APELLIDOS:		PL:
NOMBRE:	DNI:	

ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

SISTEMAS INTELIGENTES

Examen Parcial de Teoría (Representación). Lunes 18 de noviembre de 2019.

1.- [2 puntos] Dada la siguiente implementación en lenguaje STRIPS para el problema del mundo de bloques

```
(define (domain typed-blocksworld)
      (:requirements :typing)
      (:typing block hand)
      (:predicates
            (clear ?b - block)
            (on-table ?b - block)
            (empty ?h - hand)
            (holding ?h - hand ?b - block)
            (on ?b1 ?b2 - block))
      (:action pickup
            :parameters (?h - hand ?b - block)
            :precondition (and (clear ?b) (on-table ?b) (empty ?h))
            :effect (and (holding ?h ?b) (not (clear ?b))
                        (not (on-table ?b)) (not (empty ?h))))
      (:action putdown
            :parameters (?h - hand ?b - block)
            :precondition (holding ?h ?b)
            :effect (and (clear ?b) (empty ?h) (on-table ?b)
                        (not (holding ?h ?b))))
      (:action stack
            :parameters (?h - hand ?b ?underb - block)
            :precondition (and (clear ?underb) (holding ?h ?b))
            :effect (and (empty ?h) (clear ?b) (on ?b ?underb)
                        (not (clear ?underb)) (not (holding ?h ?b))))
      (:action unstack
            :parameters (?h - hand ?b ?underb - block)
            :precondition (and (on ?b ?underb) (clear ?b) (empty ?h))
            :effect (and (holding ?h ?b) (clear ?underb)
                  (not (on ?b ?underb))(not (clear ?b))(not (empty ?h)))))

      (:action move
            :parameters (?h - hand ?a ?b ?c - block)
            :precondition (and (clear ?a)(on ?a ?b)(clear ?c)(empty ?h))
            :effect (and (clear ?b) (not(clear ?c))
                        (on ?a ?c) (not(on ?a ?b))))

(define (problem typed-blocks1)
      (:domain typed-blocksworld)
      (:requirements :typing)
      (:objects H - hand A B C - block)
      (:init (clear A) (on A B) (on B C) (on-table C) (empty H))
      (:goal (and (on C B) (on B A))))
```

Se pide diseñar una nueva acción `move` que sea equivalente a la aplicación de las acciones `unstack` y `stack`, la segunda de forma inmediata a la primera. Esta acción se añadirá a las 4 existentes y deberá ser compatible con ellas.

2.- Tenemos tres variables aleatorias booleanas A, B y C, y la siguiente tabla de distribución de probabilidad conjunta:

A	B	C	P(A,B,C)
T	T	T	0.042
T	T	F	0.018
T	F	T	0.168
T	F	F	0.072
F	T	T	0.336
F	T	F	0.084
F	F	T	0.224
F	F	F	0.056

Se pide responder de forma razonada (es decir indicando en cada paso cuál es la definición, regla, teorema, criterio, etc. de los vistos en las clases de teoría) a las siguientes cuestiones.

a) **[0,5 puntos]** Demostrar que las variables B y C no son independientes.

RESP: B y C son independientes si P(B,C)=P(B)P(C) para cualesquiera valores de B y C.

Si consideramos que las dos son ciertas, aplicando el cálculo de probabilidades marginales tendremos:

$P(B,C) = P(A,B,C) + P(\neg A,B,C) = 0.042+0.366 = 0.378$

$P(B) = \ldots = 0.042+0.018+0.366+0.084 = 0.48$

$P(C) = \ldots = 0.042+0.168+0.336+0.224 = 0.77$

$P(C)P(B) = 0.48*0.77 = 0\ .3696 \neq 0.278$

Al no darse la igualdad para los valores B = T y C = T ya podemos afirmar que B y C no son independientes.

b) **[2 puntos]** Demostrar que las variables B y C son independientes si conocemos el valor de la variable A.

RESP: Para comprobar esto, tendremos que probar, por ejemplo, que P(B|A,C) = P(B|A) para cualesquiera valores de A, B y C. Aquí el cálculo sale un poco más largo, tendremos que hacer el cálculo de un total de 12 probabilidades condicionadas, para lo cual utilizaremos la definición de probabilidad condicionada y el cálculo de probabilidades marginales.

$P(B|A,C) = P(A,B,C)/P(A,C) = 0.042/0.21 = 0.2$

$P(B|A,\neg C) = P(A,B,\neg C)/P(A,\neg C) = 0.018/0.09 = 0.2$

$P(B|A) = P(A,B)/P(A) = 0.06/0.3 = 0.2$

Lo anterior indica que cuando A=T, la probabilidad de que B=T no depende del valor de C. Es decir: P(B=T|A=T,C) = P(B=T|A=T); tenemos que comprobar lo mismo para las otras tres combinaciones de valores de A y B.

$P(B|\neg A,C) = P(\neg A,B,C)/P(\neg A,C) = 0.336/0.56 = 0.6$

$P(B|\neg A, \neg C) = P(\neg A,B,\neg C)/P(\neg A,\neg C) = 0.084/0.14 = 0.6$

$P(B|\neg A) = P(\neg A,B)/P(\neg A) = 0.42/0.7 = 0.6$

$P(\neg B|A,C) = P(A, \neg B,C)/P(A,C) = 0.168/0.21 = 0.8$

$P(\neg B|A, \neg C) = P(A, \neg B,\neg C)/P(A,\neg C) = 0.072/0.09 = 0.8$

$P(\neg B|A) = P(A, \neg B)/P(A) = 0.24/0.3 = 0.8$

$P(\neg B|\neg A,C) = P(\neg A, \neg B,C)/P(\neg A,C) = 0.224/0.56 = 0.8$

$P(\neg B|\neg A, \neg C) = P(\neg A, \neg B,\neg C)/P(\neg A,\neg C) = 0.072/0.09 = 0.8$

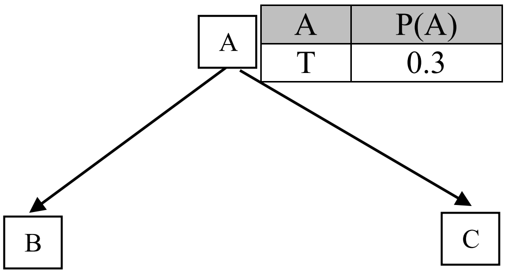
$P(\neg B|\neg A) = P(\neg A, \neg B)/P(\neg A) = 0.056/0.14 = 0.8$

En consecuencia, podemos decir que una vez conocido el valor de A, las variables B y C son independientes.

c) **[3 puntos]** A partir de las dependencias/independencias anteriores, diseñar una red bayesiana para las variables A, B y C. Esto incluye la estructura de la red y las tablas de probabilidad de cada nodo.

RESP: Teniendo en cuenta lo anterior, hay tres redes bayesianas que representan que B y C son independientes, pero que dejan de serlo si conocemos el valor de A. Una de ellas es la siguiente. Varios de los valores de las tablas de probabilidad se pueden calcular a partir de lo anterior, por ejemplo $P(A) = P(A, \neg C) + P(A,C) = 0.21+0.09 = 0.3$. Hemos utilizado el cálculo de probabilidades marginales otra vez. El resto habrá que calcularlos de forma similar:

A	P(A)
T	0.3



A	B	P(B|A)
T	T	0.2
F	T	0.6

A	C	P(C|A)
T	T	0.7
F	T	0.8

d) **[1,5 puntos]** A partir de la red bayesiana anterior, calcular la tabla de probabilidad conjunta y comprobar que es la misma que la tabla anterior.

RESP: Para calcular la tabla de distribución conjunta hay que utilizar el teorema de factorización de la red. En este caso los cálculos que hay que hacer son:

$P(A,B,C) = P(A)\,P(B|A)\,P(C|A) = 0.3*0.2*0.7 = 0.042$

$P(A,B, \neg C) = P(A)\,P(B|A)\,P(\neg C|A) = 0.3*0.2*0.3 = 0.018$

$P(A, \neg B,C) = P(A)\,P(\neg B|A)\,P(C|A) = 0.3*0.8*0.7 = 0.168$

$P(A, \neg B, \neg C) = P(A)\,P(\neg B|A)\,P(\neg C|A) = 0.3*0.8*0.3 = 0.072$

$P(\neg A,B,C) = P(\neg A)\,P(B|\neg A)\,P(C|\neg A) = 0.7*0.6*0.8 = 0.336$

$P(\neg A,B, \neg C) = P(\neg A)\,P(B|\neg A)\,P(\neg C|\neg A) = 0.7*0.6*0.2 = 0.084$

$P(\neg A, \neg B,C) = P(\neg A)\,P(\neg B|\neg A)\,P(C|\neg A) = 0.7*0.4*0.8 = 0.224$

$P(\neg A, \neg B, \neg C) = P(\neg A)\,P(\neg B|\neg A)\,P(\neg C|\neg A) = 0.7*0.4*0.2 = 0.056$

e) **[1 punto]** A partir de la red bayesiana anterior, obtener dos muestras por el método de muestreo estocástico. La primera suponiendo que en cada paso sale el valor más probable y la segunda suponiendo que en cada paso sale el valor menos probable. ¿Son coherentes estas muestras con los valores de la tabla de distribución conjunta?

RESP: Al calcular la primera muestra empezaremos por A=F ya que es el valor más probable de esta variable. Luego B=T dado que la probabilidad de que B tome este valor si A=F es 0.6. Análogamente C=T. Luego la primera muestra será $\{\neg A,B,C\}$.

Para la segunda empezaremos por A=T (el valor menos probable). Luego B=T (el valor menos probable, 0.2, si A=T). Y finalmente C=F. La muestra será {A,B, ¬C}.

La primera muestra {¬A,B,C} tiene una probabilidad en la tabla de probabilidad conjunta de 0.336, la más alta de todas. Esto es coherente con la estrategia de elegir en cada paso el valor más probable. Análogamente, la muestra {A,B, ¬C} tiene la probabilidad más baja de todas en la tabla: 0.018.

Pero si hubiésemos elegido otra de las posibles redes, podrían haber salido otras muestras.

<table>
<tr><td colspan="3">$P(x_1, \dots, x_i) = \sum_{x_{i+1},\dots,x_n} P(x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = \sum_{x_{i+1}} P(x_1, \dots, x_i, x_{i+1})$</td></tr>
<tr><td>$P(x|y) \equiv P(X = x|Y = y) = \frac{P(x,y)}{P(y)}$</td><td colspan="2">$P(X,Y) = P(X|Y)P(Y) = P(Y|X)P(X)$</td></tr>
<tr><td>$P(Y) = \sum_{i=1}^{m} P(Y|x_i)P(x_i))$</td><td colspan="2">$P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i = x_i|X_{i+1} = x_{i+1}, \dots, X_n = x_n)$</td></tr>
<tr><td>$P(X|Y) = P(X)$</td><td>$P(X|Y,K) = P(X|K)$</td><td>$P(X|Y,K) \neq P(X|K)$</td></tr>
<tr><td>$P(A|MB(A), B)$
$= P(A|MB(A))$</td><td colspan="2">$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i = x_i|Padres(X_i))$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$P(X|Padres(X)) = P(X|Padres(X), NoDescendientes(X))$</td></tr>
</table>