Trabajo Especial I
Modelos y Simulación

Carlos Martín Becerra

May 21, 2014

CONTENTS

1 INTRODUCCIÓN

1.1 *Descripción del problema*

Un lavadero de ropa automático cuenta con 5 máquinas en servicio en funcionamiento constante. Como las máquinas lavadoras se rompen periódicamente, el lugar cuenta 2 máquinas de repuesto, todas ellas idénticas entre sí. A su vez el lavadero cuenta con el servicio técnico de reparación provisto por un solo operario. El mismo solo puede arreglar una máquina a la vez.
Este sistema fallará en el momento que no se encuentren 5 máquinas en funcionamiento, o lo que es equivalente, que el técnico deba arreglar más de dos máquinas.

Teniendo en cuenta todo esta información, el dueño del lavadero desea determinar el tiempo promedio que transcurre hasta que el lavadero deja de ser operativo, es decir, que falla el sistema. Luego de esto, el dueño desea saber si el tiempo promedio que transcurre hasta que el lavadero falla mejora agregando un técnico u otra máquina de repuesto con el fin de invertir en la mejor opción.

Para ello simularemos un modelo de reparación. Los tiempos de funcionamiento de las máquinas hasta descomponerse están determinados con respecto a una variable aleatoria de distribución exponencial con un tiempo medio hasta fallar de T_f, y que tiempo que les lleva a las máquinas ser reparadas por el técnico es determinado por una variable aleatoria exponencial con tiempo medio igual a T_r, estas variables son independientes entre sí.

2.1 *Descripción de las variables*

Previamente a describir el algoritmo empleado para simular el sistema, introduciremos las variables que serán utilizadas en el mismo:

- t : Será la variable de tiempo.
- r : Describirá la cantidad de máquinas rotas en el instante t.
- S : Es la cantidad de máquinas de repuesto, que a su vez es máxima cantidad de máquinas que podrían estar averiadas al mismo tiempo.
- *eventos* : Una lista de tiempos que describe los momentos en los cuales fallarán las máquinas
- $t^{\star}$: Especifica el tiempo en que terminará de reparar una máquina el técnico. En caso de que el operario no se encuentre trabajando, se definirá como infinito.
- T_f : Tiempo de falla de una máquina del sistema.
- T_r : Tiempo medio de reparación de las máquinas.

2.2 *Algoritmo*

En el siguiente pseudo-código se muestra como se realiza la simulación de un modelo de reparación hasta que el mismo falla.

Listing 1: Funciones auxiliares.

```
init()
while True:
    if (events[0] < t*):
        t = events[0]
        r = r + 1
        if (r == S+1):
            return t;
        else:
            x = exponencial(T_f)
            events[0] = t + x
            events.sort()
            if (t* == ∞):
                t* = t + exponencial(T_r)
    else:
        t = t*_
        r = r - 1
        if (r > 0):
            t* = t + exponencial(T_r)
        else:
            t* = ∞
```

Las funciones auxiliares init y exponencial[1] son definidas a continuación[2]:

Listing 2: Pseudo-código del las funciones auxiliares.

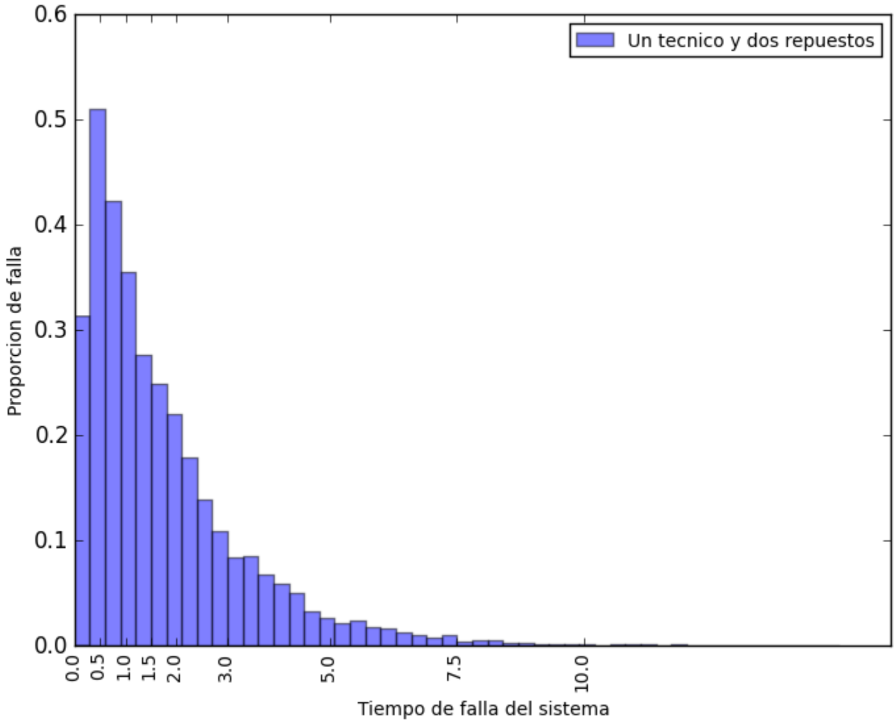
```
def init():
    t = r = 0; t* = ∞
    exponencial = (lambda x: -log(Uniforme()) * x)
    events = [exponencial(T_f) for _ in range(N)]
    events.sort()
```

[1] La forma en la que está definida la funcion auxiliar para crear variables aleatorias con distribución exponencial permite evitar tener tomar como argumento 1 sobre la media.
[2] Notar que todas las variables utilizadas están definidas globalmente.

En primer lugar analizaremos el funcionamiento del sistema inicial, para luego hacer una comparación del funcionamiento del mismo cuando se agrega un operario y cuando se agrega una máquina de repuesto.
Finalmente, esto nos permitirá superponer los graficos generados en cada ocasión para llegar a una conclusión fundamentada sobre que es lo más conveniente para el dueño del lavadero al momento de tomar una decisión.

3.1 *Sistema con un técnico y dos repuestos*

A continuación se muestra un histograma con los valores de 10000 simulaciones de tiempos de fallo del sistema funcionando con 2 máquinas de repuesto y 1 solo operario.



El gráfico hace evidente que hay una mayor probabilidad de que el sistema falle entre el primer y segundo mes de funcionamiento en comparación a los meses siguientes. También se complementa al gráfico la siguiente tabla con los resultados del tiempo promedio de falla y la variación del mismo luego de haber realiado 100, 1000 y 10000 iteraciones.

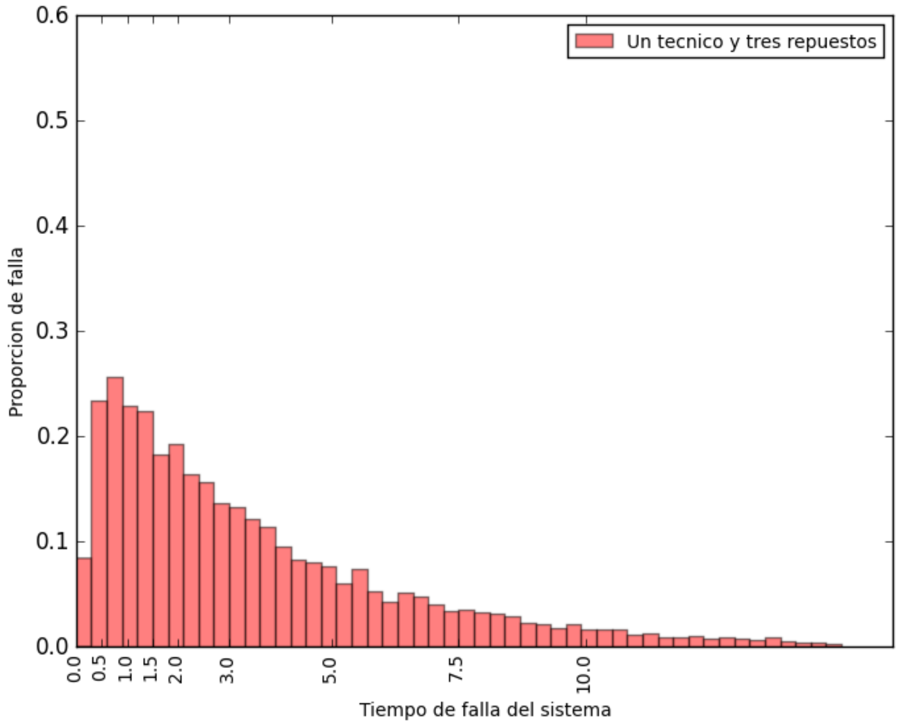
Iteraciones	Esperanza	Desvío estándar
100	1.84916	1.67891
1000	1.74255	1.57913
10000	1.74317	1.60938

La modificación del algoritmo original utilizado para realizar esta simulación puede encontrarse en el apendice.

3.2 *Sistema con un técnico y tres repuestos*

A continuación se muestra un histograma con los valores de 10000 simulaciones de tiempos de fallo del sistema funcionando con 3 máquinas de repuesto y 1 solo operario.

Ahora con la incorporación de otra máquina lavadora que puede ser utilizada como repuesto, podemos ver que la periodicidad con la cual falla el



sistema ahora se encuentra más distribuida que el caso anterior, haciendo así que sea más probable que el sistema pueda funcionar durante más tiempo que el caso anterior. El gráfico muestra que hay más posibilidades de que el sistema dure más de un mes en funcionamiento.
Se complementa al gráfico la siguiente tabla con los resultados del tiempo promedio de falla y la variación del mismo luego de haber realizado 100, 1000 y 10000 iteraciones.

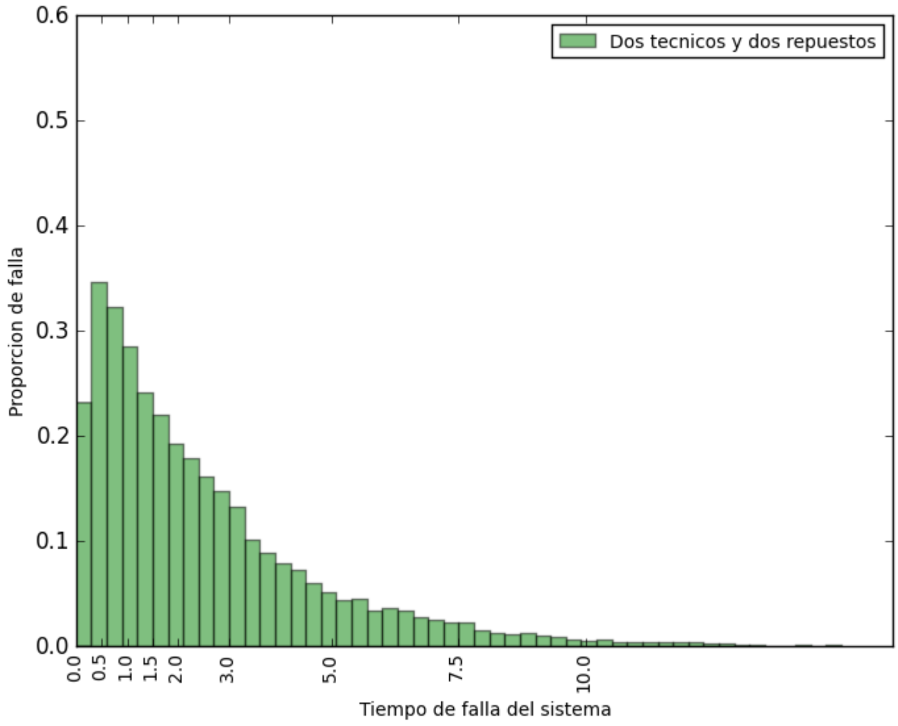
Iteraciones	Esperanza	Desvío estándar
100	3.33427	3.22612
1000	3.22161	3.30346
10000	3.57698	3.27928

3.3 *Sistema con dos técnicos y dos repuestos*

A continuación se muestra un histograma con los valores de 10000 simulaciones de tiempos de fallo del sistema funcionando con 2 máquinas de repuesto y 2 operarios.

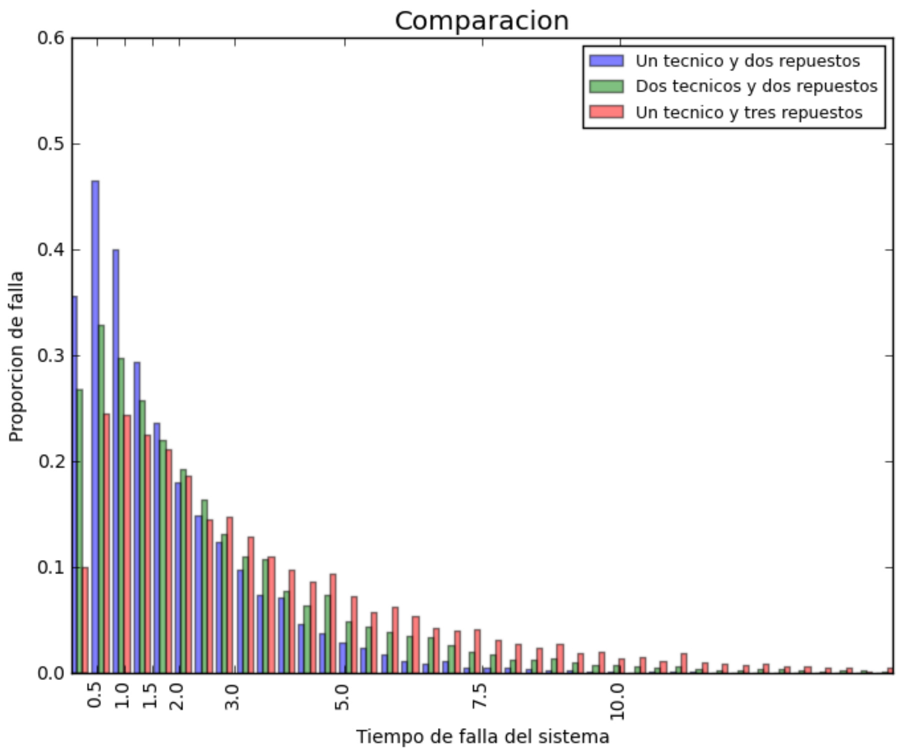
En el caso de incorporar la participación de otro técnico de reparación en el sistema, se puede notar que hay cierta similitud a cuando solo tenemos un solo operario, ya que la probabilidad de fallar en los primeros dos meses es mayor que el resto a la probabilidad de fallar los meses siguientes, solo que ahora la masa acumulada disminuye en los primeros meses, haciendo que esta probabilidad se distribuya en los meses que siguen. Haciendo así que el tiempo medio de duración del sistema hasta fallar sea mayor.
Se complementa al gráfico la siguiente tabla con los resultados del tiempo promedio de falla y la variación del mismo luego de haber realizado 100, 1000 y 10000 iteraciones.

Iteraciones	Esperanza	Desvío estándar
100	2.36958	2.56351
1000	2.75588	2.44585
10000	2.58391	2.41951



4 CONCLUSIÓN

Finalmente luego de haber realizado la simulación del sistema en su estado actual y luego de realizar cada cambio posible podemos llegar a una conclusión verificada sobre que es lo más propicio para el dueño del lavadero.



El histograma con los valores de 10000 simulaciones comparando los tiempos de fallo del sistema en las diferentes situaciones planteadas.
Gracias a este gráfico y las análisis antes realizados, es más fácil llegar a la conclusión de que, en el caso de ambas mejoras al sistema tengan el mismo costo, es preferible adquirir un otra máquina lavadora de repuesto.

5 APÉNDICE

5.1 *Algoritmo para la simulación con dos operarios*

El siguiente algoritmo representa una simulación del sistema empleando el trabajo de 2 técnicos.
Las funciones auxiliares init y exponencial son las mismas definidas para el primer algoritmo:

Listing 3: Algoritmo para dos técnicos.

```
init()
while True:
        if (events[0] < $t_1^\star$ and events[0] < $t_2^\star$):
            t = events[0]
            r = r + 1
            if (r == S+1):
                return t;
            else:
                events[0] = t + exponencial($T_f$)
                events.sort()
                if ($t_1^\star$ == ∞):
                    $t_1^\star$ = t + exponencial($T_r$)
                    continue
                if ($t_2^\star$ == ∞):
                    $t_2^\star$ = t + exponencial($T_r$)

        elif (events[0] >= $t_1^\star$):
            t = $t_1^\star$
            r = r - 1
            if ((r > 1 and $t_2^\star$ != ∞) or ($t_2^\star$ == ∞ and r > 0)):
                $t_1^\star$ = t + exponencial($T_r$)
            else:
                $t_1^\star$ = ∞

        elif (events[0] >= $t_2^\star$):
            t = $t_2^\star$
            r = r - 1
            if ((r > 1 and $t_1^\star$ != ∞) or ($t_1^\star$ == ∞ and r > 0)):
                $t_2^\star$ = t + exponencial($T_r$)
            else:
                $t_2^\star$ = ∞
```