

# Resumos de TC

Gonçalo Rua

2023

## 1 Conceitos Básicos

### 1.1 Definições

- Alfabeto ( $\Sigma$ ) - conjunto finito não-vazio (de símbolos)
- Palavra - sequência finita de elementos de  $\Sigma$
- $\Sigma^*$  - conjunto de todas as palavras com símbolos de  $\Sigma$
- Palavra vazia ( $\epsilon$ ) - pertence a  $\Sigma^*$  para todo o alfabeto  $\Sigma$
- Linguagem ( $L$ ) - qualquer conjunto  $L \subset \Sigma^*$

#### 1.1.1 Nota

Num alfabeto  $\Sigma$  com  $n$  elementos, o número de palavras de tamanho  $k$  é  $n^k$ .

### 1.2 Operações sobre palavras

Sendo  $\omega$  a palavra 1101 e  $\sigma$  a palavra 010:

- Reversão ( $\omega^R$ ) - 1011
- Concatenação ( $\omega.\sigma$ ) - 1101010 ( $\omega.\epsilon = \epsilon.\omega = \omega$ )
- $\omega^n = \begin{cases} \epsilon, & \text{se } n = 0 \\ \omega.\omega^n - 1, & \text{c.c.} \end{cases}$
- Comprimento da palavra  $\omega$  ( $|\omega|$ ) - 4
- $n$ -ésimo símbolo da palavra  $\omega$  ( $\omega_n$ )

### 1.3 Operações sobre linguagens

- Linguagem complementar de  $L$  ( $\bar{L}$ ) -  $\Sigma^* \setminus L$
- Conjunto de todas as linguagens sobre  $\Sigma$  ( $\mathcal{L}^\Sigma$ )
- Concatenação ( $L_1.L_2$ ) -  $\{uv : u \in L_1, v \in L_2\}$ , assumindo que  $L_1, L_2 \in \mathcal{L}^\Sigma$
- Fecho de Kleene da linguagem  $L$  ( $L^*$ ) -  $\{u_1.u_2.\dots.u_n : n \in \mathbb{N}_0, u_1, u_2, \dots, u_n \in L\}$

## 2 Autómatos

### 2.1 Autómatos Finitos Determinísticos (AFD)

Um AFD é um conjunto  $(\Sigma, \mathbf{Q}, q_{in}, F, \delta)$ :

- $\Sigma$  - alfabeto
- $\mathbf{Q}$  - conjunto finito não vazio de estados
- $q_{in} \in \mathbf{Q}$  - estado inicial
- $F \subset \mathbf{Q}$  - conjunto de estados finais
- $\delta : \mathbf{Q} \times \Sigma \rightarrow \mathbf{Q}$  - função de transição

Cada AFD define uma linguagem sobre o seu alfabeto  $\Sigma$ .

#### 2.1.1 Autómatos totais

Um autômato é *total* se a função de transição em cada estado estiver definida para todas as letras. Caso não seja total podemos convertê-lo em total:

1. adicionar um estado não final  $q'$
2. estender a função de transição tal que  $\delta(q, a) = q'$  para todo o par  $(q, a) \in \mathbf{Q} \times \Sigma$  que a função de transição não fosse definida
3. definir  $\delta(q', a) = q'$ , para todo o  $a \in \Sigma$

#### 2.1.2 Função de transição estendida

$$\delta^*(q, w) = \begin{cases} q, & \text{se } w = \epsilon \\ \delta^*(\delta(q, a), w'), & \text{se } w = a.w' \end{cases}$$

#### 2.1.3 Linguagem reconhecida e linguagem regular

Uma palavra  $w \in \Sigma^*$  é aceita por um AFD se  $\delta^*(q_{in}, w) \in F$ .

O conjunto de palavras aceites por um AFD chama-se *linguagem reconhecida* por esse AFD:

$$L(D) = \{w \in \Sigma^* : \delta^*(q_{in}, w) \in F\}$$

Uma linguagem  $L$  diz-se *regular* se existe um AFD  $D$  tal que  $L(D) = L$ . Denota-se por  $\mathcal{REG}^\Sigma$  o conjunto de todas as linguagens regulares com alfabeto  $\Sigma$ .

#### 2.1.4 Propriedades de fecho

TODO

## 2.2 Autômato Finito Não Determinístico (AFND)

Um AFND é um conjunto  $(\Sigma, \mathbf{Q}, q_{in}, F, \delta)$ :

- $\Sigma$  - alfabeto
- $\mathbf{Q}$  - conjunto finito de estados
- $q_{in} \in \mathbf{Q}$  - estado inicial
- $F \subset \mathbf{Q}$  - conjunto de estados finais
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow \wp(Q)$  - função de transição

### 2.2.1 Conjunto das partes (de $S$ )

$\wp(S)$  representa o conjunto dos subconjuntos do conjunto  $S$ .

$$(ex) \wp(\{0, 1\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$$

O tamanho do conjunto  $\wp(S)$  é  $2^n$ , sendo  $n$  o tamanho do conjunto  $S$ .

### 2.2.2 AFND com transições- $\epsilon$

Um  $AFND^\epsilon$  é um AFND em que a sua função de transição tem domínio  $Q \times (\Sigma \times \{\epsilon\})$ .