in equilibrio, se eguagliamo le due equazioni sappiamo che ciò che otteniamo non dipende da  $y_3$ , quindi

$$\begin{cases} f(x_1, y_1, y_3) = \phi_1(x_1, y_1)\zeta(y_3) + \eta(y_3) \\ g(x_2, y_2, y_3) = \phi_2(x_2, y_2)\zeta(y_3) + \eta(y_3) \end{cases}$$

dunque se 1 e 2 sono in equilibrio si ha che

$$\phi_1(x_1, y_1) = \phi_2(x_2, y_2),$$

ma i due membri dipendono da insiemi di variabili disgiunti, quindi esiste  $\theta_0$  tale che entrambe queste espressioni eguagliano  $\theta_0$  se sono in equilibrio. Il valore  $\theta_0$  è detto la temperatura empirica dei sistemi, i quali sono in equilibrio solo se hanno la stessa temperatura empirica.  $\square$

**Definizione 1.17** (Isoterme).

Dato un sistema termodinamico e un valore  $\theta_0$  di temperatura empirica, chiamiamo **isoterma a livello**  $\theta_0$  l'insieme degli stati del sistema la cui temperatura è  $\theta_0$ .

**Fatto 1.18** (Punto triplo).

Considerando come sistema termodinamico dell'acqua esiste una precisa combinazione di temperatura e pressione tale per cui essa risulta in transizione tra gli stati solido liquido e gassoso simultaneamente.

Questo stato si chiama **punto triplo** e i valori in questione sono una temperatura di  $0.01^\circ\text{C}$  e una pressione di  $0.006\text{ atm}$ .

### 1.2.1 Definizione di temperatura tramite gas

A bassa pressione i gas si comportano tutti allo stesso modo<sup>5</sup>.

Se fissiamo il volume e la quantità di materia del gas possiamo definire  $\theta$  in modo tale che  $p = p_0(1 + \alpha\theta)$ , cioè poniamo

$$\theta = \frac{1}{\alpha} \frac{p - p_0}{p_0}.$$

Se imponiamo che l'acqua congeli per  $\theta = 0$  e bolli per  $\theta = 100$  allora si ricaviamo  $1/\alpha = 273.15$ . Notiamo inoltre<sup>6</sup>

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\alpha^{-1} + \theta_2}{\alpha^{-1} + \theta_1} = \frac{\theta'_2}{\theta'_1}.$$

Possiamo dunque definire la temperatura (in Kelvin) come

$$T = \lim_{p^{(PT)} \rightarrow 0} 273.16 \frac{p}{p^{(PT)}}$$

dove  $p^{(PT)}$  è la pressione del gas nel termometro quando questo sistema è in equilibrio con il sistema di punto triplo con l'acqua. Il limite corrisponde a prendere gas sempre più rarefatti, cioè a lavorare nel limite dei gas perfetti dove vale la proporzionalità sopra.

Sfruttando questa definizione possiamo costruire un termometro a gas come in figura  
[FIGURA TERMOMETRO A GAS]

Quando il gas è alla temperatura che vogliamo misurare misuriamo la differenza di altezza tra il livello a contatto con il gas e il livello di controllo posto a pressione atmosferica. Questa differenza è proporzionale alla differenza di pressione e questo ci permette di ricavare la temperatura se la fissiamo per quando è nel punto critico.

## 1.3 Trasferimento di calore

Il trasferimento di calore, cioè di energia derivante da una differenza di temperatura, avviene in tre modi: conduzione, convezione ed irraggiamento.

### 1.3.1 Conduzione

Parliamo di **conduzione** quando il trasferimento di calore avviene per contatto ma senza scambio di materia (attraverso una parete diatermica).

Empiricamente riscontriamo

**Fatto 1.19** (Legge di Fourier).

Vale la relazione

$$\frac{1}{A} \frac{\delta Q}{\Delta t} = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta X},$$

dove  $T$  è la temperatura,  $X$  è la distanza tra i punti tra cui stiamo calcolando la differenza di temperatura,  $A$  è l'area ortogonale alla direzione lungo la quale si propaga il calore e  $\kappa$  è una costante detta **conducibilità termica**.

<sup>5</sup>rispettano l'equazione di stato  $pV = f(\theta)$

<sup>6</sup>l'aggiunta di  $\alpha^{-1}$  corrisponde alla traslazione che trasforma gradi Celsius in gradi Kelvin.

L'unità di misura della conducibilità termica è

$$[\kappa] = \frac{W}{mK} \approx \begin{cases} 10^2 & \text{metalli} \\ 0.1 & \text{gas} \end{cases}.$$

Possiamo precisare la legge di Fourier introducendo la **corrente di calore**  $\vec{J}_Q$ . La legge assume la forma

$$\vec{J}_Q = -k\vec{\nabla}T.$$

Concentrandosi su uno dei sistemi possiamo scrivere

$$\boxed{\delta Q = cm\delta T}$$

dove  $m$  è la massa e  $c$  è il **calore specifico**.

Possiamo calcolare il calore totale che entra dentro una superficie per unità di tempo come

$$\int_V c \frac{\partial T}{\partial t} \rho dV = \frac{1}{\Delta t} \int_{\partial V} \delta Q = - \int_{\partial V} \vec{J}_Q \cdot d\vec{\Sigma} = - \int_V \nabla \cdot \vec{J}_Q dV = \int_V k \nabla^2 T dV.$$

Ricaviamo dunque

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \nabla^2 T}$$

Questa è la famosa *equazione del calore*.

### 1.3.2 Convezione

Parliamo di **convezione** quando il trasferimento di calore avviene tramite lo spostamento di materia.

La formula rilevante in questo caso è

$$\frac{1}{A} \frac{\delta Q}{\Delta t} = h \Delta T,$$

dove  $h$  è il **coefficiente convettivo**.

### 1.3.3 Irraggiamento

Parliamo di **irraggiamento** quando un corpo semplicemente emette energia come radiazione.

La formula rilevante in questo caso è

$$\frac{1}{A} \frac{\delta Q}{\Delta t} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4),$$

dove  $T_0$  è la temperatura dell'ambiente,  $\sigma$  è una costante uguale per tutti i materiali e  $\varepsilon$  dipende dai materiali.



## 1.4 Relazione tra parametri indipendenti ed espressioni per l'energia

**Fatto 1.20** (Relazione tra parametri indipendenti e espressioni per l'energia).

*Il numero di parametri di un sistema indipendenti è pari al numero di coppie di variabili che compaiono nelle espressioni per l'energia.*

**Esempio 1.21** (Filo).

Un filo ha come funzioni di stato la lunghezza, la tensione e la temperatura, che indichiamo  $L$ ,  $\tau$  e  $T$  rispettivamente.

Le formule per l'energia contengono  $\tau$  ed  $L$  per il lavoro ( $\delta W = \tau dL$ ) e  $L$  e  $T$  per il calore<sup>7</sup>. Segue che il sistema filo ha due parametri indipendenti, dunque deve esistere una equazione che lega i parametri citati. In questo caso è la legge di Hooke ( $\tau = -k(L - L_0)$ ).

**Esempio 1.22** (Fluidi).

Ragioniamo in modo simile a prima, stavolta i parametri sono volume, pressione e temperatura.

---

<sup>7</sup> $L$  appare implicitamente in quanto unica grandezza estensiva.

## Capitolo 2

# Gas ideale

**Definizione 2.1** (Mole).

Una **mole di una sostanza** corrisponde a  $6.02 \cdot 10^{23}$  particelle di quella sostanza. La costante è detta **numero di Avogadro** e la indichiamo con  $N_a \text{mol}^{-1}$ .

**Definizione 2.2** (Condizioni standard).

Un gas è in **condizioni standard (STP)** se è alla temperatura di  $0^\circ\text{C}$  e alla pressione di  $1 \text{ atm} = 101.3245 \text{ kPa}$ .

Per i gas ideali valgono le seguenti leggi:

**Fatto 2.3** (Legge di Boyle).

*Se  $T$  è costante*

$$V \propto \frac{1}{p}$$

**Fatto 2.4** (Legge di Charles).

*Se  $p$  è costante*

$$V \propto (1 + \alpha T)$$

**Fatto 2.5** (Legge di Gay-Lussac).

*Se  $V$  è costante*

$$p \propto T$$

**Fatto 2.6** (Legge di Avogadro).

*Se  $p$  e  $T$  sono fissate, tutti i gas occupano lo stesso volume se consistono della stessa quantità di materia, in particolare*

$$V \propto n.$$

*Una mole di gas in condizioni standard occupa un volume di  $22.4\ell$  (litri).*

Combinando le leggi appena citate arriviamo alla **legge dei Gas perfetti**

$$\boxed{pV = nRT}$$

dove  $p$  è la pressione,  $V$  è il volume,  $n$  è il numero di moli,  $T$  è la temperatura e  $R$  è la **costante fondamentale dei gas** e vale  $8.314 \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$ .

**Definizione 2.7** (Costante di Boltzmann).

Definiamo la **costante di Boltzmann**  $k_b$  in modo tale che

$$R = N_a k_b.$$

# Formulario