Assignment Submission 1.2

Gianluca Scarpellini - 807541 - g.scarpellini1[at]disco.unimib.it

29 dicembre 2019

Indice

1 Definizione del task

Il task della presente consegna consiste nel definire **la funzione di misura** del sistema in oggetto, che sarà essenziale nell'implementazione del relativo *filtro di Kalman*. Il sistema prevede che una camera posta a un'altezza h dal piano di movimento del robot acquisisca i movimenti dello stesso. Il software della camera permette a essa di individuare due punti noti del robot $\underline{P}_1$ e $\underline{P}_2$. Gli assi del sistema camera sono posti come in figura 1: il piano immagine e il piano di movimento risultano pertanto paralleli, e si assume che il robot si muova sempre all'interno del field of view della camera.

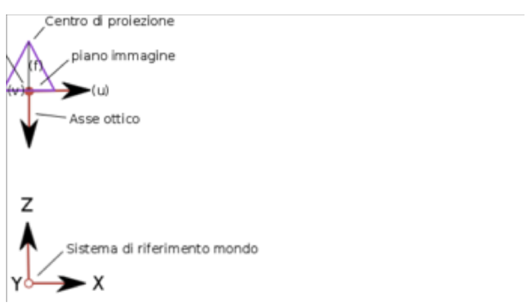

Figura 1: Camera e mondo

Alcuni dei risultati ricavati nella precedente consegna saranno ora impiegati per il compimento del presente task. In particolare, dato lo stato al tempo corrente $\underline{x}_t$ è possibile ricavare la roto-traslazione del sistema di riferimento mondo rispetto al sistema di riferimento robot tramite equazione 1. Inoltre, è possibile ricavare la rappresentazione dei due punti noti del robot rispetto al sistema di riferimento mondo (in due dimensioni, ossia escluso l'asse z), applicando l'equazione 1. Si noti che i punti sono espressi in un sistema di coordinate a tre dimensioni, in cui l'asse Z è perpendicolare al piano e diretto verso la camera. In sezione 2.1 approfondisco quest'aspetto e presento una soluzione, che mi permette di costruire una roto-traslazione da robot a camera (sezione 2.2) e infine di ottenere la funzione di misura (sezione 2.3).

$$\underline{T}^{w}_{R_t} := \begin{bmatrix} \cos\theta_{t-1} & \sin\theta_{t-1} & x_{t-1} \\ -\sin\theta_{t-1} & \cos\theta_{t-1} & y_{t-1} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ in funzione dello stato } \underline{x} = \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \\ \theta_{t-1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{T}^{w}_{R_t}\underline{P}_1 \text{ e } \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{T}^{w}_{R_t}\underline{P}_2 \tag{2}$$

2 Equazioni e sviluppi

2.1 Robot-mondo in coordinate omogenee

Posso adattare la matrice di roto-traslazione in equazione 1 al fine di produrre, dato un punto espresso nelle coordinate robot, il punto in coordinate omogenee rispetto al sistema in 3 dimensioni (e quindi, un vettore di 4 dimensioni). Dall'assunzione che il robot si muova nel piano, deriva l'equazione 3.

$$\hat{\underline{T}}^{w}_{R_t} := \begin{bmatrix} \cos\theta_{t-1} & \sin\theta_{t-1} & 0 & x_{t-1} \\ -\sin\theta_{t-1} & \cos\theta_{t-1} & 0 & y_{t-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ in funzione dello stato } \underline{x} = \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \\ \theta_{t-1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Allo stesso modo, dovremo estendere i punti $\underline{P}_1$ e $\underline{P}_2$ rappresentandoli in **coordinate omogenee**, ossia:

$$\hat{\underline{P}_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } \hat{\underline{P}_2} = \begin{bmatrix} d \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

2.2 Parametri camera

Le premesse del presente esercizio limitano i parametri della camera da modellare. In particolare, si assumono noti il valore di lunghezza focale f e l'altezza h della camera rispetto al mondo. Inoltre, essendo il piano immagine e il piano di movimento tra loro paralleli, è possibile definire la trasformazione tra coordinate piano movimento e pixel piano immagine tramite equazione 5.

$$\begin{cases} u = \frac{fx}{h} \\ v = \frac{fy}{h} \end{cases} \tag{5}$$

Possiamo quindi ricavare i valori pixel dei due punti noti del robot, applicando la trasformazione da robot a mondo dell'equazione 3 e la roto-traslazione mondo-camera (definita dal parametro f e dalla rotazione rispetto all'asse X di -2π), e deducendo equazione 6.

$$\underline{P}_{\text{camera}} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_{t-1} & \sin\theta_{t-1} & 0 & x_{t-1} \\ -\sin\theta_{t-1} & \cos\theta_{t-1} & 0 & y_{t-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\hat{P}}_{\text{robot}} \tag{6}$$

2.3 Funzione di misura

Dagli sviluppi in sezione 2.2 consegue la funzione di misura del sistema, che definisco in equazione 7.

$$h(\underline{x}) = \begin{cases} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{t-1}f}{h} \\ \frac{-y_{t-1}f}{h} \end{bmatrix} \\ \\ \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{t-1}f + df\cos\theta_{t-1}}{h} \\ \frac{df\sin\theta_{t-1} - y_{t-1}f}{h} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{7}$$