

Plateforme de Développement Continu

Comprendre la Théorie pour mieux Pratiquer
Sciences de l'Ingénieur
Cours - Tutoriels

Mathématiques

Barycentres

J'aime, Je partage
Montez en Compétences

Auteur

Je suis **Gerard KESSE**,
Ingénieur en Développement Informatique C/C++/Qt,
Avec à la fois des compétences en Systèmes Embarqués et en Robotique.

Formé à Polytech'Montpellier, Je suis un professionnel de conception de projets logiciel applicatif ou embarqué dans les secteurs de l'Aéronautique, de la Robotique, des Drones et de la Vision par Ordinateur. Aussi, Je reste ouvert à d'autres types de secteurs tels que l'Energie et les Finances.

Les **Sciences de l'Ingénieur** sont au cœur du métier d'ingénieur. Sur le site **ReadyDev**, la Plateforme de Développement Continu, dont j'en suis le concepteur, vous trouverez des cours et des tutoriels adaptés aux sciences de l'ingénieur.

J'aime, Je partage.

Gérard KESSE

GitHub | LinkedIn | SiteWeb



Sommaire

Auteur	2
Sommaire	3
Barycentre de deux points pondérés	4
Barycentre de deux points pondérés	4
Isobarycentre de deux points pondérés	4
Multiplication des coefficients par un scalaire	4
Points alignés	5
Expression d'un point du plan	5
Barycentre de trois points pondérés	7
Barycentre de trois points pondérés	7
Isobarycentre de trois points pondérés	7
Multiplication des coefficients par un scalaire	8
Expression d'un point du plan	8
Opérations sur les barycentres	10
Associativité de barycentre	10

Barycentre de deux points pondérés

Barycentre de deux points pondérés

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

Isobarycentre de deux points pondérés

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\alpha = \beta$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \alpha \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$G \rightarrow \text{milieu du segment } [AB]$

Multiplication des coefficients par un scalaire

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$k\alpha \overrightarrow{GA} + k\beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$G = \text{bar} \{(A ; k\alpha) ; (B ; k\beta)\}$$

Points alignés

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta) \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$-(\alpha + \beta) \overrightarrow{AG} + \beta \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

A, B, G sont alignés.

Expression d'un point du plan

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

$$\alpha (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA}) + \beta (\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB}) = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta) \overrightarrow{GM} + \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$-(\alpha + \beta) \overrightarrow{MG} + \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta) \overrightarrow{MG} = \alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB}$$

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \overrightarrow{MA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{MB}$$

Expression du barycentre :

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \overrightarrow{MA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{MB}$$

$$M = A$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

Barycentre de trois points pondérés

Barycentre de trois points pondérés

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta) ; (C ; \gamma)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Isobarycentre de trois points pondérés

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta) ; (C ; \gamma)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\alpha = \beta = \gamma$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \alpha \overrightarrow{GB} + \alpha \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$H \rightarrow \text{milieu du segment } [AB]$$

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$(\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HA}) + (\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HB}) + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$2\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$$

$$2\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$2(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CH}) + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$2\overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$3\overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{CH} = \vec{0}$$

$$3\overrightarrow{GC} - 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{GC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{HC}$$

$G \rightarrow$ centre de gravité du triangle ABC

Multiplication des coefficients par un scalaire

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta) ; (C ; \gamma)\}$$

$$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$k\alpha\overrightarrow{GA} + k\beta\overrightarrow{GB} + k\gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$G = \text{bar} \{(A ; k\alpha) ; (B ; k\beta) ; (C ; k\gamma)\}$$

Expression d'un point du plan

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta) ; (C ; \gamma)\}$$

$$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\alpha(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MA}) + \beta(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MB}) + \gamma(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{MC}) = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{GM} + \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$-(\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG} + \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG} = \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}$$

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}\overrightarrow{MA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}\overrightarrow{MB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma}\overrightarrow{MC}$$

Expression du barycentre :

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{MA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{MB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{MC}$$

$$M = A$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$$

Opérations sur les barycentres

Associativité de barycentre

$$G = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta) ; (C ; \gamma)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$H = \text{bar} \{(A ; \alpha) ; (B ; \beta)\}$$

$$\alpha \overrightarrow{HA} + \beta \overrightarrow{HB} = \vec{0}$$

$$\alpha (\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HA}) + \beta (\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HB}) + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta) \overrightarrow{GH} + \alpha \overrightarrow{HA} + \beta \overrightarrow{HB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$(\alpha + \beta) \overrightarrow{GH} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$G = \text{bar} \{(H ; \alpha + \beta) ; (C ; \gamma)\}$$