Si consideri il caso semplificato di un mondo piano nel quale ci sia una camera piana. Il piano immagine continuo è quindi costituito da un segmento, su cui si formano le immagini dei punti della scena.

Si lavori nella ipotesi di proiezione prospettica con il solo parametro intrinseco lunghezza focale (f), che sarà considerato noto.

Si impostino, prima discorsivamente e poi analiticamente, le relazioni che consentono di determinare la pose

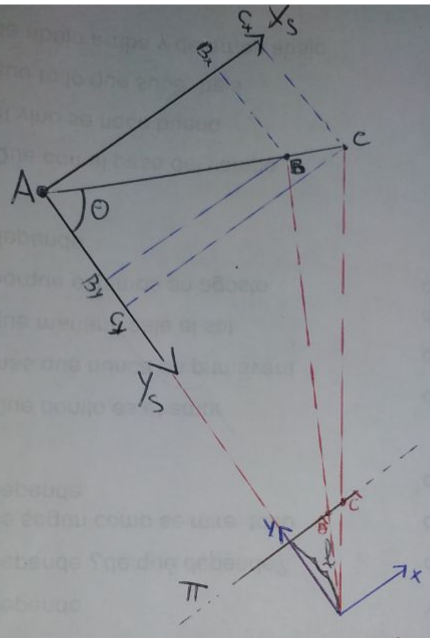
(x,y,ϑ)
di un segmento, rispetto al sistema di riferimento intrinseco della camera, a partire dalle coordinate immagine dei punti A, B, C del segmento.

Di questo segmento si conoscono le 2 seguenti distanze:

- l_{AB}, distanza tra l'estremo A, che si trova nell'origine del sistema di riferimento del segmento, ed il punto B che si trova lungo il segmento, tra A e l'altro estremo C;
- l_{AC}, distanza tra i 2 estremi del segmento A e C;

Si concluda l'esercizio esprimendo la pose del segmento nella forma della matrice di roto-traslazione che consente di determinare le coordinate dei punti del segmento nel sistema di riferimento camera, a partire dal loro valore nel sistema di riferimento segmento.

$A^s = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \quad B^s = \begin{bmatrix}B_x\\B_y\end{bmatrix} \quad C^s = \begin{bmatrix}C_x\\C_y\end{bmatrix}$



$$\begin{cases} C_x = \overline{AC}\cdot\sin\theta \\ C_{\hat y} = \dfrac{f}{\hat c}\, C_x \end{cases} \longrightarrow C_{\hat y} = \frac{f}{\hat c}\cdot\overline{AC}\cdot\sin\theta$$

$$\begin{cases} B_{\hat y} = \dfrac{f}{\hat c}\cdot\overline{AB}\cdot\sin\theta \\ B_{\hat y} = C_{\hat y} + \overline{BC}\cdot\cos\theta \end{cases} \longrightarrow C_{\hat y} = B_{\hat y} - \overline{BC}\cdot\cos\theta = \frac{f}{\hat c}\cdot\overline{AB}\cdot\sin\theta - \overline{BC}\cdot\cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{f}{\hat c}\cdot\overline{AC}\cdot\sin\theta = \frac{f}{\hat c}\cdot\overline{AB}\cdot\sin\theta - \overline{BC}\cdot\cos\theta$$

$$\sin\theta\cdot\frac{f}{\hat c}\cdot\cancel{(\overline{AC}-\overline{AB})} = -\cancel{\overline{BC}}\cdot\cos\theta$$

Sapiamo $\overline{BC} \neq 0$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{-\hat c}{f} \longrightarrow \boxed{\theta = \arctan -\frac{\hat c}{f}}$$

$$\boxed{C_{\hat y} = \frac{f}{\hat c}\cdot\overline{AC}\cdot\sin\theta = \frac{f}{\hat c}\cdot\overline{AC}\cdot\sin\left(\arctan\frac{-\hat c}{f}\right)}$$

$\longrightarrow \hat C$

$$\boxed{\Delta y = C_{\hat y} + C_y = C_{\hat y} + \overline{AC}\cdot\cos\theta}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}x^c\\y^c\\1\end{bmatrix}}_{P^c} = \underbrace{\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & -1 & \Delta y\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}}_{R_T}\cdot\underbrace{\begin{bmatrix}x^s\\y^s\\1\end{bmatrix}}_{P^s}$$