

Später sehen wir: Varietät = „separierte Prävarietät“. Affine Varietäten sind stets „separiert“, daher braucht man nicht von „affinen Prävarietäten“ zu reden. Ist  $X$  eine affine Varietät, so schreiben wir oft  $\Gamma(X)$  für  $\mathcal{O}_X(X)$  (vgl. Satz 36).

Unter einer **offenen affinen Überdeckung** einer Prävarietät  $X$  verstehen wir eine Familie von offenen affinen Unterräumen mit Funktionen  $U_i \subseteq X$ ,  $i \in I$  die affine Varietäten sind, d.d.  $X = \bigcup_i U_i$ .

## 17 Vergleich mit differenzierbaren/komplexen Mannigfaltigkeiten

**Differential/Komplexe Geometrie** Mannigfaltigkeiten werden via Kartenabbildungen mit differenzierbaren/holomorphen Übergangsabbildungen definiert (hier problematisch, da offene Teile affiner algebraischer Mengen i.A. keine solche Struktur besitzen.) Jedoch:

$$\begin{aligned} \{\text{differenzierbare Mfgkt.}\} &\longrightarrow \{\text{Räume mit Fkt.}/\mathbb{R}\} \\ X &\longmapsto (X, \mathcal{O}_X) \\ \mathcal{O}_X(U) &:= C^\infty(U, \mathbb{R}), \quad U \subseteq X \text{ offen} \end{aligned}$$

ist ein volltreuer Funktor. Daher kann man differenzierbare Mannigfaltigkeiten auch als diejenigen Räume mit Funktionen über  $\mathbb{R}$  definieren, für die  $X$  Hausdorff ist, und so dass eine offene Überdeckung durch solche Räume mit Funktionen über  $\mathbb{R}$  existiert, die in obiger Weise offene Teilmengen von  $\mathbb{R}^n$  zugeordnet sind. (Analog bei komplexen Mannigfaltigkeiten.)