

Análise de circuito resistivo CC

Trabalho desenvolvido dentro do componente ECT3511 Fundamentos de Circuitos e Sistemas Controlados da ECT - UFRN 2025.1

Geovan Menezes de Sousa Júnior
ECT - UFRN
geovan.sousa.018@ufrn.edu.br

Lucila Gabriela Gomes Costa
ECT - UFRN
lucila.costa.704@ufrn.edu.br

Resumo — Este trabalho traz a análise de um circuito elétrico resistivo de forma analítica, através das técnicas de análise de malhas e nodal, e através de uma simulação realizada pelo software Circuit Simulator Applet (Falstad). As correntes e tensões nos elementos, calculadas através da análise de malhas, bem como a tensão nos nós do circuito, calculada através de análise nodal, se mostraram equivalentes aos valores obtidos através da simulação. De fato, os erros percentuais entre valores calculados e simulados não passaram de 0,06%, demonstrando o êxito na tarefa de análise do circuito.

Palavras-chave — circuitos, análise de malhas, simulação de circuitos, análise nodal

1 Introdução

Um circuito elétrico pode se referir a um sistema elétrico ou a um modelo matemático desse sistema [1]. Compreender tal modelo é necessário pois sistemas elétricos estão na base de outros sistemas, como os de comunicação, computação, controle, de potência e de processamento de sinais [1].

Os circuitos resistivos são circuitos cujos elementos passivos são resistores. Se alimentado por uma fonte constante, teremos um circuito resistivo de corrente contínua (CC), conforme jargão utilizado na ciência e engenharia [1]. Os circuitos resistivos constituem excelente oportunidade para colocar em prática a aplicação da lei de Ohm e das leis de Kirchhoff, além de serem relevantes em sua perspectiva prática, estando presente em telas resistivas de *smartphones* e *tablets*, e no funcionamento dos faróis de um carro, por exemplo [1, 2].

2 O circuito

O circuito a ser analisado consiste em um circuito de corrente contínua, formado por elementos passivos e elementos ativos (Figura 1).

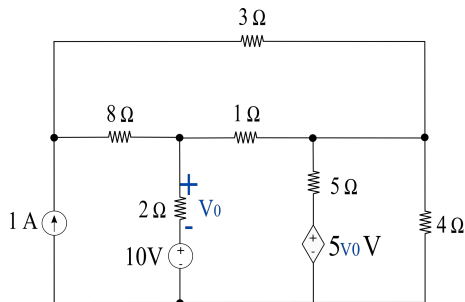


Figura 1: Circuito a ser analisado.

O circuito é composto por quatro malhas e quatro nós. Os elementos passivos do circuito são apenas resistores (circuito resistivo). Os elementos ativos (fontes) são de três tipos: duas fontes independentes (uma de corrente - 1 A - e outra de tensão - 10 V), e uma fonte de tensão dependente de tensão (nesse caso, a fonte corresponde a 5 vezes à voltagem do resistor de 2Ω, isto é 5V₀ V, tendo em vista a polaridade descrita na Figura 1).

3 Métodos de análise

Foram empregados dois métodos de análise do circuito: a análise de malha e a análise nodal. A análise de malhas utiliza as correntes de malha como variáveis e é empregada na resolução de circuitos planares, a partir da aplicação da Lei de Kirchhoff das Tensões nas malhas [2]. Já a análise nodal usa as tensões nos nós como variáveis, medidas a partir de um ponto de referência (terra), ao qual será atribuído um potencial nulo, seguido da aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes em cada nó que não seja o de referência [2].

A simulação foi realizada utilizando o Circuit Simulator Applet (versão 3.1.3js), baseado em Java e desenvolvido por Paul Falstad e colaboradores [3]. Na simulação, é possível enxergar cores nos ramos: a cor vermelha denota tensão negativa, a verde, tensão positiva, e a cor cinza denota o terra. Além disso, na versão simulada é possível ainda observar pontos amarelos que circulam entre os ramos, correspondentes à corrente.

4 Resultados

4.1 Análise do circuito por análise de malhas

São necessárias 4 correntes de malhas percorrendo o circuito, as quais chamaremos i_a , i_b , i_c e i_d (Figura 2). Deve-se notar que a presença da fonte de corrente eliminará uma equação de malha, o que nos deixará com apenas 3 equações e 5 variáveis (i_a , i_b , i_c , i_d , V_0). Sendo assim, devemos buscar informações complementares que torne possível um sistema de equações 3×3 (três equações e três variáveis).

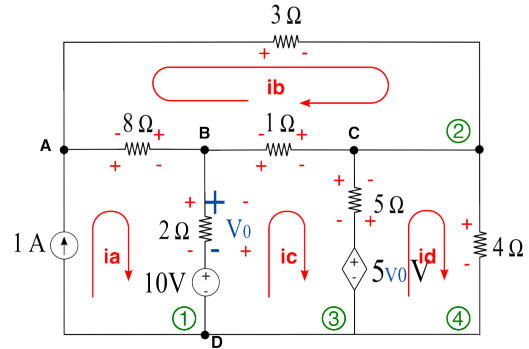


Figura 2: Circuito com malhas enumeradas (verde) e correntes de malha distribuídas (vermelho).

Ao percorrer as malhas ②, ③ e ③④ no sentido das correntes de malha, são obtidas as seguintes equações:

$$8i_a - 8i_b - 3i_b - 1i_b + 1i_c = 0 \quad \text{②}$$

$$10 + 2i_a - 2i_c + 1i_b - 1i_c - 5i_c + 5i_d - 5V_0 = 0 \quad \text{③}$$

$$10 + 2i_a - 2i_c + 1i_b - 1i_c - 4i_d = 0 \quad \text{③④}$$

A partir da Figura 2, pode-se extrair as seguintes relações para i_a e V_0 , que serão úteis na viabilização do sistema:

a) $i_a = 1 \text{ A}$

b) $V_0 = 2(i_a - i_c) = 2 - 2i_c$

Dessa forma, eliminamos uma variável e expressamos V_0 em função de uma variável que já consta no sistema (i_c), de modo que agora dispomos de três equações e três variáveis (i_b , i_c e i_d).

Assim, substituindo i_a e V_0 nas equações do sistema, teremos:

$$\begin{cases} 12i_b - i_c = 8 & (2) \\ -i_b - 2i_c - 5i_d = 2 & (3) \\ -i_b + 3i_c + 4i_d = 12 & (3) \quad (4) \end{cases}$$

Colocando o sistema de equações na forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, nesse caso, $\mathbf{Ri} = \mathbf{V}$:

$$\begin{bmatrix} 12 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Um sistema de tal forma pode ser resolvido a partir da multiplicação de \mathbf{R}^{-1} pelo lado esquerdo em ambos os membros da equação, resultando em $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Ri} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{V} \Rightarrow \mathbf{Ii} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{V} \Rightarrow \mathbf{i} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{V}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade. Isto é, para obtermos o valor das correntes de malha é necessário apenas realizar a multiplicação matricial da inversa da matriz de resistências pelo vetor de tensões, o que nos leva aos seguintes valores de corrente:

$$\begin{bmatrix} i_b \\ i_c \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,653 \\ 11,84 \\ -5,467 \end{bmatrix} A$$

Conhecendo o valor das correntes de malha, pode-se obter as correntes de ramos e as tensões para cada elemento do circuito, conforme calculado no tópico 4.3 e mostrado nas Tabelas 1 e 2. Antes, porém, convém verificar a corrente e polaridade reais dos elementos.

4.2 Polaridade real e sentido das correntes de ramo

A fonte de corrente de 1A força a corrente no sentido para cima. No resistor de 8Ω (i_2), a corrente i_b é maior que i_a , portanto o sentido da corrente será no sentido de i_b , o qual é o mesmo para o resistor de 3Ω (i_1). A corrente flui para cima no ramo contendo a fonte de 10V e o resistor de 2Ω (i_3), e da esquerda para a direita no resistor de 1Ω (i_4). Essa corrente, então soma-se com as demais que chegam ao nó C (i.e., a que vem do resistor de 3Ω (i_1) e do resistor de 4Ω (i_6), para descender o ramo contendo o resistor de 5Ω e a fonte dependente de tensão (i_5). Além disso, pode-se notar que a polaridade de V_0 é oposta à polaridade do resistor de 2Ω (i.e., $V_0 = -V_{R_{2\Omega}}$). O circuito com as polaridades e sentidos reais pode ser visualizado na Figura 3.

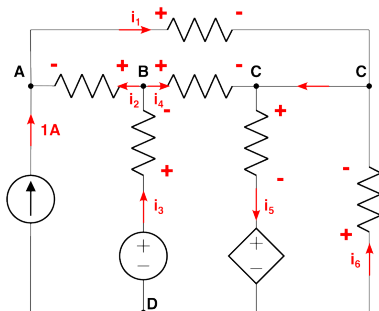


Figura 3: Circuito com os sentidos reais das correntes de ramo e as respectivas polarizações.

4.3 Cálculo das correntes e das tensões dos componentes do circuito

Correntes:

- $R_{8\Omega} = i_b - i_a = 0,653 A$
- $R_{2\Omega} = i_c - i_a = 10,84 A$
- $R_{3\Omega} = i_b = 1,653 A$
- $R_{1\Omega} = i_c - i_b = 10,187 A$
- $R_{5\Omega} = i_c - i_d = 17,307 A$
- $R_{4\Omega} = -i_d = 5,467 A$
- $V_0 = i_a - i_c = -10,84 A$
- $V_{5V_0} = i_d - i_c = -17,307 A$
- $V_{10V} = i_c - i_a = 10,84 A$

Tensões:

- $R_{8\Omega} = 8(i_b - i_a) = 5,224 V$
- $R_{2\Omega} = 2(i_c - i_a) = 21,680 V$
- $R_{3\Omega} = 3i_b = 4,959 V$
- $R_{1\Omega} = (i_c - i_b) = 10,187 V$
- $R_{5\Omega} = 5(i_c - i_d) = 86,535 V$
- $R_{4\Omega} = 4i_d = 21,868 V$
- $V_0 = 2(i_a - i_c) = -21,688 V$
- $V_{5V_0} = 10(i_d - i_c) = -108,400 V$
- $V_{10V} = 10 V$

4.4 Cálculo das tensões nos nós

Para encontrar a tensão nos nós, podemos aplicar a análise nodal, utilizando o nó D como referência. Assim, aplicando a lei dos nós, tendo como base as correntes mostradas na Figura 3, teremos:

- Nó A: $i_1 = 1 + i_2$
- Nó B: $i_3 = i_2 + i_4$
- Nó C: $i_5 = i_1 + i_4 + i_6$

Agora expressando as correntes em termo das tensões:

- $i_1 = \frac{V_A - V_C}{3}$
- $i_2 = \frac{V_B - V_A}{8}$
- $i_3 = \frac{10 - V_B}{2}$
- $i_4 = V_B - V_C$
- $i_5 = \frac{V_C - 5V_0}{5}$
- $i_6 = -\frac{V_C}{4}$

Além disso, pode-se extrair do circuito que $V_0 = V_B - 10$. Com essas informações montaremos as três equações dos nós e resolveremos o sistema $\mathbf{GV} = \mathbf{i} \Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{i}$, onde \mathbf{G} é a matriz de condutâncias:

$$\begin{cases} \frac{11}{24}V_A - \frac{1}{8}V_B - \frac{1}{3}V_C = 1 & (A) \\ -\frac{1}{8}V_A + \frac{13}{8}V_B - V_C = 5 & (B) \\ \frac{1}{3}V_A + 2V_B - \frac{107}{60}V_C = 10 & (C) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 11/24 & -1/8 & -1/3 \\ -1/8 & 13/8 & -1 \\ 1/3 & 2 & -107/60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16,9067 \\ -11,6800 \\ -21,8667 \end{bmatrix} V$$

Se substituirmos tais tensões nas equações para cada corrente, encontraremos os mesmos valores para as correntes calculadas anteriormente por análise de malhas e apresentadas no tópico 4.3.

4.5 Resistor que consome mais energia

Para definir qual resistor consome mais energia, devemos encontrar a potência dissipada em cada um dos resistores do circuito, utilizando a equação $P = Ri^2$ (corrente encontrada no tópico 4.3):

- $P_{R_{8\Omega}} = 3,411 W$
- $P_{R_{1\Omega}} = 103,775 W$
- $P_{R_{2\Omega}} = 235,011 W$
- $P_{R_{5\Omega}} = 1497,661 W$
- $P_{R_{3\Omega}} = 8,197 W$
- $P_{R_{4\Omega}} = 119,552 W$

Sendo assim, o resistor de 5Ω consome mais energia, visto que a potência dissipada nele é maior ($P \approx 1,5 kW$).

4.6 Simulação do circuito

A simulação do circuito no Circuit Simulator Applet (Falstad) pode ser visualizada [aqui](#) e na Figura 4.

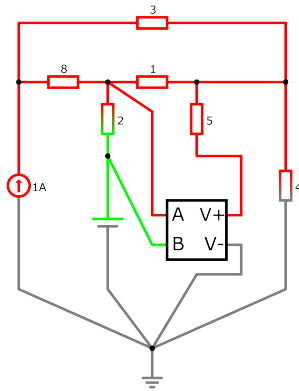


Figura 4: Circuito simulado no Falstad.

As tensões nos nós calculadas e obtidas a partir da simulação podem ser visualizadas na Tabela 1, enquanto as correntes e tensões nos componentes do circuito, ambas calculadas e simuladas, podem ser conferidas na Tabela 2.

Tabela 1: Tensão nos nós, calculada e simulada.

Variável	Calculada (V)	Simulada (V)	Erro (%)
V_A	-16,907	-16,908	0,01
V_B	-11,680	-11,680	0,00
V_C	-21,867	-21,867	0,00

Tabela 2: Corrente e tensão calculadas e simuladas para cada elemento.

Variável	Calculado		Simulado	
	Tensão (V)	Corrente (A)	Tensão (V)	Corrente (A)
$R_{8\Omega}$	5,224	0,653	5,227	0,653
$R_{2\Omega}$	21,68	10,84	21,68	10,84
$R_{3\Omega}$	4,959	1,653	4,96	1,653
$R_{1\Omega}$	10,19	10,187	10,19	10,187
$R_{5\Omega}$	86,54	17,307	86,53	17,307
$R_{4\Omega}$	21,87	5,467	21,87	5,467
V_0	-21,68	-10,840	-21,68	-10,840
$5V_0$	-108,40	-17,307	-108,40	-17,307
10V	10	10,840	10	10,840
1A	-	1,000	-	1,000

O erro percentual entre as medidas de corrente e tensão para os elementos (encontradas utilizando análise de malhas) e a tensão nos nós (encontrada através da análise nodal), em comparação com a simulação, variaram entre 0,00% e 0,06 % (Tabela 3). O baixo valor dos erros evidencia a resolução exitosa do problema de análise do circuito. Além disso, isso ocorre principalmente porque ambas as abordagens analisam o circuito sob uma perspectiva ideal, sem considerar perdas entre os fios, por exemplo, o que não ocorre em um circuito simulado experimentalmente em laboratório (na vida real).

Tabela 3: Erro percentual entre as correntes e tensões medidas e simuladas para cada elemento.

Variável	Corrente	Tensão
$R_{8\Omega}$	0.00%	0.06%
$R_{2\Omega}$	0.00%	0.00%
$R_{3\Omega}$	0.00%	0.02%
$R_{1\Omega}$	0.00%	0.00%
$R_{5\Omega}$	0.00%	0.00%
$R_{4\Omega}$	0.00%	0.00%
V_0	0.00%	0.00%
$5V_0$	0.00%	0.00%
10V	0.00%	-
1A	-	-

5 Conclusão

A partir dos resultados encontrados, pode-se concluir que a análise do circuito foi desempenhada com êxito, tendo em vista a correspondência entre os valores encontrados analiticamente pelas duas técnicas (análise de malhas e nodal) e a partir da simulação, evidenciada pelos baixos erros percentuais.

Referências

- [1] NILSSON, James William; RIEDEL, Susan A; MARQUES, Arlete Simille. Circuitos elétricos. 10. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2015. 574 p. ISBN: 978-85-4301-812-6.
- [2] ALEXANDER, Charles K; SADIKU, Matthew N. O. Fundamentos de circuitos elétricos. 5. ed. São Paulo: Mc Graw Hill, 2013. 901 p. ISBN: 978-85-8055-173-0.
- [3] Site Falstad - "Circuit Applet Simulator". Disponível em [Falstad CircuitJS](http://www.falstad.com/circuit/).