, $p=n$, podemos determinar $\int_{-1}^{1} P_n^m P_n^m \, dx$ de manera similar a como

se calculó $\int_{-1}^{1} P_n^2 \, dx$: obteniendo (tarea!)

$$\int_{-1}^{1} P_n^m P_p^m \, dx = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \delta_{np}$$

También es posible probar que (+ difícil)

$$\int_{-1}^{1} \frac{P_\ell^m(x) P_\ell^{m'}(x)}{1-x^2} \, dx = \begin{cases} 0 & \text{si } |m'| \neq |m| \\ \infty & \text{si } m' = m = 0 \\ \dfrac{(-1)^m}{m} & \text{si } -m' = m > 0 \\ \dfrac{1}{m} \dfrac{(\ell+m)!}{(\ell-m)!} & \text{si } m' = m > 0 \end{cases}$$