Sistemas Inteligentes

Representaciones basadas en Lógica

Tema 6

Objetivos

- Estudiar las posibilidades del lenguaje de la lógica como modelo de representación del conocimiento en Inteligencia Artificial
  - Capacidad expresiva
  - Eficiencia de la inferencia
- Aprender a utilizar la lógica para modelar conocimiento expresado en lenguaje natural
- Comprender las limitaciones del lenguaje de la lógica

Contenidos

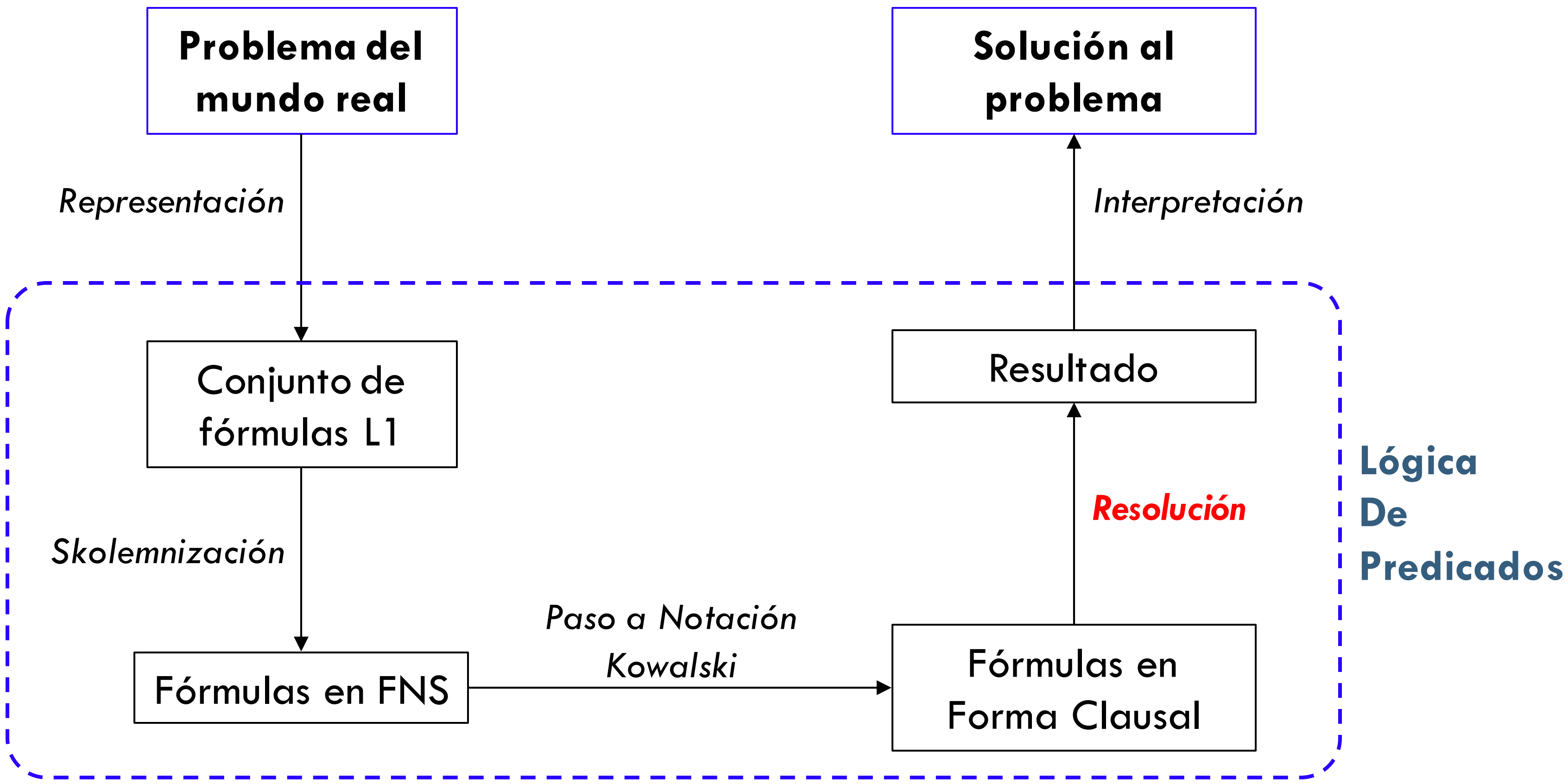
- Introducción
- Resolución (Inferencia). Semántica Operativa
  - Paso de sentencias a forma clausal
  - La regla de resolución general
  - Obtención de respuestas
  - Propiedades y Limitaciones

Introducción

- La lógica de predicados, o lógica de orden 1 (L1 o FOL en inglés), como lenguaje de representación del conocimiento en Inteligencia Artificial
  - Paradigma de los modelos de representación de conocimiento.
    - Aproximación clásica al razonamiento humano
  - Su importancia se debe a la existencia de la **Resolución**, una regla de inferencia que permite comprobar que una sentencia es consecuencia lógica de otras. *[Robinson, 1965]*
  - Tiene una gran capacidad expresiva, pero aun así limitada

[Robinson, 1965] J. A. Robinson. *A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution Principle. Journal of the ACM 12,(1), 23-41., 1965*

Introducción



La Resolución
[Robinson, 1965]

- Es una **regla de inferencia** que permite probar la relación de consecuencia lógica mediante manipulaciones sintácticas de las fórmulas que deben estar expresadas en forma clausal

- Se denota

$$\{C_1, C_2, \dots, C_n\} \vdash_{Res} G$$

- En este caso G es consecuencia lógica de $\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$

La Regla de Resolución
(Robinson 1965)

- **Resolución proposicional**
  - Si se cumple que:

$$p \lor q$$
$$\neg p \lor r$$

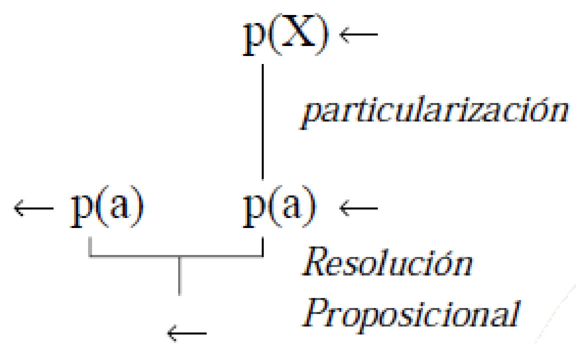
podemos deducir que $(q \lor r)$ es cierto

- El ***resolvente*** de $\{p, q \leftarrow; r \leftarrow p\}$ es $q,r \leftarrow$
- La resolución proposicional es correcta y completa

La Regla de Resolución
(Robinson 1965)

- **Resolución General**
  - Se apoya en el concepto de unificación
  - u.m.g. (unificador más general): es el conjunto mínimo de particularizaciones para que un conjunto de fórmulas se reduzcan a una misma fórmula

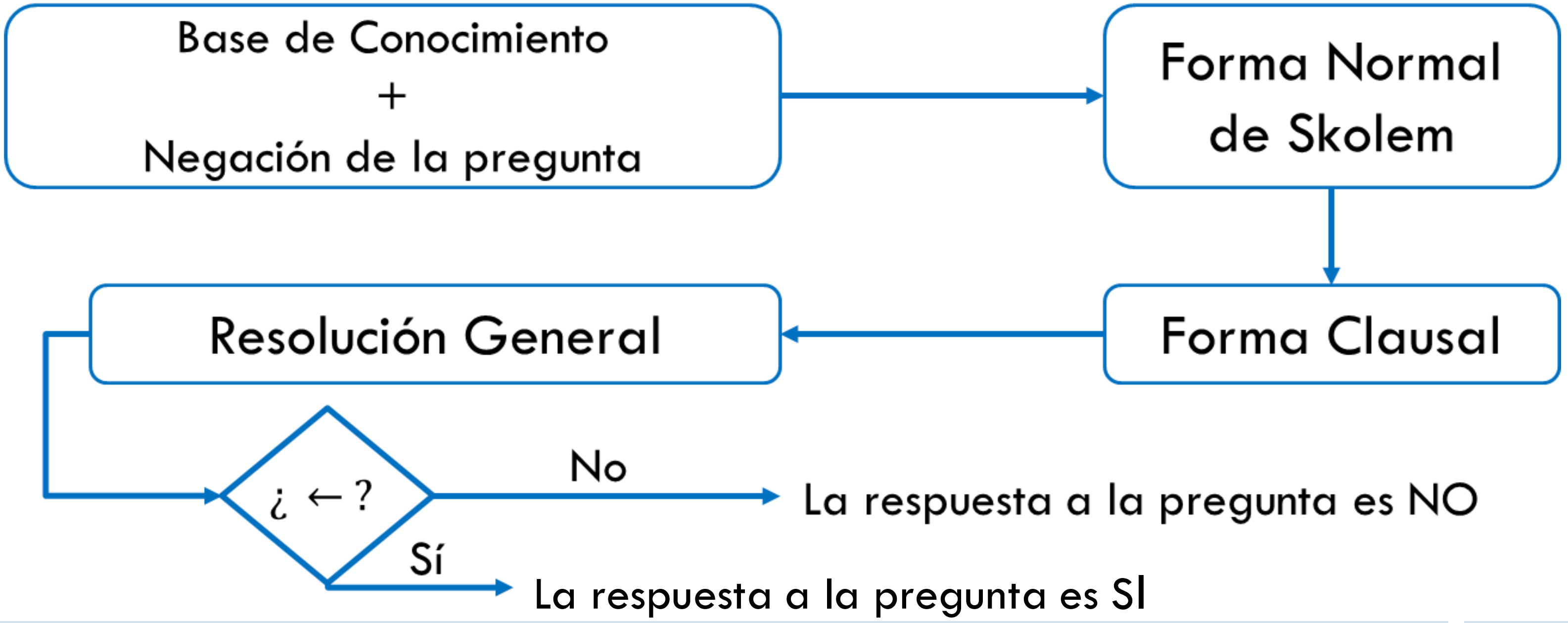
$$\text{u.m.g.}\{p(X), p(a)\} = \langle X, a\rangle$$



  - El cálculo del resolvente se lleva a cabo tras la unificación
  - La resolución general es correcta y completa

La Resolución
Algoritmo de derivación

- Para probar que una sentencia P es consecuencia lógica del conjunto de sentencias Q
  - Se escribe en forma clausal **Q** $\cup$ **{¬ P}**
  - Se intenta derivar la **cláusula vacía** a partir de las cláusulas anteriores
  - Si se consigue, entonces la respuesta es afirmativa, si no es negativa



Ejemplo de Resolución
Pájaros esquiadores (I)

- Disponemos del siguiente conocimiento sobre ciertos pájaros y queremos poder representarlo en un sistema basado en lógica de predicados:
- **BASE DE CONOCIMIENTO:**
  a) *Los pájaros tienen pico y vuelan, excepto las avestruces, que son pájaros que no vuelan*
  b) *Los pájaros esquiadores son aquellos pájaros que saben esquiar*
  c) *Pepe es un avestruz*
  d) *Juan es un avestruz y además sabe esquiar*
  e) *Pedro es un pájaro esquiador*

Ejemplo
Pájaros esquiadores (II)

- Definimos los símbolos a utilizar y la interpretación que les queremos dar.
- En representación del conocimiento llamaremos a esto, **dominio** del problema.
  - Constantes: Pepe, Juan y Pedro
  - Predicados:
    - pájaro(x) x es un pájaro
    - pico(x) x tiene pico
    - Avestruz(x) x es un avestruz
    - Vuela(x) x vuela
    - Esquiador(x) x es un pájaro esquiador
    - Esquia(x) x sabe esquiar
  - Funciones: No hay

Ejemplo
Pájaros esquiadores (III)

- Formalización del conocimiento

a) Los pájaros tienen pico y vuelan, excepto las avestruces, que son pájaros que no vuelan ….

Todos los pájaros tienen pico Y todos los pájaros que no son avestruces vuelan Y todas los avestruces son pájaros que no vuelan

$$\forall x \; (\, pajaro(x) \rightarrow pico(x) \,)$$

$$\forall x \; (\, \big(pajaro(x) \wedge \neg avestruz(x)\big) \rightarrow vuela(x))$$

$$\forall x \; \Big(avestruz(x) \rightarrow \big(pajaro(x) \wedge \neg vuela(x)\big)\Big)$$

Ejemplo
Pájaros esquiadores (IV)

b) Los pájaros esquiadores son aquellos pájaros que saben esquiar.

$$\forall x\ (esquiador(x) \leftrightarrow (pajaro(x) \land esquia(x)))$$

c) Pepe es un avestruz

$$avestruz(Pepe)$$

d) Juan es un avestruz y además sabe esquiar.

$$avestruz(Juan) \land esquia(Juan)$$

e) Pedro es un pájaro esquiador

$$esquiador(Pedro)$$

Ejemplo
Pájaros esquiadores (V)

- El interés de los sistemas de representación del conocimiento no es solo la representación, sino resolver cuestiones reales.
- En este ejercicio queremos responder a la siguiente pregunta

PREGUNTA:

¿es posible que exista un pájaro esquiador que no sea capaz de volar?

Ejemplo

- Ahora estamos en condiciones de resolver la pregunta del ejemplo de los pájaros esquiadores
- Tenemos que:
  - Expresar la pregunta en una fórmula de lógica de predicados
  - Negar la fórmula obtenida para poder aplicar el algoritmo de Resolución
  - Convertir todas las formulas a Forma Normal de Skolem y luego a Forma Clausal (puedes usar notación de Kowalski)
  - Aplicar el algoritmo de Resolución General

Ejemplo

- Formalización de la pregunta:
  - ¿es posible que exista un pájaro esquiador que no sea capaz de volar?

$$\exists x\ (pajaro(x) \wedge esquiador(x) \wedge \neg vuela(x))$$

- Negación de la pregunta y paso a Forma Clausal

$$\neg\exists x\ (pajaro(x) \wedge esquiador(x) \wedge \neg vuela(x))$$

$$\forall x\ \neg(pajaro(x) \wedge esquiador(x) \wedge \neg vuela(x))$$

$$\forall x\ (\neg pajaro(x) \vee \neg esquiador(x) \vee vuela(x))$$

$$\downarrow$$

$$\mathbf{Cl_P}\text{: } vuela(x) \leftarrow esquiador(x), pajaro(x)$$

Ejemplo

- Paso a Forma Clausal de la base de conocimiento

$$\forall x\ (\ pajaro(x) \rightarrow pico(x)\ )$$

$$\forall \boldsymbol{x}\ (\ \neg \boldsymbol{pajaro}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{pico}(\boldsymbol{x})\ )$$

$$\forall x\ (\ \big(pajaro(x) \wedge \neg avestruz(x)\big) \rightarrow vuela(x))$$

$$\forall x\ (\ \neg\big(pajaro(x) \wedge \neg avestruz(x)\big) \vee vuela(x))$$

$$\forall \boldsymbol{x}\ (\neg \boldsymbol{pajaro}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{avestruz}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{vuela}(\boldsymbol{x}))$$

$$\mathbf{Cl_1}: pico(x_1) \leftarrow pajaro\,(x_1)$$

$$\mathbf{Cl_2}: vuela(x_2), avestruz(x_2) \leftarrow pajaro\,(x_2)$$

Ejemplo

- Paso a Forma Clausal

$$\forall x\ \big(avestruz(x) \rightarrow (pajaro(x) \wedge \neg vuela(x))\big)$$

$$\forall x\ \big(\neg avestruz(x) \vee (pajaro(x) \wedge \neg vuela(x))\big)$$

$$\forall x\ \big((\neg \boldsymbol{avestruz}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{pajaro}(\boldsymbol{x})) \wedge (\neg \boldsymbol{avestruz}(\boldsymbol{x}) \vee \neg \boldsymbol{vuela}(\boldsymbol{x}))\big)$$

$\boldsymbol{avestruz}(\boldsymbol{Pepe})$

$\boldsymbol{avestruz}(\boldsymbol{Juan}) \wedge \boldsymbol{esquia}(\boldsymbol{Juan})$

$\boldsymbol{esquiador}(\boldsymbol{Pedro})$

$\mathbf{Cl_3}$: $pajaro(x_3) \leftarrow avestruz(x_3)$

$\mathbf{Cl_4}$: $\leftarrow avestruz(x_4), vuela(x_4)$

$\mathbf{Cl_5}$: $avestruz(Pepe) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_6}$: $avestruz(Juan) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_7}$: $esquia(Juan) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_8}$: $esquiador(Pedro) \leftarrow$

Ejemplo

- Paso a Forma Clausal

$$\forall x\ (esquiador(x) \leftrightarrow (pajaro(x) \land esquia(x)))$$

$$\forall x\ ((esquiador(x) \rightarrow (pajaro(x) \land esquia(x))) \land ((pajaro(x) \land esquia(x)) \rightarrow esquiador(x)))$$

$$\forall x\ ((\neg esquiador(x) \lor (pajaro(x) \land esquia(x))) \land (\neg(pajaro(x) \land esquia(x)) \lor esquiador(x)))$$

$$\forall x\ ((\neg esquiador(x) \lor pajaro(x)) \land (\neg esquiador(x) \lor esquia(x)) \land (\neg pajaro(x) \lor \neg esquia(x) \lor esquiador(x)))$$

$\mathbf{Cl_9}$: $pajaro(x_9) \leftarrow esquiador(x_9)$

$\mathbf{Cl_{10}}$: $esquia(x_{10}) \leftarrow esquiador(x_{10})$

$\mathbf{Cl_{11}}$: $esquiador(x_{11}) \leftarrow esquia(x_{11}), pajaro(x_{11})$

Ejemplo

- Paso a Forma Clausal

$\mathbf{Cl_P}$: $vuela(x) \leftarrow esquiador(x), pajaro(x)$

$\mathbf{Cl_1}$: $pico(x_1) \leftarrow pajaro(x_1)$

$\mathbf{Cl_2}$: $vuela(x_2), avestruz(x_2) \leftarrow pajaro(x_2)$

$\mathbf{Cl_3}$: $pajaro(x_3) \leftarrow avestruz(x_3)$

$\mathbf{Cl_4}$: $\leftarrow avestruz(x_4), vuela(x_4)$

$\mathbf{Cl_5}$: $avestruz(Pepe) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_6}$: $avestruz(Juan) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_7}$: $esquia(Juan) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_8}$: $esquiador(Pedro) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_9}$: $pajaro(x_9) \leftarrow esquiador(x_9)$

$\mathbf{Cl_{10}}$: $esquia(x_{10}) \leftarrow esquiador(x_{10})$

$\mathbf{Cl_{11}}$: $esquiador(x_{11}) \leftarrow esquia(x_{11}), pajaro(x_{11})$

Ejemplo

- Resolución General

$\mathbf{Cl_P}$: $\boldsymbol{vuela(x) \leftarrow esquiador(x), pajaro(x)}$

$\mathbf{Cl_4}$: $\leftarrow avestruz(x_4), vuela(x_4)$

$u.m.g. = \{x_4/x\}$

$vuela(x) \leftarrow esquiador(x), pajaro(x)$

$\leftarrow avestruz(x), vuela(x)$

$\mathbf{Cl_{12}}$: $\leftarrow esquiador(x), avestruz(x), pajaro(x)$

$\mathbf{Cl_{11}}$: $esquiador(x_{11}) \leftarrow esquia(x_{11}), pajaro(x_{11})$

$u.m.g. = \{x_{11}/x\}$

$\leftarrow esquiador(x), avestruz(x),$ *pájaro(x)*

$esquiador(x) \leftarrow esquia(x), pajaro(x)$

$\mathbf{Cl_{13}}$: $\leftarrow esquia(x), avestruz(x), pajaro(x)$

$\mathbf{Cl_3}$: $pajaro(x_3) \leftarrow avestruz(x_3)$

$u.m.g. = \{x_3/x\}$

$\leftarrow esquia(x), avestruz(x), pajaro(x)$

$pajaro(x) \leftarrow avestruz(x)$

$\mathbf{Cl_{14}}$: $\leftarrow esquia(x), avestruz(x)$

Ejemplo

- Resolución General

$\mathbf{Cl_{14}}$: $\leftarrow esquia(x), avestruz(x)$

$\mathbf{Cl_6}$: $avestruz(Juan) \leftarrow$

$\boxed{u.m.g. = \{x/Juan\}}$

$\leftarrow esquia(Juan), avestruz(Juan)$

$avestruz(Juan) \leftarrow$

$\mathbf{Cl_{15}}$: $\leftarrow esquia(Juan)$

$\mathbf{Cl_7}$: $esquia(Juan) \leftarrow$

$\boxed{u.m.g. = \{\}}$

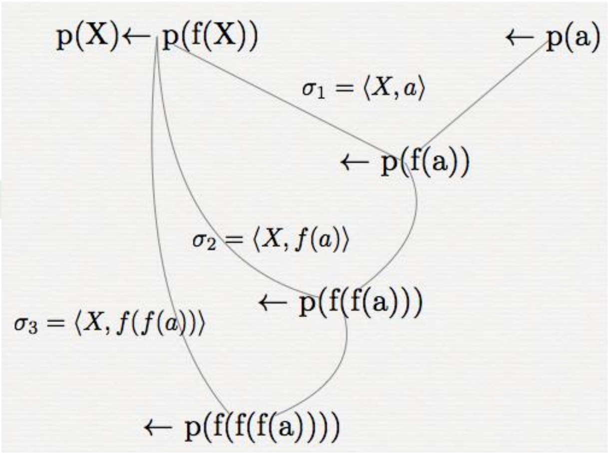
$\boxed{\leftarrow}$

- **Sí**, existe un pájaro esquiador que no es capaz de volar

Los límites de la Lógica

- La lógica de orden 0, L0, es **decidible**
- La lógica de orden 1, L1, es **semidecidible**.
  - Es posible diseñar algoritmos que siempre finalizan cuando el conjunto de cláusulas es insatisfacible. Es decir, si la respuesta al problema es afirmativa
  - No garantiza que el algoritmo termine cuando el conjunto de cláusulas no es insatisfacible. Es decir, si la respuesta al problema es negativa.

  - Ejemplo: trata de refutar {p(X) ← p(f(X)), ← p(a)}



Conclusiones

- La lógica es un lenguaje de representación del conocimiento
  - Tiene capacidad para representar características generales, particulares y excepciones
  - Tiene un mecanismo de inferencia, la resolución, correcto y completo
- Pero tiene sus limitaciones, por ejemplo
  - Nociones como *bastantes*, *casi todos*, *algunos*, *muchos*, *unos pocos*, etc. todas se representa igual
  - Los enunciados solo pueden ser ciertos o falsos, no hay valores intermedios para expresar ningún tipo de incertidumbre
  - La inferencia representa un problema intratable, es NP-completo en L0 y, peor aún, es semidecidible en L1
- Por todas estas razones, los modelos prácticos de representación del conocimiento se inspiran en la lógica, pero solo mantienen algunas características