Ein Morphismus von Prävarietäten ist ein Morphismus der entsprechenden Räume mit Funktionen. Insbesondere sind also affine Varietäten Prävarietäten! Später sehen wir: Varietät = „separierte Prävarietät“. Affine Varietäten sind stets „separiert“, dafür braucht man wieder von „affinen Prävarietäten“ zu reden. Ist X eine affine Varietät, schreiben wir oft $\Gamma(X)$ für $\mathcal{O}_x(X)$ (vgl. Satz 33).

Unter einer **offenen affinen Überdeckung** einer Prävarietät X verstehen wir eine Famile von affinen Unterräumen mit Funktionen $U_i \subseteq X$, $i \in I$ die affine Varietäten sind, und so das $X = \bigcup U_i$.

17 Vergleich mit differenzierbaren/komplexen Mannigfaltigkeiten

Differential/Komplexe Geometrie Mannigfaltigkeiten werden via Kartenabbildungen mit differenzierbaren/holomorphen Übergangsabbildungen definiert (hier problematisch, da offene Teile affiner algebraischer Mengen i.A. keine solche Struktur wider besitzen.) Jedoch:

$$\begin{aligned} \{\text{diff. Mfgkt.}\} &\longrightarrow \{\text{Räume mit Fkt.}/\mathbb{R}\} \\ X &\longmapsto (X, \mathcal{O}_X) \\ &\qquad \mathcal{O}_X(U) := C^\infty(U, \mathbb{R}),\ U \subseteq X \text{ offen} \end{aligned}$$

ist ein volltreuer Funktor. Daher kann man differenzierbare Mannigfaltigkeiten auch als diejenigen Räume mit Funktionen über $\mathbb{R}$ definieren, für die X Hausdorff ist, und so dass eine offene Überdeckung durch solche Räume mit Funktionen über $\mathbb{R}$ existiert, die in obiger Weise offene Teilmengen von $\mathbb{R}^n$ zugeordnet sind. (Analog bei komplexen Mannigfaltigkeiten.)