APELLIDOS:	PL:
NOMBRE:	DNI:

ESCUELA DE INGENIERÍA INGORMÁTICA

SISTEMAS INTELIGENTES

Examen Parcial de Teoría (Búsqueda). Lunes 21 de octubre de 2019.

1.- [2 puntos] ¿Qué es un heurístico monótono (o consistente que es equivalente) y qué consecuencias tiene su uso en el comportamiento del algoritmo A*?

RESP: Un heurístico h es consistente si para cada par de nodos, n1 y n2, del espacio de búsqueda se cumple que : $h(n1) \leq h(n2) + k(n1,n2)$, siendo $k(n1,n2)$ el coste del camino menos costoso desde n1 a n2. Las principales consecuencias que tiene un heurístico consistente es que es admisible y que cuando A* elige un nodo n para expandirlo se cumple que $g(n)=g^*(n)$, de modo que nunca es necesario rectificar (ni reexpandir, según la implementación elegida) nodos que ya fueron expandidos. Otra consecuencia menos relevante es que la secuencia de valores de f de los nodos expandidos es no decreciente.

2.- Se trata de resolver el problema de asignación simple mediante búsqueda en espacios de estados. Dada una matriz cuadrada de N×N números, se trata de calcular un subconjunto C de N elementos de la matriz cuya suma sea mínima, tales que no haya dos números de la misma fila ni de la misma columna en C

Ejemplo con N=4, la solución óptima es C={1,2,3,4}:

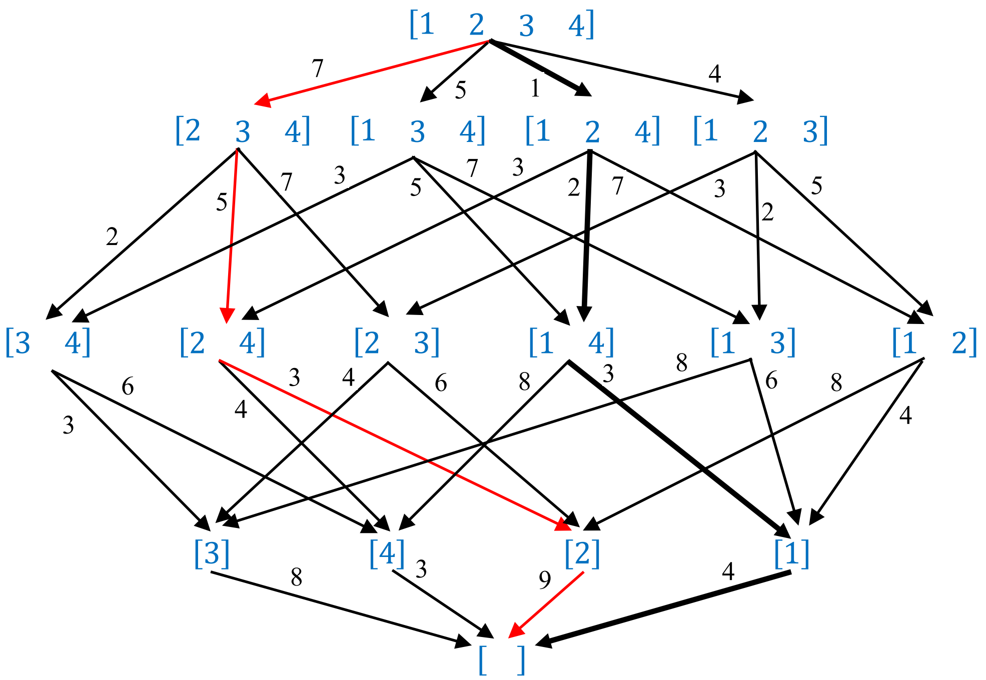
$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & \mathbf{1} & 4 \\ 3 & \mathbf{2} & 5 & 7 \\ 8 & 4 & 6 & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & 9 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

a) **[3 puntos]** Describir el espacio de búsqueda, de forma genérica para cualquier tamaño N, y dibujar el espacio completo para la matriz anterior. Indicar claramente qué representa un estado. PISTA: un estado se puede representar de forma natural por un subconjunto X de N.

RESP: Un estado se puede representar mediante un subcojunto $X \subseteq N$. Una interpretación posible de un estado X es que los elementos de X son números de columnas de las que tenemos que coger números. En consecuencia nos quedan por elegir |X| números de la matriz, con suma mínima, tales que cada número está en una fila de N-|X|+1..N y en una columna de X, sin que haya dos números en la misma fila ni en la misma columna.

Así, el estado inicial vendrá dado por {1,2,3,4} y el objetivo, único en este caso, vendrá dado por el conjunto vacío. Cada estado X tendrá |X| sucesores, cada sucesor se obtiene eliminando una columna $x \in X$, y el coste de la regla será el valor del número que está en la posición (N-|X|+1,x)

Para la matriz anterior, el espacio completo es el siguiente, los arcos más anchos representan la solución óptima:



b) **[2 puntos]** Definir un heurístico mediante el método de la relajación del problema e indicar los valores que toma el heurístico para cada uno de los nodos de un camino cualquiera del espacio de a) desde el inicial a un objetivo.

RESP: El (sub)problema tiene dos restricciones: cada número elegido para formar parte de la solución tiene que estar en una fila y en una columna distintas al resto. Se puede relajar una de estas dos restricciones, por ejemplo la segunda, y así la solución del problema relajado consiste simplemente en calcular los números mínimos de cada una de las restantes filas N-|X|+1..N. La suma de estos valores será el valor del heurístico para el nodo X.

Si consideramos el camino marcado con arcos rojos en el grafo anterior, los valores del heurístico para los nodos de este camino son los siguientes:

h([1 2 3 4]) = 10 = h*([1 2 3 4]);

h([2 3 4]) = 8 < h*([2 3 4]) = 11;

h([2 4]) = 6 < *([2 4]) = 7;

h([2]) = 9 = h*([2]);

h([]) = 0

c) **[1 punto]** Para el nodo más intermedio del camino anterior, indicar lo que se puede decir con respecto a su expansión si se utilizase el algoritmo A* con el heurístico anterior.

RESP: El heurístico h es consistente dado que ha sido diseñado a partir del método de relajación del problema. Así, para el nodo [2 4] tendremos

$$g^*([2\ 4]) + h([2\ 4]) = 4 + 6 = 10 = C^*$$

luego se cumple la condición necesaria de expansión, pero no la suficiente, con lo cual podría expandirse o no en función de cómo se resuelvan los empates en abierta.

3.- Ahora vamos a considerar la resolución del problema de asignación simple, pero con un algoritmo genético.

a) **[1 punto]** Dar un esquema de codificación adecuado e indicar cómo se evalúa un cromosoma. Ilustrarlo con un ejemplo para la matriz anterior.

RESP: Un esquema de codificación posible, el más natural en este caso, son las permutaciones de 1..N. Una permutación ([1]..[N]) se puede interpretar (decodificar) como la asignación de la columna i a la fila [i]. Así, el coste de la solución es $\sum_{i=1}^{N} M_{i[i]}$ y el fitness del cromosoma sería la inversa de este valor.

Por ejemplo, el cromosoma que representa la solución en rojo en el grafo anterior sería (1,3,4,2)

b) **[1 punto]** Dar un operador de cruce adecuado para la codificación elegida y el problema. Ilustrarlo con un ejemplo para N=8.

RESP: En principio puede ser cualquier cruce de los que se utilizan para permutaciones, por el ejemplo el cruce OX que hemos visto en clase y que aparentemente es bueno para problemas como el TSP. (Obviamente en el examen debéis describir este operador si esta fuese la elección).