3 Affine algebraische Mengen

Definition 4.

- $\mathbb{A}^n(k)$, der **affine Raum der Dimension n** (über k), bezeichne k^n mit der Zariski-Topologie.
- Abgeschlossene Teilmengen von $\mathbb{A}^n(k)$ heißen affine abgeschlossene Mengen.

Beispiel 5. Da $k[T]$ ein Hauptidealring ist, sind die abgeschlossen Mengen in $\mathbb{A}^1(k)$: $\emptyset$, $\mathbb{A}^1$, Mengen der Form $V(f)$, $f \in k[T]\backslash\{k\}$ (endliche Teilmengen). Insbesondere sieht man, dass die Zariski-Topologie im Allgemeinen nicht Hausdorff ist.

Beispiel 6. $\mathbb{A}^2(k)$ hat zumindestens als abgeschlossene Mengen:

- $\emptyset$, $\mathbb{A}^2$;
- Einpunktige Mengen: $\{(x_1, x_2)\} = V(T_1 - x_1, T_2 - x_2)$;
- $V(f)$, $f \in k[T_1, T_2]$ irreduzibel.

Ferner alle endlichen Vereinigungen dieser Liste. (Dies sind in der Tat alle, denn später sehen wir: “irreduzible” abgeschlossene Mengen entsprechen den *Primidealen*, und $k[T_1, T_2]$ hat “Krull-Dimension 2”.)