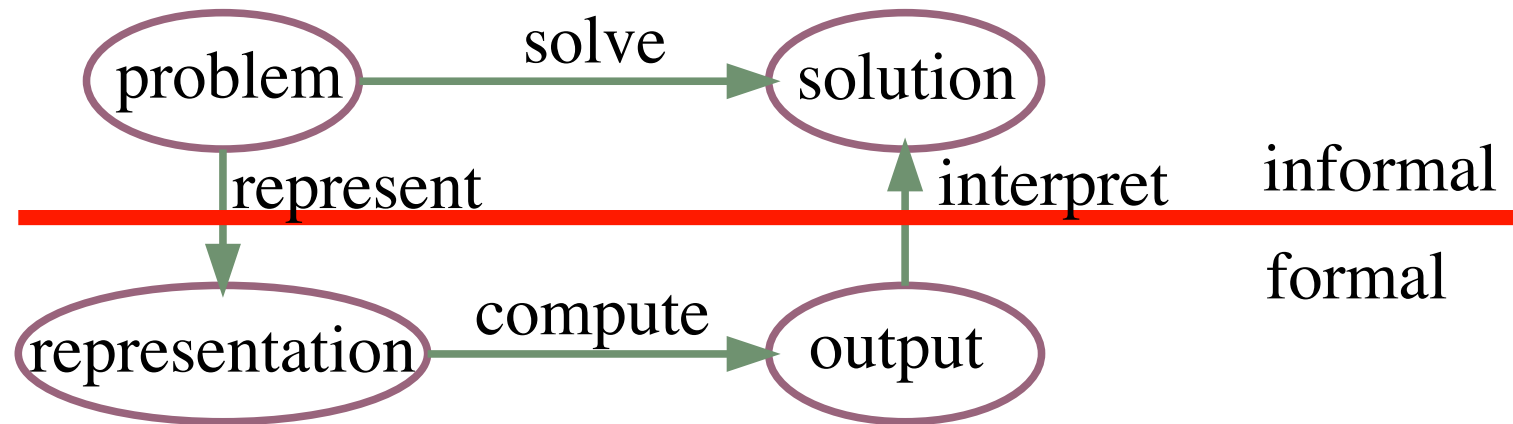


Problem Solving, Reasoning, Logics & AI

Matteo Palmonari

palmonari@disco.unimib.it

Representations



What do we want in a representation?

We want a representation to be

- rich enough to express the knowledge needed to solve the problem;
- as close to the problem as possible: compact, natural and maintainable;
- amenable to efficient computation
 - ▶ able to express features of the problem that can be exploited for computational gain
 - ▶ able to trade off accuracy and computation time and/or space
- able to be acquired from people, data and past experiences.

Defining a Solution

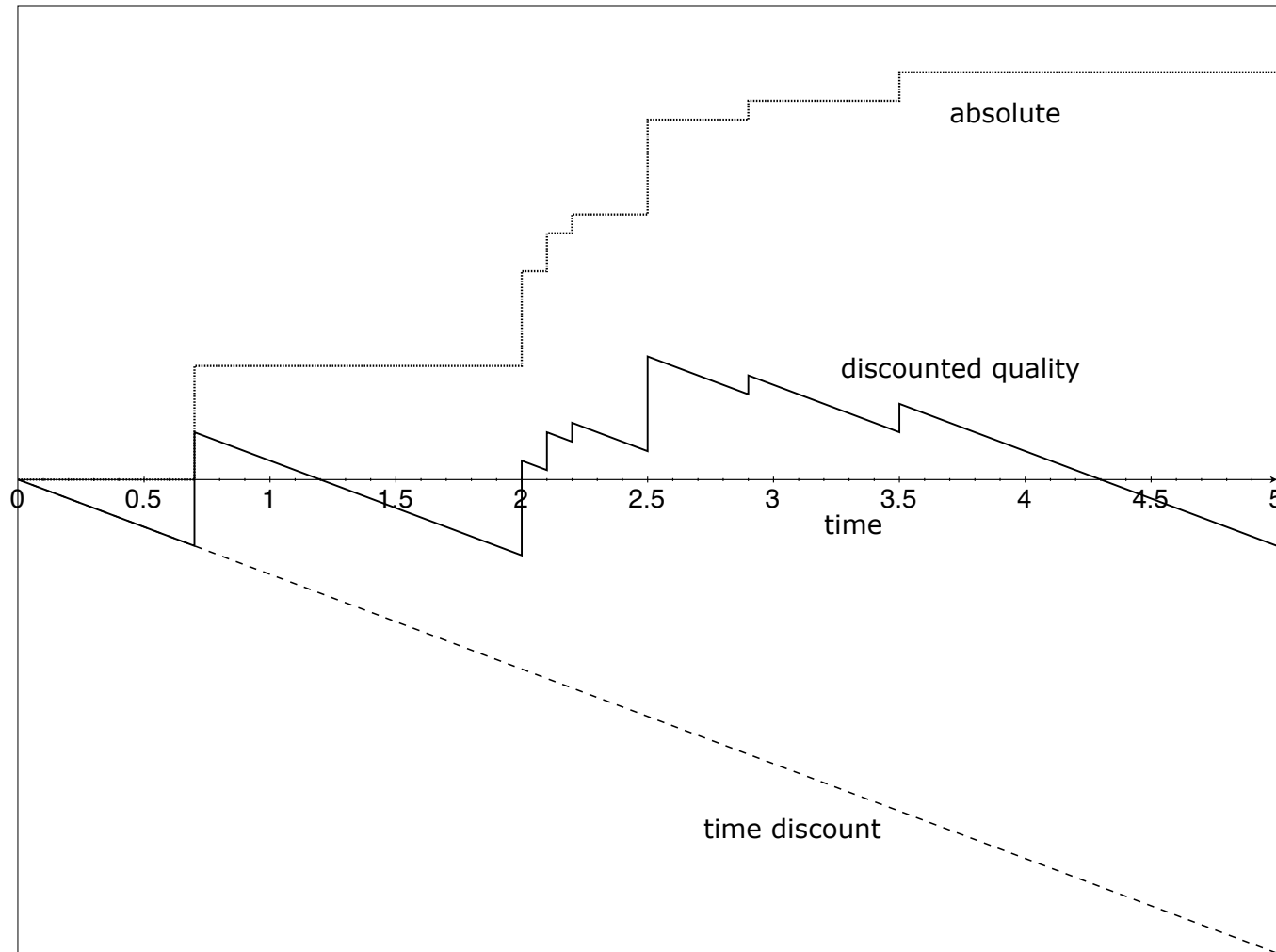
- Given an informal description of a problem, what is a solution?
- Typically much is left unspecified, but the unspecified parts can't be filled in arbitrarily.
- Much work in AI is motivated by **common-sense reasoning**.
The computer needs to make common-sense conclusions about the unstated assumptions.

Decisions and Outcomes

- Good decisions can have bad outcomes. Bad decisions can have good outcomes.
- Information can be valuable because it leads to better decisions: **value of information.**
- We can often trade off computation time and solution quality. An **anytime algorithm** can provide a solution at any time; given more time it can produce better solutions.

An agent isn't just concerned about finding the right answer, but about acquiring the appropriate information, and computing it in a timely manner.

Solution quality and computation time



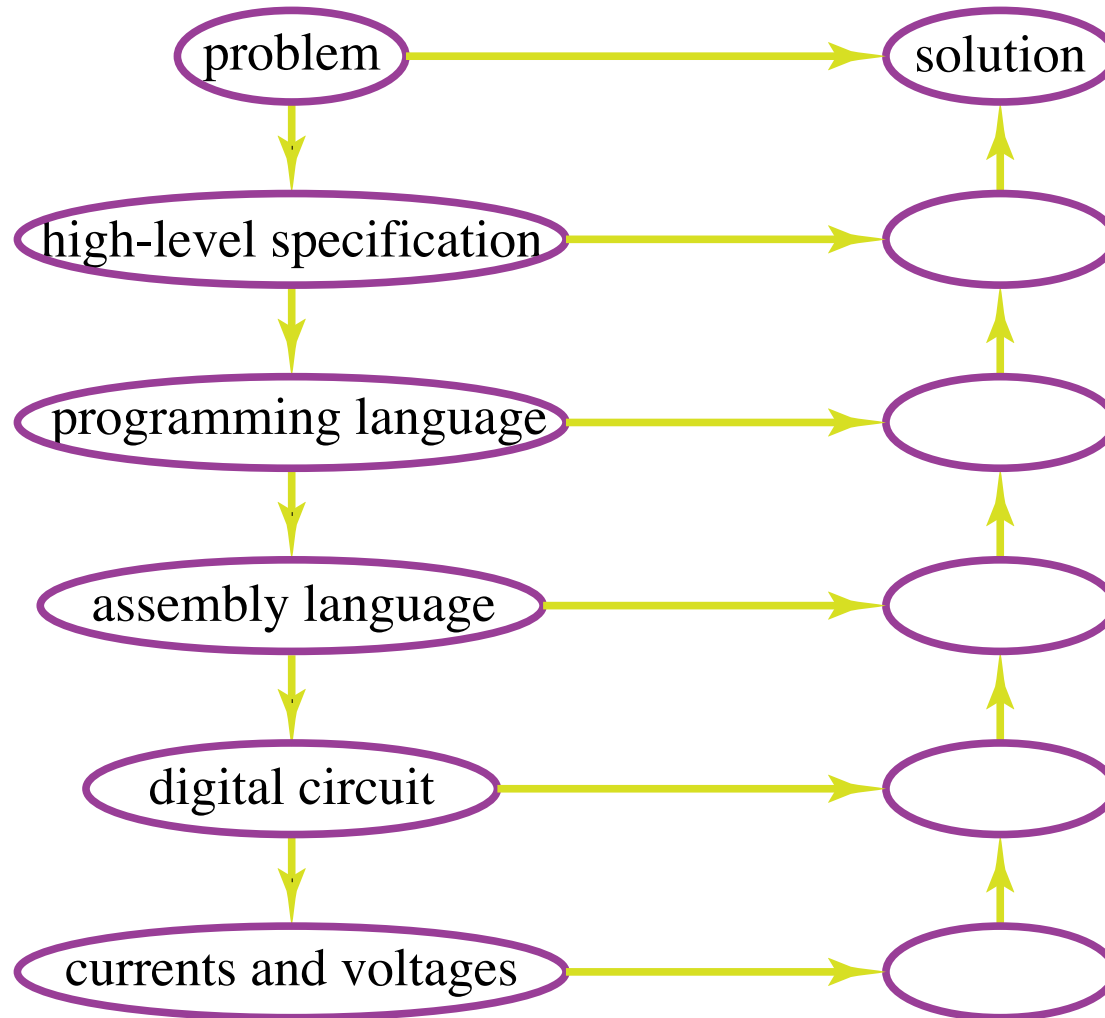
Choosing a Representation Language

We need to represent a problem to solve it on a computer.

[problem
→ specification of problem
→ appropriate computation]

Example representation languages: Machine Language, C++, Java, Prolog, English

Hierarchy of representations



Physical symbol system hypothesis

- A **symbol** is a meaningful physical pattern that can be manipulated.
- A **symbol system** creates, copies, modifies and destroys symbols.

Physical symbol system hypothesis:

- A physical symbol system has the necessary and sufficient means for general intelligent action.

A representational theory of mind

- ▶ (Mental) representations are *symbolic*.

The Physical Symbolic System Hypothesis

A physical symbolic system has *necessary and sufficient* instruments to perform *general intelligent* actions.

[Newell, Simon]

1. Primitive symbols (atoms);
2. Complex structures;
3. Rules to transform symbols and complex structures;
4. Symbol denotation (interpretation).

... from here on, Knowledge Representation as a discipline.

Every “intelligent” system should incorporate a set of structures such that:

- 1) if viewed by an external observer, they can be interpreted as representations of the knowledge the system has
- 2) Independently from their semantic interpretation, it should be possible to manipulate them, in such a way that they can play a causal role in the system behavior.

[*The Knowledge Representation Hypothesis* - Brian Smith, Prologue to “*Reflection and Semantics in a Procedural Language*”, 1982]

The ultimate goal of a knowledge representation system is to identify **symbolic structures** and **inference mechanisms** that are fit to answer questions and acquire new information, in compliance with the truth theory defined for the underlying representation language

[R. Brachman e H. Levesque, *Readings in Knowledge Representation*, 1985]

Mapping from Problem to Representation

- What level of abstraction of the problem to represent?
- What individuals and relations in the world to represent?
- How can an agent represent the knowledge to ensure that the representation is natural, modular, and maintainable?
- How can an agent acquire the information from data, sensing, experience, or other agents?

Choosing a level of abstraction

- A high-level description is easier for a human to specify and understand.
- A low-level description can be more accurate and more predictive. High-level descriptions abstract away details that may be important for actually solving the problem.
- The lower the level, the more difficult it is to reason with.
- You may not know the information needed for a low-level description.

It is sometime possible to use multiple levels of abstraction.

Reasoning and acting

Reasoning is the computation required to determine what an agent should do.

- **Design time reasoning and computation** is carried out by the designer the agent.
- **Offline computation** is the computation done by the agent before it has to act.
Background knowledge and data \rightsquigarrow **knowledge base**.
- **Online computation** is the computation that's done by an agent between receiving information and acting.

Inferences: Examples

1. Mario è un architetto oppure è un geometra.
Se Mario fosse architetto, allora Mario sarebbe laureato.
Mario non è laureato.
Quindi: Mario è un geometra .
2. Barack Obama è siciliano.
Tutti i siciliani sono giardinieri.
Quindi: Barack Obama è giardiniere.
3. Tutti i cigni osservati sinora in Europa sono bianchi.
Tutti i cigni osservati sinora in Nord America sono bianchi.
Tutti i cigni osservati sinora in Sud America sono bianchi [...]
Non sono mai stati osservati cigni che non fossero bianchi.
Quindi: Tutti i cigni sono bianchi.
4. L'assassino ha sporcato di fango il tappeto.
Chiunque fosse entrato dal giradino avrebbe sporcato di fango il tappeto.
Quindi: L'assassino è entrato dal giardino.
5. Gli uccelli, salvo eccezioni, sono in grado di volare.
Titti è un uccello.
Quindi: Titti è in grado di volare.

Similarity & Reasoning: Examples

Parigi sta alla Francia come **x** sta all'Italia.

x è Roma

Donald Trump sta agli Stati Uniti come **x** sta all'Italia.

x è Giuseppe Conte

x è Sergio Mattarella

I film più simili ad Arancia meccanica sono ...

...

Logics: basic principles

► Syntax

- Well-formed formulas
- Symbolic manipulation (syntactic compositionality)

► Semantics

- Symbol interpretation and truth

► Inferences

- Proofs (syntactic manipulation)
- Tautologies and logical consequences (semantics)
- Justification of proof theory via semantics

► Expressivity:

- Propositional logic
- Predicate Logic (First Order Logic – FOL)
- ... Many other logics x, y, z (Abductive reasoning, Default reasoning, Temporal,...)

Why logics as symbolic system...

- 1) Logic is *symbolic* (syntax + semantics via interpretation).
- 2) Logic is *mathematical* (interpretation via mathematical structures)
- 3) Logic is provided with a *calculus* (inference via computation, but justified via interpretation – *soundness and completeness*).
- 4) Logic is *formal* (deduction and logical consequences depend only on the structure of formulas).

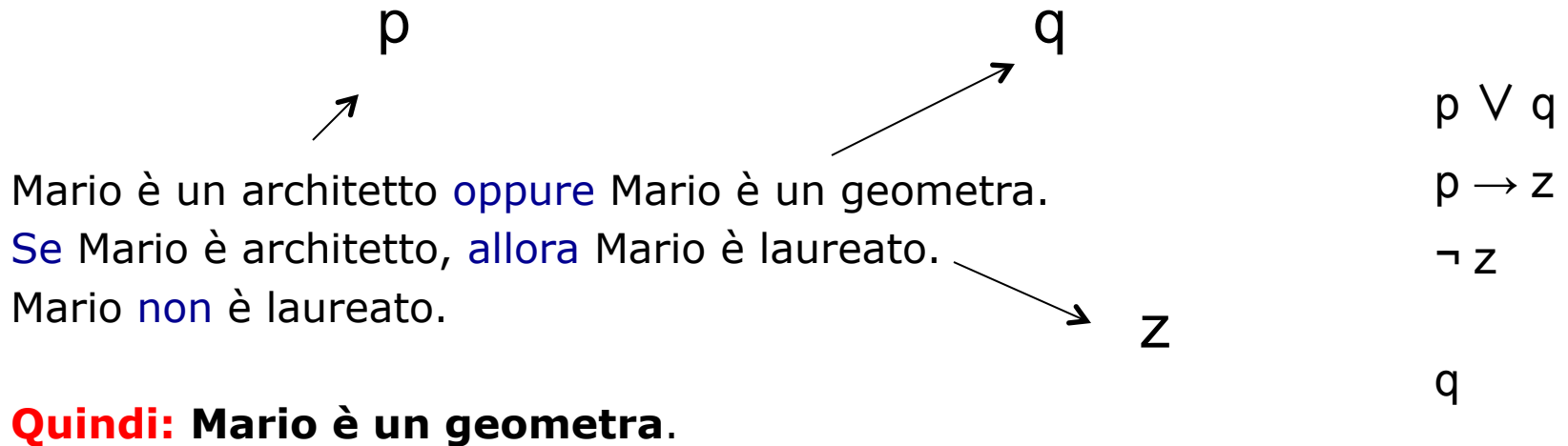
... Logic is Knowledge Representation

Formal logic

- Logics is the discipline that study justified reasoning (some may say correct, or “sound”)
 - Deals with *truth* and *truth propagation* by means of inferential mechanisms
 - Reasoning as a symbolic manipulation process
 - “*Justified*” (or correct) with respect to a *truth theory* for the underlying language
 - The interpretation of formulas (statements, in particular) and the inferential mechanisms for a language based on a truth theory (= a theory that specify under which conditions formulas are true) defines the *semantics* of the language

Logica Proposizionale

- Una delle logiche più semplici
 - Unità di analisi simbolica: proposizioni/enunciati
 - asserzioni dotate di un valore di verità (vero vs. falso)



Logica Proposizionale: Sintassi

—*Adattamento ed elaborazione dei lucidi della prof.sa Mariangiola Dezani (Unito)

Sintassi:

— *Simboli atomici*

- Costanti logiche: *Vero* \top , *Falso* \perp
- Simboli proposizionali: P , Q , *OggiPiove*, γ , ecc...
- Connettivi Booleani: \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow
- Parentesi: (,)

— *Regole sintattiche:*

(definiscono le Formule ben Formate del linguaggio)

- Le *costanti logiche* ed i *simboli proposizionali* sono FbF
- Se α , β sono FbF,
allora $\neg\alpha$, $\alpha\wedge\beta$, $\alpha\vee\beta$, $\alpha\rightarrow\beta$, $\alpha\leftrightarrow\beta$, (α) sono FbF

Logica Proposizionale: FbF

- Il cane abbaia e il gatto miagola
 - Il cane abbaia \wedge il gatto miagola
 - $p \wedge q$
- Se piove, la temperatura si abbassa e diventa umido
 - piove \rightarrow (la temperatura si abbassa \wedge diventa umido)
 - $p \rightarrow (q \wedge r)$
- $\neg p \rightarrow (q \vee (p \rightarrow r))$

Mario è un architetto **oppure** Mario è un geometra.

Se Mario è architetto, **allora** Mario è laureato.

Mario **non** è laureato.

$\rightarrow p \vee q$

$\rightarrow p \rightarrow z$

$\rightarrow \neg z$

$\rightarrow q$

Quindi: Mario è un geometra.

Logica Proposizionale: Semantica

- La **semantica** è definita attraverso l'*interpretazione* dei simboli proposizionali e dei connettivi logici.
 - Un'*interpretazione* è una **funzione** che associa ad ogni formula un valore di verità $\{0, 1\}$.
- ❖ Ogni *simbolo proposizionale* si riferisce ad un fatto del mondo (ad esempio P può riferirsi a “piove” oppure “Luigi si trova a Parigi”, ecc...).
 - Se l'interpretazione associa 1 a P, abbiamo che P sussiste nel nostro mondo.
 - Se l'interpretazione associa 0 a P, abbiamo che P non sussiste nel nostro mondo.
 - La costante *Vero* è associata sempre al fatto vero (valore di verità 1), mentre la costante *Falso* è associata sempre al fatto falso (valore di verità 0).
- ❖ Per i *Connettivi Booleani* la funzione di interpretazione specifica come i valori di verità vengono estesi a espressioni composte sulla base del significato dei connettivi (*tavole di verità*).

Interpretazione: tabelle di verità

α	β	$\alpha \wedge \beta$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

α	β	$\alpha \vee \beta$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR (inclusive)

α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

IMPLICATION

α	$\neg \alpha$
0	1
1	0

NOT

Logica proposizionale: semantica (2)

- Se una formula α è vera in almeno un'interpretazione (tale interpretazione associa 1 ad α), allora α è *soddisfacibile* e l'interpretazione che la soddisfa è un *modello* di α .
- Se una formula α è vera in qualsiasi interpretazione, allora si dice che α è una *formula valida* (α è una *tautologia*).
- Se una formula α è falsa in qualsiasi interpretazione, allora si dice che α è *insoddisfacibile* (α è una *contraddizione*).
 - Il valore di verità delle formule complesse si ottiene a partire dai valori di verità delle sue parti e dalla semantica degli operatori booleani
 - Quando sussiste questa proprietà si dice che la logica è

–Vero Funzionale

Logica proposizionale: calcolo

Regole di Inferenza – *Calcolo Tabelle di verità*

- Un primo metodo per calcolare le inferenze nella logica proposizionale è dato dal calcolo della *tabelle di verità*. Con esso siamo in grado di stabilire quale insieme di interpretazioni soddisfa una certa formula.
- Ad esempio: $(A \vee B) \rightarrow C$

A B C	$A \vee B$	$(A \vee B) \rightarrow C$
0 0 0	0	1
0 0 1	0	1
0 1 0	1	0
0 1 1	1	1
1 0 0	1	0
1 0 1	1	1
1 1 0	1	0
1 1 1	1	1

Logica proposizionale: calcolo

Mario è un architetto oppure Mario è un geometra.

Se Mario è architetto, allora Mario è laureato.

Mario non è laureato.

$$p \vee q$$
$$p \rightarrow z$$
$$\neg z$$

$$q$$

Quindi: Mario è un geometra.

- Le tabelle di verità ci permettono di verificare quali modelli soddisfano una formula, ma sono poco intuitive per trarre inferenze come la precedente
- Diversi calcoli basati su diverse regole di inferenza
 - Che tipo di regola dovremmo introdurre per arrivare alla conclusione nell'esempio sopra riportato?

Proposizional logic: calculus (2)

Inference rules – *other rules*

Modus Ponens

$$\frac{\alpha, \alpha \rightarrow \beta}{\beta}$$

Modus Tollens

$$\frac{\neg \beta, \alpha \rightarrow \beta}{\neg \alpha}$$

Examples :

α = “Switch is on”, β = “Light is on”
 $\alpha \rightarrow \beta$ = “If Switch is on, then Light is on”

If “Switch is on” is in my KB, then modus ponens let me derive that “Light is on”

If “Light is on” is false in my KB, then modus tollens let me derive that “Light is on” is also false

First Order Logic

Predicate Logic, or, First Order Logic (FOL)

- Terms as named for individuals
 - *b_obama, x, y, z, birthdate(b_obama), birthdate(x)*
- Predicates to refer to relations among different individuals
 - *PresidentOf(x,y,s,t)*
- Atomic formulas to state that relations between individuals exist
 - *PresidentOf(b_obama,usa,2009,2017)*
- Complex formulas via connectives and quantifier
 - $\forall x(\exists y \exists z, \text{PresidentOf}(x, \text{usa}, y, z) \rightarrow \text{USPresident}(x))$

First Order Logic

Inferences in FOL

$$\forall x (\exists y \exists z, \text{PresidentOf}(x, \text{usa}, y, z) \rightarrow \text{USPresident}(x))$$
$$\text{PresidentOf}(\text{b_obama}, \text{usa}, 2009, 2017)$$

$$\text{USPresident}(\text{b_obama})$$

Tutti i siciliani sono giardinieri
Barack Obama è siciliano

Barack Obama è giardiniere

$$\forall x \text{Siciliano}(x) \rightarrow \text{Giardiniere}(x)$$
$$\text{Siciliano}(\text{b_obama})$$

$$\text{Giardiniere}(\text{b_obama})$$

KR & Logic:

Reasoning in Theory and in Practice

- Decidability
 - Given a formula of the logic (and a set of premisses) are we sure that there is a finite proof to determine if the formula is true or false (or, follows from the premisses)
 - Decidable (e.g., PROP) vs Indecidable (e.g., FOL)
- Complexity
 - If decidable, how fast is reasoning? How many formulas can we reason about?
 - Depends on the expressiveness of the language: subsets of FOL are decidable, and faster. For example, Description Logics, used in OWL
- Approximation
 - Can we devise inference engines that use rules, i.e., quasi-logical expressions that are more efficient to deal with (possibly relaxing completeness of inferences)?
 - Logic programs (DLV, PROLOG) vs rule-based systems (iLOG, JESS, Jena rules)

KR & Logic:

Expressivity // Uncertainty

- Expressivity
 - Which kind of statements can a logic express, with which kind of primitives?
 - Deontic Logics (Obligations/Permissions)
 - Epistemic Logics (Beliefs)
 - Spatial, Temporal, Spatio-temporal Logics (Topology, Directions, LTL,...)
 - Causality & Events
- Beyond 1/0: logics for reasoning about information incompleteness, uncertainty, vagueness
 - Information incompleteness: premisses are incomplete
 - Non Monotonic Logics (Negation as failure, Default, Autoepistemic)
 - Uncertainty as a first-class citizen: premisses & conclusions are uncertain
 - Multi-valued Logics, PSL (Probabilistic Soft Logic)
 - Vagueness: some concepts, e.g., “*tall*”, are intrinsically vague
 - Fuzzy logics & fuzzy sets
 - Analogical reasoning & similarity

Why is this useful?

Reasoning and Inference on top of the Web and of Big Data

- The Web and Big Data
 - Large amount of information available today on the Web
 - A lot of information is in natural language: easy to understand for humans but difficult for machines
- Transform this information into actionable knowledge for the machines beyond what is explicit
 - Infer new knowledge
 - Find correspondences between different representation of the same knowledge