

**ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ԾԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿ)**

Նվիրվում է ՀՊԾՀ
(Պոլիտեխնիկ)-ի հիմնադրման
75-ամյակին

Ս.Շ.ԲԱԼԱՍԱՆՅԱՆ

ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄ

Ուսումնական ձեռնարկ

**ԵՐԵՎԱՆ
ԾԱՐՏԱՐԱԳԵՏ
2008**

ՀՏԴ 681.3/5(07)
ԳՄԴ 32.973 ց7
Բ 202

*Տպագրված է համաձայն 2007 թ.
հրատարակչական պլանի հաստատված
(27.12.06) ԳԽ նիստով*

Բալասանյան Ս.Շ.

Բ 202 Համակարգերի մոդելավորում: Ուսումնական ձեռնարկ. - Եր.: Ճարտա-
րագետ, 2008.- 224ջ:

Ուսումնական ձեռնարկում շարադրված են համակարգերի մոդելավորման մեթոդա-
բանական և տեսական հիմունքները, համակարգերի մոդելավորման տիպային մաթեմա-
տիկական սխեմաները և դրանց կառուցման մեթոդները:

Դիտարկված են համակարգերի մոդելավորման հիմնական փուլերում լուծվող
խնդիրները, մոդելների համարժեքության գնահատման մոտեցումները:

Քննարկված են համակարգերի քոմփյուքերային (նմանակային) մոդելավորման
կազմակերպման հարցերը: Շարադրված են համակարգերի գործունեության ձևայնաց-
ման և ալգորիթմացման սկզբունքները: Դիտարկված են պատահական ազդեցություն-
ների նմանակային մոդելավորման սկզբունքները, մեթոդները և մոդելավորող ալգորիթմները:
Շարադրված են քոմփյուքերային գիտափորձերի պլանավորման մեթոդները, դիտարկ-
ված են նմանակային մոդելավորման լեզուները և դրանց կիրառման առանձնահատկո-
թյունները:

Ձեռնարկը նախատեսված է բարձրագույն ուսումնական հաստատություններում
ճարտարագիտության բակալավրի ծրագրով սովորող «Տեղեկատվության մշակման և
կառավարման ավտոմատացված համակարգեր», «Տեղեկատվական համակարգեր»
մասնագիտությունների ուսանողների և համապատասխան ոլորտում աշխատող
մասնագետների համար:

Գրախոսներ՝ Ս.Յ.Սիմոնյան
Ռ.Շ.Նահապետյան

ԳՄԴ 32.973 ց7

ISBN 978-99941-66-98-5

© ՃԱՐՏԱՐԱՐԳԵՏ 2008 թ.
© Ս.Շ.Բալասանյան:

ՆԱԽԱԲԱՆ

Ներկայում տեղեկատվության մշակման և կառավարման ավտոմատացված համակարգերի (ՏՄ և ԿԱՅ) մշակումը, հետազոտումը և շահագործումն անհնար է առանց մաթեմատիկական մոդելավորման արդիական մեթոդների կիրառման:

Հաշվի առնելով այդ հանգամանքը՝ «ՏՄ և ԿԱՅ», «Տեղեկատվական համակարգեր» մասնագիտությունների ուսումնական պլաններում զգալի տեղ է հատկացված «Համակարգերի մոդելավորում» դասընթացին, որի ուսումնասիրության արդյունքում ստացված գիտելիքներն անհրաժեշտ են բազային և մասնագիտական դասընթացները յուրացնելու համար:

Ձեռնարկը բաղկացած է երկու մասից: Առաջին մասում շարադրված են համակարգերի մոդելավորման մեթոդաբանական և տեսական հիմունքները, ձևայնացման տիպային մաթեմատիկական սխեմաները՝ ստատիկական (ռեգրեսիոն) մոդելները, անընդհատ դետերմինացված, ընդհատ դետերմինացված, ընդհատ հավանականային, անընդհատ հավանականային ու ընդհանրացված (ազդեցատ) սխեմաները և համակարգերում տարրերի լծորդման մոդելը:

Երկրորդ մասը նվիրված է համակարգերի քոմփյուտերային (նմանակային) մոդելավորման կազմակերպման հարցերին: Շարադրված են համակարգերի գործունեության գործընթացների ձևայնացման և ալգորիթմացման սկզբունքները, նմանակային մոդելավորման մյուս հիմնական փուլերում լուծվող խնդիրները: Դիտարկված են պատահականության, պատահական մեծությունների, ֆունկցիաների, հավանականային գործընթացների նմանակային մոդելավորման սկզբունքները և մեթոդները, նմանակային մոդելավորման ճշգրտության և իրացումների քանակի գնահատման, մոդելավորման արդյունքների մշակման հարցերը: Շարադրված են նմանակային գիտափորձերի պլանավորման մեթոդները, դիտարկված են նմանակային մոդելավորման մասնագիտացված լեզուները, ընտրության և կիրառման առանձնահատկությունները:

Ձեռնարկը նախատեսված է ճարտարագիտության բակալավրի ծրագրով սովորող «ՏՄ և ԿԱՅ», «Տեղեկատվական համակարգեր» մասնագիտությունների ուսանողների համար և համապատասխանում է նշված մասնագիտությունների ուսումնական պլաններով նախատեսված «Համակարգերի մոդելավորում» դասընթացի գործող առարկայական ծրագրին:

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

«Համակարգերի մոդելավորում» դասընթացի հիմնական նպատակն է ծանոթացնել ուսանողներին տեխնիկական, մասնավորապես, տեղեկատվության մշակման և կառավարման ավտոմատացված համակարգերի (ԱՀ), նախագծման և շահագործման ժամանակ օգտագործվող մոդելավորման սկզբունքներին և մեթոդներին հետ: Առարկան յուրացնելու համար անհրաժեշտ են համապատասխան գիտելիքներ «Մաթեմատիկա», «Քոմպյուտերների կիրառում և ծրագրավորում», «Ինֆորմատիկա», «ՀՏ և ինֆորմատիկայի մաթեմատիկական հիմունքներ», «Համակարգային վերլուծություն և գործողությունների հետազոտում», «Մարդ-մեքենա փոխգործունեության միջոցներ» առարկաներից: «Համակարգերի մոդելավորում» դասընթացի ուսումնասիրության արդյունքում ստացված գիտելիքներն անհրաժեշտ են «Ավտոմատացված համակարգերի հուսալիություն», «Տեղեկատվության մշակման և կառավարման ինտեգրացված համակարգեր», «SU և Կ իրական ժամանակի համակարգեր», «SU և Կ բաշխված համակարգեր» դասընթացների ուսումնասիրման, բակալավրական ավարտական աշխատանքի կատարման, ինչպես նաև մասնագիտական ոլորտում ճարտարագիտական գործունեության ժամանակ:

Դասընթացի ուսումնասիրման արդյունքում ուսանողը պետք է.

- իմանա համակարգերի մոդելների հիմնական դասերը և մոդելավորման մեթոդները, համակարգերի գործունեության գործընթացների մոդելավորման սկզբունքները, ձևայնացման և ալգորիթմացման մեթոդները, մոդելների իրականացման հնարավորությունները՝ օգտագործելով ժամանակակից քոմպյուտերային տեխնիկայի ապարատածրագրային միջոցները,
- կարողանա կիրառել մոդելավորման մեթոդները SU և ԿԱՀ-երի ստեղծման և շահագործման ժամանակ, արդիական նմանակային մոդելավորման ծրագրային փաթեթների կիրառությամբ մշակել մոդելավորող ալգորիթմների բլոկ-սխեմաներ, նմանակային ծրագրեր և իրացնել դրանք ԷՀՄ-ների վրա:

ԳԱՂԱՓԱՐ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ՈՐՊԵՍ ԳԻՏԱԿԱՆ ՃԱՆԱԶՈՂՈՒԹՅԱՆ ՄԻՋՈՑ

Գոյություն ունեն իրական օբյեկտների, երևույթների և գործընթացների ուսումնասիրության երկու հիմնական մեթոդ.

- բնական գիտափորձերի մեթոդ,
- մոդելավորման մեթոդ:

Առաջին մեթոդի էությունն այն է, որ օբյեկտի ուսումնասիրման նպատակով գիտափորձեր են անցկացվում անմիջականորեն հետազոտման օբյեկտի հետ: Այս մեթոդի հիմնական առավելությունը հետազոտության արդյունքների հավաստիությունը և արժանահավատությունն է: Սակայն դրա հետ մեկտեղ բնական գիտափորձերի մեթոդն ունի մի շարք թերություններ, որոնցից ամենաէականները հետևյալն են.

- Մեթոդի օգտագործումը կապված է զգալի նյութական և ժամանակային ծախսերի հետ:
- Գիտափորձերի անցկացման հնարավորությունները խիստ սահմանափակ են:
- Մեթոդը հնարավոր է կիրառել միայն գոյություն ունեցող օբյեկտների հետազոտման ժամանակ:

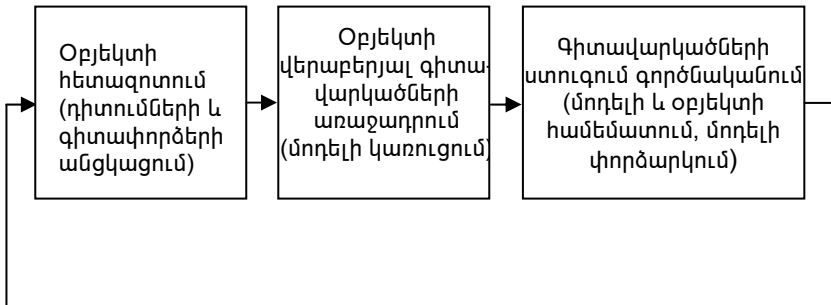
Զնայած նշված թերություններին՝ բնական գիտափորձերի մեթոդը շարունակում է հաջողությամբ օգտագործվել կարևորություն ներկայացնող օբյեկտների ուսումնասիրության ժամանակ (տիեզերագնացության, միջուկային տեխնիկայի, քիմիայի, ֆիզիկայի, բժշկության, կենսաբանության և այլ բնագավառներում):

Մոդելավորման մեթոդի կիրառման դեպքում հետազոտման օբյեկտը փոխարինվում է ուսումնասիրության տեսակետից ավելի հարմար՝ օբյեկտ-նմանակով՝ մոդելով: Մոդել բառը ծագել է հունարեն *modus*՝ պատճեն (որոշ հեղինակների կարծիքով՝ *modulus*՝ չափ) բառից: Բայց դա չի նշանակում, որ մոդելը օբյեկտի ճշգրիտ պատճենն է: Այն արտացոլում է միայն օբյեկտի՝ տվյալ հետազոտության տեսակետից հիմնական, էական համարվող օրինաչափությունները և հատկությունները: Այսպիսով, մոդելը օբյեկտ-բնօրինակի պարզեցված օբյեկտ - նմանակն է, որը հնարավորություն է տալիս ուսումնասիրել օբյեկտ-բնօրինակի որոշ հատկություններ, որոնք կարևորություն են ներկայացնում տվյալ հետազոտության նպատակի տեսանկյունից:

Օբյեկտի փոխարինումը հետազոտության տեսակետից ավելի հարմար նրա նմանակով՝ մոդելով և վերջինիս ուսումնասիրության միջոցով օբյեկտի կարևորագույն հատկությունների վերաբերյալ ինֆորմացիայի ստացումը կոչվում է մոդելավորում:

Եթե մոդելավորման արդյունքները հաստատվում են և կարող են հիմք ծառայել հետազոտվող օբյեկտներում ընթացող գործընթացների կամ դրանց վարքի կանխագուշակման համար, ապա մոդելը կարելի է համարել օբյեկտին համարժեք կամ համապատասխան:

Փիլիսոփայական տեսանկյունից մոդելավորումը կարելի է սահմանել որպես ճանաչողության մեթոդ, որի դեպքում հետազոտվող օբյեկտ-բնօրինակը որոշակի համապատասխանության մեջ է գտնվում մեկ այլ օբյեկտի՝ մոդելի հետ: Այն ընդունակ է փոխարինել հետազոտվող օբյեկտին՝ ճանաչողության որոշ փուլերում: Ուստի, կախված օբյեկտի վերաբերյալ ունեցած ինֆորմացիայից կամ նրա ճանաչողության աստիճանից, մոդելը ժամանակի ընթացքում կարող է ենթարկվել փոփոխության՝ ավելի կատարելագործվելով և զարգանալով: Ասվածից հետևում է որ, մոդելավորման մեթոդաբանական հիմքը գիտական հետազոտությունների և ճանաչողության դիալեկտիկական-մատերիալիստական մեթոդն է: Այս մեթոդով արտաքին աշխարհի գիտական ճանաչողության և հետազոտման գործընթացը կարելի է ներկայացնել հետևյալ սխեմայով.



Անհրաժեշտ է նշել, որ գիտավարկածների ձևակերպման և ստուգման ժամանակ օգտագործվում են օբյեկտների մասնակի համանմանությունը (անալոգիան), որը կապում է գիտավարկածը գիտափորձի հետ: Ըստ որում՝ գիտավարկածները և համանմանությունները, որոնք արտացոլում են իրականությունը, ցանկալի է՝ ունենան հետազոտման տեսակետից հարմար տրամաբանական սխեմաների կամ կառուցվածքների տեսք: Այդպիսի սխեմաները կամ կառուցվածքները, որոնք պարզեցնում են դատողությունները կամ հնարավորություն են տալիս անցկացնել գիտափորձեր, կոչվում են մոդելներ: Ըստ էության, մոդելի նկատմամբ հետազոտողը հանդես է գալիս որպես փորձարար, միայն թե այս դեպքում փորձն անցկացվում է ոչ թե օբյեկտի այլ նրա մոդելի հետ:

Մոդելավորման մեթոդը բնական գիտափորձերի համեմատ էժան ու ժամանակի տեսակետից ավելի խնայողական է: Այն օժտված է առավել լայն հնարավորություններով և գիտափորձերի անցկացման հարմարությամբ:

Տարբերում են մոդելավորման երկու հիմնական տեսակ՝ ֆիզիկական կամ առարկայական և մաթեմատիկական կամ ձևական-վերացական:

Ֆիզիկական մոդելավորման դեպքում իրական օբյեկտը փոխարինվում է ֆիզիկական մոդելով, ուր գործընթացների ֆիզիկական բնույթը նույնն է, ինչ որ իրական օբյեկտում:

Ֆիզիկական մոդելավորումը լայնորեն կիրառվում է ինքնաթիռաշինության, տիեզերագնացության, հիդրոշինարարության, գիտության ու տեխնիկայի այնպիսի բնագավառներում, որտեղ բնական գիտափորձերի անցկացումը կամ գործնականորեն անհնար է, կամ էլ տնտեսապես շահավետ չէ:

Որպես ֆիզիկական մոդելավորման օրինակներ կարելի է նշել ինքնաթիռների մոդելների փորձարկումը աներոդինամիկական խողովակներում, տիեզերական օբյեկտների փորձարկումները հատուկ հարմարեցված ջրավազաններում, հիդրոկառույցների մանրակերտերի փորձարկումը լաբորատոր պայմաններում: Լայն իմաստով ֆիզիկական մոդելավորում կարելի է համարել կենդանիների վրա կատարվող փորձերը կենսաբանության և բժշկության մեջ:

Ֆիզիկական մոդելավորումը, բնափորձերի մեթոդի համեմատ, ունի հետևյալ առավելությունները՝

- նյութական և ժամանակային ծախսերի տեսանկյունից ավելի խնայողական է,
- գիտափորձերի անցկացման հնարավորություններն ավելի լայն են,
- կարելի է հետազոտել իրականում դեռևս գոյություն չունեցող օբյեկտներ:

Նշված առավելությունների հետ մեկտեղ ֆիզիկական մոդելավորումն ունի որոշ թերություններ, որոնցից առավել կարևորը հետևյալն է. բարդ համակարգերի մոդելավորման ասպարեզում ֆիզիկական մոդելավորման կիրառությունը պահանջում է գրեթե նույն ժամանակային և նյութական ծախսերը, ինչ որ բնափորձերի մեթոդը: Այս թերությունը հատկապես դրսևորվում է ինֆորմացիայի մշակման և կառավարման ԱՅ-երի հետազոտման ժամանակ:

Բացի նշված թերությունից, կարելի է նշել նաև այն հանգամանքը, որ և՛ բնափորձերի, և՛ ֆիզիկական մոդելավորման մեթոդները հնարավորություն չեն տալիս կիրառել հետազոտման ժամանակակից մաթեմատիկական մեթոդներ: Այդ պատճառով բարդ, այդ թվում արտա-

դրական և արդյունաբերական համակարգերի հետազոտման ժամանակ կիրառվում է մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդը, որը հատկապես լայն տարածում է ստացել՝ կապված քոմպյուտերային տեխնիկայի ստեղծման և բուռն զարգացման հետ:

ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՇԱԿՄԱՆ ԵՎ ՇԱՀԱԳՈՐԾՄԱՆ ՓՈԽԵՐՈՒՄ

Տեղեկատվության մշակման և կառավարման ԱՅ-երը պատկանում են բարդ կամ մեծ համակարգերի դասին, որոնց նախագծումը և շահագործումը անհնար է առանց մոդելավորման տարբեր տեսակների կիրառման: ԱՅ-երի ենթահամակարգերից յուրաքանչյուրի նախագծման ժամանակ պետք է իրականացնել արտաքին նախագծում և ներքին նախագծում (միկրոնախագծում):

Առաջին դեպքում հետազոտվում է կառավարման օբյեկտը, կառուցվում օբյեկտի բնութագրերի գնահատման համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական մոդելը: Բացի դրանից, այս դեպքում ԱՅ-ի մաթեմատիկական մոդելի հիման վրա լուծվում է կառավարման ստրատեգիաների ընտրության խնդիրը:

Երկրորդ դեպքում կառուցվում են մոդելներ, որոնց օգնությամբ մշակվում են ԱՅ-ի ապահովող ենթահամակարգերը: Ընդ որում, մոդելավորման մեթոդների և միջոցների ընտրությունը կախված է կոնկրետ ենթահամակարգերի տիպից: ԱՅ-ի տեխնիկական և աշխատանքային նախագծերի մշակման փուլերում մոդելավորումը ծառայում է ըստ որոշակի չափանիշի՝ տրված սահմանափակումների դեպքում թույլատրելի տարբերակներից օպտիմալ ընտրության նպատակով:

ԱՅ-ի շահագործման փուլերում մոդելավորումը կիրառվում է հետևյալ նպատակներով՝

- ԱՅ-ի մոդելի վրա տարբեր իրավիճակների խաղարկման միջոցով կառավարչական օպտիմալ վճիռների կայացման համար,
- կառավարման օբյեկտի մնամակային մոդելով տարբեր իրավիճակներ մնամակելով՝ ԱՅ-ի սպասարկող անձնակազմի ուսուցման համար:

Քանի որ ԱՅ-երը զարգացող համակարգեր են, այդ կապակցությամբ ԱՅ-երի զարգացման կանխագուշակման նպատակով ևս օգտագործում են մոդելավորում, որը հնարավորություն է տալիս մոդելի օգնությամբ քննարկել զարգացման հնարավոր տարբերակներ և դրանցից ընտրել լավագույնը:

ՄՈՂԵԼՆԵՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ ԵՎ ԴԵՐԸ ԲԱՐԴ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Մողելներն օգտագործվում են հետևյալ հիմնական նպատակներով՝

- որպես ճանաչողության միջոց,
- որպես ուսումնավարժական միջոց (վարժասարք),
- գիտափորձերի անցկացման միջոց,
- կանխագուշակման միջոց (հեռանկարային պլանավորում, ժողովրդագրական հետազոտություններ),
- հաղորդակցման միջոց (մեքենայական թարգմանիչներ (տրանսլատորներ) և լեզվական մոդելներ):

Բարդ համակարգերի ուսումնասիրման ժամանակ մոդելավորումն օգտագործում են հետևյալ խնդիրների լուծման համար՝

- համակարգի բնութագրերի և հատկությունների գնահատում,
- համակարգի մրցակցող տարբերակների քննարկում՝ լավագույնի ընտրության նպատակով,
- համակարգի վարքի կանխագուշակում,
- զգայնության վերլուծություն (ելքային փոփոխականների վրա մոտեքային փոփոխականների և պարամետրերի փոփոխության ազդեցության գնահատում):

ԱՅ-երի ստեղծման ժամանակ մոդելավորումը հնարավորություն է տալիս գնահատել համակարգի գործունեության որակը, ընտրել նրա օպտիմալ կառուցվածքը և օպտիմալ կառավարման ալգորիթմները:

ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԵՎ ՄԻՋՈՑՆԵՐԻ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՀԵՌԱՆԿԱՐՆԵՐԸ

Համակարգերի ուսումնասիրման ավանդական մեթոդը համարվում է վերլուծական (անալիտիկական) մեթոդը: Սակայն այս մեթոդով բարդ համակարգերի ուսումնասիրությանը խոչընդոտում են լուրջ դժվարություններ՝ կապված համակարգի գործունեության գործընթացի հավանականային բնույթի, նրա տարրերի տարաբնույթ վարքի (ընդհատ, անընդհատ, գծային, ոչ գծային, ստատիկական, դինամիկական), ինչպես նաև համակարգի բարդ կառուցվածքի հետ: Այդ պատճառով վերլուծական մեթոդի կիրառումը, որը ենթադրում է համակարգի վերլուծական մոդելի կառուցում, շատ հաճախ հանգեցնում է գերպարզեցման, որի արդյունքում հետազոտման արդյունքները հնարավոր չի լինում կիրառել իրական համակարգի նկատմամբ: Այդ պատճառով,

որպես կանոն, բարդ համակարգի ուսումնասիրությունը իրականացվում է նմանակային մոդելավորման միջոցով: Նմանակային մոդելավորումը սերտորեն կապված է հաշվողական տեխնիկայի հետ, և նրա զարգացումը պայմանավորված է ԷՀՄ-ների նոր սերնդի ստեղծմամբ: Այժմ ստեղծվել են հիերարխիկ կառուցվածք ունեցող բազմամեքենայական հաշվողական համակարգեր (ՀՀ), որոնք օժտված են հզոր մաթեմատիկական ապահովումով, տվյալների բանկով և մոդելավորման երկխոսային համակարգով: Այսպիսի համակարգերը թույլ են տալիս մոդելավորման գործընթացի զուգահեռացման շնորհիվ կրճատել մոդելավորման ժամանակը և ապահովել մեքենայական գիտափորձերի անցկացման հարամարավետությունը: Մոդելավորման հեռանկարային մեթոդներից է անալոգային և հիբրիդային մոդելավորումը: Այս դեպքում օբյեկտների գործունեությունը վերարտադրում են անալոգային կամ անալոգաթվային (հիբրիդային) ԷՀՄ-երի օգնությամբ: Որոշ դեպքերում այս մեթոդը արագագործության և ճշգրտության տեսակետից նմանակային մոդելավորումից ավելի շահեկան է:

Վերջին տարիներին ինտերնետ համաշխարհային ցանցի զարգացումը և լայն տարածումը հնարավորություն են ընձեռել միմյանց լծորդել բազմապրոցեսորային քոմփյուերներ ներառող հաշվողական կենտրոնները (կլաստերներ) և օգտագործել դրանց համախումբը բարդ համակարգերի մոդելավորման նպատակով՝ որպես մի ամբողջական գերքոմփյուեր:

ԲԱԺԻՆ 1. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԲԱՆԱԿԱՆ ԵՎ ՏԵՍԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

1.1. ՄԱՔԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԷՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ինչպես նշել ենք, բարդ տեխնիկական համակարգերի հետազոտման ժամանակ ֆիզիկական մոդելավորման կիրառումը կապված է նյութական և ժամանակային զգալի ծախսերի հետ: Այդ պատճառով նշված համակարգերի, այդ թվում նաև ԱՀ-երի, հետազոտման՝ ներկայումս կիրառվող ամենահարմար և արդյունավետ մեթոդը մաթեմատիկական մոդելավորումն է: Այս մեթոդի կիրառման դեպքում իրական օբյեկտը փոխարինվում է ուսումնասիրության տեսակետից շատ հարմար մաթեմատիկական մոդելով, որի հետազոտումը հնարավոր է իրականացնել մաթեմատիկական մեթոդներով:

Մաթեմատիկական մոդելը մաթեմատիկական առնչությունների (բանաձևերի, հավասարումների, անհավասարությունների, տրամաբանական պայմանների, օպերատորների, ալգորիթմների և այլն) համախումբ է, որը նկարագրում է օբյեկտի կառուցվածքը, հատկությունները և վարքը (վիճակի փոփոխությունը) ժամանակի ընթացքում:

Մաթեմատիկական մոդելը օբյեկտի ձևական-վերացական, պարզեցված, ուստի և մոտավոր մաթեմատիկական նկարագրությունն է, որն արտացոլում է տվյալ հետազոտության նպատակի տեսակետից օբյեկտի հիմնական համարվող կողմերը, հատկությունները և օրինաչափությունները՝ վերացարկվելով երկրորդական, ավելորդ մանրամասներից:

Հետազոտվող օբյեկտի՝ չափից ավելի մանրամասն նկարագրությունը հանգեցնում է մոդելի անհարկի բարդեցմանը, որը կարող է դժվարացնել նրա ուսումնասիրությունը: Մյուս կողմից՝ մոդելի ավելորդ պարզեցումը կարող է հանգեցնել օբյեկտի և նրա մոդելի անհամարժեքությանը, ուստի և ոչ ճիշտ եզրակացությունների: Այս առումով մոդելավորման մասնագետը հանդես է գալիս յուրատեսակ փորձագետի դերում, որը վերահսկում է որպեսզի օբյեկտի անհրաժեշտաբար իրականացվող պարզեցումը չվերածվի գերպարզեցման:

Կարևոր է ընդգծել, որ կախված հետազոտության նպատակներից, մինևույն օբյեկտի համար կարելի է կառուցել միմյանցից տարբեր բազմաթիվ մոդելներ, որոնցից յուրաքանչյուրը նկարագրում է օբյեկտի այս կամ այն հատկությունը: Մյուս կողմից՝ իրարից լիովին տարբեր օբյեկտներ կարող են նկարագրվել մինևույն մաթեմատիկական մոդելով: Մաթեմատիկական մոդելների այս հատկությունը արտահայտում է մա-

թեմատիկայի վերացականությունը, որի շնորհիվ մոդելը ձեռք է բերում ընդհանրություն:

Ընդհանուր դեպքում մաթեմատիկական մոդելավորումը կարելի է սահմանել որպես օբյեկտի փոխարինում նրա մաթեմատիկական մոդելով և այդ մոդելի հետազոտում՝ օբյեկտի հատկությունների և օրինաչափությունների վերաբերյալ մոդելավորման խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ ինֆորմացիայի ստացման նպատակով:

Մաթեմատիկական մոդելավորումն ունի գիտափորձերի անցկացման առավել լայն հնարավորություններ, այն ավելի քիչ նյութական և ժամանակային ծախսումներ է պահանջում քան հետազոտման մյուս մեթոդները: Մաթեմատիկական մոդելավորման ժամանակակից մեթոդները հնարավորություն են տալիս հետազոտել ցանկացած բարդության ինչպես գործող, այնպես էլ նախագծվող համակարգեր:

Մաթեմատիկական մոդելավորման հիմնական առավելությունն այն է, որ հնարավորություն է տալիս լայնորեն կիրառել հետազոտման ավանդական և ժամանակակից հզոր մաթեմատիկական մեթոդներ: Շնորհիվ նշված առավելությունների՝ այժմ մաթեմատիկական մոդելավորումը համարվում է բարդ համակարգերի, մասնավորապես՝ ԱՅ-երի, հետազոտման առավել արդյունավետ մեթոդը:

1.2. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՍԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ ՍԱՀՄԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Համակարգերի մոդելավորումը հիմնվում է հետևյալ հիմնական հասկացությունների վրա:

Հետազոտության օբյեկտ: Նյութական աշխարհի այն մասն է, որը տվյալ ուսումնասիրության առարկան է:

Արտաքին միջավայր: Նյութական աշխարհի այն մասն է, որը չի մտնում օբյեկտի կազմի մեջ, բայց փոխազդում և փոխգործում է նրա հետ:

Համակարգ: Միմյանց հետ կապված, փոխազդող և փոխգործող մասերի համախումբ է, որն օժտված է գործունեության միասնականությամբ և նպատակաուղղվածությամբ:

Համակարգի տարր: Համակարգի ցանկացած մասը կարելի է դիտել որպես նրա տարր: Ըստ որում, համակարգի տրոհումը տարրերի միանգամայն պայմանական բնույթ է կրում և կախված է հետազոտության նպատակներից: Համակարգի մոդելավորման ժամանակ տարրը ներկայացվում է որպես մի օբյեկտ, որը տվյալ հետազոտության շրջանակներում ենթակա չէ մասնատման: Տարրի ներքին կառուցվածքը

ուսումնասիրության օբյեկտ չէ և, որպես կանոն, հետազոտվում են տարրերի միջև առկա կապերը և տարրերի այն հատկությունները, որոնք որոշում են համակարգի վարքը:

Տարրերի միջև առկա կապերը կարող են լինել նյութական, էներգետիկական և ինֆորմացիոն:

Ենթահամակարգ: Ձևականորեն տարրերի ցանկացած համախումբ, դրանց միջև եղած կապերով հանդերձ, կարելի է դիտել որպես համակարգի ենթահամակարգ:

Նշենք, որ այս հասկացության ներմուծումը և կիրառումը այն դեպքում է արդյունավետ, երբ որպես ենթահամակարգեր առանձնացվել են համակարգի ինքնուրույն գործող մասերը:

Համակարգի կառուցվածք: Տարրերի և դրանց միջև կապերի համախումբ է, որն արտացոլում է տարրերի փոխազդեցությունը և փոխգործողությունը:

Համակարգի (օբյեկտի) գործառույթ: Համակարգի այն հատկությունն է, որի շնորհիվ համակարգը հասնում է որոշակի նպատակի: Գործառույթը կարող է արտահայտվել տարրերի, ենթահամակարգերի կամ ամբողջ համակարգի բնութագրերով:

Համակարգի (օբյեկտի) վիճակ: Հատկությունների համախումբ է, որոնցով օժտված է համակարգը ժամանակի տվյալ պահին:

Այն մեծությունները, որոնք քանակապես բնութագրում են համակարգի հատկությունները, կոչվում են նրա վիճակի բնութագրեր:

Համակարգի (օբյեկտի) գործունեության գործընթաց: Նրա գործառույթների դրսևորումն է ժամանակի ընթացքում, այսինքն՝ ժամանակի ընթացքում մի վիճակից այլ վիճակների անցնելու գործընթացն է:

Համակարգի (օբյեկտի) մուտքային փոփոխականներ: Համակարգի (օբյեկտի) գործունեության վրա արտաքին միջավայրից ազդող, ժամանակի ընթացքում փոփոխվող մեծություններ (կառավարող և արտաքին վրդովող ազդեցություններ) են:

Համակարգի (օբյեկտի) ելքային փոփոխականներ: Դրանք համակարգի (օբյեկտի) ելքային բնութագրերն են, որոնք կախված են ժամանակից, մուտքային փոփոխականներից և վիճակի բնութագրերից:

Համակարգի (օբյեկտի) պարամետրեր:

Տվյալ համակարգը (օբյեկտը) կառուցվածքորեն բնութագրող, որպես կանոն, հաստատուն մեծություններ են, որոնք կախված են օբյեկտի առանձին մասերից և նրա կառուցվածքից:

Բարդ համակարգ: Սրանք այն համակարգերն են, որոնց բնորոշ են հետևյալ հատկանիշները.

- մեծ թվով (10^4 - 10^7) տարրերի և նրանց միջև կապերի առկայություն (ԱՅ ներառում է 10^7 - 10^8 տարր, մարդկային ուղեղը՝ 10^{11}),
- համակարգի հնարավոր վիճակների մեծ քանակը,
- կառավարման հիերարխիկ կառուցվածքը,
- համակարգի հավանականային վարքագիծը,
- բազմաչափանիշայնությունը,
- հարմարվողականությունը:

Նշենք, որ բարդ համակարգի մոդելը նաև բարդ համակարգ է: Տարբերակում են համակարգերի հետևյալ տեսակները.

Բնական-արհեստական, անընդհատ-ընդհատ, դետերմինացված-հավանականային, ստատիկական-դինամիկական:

1.3. ՀԱՄԱԿԱՐԳԱՅԻՆ ՄՈՏԵՑՄԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԴԵՊՊՈՒՄ

Ինչպես հայտնի է, բարդ համակարգերի վերլուծության և սինթեզի ժամանակ հաջողությամբ կիրառվում է համակարգային մոտեցումը, որը տարբերվում է ավանդական ինդուկտիվ մոտեցումից: Վերջինս դիտարկում է համակարգը՝ մասնավորից ընդհանուրին անցնելով և սինթեզում է համակարգը նրա բաղադրիչների միաձուլման միջոցով, որոնք մշակվում են միմյանցից անկախ: Ի տարբերություն դրա, համակարգային մոտեցումը ենթադրում է անցում ընդհանուրից մասնավորին՝ դիտարկման հիմքում դնելով նպատակը և առանձնացնելով հետազոտվող օբյեկտը շրջակա միջավայրից:

Նշենք համակարգերի մոդելավորման մեջ կիրառվող համակարգային մոտեցման մի քանի հիմնական սկզբունքներ, որոնք դրսևորվում են հետևյալ հանձնարարականներում.

- մոդելավորման ժամանակ անհրաժեշտ է հստակորեն որոշել մոդելավորման նպատակը,
- արտաքին միջավայրից առանձնացնել համակարգը և որոշել նրա տարրերը: Արտաքին միջավայրի և համակարգի մոդելի սահմանները և նրանց փոխազդեցության որոշումը անմիջականորեն կախված է մոդելավորման նպատակից,
- բացահայտել տարրերի միջև եղած կապերը,
- բացահայտել և որոշել համակարգի ֆունկցիաները, ընտրել գործունեության գործընթացի արդյունավետության չափանիշները և դրա հիման վրա ձևավորել նպատակային ֆունկցիան,

- մոդելի ստեղծման փուլերում և ուղղություններով առաջ ընթանալ համեմատական-հաջորդական սկզբունքով,
- համաձայնեցնել միմյանց հետ ինֆորմացիոն, ռեսուրսային, հուսալիության և այլ բնութագրերը,
- ճիշտ հարաբերակցություններ սահմանել համակարգի մոդելավորման հիերարխիայի առանձին մակարդակների միջև,
- պահպանել մոդելի կառուցման առանձին փուլերի միասնությունը:

1.4. ԲԱՐԴ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ

Ինչպես նշել ենք, մաթեմատիկական մոդելը օբյեկտի պարզեցված, վերացական-ձևական նմանակն է, որը պահանջված ճշգրտությամբ, որոշակի մոտավորությամբ արտացոլում է իրականությունը: Այս առումով մոդելավորման հիմնական խնդիրը հետազոտվող համակարգի նպատակային ու հիմնավորված պարզեցումն է: Այսինքն՝ ձևայնացման փուլում կատարված պարզեցումը կամ մոտարկումը պետք է հիմնավորված լինի և անպայմանորեն բխի մոդելավորման նպատակից: Ակնհայտ է, որ ցանկացած պարզեցում հանգեցնում է մոդելի ճշտության կամ համարժեքության նվազմանը: Պետք է նշել, որ շատ հաճախ բարդ համակարգերի մոդելավորման ժամանակ թույլ է տրվում գերպարզեցում, որն անխուսափելիորեն հանգեցնում է մոդելի ճշգրտության կտրուկ նվազմանը: Բարդ համակարգի մոդելը պետք է անպայման լինի համեմատաբար պարզեցված բարդ համակարգ, որի բարդության աստիճանը պայմանավորված է մոդելավորման նպատակով:

Մոդելի բարդությունը կարելի է բնութագրել նրա կառուցման համար անհրաժեշտ ժամանակի և նյութական ծախսումներով: Առայժմ չկան օբյեկտների մաթեմատիկական նկարագրության բարդության գնահատման համընդհանուր չափանիշներ: Այդպիսի չափանիշներ մշակվել են միայն մասնավոր տիպի մոդելների՝ ավտոմատների, գրաֆի տեսքով ներկայացվող մոդելների, ալգորիթմական և աղյուսակային մոդելների համար և կապված են մոդելի տարրերի ու նրանց կապերի քանակի, մուտքային, ելքային և հնարավոր վիճակների բազմությունների հզորությունների հետ: Այդ պատճառով հնարավորություն չի ընձեռվում կիրառել համակարգի բարդության համապիտանի չափանիշ: Այդուհանդերձ, որոշ մասնագետների կողմից նկարագրության բարդության գնահատման համար առաջարկվել է հետևյալ չափանիշը, որը շատ դեպքերում կարող է կիրառվել որպես համապիտանի չափանիշ:

Օբյեկտի մաթեմատիկական նկարագրության բարդությունը ինֆորմացիայի այն նվազագույն քանակությունն է, որն անհրաժեշտ է օբյեկտը տրված ճշգրտությամբ նկարագրելու համար:

Այժմ քննարկենք մի շարք սկզբունքներ, որոնք կիրառվում են բարդ օբյեկտների մոդելավորման ժամանակ՝ նրանց մաթեմատիկական նկարագրության բարդությունը հաղթահարելու նպատակով:

Տրոհման (դեկոմպոզիցիայի) սկզբունք: Տարբերում են երկու տեսակի տրոհում՝ ա) տարածական, բ) ժամանակային:

Տարածական տրոհման ժամանակ մասնատման է ենթարկվում օբյեկտի կառուցվածքը, գործունեության գործընթացը, մուտքային ազդանշանների և վիճակների բազմությունները: Քննարկենք կառուցվածքային տրոհման մի օրինակ: Դիցուք մոդելավորվող համակարգը բաղկացած է n տարրից, որոնցից յուրաքանչյուրը կարող է գտնվել երկու հնարավոր վիճակում: Եթե համակարգը դիտվի որպես մեկ ամբողջություն, ապա նրա հնարավոր վիճակների թիվը կլինի՝ 2^n : Ենթադրենք համակարգը հաջողվել է տրոհել k միմյանցից անկախ ենթահամակարգերի, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է m_i

տարր: Այդ դեպքում համակարգի $2^n = 2^{\sum_{i=1}^k m_i}$ վիճակների նկարագրման փոխարեն կարելի է նկարագրել միայն $\sum_{i=1}^k 2^{m_i}$ վիճակներ: Տվյալ տրոհման արդյունքում համակարգի նկարագրվող վիճակների քանակը կնվազի $2^{\sum_{i=1}^k m_i} / \sum_{i=1}^k 2^{m_i}$ անգամ:

Գործնականում պետք է հետազոտվող օբյեկտը տրոհել այնպիսի մասերի, որոնց միջև ինֆորմացիայի փոխանակումը նվազագույնն է կամ, լավագույն դեպքում, բացակայում է:

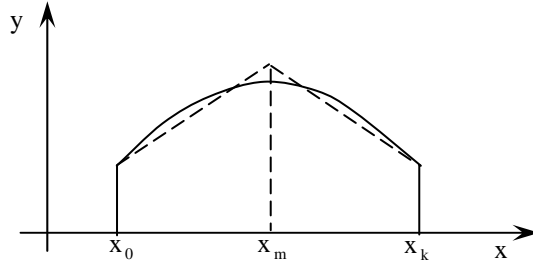
Հաճախ հաջողվում է օբյեկտի նկարագրությունը պարզեցնել նրա մուտքային փոփոխականների փոփոխման տիրույթը տրոհելու միջոցով:

Օրինակ, ենթադրենք օբյեկտի մոդելը ներկայացված է երկրորդ կարգի բազմանդամի տեսքով՝

$$y = ax^2 + bx + c : \quad (1.4.1)$$

Այս մոդելը կարելի է մոտարկել երկու ավելի պարզ մոդելների համախմբով, որոնցից յուրաքանչյուրը նկարագրում է օբյեկտը x -ի որոշակի արժեքների դեպքում.

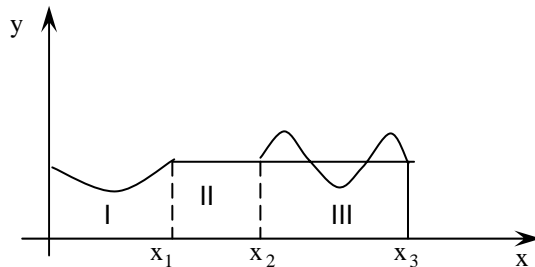
$$y = \begin{cases} a_1 x + b_1, & \text{եթե } x \in [x_0, x_m], \\ a_2 x + b_2, & \text{եթե } x \in [x_m, x_k]: \end{cases} \quad (1.4.2)$$



Նկ. 1.4.1. 2-րդ կարգի կորի գծային մոտարկումը

Իսկ նկ.1.4.2-ում պատկերված գրաֆիկի դեպքում մոդելը կներկայացվի հետևյալ հավասարումների համախմբով.

$$y = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{եթե } x \in [0, x_1], \\ c, & \text{եթե } x \in [x_1, x_2] \\ \sin x, & \text{եթե } x \in [x_2, x_3]: \end{cases} \quad (1.4.3)$$



Նկ. 1.4.2. Մոդելի փոփոխականների տիրույթի տրոհումը միջակայքերի

Վիճակների բազմության տրոհման դեպքում ելքային ազդանշանների նույնության տեսակետից այն բաժանվում է համարժեքության դասերի:

Նշվածը ներկայացնենք հետևյալ օրինակով: Ենթադրենք համակարգը կազմված է $n = 20$ տարրից: Այդ դեպքում նրանց միջև հնարավոր կապերի քանակը կլինի $n(n-1) = 380$: Ենթադրենք այդ համա-

կարգը տրոհվել է հնգական տարր պարունակող չորս ենթահամակարգի: Յուրաքանչյուր ենթահամակարգի ներսում տարրերի կապերի թիվը կկազմի $4 \times 5 \times 4 = 80$, իսկ ենթահամակարգերի տարրերի միջև $4 \times 3 = 12$: Եթե տարբեր ենթահամակարգերի տարրերի միջև կապերը բացակայում են, ապա ընդհանուր կապերի թիվը կլինի՝ $80 + 12 = 92$: Այսպիսով, համակարգի կառուցվածքի տրոհումը թույլ է տալիս հնարավոր վիճակների բազմությունը նույնպես տրոհել համարժեքության դասերի, որոնցից յուրաքանչյուրին այնուհետև համապատասխանության մեջ է դրվում մեկ խոշորացված վիճակ:

Ժամանակային տրոհման էությունն այն է, որ օբյեկտի գործունեության դիտարկման պահերի T բազմությունը բաժանվում է այնպիսի ենթաբազմությունների, որոնց համար մոդելի կառուցումը դժվարություն չի ներկայացնում: Այդպիսի մասնակի մոդելների համախումբը դիտվում է որպես օբյեկտի մոդել:

Պարետոյի սկզբունք: Ըստ այս սկզբունքի՝ օբյեկտի հատկությունների մոտ 80%-ը պայմանավորված է տարրերի և գործոնների միայն 20%-ով: Այս սկզբունքի կիրառությունը թույլ է տալիս մոդելավորման ժամանակ հաշվի առնել միայն այն տարրերը և գործոնները, որոնք էականորեն են ազդում օբյեկտի վարքի վրա: Այս առումով հարկ է նշել, որ մոդելը պետք լինի այնքան բարդ և հաշվի առնի այնքան գործոններ ու տարրեր, որքան, իրոք, անհրաժեշտ են տրված խնդիրների լուծման համար: Էական գործոնները և տարրերը որոշելու համար օգտագործում են փորձագիտական գնահատականների մեթոդը, մոդելի զգայունության վերլուծության և այլ մեթոդներ: Պարետոյի սկզբունքի կիրառումը գործնականում հնարավորություն է տալիս զգալիորեն պարզեցնել մոդելը:

Հիերարխիկ բազմամակարդակ նկարագրության սկզբունք: Համաձայն այս սկզբունքի, հետազոտվող համակարգը ներկայացվում է ոչ թե մեկ բարդ ամբողջական մոդելի տեսքով, այլ համեմատաբար պարզ մոդելների հիերարխիայով, որոնցից յուրաքանչյուրը նկարագրում է նույն համակարգի գործունեությունը վերացարկման և մանրամասնման որոշակի մակարդակի (ստրատեղի) վրա: Այսինքն՝ $S: X \rightarrow Y$ արտապատկերման տեսքով ներկայացված համակարգը (X -ը և Y -ը մուտքային և ելքային ազդանշանների բազմություններն են՝

$X = \prod_{i=1}^n X_i$, $Y = \prod_{i=1}^n Y_i$) ներկայացվում է $\{S_i : i = \overline{1, n}\}$ մոդելների

հիերարխիայով.

$$S = \{S_i\}, \{X_i : i = \overline{1, n}\}, \{Y_i : i = \overline{1, n}\}$$

$$\begin{cases} S_i : X_i \times W_i \rightarrow Y_i, i = n, \\ S_i : X_i \times E_i \times W_i \rightarrow Y_i, 1 < i < n, \\ S_i : X_i \times E_i \rightarrow Y_i, i = 1, \\ w_{i+1} = h_i(y_i), e_{i-1} = c_i(y_i) \end{cases} \quad (1.4.4)$$

որտեղ՝ h_i -ն և c_i -ն համապատասխանաբար՝ i -րդ մակարդակի ինֆորմացիոն և կառավարող ֆունկցիաներն են:

4. Բարդ համակարգերի մոդելների կառուցումը պարզեցնելու նպատակով կիրառվում են նաև այնպիսի հանրահայտ սկզբունքներ, ինչպիսիք են՝ մոդելի աստիճանական բարդացման ու պարզեցման, մոդուլային կառուցվածքի, մոդելի տարրերի ճշտության համաչափության, մոդելի օպտիմալ կառուցվածքի և ճշտության ընտրության ու մոդելի կառուցման դինամիկական սկզբունքները:

1.5. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼՆԵՐԻ ԴԱՍԱԿԱՐԳՈՒՄԸ

1.5.1. Մաթեմատիկական մոդելի ընդհանուր տեսքը

Ինչպես նշել ենք, մաթեմատիկական մոդելը նկարագրում է օբյեկտի գործունեության ոչ թե իրական, այլ իրականին ինչ-որ չափով մոտ, պարզեցված, ձևայնացված գործընթացը: Օբյեկտի գործունեության ձևայնացումը հիմնվում է վիճակի հասկացության վրա: Օբյեկտի հատկությունները քանակապես կարելի է բնութագրել z_1, z_2, \dots, z_n մեծություններով, որոնք կոչվում են վիճակի բնութագրեր: Սրանք ժամանակի ընթացքում փոփոխվում են, այսինքն՝ կախված են ժամանակից: Դրանց արժեքները ժամանակի t պահին կնշանակենք $z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)$, իսկ $t = t_0$ պահին՝ $z_1^0, z_2^0, \dots, z_n^0$: Այսպիսով օբյեկտի վիճակը ժամանակի t պահին լիովին կարելի է բնութագրել $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t))$ վիճակի վեկտորով:

Ակնհայտ է, որ օբյեկտն անպայմանորեն փոխազդում է արտաքին միջավայրի հետ: Այդ փոխազդեցությունը ձևայնացվում է ազդանշանների փոխանակման միջոցով, այսինքն՝ օբյեկտը միջավայրից ստանում է $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$ մուտքային ազդանշաններ, և նրան է հաղորդում ելքային $y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_k(t))$ ազդանշաններ, որոնք օբյեկտի ելքային բնութագրերն են, և որոնցով օբյեկտն ազդում է արտաքին միջավայրի վրա:

Անհայտ է, որ օբյեկտի վիճակը կախված է նաև ներքին սեփական կամ կառուցվածքային $\beta(t) = (\beta_1(t), \beta_2(t), \dots, \beta_l(t))$ պարամետրերի վեկտորից, որն ընդհանուր դեպքում ժամանակի ընթացքում կարող է փոփոխվել:

Արտաքին միջավայրի և ներքին գործոնների ազդեցության հետևանքով ժամանակի ընթացքում տեղի է ունենում օբյեկտի վիճակի փոփոխություն, որն ընդհանուր դեպքում ունի պատահական բնույթ:

Օբյեկտի մի վիճակից այլ վիճակ անցնելու և ելքային $y(t)$ ազդանշանի ձևավորման գործընթացները համատեղ կազմում են օբյեկտի գործունեության ձևայնացված գործընթացը, որը նկարագրվում է հետևյալ երկու առնչությունների համախմբով.

$$\begin{cases} z(t) = H[t, z^0, x(t), \beta(t)] , \\ y(t) = G[t, z(t), x(t), \beta(t)] , \end{cases} \quad (1.5.1.)$$

$$t \in T, x(t) \in X, y(t) \in Y, z(t) \in Z, \beta(t) \in B, z^0 = z(t_0), t_0 < t ,$$

որտեղ T, X, Y, Z -ը համապատասխանաբար օբյեկտի գործունեության դիտարկման պահերի, մուտքային, ելքային և հնարավոր վիճակների բազմություններն են, B -ն ներքին պարամետրերի վեկտորի հնարավոր արժեքների բազմությունն է, H -ը և G -ն համապատասխանաբար կոչվում են անցումների և ելքերի օպերատորներ: H և G օպերատորները կարող են ունենալ ինչպես դետերմինացված (ոչ պատահական), այնպես էլ հավանականային բնույթ:

$x_i(t), i = \overline{1, m}$ մեծությունը կոչվում է մուտքային, անկախ կամ էկզոգեն (արտածին) փոփոխականներ, իսկ $y_j(t), j = \overline{1, k}$ մեծություն՝ ելքային, կախյալ կամ էնդոգեն (ներծին) փոփոխականներ:

Վերը նկարագրված ընդհանուր տեսքի մաթեմատիկական մոդելը՝ $\langle T, X, Y, Z, B, H, G \rangle$, որը նկարագրում է օբյեկտի վարքը ժամանակի ընթացքում, կոչվում է լայն իմաստով դինամիկական համակարգ (ներդ իմաստով դինամիկական համակարգը դիֆերենցիալ հավասարումը կամ հավասարումների համակարգն է):

Ներկայում հայտնի բոլոր մաթեմատիկական մոդելները վերը նշված մոդելի մասնավոր դեպքերն են և ստացվում են նրանից համապատասխան բազմությունների և օպերատորների որոշակիացմամբ:

Ամբողջությամբ վերցրած՝ օբյեկտի գործունեության ձևայնացված գործընթացը ժամանակի ընթացքում նկարագրվում է H^* օպերատորով, որը ձևափոխում է էկզոգեն կամ մուտքային փոփոխականները

էնդոգեն կամ ելքային փոփոխականների՝ համաձայն հետևյալ առնչության.

$$y(t) = H^* [t, z^0, x(t), \beta(t)], \quad (1.5.2.)$$

որտեղ՝ $H^* = G \circ H$, այսինքն՝ H և G օպերատորների բաղադրույթն է (կոմպոզիցիա):

(1.5.2) առնչությունը կոչվում է օբյեկտի գործունեության ալգորիթմ կամ օրենք: Ընդհանուր դեպքում այն կարող է տրվել ֆունկցիայի կամ ֆունկցիոնալի, տրամաբանական պայմանների տեսքով, ալգորիթմական կամ աղյուսակային եղանակներով և նույնիսկ մուտք-ելք համապատասխանության բառացի կանոնների տեսքով:

1.5.2. Մաթեմատիկական մոդելների տեսակները

Մաթեմատիկական մոդելները կարելի է դասակարգել՝ կախված T, X, Y, Z, B բազմություններից և H, G օպերատորների բնույթից և կառուցվածքից՝ հետևյալ կերպ.

- Ըստ Z բազմության հզորության (տարրերի քանակի) և G օպերատորի ժամանակից կախվածության՝ տարբերում են ստատիկական մոդելներ, երբ Z -ը պարունակում է մեկ տարր, և G -ն ժամանակից կախված չէ, և դինամիկական մոդելներ՝ հակառակ դեպքում:

Տարբերում են նաև դինամիկական մոդելներ, որտեղ ժամանակից կախված՝ փոփոխվում են միայն պարամետրերը:

- Ըստ H և G օպերատորների բնույթի՝ տարբերում են դետերմինացված մոդելներ՝ երբ H -ը և G -ն դետերմինացված են, և հավանականային մոդելներ՝ երբ H -ը և G -ն պատահական բնույթ ունեն:
- Ըստ T և Z բազմությունների բնույթի՝ մոդելները լինում են անընդհատ՝ երբ T և Z բազմությունները անընդհատ են, և ընդհատ՝ երբ T և Z բազմությունները ընդհատ են:
- Ըստ կառուցման եղանակի՝ տարբերում են վերլուծական եղանակով կառուցված մոդելներ, երբ H և G օպերատորները և β վեկտորը որոշվում են հայտնի հավասարումների և օրենքների հիման վրա, և փորձնական եղանակով կառուցված մոդելներ, երբ H և G օպերատորներն ու β վեկտորը որոշվում են փորձնական տվյալների հիման վրա:

- Ըստ նմանության մակարդակի՝ մոդելները լինում են իզոմորֆ, որոնք արտացոլում են նաև օբյեկտի ներքին կառուցվածքը և հոմոմորֆ, որոնք նկարագրում են միայն օբյեկտի կողմից իրականացվող ֆունկցիան:
- Բացի վերը նշված մոդելներից, ըստ H, G օպերատորների ներկայացման տեսքի, ինչպես նաև ըստ համարժեքության աստիճանի՝ տարբերում են վերլուծական, նմանակային և համակցված (վերլուծական-նմանակային) մոդելներ:

Առաջին դեպքում օբյեկտի և նրա մասերի գործունեության գործընթացները նկարագրվում են ֆունկցիոնալ առնչությունների միջոցով՝ զուտ վերլուծական տեսքով: Որպես կանոն, նման մոդելները կարելի է կառուցել միայն համեմատաբար պարզ և լավ ուսումնասիրված համակարգերի համար: Բարդ համակարգերի վերլուծական մոդելների կառուցումը ընդհանուր դեպքում բարդ խնդիր է՝ կապված զանազան պատահական գործոնների, տարբեր բնույթի (ընդհատ և անընդհատ) և կախվածությունները (գծային և ոչ գծային) հաշվի առնելու անհրաժեշտության հետ:

Բարդ տեխնիկական համակարգերի ուսումնասիրության արդյունավետ, իսկ որոշ դեպքերում՝ գործնականորեն միակ մատչելի մեթոդը նմանակային մոդելավորումն է: Նմանակային մոդելը հատուկ ալգորիթմ կամ ծրագիր է, որի օգնությամբ ԷՅՄ-ով համակարգային ժամանակի ընթացքում վերարտադրվում է մոդելավորվող համակարգի գործունեության ձևայնացված գործընթացը: Ընդ որում, ԷՅՄ-ով նմանակվում են այդ գործընթացը կազմող տարրական երևույթները՝ պահպանելով նրանց տրամաբանական կառուցվածքը և ժամանակի ընթացքում հաջորդականությունը: Դա թույլ է տալիս որոշակի պահերին ինֆորմացիա ստանալ համակարգի վիճակի վերաբերյալ և դրա միջոցով գնահատել համակարգի գործունեության գործընթացի բնութագրերը:

Նմանակային մոդելավորման հիմնական առավելությունն այն է, որ հնարավորություն է տալիս հետազոտել ցանկացած բարդության համակարգ՝ հաշվի առնելով այն բոլոր գործոնների ազդեցությունը, որոնք հնարավոր չէ հաշվի առնել վերլուծական հետազոտության ժամանակ: Եթե մոդելավորվող համակարգը գործում է պատահական ազդեցությունների ներքո, ապա նմանակային մոդելի օգնությամբ վերարտադրվում են պատահական մեծությունների և ֆունկցիաների հնարավոր իրացումները: Այդպիսի դեպքերում ստանում են օբյեկտի գործունեության գործընթացի մեծ թվով հնարավոր իրացումներ՝ ինչպես վիճակագրական փորձարկումների դեպքում, և նրանց միջինացման արդյունքում որոշում համակարգի բնութագրերը: Այս առումով հավա-

նականային համակարգերի նմանակային մոդելավորումը ընդունված է անվանել վիճակագրական մոդելավորում:

Համակցված մոդելները զուգակցում են վերլուծական և նմանակային մոդելների առավելությունները: Այս մոդելների կառուցման ժամանակ, հետազոտվող գործընթացը տրոհվում է առանձին ենթագործընթացների, որոնց մի մասի համար կառուցում են վերլուծական մոդելներ, իսկ մյուս մասի համար՝ նմանակային մոդելներ: Նշենք, որ բարդ համակարգերի հետազոտության ասպարեզում համակցված մոդելների կիրառումը համարվում է առավել հեռանկարային:

1.6. ՔՈՄՓՅՈՒԹԵՐԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՆՊԱՏԱԿԱՅԱՐՄԱՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ԿԻՐԱՍՈՒՄԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ՉԱՓԱՆԻՇՆԵՐԸ

Ժամանակակից քոմպյուտերների ստեղծումը մեծապես նպաստեց բարդ համակարգերի հետազոտության ասպարեզում մաթեմատիկական մոդելավորման լայն կիրառմանը: Մոդելավորման ասպարեզում ԷՅՄ-երը կիրառվում են հետևյալ եղանակներով.

- որպես վերլուծական մոդելների օգնությամբ հաշվարկների և հետազոտությունների իրականացման միջոց,
- որպես նմանակային մոդելավորման միջոց:

Ընդ որում, նշված երկու դեպքերում կարող են օգտագործվել ինչպես ԷՅՄ-երը, այնպես էլ անալոգային հաշվիչ մեքենաները (ԱՀՄ):

Առաջին դեպքում օբյեկտի վերլուծական մոդելը ձևափոխվում և բերվում է այնպիսի տեսքի (հավասարման կամ այլ առնչության), որը թույլ է տալիս օբյեկտի որոնվող բնութագրերը հաշվարկել հայտնի թվային մեթոդներով (օրինակ, գծային կամ դինամիկ ծրագրավորման, դիֆերենցիալ հավասարման լուծման Ռունգե-Կուտի մեթոդով, թվային ինտեգրման մեթոդով և այլն): Այս դեպքում լայնորեն օտագործվում են նաև ԱՀՄ-երը, որոնք հնարավորություն են տալիս արագորեն և բավարար ճշտությամբ հաշվարկել դիֆերենցիալ և ինտեգրալ-դիֆերենցիալ հավասարումներով նկարագրվող օբյեկտների բնութագրերը: Վերլուծական մոդելների հետազոտման հեռանկարային միջոցներից են համարվում հիբրիդային հաշվիչ համալիրները (ՀՀՀ), որոնք արդյունավետ կերպով զուգակցում են թվային և անալոգային հաշվիչ միջոցների հնարավորությունները և առավելությունները:

Երկրորդ դեպքում ԷՅՄ-ով իրականացված նմանակային մոդելը դիտվում է որպես իրական բարդ գործընթացի քոմպյուտերային նմանակ, որը հնարավորություն է տալիս իրական օբյեկտի վրա նախատես-

ված գիտափորձերը փոխարինել մեքենայական գիտափորձերով: Ընդ որում, գիտափորձերը կարող են անցկացվել բազմակի անգամ նույն կամ տարբեր պայմաններում:

Ժամանակակից բարդ տեխնիկական համակարգերի նմանակային մոդելները, ըստ էության, յուրահատուկ նմանակային համակարգեր են, որոնք ունեն մաթեմատիկական, ծրագրային, ինֆորմացիոն և տեխնիկական ապահովում:

Նմանակային համակարգերի մաթեմատիկական ապահովումը ընդգրկում է այն բոլոր մաթեմատիկական առնչությունները, որոնք նկարագրում են օբյեկտի գործունեությունը, և այն ալգորիթմները, որոնց միջոցով իրագործվում է տվյալների ներմուծումը, նմանակումը, արդյունքների մշակումը և արտածումը:

Նմանակային համակարգերի ծրագրային ապահովումը ընդգրկում է գիտափորձերի պլանավորման և անցկացման, նմանակման արդյունքների մշակման և մեկնաբանման, ինչպես նաև սինքրոնացման (գործընթացների կեղծ-զուգահեռ կատարման) ծրագրեր:

Նմանակային համակարգերի ինֆորմացիոն ապահովումն ընդգրկում է մոդելավորման տվյալների բազայի կազմակերպման և վերակազմակերպման տեխնոլոգիան, զանգվածների կազմակերպման մեթոդները, մոդելավորման գործընթացը և նրա արդյունքները նկարագրող փաստաթղթերը:

Նմանակային համակարգերի տեխնիկական ապահովումը ընդգրկում է հաշվողական տեխնիկայի և կապի միջոցները, օպերատորի և ԷՅՄ-ի միջև ինֆորմացիայի փոխանակման ապահովման միջոցները (երկխոսային համակարգը), ինֆորմացիայի ներմուծման և արտածման, ինչպես նաև գիտափորձերի կառավարման միջոցները: Նմանակային համակարգերի իրագործման տեխնիկական հիմնական միջոցներն են քոմպիլոթերները, ԱՅՄ-ները և ՀՀՀ-ները:

Թեպետ նմանակային մոդելավորումը համարվում է համակարգերի հետազոտման հզոր միջոց, նրա կիրառումը ոչ բոլոր դեպքերում է նպատակահարմար:

Այս մեթոդի ճիշտ կիրառման համար անհրաժեշտ է հստակորեն գիտակցել նրա էությունը և գործնական օգտագործման առանձնահատկությունները, ինչպես նաև այլ մեթոդներով տվյալ համակարգի հետազոտման հնարավորությունները:

Քանի որ բարձրորակ նմանակային մոդելի կառուցումը աշխատատար է և կապված է նյութական ու ժամանակային զգալի ծախսերի հետ, նմանակային մոդելավորումը նպատակահարմար է օգտագործել հետևյալ դեպքերում.

- երբ համակարգի վերլուծական մոդելը սկզբունքորեն հնարավոր չէ կառուցել,
- երբ համակարգի վերլուծական մոդելը կարելի է կառուցել, բայց նմանակայինն ավելի ձեռնտու է կառուցել,
- երբ համակարգի վերլուծական մոդելի հետազոտումը վերլուծական եղանակով դժվար է իրականացնել,
- երբ անհրաժեշտ է բացի համակարգի բնութագրերի հաշվարկից հետևել նաև նրա գործունեության ընթացքին,
- երբ հետազոտվող գործընթացի ժամանակն անհրաժեշտ է ենթարկել սեղմման կամ ընդարձակման,
- երբ պահանջվում է որոշել հետազոտվող համակարգի օպտիմալ տարբերակը:

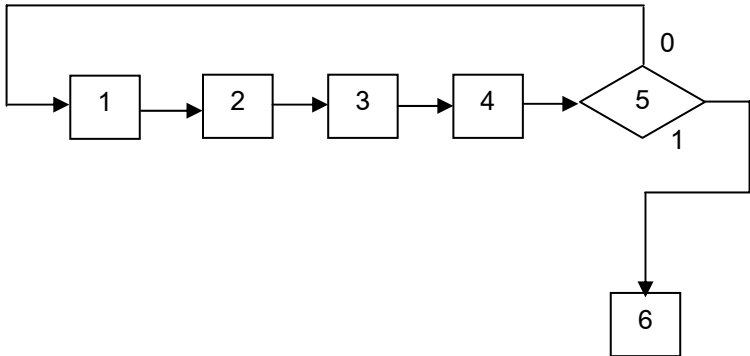
Նմանակային մոդելավորման կիրառման արդյունավետությունը կարելի է գնահատել հետևյալ չափանիշներով.

1) ճշտությամբ, 2) մոդելավորման արդյունքների հավաստիությամբ, 3) մոդելի կառուցման ժամանակով, 4) մոդելի իրագործման համար անհրաժեշտ մեքենայական ռեսուրսների ծավալով (ժամանակի, հիշողության), 5) մոդելի կառուցման և շահագործման արժեքով:

Ընդհանուր դեպքում նմանակային մոդելավորման կիրառման արդյունավետության գնահատումը բարդ բազմաչափանիշային խնդիր է:

ԲԱԺԻՆ 2. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՓՈԽԵՐՈՆ

Մոդելավորման ընթացքը և նրա հիմնական փուլերը կարելի է ներկայացնել հետևյալ սխեմայով:



Նկ. 2.1. Մոդելավորման հիմնական փուլերը

Բլոկ-սխեմայում նշված են մոդելավորման հետևյալ փուլերը.

- մոդելավորվող օբյեկտի ուսումնասիրություն (դիտումներ, գիտափորձերի անցկացում),
- օբյեկտի գործունեության բառացի (բովանդակային) նկարագրություն,
- օբյեկտի գործունեության ձևայնացված սխեմայի կառուցում,
- օբյեկտի գործունեության գործընթացի մոդելի կառուցում,
- մոդելի համարժեքության ստուգում,
- մոդելի օգտագործում (հետազոտում):

Քննարկենք մոդելավորման փուլերում իրականացվող աշխատանքները:

2.1. ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՎՈՂ ՕԲՅԵԿՏԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ակնհայտ է, որ ցանկացած բնույթի օբյեկտի մոդելավորմանը անպայմանորեն պետք է նախորդի նրա ուսումնասիրությունը, որի դեպքում կիրառվում են հետևյալ երկու մոտեցումները՝ միկրոմոտեցում կամ համակարգային մոտեցում և մակրոմոտեցում կամ ընդհանուր համակարգային մոտեցում:

Միկրոմոտեցման կիրառման դեպքում ուսումնասիրվում է օբյեկտի առանձին տարրերի կառուցվածքը, դրանց գործառույթները, որի հի-

ման վրա բացահայտվում է օբյեկտի գործունեությունը՝ ամբողջապես վերցրած: Այս մոտեցումը նպատակահարմար է կիրառել բարդ գործընթացների և համակարգերի ուսումնասիրության ժամանակ: Միկրոմոտեցման խնդիրները հետևյալն են.

- հետազոտվող համակարգի տարրերի առանձնացում,
- յուրաքանչյուր տարրի գործառույթի բացահայտում,
- տարրերի միջև կապերի որոշում:

Միկրոմոտեցման կարևորագույն խնդրի՝ տարրերի առանձնացումը, գործնականում հանդիպում է լուրջ դժվարությունների: Մի կողմից հետազոտողն աշխատում է մանրամասն ուսումնասիրելու նպատակով համակարգը տրոհել հնարավորինս փոքր մասերի՝ տարրերի, մյուս կողմից՝ մեծ թվով տարրերի միջև գոյություն ունեցող կապերը խոչընդոտում են համակարգի, որպես մի ամբողջության ուսումնասիրությունը:

Միկրոմոտեցման կիրառությամբ ստացված մոդելները, որոնց կառուցվածքը նման է օբյեկտի կառուցվածքին, կոչվում են իզոմորֆ մոդելներ:

Մակրոմոտեցման դեպքում օբյեկտը դիտվում է որպես մի ամբողջություն՝ «սև արկղ», որի ներքին կառուցվածքը անհայտ է: Օբյեկտի գործունեությունը բացահայտելու նպատակով հնարավոր է օտազործել միայն նրա մուտքերի և ելքերի մասին ունեցած վիճակագրական ինֆորմացիան: Այս մոտեցումը, որը կոչվում է կիբեռնետիկական մոդելավորման մոտեցում, կիրառվում է հետևյալ դեպքերում.

- մոդելավորվող օբյեկտը գտնվում է մեծ հեռավորության վրա կամ մատչելի չէ միկրոմոտեցում կիրառելու համար,
- մոդելավորվող օբյեկտն ունի շատ բարդ կառուցվածք, ինչը գործնականորեն բացառում է միկրոմոտեցման կիրառումը:

Այս մոտեցման ժամանակ կիրառվող մաթեմատիկական ապարատը մաթեմատիկական վիճակագրությունն է՝ մասնավորապես ռեգրեսիոն վերլուծության և գիտափորձերի օպտիմալ պլանավորման մեթոդները:

Մակրոմոտեցումը թույլ է տալիս բացահայտել և նկարագրել օբյեկտի ֆունկցիան, որպես մուտքային ազդանշանների բազմության արտապատկերում ելքային ազդանշանների բազմության վրա: Այս մոտեցմամբ կառուցված մոդելները կոչվում են հոմոմորֆ մոդելներ:

Անհրաժեշտ է նշել, որ այս մոտեցումն այժմ հաջողությամբ օգտագործվում է բարդ համակարգերի տարրերի ուսումնասիրության և դրանց մոդելների կառուցման ժամանակ:

2.2. ՕԲՅԵԿՏԻ ԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ԲԱՌԱՑԻ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Այն կազմվում է օբյեկտի ուսումնասիրության հիման վրա և ընդգրկում է մոդելի վրա լուծվող կիրառական խնդիրների դրվածքը, օպտիմալացման չափանիշների ընտրությունը և հետազոտվող գործընթացի հատկանշական օրինաչափությունների հստակ բառացի նկարագրությունը:

Բովանդակային նկարագրությունը ինքնուրույն մշանակություն չունի և հիմնական նյութ է ծառայում ձևայնացման հետագա փուլերի համար (ձևայնացված սխեմայի և մոդելի կառուցում):

Կիրառական խնդիրների դրվածքը, որը որոշվում է մոդելավորման նպատակներով, պետք է ընդգրկի որոնվող մեծությունները և պահանջվող ճշգրտությունը: Քանի որ բովանդակային նկարագրությունը կազմվում է օբյեկտին լավատեսյակ մասնագետների կողմից, սովորաբար առանց մոդելավորման մասնագետների մասնակցության, հնարավոր է, որ կիրառական խնդիրների դրվածքը խիստ հստակ ձևակերպված չլինի: Սակայն այն պետք է պարունակի կատարվելիք հետազոտությունների նպատակը, այն կախվածությունները, որոնք պետք է գնահատվեն մոդելավորման արդյունքում, ինչպես նաև այն գործոնները, որոնք պետք է հաշվի առնվեն մոդելավորման ժամանակ:

Բացի խնդիրների դրվածքից, բովանդակային նկարագրությունը ներառում է սկզբնական տվյալները, որոնք անհրաժեշտ են հետազոտության համար՝ հայտնի բնութագրերի, պարամետրերի և սկզբնական պայմանների թվային արժեքները (աղյուսակների և գրաֆիկների տեսքով):

2.3. ՕԲՅԵԿՏԻ ԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ՁԵՎԱՅՆԱՑՎԱԾ ՍԽԵՄԱՅԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ

Գործընթացի ձևայնացված սխեման միջանկյալ օղակ է բովանդակային նկարագրության և մաթեմատիկական մոդելի միջև: Այն մշակվում է ոչ միշտ, այլ միայն այն դեպքերում, երբ հետազոտվող գործընթացի բարդության պատճառով բովանդակային նկարագրությունից մոդելին անցումը կամ անհնար է, կամ էլ նպատակահարմար չէ:

Ձևայնացված սխեման պետք է մշակվի համապատասխան բնագավառի մասնագետների (ճարտարագետների, տեխնոլոգների և այլ) և մոդելավորման մասնագետների համատեղ ջանքերով: Չնայած նյութի ներկայացման ձևը այստեղ նույնն է, ինչ որ բովանդակային նկարա-

գրության մեջ, սակայն այն պետք է ընդգրկի գործընթացի խիստ ձևական նկարագրությունը:

Ձևական նկարագրության կառուցման համար պետք է ընտրել գործընթացի վիճակի բնութագրերը, մուտքային և ելքային փոփոխականները, պարամետրերը:

Այս առումով պետք նշել, որ ներկայում բացակայում են մոդելավորվող գործընթացի բնութագրերի և պարամետրերի ընտրության ձևական կանոններ և հրահանգներ: Այստեղ պետք է առաջնորդվել հիմնականում դրված խնդիրների լուծման հարմարությամբ և մոդելի կառուցման պարզությամբ, ինչպես նաև հետազոտողի մասնագիտական փորձով: Հատուկ հրահանգներ կարելի է տալ միայն որոշ դասի օբյեկտների մոդելավորման ժամանակ:

Այս փուլում պետք է մաթեմատիկորեն ձևակերպվեն բառացի նկարագրված կիրառական խնդիրները՝ նշելով որոնվող մեծությունների և կախվածությունների վերջնական ցանկը: Ձևայնացված սխեմային կցվում է համակարգված և ճշգրտված սկզբնական տվյալները, պարամետրերի և սկզբնական պայմանների թվային արժեքները: Այս մեծությունները դեռևս կարող են ներկայացվել աղյուսակների և գրաֆիկների տեսքով, սակայն պետք է լուծված լինեն այն բոլոր հարցերը, որոնք կապված են փորձնական տվյալների միջարկման և արտարկման հետ: Սովորաբար բովանդակային նկարագրությունը պարունակում է այն բոլոր տվյալները, որոնք անհրաժեշտ են ձևայնացված սխեմայի կառուցման համար: Լրացուցիչ տեղեկությունների ստացման նպատակով կարող են կատարվել համապատասխան հետազոտություններ: Պետք է նշել, որ ձևայնացված սխեման լիովին ընդհանրացնում է գործընթացի ուսումնասիրության և նրա փորձնական հետազոտությունների արդյունքները:

Պատահական գործոնների ձևայնացված նկարագրության ժամանակ օգտագործում են հավանականային մաթեմատիկական սխեմաներ՝ պատահիկներ, պատահական մեծություններ, պատահական ֆունկցիաներ և գործընթացներ: Բարդ համակարգերի գործունեության ձևայնացումը հանգում է այդ համակարգերի տարրերի կամ ենթագործընթացների ձևայնացմանը: Այն հանգում է համապատասխան մաթեմատիկական սխեմաների ընտրությանը, որոնք պահանջված ճշգրտությամբ պետք է նկարագրեն տարրերի աշխատանքը կամ ենթագործընթացները:

Ձևայնացված սխեմայի փոխակերպումը մաթեմատիկական մոդելի կատարվում է բացառապես մաթեմատիկական մեթոդներով առանց մոդելավորվող գործընթացի վերաբերյալ լրացուցիչ ինֆորմացիայի ստացման:

2.4. ՕԲՅԵԿՏԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ

Ձևայնացված սխեման մաթեմատիկական մոդելի փոխակերպման նպատակով անհրաժեշտ է, օգտագործելով համապատասխան մաթեմատիկական սխեմաներ՝ հանրահաշվական, Բուլյան, ասույթային և այլ ֆունկցիաները, դիֆերենցիալ հավասարումները, պատահարները և հավանականային գործընթացները, ավտոմատները, զանգվածային սպասարկման համակարգերը, վերլուծական տեսքով ներկայացնել այն բոլոր առնչությունները, որոնք դեռևս այլ տեսքով են ներկայացված, տրամաբանական պայմանները ներկայացնել անհավասարությունների տեսքով և ընդհանրապես վերլուծական տեսքի բերել այն բոլոր տեղեկությունները, որոնք բերված են ձևայնացված սխեմայում: Մասնավորապես խոսքը վերաբերում է թվային տվյալների վերլուծական նկարագրմանը՝ մոտարկմանը: Պատահական մեծությունների արժեքները փոխարինվում են բաշխման օրենքներով, աղյուսակները և գրաֆիկները մոտարկվում են վերլուծական ֆունկցիաներով և այլն:

Պետք է նշել, որ միշտ չէ որ մաթեմատիկական մոդելը ճշգրտորեն համապատասխանում է ձևայնացված սխեմային: Հաճախ հարկ է լինում դրանց կառուցման ժամանակ թույլ տալ որոշ մոտավորություններ:

2.5. ՄՈԴԵԼԻ ԵՎ ՕԲՅԵԿՏԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

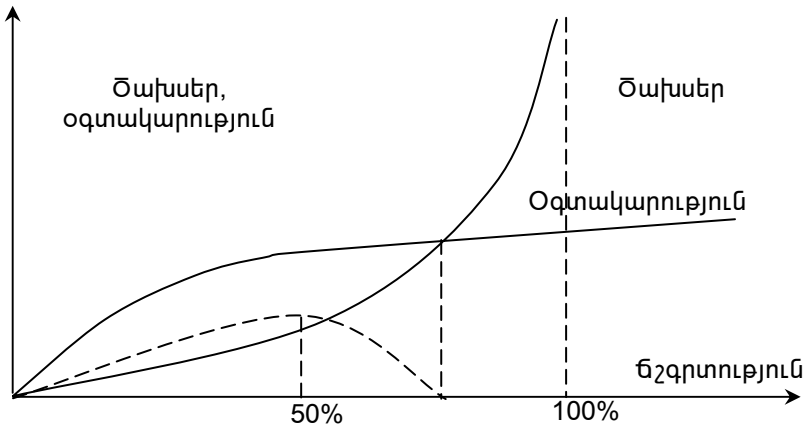
Մաթեմատիկական մոդելավորման հիմնահարցերից մեկը մոդելավորվող օբյեկտի և մոդելի համարժեքության գնահատումն է: Ներկայում, չնայած մոդելավորման վերաբերյալ գրականության առատությանը, մոդելների համարժեքության և ճշգրտության հարցերի լուծումը մնում է համարյա այն վիճակում, ինչ որ նրանց հետազոտման սկզբնական շրջանում:

Գնահատել մոդելի և օբյեկտի համարժեքությունը, ընդհանրապես, նշանակում է որոշել նրա և մոդելավորվող օբյեկտի վարքի համապատասխանության կամ մնանության աստիճանը: Այլ կերպ ասած՝ որոշել, թե որքանով է մոդելը արտացոլում օբյեկտի հատկությունները և գործունեության օրինաչափությունները: Ինչպես հայտնի է, մոդելը կառուցվում է որոշակի նպատակով, հետևապես նրա համարժեքությունը կամ հիմնավորվածությունը պետք է գնահատել այդ նպատակի տեսանկյունից: Այս առումով գնահատել մոդելի համարժեքությունը՝ նշանակում է գնահատել մեր վստահության աստիճանը այն առումով, որ

մողելի օգնությամբ արված եզրակացությունները և ստացված արդյունքները կիրառելի են մաս իրական օբյեկտի համար:

Համարժեքությունը այնպիսի հասկացություն է, որը հնարավոր չէ բնութագրել «այո» կամ «ոչ» տիպի փոփոխականով: Նամանավաճ, որ բացարձակ համարժեք մողելի կառուցումը գործնականորեն անհնար է, քանի որ մողելավորման ընթացքում իրական օբյեկտը պարզեցվում ու ձևայնացվում է:

Նշենք, որ բացարձակ համարժեք մողելի կառուցման անհրաժեշտությունը գործնականում չի էլ զգացվում: Ասվածը կարելի է հիմնավորել հետևյալ գրաֆիկի օգնությամբ, որը ստացել են ամերիկացի գիտնականները՝ ընդհանրացնելով մողելների օգտագործման վերջին տարիների փորձը:



Նկ. 2.2. Մաթեմատիկական մողելի ճշգրտության և օգտակարության կապը

Մաթեմատիկական մողելավորման, մասնավորապես, նմանակային մողելավորման ժամանակակից տեսության մեջ համարժեքության գնահատման հիմնահարցի լուծման ժամանակ կիրառում են հետևյալ մոտեցումները:

ա) *Ռացիոնալիստական մոտեցում*: Այն սերտորեն կապված է մաթեմատիկական (ձևական) տրամաբանության հետ: Մողելի կառուցման ժամանակ ռացիոնալիստները կատարում են այնպիսի ենթադրություններ և թույլտվություններ, որոնց իսկությունը և ակնհայտությունը հիմնված է առողջ դատողության ու տրամաբանության վրա:

բ) *Էմպիրիստական մոտեցում*: Այս մոտեցման կողմնակիցները պնդում են, որ մոդելի կառուցման ժամանակ արված թույլտվությունների և ենթադրությունների իրավացիությունը անպայմանորեն պետք է ստուգվի վիճակագրական չափանիշների միջոցով՝ վերլուծելով գիտափորձերի արդյունքում ստացված տվյալները:

գ) *Բացարձակ պրագմատիստական մոտեցում*: Այս մոտեցումը հիմնվում է հետևյալ դատողության վրա. մոդելի կառուցումը հետապնդում է որոշակի նպատակ, հետևաբար, եթե նպատակը նվաճված է, ապա մոդելը համարժեք է օբյեկտին:

Այլ կերպ ասած՝ պրագմատիկները մոդելը դիտում են որպես մի սև արկղ, որը մուտքային ազդանշանները ձևափոխում են ելքայինի: Եթե ռացիոնալիստները և էմպիրիստները զբաղվում են այդ արկղի կառուցվածքի բացահայտմամբ, ապա պրագմատիստին հետաքրքրում է միայն մոդելի և օբյեկտի մուտք-ելք առնչությունների նմանությունը:

Ընդհանուր առմամբ, էմպիրիստական և ռացիոնալիստական մոտեցումները հարում են միկրոմոտեցմանը, իսկ պրագմատիստական մոտեցումը՝ մակրոմոտեցմանը:

դ) *Ուտիլիտար մոտեցում*: Այս մոտեցումը ինչ-որ չափով ներառում է վերը նշված երեք մոտեցումները և մասնագետների կողմից ներկայում ընդունվում է որպես գործնական մոտեցում: Քննարկվող մոտեցման դեպքում մոդելի համարժեքության ստուգումն ընդգրկում է հետևյալ երեք փուլերը:

Առաջին փուլում օբյեկտի վերաբերյալ նախնկնում կատարված հետազոտությունների արդյունքների և դիտումների հիման վրա բացահայտվում է նրա ներքին կառուցվածքը: Այս փուլում գերակշռում է ռացիոնալիստական մոտեցումը:

Երկրորդ փուլը նույնպես կապված է օբյեկտի ներքին կառուցվածքի հիմնավորման հետ և ընդգրկում է օբյեկտի տարրերի և դրանց միջև կապերի վերաբերյալ արված ենթադրությունների վիճակագրական ստուգումը (էմպիրիստական մոտեցում):

Երրորդ փուլը ներառում է մոդելի բազմակողմանի ստուգում հետևյալ հարցերի պարզաբանման նպատակով. ա) սխալ արդյունքներ չի տա արդյո՞ք մոդելը, եթե նրա պարամետրերն ընդունեն տարբեր, այդ թվում նաև սահմանային արժեքներ, բ) պարամետրերի և մուտքային փոփոխականների միևնույն արժեքների դեպքում համընկնում են արդյո՞ք մոդելավորման արդյունքում ստացված ելքային փոփոխականների արժեքները իրական օբյեկտի համապատասխան ելքային փոփոխականների արժեքների հետ: Այս ստուգման արդյունքում պարզվում է, թե կարելի՞ է արդյոք օգտագործել մոդելը օբյեկտի վարքը կանխագուշակելու նպատակով: Այս փուլում լավագույնն է հա-

մարվում այն մոդելը, որն անկախ ներքին կառուցվածքից՝ առավել ճիշտ է կանխագուշակում օբյեկտի վարքը ժամանակի ընթացքում: Հետևաբար, տվյալ փուլում մոդելի համարժեքության ստուգումը հանգում է մոդելի և օբյեկտի կողմից իրականացվող մուտք-ելք ֆունկցիաների համեմատմանը (պրագմատիստական մոտեցում):

Մոդելի կառուցման ընթացքում բոլոր վերը նշված փուլերում արվում են մի շարք ենթադրություններ, որոնց իրավացիությունը կարելի է ստուգել վիճակագրական չափանիշների օգնությամբ: Քննարկենք այդ չափանիշներից մի քանիսի կիրառման առանձնահատկությունները:

1. *Ուիլքոքսոնի չափանիշ*: Մոդելի համարժեքության ստուգման երրորդ փուլում մոդելի և օբյեկտի մուտքային փոփոխականների նույն արժեքների դեպքում ելքային փոփոխականների բաշխման օրենքների նույնության վերաբերյալ գիտավարկածի ստուգումը Ուիլքոքսոնի (Ման-Ուիտնի) ոչ պարամետրական չափանիշի օգնությամբ իրականացվում է հետևյալ կերպ.

Եթե $F_1(y)$ -ով և $F_2(\hat{y})$ -ով նշանակենք համապատասխանաբար օբյեկտի և մոդելի ելքերի բաշխման ֆունկցիաները, ապա նշված գիտավարկածը ձևակերպվում է այսպես՝

$$H_0 : F_1(y) = F_2(\hat{y}) \quad \text{ընդդեմ} \quad H_0 : F_1(y) > F_2(\hat{y}):$$

Չափանիշը կիրառվում է հետևյալ կերպ: Մոդելի և օբյեկտի ելքային փոփոխականների վերաբերյալ վիճակագրական $\{\hat{y}_i\}_1^{n_1}$ և $\{y_i\}_1^{n_2}$ տվյալներից կազմվում է միացյալ վարիացիոն շարք, որտեղ տվյալները դասավորվում են ըստ աճման կամ նվազման:

W -ով նշանակենք n_1 երկարության ($n_1 > n_2$) ընտրանքի դիտումների կարգաթվերի գումարը միացյալ շարքում: Հաշվենք հետևյալ մեծությունը.

$$\hat{Z} = \frac{2W - n_1(n_1 + n_2)}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2)}{3}}}: \quad (2.5.1)$$

Եթե n_1 -ը և n_2 -ը բավականաչափ մեծ են, ապա \hat{Z} -ը ենթարկվում է նորմալ բաշխման՝ $(0, 1)$ պարամետրերով: Համեմատենք այն տրված α սխալի հավանականության դեպքում աղյուսակից ընտրված Z_α արժեքի հետ: Եթե $\hat{Z} < Z_\alpha$, ապա H_0 -ն ընդունվում է, և մոդելը օբյեկտին համարժեք է համարվում: Եթե այլընտրանքային գիտավարկածը երկկողմ սահմանափակմամբ է՝ $H_1 : F_1(y) \neq F_2(\hat{y})$, ապա պետք է աղյուսակից

վերցնել $Z_{\alpha/2}$ արժեքը և ստուգել $-Z_{\alpha/2} < \hat{Z} < Z_{\alpha/2}$ պայմանը: Պայմանի կատարման դեպքում H_0 -ն ընդունվում է: Ուիլքոքսոնի չափանիշը կարելի է օգտագործել ցանկացած բաշխման օրենքի դեպքում:

2. *Պիրսոնի (χ^2) չափանիշ*: χ^2 չափանիշը բաշխման օրենքի վերաբերյալ գիտավարկածի ստուգման ժամանակ կիրառվում է հետևյալ կերպ. մոդելի և օբյեկտի մուտքային փոփոխականների նույն արժեքների դեպքում ստացված ելքային փոփոխականների արժեքների՝ $\{y_i\}_1^n$ և $\{\hat{y}_i\}_1^n$ հիման վրա կառուցվում են հիստագրեր: Այնուհետև հաշվարկվում է χ^2 մեծությունը հետևյալ բանաձևով.

$$\chi^2 = n \sum_{j=1}^1 \frac{(P_j^* - P_j)^2}{P_j} = \sum_{j=1}^1 \frac{(m_j - nP_j)^2}{nP_j}, \quad (2.5.2.)$$

որտեղ՝ m_j -ն և nP_j -ն համապատասխանաբար՝ մոդելի և օբյեկտի ելքային փոփոխականների հիստագրերի j -րդ միջակայքից արժեքներ ընդունելու հաճախություններն են, իսկ 1 -ը՝ հիստագրերի միջակայքերի թիվը:

Որից հետո տրված $(1-\alpha)$ հավանականության և $1-k-1$ -ի դեպքում (k -ն բաշխման պարամետրերի թիվն է) որոշում են $\chi^2_{1-\alpha}(1-k-1)$: Եթե $\hat{\chi}^2 < \chi^2_{1-\alpha}(1-k-1)$, ապա H_0 -ն ընդունվում է, այսինքն՝ մոդելի և օբյեկտի ելքային փոփոխականների բաշխումների միջև եղած տարբերությունը վիճակագրորեն նշանակալի չէ, ուստի մոդելը համարժեք է օբյեկտին:

3. *Ստյուդենտի չափանիշի օգտագործումը մոդելի և օբյեկտի ելքային փոփոխականների միջին արժեքների հավասարության վերաբերյալ ենթադրության ստուգման նպատակով*:

Ենթադրենք մոդելի և օբյեկտի ելքային փոփոխականների n_1 և n_2 քանակությամբ արժեքների՝ $\{\hat{y}_i : i = \overline{1, n_1}\}$, $\{y_i : i = \overline{1, n_2}\}$ ընտրանքների հիման վրա որոշվել են դրանց մաթեմատիկական սպասումների և դիսպերսիաների վիճակագրական գնահատականները.

$$\bar{\hat{y}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \hat{y}_i}{n_1}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} y_i}{n_2}, \quad (2.5.3)$$

$$\hat{\sigma}_{\tilde{y}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2}{n_1 - 1}, \quad \hat{\sigma}_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2}{n_2 - 1}:$$

Առաջադրվում է հետևյալ գիտավարկածը՝

$$H_0 : M[\tilde{y}] = M[\hat{y}], \quad \text{ընդդեմ} \quad H_1 : M[\tilde{y}] > M[\hat{y}]:$$

Եթե \tilde{y} և \hat{y} -ը նորմալ են բաշխված, ապա այդ գիտավարկածի ստուգումը կարելի է իրականացնել Ստյուդենտի չափանիշի օգնությամբ հետևյալ կերպ: Հաշվում են Ստյուդենտի չափանիշի մեծությունը հետևյալ բանաձևով՝

$$\hat{t} = \frac{\bar{\hat{y}} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{\tilde{y}}^2}{n_1 - 1} + \frac{\hat{\sigma}_y^2}{n_2 - 1}}}: \quad (2.5.4)$$

Այնուհետև տրված՝ սխալվելու α հավանականության և $(n_1 + n_2 - 2)$ ազատության աստիճանների համար ընտրվում է Ստյուդենտի օրենքով բաշխված t պատահական մեծության $1 - \alpha$ հավանականությանը համապատասխանող t -ի աղյուսակային արժեքը՝ $t_{1-\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$, որից հետո $|\hat{t}|$ -ի արժեքը համեմատվում է աղյուսակայինի հետ:

Եթե $|\hat{t}| < t_{1-\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$, ապա H_0 -ն ընդունվում է, հակառակ դեպքում՝ H_0 -ն հերքվում է:

Եթե $n_1 = n_2 = n$ և $\hat{\sigma}_{\tilde{y}}^2 = \hat{\sigma}_y^2 = \hat{\sigma}^2$, ապա t -ն որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝ $\hat{t} = \frac{(\bar{\hat{y}} - \bar{y})\sqrt{n/2}}{\hat{\sigma}}$ և համեմատվում $t_{1-\alpha/2}(2n - 2)$ -ի հետ:

Եթե առաջադրվում է H_0 գիտավարկածը ընդդեմ $H_1 : M[\tilde{y}] \neq M[\hat{y}]$ գիտավարկածի, ապա պետք է աղյուսակից վերցնել $t_{1-\alpha/2}(2n - 2)$ քվանտիլը (երկկողմ չափանիշ) և ստուգել $|\hat{t}| < t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$ պայմանի կատարումը:

3. Ֆիշերի (F) չափանիշ: Այս չափանիշով մոդելի և օբյեկտի ելքային փոփոխականների $\{\hat{y}_i : i = \overline{1, n_1}\}$, $\{y_i : i = \overline{1, n_2}\}$ ընտրանքների հիման վրա $M[\tilde{y}] = M[\hat{y}]$ պայմանի դեպքում ստուգվում է այդ փոփո-

խականների դիսպերսիաների հավասարության վերաբերյալ $H_0 : \sigma_y^2 = \sigma_{\bar{y}}^2$ գիտավարկածը՝ ընդդեմ $H_0 : \sigma_y^2 \neq \sigma_{\bar{y}}^2$:

Գիտավարկածի ստուգումն իրականացվում է հետևյալ հաջորդականությամբ.

- հաշվարկվում են $\bar{\bar{y}}, \bar{y}, \hat{\sigma}_{\bar{y}}^2, \hat{\sigma}_y^2$ վիճակագրական գնահատականները (2.5.3) բանաձևով,
- հաշվարկվում է Ֆիշերի F չափանիշի արժեքը հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{F} = \frac{\hat{\sigma}_y^2}{\hat{\sigma}_{\bar{y}}^2}, \quad (2.5.5)$$

- Ֆիշերի բաշխման քվանտիլների աղյուսակից սխալվելու α հավանականության և (n_1, n_2) ազատության աստիճանների համար ընտրվում են $F_{\alpha/2}(n_1, n_2)$ և $F_{1-\alpha/2}(n_1, n_2)$ քվանտիլները: Եթե $F_{1-\alpha/2}(n_1, n_2) < \hat{F} < F_{\alpha/2}(n_1, n_2)$, ապա առաջադրված գիտավարկածը ընդունվում է, և մոդելը օբյեկտին համարժեք է համարվում:

2.6. ՄՈՂԵԼԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԿԱՄ ՅԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Մոդելի կառուցումից հետո անհրաժեշտ է ընտրել նրա հետազոտման այն եղանակը, որը հնարավորություն կընձեռի հեշտությամբ որոշել որոնվող մեծությունների արժեքները: Ներկայումս հայտնի են մաթեմատիկական մոդելների հետազոտման հետևյալ եղանակները:

• *Վերլուծական եղանակ:* Այս եղանակի կիրառման դեպքում մոդելն անհրաժեշտ է փոխակերպել այնպիսի տեսքի, որը թույլ է տալիս հեշտությամբ որոշել որոնվող մեծությունները: Այլ կերպ ասած՝ մոդելը պետք է ներկայացնել այնպիսի հավասարումների և առնչությունների տեսքով, որոնց հետազոտումը հնարավոր է վերլուծական մեթոդներով: Պետք է նշել, որ հիշյալ ձևափոխությունները միշտ չէ, որ հնարավոր է իրականացնել, իսկ բարդ գործընթացների դեպքում գործնականորեն անհնար է:

• *Թվային եղանակ:* Այս եղանակը անհամեմատ լայն տարածում է ստացել՝ շնորհիվ հաշվիչ տեխնիկայի կիրառման: Թվային եղանակի օգտագործումը հիմնականում ևս ենթադրում է մոդելի փոխակերպումը, ձևափոխումը որոնվող մեծությունների որոշման տեսակետից ավելի հարմար հավասարումների և այլ առնչությունների տեսքի, որից հետո այն ուսումնասիրվում է թվային մաթեմատիկական մեթոդների միջոցով

(գծային, դիմամիկ ծրագրավորում, Մոնտե-Կառլոյի մեթոդ, Ռունգե-Կուտի մեթոդ, թվային ինտեգրման մեթոդներ (Սիմպսոնի բանաձև) և այլն): Թեպետ թվային եղանակի հնարավորությունները վերլուծականի համեմատ մեծ են, այնուամենայնիվ, նրա կիրառումը բարդ համակարգերի մոդելների ուսումնասիրման նպատակով հաճախ կապված է լինում լուրջ դժվարությունների հետ:

- *Անալոգային եղանակ* (անալոգային հաշվիչ մեքենաների կամ հատուկ մոդելավորող վահանակների կիրառությամբ): Այս եղանակի կիրառությունը հիմնվում է օբյեկտի վերլուծական մոդելի հիմքով անալոգային մոդելի կառուցման կամ նրա գործունեության ֆիզիկական նմանակման վրա: Հայտնի են անալոգային հաշվիչ մեքենաներ (ԱՀՄ), որոնք նախատեսված են դիֆերենցիալ հավասարումների տեսքով ներկայացված մոդելների հետազոտման համար: Սրանք կարող են ունենալ աղմուկի կամ պատահական մեծությունների զեներատորներ: Այս եղանակի կիրառությունը սահմանափակվում է այն էՀՄ-երի հնարավորություններով, որոնցից յուրաքանչյուրը նախատեսված է որոշակի դասի մոդելների ուսումնասիրության համար: Անալոգային եղանակի հնարավորությունները զգալիորեն ավելացան՝ շնորհիվ անալոգային և թվային մեքենաների համակցման (հիբրիդային հաշվողական համակարգեր՝ ՀՀՀՀ): Հիբրիդային մոդելավորման եղանակը նկատելիորեն ընդլայնել է ապարատային եղանակի կիրառության ոլորտը և այժմ հաջողությամբ օգտագործվում է որոշակի դասի բարդ համակարգերի մոդելավորման ժամանակ:

- *Նմանակային մոդելավորման եղանակ:* Չնայած մասնագիտական գրականության մեջ այս և նախորդ եղանակները ներկայացվում են որպես մոդելների հետազոտման եղանակներ, ավելի ճիշտ կլիներ դրանք դիտել իբրև մաթեմատիկական մոդելավորման եղանակներ: Նմանակային մոդելավորման հիմնական եղանակները երկուսն են: Առաջինի դեպքում կառուցված վերլուծական մոդելը անմիջականորեն նմանակվում է էՀՄ-ով հատուկ մոդելավորող ալգորիթի օգնությամբ: Երկրորդ եղանակի կիրառության դեպքում վերլուծական մոդելի փոխարեն կառուցվում է լրիվ մոդ նմանակային մոդել, որի վերլուծական նկարագրությունը, ամբողջությամբ վերցրած, պարտադիր չէ ունենալ:

ԲԱԺԻՆ 3. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐԸ

Ինչպես հայտնի է, օբյեկտի մաթեմատիկական մոդելի կառուցումը ընթանում է հետևյալ հաջորդականությամբ՝

- օբյեկտի բառացի նկարագրության կազմում,
- օբյեկտի գործունեության գործընթացի ձևայնացում (մաթեմատիկական սխեմայի կառուցում),
- մաթեմատիկական նկարագրության կամ մոդելի կառուցում:

Այսպիսով, ընդհանուր դեպքում օբյեկտի բառացի նկարագրություներից անցումը նրա մաթեմատիկական մոդելին իրականացվում է մաթեմատիկական սխեմայի օգնությամբ:

Մաթեմատիկական սխեման ընդհանրացված, խիստ վերացական մաթեմատիկական մոդել է, որն օգտագործվում է որոշակի դասի օբյեկտների մաթեմատիկական նկարագրության համար: Մաթեմատիկական սխեմայի հասկացության ներմուծումը թույլ է տալիս դիտել մաթեմատիկան ոչ թե որպես հաշվարկի, այլ որպես մտածողության և գաղափարների ձևակերպման ու երևույթների մաթեմատիկական նկարագրության միջոց:

Մաթեմատիկական սխեմայի ընտրությունը կախված է ինչպես օբյեկտի գործունեության գործընթացի առանձնահատկություններից և մոդելավորման նպատակներից, այնպես էլ մոդելի համարժեքության պահանջվող աստիճանից: Ինչպես մշել ենք, ընդհանուր դեպքում օբյեկտի մաթեմատիկական մոդելը ներկայացվում է հետևյալ յոթ-նյակով՝ $\langle T, X, Y, Z, B, H, G \rangle$, որն ամենաընդհանուր տեսքի մաթեմատիկական սխեմա է: Այս սխեման համակարգերի տեսության մեջ հայտնի է որպես լայն իմաստով դինամիկական համակարգ: Նշված սխեմայի գործնական կիրառումը ոչ բոլոր դեպքերում է նպատակահարմար՝ նրա ընդհանրության հետ կապված ավելորդ բարդությունների և անհարմարությունների պատճառով: Գործնականում առավել նպատակահարմար է օգտագործել օբյեկտների տվյալ դասի համար հարմարեցված տիպային մաթեմատիկական սխեմաներ, որոնք վերը մշված սխեմայի մասնավոր դեպքերն են: Ներկայումս հայտնի բոլոր տիպային սխեմաները կարելի դասակարգել հետևյալ կերպ.

1. Ստատիկական,
2. Անընդհատ դետերմինացված,
3. Ընդհատ դետերմինացված,
4. Ընդհատ հավանականային,
5. Անընդհատ հավանականային,

6.Ընդհանրացված (ագրեգատներ և ագրեգատիվ համակարգեր) սխեմաներ:

Նշված սխեմաների օգտագործմամբ մոդելների կառուցման ժամանակ կիրառվող մոտեցումները կրում են համապատասխան անվանումները:

Ծանոթանա՞նք նշված սխեմաներից յուրաքանչյուրին և նրանց կիրառությամբ մոդելների կառուցման առանձնահատկություններին:

3.1. ՍՏԱՏԻՎԱԿԱՆ (ՌԵԳՐԵՍԻՈՆ) ՍԽԵՄԱՆԵՐ

Փորձնական եղանակով մոդելների կառուցման ժամանակ լայնորեն կիրառվում են մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդները, մասնավորապես, ռեգրեսիոն վերլուծությունը: Այս մեթոդի հիմնական առանձնահատկությունն այն է, որ մոդելի կառուցումը լիովին իրականացվում է միայն հետազոտվող օբյեկտի մուտքային և ելքային փոփոխականների վերաբերյալ փորձնական եղանակով ստացված վիճակագրական տվյալների հիման վրա՝ առանց օբյեկտի ներքին կառուցվածքի և հետազոտվող գործընթացի ֆիզիկաքիմիական բնույթի բացահայտման: Նշված մեթոդով ստացված օբյեկտի ստատիկական մաթեմատիկական նկարագրությունը՝ ռեգրեսիոն մոդելը, օբյեկտի մուտք-ելք պատճառահետևանքային կախվածության (մակրոգործառույթի) մոտարկումն է՝ հանրահաշվական բազմանդամի կամ ավելի բարդ ֆունկցիայի տեսքով:

Քննարկենք առաջին կարգի գծային ռեգրեսիոն մոդելի կառուցման ընթացակարգը:

3.1.1. Առաջին կարգի գծային բազմաչափ ռեգրեսիոն մոդելի կառուցում

Դիցուք հետազոտության օբյեկտը բնութագրվում է $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m$ մուտքային և \tilde{y} ելքային փոփոխականներով: Պահանջվում է օբյեկտի մուտքային և ելքային փոփոխականների $\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi}, y_i) : i = \overline{1, n}\}$ փորձնական արժեքների հիման վրա կառուցել նրա ռեգրեսիոն մոդելը առաջին կարգի գծային բազմանդամի տեսքով:

Նշված մոդելի կառուցման համար անհրաժեշտ է ընդունել հետևյալ ենթադրությունները.

1. Օբյեկտի $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m$ մուտքային փոփոխականները համատեղ նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծություններ են:

2. Օբյեկտի ելքային փոփոխականի կախումը մուտքային փոփոխականներից և $\tilde{\varepsilon}$ պատահական վրդովմունքից ունի հետևյալ տեսքը (տեսական կամ պոստուլացված մոդել)։

$$\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 \tilde{x}_1 + \dots + \beta_m \tilde{x}_m + \tilde{\varepsilon} = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j \tilde{x}_j + \tilde{\varepsilon}, \quad (3.1.1)$$

որտեղ $\tilde{\varepsilon}$ -ը 0 մաթեմատիկական սպասումով և $D_{\varepsilon} = \sigma^2 = \text{const}$ անհայտ դիսպերսիայով նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է։ $\tilde{\varepsilon}$ -ի միջոցով հաշվի են առնվում այն բոլոր ներքին և արտաքին պատահական գործոնները, որոնք մուտքային փոփոխականների հետ համատեղ ազդում են \tilde{y} -ի վրա։

3. $\tilde{\varepsilon}$ պատահական մեծության ցանկացած $\varepsilon_i, \varepsilon_j$ արժեքները միմյանցից վիճակագրորեն անկախ են, և ինչպես այդ արժեքները, այնպես էլ σ^2 -ն, կախված չեն մուտքային փոփոխականներից։

4. Վերը նշված երկու ենթադրություններից անմիջականորեն բխում, որ օբյեկտի ելքային \tilde{y} փոփոխականը նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է, որի պայմանական մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան որոշվում են հետևյալ առնչություններով։

$$M[\tilde{y} / x_1, x_2, \dots, x_m] = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_j, \quad (3.1.2)$$

$$D[\tilde{y} / x_1, x_2, \dots, x_m] = \sigma^2 :$$

(3.1.2) առնչությունը կոչվում է y -ի ռեգրեսիայի տեսական հավասարում (կամ մոդել) x_1, x_2, \dots, x_m մուտքային փոփոխականների նկատմամբ։

Վերոհիշյալ ենթադրությունների իրավացիության դեպքում տեսական ռեգրեսիոն մոդելի կառուցման խնդիրը՝ վիճակագրական տվյալների հիման վրա ամենափոքր քառակուսիների չափանիշով $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ գործակիցների լավագույն գնահատականների որոշումն է։ Դրված խնդրի վերլուծական լուծումը գործնականորեն անհնար է $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{y}$ պատահական մեծությունների համատեղ բաշխման ֆունկցիայի անհայտ լինելու և այդ ֆունկցիայի նորմալ լինելու դեպքում խնդրի նպատակային ֆունկցիայում առկա ինտեգրալների վերլուծական եղանակով որոշման անհնարության պատճառով։ Ուստի սահմանափակ փորձնական տվյալներով հնարավոր է կառուցել միայն մոտավոր՝ էմպիրիկ ռեգրեսիոն մոդելը՝

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{j=1}^m b_j x_j, \quad (3.1.3)$$

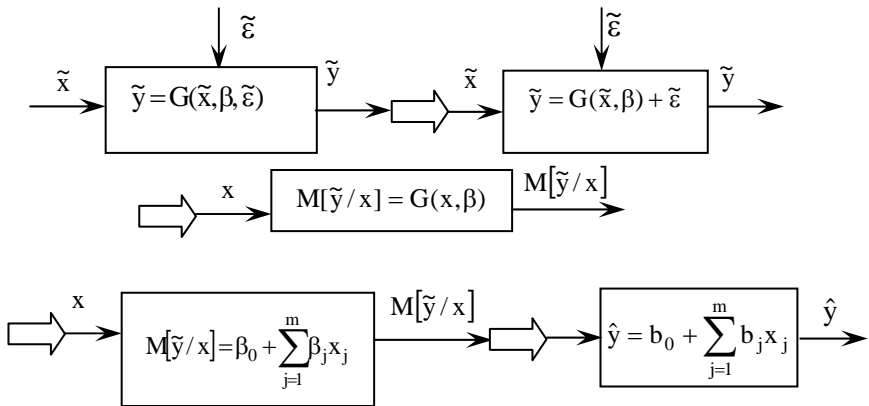
որտեղ՝ b_0, b_1, \dots, b_m գործակիցները համապատասխանաբար՝ $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ պարամետրերի վիճակագրական գնահատականներն են, իսկ \hat{y} -ը՝ $M[\tilde{y}/x_1, x_2, \dots, x_m]$ մեծության վիճակագրական գնահատականն է կամ՝ y -ի կանխագուշակված արժեքը: Փորձնական տվյալների հիման վրա ամենափոքր քառակուսիների մեթոդով ենպիրիկ ռեգրեսիոն մոդելի կառուցման խնդիրը մաթեմատիկորեն կարելի է ձևակերպել այսպես. $\{(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi}, y_i) : i = \overline{1, n}\}$ վիճակագրական ընտրանքի հիման վրա անհրաժեշտ է որոշել b_0, b_1, \dots, b_m գործակիցները այնպիսի արժեքներ, որոնք ապահովում են հետևյալ ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը՝

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_{1i} - \dots - b_m x_{mi})^2 \rightarrow \min_{b_0 b_1 \dots b_m} \quad (3.1.4)$$

Քանի որ (3.1.4) ֆունկցիան կրկնակի անգամ դիֆերենցելի է ըստ որոնվող գործակիցների, ուստի առաջադրված խնդիրը կարելի է լուծել էքստրեմումի որոնման ուղղակի եղանակով: Այդ դեպքում անհրաժեշտ է ածանցել (3.1.4) արտահայտությունը ըստ որոնվող b_0, b_1, \dots, b_m գործակիցների, հավասարեցնել դրանցից յուրաքանչյուրը զրոյի, այնուհետև լուծել ստացված $(m+1)$ հավասարումներից բաղկացած հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial b_0} = 0 \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial b_1} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial b_m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) = 0 \\ -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) x_{1i} = 0 \\ \dots \\ -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) x_{mi} = 0 \end{cases} \quad (3.1.5)$$

Օբյեկտի ձևայնացման ընթացքը պատկերված է նկ. 3.1.1-ում:



Նկ.3.1.1 Ռեգրեսիոն մոդելի տեսքով օբյեկտի ձևայնացման ընթացքը

Ինչպես ցույց է տրված Գաուս-Մարկովի թեորեմում, ամենափոքր քառակուսիների մեթոդով որոշված $b_j(j = \overline{0, m})$ գնահատականներն օժտված են լիարժեք վիճակագրական գնահատականներին բնորոշ հետևյալ հատկություններով.

1. $b_j(j = \overline{0, m})$ գործակիցները համապատասխանաբար $\beta_j(j = \overline{0, m})$ գործակիցների չշեղված գնահատականներն են: Դա նշանակում է, որ $\{x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi}, y_i\}$ ընտրանքի ցանկացած ծավալի դեպքում $M[b_j] = \beta_j(j = \overline{0, m})$:

2. $b_j(j = \overline{0, m})$ գործակիցները համապատասխանաբար $\beta_j(j = \overline{0, m})$ գործակիցների արդյունավետ գնահատականներն են, այսինքն՝ բոլոր հնարավոր չափանիշներով որոշված գնահատականների համեմատ ամենափոքր քառակուսիների չափանիշով որոշված գնահատականներն ունեն ամենափոքր դիսպերսիաները:

3. $b_j(j = \overline{0, m})$ գործակիցները համապատասխանաբար $\beta_j(j = \overline{0, m})$ գործակիցների կարողունակ գնահատականներն են, այսինքն՝

$$\left(\forall_j \right) \lim_{n \rightarrow \infty} p\{|b_j - \beta_j| < \delta\} = 1,$$

որտեղ δ -ն ցանկացած դրական անվերջ փոքր մեծություն է:

Սովորաբար ռեգրեսիոն մոդելի մուտքային և ելքային փոփոխականներն ունենում են տարբեր ֆիզիկական բնույթ, հետևապես և տար-

բեր չափողականություններ: Խնդիրը էՅՄ-ով լուծելու դեպքում այն առաջացնում է լուրջ դժվարություններ՝ կապված (3.1.5) նորմալ հավասարումների համակարգի գործակիցների մատրիցի թույլ պայմանավորվածության հետ: Այդպիսի մատրիցի դետերմինանտը, որը հանդես է գալիս որպես բաժանարար, հաշվարկում օգտագործվող մյուս թվերի համեմատ չափազանց փոքր մեծություն է, ինչը խիստ դժվարացնում, իսկ որոշ դեպքերում անհնար է դարձնում քոնփյուրների օգնությամբ հիշյալ համակարգի լուծումը:

3.1.2. Չափակարգված փոփոխականներով ռեգրեսիոն մոդելի կառուցում

Ռեգրեսիոն մոդելի կառուցման ժամանակ 3.1.1 կետում նշված դժվարությունների հաղթահարման նպատակով սովորական փոփոխականներից անցնում են չափակարգված փոփոխականներին, որոնք համաչափելի են միմյանց հետ և հնարավորություն են ընձեռում (3.1.5) համակարգը ներկայացնել հաշվողական տեսակետից առավել հարմար կորելյացիայի գործակիցների միջոցով: Հիշենք, որ չափակարգված պատահական մեծությունը սկզբնական պատահական մեծության ու նրա մաթեմատիկական սպասման տարբերության հարաբերությունն է միջին քառակուսային շեղմանը: Ուստի չափակարգված մեծության մաթեմատիկական սպասումը հավասար է 0-ի, իսկ միջին քառակուսային շեղումը՝ 1-ի:

Չափակարգված փոփոխականներին անցնելու նպատակով դիտարկենք (3.1.1) պոստուլացված մոդելը: Ակնհայտ է, որ համաձայն ընդունված ենթադրությունների՝

$$M[\tilde{y}] = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j M[\tilde{x}_j]: \quad (3.1.6)$$

Այստեղից որոշենք β_0 -ն և տեղադրելով (3.1.1) հավասարման մեջ՝ կստանանք՝

$$\tilde{y} = M[\tilde{y}] - \sum_{j=1}^m \beta_j M[\tilde{x}_j] + \sum_{j=1}^m \beta_j \tilde{x}_j + \tilde{\varepsilon}:$$

Ստացված հավասարման բոլոր անդամները բաժանենք \tilde{y} -ի միջին քառակուսային շեղման՝ σ_0 -ի, որից հետո հավասարման աջ մասի գումարի յուրաքանչյուր j -րդ անդամը, բացի $\tilde{\varepsilon}$ -ից, բազմապատկենք σ_j -ով և բաժանենք նրան (σ_j -ն x_j -ի միջին քառակուսային շեղումն է)։

$$\frac{\tilde{y} - M[\tilde{y}]}{\sigma_0} = \sum_{j=1}^m \beta_j \frac{\sigma_j}{\sigma_0} \left(\frac{\tilde{x}_j - M[\tilde{x}_j]}{\sigma_j} \right) + \frac{\tilde{\varepsilon}}{\sigma_0} :$$

Կատարելով հետևյալ նշանակումները.

$$\tilde{y} = \frac{\tilde{y} - M[\tilde{y}]}{\sigma_0}; \tilde{x} = \frac{\tilde{x}_j - M[\tilde{x}_j]}{\sigma_j}; \alpha_j = \beta_j \frac{\sigma_j}{\sigma_0},$$

կստանանք չափակարգված պոստուլացված մոդելը՝

$$\tilde{y} = \sum_{j=1}^m \alpha_j \tilde{x}_j + \frac{\tilde{\varepsilon}}{\sigma_0} :$$

Համապատասխանաբար, չափակարգված տեսական ռեգրեսիոն մոդելը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$M[\tilde{y}/\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m] = \sum_{j=1}^m \alpha_j \tilde{x}_j, \quad (3.1.7)$$

Ամենափոքր քառակուսիների չափանիշով $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j$ գործակիցները որոշվում են հետևյալ պայմանից.

$$[\tilde{\varepsilon}^2] = \sigma_0^2 M \left[\left(\tilde{y} - \sum_{j=1}^m \alpha_j \tilde{x}_j \right)^2 \right] \rightarrow \min_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m}, \quad (3.1.8)$$

Այս խնդրի, որը համարժեք է նախկինում առաջադրված խնդրին, լուծումը վերլուծական եղանակով գործնականորեն անհնար է: Ուստի փորձնական տվյալների հիման վրա կարելի է կառուցել բազմաչափ զծային չափակարգված էմպիրիկ մոդելը՝

$$\hat{\tilde{y}} = \sum_{j=1}^m \hat{\alpha}_j \tilde{x}_j, \quad (3.1.9)$$

որտեղ՝ $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_m$ ընտրանքային գործակիցները $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j$ գործակիցների վիճակագրական գնահատականներն են: (3.1.9) հավասարման մեջ $\hat{\tilde{y}}$ -ը տեսական ռեգրեսիոն մոդելի $M[y/x_1, x_2, \dots, x_m]$ ելքային փոփոխականի վիճակագրական գնահատականն է: Յուրաքանչյուր α_j գործակցի նշանը ցույց է տալիս x_j փոփոխականի ազդեցության ուղղությունը, իսկ $|\alpha_j|$ -ն՝ ելքային փոփոխականի վրա նրա ազդեցության չափը:

Համաձայն (3.1.9) առնչության, ամենափոքր քառակուսիների չափանիշով ռեգրեսիայի էմպիրիկ չափակարգված մոդելի կառուցման խնդիրը հանգում է $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_m$ գործակիցների այնպիսի արժեքների որոշմանը, որոնք ապահովում են հետևյալ ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը.

$$\sum_{i=1}^n \dot{\epsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^n (\dot{y}_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\dot{y}_i - \sum_{j=1}^m \hat{\alpha}_j \dot{x}_{ji})^2 \rightarrow \min_{\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_m}, \quad (3.1.10)$$

Այստեղ՝
$$\dot{y}_i = \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}_0}; \quad \dot{x}_{ji} = \frac{\dot{x}_{ji} - \bar{x}}{\hat{\sigma}_j}, \quad (3.1.11)$$

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ji}}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (3.1.12)$$

$$\hat{\sigma}_0 = \hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad (3.1.13)$$

$$\hat{\sigma}_j = \hat{\sigma}_{x_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2}{n-1}}, \quad (3.1.14)$$

$$\hat{\alpha}_j = b_j \frac{\hat{\sigma}_j}{\hat{\sigma}_0}: \quad (3.1.15)$$

Քանի որ (3.1.10) ֆունկցիան անընդհատ է և կրկնակի անգամ դիֆերենցելի ըստ $\hat{\alpha}_j (j = \overline{1, m})$, գործակիցների, դրված խնդրի լուծումը հանգում է հետևյալ գծային նորմալ հավասարումների համակարգի լուծմանը.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^2}{\partial \hat{\alpha}_1} = 0 \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^2}{\partial \hat{\alpha}_2} = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n \dot{e}_i^2}{\partial \hat{\alpha}_m} = 0 \end{array} \right. \quad (3.1.16)$$

Պարզեցնենք (3.1.16) համակարգի ցանկացած j -րդ հավասարումը.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sum_{i=1}^n (\dot{y}_i - \hat{\alpha}_1 \dot{x}_{1i} - \hat{\alpha}_2 \dot{x}_{2i} - \dots - \hat{\alpha}_m \dot{x}_{mi})^2}{\partial \hat{\alpha}_j} = 0 \Rightarrow \\ & -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\alpha}_1 \dot{x}_{1i} - \hat{\alpha}_2 \dot{x}_{2i} - \dots - \hat{\alpha}_m \dot{x}_{mi}) x_{ji} = 0 \Rightarrow \\ & \hat{\alpha}_1 \sum_{i=1}^n \dot{x}_{1i} \cdot \dot{x}_{ji} + \hat{\alpha}_2 \sum_{i=1}^n \dot{x}_{2i} \cdot \dot{x}_{ji} + \dots + \hat{\alpha}_m \sum_{i=1}^n \dot{x}_{mi} \cdot \dot{x}_{ji} = \sum_{i=1}^n \dot{y}_i \cdot \dot{x}_{ji} \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

Բաժանելով (3.1.17) հավասարման բոլոր անդամները $(n-1)$ -ի՝ կստանանք. $\hat{\alpha}_1 \hat{r}_{1j} + \hat{\alpha}_2 \hat{r}_{2j} + \dots + \hat{\alpha}_j \hat{r}_{jj} + \dots + \alpha_m \hat{r}_{mj} = \hat{r}_{0j}$, (3.1.18)

որտեղ՝ \hat{r}_{jl} -ը, \hat{r}_{0j} -ն համապատասխանաբար կորելյացիայի ընտրանքային գործակիցներն են x_j և x_1 , x_j և y փոփոխականների միջև, որոնք որոշվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$\hat{r}_{jl} = \hat{r}_{lj} = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{x}_{ji} \dot{x}_{li}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)(x_{li} - \bar{x}_l)}{(n-1)\hat{\sigma}_l \hat{\sigma}_j}, \quad (3.1.19)$$

$$\hat{r}_{0j} = \hat{r}_{j0} = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{y}_i \dot{x}_{ji}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_j)(x_{ji} - \bar{x}_j)}{(n-1)\hat{\sigma}_0 \hat{\sigma}_j} :$$

Համանմանորեն պարզեցնելով (3.1.16) համակարգի մյուս հավասարումները և հաշվի առնելով, որ $\hat{r}_{jj} = 1$, կստանանք հետևյալ նորմալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 \hat{r}_{12} + \dots + \hat{\alpha}_m \hat{r}_{1m} = \hat{r}_{01}, \\ \hat{\alpha}_1 \hat{r}_{21} + \hat{\alpha}_2 + \dots + \hat{\alpha}_m \hat{r}_{2m} = \hat{r}_{02}, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \hat{\alpha}_1 \hat{r}_{m1} + \hat{\alpha}_2 \hat{r}_{m2} + \dots + \hat{\alpha}_m = \hat{r}_{0m} : \end{cases} \quad (3.1.20)$$

Մատրիցային տեսքով (3.1.20) համակարգը կներկայացվի այսպես.

$$R\hat{\alpha} = R_0, \quad (3.1.21)$$

որտեղ՝

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \hat{r}_{12} & \dots & \hat{r}_{1m} \\ \hat{r}_{21} & 1 & \dots & \hat{r}_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{r}_{m1} & \hat{r}_{m2} & \dots & 1 \end{bmatrix}; \quad \hat{\alpha} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \dots \\ \hat{\alpha}_m \end{bmatrix}; \quad R_0 = \begin{bmatrix} \hat{r}_{01} \\ \hat{r}_{02} \\ \dots \\ \hat{r}_{0m} \end{bmatrix} :$$

Ստացված հավասարումների համակարգը կարելի է լուծել հայտնի եղանակներով (Կրամերի, Գաուսի և այլն): Քոնփյուքերի օգնությամբ (3.1.21) համակարգի լուծման գործնական հարմարության տեսանկյունից առավել նպատակահարմար է օգտագործել հակադարձ մատրիցի մեթոդը: Այս մեթոդի էությունն այն է, որ (3.1.21) հավասարման երկու մասերը բազմապատկվում են R կորեկացիոն մատրիցի հակադարձ R^{-1} մատրիցով.

$$(R^{-1}R)\hat{\alpha} = R^{-1}R_0: \quad (3.1.22)$$

Հաշվի առնելով, որ $R^{-1} \cdot R = 1$, կստանանք՝

$$\hat{\alpha} = R^{-1}R_0, \quad (3.1.23)$$

$$\text{կամ} \quad \hat{\alpha}_j = \sum_{i=1}^m q_{ij} \hat{r}_{0i}, \quad (3.1.24)$$

որտեղ՝ $q_{ij} = \frac{A_{ij}}{\det[R]} = \frac{M_{ij}(-1)^{i+j}}{\det[R]}$ (A_{ij} և M_{ij} համապատասխանաբար R մատրիցի $\hat{r}_{i,j}$ տարրի հանրահաշվական լրացումն ու մինորն են):

Գործնականում լայն կիրառություն է գտել գծային հավասարումների համակարգի լուծման Գաուսի ձևափոխված մեթոդը, որը հիմնված է ընդլայնված կորելյացիոն մատրիցի օգտագործման վրա: Այդ մատրիցն ունի հետևյալ կառուցվածքը.

$$R^* = \begin{bmatrix} 1 & R_0^T \\ R_0 & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{r}_{01} & \dots & \hat{r}_{0m} \\ \hat{r}_{10} & 1 & \dots & \hat{r}_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{r}_{m0} & \hat{r}_{m1} & \dots & 1 \end{bmatrix} :$$

Կատարենք հետևյալ նշանակումը.

$$Q^* = (R^*)^{-1} = \begin{bmatrix} q_{00}^* & q_{01}^* & \dots & q_{0m}^* \\ q_{10}^* & q_{11}^* & \dots & q_{1m}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{m0}^* & q_{m1}^* & \dots & q_{mm}^* \end{bmatrix} \quad (3.1.25)$$

Ինչպես ցույց է տրված մասնագիտական գրականության մեջ, (3.1.23) հավասարման արձատները որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{\alpha}_j = -\frac{q_{0j}^*}{q_{00}^*} = -\frac{A_{0j}^*}{A_{00}^*} = -\frac{M_{0j}^*}{M_{00}^*}(-1)^j, \quad (3.1.26)$$

որտեղ՝ $A_{0j}^*, A_{00}^*, M_{0j}^*, M_{00}^*$ մեծությունները R^* մատրիցի համապատասխան տարրերի հանրահաշվական լրացումները և մինորներն են:

Լուծելով (3.1.20) համակարգը (3.1.26) բանաձևով, այնուհետև (3.1.6) և (3.1.15) առնչություններից կարելի է որոշել ռեգրեսիայի բնական գործակիցները՝ հետևյալ բանաձևերով.

$$b_j = \hat{\alpha}_j \frac{\hat{\sigma}_0}{\hat{\sigma}_j}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (3.1.27)$$

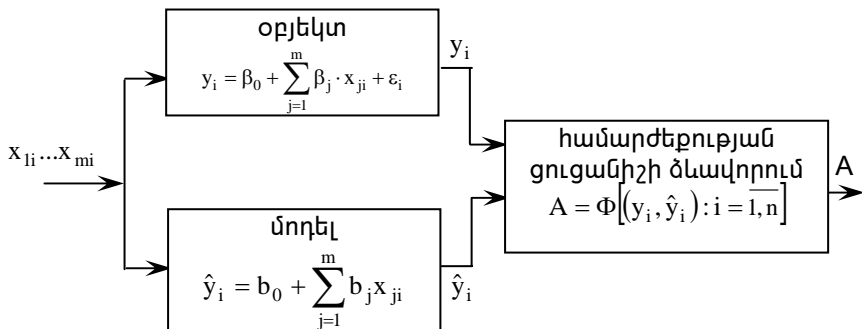
$$b_0 = \bar{y} - \sum_{i=1}^m b_i \bar{x}_i : \quad (3.1.28)$$

Այսպիսով, առաջին կարգի բազմաչափ գծային ռեգրեսիոն մոդելի կառուցումը հանգում է հետևյալին.

- մոդելի մուտքային և ելքային փոփոխականների մաթեմատիկական սպասումների վիճակագրական գնահատականների հաշվարկում (3.1.12) բանաձևերով,
- մուտքային և ելքային փոփոխականների միջին քառակուսային շեղումների գնահատականների հաշվարկում (3.1.13) և (3.1.14) բանաձևերով:
- R^* կորելյացիոն մատրիցի տարրերի հաշվարկում (3.1.19) բանաձևով:
- Q^* մատրիցի տարրերի հաշվարկում (3.1.25) բանաձևով.
- $\hat{\alpha}_j$ ($j = \overline{1, m}$) գործակիցների հաշվարկում (3.1.26) բանաձևով.
- b_j ($j = \overline{0, m}$) գործակիցների հաշվարկում (3.1.27) և (3.1.28) բանաձևերով:

3.1.3. Ռեգրեսիոն մոդելի համարժեքության և ճշգրտության գնահատում

Ինչպես հայտնի է, մոդելը կառուցվում է որոշակի նպատակով, ուստի նրա համարժեքությունը և հիմնավորվածությունը պետք է գնահատել այդ նպատակի տեսանկյունից: Հիշենք, որ ռեգրեսիոն մոդելի կառուցման բուն նպատակը օբյեկտի մուտք-ելք առնչության (ֆունկցիայի) մոտավոր մաթեմատիկական նկարագրության ստացումն է, որի օգնությամբ օբյեկտի մուտքային փոփոխականի տրված արժեքի դեպքում կանխատեսվում է ելքային փոփոխականի համապատասխան արժեքը: Ուստի՝ մոդելի համարժեքությունը պետք է գնահատել օբյեկտի և մոդելի մուտք-ելք ֆունկցիայի համընկնման տեսանկյունից: Այս մոտեցումը, որը մոդելավորման մեթոդաբանության մեջ հայտնի է պրագմատիստական անվանմամբ, իրականացվում է օբյեկտի և մոդելի մուտքային փոփոխականների միևնույն $\{x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi} : i = \overline{1, n}\}$ արժեքների դեպքում ելքային փոփոխականների փորձնական և հաշվարկային համապատասխան $\{y_i\}$ և $\{\hat{y}_i\}$ արժեքների համեմատման միջոցով:



Նկ.3.1.2. Մոդելի և օբյեկտի համարժեքության գնահատումը

Ընդ որում, համեմատման արդյունքի հիման վրա ռեգրեսիոն մոդելի և օբյեկտի համարժեքության գնահատման համար անհրաժեշտ է ունենալ որոշակի $A = \Phi[(y_i, \hat{y}_i) : i = \overline{1, n}]$ վիճակագրական չափանիշ կամ ցուցանիշ: Որպես այդպիսի պարզագույն ցուցանիշ կարող են ծառայել կանխագուշակման սխալը $|y_i - \hat{y}_i|$ կամ դրա հետ կապված այլ մեծություններ: Սակայն կանխագուշակման սխալի վրա հիմնված ցուցանիշների կիրառումը ոչ բոլոր դեպքերում է նպատակահարմար, թեկուզ նրանց չափակարգված չլինելու պատճառով, որը բացառում է ըստ այդ ցուցանիշների տարբեր մոդելների համեմատումը՝ նրանցից լավագույնը ընտրելու նպատակով: Այդ պատճառով ցանկալի է, որ համարժեքության ցուցանիշն արժեքներ ընդունի միևնույն որոշակի տիրույթից և ունենա հստակ հավանականային իմաստ: Այդպիսի չափանիշի մշակման նպատակով դիտարկենք հետևյալ նույնությունը.

$$y_i - \bar{y} = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}) : \quad (3.1.29)$$

Նույնության երկու մասերը բարձրացնելով քառակուսի և գումարելով ըստ i -ի, $i = \overline{1, n}$, կստանանք.

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) : \quad (3.1.30)$$

Պարզեցնենք նույնության աջ մասի 3-րդ անդամը՝

$$\begin{aligned}
2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) &\Rightarrow 2 \left[-\bar{y} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \cdot \hat{y}_i \right] \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \left[-\bar{y} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \cdot (b_0 + b_1 x_{1i} + \dots + b_m x_{mi}) \right] \Rightarrow \\
&\Rightarrow 2 \left[-\bar{y} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) + b_0 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) + \dots + b_m \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \cdot x_{mi} \right]
\end{aligned}$$

Համաձայն (3.1.5) առնչության, ստացված արտահայտության բոլոր անդամները հավասար են զրոյի: Այսպիսով (3.1.30) նույնությունը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (3.1.31)$$

Այս արտահայտությունն ընդունված է անվանել քառակուսիների գումարի հաշվեկշռի հավասարում:

(3.1.31) արտահայտության մեջ $(y_i - \bar{y})$ -ը օբյեկտի ելքային փոփոխականի i -րդ փորձնական արժեքի և նրա միջինի տարբերությունն է, $(\hat{y}_i - \bar{y})$ -ը մոտեքային փոփոխականի տրված x_i արժեքի դեպքում հաշվարկված մոդելի ելքային փոփոխականի արժեքի և օբյեկտի ելքային փոփոխականի արժեքի տարբերությունն է: Դրան համատասխան (3.1.31) հավասարման անդամներն ընդունված է նշանակել և անվանել հետևյալ կերպ՝

$$SS(0) = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \text{ միջինի նկատմամբ քառակուսիների գումար}$$

կամ ընդհանուր քառակուսիների գումար,

$$SS(R) = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \text{ ռեգրեսիայով պայմանավորված քառակուսիների գումար,}$$

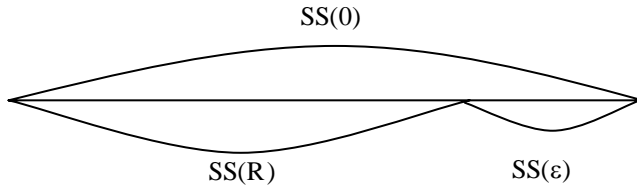
սիների գումար,

$$SS(\varepsilon) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ մնացորդային քառակուսիների գումար կամ}$$

ռեգրեսիայի նկատմամբ քառակուսիների գումար:

Վերջին անդամը բնութագրում է օբյեկտի ելքային փոփոխականի արժեքների (դիտումների) ցրումը ռեգրեսիայի գծի շուրջը:

(3.1.31) առնչությունը երկրաչափորեն կարելի է մեկնաբանել հետևյալ կերպ:



Նկ. 3.1.3 Քառակուսիների գումարի հաշվեկշռի հավասարման երկրաչափական մեկնաբանումը

Նկ. 3.1.3-ից և (3.1.31) առնչությունից ականերև է, որ օբյեկտի և ռեգրեսիոն մոդելի բացարձակ համարժեքության դեպքում, այսինքն, երբ օբյեկտի և մոդելի ելքային փոփոխականների y_i և $\hat{y}_i (i = \overline{1, n})$: բոլոր արժեքները զույգ առ զույգ համընկնում են (երկրաչափորեն սա նշանակում է, որ բոլոր $(x_i, y_i): i = \overline{1, n}$ դիտումները համընկնում են ռեգրեսիայի հավասարումով որոշվող գծի հետ), ապա $SS(0)$ անդամը հավասարվում է $SS(R)$ –ին: Այստեղից հետևում է, որ օբյեկտի ելքային \tilde{y} փոփոխականի ցրումը միջինի շուրջը լիովին պայմանավորված է միայն մուտքային փոփոխականների ազդեցությամբ, ուստի $SS(\varepsilon) = 0$:

Եթե կան դիտումներ, որոնք չեն համընկնում ռեգրեսիայի գծի հետ, ուրեմն՝ օբյեկտի ելքային փոփոխականի վրա, բացի մուտքային փոփոխականներից, ազդում են նաև այլ չվերահսկվող գործոններ, որոնց ազդեցությունը հաշվի է առնվում $\tilde{\varepsilon}$ վրդովող ազդեցության (պատահական վրդովմունքի) միջոցով:

Այդ դեպքում $SS(\varepsilon)$ անդամը, որը բնութագրում է $\tilde{\varepsilon}$ վրդովմունքով պայմանավորված \tilde{y} –ի ցրման մասը, արդեն հավասար չի լինի 0-ի, և հետևապես $SS(R) < SS(0)$:

Ասվածից ականհայտորեն հետևում է, որ ռեգրեսիոն մոդելի և օբյեկտի համարժեքությունը կարելի է բնութագրել հետևյալ հարաբերությամբ՝

$$\hat{R}^2 = \frac{SS(R)}{SS(0)} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.1.32)$$

\hat{R}^2 մեծությունը, որն արժեքներ է ընդունում $[0;1]$ միջակայքից, անվանում են որոշակիության չափ կամ դետերմինացման գործակից: Համաձայն (3.1.32) առնչության, այն ցույց է տալիս, թե միջին արժեքի նկատմամբ \tilde{y} -ի փոփոխության (վարիացիա), որ մասն է պայմանավորված կամ նկարագրվում (բացատրվում) ռեգրեսիոն մոդելով: Բազմաչափ մոդելի դեպքում \hat{R}^2 -ին բնութագրում է օբյեկտի \tilde{y} ելքային փոփոխականի և $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m$ մուտքային փոփոխականների համախմբի միջև գծային հավանականային կամ վիճակագրական կապի սերտության ուժը և կոչվում է բազմակի կորելյացիայի ընտրանքային գործակից: Քանի որ մոդելի ելքային փոփոխականը ֆունկցիոնալ կախվածությամբ կապված է մուտքային փոփոխականների հետ, նշված գործակիցը փաստորեն բանականապես բնութագրում է օբյեկտի \tilde{y} ելքային

փոփոխականի և մոդելի ելքային փոփոխականի՝ $\tilde{\hat{y}} = b_0 + \sum_{j=1}^m b_j \tilde{x}_j$ միջև

կորելյացիան՝ այն պայմանով, որ մոդելի մուտքային փոփոխականներն ընդունում են պատահական արժեքներ.

$$\hat{R}^2 = \hat{r}_{\tilde{y}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m)}^2 = \hat{r}_{y\hat{y}}^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})}{(n-1)\hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_{\hat{y}}} \right]^2 \quad (3.1.33)$$

Դժվար չէ ցույց տալ (3.1.32) և վերջին բանաձևերի համարժեքությունը:

Համաձայն (3.1.33) առնչության, միաչափ մոդելի դեպքում \hat{R}^2 -ին պետք է համընկնի $\hat{r}_{\tilde{x}\tilde{y}}^2$ կորելյացիայի սովորական գործակցի հետ: Իրոք, եթե ձևափոխենք (3.1.32) արտահայտությունը, հաշվի առնելով (3.1.13), (3.1.14) [10]-ի (1.2.5) առնչությունները և $\bar{y} = \bar{\hat{y}}$, կստանանք:

$$\hat{R}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{b_1 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right] \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} =$$

$$= \frac{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \right]^2}{(n-1)^2 \hat{\sigma}_x^2 \hat{\sigma}_y^2} = \hat{r}_{xy}^2 :$$

Ինչպես ցույց է տրված որոշ հեղինակների կողմից, \hat{R}^2 -ին կարելի է հաշվարկել նաև ընդլայնված կորելյացիոն R^* մատրիցին հակադարձ Q^* մատրիցի օգնությամբ հետևյալ բանաձևով.

$$R^2 = 1 - \frac{1}{q_{00}^*} = \sum_{j=1}^m \hat{\alpha}_j \hat{r}_{0j} : \quad (3.1.34)$$

Բազմակի կորելյացիայի գործակիցը հնարավորություն է տալիս նաև որոշել $\tilde{\varepsilon}$ պատահական վրդովմունքի σ^2 դիսպերսիայի $\hat{\sigma}^2$ վիճակագրական գնահատականը (ընտրանքային դիսպերսիան): Հիշենք, որ ցանկացած պատահական մեծության ընտրանքային դիսպերսիան որոշվում է որպես համապատասխան քառակուսիների գումարի և այդ գումարի ազատության աստիճանների թվի, այսինքն՝ քառակուսիների գումարի անկախ անդամների թվի հարաբերություն: Այն որոշվում է որպես տվյալ քառակուսիների գումարը կազմող անդամների ընդհանուր թվի և անհրաժեշտ հաստատունների որոշման նպատակով այդ գումարի վրա դրվող սահմանափակումների թվի տարբերություն: Այսպես, $SS(0)$ քառակուսիների գումարի ազատության աստիճանների թիվը է

$$(n-1) \text{ է, քանի որ } \bar{y} - \text{ի որոշման նպատակով դրվել է } \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) = 0$$

սահմանափակումը: $SS(\varepsilon)$ գումարի վրա b_0, b_1, \dots, b_m գործակիցների որոշման նպատակով դրվել են (3.1.5) հավասարումներով ներկայացված $(m+1)$ սահմանափակումներ, ուստի $SS(\varepsilon)$ -ի ազատության աստիճանների թիվը $(n-m-1)$ է: Քանի որ, համաձայն (3.1.31) առնչության, ազատության աստիճանների թվերի համար տեղի ունի հետևյալ հավասարությունը՝ $n-1 = (n-m-1) + m$, ապա $SS(R)$ -ի ազատության աստիճանների թիվը m է: Այսպիսով, ռեգրեսիայով պայմանավորված դիսպերսիայի՝ $MS(R)$ և σ^2 մնացորդային դիսպերսիայի վիճակագրական գնահատականները կորոշվեն հետևյալ բանաձևերով.

$$\hat{MS}(R) = \frac{SS(R)}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{m}, \quad (3.1.35)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS(\varepsilon)}{n-m-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-m-1} : \quad (3.1.36)$$

Վերջին առնչության մեջ համարիչի փոխարեն տեղադրենք (3.1.31) հաշվեկշռի հավասարումից ստացված հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2,$$

և այն արտահայտենք $\hat{\sigma}_y^2$ -ով և \hat{R}^2 -ով.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 (1 - \hat{R}^2)(n-1)}{(n-m-1)(n-1)} = \frac{(n-1)}{n-m-1} \hat{\sigma}_y^2 (1 - \hat{R}^2) \approx \hat{\sigma}_y^2 (1 - \hat{R}^2): \quad (3.1.37)$$

(3.1.37) առնչությունը ակնհայտորեն հիմնավորում է \hat{R}^2 գործակցի՝ որպես ռեգրեսիոն մոդելի և օբյեկտի համարժեքությունը բնութագրող ցուցանիշի կիրառումը: Այդ առնչությունը կապ է հաստատում ռեգրեսիոն մոդելի ճշգրտության և համարժեքության միջև:

3.1.4. Ռեգրեսիոն մոդելի վիճակագրական նշանակալիության ստուգումը

Քանի որ ռեգրեսիոն մոդելը կառուցվում է $\{(x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{m,i}, y_i) : i = \overline{1, n}\}$ սահմանափակ ծավալով պատահական ընտրանքի հիման վրա, ապա b_1, \dots, b_m , \hat{R}^2 գործակիցները և մյուս բոլոր մեծությունները, որոնք որոշվում են նշված ընտրանքի միջոցով, ևս պատահական են, քանի որ ցանկացած ֆունկցիա պատահական մեծություններից նույնպես պատահական մեծություն է: Այդ դեպքում հնարավոր է, որ մոտաքային և ելքային փոփոխականների միջև իրականում վիճակագրական կախվածություն չլինի, այսինքն՝ $R^2 = 0$ կամ $\beta_j = 0 (j = \overline{1, m})$, բայց ընտրանքի սահմանափակության հետևանքով այդ գործակիցների \hat{R}^2 և $b_j (j = \overline{1, m})$ վիճակագրական գնահատականները պատահականորեն ընդունեն զրոյից տարբեր արժեքներ: Այսպիսով, անհրաժեշտություն է ծագում

պարզել՝ արդյոք նշված գործակիցների զրոյից տարբեր լինելը հետևանք է պատահականության, թե օբյեկտիվ օրինաչափություն է: Այլ կերպ ասած, պետք է ստուգել հետևյալ գիտավարկածը՝ $H_0: R^2 = 0 \Leftrightarrow H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_m = 0$ ընդդեմ $H_0: R^2 \neq 0$ այսինքն՝ ընդդեմ այն այլընտրանքային գիտավարկածի, որ գոնե մի որևիցե β_q գործակից հավասար չէ զրոյի: Այս գիտավարկածի ստուգումը, որն անվանում են ռեգրեսիոն մոդելի վիճակագրական նշանակալիության ստուգում, բնականորեն հանգում է օբյեկտի ելքային փոփոխականի արժեքների՝ մուտքային փոփոխականներով պայմանավորված ցրման, այսինքն՝ ռեգրեսիայով պայմանավորված MS_R դիսպերսիայի և պատահական վրդովմունքով պայմանավորված ցրման՝ σ^2 մնացորդային դիսպերսիայի համեմատմանը: Եթե \hat{MS}_R -ը նշանակալիորեն գերազանցում է $\hat{\sigma}^2$ -ն, ապա H_0 գիտավարկածը հերքվում է, այսինքն՝ ելքային փոփոխականը վիճակագրորեն կախված է գոնե մեկ մուտքային փոփոխականից: Հակառակ դեպքում՝ H_0 գիտավարկածն ընդունվում է: Այստեղ էական է դառնում հետևյալ հարցի լուծումը: Երբ կարելի է ընդունել, որ MS_R -ը ոչ պատահականորեն է գերազանցում է σ^2 մեծությանը: Այլ կերպ ասած, տրված փորձնական տվյալների n թվի դեպքում MS_R -ի վիճակագրական գնահատականի՝ \hat{MS}_R -ի արժեքը, որքանով պետք է գերազանցի σ^2 դիսպերսիայի վիճակագրական գնահատականի $\hat{\sigma}^2$ արժեքը, որպեսզի սխալվելու α հավանականությամբ հնարավոր լինի պնդել, որ իրոք $MS_R > \sigma^2$: Նշված հարցի պարզաբանումը հանգում է \hat{MS}_R և $\hat{\sigma}^2$ ընտրանքային դիսպերսիաների օգնությամբ՝ $H_0: MS_R = \sigma^2$ գիտավարկածի ստուգմանը ընդդեմ $H_0: MS_R > \sigma^2$ այլընտրանքային գիտավարկածի:

Առաջադրված գիտավարկածի ստուգումը հիմնվում է հետևյալի վրա.

Համաձայն մոդելի կառուցման ժամանակ $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m, \tilde{y}, \tilde{\varepsilon}$ մեծությունների բաշխման օրենքների վերաբերյալ արված ենթադրությունների նորմալ են բաշխված նաև $\tilde{y} = b_0 + \sum_{j=1}^m b_j \tilde{x}_j, (\tilde{y} - \bar{y}), (\tilde{y} - \bar{y})$

մեծությունները: Քանի որ, ինչպես հայտնի է հավանականությունների տեսությունից, նորմալ բաշխված պատահական մեծությունների քառա-

կուսիների գումարը ենթարկվում է համապատասխան ազատության աստիճաններով Պիրսոնի χ^2 բաշխման, ապա (3.1.35) և (3.1.36) բանաձևերով որոշվող \hat{MS}_R և $\hat{\sigma}^2$ պատահական մեծություններն ունեն համապատասխանաբար m և $(n-m-1)$ ազատության աստիճաններով χ^2 բաշխում: Այդ դեպքում, համաձայն մաթեմատիկական վիճակագրության հայտնի թեորեմի, (χ^2 բաշխում ունեցող երկու պատահական մեծությունների ընտրանքային դիսպերսիաների հարաբերությունը ենթարկվում է համապատասխան ազատության աստիճաններով Ֆիշերի F -բաշխման) \hat{F} պատահական մեծությունը, որը որոշվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$\begin{aligned}\hat{F} = \frac{\hat{MS}_R}{\hat{\sigma}^2} &= \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 (n-m-1)}{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 m} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 (n-m-1)}{\left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \right] m} = \frac{\hat{R}^2 (n-m-1)}{(1-\hat{R}^2) m},\end{aligned}\quad (3.1.38)$$

ենթարկվում է m և $(n-m-1)$ ազատության աստիճաններով Ֆիշերի բաշխման: Այստեղից էլ հետևում է F -չափանիշի օգնությամբ ռեգրեսիոն մոդելի վիճակագրական նշանակալիության ստուգման հետևյալ ընթացակարգը.

Հաշվարկվում են \hat{R}^2 և \hat{F} մեծությունները (3.1.32) կան (3.1.34) և (3.1.38) բանաձևերով:

Ընտրվում է H_0 գիտավարկածի ընդունման նշանակալիության մակարդակը (սխալի հավանականությունը, այսինքն՝ իրականում ճիշտ H_0 գիտավարկածի հերքման հավանականությունը), որին համապատասխան m և $(n-m-1)$ ազատության աստիճաններով Ֆիշերի բաշխման աղյուսակից α հավանականության համար գտնում են $F_{\omega\eta.} = F_{\alpha}(m, n-m-1)$ քվանտիլը:

Ֆիշերի չափանիշի (3.1.38) բանաձևով հաշված \hat{F} արժեքը համեմատվում է $F_{\alpha n}$ արժեքի հետ և համեմատման արդյունքում կատարվում է հետևյալ եզրահանգումներից որևէ մեկը.

ա) եթե $\hat{F} > F_{\alpha n}$, ապա H_0 գիտավարկածը հերքվում է, այսինքն՝ $\hat{M}S_R > \hat{\sigma}^2$ ($R^2 > 0$) փաստը չի կարելի վերագրել պատահականությանը:

Սա նշանակում է, որ R^2 -ն վիճակագրորեն նշանակալի է, այսինքն՝ ելքային փոփոխականը վիճակագրորեն կախված է առնվազն մեկ մուտքային փոփոխականից (կամ $SS(R)$ -ի ավանդը $SS(0)$ -ում վիճակագրորեն նշանակալի է): Այս դեպքում ասում են, որ մոդելը վիճակագրորեն նշանակալի է, քանի որ այն նշանակալիորեն բացատրում է \bar{y} -ի նկատմամբ \tilde{y} -ի ցրումը:

բ) եթե $\hat{F} \leq F_{\alpha n}$, ապա H_0 գիտավարկածը ընդունվում է, այսինքն՝ իրականում $\hat{M}S_R < \hat{\sigma}^2$ ($R^2 = 0$) և $\hat{M}S_R$ - ի $\hat{\sigma}^2$ -ն գերազանցելը ($R^2 > 0$) զուտ պատահականություն է: Սա նշանակում է, որ \tilde{y} ելքային փոփոխականի ու մուտքային փոփոխականներից և ոչ մեկի միջև վիճակագրական գծային կախում գոյություն չունի, ուստի մոդելը նշանակալիորեն չի բացատրում \tilde{y} -ի ցրումը \bar{y} -ի նկատմամբ: Այս դեպքում ասում են, որ մոդելը վիճակագրորեն նշանակալի չէ, և այն չի կարող օգտագործվել կանխագուշակման և օպտիմալացման նպատակներով:

R^2 գործակցի վիճակագրորեն ոչ նշանակալի լինելը, որը վկայում է ելքային և մուտքային փոփոխականների թույլ գծային հավանականային կախման կամ դրա բացակայության մասին, կարող է հետևանք լինել հետևյալ պատճառների.

1. Մոդելում ելքային փոփոխականի վրա ուժեղ ազդող մուտքային փոփոխականները չեն ընդգրկվել և, ուրեմն, դրանց ազդեցությունը դրսևորվել է $SS(\varepsilon)$ մնացորդային քառակուսիների գումարով: Իսկ ռեգրեսիոն մոդելն արտացոլել է միայն որոշ՝ երկրորդական նշանակություն ունեցող փոփոխականների ազդեցությունը ելքային փոփոխականի վրա, որի հետևանքով $SS(R)$ -ը ստացվել է շատ փոքր: Այդպիսի արդյունք հաճախ ստացվում է բարդ օբյեկտների հետազոտման դեպքում, երբ մուտքային ոչ բոլոր փոփոխականներն են չափումների համար մատչելի: Այդ պատճառով, հնարավոր է, որ առավել կարևոր փոփոխականները դուրս մնան փորձարարի տեսադաշտից:

2. Մոդելն ընդգրկում է բոլոր կարևոր մուտքային փոփոխականները, սակայն չափումները կատարված են զգալի սխալներով, ինչը կհանգեցնի $SS(\varepsilon)$ -ի մեծացմանը և հետևապես՝ $SS(R)$ -ի նվազմանը:

3. Մոդելն ընդգրկում է բոլոր կարևոր մուտքային փոփոխականները, որոնց արժեքները ճշգրտորեն են չափված, սակայն մոդելի կառուցվածքը ճիշտ չի ընտրված: Այդպիսի արդյունք կարող է ստացվել, օրինակ՝ ոչ գծային օբյեկտները առաջին կարգի գծային բազմանդամով նկարագրելու դեպքում:

Անհրաժեշտ է նշել, որ եթե R^2 ոչ նշանակալի լինելը միանգամայն բավարար հիմք է մոդելից հրաժարվելու համար, ապա ինքնին R^2 գործակիցը դեռևս բավարար չէ մոդելի պիտանիությունը որոշելու համար: Որոշ դեպքերում R^2 -ու բավականին մեծ արժեքը կարող է նշանակալի չլինել, իսկ երբեմն էլ նրա փոքր արժեքի դեպքում մոդելը նշանակալի է համարվում: Ինչպես երևում է (3.1.38) առնչությունից, դա մեծապես կախված է ազատության աստիճանների թվից:

3.1.5. Բարձր կարգի և ոչ գծային ռեգրեսիոն մոդելների կառուցումը

Մինչև այժմ քննարկված մոդելները ըստ պարամետրերի գծային առաջին կարգի մոդելներ էին: Քննարկված մեթոդները և ստացված բանաձևերը կարելի է օգտագործել ավելի բարձր կարգի ռեգրեսիոն մոդելների կառուցման դեպքում, եթե հավասարման բարձր կարգի անդամների փոխարեն լրացուցիչ փոփոխականներ մտցնենք:

Ենթադրենք ռեգրեսիայի հավասարումը փնտրվում է

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_{ij} x_i x_j \text{ քառակուսային բազմանդամի տեսքով:}$$

Նշանակելով երկրորդ կարգ պարունակող փոփոխականները լրացուցիչ x_{m+1}, x_{m+2}, \dots փոփոխականներով՝ քառակուսային մոդելը կձևափոխենք առաջին կարգի մոդելի:

Օրինակ, եթե կառուցվելիք մոդելի տեսքը հետևյալն է՝ $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1^2 + b_4 x_1 x_2$, ապա կատարելով նշանակումներ՝ $x_1^2 = x_3$ և $x_1 x_2 = x_4$ կստանանք հետևյալ առաջին կարգի հավասարումը՝ $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$:

Ոչ գծային որոշ տիպի մոդելներ մույնպես հնարավոր է գծայնացնել: Քննարկենք լայն տարածում գտած ոչ գծային հետևյալ մոդելների գծայնացման եղանակները:

ա) Մուլտիպլիկատիվ մոդելներ: Այս մոդելներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y} = b_0 \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot \dots \cdot x_m^{b_m} = b \prod_{i=1}^m x_i^{b_i} :$$

Տրված մոդելը կարելի է գծայնացնել՝ լոգարիթմելով նրա երկու կողմի արտահայտությունները և կատարելով նշանակում՝ $\lg \hat{y} = \hat{y}^*$, $\lg x_i = x_i^*$, $\lg b_0 = b_0^*$,

$$\hat{y}^* = b_0^* + \sum_{i=1}^m b_i x_i^* :$$

բ) Ցուցչային մոդել, որն ունի այսպիսի տեսք.

$$\hat{y} = e^{b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i}$$

Նշանակելով $y^* = \ln \hat{y}$, կստանանք՝ $\hat{y}^* = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i$ գծային

մոդելը:

գ) Հակադարձվող մոդել: Պարզագույն դեպքում այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\hat{y} = \left(b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i \right)^{-1} :$$

Նշանակելով $\hat{y}^* = 1/\hat{y}$, կստանանք՝ $\hat{y}^* = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i$ գծային մոդելը:

Պետք է նկատի ունենալ, որ ոչ գծային մոդելները ձևափոխելուց հետո ստացված գծային մոդելների կառուցման ժամանակ գիտավարկածների ստուգման մեր կողմից քննարկված ընթացակարգի կիրառումը հիմնավորված չէ, քանի որ հավասարման մեջ մասնակցող պատահական մեծությունների բաշխման օրենքները շեղվում են նորմալից:

3.1.6. Լավագույն ռեգրեսիոն մոդելի ընտրության մեթոդները

Ռեգրեսիոն վերլուծության հիմնական խնդիրներից մեկը մոդելի մուտքային փոփոխականների կազմի և ռեգրեսիոն մոդելի տեսքի որո-

շունն է: Այս խնդրի էությունն այն է, որ մի կողմից մոդելի համարժեքությունը ապահովելու նպատակով աշխատում են հնարավորին չափ շատ փոփոխականներ ընդգրկել, մյուս կողմից՝ մեծ թվով փոփոխականներ պարունակող մոդելի կառուցումը և օգտագործումը կապված է մեծ ծախսերի և դժվարությունների հետ: Ներկայում ռեգրեսիոն մոդելների կառուցման ժամանակ կիրառում են մեթոդներ, որոնք հնարավորություն են տալիս փոփոխականների տրված բազմությունից ընտրել կառուցվելիք մոդելի համարժեքության և բարդության փոխզիջման առումով լավագույն փոփոխականների կազմը կամ մոդելի տեսքը: Քննության առնենք լայն տարածում գտած հետևյալ մեթոդները՝

- 1) հնարավոր բոլոր ռեգրեսիաների մեթոդ,
- 2) բացառման մեթոդ,
- 3) ընդգրկման մեթոդ,
- 4) քայլային մեթոդ:

1) *Բոլոր հնարավոր ռեգրեսիաների մեթոդ*: Այս մեթոդի դեպքում քննարկվում են բոլոր հնարավոր մոդելները: Եթե դիտարկվող մուտքային փոփոխականների թիվը m է, ապա հնարավոր ռեգրեսիոն մոդելների քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է $1, 2, \dots, m$ թվով մուտքային փոփոխականներ, 2^m է: Հնարավոր բոլոր մոդելների քննարկման ժամանակ հարմար է դրանք բաժանել առանձին խմբերի, որոնցից յուրաքանչյուրի մեջ մտնում են միևնույն թվով փոփոխականներ պարունակող մոդելները: Հաշվարկվում են $\hat{r}_{i,j}$ ($i, j = \overline{1, m}$) կորելյացիայի գործակիցները: Այնուհետև յուրաքանչյուր խմբից ըստ \hat{R}^2 մեծության առանձնացվում է առաջատար մոդելը և այդ մոդելներից ընտրվում է լավագույնը՝ հաշվի առնելով փոփոխականների մտցրած ավանդի նշանակալիությունը:

Այնուհետև յուրաքանչյուր խմբից ըստ \hat{R}^2 մեծության առանձնացվում է առաջատար մոդելը և այդ մոդելներից ընտրվում է լավագույնը՝ հաշվի առնելով փոփոխականների մտցրած ավանդի նշանակալիությունը:

Օրինակ: Ենթադրենք մոդելի մուտքային փոփոխականների առավելագույն քանակը՝ m -ը չորս է, իսկ n -ը՝ 25: Բոլոր տարբերակները բաժանենք հետևյալ A, B, C, D, E խմբերի և ընտրենք յուրաքանչյուր խմբի առաջատար մոդելը ըստ \hat{R}^2 մեծության (տես աղ. 3.1.1).

Աղյուսակ 3.1.1. Առաջատար մոդելների ընտրումը ըստ \hat{R}^2

	Մոդելի մոտաքային փոփոխականներ	Քննարկվող մոդելների քանակը	Առաջատար մոդելի մոտաքային փոփոխականները	\hat{R}^2 -ի արժեքը առաջատար մոդելի համար
A	0 ($\hat{y} = b_0$)	1	0	0
B	x_i ($i = \overline{1,4}$)	4	x_1	0.675
C	x_i, x_j ($i, j = \overline{1,4}, i \neq j$)	6	(x_1, x_2)	0.979
D	x_i, x_j, x_l ($i, j = \overline{1,4}, i \neq j \neq l$)	4	(x_1, x_2, x_4)	0.98234
E	x_1, x_2, x_3, x_4	1	(x_1, x_2, x_3, x_4)	0.98237

Այնուհետև Ֆիշերի մասնավոր F-չափանիշի միջոցով ($F_{\omega\eta.} = 3,9$) քննարկվում է ամենամեծ չափողականության (քառաչափ) առաջատար մոդելի այն մոտաքային փոփոխականի (x_3) ավանդի վիճակագրական նշանակալիությունը, որը բացակայում է եռաչափ առաջատար մոդելում,

$$\hat{F}_{3/1,2,4} = \frac{(\hat{R}_{1,2,3,4}^2 - \hat{R}_{1,2,4}^2)(n - m - 1)}{1 - \hat{R}_{1,2,3,4}^2} = \frac{0.0003 \cdot 20}{1 - 0.98237} \approx 0.35 :$$

Քանի որ $\hat{F}_{3/1,2,4} < F_{\omega\eta.} = 3.9$, ապա x_3 -ի ավանդը վիճակագրորեն նշանակալի չէ, և x_3 -ը նպատակահարմար չէ պահպանել մոդելում: Այնուհետև ստուգվում է եռաչափ առաջատար մոդելի այն փոփոխականի (x_4) ավանդի վիճակագրական նշանակալիությունը, որը բացակայում է երկչափ առաջատար մոդելում մասնավոր F-չափանիշի միջոցով.

$$\hat{F}_{4/1,2} = \frac{(\hat{R}_{1,2,4}^2 - \hat{R}_{1,2}^2)(n - m - 1)}{1 - \hat{R}_{1,2,4}^2} = \frac{0.00334 \cdot 21}{1 - 0.98234} \approx 3.95 > F_{\omega\eta.} :$$

Քանի որ $\hat{F}_{4/1,2} > F_{\omega\eta.}$, x_4 -ի ավանդը համարվում է նշանակալի և որպես ռեգրեսիոն մոդելի մոտաքային լավագույն փոփոխականներ ընտրվում են՝ x_1 -ը, x_2 -ը և x_4 -ը:

Մեթոդի թերությունը հաշվարկների ծավալի կտրուկ աճն է մուտքային փոփոխականների թվի աճի դեպքում, որի պատճառով կիրառվում է $m \leq 15 - 20$ դեպքում:

1.Բացառման մեթոդ: Այս մեթոդը հնարավորություն է տալիս առանց բոլոր տարբերակները դիտարկելու որոշել մուտքային փոփոխականների լավագույն կազմը (լավագույն մոդելի տեսքը): Մեթոդն իրականացվում է հետևյալ ալգորիթմով.

- Քննարկվում է բոլոր m փոփոխականներ ընդգրկող մոդելը և նրա համար կառուցվում է $R_{1,2,...,m}^*$ մատրիցը:

- Հաշվարկվում է յուրաքանչյուր փոփոխականի ունեցած ավանդի նշանակալիությունը ռեգրեսիայով պայմանավորված քառակուսիների գումարում՝ $SS(R)$ -ում մասնավոր F -չափանիշի օգնությամբ, պայմանով, որ մոդելում այն ընդգրկվում է ամենավերջում: Այդ նպատակով հաշվարկվում են ֆիշերի մասնավոր չափանիշի՝ $\hat{F}_{q/i,j,...,l}(i,j,k,...,l:q=\overline{1,m})$ արժեքները:

- Այդ արժեքներից ընտրվում է ամենափոքրը, որին համապատասխանող փոփոխականը մոդելից բացառվելու ամենահավանական հավակնորդն է՝ $\hat{F}_{l/i,j,...,k} = \min\{\hat{F}_{q/i,k,...,l}: q,i,j,...,l=\overline{1,m}\}$: Ընտրված արժեքը համեմատվում է F -չափանիշի աղյուսակային արժեքի՝ $F_{\omega_l} = F_{1-\alpha}(1;n-m-1)$ հետ: Եթե $\hat{F}_l \geq F_{\omega_l}$, ապա x_l որպես լավագույն մուտքային փոփոխականներ ընտրվում են բոլոր m փոփոխականները: Եթե $\hat{F}_l < F_{\omega_l}$, ապա x_l փոփոխականի ավանդը համարվում է ոչ նշանակալի և այն բացառվում է մոդելից: Այնուհետև նշված գործընթացը կրկնվում է առանց բացառված փոփոխականների՝ մինչև որևիցե քայլում դիտարկվող փոփոխականի չբացառումը կամ էլ բոլոր m փոփոխականների բացառումը:

Այս մեթոդը հարմար է կիրառել այն դեպքերում, երբ փոփոխականների թիվը մեծ է ($m > 40$) և հայտնի է, որ մոդելից բացառվող փոփոխականների քանակը մեծ չէ:

2.Ընդգրկման մեթոդ: Եթե բացառման մեթոդի դեպքում մուտքային փոփոխականների լավագույն կազմի ընտրության գործընթացը սկսվում է լրիվ մոդելի քննարկումից, ապա ընդգրկման մեթոդը սկսվում է միաչափ մոդելի քննարկումից, և յուրաքանչյուր հաջորդ քայլում ընտրվում է հերթական կարևորագույն փոփոխականը, և նրա ավանդի նշանակալի լինելու դեպքում ընդգրկվում է մոդելում: Ընդ որում, բացի

1-ին քայլից, փոփոխականների կարևորությունը որոշվում է մասնավոր կորելյացիայի գործակցի միջոցով: Մեթոդն ընդգրկում է հետևյալ քայլերը.

1-ին քայլ:

Սկզբում ընտրվում է այն փոփոխականը, որի կորելյացիայի գործակցի քառակուսին ելքային փոփոխականի հետ ամենամեծն է՝ $\max_j \{\hat{r}_{0j}^2 : j = \overline{1, m}\}$: Ենթադրենք դա x_1 փոփոխականն է՝ $\max_j \{\hat{r}_{0j}^2\}_1^m = \hat{r}_{01}^2$: $\hat{y} = G_1(x_1)$ միաչափ մոդելի համար հաշվարկվում է F -չափանիշը հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{F}_1 = \frac{\hat{R}_1^2(n-2)}{1 - \hat{R}_1^2}:$$

Այնուհետև ստուգվում է այդ հավասարման վիճակագրական նշանակալիությունը: Եթե այն նշանակալի չէ, այսինքն՝ $\hat{F}_1 < F_{\text{այ}}$. ապա որպես լավագույն մոդել ընտրվում է մուտքային փոփոխականներ չպարունակող $\hat{y} = \bar{y}$ մոդելը: $\hat{F}_1 \geq F_{\text{այ}}$. պայմանի կատարման դեպքում x_1 -ը ընդգրկվում է մոդելում, և անցնում են հաջորդ քայլին:

2-րդ քայլ:

Հաշվարկվում են մասնավոր կորելյացիայի գործակիցների քառակուսիները մնացած փոփոխականներից յուրաքանչյուրի և y -ի միջև այն պայմանով, որ x_1 -ը ընդգրկված է մոդելում հետևյալ բանաձևով՝

$$\hat{r}_{0j,1}^2 = \frac{(q_{0j}^*)^2}{q_{00}^* \cdot q_{jj}^*} (j = \overline{1, m}; j \neq 1), \quad \text{որտեղ} \quad q_{0j}^* - \text{ն}, q_{00}^* - \text{ն} \text{ և } q_{jj}^* - \text{ն} \quad Q^*$$

մատրիցի համապատասխան տարրերն են՝

$$Q^* = (R^*)^{-1} = \left(\begin{pmatrix} 1 & \hat{r}_{01} & \hat{r}_{0j} \\ \hat{r}_{01} & 1 & \hat{r}_{j1} \\ \hat{r}_{0j} & \hat{r}_{01} & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} = \begin{vmatrix} q_{00}^* & q_{01}^* & q_{0j}^* \\ q_{10}^* & q_{11}^* & q_{1j}^* \\ q_{20}^* & q_{21}^* & q_{jj}^* \end{vmatrix}:$$

Այնուհետև որպես մոդելում ընդգրկվելու հավակնորդ ընտրվում է այն փոփոխականը, որի մասնավոր կորելյացիայի գործակիցը ամենամեծն է:

Ենթադրենք, որ դա x_q փոփոխականն է, այսինքն՝ $\max_j \{r_{0j,1}^2\} = \hat{r}_{0q,1}^2$:

Այնուհետև հաշվարկվում է x_q փոփոխականի մտցրած ավանդի նշանակալիությունը մասնավոր F -չափանիշի միջոցով՝

$$\hat{F}_{q/1} = \frac{(R_{1q}^2 - R_1^2)(n-3)}{(1 - R_{1q}^2)} :$$

$\hat{F}_{q/1} < F_{\alpha n}$. պայմանի կատարման դեպքում փոփոխականների ընտրության գործընթացն ավարտվում է, և լավագույն մոտեքային փոփոխական է համարվում նախորդ քայլում ընտրված x_1 փոփոխականը: Այլապես՝ $\hat{F}_{q/1} > F_{\alpha n}$, ապա x_q ընդգրկվում է լավագույն փոփոխականների կազմում և անցում է կատարվում քայլին:

3-րդ քայլ:

Հաշվարկվում են մոդելի մեջ չընդգրկված մոտեքային փոփոխականների և y -ի միջև մասնավոր կորելյացիայի գործակիցների բառակուսիները՝ $\{r_{0j,1q}^2 : j = \overline{1, m}; j \neq 1 \neq q\}$: Ընտրելով այդ գործակիցներից առավելագույնին համապատասխանող մոտեքային փոփոխականը՝ ստուգվում է նրա ունեցած ավանդի նշանակալիությունը: Եթե ավանդը նշանակալի չէ, ապա որպես լավագույն փոփոխականներ վերցնում են նախորդ քայլում ընտրված x_1, x_q փոփոխականները: Հակառակ դեպքում անցնում են հաջորդ քայլին: Նկարագրված ընթացակարգը շարունակվում է մինչև որևիցե քայլում որպես հավակնորդ ընտրված մոտեքային փոփոխականի ավանդը վիճակագրորեն նշանակալի չլինելը, կամ էլ բոլոր m փոփոխականները մոդելում ընդգրկվելը:

3. *Քայլային ռեգրեսիոն մեթոդ*: Այս մեթոդը տարբերվում է ընդգրկման մեթոդից միայն նրանով, որ յուրաքանչյուր քայլում ընտրված փոփոխականի ավանդի վիճակագրական նշանակալիության ստուգումից հետո ստուգվում է նախորդ քայլում մոդել ընդգրկված փոփոխականների ունեցած ավանդի նշանակալիությունը, այն պայմանով, որ դրանք մոդելում ընդգրկվելու են մնացած փոփոխականներից հետո:

Այսպիսով, մեր կողմից քննարկված ռեգրեսիայի լավագույն հավասարման ընտրության մեթոդներից ամենապարզը, որը սակայն հաշվումների մեծ ծավալ է պահանջում, հնարավոր բոլոր ռեգրեսիաների մեթոդն է: Այն ապահովում է լավագույն մոդելի ընտրությունը: Նշված թրոթություններից գերծ է բացառման մեթոդը, որը հարմար է կիրառել այն դեպքում, երբ բացառվող փոփոխականների թիվը փոքր է: Որպես

մեթոդի թերությունն նշվում է այն հանգամանքը, որ եթե R^* մատրիցը վատ է պայմանավորված, ապա կարող են ստացվել անմիտ արդյունքներ: Հաջորդ մեթոդը՝ ընդգրկման մեթոդը, հաշվողական տեսակետից ավելի ձեռնտու է, քան նախորդը և խորհուրդ է տրվում կիրառել այն դեպքերում, երբ քննարկվող փոփոխականների զգալի մասը մոդելում չի ընդգրկվելու: Մեթոդի հիմնական թերությունն է համարվում այն, որ ի տարբերություն քայլային ռեգրեսիոն մեթոդի, հերթական փոփոխականի ընդգրկումից հետո չի ստուգվում նախկինում մոդել մտցված փոփոխականի ավանդի նշանակալիությունը, եթե այն մտցվի ամենավերջում:

Քայլային ռեգրեսիոն մեթոդը քննարկված մեթոդներից լավագույնն է համարվում: Որպես թերությունն նշում են այդ մեթոդի ծրագրային իրականացման բարդությունը:

3.2. ԱՆՆՆԴՅԱՏ ԴԵՏԵՐՄԻՆԱՑՎԱԾ ՍԽԵՄԱՆԵՐ

Գոյություն ունի իրական օբյեկտների մի մեծ դաս, որոնց գործունեության պահերի բազմությունը՝ T -ն, անընդհատ է: Այդպիսի օբյեկտների վիճակը կամ ելքային փոփոխականը ժամանակի ընթացքում փոխվում է անընդհատորեն: Նշված օբյեկտների մաթեմատիկական մոդելների կառուցման ժամանակ հարմար է օգտագործել անընդհատ դետերմինացված սխեմաները: Սրանցից ամենատարածվածները սովորական և մասնակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումներն են, որոնք համակարգերի տեսության մեջ կոչվում են նեղ իմաստով դինամիկական համակարգ: Նշված հավասարումները ներկայացվում են հետևյալ տեսքերից որևէ մեկով.

$$y'(t) = \Phi[y(t), t], \quad (3.2.1)$$

$$y''(t) = \Phi[y'(t), y(t), t], \quad (3.2.2)$$

$$F[y_{(t)}^{(k)}, y_{(t)}^{(k-1)}, \dots, y(t), x_{(t)}^{(m)}, x_{(t)}^{(m-1)}, \dots, x(t)] = 0, \quad (3.2.3)$$

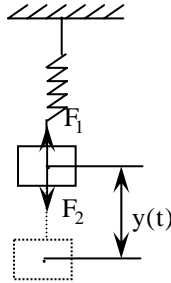
$$z(t) = H[z_0, x(t), t, \beta]: \quad (3.2.4)$$

Դիտարկենք դիֆերենցիալ հավասարումների կիրառությամբ դինամիկական օբյեկտների մաթեմատիկական մոդելի կառուցումը հետևյալ օրինակով:

Դիցուք անհրաժեշտ է կառուցել զսպանակավոր ճոճանակի մաթեմատիկական մոդել, որն ունի m զանգված և զսպանակի կոշտության k գործակիցը: Եթե $y(t)$ -ով նշանակենք ճոճանակի ծանրության կենտրոնի նրա հավասարակշռության դիրքից ունեցած շեղումը ժամանակի

տ պահին, ապա ճոճանակի վրա ազդող ուժերից մեկը փոքր տատանումների դեպքում կորոշվի հետևյալ առնչությամբ.

$$F_1 = -k \cdot y(t) \quad (3.2.5)$$



Նկ. 3.2.1. Ձսպանակավոր ճոճանակի կառուցվածքը

Իսկ ճոճանակի վրա հակառակ ուղղությամբ ազդող մյուս ուժը, ըստ Նյուտոնի 2-րդ օրենքի, կորոշվի հետևյալ առնչությամբ.

$$F_2 = ma, \quad (3.2.6)$$

որտեղ a -ն ճոճանակի զանգվածի արագացումն է:

Քանի որ ժամանակի ցանկացած պահին ճոճանակի վրա ազդող ուժերը միմյանց հավասարակշռում են՝ $F_1 = F_2$, ապա հաշվի առնելով, որ a արագացումը $y(t)$ շեղման երկրորդ կարգի ածանցյալն է ըստ ժամանակի, կարող ենք գրել՝

$$\frac{md^2y(t)}{dt^2} + ky(t) = 0: \quad (3.2.7)$$

Նշանակելով $\frac{k}{m} = \omega^2$, կստանաք ճոճանակի մաթեմատիկական մոդելը երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարման տեսքով.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \omega^2 y(t) = 0, \quad (3.2.8)$$

որը նկարագրում է ժամանակի ընթացքում ճոճանակի վիճակի փոփոխությունը կամ շարժման օրինաչափությունը:

Եթե հավասարակշռության դիրքից ճոճանակի սկզբնական շեղումը $t=0$ պահին նշանակենք $y = y_0$ և $\frac{dy(t)}{dt} = \dot{y}_0$, ապա (3.2.8) հա-

վասարման լուծումը նշված սկզբնական պայմանների դեպքում կունենա հետևյալ տեսքը.

$$y(t) = y_0 \cos \omega t + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \cdot \sin \omega t : \quad (3.2.9)$$

Այսպիսով, $y(t)$ ֆունկցիան բացահայտ վերլուծական տեսքով նկարագրում է ժամանակի ընթացքում հավասարակշռության դիրքից ճոճանակի զանգվածի ծանրության կենտրոնի շեղման օրինաչափությունը:

Այժմ ձևափոխենք (3.2.8) դիֆերենցիալ հավասարումով ձևայնացված մոդելը (3.2.4) առնչությամբ նկարագրվող մոդելի՝ ներմուծելով ճոճանակի վիճակի բնութագրեր: Նշանակենք այդ բնութագրերը

$$z_1 = y(t), z_2 = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{dz_1}{dt} :$$

Այդ դեպքում ճոճանակի մաթեմատիկական մոդելը կներկայացվի հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգով՝

$$\begin{cases} \frac{dz_2}{dt} = -\omega^2 z_1, \\ \frac{dz_1}{dt} = z_2 : \end{cases} \quad (3.2.10)$$

Հաշվի առնելով, որ մոդելավորման սկզբնական $t=0$ պահին $z_1 = y_0$, $z_2 = \dot{y}_0$, ճոճանակի մաթեմատիկական մոդելը կներկայացվի հետևյալ բացահայտ վերլուծական տեսքով.

$$\begin{cases} z_1(t) = y_0 \cos \omega t + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \sin \omega t, \end{cases} \quad (3.2.11)$$

$$\begin{cases} z_2(t) = -y_0 \sin \omega t + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \cos \omega t : \end{cases} \quad (3.2.12)$$

Նշանակելով $z(t) = (z_1(t), z_2(t))$, $H = \{H_1, H_2\}$ ճոճանակի մոդելը կներկայացվի հետևյալ տեսքով.

$$z(t) = H[t, z_0, \beta], \quad (3.2.13)$$

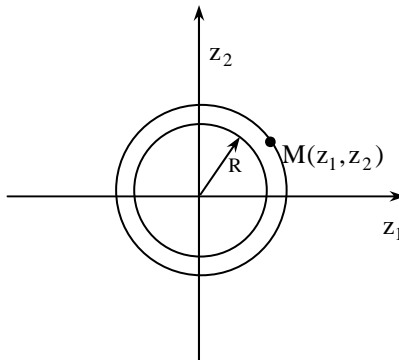
որտեղ $z_0 = (z_{1,0}, z_{2,0}) = (y_0, \dot{y}_0)$ և $\beta = \omega^2$:

$z = (z_1, z_2)$ վեկտորը ժամանակի ընթացքում լիովին բնութագրում է համակարգի վիճակի փոփոխությունը: Այդ պատճառով $z = (z_1, z_2)$ վեկտորը կոչվում է ազատության մեկ աստիճան ունեցող համակարգի վիճակ: Տվյալ համակարգի հնարավոր բոլոր (z_1, z_2) կարգավորյալ զույգերի բազմությունը, որտեղ z_1 -ը և z_2 -ը որոշվում են (3.2.11, 3.2.12)

առնչություններով, կոչվում են համակարգի վիճակների տարածություն: (3.2.11, 3.2.12) հավասարումների համակարգը որոշում է մեկ ազատության աստիճան ունեցող համակարգի շարժումը ժամանակի ընթացքում, իսկ հնարավոր բոլոր t -երի համար $z = (z_1, z_2)$ կարգավորյալ զույգերի համախումբը կոչվում է համակարգի շարժման հետագիծ վիճակների տարածության մեջ: Վիճակների տարածության օգտագործումը դինամիկական համակարգերի նկարագրության նպատակով շատ հարմար է համակարգի վարքի որակական վերլուծության տեսակետից: Իրոք, ընդունելով, որ $\omega = 1$, քառակուսի բարձրացնելով (3.2.11) և (3.2.12) հավասարումների երկու մասերը ու միմյանց գումարելով հավասարումները, կստանանք՝

$$z_1^2(t) + z_2^2(t) = (y_0)^2 + (\dot{y}_0)^2 = R^2 : \quad (3.2.14)$$

Ստացված առնչությունը R շառավղով շրջանագծի հավասարումն է: Վիճակների տարածության մեջ համակարգի հետագծերը միակենտրոն շրջանագծեր են ($y_0 = 0, \dot{y}_0 = 0$ կենտրոնով): Համակարգի վիճակը արտապատկերող (z_1, z_2) կետը շարժվում է ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ՝ t -ի աճմանը զուգընթաց:



Նկ. 3.2.2. Ճոճանակի շարժման հետագծերը տարբեր սկզբնական պայմանների դեպքում

(3.2.14) առնչությունը նկարագրում է ճոճանակի վիճակը արտապատկերող $z_1(t)$ և $z_2(t)$ կոորդինատներով M կետի շարժման հետագիծը վիճակների տարածության մեջ: Ակնհայտ է, որ դրանք շրջանագծեր են $R = \sqrt{y_0^2 + \dot{y}_0^2}$ շառավղով:

3.3. ԸՆԴՀԱՏ ԴԵՏԵՐՄԻՆԱՑՎԱԾ ՍԽԵՄԱՆԵՐ

Ընդհատ դետերմինացված սխեմաներն օգտագործվում են ոչ պատահական բնույթ ունեցող դինամիկական օբյեկտների մոդելների կառուցման ժամանակ, որոնց գործունեության պահերի բազմությունը ընդհատ բազմություն է: Այս սխեմաների շարքին են դասվում բուլյան, ասույթային ֆունկցիաները, վերջավոր ավտոմատները և վերջավոր տարբերության հավասարումներ: Վերջավոր ավտոմատները լայն տարածում են գտել ԱՀ-ի տարրերի և ենթահամակարգերի մաթեմատիկական մոդելների կառուցման ասպարեզում:

3.3.1. Վերջավոր ավտոմատներ

Վերջավոր ավտոմատը մաթեմատիկական օբյեկտ է, որը նկարագրվում է $\langle T, X, Y, Z, \varphi, \Psi \rangle$ վեցյակով, որտեղ՝ T -ն ավտոմատային ժամանակի պահերի բազմությունն է՝ $T = \{t_0 < t_1 < t_2, \dots\}$, X -ը, Y -ը և Z -ը համապատասխանաբար մուտքային $x(t)$, ելքային $y(t)$ ազդանշանների և ավտոմատի հնարավոր $z(t)$ վիճակների բազմություններն են.

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}, \quad Y = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}, \quad Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}:$$

Վերջավոր ավտոմատը գործում է ավտոմատային ժամանակի t_0, t_1, t_2, \dots պահերին: Ընդ որում, յուրաքանչյուր $t_i \in T$ պահին ավտոմատը գտնվում է հնարավոր վիճակներից որևէ մեկում՝ $z(t_i) \in Z$:

Ժամանակի նախորդ՝ $(t-1)$ պահին $z(t-1)$ վիճակում գտնվող ավտոմատը մուտքային $x(t)$ ազդանշան ստանալու դեպքում գործում է հետևյալ կերպ: Նախ ավտոմատը փոխում է իր վիճակը համաձայն անցումների φ ֆունկցիայի.

$$z(t) = \varphi[z(t-1), x(t)], \quad (3.3.1)$$

Այնուհետև ավտոմատային ժամանակի t պահին ավտոմատն առաքում է ելքային $y(t)$ ազդանշան, որը որոշվում է ելքերի ψ ֆունկցիայով.

$$y(t) = \psi[z(t-1), x(t)]: \quad (3.3.2)$$

Ցանկացած թույլատրելի մուտքային ազդանշան ավտոմատի ելքում առաջացնում է համապատասխան ելքային ազդանշան:

Վերջավոր ավտոմատը կարելի է ներկայացնել անցումների և ելքերի աղյուսակների միջոցով: Օրինակ $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ մուտքային

ազդանշանների, հնարավոր վիճակների $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ և ելքային $Y = \{y_1, y_2\}$ ազդանշանների բազմություններ ունեցող ավտոմատը կարելի է նկարագրել հետևյալ աղյուսակներով.

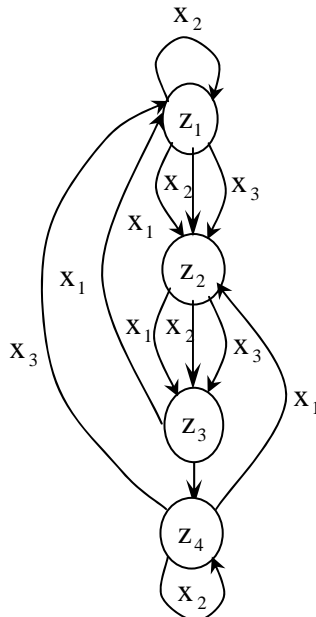
Աղ. 3.3.1. Անցումների ֆունկցիա

x(t)	z(t-1)			
	z ₁	z ₂	z ₃	z ₄
x ₁	z ₂	z ₃	z ₁	z ₂
x ₂	z ₁	z ₁	z ₄	z ₄
x ₃	z ₂	z ₃	z ₂	z ₁

Աղ. 3.3.2. Ելքերի ֆունկցիա

x(t)	z(t-1)			
	z ₁	z ₂	z ₃	z ₄
x ₁	y ₁	y ₂	y ₁	y ₂
x ₂	y ₂	y ₁	y ₂	y ₁
x ₃	y ₁	y ₁	y ₂	y ₂

Ավտոմատը կարող է նկարագրվել նաև ուղղորդված գրաֆի միջոցով, որի գագաթները համապատասխանում են ավտոմատի վիճակներին, իսկ աղեղները ցույց են տալիս մուտքային ազդանշանների ազդեցության տակ մի վիճակից այլ վիճակների անցումը: Օրինակ՝ վերը նկարագրված ավտոմատը կարելի է ներկայացնել հետևյալ գրաֆով.



Նկ. 3.3.1. Ավտոմատի անցումների գրաֆը

Դիտարկված ավտոմատը կոչվում է Միլի ավտոմատ:

Գոյություն ունի ավտոմատ (Մուրի ավտոմատ), որի ելքերի ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝ $y(t) = \psi[z(t)]$: Այս ֆունկցիան կոչվում է ելքերի շեղված ֆունկցիա:

Կան ավտոմատներ, որոնք հիշողություն չունեն (առանց հիշողության կամ կոմբինացիոն սխեմա): Սրանք ունեն ընդամենը մեկ հնարավոր վիճակ: Այսպիսի ավտոմատի ելքային ազդանշանը միարժեքորեն որոշվում է մուտքային ազդանշանի միջոցով՝ համաձայն ելքերի ֆունկցիայի՝ $y(t) = \psi[z(t)]$: Տարբերում են սինքրոն և ասինքրոն ավտոմատներ: Սինքրոն են կոչվում այն ավտոմատները, որոնց գործունեության պահերը t_1, t_2, \dots նախօրոք որոշված են: Ասինքրոն ավտոմատները կարող են մուտքային ազդանշաններ ստանալ ժամանակի կամայական պահերին: Նկատենք, որ այս դեպքում ավտոմատն ավելի ճիշտ կլինի դիտել որպես անընդհատ ժամանակում գործող օբյեկտ:

Ցուցադրենք վերջավոր ասինքրոն ավտոմատի կիրառությունը ավտոբուսի տոմսեր վաճառող ավտոմատ սարքի մոդելի կառուցման օրինակով:

Այդ սարքը կարող է ընդունել 1, 2, 3 և 5 միավոր (ցենտ, կոպեկ) արժողությամբ մետաղադրամներ և եթե դրանց գումարային արժեքը հավասար է կամ գերազանցում է 5-ը, տալիս է մեկ տոմս: Հակառակ դեպքում ավտոմատը տոմս չի տալիս: Դիտարկվող ավտոմատը կարելի է ներկայացնել Միլի վերջավոր ասինքրոն ավտոմատի տեսքով, որը բնութագրվում է $Z = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ հնարավոր վիճակների բազմությամբ, $X = \{1, 2, 3, 5\}$ մուտքային ազդանշանների և $Y = \{0, 1\}$ ելքային ազդանշանների բազմություններով, որտեղ 0-ն համապատասխանում է տոմս չտալու դեպքին, իսկ 1-ը՝ տոմս տալու դեպքին:

Վերոնշյալ ձևայնացման դեպքում ավտոմատի գործունեությունը կներկայացվի հետևյալ աղյուսակներով տրված $\varphi(t)$ և $\Psi(t)$ ֆունկցիաներով.

$x(t)$	$\varphi(t)$ $z(t-1)$				
	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	0
3	3	4	0	0	0
5	0	0	0	0	0

$x(t)$	$\Psi(t)$ $z(t-1)$				
	0	1	2	3	4
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	1
5	1	1	1	1	1

Համաձայն աղյուսակների, $\varphi(t)$ անցումների և $\psi(t)$ ելքերի ֆունկցիաները կներկայացվեն հետևյալ վերլուծական առնչություններով.

$$z(t) = \begin{cases} z(t-1) + x(t), & z(t) < 5, \\ 0, & z(t) \geq 5, \end{cases} \quad (3.3.3)$$

$$y(t) = \left\lfloor \frac{z(t-1) + x(t)}{5} \right\rfloor : \quad (3.3.4)$$

3.3.2. Վերջավոր տարբերության մոդելներ

Գործնականում շատ հաճախ դիֆերենցիալ հավասարումով նկարագրված օբյեկտի գործունեությունը էՀՄ-ով հետազոտելու դեպքում նպատակահարմար է անընդհատ մոդելից անցնել ընդհատ մոդելի:

Այդպիսի մոդելներից է վերջավոր տարբերության հավասարումը, որը ժամանակի բազմության մեջ ընդհատ, իսկ վիճակների բազմության մեջ անընդհատ մաթեմատիկական մոդել է:

Վերջավոր տարբերության հավասարումը, որը ստացվում է դիֆերենցիալ հավասարման մեջ Δt -ի փոխարեն $t_i - t_{i-1}$ տեղադրելով, ընդհանուր դեպքում ունի այսպիսի տեսք .

$$\begin{cases} z(t_i) = \sum_{j=1}^N \alpha_j x(t_{i-j}) + \beta_j z(t_{i-j}), \\ y(t_i) = z(t_i), \end{cases}$$

կամ

$$\begin{cases} z_i = \sum_{j=1}^N \alpha_j x_{i-j} + \beta_j z_{i-j}, \\ y_i = z_i : \end{cases} \quad (3.3.5)$$

որտեղ՝ N -ը կոչվում է վերջավոր տարբերության հավասարման կարգ կամ դինամիկական մոդելի խորություն: Այն բնութագրում է օբյեկտի դինամիզմի աստիճանը՝ այսինքն, ցույց է տալիս, թե օբյեկտի վիճակը ժամանակի t_i պահին մինչև քանի N քայլ առաջ վիճակներից և մուտքային ազդանշաններից է կախված:

Գործնականում վերջավոր տարբերության հավասարումով նկարագրվող օբյեկտի դինամիկական մոդելի կառուցումն իրականացվում է փորձնական եղանակով, որի հիմքում ընկած է հունգարացի մաթեմատիկոս Կալմանի առաջարկած գաղափարը: Մեթոդը հիմնվում է ժա-

մանակի հավասարահեռ $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ վերջավոր պահերին արձանագրված օբյեկտի մուտքային և վիճակի (ելքային) փոփոխականների արժեքների՝ $\{(x_i, z_i): i = \overline{1, n}\}$ ընտրանքի նշակման վրա: Ընդ որում, մեթոդի կիրառման դեպքում մոդելավորվող գործընթացի բնականոն ընթացքը չի խախտվում, քանի որ մոդելի կառուցման համար անհրաժեշտ վիճակագրական տվյալները ստացվում են պասիվ գիտափորձերի՝ դիտումների արդյունքում: Քանի որ մոդելի կառուցումը հիմնվում է փորձնական տվյալների վրա, ուստի (3.3.5) տեսական մոդելի փոխարեն հնարավոր է կառուցել միայն նրա վիճակագրական նմանակը՝ էմպիրիկ մոդելը՝

$$\begin{cases} \hat{z}_i = \sum_{j=1}^N (a_j x_{i-j} + b_j z_{i-j}), \\ \hat{y}_i = \hat{z}_i, \end{cases} \quad (3.3.6)$$

որտեղ՝ a_j -ն և b_j -ն համապատասխանաբար α_j -ի և β_j -ի վիճակագրական գնահատականներն են:

Ինչպես ռեգրեսիոն մոդելի կառուցման ժամանակ, այնպես էլ այս դեպքում $a_j, b_j, j = \overline{1, N}$ գործակիցների արժեքները որոշվում են փոքրագույն քառակուսիների չափանիշով:

Այսպիսով, փորձնական եղանակով վերջավոր տարբերության մոդելի կառուցման խնդիրը մաթեմատիկորեն կծնակերպվի հետևյալ կերպ. օբյեկտի վրա կատարված պասիվ գիտափորձերի (դիտումների) արդյունքում ստացված վիճակագրական տվյալների՝ $\{(x_i, z_i): i = \overline{1, n}\}$ ընտրանքի հիման վրա փոքրագույն քառակուսիների չափանիշով անհրաժեշտ է որոշել $a_j, b_j (j = \overline{1, N})$ գործակիցների այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում կապահովվի հետևյալ նպատակային ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը.

$$\sum_{i=N+1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2 = \sum_{i=N+1}^n \left(z_i - \sum_{j=1}^N (a_j x_{i-j} + b_j z_{i-j}) \right)^2 \rightarrow \min_{a_j, b_j, j=\overline{1, N}} \quad (3.3.7)$$

Վերջավոր տարբերության հավասարումով նկարագրվող օբյեկտի մոդելի կառուցման ժամանակ հնարավոր է երկու դեպք.

ա) N -ը հայտնի է նախկինում կատարված ուսումնասիրություններից,

բ) օբյեկտը հետազոտվում է առաջին անգամ, ուստի N -ի ստույգ արժեքը անհայտ է:

Առաջին դեպքում խնդիրը հանգում է էքստրեմումի որոնման ուղղակի եղանակով (3.3.7) խնդրի լուծմանը՝ հաշվի առնելով, որ (3.3.7) նպատակային ֆունկցիան անընդհատ է և կրկնակի անգամ դիֆերենցելի: Այսինքն՝ անհրաժեշտ է ածանցել (3.3.7) նպատակային ֆունկցիան ըստ $a_j, b_j (j = \overline{1, N})$ գործակիցների, հավասարեցնել մասնակի ածանցյալները 0-ի՝

$$\begin{cases} \frac{\partial \sum_{i=N+1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\partial a_j} = 0 \\ \frac{\partial \sum_{i=N+1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\partial b_j} = 0 \end{cases}$$

և այնուհետև լուծել ստացված $2N$ գծային հավասարումներից բաղկացած համակարգը: Լուծման արդյունքում ստացված $a_j, b_j \quad j = \overline{1, N}$ գործակիցներով, էմպիրիկ մոդելի և օբյեկտի համարժեքության աստիճանը գնահատվում է $\hat{\sigma}_N$ մնացորդային միջին քառակուսային շեղման վիճակագրական գնահատականի միջոցով.

$$\hat{\sigma}_N = \sqrt{\frac{\sum_{i=N+1}^n (\hat{z}_i - z_i)^2}{n - 3N}} : \quad (3.3.8)$$

N -ի անհայտ լինելու դեպքում նրա օպտիմալ արժեքը որոշվում է $\hat{\sigma}_N$ -ի նվազագույն արժեքի ապահովման պայմանից՝ հաջորդական մոտեցումների եղանակով.

1-ին քայլ: Ընդունում ենք $N=1$: Այդ դեպքում էմպիրիկ մոդելը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝ $z_1 = a_1 x_{i-1} + b_1 z_{i-1}$, իսկ նրա կառուցման խնդիրը հանգում է հետևյալին՝

$$\sum_{i=N+1}^N (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1})^2 \rightarrow \min_{a_1, b_1} : \quad (3.3.9)$$

Ածանցելով և 0-ի հավասարեցնելով (3.3.9) նպատակային ֆունկցիան, կստանանք.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sum_{i=N+1}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1})^2}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=N+1}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1}) x_{i-1} = 0, \\ \frac{\partial \sum_{i=N+1}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1})^2}{\partial b_1} = -2 \sum_{i=N+1}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1}) z_{i-1} = 0: \end{array} \right. \quad (3.3.10)$$

(3.3.10) համակարգի լուծման արդյունքում որոշված a_1 և b_1 գործակիցների արժեքների դեպքում (3.3.8) բանաձևով հաշվարկվում է $\hat{\sigma}_1$ -ի արժեքը.

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1})^2}{n-3}} :$$

2-րդ քայլ: Որոշվում են $N=2$ կարգի վերջավոր տարբերության հավասարման գործակիցների արժեքները, որոնք ապահովում են հետևյալ նպատակային ֆունկցիայի նվազագույն արժեքը.

$$\sum_{i=3}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2})^2 \rightarrow \min_{a_1, a_2, b_1, b_2} : \quad (3.3.11)$$

(3.3.11) խնդրի լուծումը հանգում է հետևյալ գծային հավասարումների համակարգի լուծմանը, որոնք ստացվում են (3.3.11) նպատակային ֆունկցիան ըստ a_1, a_2, b_1, b_2 գործակիցների ածանցման և 0-ի հավասարեցման արդյունքում.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \sum_{i=3}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\partial a_1} &= -2 \sum_{i=3}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2}) x_{i-1} = 0, \\ \frac{\partial \sum_{i=3}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\partial a_2} &= -2 \sum_{i=3}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2}) x_{i-2} = 0, \\ \frac{\partial \sum_{i=3}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\partial b_1} &= -2 \sum_{i=3}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2}) z_{i-1} = 0, \\ \frac{\partial \sum_{i=3}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\partial b_2} &= -2 \sum_{i=3}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - a_2 x_{i-2} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2}) z_{i-2} = 0: \end{aligned} \right. \quad (3.3.12)$$

(3.3.12)-ի լուծման արդյունքում ստացված a_1, a_2, b_1, b_2 գործակիցների դեպքում (3.3.8) բանաձևով հաշվարկվում է $\hat{\sigma}_2$ -ը.

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=3}^n (z_i - a_1 x_{i-1} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2})^2}{n-5}}$$

Այնուհետև ստուգվում է $\hat{\sigma}_2 \geq \hat{\sigma}_1$ պայմանը և նրա կատարման դեպքում որպես մոդելի օպտիմալ կարգ ընդունվում է $N=1$ արժեքը: Այլապես՝ $\hat{\sigma}_2 \leq \hat{\sigma}_1$ պայմանի կատարման դեպքում N -ի օպտիմալ արժեքի որոնումը շարունակվում է, և անցնում են $N=3$ դեպքի քննարկմանը:

Նկարագրված ընթացակարգը շարունակվում է մինչև $N_{\text{օպտ}} = k$ այնպիսի արժեքի քննարկումը, որի համար տեղի ունենա $\hat{\sigma}_k \leq \hat{\sigma}_{k+1}$ պայմանը:

3.4. ԸՆԴՀԱՏ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐ

Գոյություն ունեն օբյեկտներ, որոնց վիճակը տվյալ պահին մի-արժեքորեն չի որոշվում նախորդ պահին նրա վիճակով և մուտքային ազդանշանով:

Այդպիսի օբյեկտների վիճակից վիճակ անցումն ունի հավանականային բնույթ, որը պայմանավորված է զանազան պատահական

գործոնների ազդեցությամբ: Նշված դասի օբյեկտների ձևայնացման և մոդելների կառուցման ժամանակ օգտագործվում են վերջավոր հավանականային ավտոմատները և ընդհատ ժամանակով մարկովյան մոդելները:

3.4.1. Հավանականային ավտոմատ

Ընդհանուր դեպքում հավանականային ավտոմատը տրվում է $\langle T, X, Y, Z, P, \tilde{\varphi}, \Psi \rangle$ յոթնյակով, որտեղ՝ $P = \{P(x_k) : k = \overline{1, m}\}$ անցումների հավանականությունների մատրիցների բազմությունն է (m -ը՝ հնարավոր մուտքային ազդանշանների քանակն է), $\tilde{\varphi}$ -ն՝ անցումների պատահական ֆունկցիան է, իսկ φ -ն՝ ելքերի ֆունկցիան է: Յուրաքանչյուր $P(x_k)$ մատրիցի $p_{ij}(x_k)$ տարրը այն բանի հավանականությունն է, որ $(t-1)$ պահին z_i վիճակում գտնվող ավտոմատը t պահին իր մուտքում ստանալով՝ x_k ազդանշան, կանցնի z_j վիճակ: Այսինքն՝

$$p_{ij}(x_k) = P[z(t) = z_j : z(t-1) = z_i \text{ և } x(t) = x_k] \quad (3.4.1)$$

T -ն, X -ը, Y -ը, Z -ը նույն իմաստն ունեն, ինչ որ վերջավոր ավտոմատների դեպքում:

Այս ավտոմատի գործունեությունը, որը կոչվում է պատահական անցումներով ավտոմատ, նկարագրվում է հետևյալ երկու առնչությունների համախմբով.

$$\begin{cases} z(t) = \tilde{\varphi}[z(t-1), x(t)], \\ y(t) = \Psi[z(t-1), x(t)]: \end{cases} \quad (3.4.2)$$

Հավանականային ավտոմատը գործում է հետևյալ կերպ: Դիցուք n հնարավոր վիճակներով ավտոմատը t_0 պահին գտնվում է $z_1 \in Z$ վիճակում և մուտքում $t_1 \in T$ պահին ստանում է $x(t_1) = x_q$ ազդանշան: Ավտոմատի վիճակը ժամանակի t_1 պահին որոշվում է $\tilde{\varphi}$ անցումների պատահական ֆունկցիայի միջոցով հետևյալ կերպ. P անցումների հավանականությունների մատրիցների բազմությունից առանձնացվում է x_q մուտքային ազդանշանին համապատասխանող $P(x_q)$ մատրիցը՝

$$P(x_q) = \begin{vmatrix} p_{11}(x_q) & p_{12}(x_q) \dots & p_{1n}(x_q) \\ p_{21}(x_q) & p_{22}(x_q) \dots & p_{2n}(x_q) \\ p_{l1}(x_q) & p_{l2}(x_q) \dots & p_{ln}(x_q) \\ p_{n1}(x_q) & p_{n2}(x_q) \dots & p_{nn}(x_q) \end{vmatrix} \quad (3.4.3)$$

Այդ մատրիցից ընտրվում է ժամանակի t_0 պահին ավտոմատի z_1 վիճակին համապատասխանող 1-րդ տողը, որը z_1 վիճակում գտնվող ավտոմատի այլ վիճակներ ընկնելու հավանականությունների բաշխումն է: Այնուհետև համաձայն այդ բաշխման իրականացվում է t_1 պահին վիճակից վիճակ անցնելու գործընթացի խաղարկություն: Դիցուք խաղարկության արդյունքում ավտոմատն անցել է $z(t_1) = z_r$ վիճակ: Այդ վիճակի համար Ψ ֆունկցիայի համաձայն որոշվում է t_1 պահին ավտոմատի ելքային $y(t_1)$ ազդանշանը՝

$$y(t_1) = \varphi(z_1, x_q):$$

Այնուհետև անցնում են ավտոմատային ժամանակի հաջորդ՝ t_2 պահի դիտարկմանը: Ենթադրենք այդ պահին ավտոմատի մուտքում ստացվել է $x(t_2) = x_p$ ազդանշանը: Համաձայն այս ազդանշանի համար P բազմությունից ընտրված $P(x_p)$ մատրիցի r տողի, $\tilde{\varphi}$ ֆունկցիան իրականացնում է խաղարկում, որի արդյունքում որոշվում է ավտոմատի վիճակը $z(t_2)$ պահին: Նկարագրված ընթացակարգը կրկնվում է վերջավոր T բազմության բոլոր տարրերի համար:

Տարբերում են նաև ավտոմատներ, որոնց անցման և ելքերի ֆունկցիաները պատահական չեն, բայց ավտոմատի սկզբնական վիճակը՝ $z(t_0)$ պատահական է և որոշվում է՝ p_1, p_2, \dots, p_n հավանականություններով: Այդպիսի ավտոմատը կոչվում է պատահական սկզբնական վիճակով հավանականային ավտոմատ:

Գործնականում կիրառում են գտել նաև ավտոմատներ, որոնց անցման ֆունկցիան ոչ պատահական է, իսկ ելքերի ֆունկցիան հավանականային բնույթ է կրում: Այս ավտոմատը նկարագրվում է հետևյալ առնչությունների համախմբով.

$$\begin{cases} z(t) = \varphi[z(t-1), x(t)], \\ \varphi(t) = \tilde{\Psi}[z(t-1), x(t)]: \end{cases} \quad (3.4.4)$$

Այդպիսի ավտոմատի համար, բացի անցման ֆունկցիայից, տրվում է նաև հետևյալ մատրիցների համախումբը՝

$P^* = \{P^*(x_k) : k = \overline{1, m}\}$, որտեղ՝ $p_{ij}^*(x_k)$ -ն այն բանի հավանականությունն է, որ $(t-1)$ պահին z_i վիճակում գտնվող ավտոմատն իր մուտքում ստանալով x_k ազդանշանը՝ ելքում կձևավորի y_j ելքային ազդանշան, այսինքն՝

$$p_{ij}^*(x_k) = P[y(t) = y_j : z(t-1 = z_1) \text{ և } x(t) = x_k] : \quad (3.4.5)$$

Բացի դիտարկված ավտոմատներից, գոյություն ունեն նաև պատահական անցումներով և պատահական ելքերով ավտոմատներ։ Սրանց տրման համար անհրաժեշտ է տալ P և P^* մատրիցների համախմբերը։ Ընդհատ հավանականային տարածված սխեմաներից են նաև մարկովյան շղթաները։

3.4.2. Ընդհատ ժամանակով մարկովյան մոդելներ

ԱՅ-երի հետազոտման նպատակով օգտագործվող շատ մաթեմատիկական մոդելներ հիմնվում են մարկովյան գործընթացների վրա։

$\tilde{Z}(t)$ հավանականային գործընթացը կոչվում է մարկովյան, եթե t_s պահին z_i վիճակում գտնվող գործընթացի $t > t_s$ պահին z_i վիճակ ընկնելու $p\{t, z_j, t_s, z_i\} = p\{t, j, t_s, i\}$ հավանականությունը կախված չէ մինչև t_s պահը գործընթացի վարքից, այլ կախված է t -ից, z_i, z_j վիճակներից և $\tau = t - t_s$ ժամանակահատվածից։ Այդ պատճառով մարկովյան գործընթացները անվանում են առանց հիշողության կամ հետգործողության բացակայությամբ գործընթացներ։

Եթե մարկովյան գործընթացի $p_{ij}(t, \tau) = p\{t, j, t_s, i\}$ հավանականությունը կախված չէ t -ից՝ $p_{ij}(t, \tau) = p_{ij}(\tau)$, ապա մարկովյան գործընթացը կոչվում է համասեռ կամ ստացիոնար (հաստատված, կայունացված)։

Տարբերվում են անընդհատ և ընդհատ հնարավոր վիճակների Z և ժամանակային պահերի T բազմություններով մարկովյան գործընթացներ։

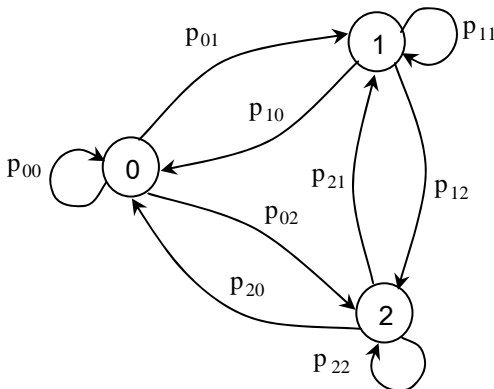
Հնարավոր վիճակների $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_m\} = \{0, 1, 2, \dots, m\}$ ընդհատ բազմությամբ մարկովյան գործընթացները կոչվում են մարկովյան շղթաներ։

Դիտարկենք $T = \{t_0, t_1, \dots, t_n\} = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ընդհատ ժամանակային պահերի և $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_m\}$ վիճակների բազմություններով մարկովյան

շղթան: Եթե շղթայի վիճակի փոփոխության պահերը նշանակենք $n = 1, 2, \dots$ բնական թվերով, իսկ հնարավոր վիճակները՝ $i = 0, 1, 2, \dots, m$ ոչ բացասական ամբողջ թվերով, ապա մարկովյան շղթան կարելի է համարել որոշված, եթե տրված են շղթայի վիճակից վիճակ բոլոր հնարավոր անցումների $p_{ij}(n, n+1) = p\{t_n, z_i, t_{n+1}, z_j\}$ հավանականությունները, որտեղ $p_{ij}(n, n+1)$ -ը $(n+1)$ պահին գործընթացի (շղթայի) j վիճակ ընկնելու հավանականությունն է, այն պայմանով, որ n պահին այն գտնվել է i վիճակում: Եթե անցման հավանականությունները կախված չեն ժամանակից, այլ կախված են միայն i, j վիճակներից և $\tau = t_{n+1} - t_n$ ժամանակահատվածից, ապա կունենանք համասեռ մարկովյան շղթա, որը լիովին որոշվում է շղթայի անցումների հավանականությունների $P = \|p_{ij}\|$ մատրիցով.

$$P = \begin{vmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots & p_{0m} \\ p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m0} & p_{m1} & \dots & p_{mm} \end{vmatrix} : \quad (3.4.6)$$

Մարկովյան շղթան տրվում է նաև անցումների գրաֆով, որի գագաթները համապատասխանում են վիճակներին, իսկ աղեղները՝ վիճակից վիճակ անցումներին (նկ. 3.4.1):



Նկ. 3.4.1. Մարկովյան շղթայի անցումների գրաֆը

Աղեղների վրա նշվում են անցման հավանականությունները կամ ուժգնությունները: Քանի որ մարկովյան շղթայի ցանկացած վիճակից

այլ վիճակներ անցումները կազմում են պատահարների լրիվ խումբ, ապա P մատրիցը հավանականային է, այսինքն՝ մատրիցի ցանկացած i -րդ ($i = \overline{0, m}$) տողի տարրերի գումարը հավասար է 1-ի

$$(\forall i) \sum_{j=0}^m p_{ij} = 1 : \quad (3.4.7)$$

$q_{ij}(n)$ -ով նշանակենք i սկզբնական վիճակով մարկովյան շղթայի j վիճակում գտնվելու հավանականությունը n անցումներից հետո:

Ակնհայտ է, որ այս դեպքում էլ տեղի ունի $(\forall i) \sum_{j=0}^m q_{ij}(n) = 1, (i = \overline{0, m})$:

Եթե հայտնի է n անցումներից հետո գործընթացի վիճակը, ապա $(n+1)$ անցումներից հետո j վիճակում գտնվելու հավանականությունը կորոշվի հետևյալ առնչությամբ.

$$q_j(n+1) = \sum_{i=1}^m q_i(n) \cdot p_{ij}, \quad j = \overline{1, m} : \quad (3.4.8)$$

Այսպիսով, ստացվեց հետևյալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} q_1(n+1) = \sum_{i=1}^m q_i(n) \cdot p_{i1}, \\ q_2(n+1) = \sum_{i=1}^m q_i(n) \cdot p_{i2}, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ q_m(n+1) = \sum_{i=1}^m q_i(n) \cdot p_{im} : \end{cases} \quad (3.4.9)$$

$Q(n)$ -ով նշանակելով $(q_1(n), q_2(n), \dots, q_m(n))$ վեկտորը և օգտվելով վեկտորը մատրիցով բազմապատկելու գործողությունից՝ կստանանք (3.4.9) համակարգի գրառումը վեկտորական տեսքով.

$$Q(n+1) = Q(n) \cdot P :$$

Տեղադրելով n -ի փոխարեն $0, 1, 2, \dots$ արժեքները՝ կստանանք հետևյալ անդրադարձ առնչությունը.

$$q(1) = q(0) \cdot P,$$

$$q(2) = q(1) \cdot P = q(0) \cdot P^2,$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$q(n) = q(n-1) \cdot P = q(0) \cdot P^n,$$

կամ ընդհանուր դեպքում՝

$$Q(n) = Q(0) \cdot P^n : \quad (3.4.10)$$

Ընդհատ ժամանակով մարկովյան շղթաների ուսումնասիրությունը իրականացվում է z -ձևափոխության միջոցով:

3.5. ԱՆԸՆԴՅԱՏ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐ

3.5.1. Անընդհատ ժամանակով մարկովյան մոդելներ

Ի տարբերություն ընդհատ ժամանակով մարկովյան շղթաների, որոնց վիճակից վիճակ անցումները տեղի են ունենում ժամանակի որոշակի, որպես կանոն, հավասարաչափ պահերին, անընդհատ ժամանակով մարկովյան գործընթացի վիճակի փոփոխությունը կարող է տեղի ունենալ ժամանակի ցանկացած պատահական պահերին: Այս դեպքում անցումների հավանականությունների P մատրիցը որոշում է վիճակի փոփոխության գործընթացը $[t, t + \Delta t]$ ժամանակահատվածում:

P մատրիցի p_{ij} տարրը այն բանի հավանականությունն է, որ t պահին i վիճակում գտնվող մարկովյան շղթան $[t, t + \Delta t]$ ժամանակահատվածում կանցնի j վիճակ:

Անընդհատ ժամանակով մարկովյան շղթայի ուսումնասիրության նպատակով կազմվում են Կոլմոգորովի դիֆերենցիալ հավասարումները, որոնց լուծումը հնարավորություն է տալիս որոշել շղթայի վիճակներում գտնվելու անցողիկ և հաստատված (ստացիոնար) հավանականությունները: Կոլմոգորովի հավասարումները կազմվում են հետևյալ կանոնով:

Հավասարման ձախ մասում գրվում է տվյալ վիճակի հավանականության ֆունկցիայի ածանցյալը, իսկ աջ մասում՝ շղթայի բոլոր վիճակների հավանականությունների և համապատասխան վիճակների մտնող և ելնող աղեղների ուժգնությունների արտադրյալների գումարը: Ընդ որում, մտնող աղեղներինը՝ դրական, ելնող աղեղներինը՝ բացասական նշաններով: Քննարկենք օբյեկտի խափանումների և վերականգնումների հավանականային գործընթացի մոդելի կառուցումը անընդհատ ժամանակով մարկովյան շղթայի տեսքով:

Դիցուք օբյեկտի հարևան խափանումների միջև անխափան աշխատանքի ժամանակը և վերականգնման տևողությունը ենթարկվում են ցուցային բաշխման՝ համապատասխանաբար $\lambda = 1/T$ և $\mu = 1/\theta$ պարամետրերով՝ (T -ն և θ -ն օբյեկտի հարևան խափանումների և վերականգնումների միջին ժամանակներն են)։

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (3.5.1)$$

$$G(t) = 1 - e^{-\mu t} : \quad (3.5.2)$$

Ժամանակի ցանկացած պահին օբյեկտը կարող է գտնվել խափանված ($z_1 = 1$) կամ աշխատունակ ($z_2 = 2$) վիճակներից որևէ մեկում։ Որոշենք Δt անվերջ փոքր ժամանակահատվածում օբյեկտի խափանման և վերականգնման հավանականությունները $F(t)$ և $G(t)$ բաշխման ինտեգրալային ֆունկցիաների դեպքում։

$$p_1(t, t + \Delta t) = 1 - e^{-\lambda \Delta t}, \quad (3.5.3)$$

$$p_2(t, t + \Delta t) = 1 - e^{-\mu \Delta t} : \quad (3.5.4)$$

Վերածելով $p_1(t, t + \Delta t)$ և $p_2(t, t + \Delta t)$ ֆունկցիաները թեյլորի շարքի և սահմանափակվելով շարքի առաջին երկու անդամներով, կստանանք.

$$p_1(t, t + \Delta t) = 1 - \left(1 - \lambda \Delta t + \frac{(\lambda \Delta t)^2}{2!} - \frac{(\lambda \Delta t)^3}{3!} \dots \right) \approx \lambda \Delta t,$$

$$p_2(t, t + \Delta t) = 1 - \left(1 - \mu \Delta t + \frac{(\mu \Delta t)^2}{2!} - \frac{(\mu \Delta t)^3}{3!} \dots \right) \approx \mu \Delta t :$$

Այսպիսով, օբյեկտի խափանումների և վերականգնումների գործընթացը ներկայացվել է որպես $Z = \{1, 2\}$ հնարավոր ընդհատ վիճակներով մարկովյան շղթա, որը որոշվում է հետևյալ անցումների հավանականությունների P մատրիցով.

$$P = \|p_{ij}\| = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 - \lambda \Delta t & \lambda \Delta t \\ \mu \Delta t & 1 - \mu \Delta t \end{vmatrix} : \quad (3.5.6)$$

Որոշենք օբյեկտի աշխատունակ և խափանված վիճակում գտնվելու հավանականությունները $(t + \Delta t)$ պահին։

Օբյեկտը $(t + \Delta t)$ պահին աշխատունակ վիճակում կարող է գտնվել հետևյալ դեպքերում.

- H_1 դեպք. օբյեկտը t պահին գտնվել է աշխատունակ վիճակում և $[t, t + \Delta t]$ ժամանակահատվածում չի խափանվել՝
 $p_{H_1} = p_1(t)(1 - \lambda\Delta t)$ հավանականությամբ:

- H_2 դեպք. օբյեկտը t պահին խափանվել է, բայց $[t, t + \Delta t]$ ժամանակահատվածում հասցրել է վերականգնվել՝
 $p_{H_2} = p_2(t) \cdot \mu\Delta t$ հավանականությամբ:

Այդ դեպքում լրիվ հավանականությունների բանաձևի հիման վրա $(t + \Delta t)$ պահին օբյեկտի աշխատունակ վիճակում գտնվելու հավանականությունը կորոշվի որպես՝

$$p_1(t + \Delta t) = p_{H_1} + p_{H_2} = p_1(t)(1 - \lambda\Delta t) + p_2(t)\mu\Delta t : \quad (3.5.7)$$

Համանմանորեն կորոշվի $(t + \Delta t)$ պահին օբյեկտի խափանված վիճակում գտնվելու հավանականությունը՝

$$p_2(t + \Delta t) = p_1(t)\lambda\Delta t + p_2(t)(1 - \mu\Delta t) : \quad (3.5.8)$$

Ձևափոխենք (3.5.7) և (3.5.8) առնչությունները և դիտարկենք դրանց սահմանները, երբ $\Delta t \rightarrow 0$.

$$\begin{cases} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = p_1'(t) = -p_1(t)\lambda + p_2(t)\mu, \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_2(t + \Delta t) - p_2(t)}{\Delta t} = p_2'(t) = \lambda p_1(t) - p_2(t)\mu : \end{cases} \quad (3.5.9)$$

Այսպիսով, ստացանք ժամանակի ընթացքում դիտարկվող մարկովյան գործընթացի վիճակի փոփոխությունը նկարագրող հետևյալ վերլուծական մոդելը՝ Կոլմոգորովի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի տեսքով, որին կարելի է ավելացնել $p_1(t) + p_2(t) = 1$ հավասարումը:

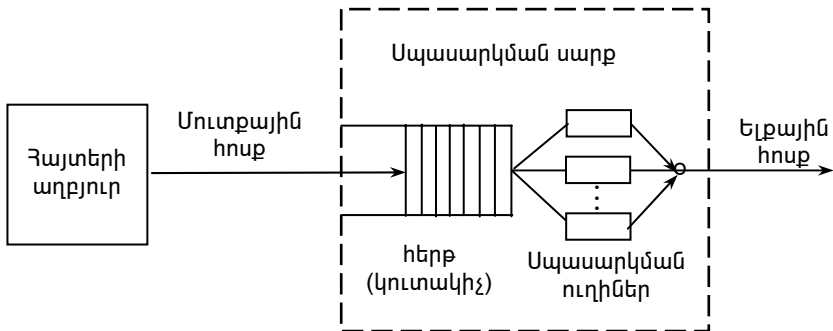
Շահագործման ստացիոնար (կայունացված) փուլի համար $(t \rightarrow \infty)$ վերոնշյալ դիֆերենցիալ հավասարումները վերածվում են հանրահաշվականի՝

$$\begin{cases} -p_1 \cdot \lambda + p_2 \cdot \mu = 0, \\ \lambda \cdot p_1 - \mu \cdot p_2 = 0, \\ p_1 + p_2 = 1 : \end{cases} \quad (3.5.10)$$

3.5.2. Ձանգվածային սպասարկման համակարգեր

Ձանգվածային սպասարկման համակարգը (ՁՄՀ) անընդհատ հավանականային գործընթացների ձևայնացման համար լայնորեն օգտագործվող տիպային մաթեմատիկական սխեմաներից է: ՁՄՀ-ի դասն ընդգրկում է զանգվածային սպասարկման տեսության մեջ մշակված այն բոլոր մաթեմատիկական սխեմաները, որոնք նախատեսված են սպասարկման համակարգի տեսքով ձևայնացված օբյեկտների գործունեության գործընթացների մաթեմատիկական նկարագրության համար: Այդպիսի գործընթացների շարքին կարելի է դասել բնույթով միմյանցից տարբեր արտադրական, տեխնիկական տնտեսական և այլ համակարգերի գործունեության գործընթացները: Օրինակ, օդանավակայաններում ինքնաթիռի թռիչքի և վայրէջքի սպասարկման գործընթացը, սարքավորման նորոգումը և տեխնիկական սպասարկումը, հեռախոսային կայանների կողմից բաժանորդների սպասարկումը, հարահոսի վրա սարքավորման հավաքումը և այլն:

Պարզագույն դեպքում ՁՄՀ-ի կառուցվածքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ սխեմայով (նկ.3.5.1), որտեղ պատկերված են ՁՄՀ-ի հիմնական բաղկացուցիչ մասերը (տարրեր) և նրանց միջև կապերը:



Նկ.3.5.1 ՁՄՀ-ի կառուցվածքը

Մուտքային հոսքը, որը հայտերի հոսք է, կազմավորվում է հայտերի աղբյուրի կողմից: Ընդհանուր դեպքում մուտքային հոսքի հայտերի միջև ժամանակահատվածները պատահական մեծություններ են, որոնց բնույթը որոշվում է հայտերի հոսքի հավանականային բնութագրերով: Համակարգի մուտքում ստացված յուրաքանչյուր հայտ տրվում է սպասարկման ուղիներից որևէ մեկի մուտքին: Եթե հերթական հայտի ստաց-

ման պահին բոլոր ուղիները զբաղված են, ապա այն հերթի է դրվում հայտերի կուտակիչում և ուղիների ազատման դեպքում՝ սպասարկվում: Հերթի կազմավորման օրենքը որոշվում է սպասարկման կարգով, որը կարող է լինել ինչպես դետերմինացված, (օրինակ, ավելի վաղ ստացված հայտը ավելի շուտ է սպասարկվում), այնպես էլ հավանականային (հայտերը սպասարկվում են պատահական ընտրությամբ): Հայտերի կուտակիչի և ուղիների համախումբը կոչվում է հայտերի սպասարկման սարք:

Յուրաքանչյուր ուղի սպասարկում է իր մուտքում ստացված հայտերը՝ սպասարկման տրված օրենքին համապատասխան: Սպասարկման տևողությունը կարող է լինել դետերմինացված կամ պատահական մեծություն: ՁՄՀ-ից հեռացող սպասարկված հայտերը կազմում են համակարգի ելքային հոսքը:

Գոյություն ունեն ՁՄՀ-ի զանազան մոդելներ և դրանց դասակարգման տարբեր եղանակներ: Համառոտակի դիտարկենք ՁՄՀ-երի մոդելների հիմնական տեսակները:

Նախ տարբերվում են ՁՄՀ-ի մարկովյան և ոչ մարկովյան մոդելներ՝ կապված ՁՄՀ-ի գործունեությունը մարկովյան գործընթացի տեսքով ձևայնացնելու հնարավորության հետ (հետագա շարադրանքում բերված են այն ենթադրությունները, որոնց իրավացիության դեպքում ՁՄՀ-ը կարող է նկարագրվել մարկովյան մոդելի օգնությամբ): Այնուհետև ՁՄՀ-երը բաժանվում են մերժումով և սպասումով համակարգերի: Մերժումով ՁՄՀ-երի մուտքում ստացված հայտերը, ուղիների զբաղված լինելու դեպքում, առանց սպասարկվելու անհապաղ հեռանում են համակարգից: Սպասումով ՁՄՀ-երում մնան դեպքում հայտերը հերթի են դրվում: Այս տիպի ՁՄՀ-երը իրենց հերթին բաժանվում են սահմանափակ և անսահմանափակ սպասումով համակարգերի: Առաջին դեպքում սահմանափակումներ են դրվում հայտի հերթում սպասելու ժամանակի կամ հերթի երկարության վրա:

Ըստ սպասարկման կարգի՝ տարբերվում են նախապատվությամբ և առանց նախապատվության ՁՄՀ-եր: Առաջին դեպքում հայտերը սպասարկման են դրվում ըստ նախապատվության համարի, իսկ երկրորդ դեպքում՝ ըստ հայտերի ստացման հաջորդականության կամ հակառակ կարգով (ամենավերջին հայտը սպասարկվում է ամենաառաջինը):

Ըստ սպասարկման փուլերի՝ ՁՄՀ-երը լինում են միափուլ և բազմափուլ: Վերջին դեպքում հերթական հայտը մի սպասարկող սարքի կողմից սպասարկվելուց հետո անցնում է հաջորդ սարքին:

Տարբերվում են նաև բաց և փակ ՁՄՀ-եր: Բաց կոչվում են այն համակարգերը, որոնց կողմից սպասարկված հայտերը հեռանում են հա-

մակարգից: Փակ ՁՄՅ-երում սպասարկված հայտերը կրկին վերադառնում են հայտերի աղբյուր:

Միմյանց հետ կապված, փոխգործող ՁՄՅ-երը կազմում են զանգվածային սպասարկման ցանցեր:

Հարկ է նշել, որ դիտարկված դասակարգումը լրիվ չէ և ընդգրկում է միայն ՁՄՅ-երի այն հիմնական տեսակները, որոնք օգտագործվում են ԱՅ-երի մոդելավորման ժամանակ:

ՁՄՅ-ը համարվում է տրված, եթե տրված են նրա տարբեր բնութագրերը՝ հայտերի աղբյուրի և հոսքի բնութագրերը, հերթի կազմավորման օրենքը կամ կարգը, սպասարկման օրենքի բնութագրերը, սպասարկման ուղիների և փուլերի քանակը:

ՁՄՅ-երի գործունեության որակը գնահատվում է արդյունավետության քանակական ցուցանիշների օգնությամբ, որոնց ընտրությունը կապված է ՁՄՅ-ի տեսակից և բնույթից: Մերժումով համակարգերի համար որպես արդյունավետության ցուցանիշ կարող են ծառայել բացարձակ թողունակությունը (միավոր ժամանակամիջոցում սպասարկվող հայտերի թիվը), պարապուրդի միջին ժամանակը, զբաղված ուղիների միջին թիվը, հայտի մերժման հավանականությունը:

Սպասումով համակարգերի արդյունավետության առավել կարևոր ցուցանիշներից են հերթում հայտի սպասման միջին ժամանակը, ուղու պարապուրդի միջին տևողությունը, համակարգում հայտի գտնվելու միջին ժամանակը, հերթում գտնվող հայտերի միջին թիվը, բեռնվածության գործակիցը (հայտերի և սպասարկման հոսքերի ուժգնությունների հարաբերությունը), հայտի սպասարկման հավանականությունը, առանց սպասելու սպասարկման հավանականությունը:

Բազմաթիվ գործնական խնդիրներում անհրաժեշտ է հաշվի առնել նաև տնտեսական ցուցանիշներ, որոնց կիրառումը վերը նշված ցուցանիշների հետ մեկտեղ հնարավորություն է ընձեռում կառուցել ՁՄՅ-ի գործունեության արդյունավետության համալիր (ինտեգրալային) ցուցանիշներ: Որպես այդպիսի ցուցանիշ կարող է ծառայել, օրինակ, հայտի սպասարկման լրիվ միջին արժեքը, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$E = C_1 M(\tau^u) + C_2 M(\tau^m) + C_3 m, \quad (3.5.11)$$

որտեղ C_1 -ը հերթում հայտի սպասման արժեքն է միավոր ժամանակամիջոցում, C_2 -ը սպասարկման ուղու պարապուրդի արժեքն է միավոր ժամանակամիջոցում, C_3 -ը մեկ ուղու բերված արժեքն է, m -ը

սպասարկման ուղիների թիվն է, $M(\tau^u)$ -ը հերթում հայտի սպասման միջին ժամանակն է, $M(\tau^w)$ -ը ուղու պարապուրդի միջին ժամանակն է:

Արդյունավետության համալիր ցուցանիշները առավել լրիվ են բնութագրում ՁՄՀ-երի աշխատանքը և հնարավորություն են տալիս լուծել դրանց օպտիմալացման հետ կապված մի շարք կարևոր կիրառական խնդիրներ:

Գործնականում լայն տարածում են գտել մարկովյան ՁՄՀ-երը՝ շնորհիվ նրանց վերլուծական մոդելների կառուցման հնարավորության:

ՁՄՀ-ն կոչվում է մարկովյան, եթե նրա համար ընդունելի են հետևյալ ենթադրությունները.

- երկու հարևան հայտերի միջև ընկած ժամանակահատվածը ենթարկվում է $\lambda = 1/\bar{\tau}$ ($\bar{\tau}$ -ն հարևան հայտերի միջև ընկած միջին ժամանակահատվածն է) պարամետրով ցուցչային բաշխման,
- բացառվում է միաժամանակ մեկից ավելի հայտի ստացումը,
- հայտի սպասարկման տևողությունը ենթարկվում է $\mu = 1/\bar{\tau}^{պ}$

($\bar{\tau}^{պ}$ -ն հայտի սպասարկման միջին տևողությունն է) պարամետրով ցուցչային բաշխման:

Առաջին երկու ենթադրություններից հետևում է, որ մարկովյան ՁՄՀ-ի հայտերի մուտքային հոսքը λ պարամետրով պուասոնյան հավանականային գործընթաց է: Այդ գործընթացի դեպքում t ժամանակահատվածում n հայտի ստացման հավանականությունը որոշվում է հետևյալ բաշխման օրենքով.

$$p_n(t) = \frac{(\lambda t)^n \cdot e^{-\lambda t}}{n!} : \quad (3.5.12)$$

Համաձայն (3.5.12) առնչության t ժամանակահատվածում հայտի բացակայության ($n = 0$) հավանականությունը $e^{-\lambda t}$ է: Ուստի t ժամանակահատվածում մեկից ավելի հայտերի ստացման հավանականությունը կորոշվի որպես.

$$\begin{aligned} 1 - (e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t}) &\approx 1 - \left[1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \dots \right] + \\ &+ \lambda t \left(1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \dots \right) = \frac{(\lambda t)^2}{2} + \dots \end{aligned} \quad (3.5.13)$$

Ակնհայտ է, որ անվերջ փոքր t ժամանակահատվածի համար մեկից ավելի հայտի ստացման հավանականությունը գործնականորեն 0 է: Այս հատկության շնորհիվ պուասոնյան գործընթացը ստացել է լայն տարածում ինչպես ՁՄՀ-երի հետազոտման, այնպես էլ այլ ոլորտներում: Δt ժամանակահատվածում առնվազն մեկ հայտի ստացման հավանականությունը որոշվում է որպես $1 - e^{-\lambda \Delta t} \approx \lambda \Delta t$, իսկ նույն ժամանակահատվածում հայտի բացակայության հավանականությունը հավասար է $e^{-\lambda \Delta t} \approx 1 - \lambda \Delta t$: Հաշվի առնելով նշված արդյունքները՝ որոշենք $(t + \Delta t)$ ժամանակամիջոցում 0 և n թվով հայտերի ստացման հավանականությունները՝

$$p_0(t + \Delta t) = p_0(t)(1 - \lambda \Delta t), \quad (3.5.14)$$

$$p_n(t + \Delta t) = p_n(t)(1 - \lambda \Delta t) + p_{n-1}(t)\lambda \Delta t: \quad (3.5.15)$$

Ձևափոխելով (3.5.14) և (3.5.15) առնչությունները՝ կստանանք

$$p_0(t + \Delta t) - p_0(t) = -p_0(t)\lambda \Delta t, \quad (3.5.16)$$

$$p_n(t + \Delta t) - p_n(t) = -p_n(t)\lambda \Delta t + p_{n-1}(t)\lambda \Delta t: \quad (3.5.17)$$

Բաժանելով (3.5.16) և (3.5.17) առնչությունների երկու մասերը Δt -ի և անցնելով սահմանի, երբ $\Delta t \rightarrow 0$, կստանանք հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարումները.

$$p'_0(t) = -p_0(t)\lambda, \quad (3.5.18)$$

$$p'_n(t) = -\lambda p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t), \quad (3.5.19)$$

որոնք նկարագրում են հայտերի ստացման հավանականային գործընթացը:

Դիտարկենք μ սպասարկման ուժգնությամբ և λ պարամետրով պուասոնյան մուտքային հոսքով մեկուղի մարկովյան ՁՄՀ, որն իրականացնում է հայտերի սպասարկում «առաջինը եկավ, առաջինը սպասարկվեց» սկզբունքով:

Եթե որպես ՁՄՀ-ի վիճակի բնութագիր ընդունենք ժամանակի տվյալ պահին համակարգում գտնվող հայտերի n քանակը, ապա ՁՄՀ-ի գործունեության գործընթացը, որպես մարկովյան շղթա, կնկարագրվի հետևյալ հավասարումներով.

$$p_n(t + \Delta t) = p_n(t)[1 - (\lambda + \mu)\Delta t] + p_{n-1}(t)\lambda \Delta t + p_{n+1}(t)\mu \Delta t, \quad (3.5.20)$$

$$p_0(t + \Delta t) = p_0(t)(1 - \lambda \Delta t) + p_1(t)\mu \Delta t: \quad (3.5.21)$$

Ձևափոխելով (3.5.20) և (3.5.21) հավասարումները, բաժանելով հավասարումների երկու մասերը Δt -ի և անցնելով սահմանի, երբ $\Delta t \rightarrow 0$, կստանանք հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարումները.

$$p_n'(t) = -(\lambda + \mu)p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) + \mu p_{n+1}(t), \quad (3.5.22)$$

$$p_0'(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t): \quad (3.5.23)$$

Այսպիսով մարկովյան շղթայի տեսքով ձևայնացված դիտարկվող ՉՄՅ-ի մաթեմատիկական մոդելը ներկայացվում է (3.5.22) և (3.5.23) հավասարումներով:

Ստացիոնար ռեժիմի համար (երբ $t \rightarrow \infty$) (3.5.22) և (3.5.23) հավասարումները կվերածվեն հանրահաշվականի՝

$$0 = -(\lambda + \mu)p_n + \lambda p_{n-1} + \mu p_{n+1} \Leftrightarrow (1 + \rho)p_n = p_{n+1} + \rho p_{n-1}, \quad (3.5.24)$$

$$0 = -\lambda p_0 + \mu p_1 \Leftrightarrow p_1 = \rho p_0, \quad (3.5.25)$$

որտեղ՝ $\rho = \lambda / \mu$:

Հաշվի առնելով $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$ պայմանը և (3.5.24), (3.5.25) անդրադարձ հավասարումները, կստանանք.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n p_0 = 1,$$

$$\text{կամ} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n p_0 = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n = \frac{p_0}{1 - \rho} = 1, \quad (3.5.26)$$

որտեղից՝ $p_0 = 1 - \rho$:

$$\text{Հետևապես՝} \quad p_n = p^n (1 - \rho) \quad (3.5.27)$$

Հաշվի առնելով ստացված արդյունքը, ՉՄՅ-ում գտնվող հայտերի թվի մաթեմատիկական սպասումը կորոշվի որպես՝

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n p_n = (1 - \rho) \sum_{n=0}^{\infty} n \rho^n = \frac{\rho}{1 - \rho}: \quad (3.5.28)$$

Իսկ հերթում գտնվող հայտերի մաթեմատիկական սպասումը կորոշվի հետևյալ առնչությամբ.

$$L_q = \sum_{n=1}^{\infty} (n - 1) p_n = L - \rho = \frac{\rho}{1 - \rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1 - \rho}: \quad (3.5.29)$$

Համանմանորեն կարելի է որոշել դիտարկվող ՉՄՅ-ի մյուս բնութագրերը: ԱՅ-երի մոդելավորման ժամանակ օգտագործվում են բազմուղի և բազմափուլ ավելի բարդ ՉՄՅ-եր, որոնք հնարավորություն են ընձեռում հաշվի առնել մոդելավորող համակարգի վրա ազդող շատ գործոններ: Անհրաժեշտ է նշել, որ գործնականում բարդ տեխնիկական

համակարգերի ձևայնացման նպատակով մարկոմյան ՁՄՅ-երի կիրառումը ոչ միշտ է հնարավոր՝ հայտերի միջև ընկած ժամանակահատվածի և սպասարկման տևողության բաշխումների ցուցչային բաշխման օրենքից շեղման պատճառով: Այդպիսի համակարգերի հետազոտումը նպատակահարմար է իրականացնել նմանակային մոդելավորման մեթոդով:

3.6. ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՍԽԵՄԱ (ԱԳՐԵԳԱՏ)

Սինչև այժմ մեր կողմից քննարկված մաթեմատիկական սխեմաները (վերջավոր ավտոմատները, դինամիկ համակարգերը, զանգվածային սպասարկման համակարգերը (ՁՄՅ) և այլն) լայնորեն օգտագործվում են բարդ տեխնիկական համակարգերի մոդելավորման և հետազոտման ժամանակ՝ նրանց տարրերի ձևական նկարագրության համար:

Այնհայտ է, որ իրական համակարգերը կազմող տարրերն ունեն տարբեր գործելակերպ և բնույթ: Հետևաբար դրանք չեն կարող ձևայնացվել միևնույն մաթեմատիկական սխեմայի տեսքով: Սովորաբար ժամանակակից բարդ համակարգերի մաթեմատիկական նկարագրության ժամանակ ձևայնացման արդյունքում տարրերի մի մասը ներկայացվում է վերջավոր ավտոմատի կամ ՁՄՅ-ի տեսքով, իսկ որոշ տարրեր՝ դինամիկական համակարգի տեսքով:

Համակարգի տարրերի միասնական ձևական նկարագրության բացակայությունը խոչընդոտում է համակարգի ուսումնասիրության ընդհանուր միասնական մեթոդների ստեղծմանը: Նույնիսկ այնպիսի համապիտանի (ունիվերսալ) մեթոդի կիրառությունը, ինչպիսին նմանակային մոդելավորումն է, տարբեր մաթեմատիկական սխեմաներով նկարագրված տարրեր պարունակող համակարգի հետազոտման դեպքում հանդիպում է լուրջ դժվարությունների: Այդ պատճառով այնպիսի ընդհանրացված վերացական սխեմայի ստեղծումը, որը հնարավորություն կտա միասնական տեսքով նկարագրել համակարգի բոլոր տարրերը (ընդհատ, անընդհատ, դետերմինիստական, հավանականային և այլն), ունի հույժ կարևոր նշանակություն: Ընդ որում, որպեսզի ընդհանրացված վերացական սխեման ընդգրկի տարբեր բնույթի և տիպի համակարգեր, նրան պետք է տալ հնարավորիս ընդհանուր տեսք: Այնհայտ է, որ նախ և առաջ այն պետք է ընդգրկի մինչև այժմ հայտնի բոլոր մաթեմատիկական սխեմաները՝ որպես մասնավոր դեպքեր: Դրա համար անհրաժեշտ է, որ ընդհանրացված սխեման ունենա դինամիկական բնույթ, հաշվի առնի պատահական գործոնների ազդեցությունը և նկարագրի արտաքին միջավայրի հետ ազդանշանների փոխանա-

կումը: Ելնելով նշված պահանջներից՝ մամականյին մոդելավորման բնագավառում հայտնի մասնագետ, խոշոր գիտնական, պրոֆեսոր Ն. Պ. Բուսլենկոյի կողմից մշակվել է մի ընդհանրացված սխեմա՝ ագրեգատ անվանումով, որը ստացվել է ընդհանուր տեսքի դինամիկական հավանականային համակարգից՝ անցումների և ելքերի օպերատորների որոշակիացման միջոցով:

Ագրեգատը, ինչպես ցույց է տալիս փորձը, բավականին հարմար սխեմա է լայն դասի օբյեկտների նկարագրության համար: Համակարգերի տարրերի ձևայնացումը ագրեգատի տեսքով թույլ է տալիս միատեսակ նկարագրել նրանց գործունեությունը, հեշտացնել նրանց մամակումը ԷՅՄ-ով և համակարգերի ուսումնասիրության ժամանակ կիրառել ընդհանուր մոտեցումներ և մեթոդներ: Ագրեգատների որոշակի մասնավոր դասեր (մարկովյան ագրեգատներ, կտոր առ կտոր անընհատ, կտոր առ կտոր գծային ագրեգատներ և այլն) հնարավորություն են տալիս օգտագործել լավ մշակված մարկովյան պատահական գործընթացների վերլուծական ապարատը: Հնարավոր է, որ այսպիսի հարց առաջանա. եթե ագրեգատը գոյություն ունի, ապա ինչ կարիք կա օգտագործել մինչ այդ հայտնի մաթեմատիկական սխեմաները՝ ավտոմատները, ՋՄՀ-երը կամ դինամիկական համակարգերը: Պետք է նշել, որ այս սխեմաները լայնորեն օգտագործվում են և կօգտագործվեն այնպիսի օբյեկտների նկարագրության համար, որոնց դեպքում դրանք լավ են աշխատում, իսկ այն օբյեկտների համար, որոնց նկարագրությունը հնարավոր չէ ներկայացնել այդ սխեմաներով, պետք է օգտագործել ագրեգատները:

Անցնենք ագրեգատի նկարագրությանը:

Ագրեգատը այնպիսի մաթեմատիկական օբյեկտ է, որը որոշվում է T, X, \tilde{A}, Y, Z բազմություններով ու H անցումների և G ելքերի օպերատորներով (ընդհանուր դեպքում՝ պատահական), որտեղ՝ T -ն դիտարկվող ժամանակի պահերի բազմությունն է, X -ը, \tilde{A} -ն, Y -ը՝ համապատասխանաբար ագրեգատի մուտքային, կառավարող և ելքային ազդանշանների բազմություններն են, Z -ը՝ հնարավոր վիճակների բազմությունն է: Նշված բազմությունների տարրերը $x \in X, g \in G, y \in Y, z \in Z$ ժամանակից կախված ֆունկցիաներ են, որոնց արժեքները ժամանակի t պահին համապատասխանաբար կնշանակենք $x(t), g(t), y(t), z(t)$:

Բացի նշված բազմություններից, ագրեգատը բնութագրվում է նաև կառուցվածքային պարամետրերի B բազմությամբ, որի տարրերը $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ վեկտորի հնարավոր արժեքներն են: Ընդ որում, որպես

կանոն, β -ի արժեքը յուրաքանչյուր կոնկրետ խնդրի սահմաններում ֆիքսված է:

H և G օպերատորները համապատասխանաբար իրականացնում են $z(t)$ և $y(t)$ ֆունկցիաները: Նրանց կառուցվածքը, որով և ագրեգատը տարբերվում է այլ համակարգերից, նկարագրվում է ստորև:

Դիտարկենք G ելքերի օպերատորի կառուցվածքը և աշխատանքը: Ներկայացնենք այն երկու՝ G' և G'' օպերատորների համախմբի տեսքով: G' օպերատորը որոշում է ազդանշանների տրման պահերը, իսկ G'' -ը՝ դրանց բովանդակությունը: Այս օպերատորները կառուցվում են հետևյալ կերպ: Ագրեգատի վիճակների Z բազմության մեջ $\beta \in B$ և $g \in \Gamma$ յուրաքանչյուր արժեքի համար որոշվում է ինչ-որ $Z_{(g,\beta)}^Y \subset Z$ բազմություն, որի տեսքը, ընդհանուր դեպքում, կախված է (g,β) -ից: Սա նշանակում է, որ $Z_{(g,\beta)}^Y$ ընդհանուր դեպքում փոփոխվում է՝

- ագրեգատի պարամետրերի փոփոխման դեպքում, երբ անցնում ենք այլ խնդրի պայմաններից,
- տվյալ խնդրի շրջանակներում՝ $g(t)$ նոր ազդանշանների ստացման դեպքում:

$g(t)$ կառավարող ազդանշանների ստացման պահերի միջև ընկած ժամանակահատվածներում $Z_{(g,\beta)}^Y$ չի փոխվում և ունենում է նույն տեսքը, ինչ որ վերջին $g(t)$ -ի դեպքում:

$Z_{(g,\beta)}^Y$ բազմությունը որոշում է ելքային ազդանշանների տրման պահերը հետևյալ ձևով: Եթե t տրված պահի համար $Z(\theta)$ ($t - \varepsilon < \theta < t$, որտեղ $\varepsilon > 0$ բավականաչափ փոքր թիվ է) չի պատկանում $Z_{(g,\beta)}^Y$ -ին, իսկ $Z(t) \in Z_{(g,\beta)}^Y$, ապա t -ն ոչ դատարկ ազդանշանի տրման հերթական պահն է: Այս առումով G'' օպերատորի աշխատանքը $z(t)$ հետագծի $Z_{(g,\beta)}^Y$ ենթաբազմության հասնելու հերթական պահի որոշելն է, որը, փաստորեն, ելքային ազդանշանի տրման պահն է: Ազդանշանի բովանդակությունը որոշվում է G'' օպերատորով՝ կախված $t, z(t), g(t), \beta$ մեծություններից:

$$y = G''\{t, z(t), g(t), \beta\}: \quad (3.6.1)$$

Ընդհանուր դեպքում G'' -ն պատահական օպերատոր է: Սա նշանակում է, որ տրված $t, z(t), g(t), \beta$ -ի դեպքում համապատասխան-

նության մեջ է դրվում ոչ թե մեկ որոշակի y , այլ y -ների բազմություն, հավանականությունների համապատասխան բաշխմամբ, որը տրվում է G'' օպերատորով:

Այժմ քննարկենք անցումների H օպերատորի աշխատանքը: Ագրեգատի $z(t)$ վիճակի հետ միասին քննարկվելու է նաև $z(t+0)$ վիճակը, որին ագրեգատը անցնում է ժամանակի բավականաչափ փոքր միջակայքում: H օպերատորի տեսքը կախված է նրանից, թե դիտարկվող ժամանակահատվածի ընթացքում ագրեգատը մուտքային և կառավարող ազդանշաններ ստանում է, թե ոչ: Այդ պատճառով այն ներկայացվում է U, V', V'' պատահական օպերատորների համախմբի տեսքով:

Ենթադրենք ագրեգատը t_n' պահին ստանում է x_n' մուտքային ազդանշանը, այդ դեպքում նրա վիճակը որոշվում է հետևյալ առնչությամբ.

$$z(t_n' + 0) = V' \{ t_n', z(t_n'), g(t_n'), x_n', \beta \} \quad (3.6.2)$$

Այստեղ $g(t_n')$ -ի տակ հասկանում ենք $t < t_n'$ պահին ագրեգատի կողմից ստացված ամենավերջին կառավարող ազդանշանը:

Եթե t_n'' պահին ագրեգատը ստանում է g_n'' կառավարող ազդանշանը, ապա, նրա վիճակը որոշվում է V'' օպերատորով՝

$$z(t_n'' + 0) = V'' \{ t_n'', z(t_n''), g_n'', \beta \} \quad (3.6.3)$$

Այնուհետև, եթե t_n պահին ագրեգատը միաժամանակ ստանում է x_n և g_n ազդանշաններ (ագրեգատը առաջին հերթին արձագանքում է g_n -ին, այնուհետև x_n -ին), ապա ագրեգատի վիճակը որոշվում է V' օպերատորով՝

$$z(t_n + 0) = V' \{ t_n, V'' \{ t_n, z(t_n), g_n, \beta \}, g_n, x_n, \beta \} \quad (3.6.4)$$

Այստեղ $V'' \{ \}$ -ի տակ նկատի ունենք V'' օպերատորի գործողության արդյունքը, որը Z բազմության տարրն է: Տեղադրելով $V'' \{ \}$ (3.6.3) արտահայտությունը (3.6.4)-ի մեջ՝ կստանանք.

$$z(t_n + 0) = V' \{ t_n, z'(t_n + 0), g_n, x_n, \beta \}, \quad (3.6.5)$$

որտեղ՝ $z'(t+0)$ -ն որոշվում է (3.6.3) արտահայտությամբ տրված $t_n, z(t_n), g_n, \beta$ մեծությունների համար՝ ագրեգատի վիճակը որոշվում է հետևյալ առնչությամբ՝

Վերջապես, եթե $(t_n, t_{n+1}]$ կիսամիջակայքը չի պարունակում g, x ազդանշանների ստացման պահեր, բացի t_{n+1} պահը, իսկ t_n -ը g կամ x ազդանշանների ստացման պահ է, ապա $t \in (t_n, t_{n+1}]$ -ի համար՝

$$z(t) = U\{t, t_n, z(t_n + 0), g(t_n), \beta\}: \quad (3.6.6)$$

Այստեղ, ինչպես և (3.6.2)-ում, $g(t_n)$ -ի տակ հասկանում են վերջին կառավարող ազդանշանը, որը ստացվել է $t \leq t_n$ պահին:

Անցնենք ագրեգատի գործունեության նկարագրությանը:

Ենթադրենք՝ ժամանակի սկզբնական t_0 պահին ագրեգատի վիճակը $z(t_0)$ է, կառավարող ազդանշանը՝ g_0 , և t'_1 և t'_2 պահերին ագրեգատը ստանում է x'_1 և x'_2 , իսկ t''_1 պահին՝ g''_1 կառավարող ազդանշան (ընդունենք, որ $t'_1 < t''_1 < t'_2$):

Սկզբում քննարկենք ագրեգատի գործունեությունը $(t_0, t'_1]$ կիսամիջակայքում: Այս ժամանակահատվածում ագրեգատի $z(t)$ վիճակը կփոփոխվի հետևյալ օրենքով՝

$$z(t) = U\{t, t_0, z(t_0), g_0, \beta\}: \quad (3.6.7)$$

Ենթադրենք, որ t_1^* պահին $(t_0 < t_1^* < t'_1)$, ագրեգատի վիճակը՝ $z(t_1^*)$ հասնում է $Z_{(g_0, \beta)}^Y$ բազմությանը, այդ դեպքում կառաքի ելքային ազդանշան.

$$y^{(1)} = G''\{t_1^*, z(t_1^*), g_0, \beta\}: \quad (3.6.8)$$

Եթե ագրեգատի $z(t)$ վիճակը t_2^* պահին $(t_1^* < t_2^* < t'_1)$ կրկին հասնի $Z_{(g_0, \beta)}^Y$ բազմությանը, ապա նորից կառաքի ելքային ազդանշան.

$$y^{(2)} = G''\{t_2^*, z(t_2^*), g_0, \beta\}, \quad (3.6.9)$$

որտեղ՝ $z(t_1^*)$ և $z(t_2^*)$ -ը որոշվում են (3.6.7)-ից: Այնուհետև t'_1 պահին ագրեգատը ստանում է x'_1 մուտքային ազդանշան: Ագրեգատի վիճակը անմիջապես փոխվում է և որոշվում հետևյալ առնչությամբ.

$$z(t'_1 + 0) = V'\{t'_1, z(t'_1), g_0, x'_1, \beta\}: \quad (3.6.10)$$

Այստեղ $z(t'_1)$ -ը որոշվում է (3.6.7)-ից:

Այնուհետև, $(t'_1, t'_2]$ կիսամիջակայքում ագրեգատի գործունեությունը նկարագրվում է $(t_0, t'_1]$ կիսամիջակայքի նման և $z(t)$ -ն որոշվում է որպես

$$z(t) = U\{t, t'_1, z(t'_1 + 0), g_0, \beta\}: \quad (3.6.11)$$

Եթե t_k^* պահերին ($t'_1 < t_k^* < t'_1$) ագրեգատի t_k^* , ($t_k^* = 1, 2, \dots$) վիճակները հասնեն $Z_{(g_0, \beta)}^Y$ բազմությանը, ապա այդ պահերից յուրաքանչյուրի դեպքում ագրեգատը կառաքի ելքային ազդանշաններ.

$$y^{(k)} = G''\{t_k^*, z(t_k^*), g_0, \beta\}: \quad (3.6.12)$$

որտեղ՝ $z(t_k^*)$ -ը որոշվում է (3.6.11)-ից:

t'_1 պահին ագրեգատը ստանում է կառավարող g'_1 ազդանշան: Այդ դեպքում ագրեգատի վիճակը կորոշվի որպես՝

$$z(t'_1 + 0) = V''\{t'_1, z(t'_1), g'_1, \beta\}, \quad (3.6.13)$$

որտեղ՝ $z(t'_1)$ նույնպես որոշվում է (3.6.11)-ից:

Այնուհետև, (t'_1, t'_2] կիսամիջակայքում ագրեգատի վիճակը կփոխվի հետևյալ օրենքով.

$$z(t) = U\{t, t'_1, z(t'_1 + 0), g'_1, \beta\}: \quad (3.6.14)$$

Եթե t_{k+1}^* պահերին ($t'_1 < t_{k+1}^* < t'_2, 1 \geq 1$) ագրեգատի $z(t_{k+1}^*)$, վիճակները հասնեն $Z_{(g_0, \beta)}^Y$ բազմությանը, ապա այդ պահերից յուրաքանչյուրի դեպքում ագրեգատը կառաքի ելքային ազդանշան.

$$y^{(k+1)} = G''\{t_{k+1}^*, z(t_{k+1}^*), g'_1, \beta\}: \quad (3.6.15)$$

Եթե t'_2 պահին ագրեգատը ստանում է կառավարող x'_2 մուտքային ազդանշան, նրա վիճակը փոխվում է հետևյալ օրենքով.

$$z(t'_2 + 0) = V'\{t'_2, z(t'_2), g'_1, x'_2, \beta\}, \quad (3.6.16)$$

որտեղ $z(t'_2)$ որոշվում է (3.6.14) առնչությունից:

Այնուհետև, (t'_2, \bar{t}] կիսամիջակայքում (\bar{t} -ն հերթական մուտքային կամ կառավարող ազդանշանի ստացման պահն է) ագրեգատի վիճակը փոխվում է հետևյալ օրենքով.

$$z(t) = U\{t, t'_2, z(t'_2 + 0), g'_1, \beta\}: \quad (3.6.17)$$

Մի շարք խնդիրների լուծման ժամանակ անհրաժեշտ է լինում հաշվի առնել միայն կառավարող և մուտքային ազդանշանների ստացման պահերը՝ առանց դրանք տարբերակելու: Տվյալ դեպքում մտցվում է ընդհանրացված մուտքային ազդանշանի հասկացությունը ($\bar{x}(t) = (x(t), g(t)) \in X \times \Gamma$), իսկ ագրեգատի անցման H օպերատորը ներկայացվում է հետևյալ երկու օպերատորների համախմբի տեսքով՝

$$\begin{cases} z(t_n + 0) = V\{t_n, z(t_n), \bar{x}(t_n), \beta\}, \\ z(t) = \hat{U}\{t, t_n, z(t_n + 0), \beta\}, \quad t \in (t_n, t_{n+1}]: \end{cases} \quad (3.6.18)$$

3.7. ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ ՏԱՐՐԵՐԻ ԼԾՈՐԴՄԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼ

Ինչպես գիտենք, համակարգը միմյանց հետ կապված և փոխգործող տարրերի համախումբ է: Ուստի այն մաթեմատիկորեն նկարագրելու համար անհրաժեշտ է ունենալ ինչպես տարրերի այնպես էլ նրանց միջև փոխգործողության նկարագրությունը: Որպես տարրերի մաթեմատիկական մոդելներ կարող են օգտագործվել մեզ արդեն հայտնի մաթեմատիկական սխեմաները: Ընդհանուր դեպքում, որպես համակարգի տարրերի մոդելներ կարող են օգտագործվել ագրեգատները: Այդ դեպքում համակարգը կոչվում է ագրեգատիվ համակարգ:

Հայտնի է, որ համակարգային մոտեցման դեպքում, հետազոտվող համակարգը դիտվում է արտաքին միջավայրի հետ փոխգործողության մեջ, այդ պատճառով համակարգի մաթեմատիկական մոդելը պետք է ընդգրկի նաև համակարգի և նրան շրջապատող միջավայրի միջև փոխգործողության մաթեմատիկական նկարագրությունը:

Ներկայում բարդ համակարգերի տարրերի միջև փոխգործողության նկարագրության նպատակով լայնորեն ու հաջողությամբ օգտագործվում է Ն.Պ. Բուսլենկոյի կողմից մշակված բարդ համակարգերում տարրերի լծորդման մաթեմատիկական սխեման: Այն հիմնվում է հետևյալ ենթադրությունների վրա:

1. Համակարգի և արտաքին միջավայրի, ինչպես նաև համակարգում տարրերի միջև փոխգործողությունը իրականացվում է ազդանշանների փոխանակման միջոցով:

Արտաքին միջավայր ասելով հասկանում ենք այն օբյեկտների համախումբը, որոնք տվյալ համակարգի մեջ չեն մտնում, սակայն նրանց հետ համակարգի փոխգործողությունը հաշվի է առնվում հետազոտության ժամանակ:

2. Յուրաքանչյուր S_i տարրի մուտքային $x_i(t)$ ազդանշանը կարելի է դիտել որպես $x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{in_i}(t)$ տարրական ազդանշանների համախումբ, որոնք միաժամանակ տրվում են նրա մուտքին:

Նմանապես S_i տարրի ելքային $y_i(t)$ ազդանշանը կարելի է դիտել որպես $y_{i1}(t), y_{i2}(t), \dots, y_{in_i}(t)$ տարրական ազդանշանների համախումբ, որոնք միաժամանակ առաքվում են տարրի կողմից:

Որպեսզի համակարգի և արտաքին միջավայրի միջև փոխգործողությունը հնարավոր լինի նկարագրել այնպես, ինչպես համակարգի տարրերի միջև փոխգործողությունը, արտաքին միջավայրը դիտվում է որպես ձևական կամ կեղծ S_0 տարր, որը կարող է ընդունել մուտքային $x_0(t) = x_{01}(t), x_{02}(t), \dots, x_{0n_0}(t)$ և առաքել ելքային $y_0(t) = y_{01}(t), y_{02}(t), \dots, y_{0l_0}(t)$ ազդանշաններ:

3. Համակարգում տարրական ազդանշանները հաղորդվում են միմյանցից անկախ, կապի տարրական ուղիների միջոցով, ցանկացած S_i տարրի ելքին միացված յուրաքանչյուր տարրական ուղի ընդունակ է հաղորդել միայն այն տարրական ազդանշանները, որոնք պատկանում են $Y_{il} \ (l = \overline{1, l_i})$ բազմություններից որևէ մեկին:

Յուրաքանչյուր S_i տարրի մուտքը և ելքը համապատասխանաբար մուտքային կոնտակտների $K_i = \{k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in_i}\}$ և ելքային կոնտակտների $C_i = \{c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{il_i}\}$ կարգավորված համախմբեր են: Ընդ որում, յուրաքանչյուր մուտքային $k_{in} \in K_i$ և ելքային $c_{il} \in C_i$ կոնտակտներ նախատեսված են համապատասխանաբար միայն $x_{in} \in X_{in}$ և $y_{il} \in Y_{il}$ տարրական ազդանշանների ընդունման և առաքման համար: Տրված S_i տարրի տվյալ ելքային կոնտակտի կողմից առաքված տարրական ազդանշանները կարող են ընդունվել որևիցե S_j տարրի մուտքային կոնտակտի միջոցով միայն այն դեպքում, եթե այդ կոնտակտները միացված են միմյանց հետ կապի տարրական ուղիով:

4. Ցանկացած տարրի յուրաքանչյուր մուտքային կոնտակտին միացվում է միայն մեկ տարրական ուղի: Ցանկացած տարրի յուրաքանչյուր ելքային կոնտակտին կարող են միացվել վերջավոր թվով տարրական ուղիներ, այն պայմանով, որ միևնույն տարրի մուտքին միացվի այդ ուղիներից միայն մեկը:

5. Կապի տարրական ուղիներով ազդանշանները հաղորդվում են ակնթարթորեն և առանց աղավաղումների:

Այսպիսով, ազդանշանների փոխանակման մեխանիզմի շրջանակներում համակարգի յուրաքանչյուր S_i տարրի մաթեմատիկական մոդելը, անկախ նրանից, թե տարրը ինչպիսի մաթեմատիկական նկարագրություն ունի, K_i և C_i մուտքային և ելքային կոնտակտների բազմությունների համախումբն է: Արտաքին միջավայրի մաթեմատիկական մո-

դելը ներկայացվում է K^0 և C^0 բազմությունների համախմբով: Կատարենք հետևյալ նշանակումները.

$$K = \bigcup_{i=0}^N K_i, \quad (3.7.1)$$

$$C = \bigcup_{i=0}^N C_i: \quad (3.7.2)$$

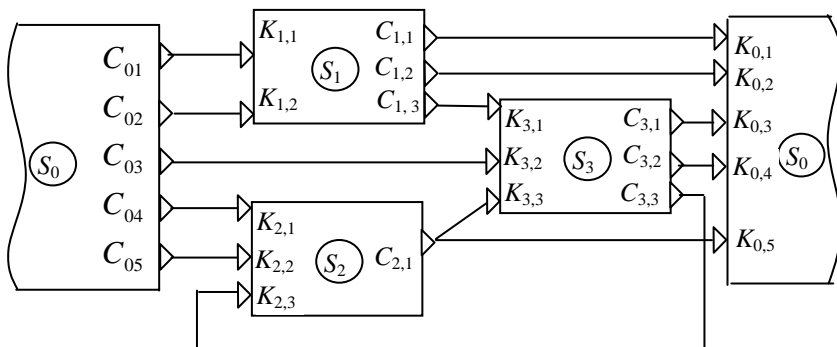
Ներմուծենք հետևյալ օպերատորը՝

$$c_{ji} = R(k_{in}), \quad (i = \overline{0, N}; j = \overline{0, N}; n = \overline{1, n_i}; l = \overline{1, l_j}), \quad (3.7.3)$$

որը S_i տարրի $k_{in} \in K_i$ մուտքային կոնտակտին համապատասխանության մեջ է դնում S_j տարրի այն միակ $c_{ji} \in C_j$ ելքային կոնտակտը, որը կապի տարրական ուղիով միացված է k_{in} կոնտակտին: Եթե տվյալ համակարգում ինչ-որ k_{in} կոնտակտ չի միացված որևէ c_{ji} կոնտակտի հետ, ապա R օպերատորը այդ կոնտակտի վրա որոշված չէ: R օպերատորը կոչվում է համակարգում տարրերի լծորդման օպերատոր: Նրա որոշման տիրույթը կազմում են համակարգի տարրերի և արտաքին միջավայրի (S_0) այն մուտքային կոնտակտները, որոնց միացված են կապի տարրական ուղիներ: R օպերատորը նկարագրում է այն տարրական ուղիների համախմբը, որոնք միացնում են այդ կոնտակտները համակարգի տարրերի և S_0 կեղծ տարրի ելքային կոնտակտների հետ:

$\langle C, K, R \rangle$ եռյակը ներկայացնում է համակարգում տարրերի լծորդման մաթեմատիկական մոդելը:

R օպերատորը սովորաբար տրվում է աղյուսակի տեսքով, որտեղ սյուները համապատասխանում են համակարգի տարրերի ինդեքսներին (i), տողերը՝ մուտքային կոնտակտների համարներին (n): Տողերի և սյուների հատման վանդակներում տեղադրվում են (j, l) թվազույգերը որոնք ցույց են տալիս այն տարրի ինդեքսը (j), և ելքային կոնտակտի համարը (l), որի հետ միացված է i -րդ տարրի k_{in} կոնտակտը: Օրինակ, նկ. 3.7.1-ում ներկայացված համակարգի տարրերի լծորդման R օպերատորն ունի աղյուսակ 3.7.1-ում բերված տեսքը:



Նկ. 3.7.1 Համակարգում տարրերի լծորդման սխեման

Աղ. 3.7.1 Համակարգում տարրերի լծորդման R օպերատորը
 համակարգի տարրի համար_

↓
մուտքային կոնտակտի համարը

i/n	0	1	2	3
1	1,1	0,1	0,4	1,3
2	1,2	0,2	0,5	0,3
3	3,1		3,3	2,1
4	3,2			
5	2,1			

ԲԱԺԻՆ 4. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒՄ ԵՎ ԻՐԱԿԱՆԱՑՈՒՄ

4.1. ԳԱՂԱՓԱՐ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Մաթեմատիկական մոդելավորման կիրառության փորձը ցույց է տալիս, որ հետազոտվող օբյեկտին համարժեք վերլուծական մոդելներ հնարավոր է ստանալ միայն համեմատաբար պարզ և լավ ուսումնասիրված համակարգերի համար: Բարդ համակարգերի վերլուծական նկարագրության ժամանակ առկա են լուրջ դժվարություններ, որոնք պայմանավորված են մեծ թվով պատահական գործոնների և տարբեր բնույթի տարրերի (անընդհատ, ընդհատ) ու կախվածությունների (գծային, ոչ գծային) առկայությամբ: Ամիրաժեշտ է նշել, որ հաճախ այդ դժվարությունները չի հաջողվում հաղթահարել: Իսկ եթե, այնուամենայնիվ, օբյեկտի պարզեցման և գործոնների մեծ մասի անտեսման միջոցով հաջողվում է ստանալ վերլուծական մոդել, ապա այն մեծամասամբ համարժեք չէ իրական համակարգին: Այդ պատճառով բարդ համակարգերի մաթեմատիկական մոդելավորման հիմնական և հեռանկարային եղանակը համարվում է նմանակային մոդելավորումը: Այն հնարավորություն է տալիս մոդելավորել ցանկացած բարդության համակարգեր, որոնք բաղկացած են տարբեր տիպի և բնույթի տարրերից, հաշվի առնել բազմաթիվ պատահական գործոնների ազդեցությունը և փոփոխականների միջև ցանկացած բնույթի կախվածությունները: Նմանակային մոդելավորման դեպքում հատուկ մոդելավորող ալգորիթի հիման վրա կազմված ծրագրի միջոցով ԷՅՄ-ով վերարտադրվում են (նմանակվում են) ուսումնասիրվող գործընթացը կազմող տարրական երևույթները՝ հաշվի առնելով դրանց փոխկապակցությունը և փոխգործողությունը: Ընդ որում, պահպանվում են այդ երևույթների տրամաբանական կառուցվածքը և ժամանակի ընթացքում դրանց հաջորդականությունը: Մոդելավորման ընթացքում նմանակվող երևույթները և գործողությունները ծրագրային եղանակով միավորվում են և կազմում ուսումնասիրվող գործընթացին ինչ-որ չափով նման մի ձևայնացված գործընթաց, որի թվային բնութագրերի գնահատումը հեշտությամբ իրականացվում է ԷՅՄ-ով մոդելավորման արդյունքում:

Նմանակային մոդելավորումը հաճախ դիտվում է որպես հետազոտման յուրահատուկ թվային մեթոդ, որն էականորեն տարբերվում է սովորական թվային մեթոդներից: Օրինակ, դինամիկական օբյեկտի մոդելի ուսումնասիրության ժամանակ այն բերվում է այնպիսի առնչությունների տեսքի, որի ուսումնասիրությունը հարմար է իրականացնել թվային որևէ մեթոդով: Որից հետո ԷՅՄ-ով կատարվում է այդ առնչությունների հետազոտում, օրինակ, դիֆերենցիալ հավասարման լուծում

Ռուսգե-Կուտի կամ այլ թվային մեթոդով՝ տարբեր սկզբնական պայմանների դեպքում: Ակնհայտ է, որ օգտագործվող թվային մեթոդի տրամաբանական կառուցվածքը որևիցե կապ չունի հետազոտվող գործընթացի ֆիզիկական բնույթի հետ, և էՀՄ-ում ստացվող ինֆորմացիայի բնույթը պայմանավորված է բացառապես այն առնչությունների տեսքով, որոնք ստացվել են սկզբնական մոդելի ձևափոխման արդյունքում: Հետևապես, թվային մեթոդի կիրառությամբ հետազոտման քննարկված դեպքը ոչ մի առնչություն չունի նմանակային մոդելավորման հետ:

Նմանակային մոդելավորումը կիրառվում է ինչպես դետերմինացված, այսինքն՝ ոչ պատահական բնույթ ունեցող, այնպես էլ հավանականային օբյեկտների ուսումնասիրության ժամանակ: Ընդ որում, եթե դետերմինացված գործընթացի նմանակման արդյունքում ստանում ենք լրիվ որոշակի մեծություններ, ապա հավանականային կամ պատահական գործընթացների նմանակման ընթացքում ստացված արդյունքները պատահական մեծության հնարավոր արժեքներ են: Այդ պատճառով որոշվող մեծությունների թվային բնութագրերը՝ մաթեմատիկական սպասումը, դիսպերսիան կամ բաշխման օրենքը որոշվում են ստացված հնարավոր իրացումների (արժեքների) միջինացման արդյունքում՝ դիտելով այդ իրացումներն իբրև յուրահատուկ վիճակագրական տվյալներ: Այս առումով նմանակային մոդելավորումը նմանեցվում է վիճակագրական փորձարկման գործընթացին և դիտվում է որպես մաթեմատիկական կամ նմանակային յուրահատուկ գիտափորձ: Հաշվի առնելով այս նմանությունը՝ հաճախ հավանականային գործընթացների նմանակային մոդելավորումն անվանում են վիճակագրական մոդելավորում:

Հարկ է նշել, որ գործնականում նմանակային մոդելավորումը կիրառվում է քոմփյուտերային, մեքենայական, թվային մոդելավորում, վիճակագրական փորձարկումների մեթոդ, Մոնտե-Կառլոյի մեթոդ և այլ անվանումներով:

Այսպիսով, նմանակային մոդելը էՀՄ-ով իրականացված մի ծրագիր է, որը փոխարինում է հետազոտվող օբյեկտին և որի միջոցով մոդելային կամ համակարգային ժամանակի ընթացքում քոմփյուտերային գիտափորձեր անցկացնելով՝ հետազոտողը կարող է լուծել առաջադրված խնդիրները: Նշենք, որ հետազոտողը գործուն մասնակցություն է ունենում նմանակման գործընթացին՝ դառնալով մոդելի բաղկացուցիչ մասը: Նրա օգնությամբ մոդելը կայացնում է օպտիմալ վճիռներ՝ բացառելով ակնհայտ ոչ օպտիմալ տարբերակները:

4.2. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԳՈՐԾՈՒՆԵՌՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ՁԵՎԱՅՆԱՑՈՒՄ ԵՎ ԱԼԳՈՐԻԹՄԱՑՈՒՄ

Համակարգերի նմանակային մոդելավորումը ներառում է հետևյալ հիմնական փուլերը.

- համակարգի հետազոտում և նրա բովանդակային նկարագրության կազմում (հայեցակարգային մոդելի կառուցում),
- համակարգի գործունեության գործընթացի ձևայնացում (ձևական մոդելի կառուցում),
- համակարգի գործունեության ձևայնացված գործընթացի ալգորիթմացում և քումփյուլթերային իրականացում (նմանակային մոդելի կառուցում),
- մոդելի համարժեքության վերջնական ստուգում,
- մոդելի օգնությամբ մեքենայական գիտափորձերի անցկացում և արդյունքների մեկնաբանում:

Դիտարկենք մոդելավորման նշված փուլերում իրականացվող աշխատանքները և լուծվող խնդիրները:

4.2.1. Մոդելավորվող համակարգի հետազոտում և նրա բովանդակային նկարագրության կազմում

Այս փուլի հիմնական խնդիրներն են՝ մոդելավորման խնդրի բառացի ձևակերպումը և վերլուծությունը, համակարգի հետազոտումը և նրա գործունեության գործընթացի բառացի նկարագրության կազմումը:

Հնարավորինս հստակորեն ձևակերպվում է հետազոտման խնդիրը, հիմնավորվում է նրա լուծման համար նմանակային մոդելավորման մեթոդի օգտագործումը, կատարվում է դրված խնդրի լուծման մեթոդի նախնական ընտրություն՝ ելնելով հատկացված ռեսուրսներից:

Առաջադրված խնդրի վերլուծության ընթացքում ընտրվում են համակարգի գործունեության գործընթացի արդյունավետության ցուցանիշները, ուսումնասիրվում է խնդիրը փոքր խնդիրների տրոհելու հնարավորությունը, համակարգը առանձնացվում է արտաքին միջավայրից և որոշվում է անկախ (էկզոգեն) և կախյալ(էնդոգեն) փոփոխականների նախնական կազմը:

Ելնելով դրված խնդրի բնույթից և նրա վերլուծությունից՝ համակարգը տրոհվում է տարրերի, բացահայտվում են նրանց կողմից կատարվող գործառնությունները և միմյանց միջև առկա կապերը: Այդ նպատակով հավաքվում է նախնական (ապրիոր) ու վիճակագրական ինֆորմացիա և դրանց հիման վրա առաջադրվում են գիտավարկածների տար-

րերի միջև եղած կապերի, դրանց ու ամբողջ համակարգի գործելակերպի վերաբերյալ: Այս ամբողջի հիման վրա կազմվում է համակարգի կառուցվածքային սխեման և գործունեության բովանդակային նկարագրությունը՝ հայեցակարգային կամ բառացի մոդելը, որը հաջորդ փուլում ենթարկվում է ձևայնացման: Այնուհետև ստուգվում է բառացի մոդելի հավաստիությունը և արժանահավատությունը:

4.2.2. Համակարգի գործունեության գործընթացի ձևայնացում

Համակարգի գործունեության գործընթացի ձևայնացումը կամ ձևական սխեմայի կառուցումը միջանկյալ օղակ է նրա բառացի նկարագրության և մաթեմատիկական մոդելի միջև:

Այս փուլում մաթեմատիկորեն ձևակերպվում է մոդելավորման խնդիրը, խստորեն հիմնավորվում է համակարգի գործունեության արդյունավետության ցուցանիշների (օպտիմալացման ցուցանիշների) ընտրությունը, ճշտվում է որոնվող մեծությունների ցանկը և որոշվում համակարգի տարրերի վերջնական կազմը:

Ինչպես գիտենք, համակարգի գործունեության գործընթացը ձևականորեն ներկայացվում է որպես ժամանակի ընթացքում նրա վիճակների հաջորդական փոփոխություն, իսկ համակարգի մոդելը տրվում է հետևյալ երկու առնչությունների համախմբով.

$$\begin{cases} z(t) = H[t, z^0, x(t), \beta] \\ y(t) = G[t, z(t), x(t), \beta] \end{cases} \quad (4.1)$$

$$z^0 = z(\tau), \quad t_0 \leq \tau < t:$$

Ընդհանուր դեպքում համակարգի և նրա տարրերի նմանակային մոդելները կարելի է ներկայացնել հետևյալ առնչությամբ.

$$y(t) = H^*[t, z^0, x(t), \beta] \quad (4.2)$$

որտեղ H^* -ը H և G օպերատորների բաղադրույթն է՝ $H^* = H \circ G$, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)) \in X$ ՝ մոդելի մուտքային փոփոխականների վեկտորն է, որը կառավարելի է մոդելավորման ընթացքում, $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)) \in Z$ ՝ մոդելի վիճակի փոփոխականների (բնութագրերի) վեկտորն է, որը կառավարելի չէ, $y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_k(t)) \in Y$ ՝ մոդելի ելքային փոփոխականների վեկտորն է, $\beta(t) = (\beta_1(t), \beta_2(t), \dots, \beta_l(t)) \in B$ ՝ մոդելի կառուցվածքային պարամետրերի վեկտորն է:

Համակարգի ձևական նկարագրության կառուցման նպատակով ընտրվում են ինչպես համակարգի, այնպես էլ նրա տարրերի մուտքային և ելքային փոփոխականները, վիճակի բնութագրերը, պարամետրերը, համակարգվում են արտաքին միջավայրի և համակարգի տարրերի վերաբերյալ վիճակագրական տվյալները, ընտրվում են համակարգի տարրերի (կամ գործունեության գործընթացը կազմող ենթագործընթացների) բնութագրերի մոտարկման մեթոդները, ստուգվում են ընդունված գիտավարկածները և առաջարկությունները: Այս ամբողջի հիման վրա ընտրվում են տարրերի գործունեության գործընթացների ձևայնացման տիպային մաթեմատիկական սխեմաները, որոնց հիման վրա այդ սխեմաներում օգտագործվող վերացական տերմիններով և հասկացություններով, խիստ ձևական ոճով նկարագրվում է համակարգի գործունեության գործընթացը: Դրանից հետո, հնարավորության դեպքում, աշխատում են համապատասխան մաթեմատիկական սխեմաների կիրառությամբ, վերլուծական տեսքով ներկայացնել արտաքին միջավայրի, տարրերի մաթեմատիկական մոդելները և նրանց միջև կապերը, բոլոր առնչությունները, բաշխման օրենքները, տրամաբանական պայմանները, փոփոխականների միջև կախվածությունները և ընդհանրապես բոլոր այն տեղեկությունները, որոնք բերված են համակարգի ձևայնացված նկարագրության մեջ: Պետք է նշել, որ վերլուծական նկարագրությունները միշտ չէ, որ ճշգրտորեն համապատասխանում են ձևայնացված սխեմաներին, քանի որ մոտարկման ժամանակ անպայմանորեն թույլ են տրվում սխալներ:

4.2.3. Մոդելի ալգորիթմացում և մեքենայական իրականացում

Մոդելավորման այս փուլում, նախորդ փուլում կառուցված ձևական մոդելը, որը համակարգը կազմող տարրերի մաթեմատիկական մոդելների և տարբեր մեծությունների միջև վերլուծական առնչությունների, տրամաբանական պայմանների համախումբ է, ներկայացվում է համապատասխան մանակային (քոմպյուտերային) մոդելի տեսքով:

Մինչև այս փուլի բուն խնդիրներին անցնելը, կանգ առնենք մոդելավորող ալգորիթմների կառուցման սկզբունքների և ալգորիթմների ներկայացման ձևերի վրա:

Ինչպես նշել ենք, համակարգի գործունեության ձևայնացված գործընթացը կարելի է դիտել, որպես ժամանակի ընթացքում նրա վիճակների՝ $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t))$ հաջորդական փոփոխություն: Ակնհայտ է, որ համակարգի գործունեության գործընթացի մոդելավորման նպատակը $z(t)$ ֆունկցիայի կառուցումն է, որի հիման վրա կարելի է

հաշվարկել համակարգի ելքային բնութագրերը՝ այսինքն անհրաժեշտ է ունենալ $z(t) = H[t, z^0, x(t), \beta]$ օպերատորը:

Ենթադրենք՝ ունենք դետերմինացված համակարգ, որի համար տրված է $z^0 = (z_1^0, z_2^0, \dots, z_n^0)$ և հայտնի է $z(t) = H[t, z^0, x(t), \beta]$ օպերատորը՝ վերլուծական կամ ալգորիթմական տեսքով: Ձևափոխենք այդ արտահայտությունը այնպես, որ հարմար լինի հաշվել $z(t + \Delta t) = (z_1(t + \Delta t), z_2(t + \Delta t), \dots, z_n(t + \Delta t))$ վիճակի բնութագրերը՝ հայտնի $z_i(\tau \leq t) (i = \overline{1, n})$ միջոցով: ԷՅՄ-ով համակարգի գործունեության գործընթացի վերարտադրման նպատակով նրա հիշողության մեջ առանձնացվում է մի բջիջ, որտեղ պետք է գրառվի ընթացիկ համակարգային կամ մոդելային ժամանակը: Ակնհայտ է, որ սկզբում այնտեղ պետք է գրառվի մոդելավորման սկզբնական t_0 պահը, որին համապատասխանում է $z_i^0(t_0) = z_i^0, (i = \overline{1, n})$ սկզբնական վիճակը: Ընտրվում է Δt ժամանակահատված և այդքանով ավելացվում համակարգային ժամանակը՝ $t_1 = t_0 + \Delta t$: H օպերատորով հաշվարկվում են $z_i(t_0 + \Delta t) (i = \overline{1, n})$ վիճակի բնութագրերը և կրկին ավելացվում մոդելային ժամանակը Δt -ով: Այժմ հաշվարկվում են $z_i(t_1 + \Delta t) (i = \overline{1, n})$ և անցնում են հաջորդ քայլին՝ շարունակելով մինչև մոդելավորման ավարտի t_δ պահը: Եթե Δt ժամանակահատվածը ընտրված է բավականաչափ փոքր, ապա $\{z(t_j) : j = 1, 2, \dots, [t_\delta / \Delta t]\}$ հաջորդականությունը, որի անդամները հաշվարկվել են $z(t_j) = H(t_j, z(t_{j-1}), x(t_j), \beta)$ առնչությամբ, մոտավոր կերպով կվերարտադրի համակարգի գործունեության ձևայնացված գործընթացը:

Այժմ քննարկենք հավանականային համակարգի գործունեության գործընթացի վերարտադրման առանձնահատկությունները: Այս դեպքում H օպերատորը պատահական բնույթ է կրում: Դա նշանակում է, որ հայտնի $z_i(\tau \leq t) (i = \overline{1, n})$ արժեքների հիման վրա նա որոշում է ոչ թե $z_i(t + \Delta t) (i = \overline{1, n})$ բնութագրերի արժեքները, այլ նրանցից յուրաքանչյուրի հավանականությունների բաշխումը: Ըստ այդ օրենքի՝ իրականացված խաղարկության արդյունքում ժամանակի յուրաքանչյուր t_j պահին որոշվում են $z_i(t_j) (i = \overline{1, n})$ վիճակի բնութագրերը: Արդյունքում $[0; t_\delta]$ ժամանակահատվածում վերարտադրվում է $z(t)$ բազմաչափ պատահական գործընթացի հնարավոր իրացումը:

Մոդելավորող ալգորիթմի կառուցման քննարկվող սկզբունքը կոչվում է « Δt սկզբունք»։ Այն համապիտանի սկզբունք է, որը հնարավորություն է տալիս վերարտադրել համակարգի վիճակները ժամանակի որոշակի $t_0 + k\Delta t$ ($k = 1, 2, \dots, [t_\delta / \Delta t]$) պահերին։

Սակայն միաժամանակ պետք է նշել, որ մեքենայական ժամանակի ծախսի տեսակետից Δt սկզբունքը, մյուս սկզբունքների համեմատ ամենաշռայլն է։ Այդ փաստը ակնհայտորեն երևում է մեկ այլ սկզբունքի հետ համեմատելուց, որի էությունը հետևյալն է։

Իրական համակարգերի գործունեությունը դիտարկելիս կարելի է տարբերել երկու տիպի վիճակներ.

- հատուկ վիճակներ, որոնք տարբերվում են սովորական վիճակներից ժամանակի որոշակի t_δ պահերին (որպես կանոն, մուտքային ազդանշանի ստացման պահերին) վիճակի $z_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) բնութագրերի կտրուկ կամ թռիչքաձև փոփոխությամբ։

- Սովորական վիճակներ, որոնցում համակարգը գտնվում է ժամանակի մեծ մասի ընթացքում և որոնց դեպքում վիճակի բնութագրերը կամ չեն փոփոխվում, կամ էլ սահուն կերպով են փոփոխվում։ Այսպիսի համակարգի համար մոդելավորող ալգորիթմները նպատակահարմար է կառուցել այսպես կոչված «հատուկ վիճակների» կամ « δ_z սկզբունքով»։ Այդպիսի համակարգերից են զանգվածային սպասարկման համակարգերը, հուսալիության մոդելները, ավտոմատները և ընդհանրապես ընդհատ գործողության համակարգերը։ « δ_z սկզբունքով» նշված տիպի համակարգերի գործունեության գործընթացները մոդելավորելիս դրանց բնութագրերը զնահատվում են միայն հատուկ վիճակների վերաբերյալ ինֆորմացիայով, իսկ սովորական վիճակները մոդելավորման ընթացքում չեն դիտարկվում։

- « δ_z սկզբունքը» հնարավորություն է տալիս որոշակի դասի համակարգերի մոդելավորման դեպքում « Δt սկզբունքի» համեմատ էականորեն կրճատել մոդելավորող ալգորիթմի մեքենայական իրականացման ժամանակը։ Այս սկզբունքով կառուցված ալգորիթմը տարբերվում է « Δt սկզբունքով» կառուցված ալգորիթմից նրանով, որ այն ընդգրկում է հաջորդ հատուկ վիճակի վրա հասնելու t_δ պահը որոշող ընթացակարգ։ Այդ պահից կախված՝ համակարգային ժամանակը աճում է համապատասխան քայլով։

Գործնականում կիրառվում է համակցված սկզբունքը, որը հնարավորություն է տալիս մոդելավորող ալգորիթմը կառուցել այնպես, որ

հատուկ վիճակները նմանակվեն « δ_z սկզբունքով», իսկ դրանց միջև ընկած ժամանակահատվածում համակարգի գործունեության գործընթացը՝ « Δt սկզբունքով»:

Մոդելավորող ալգորիթմների և նմանակային ծրագրերի ներկայացման ամենահարմար եղանակը բլոկ-սխեման է: Մոդելավորման տարբեր փուլերում կառուցվում են ալգորիթմների ու ծրագրերի խոշորացված և մանրամասն բլոկ-սխեմաներ: Խոշորացված բլոկ-սխեման ցույց է տալիս, թե մոդելավորման տվյալ քայլում ինչ պետք է կատարվի, իսկ մանրամասն բլոկ-սխեման՝ ինչպես պետք է կատարվի: Տարբերում են նաև մոդելավորող ալգորիթմի տրամաբանական բլոկ-սխեմա, որը ցույց է տալիս ժամանակի ընթացքում տրամաբանական գործողությունների հաջորդականությունը:

Ծրագրի բլոկ-սխեման արտացոլում է մոդելավորող ալգորիթմի ծրագրային իրականացման կարգը: Այն մոդելավորող ալգորիթմի տրամաբանական բլոկ-սխեմայի մեկնաբանությունն է կոնկրետ ալգորիթմական լեզվի կիրառման դեպքում:

Մոդելավորող ալգորիթմը և համապատասխան ծրագիրը կարելի է դիտել որպես մոդելավորվող գործընթացի մաթեմատիկական մոդելի գրառման մի ձև:

Խորհուրդ է տրվում նմանակային մոդելը կառուցել բլոկային կամ մոդուլային սկզբունքով, այսինքն ստանդարտ բլոկների (օպերատորների) համախմբության տեսքով: Դրա շնորհիվ մոդելը ձեռք է բերում կառուցվածքի փոփոխության ճկունություն, քանի որ գործառնական տեսակետից այն տրոհված է ենթամոդելների: Բլոկների ընտրության ժամանակ ելնում են հետևյալ երկու հիմնական պահանջներից.

- բլոկը պետք է ունենա ակնհայտ հստակ իմաստ և համապատասխանի իրական որևիցե ենթագործընթացի կամ գործողության:
- ծրագրավորման ժամանակ յուրաքանչյուր բլոկ առանց դժվարության պետք է ներկայացվի տարրական գործողությունների հաջորդականության տեսքով:

Տարբերում են հիմնական բլոկներ, որոնք վերարտադրում են մոդելավորվող գործընթացը կազմող որոշակի ենթագործընթացներ, երևույթներ, և օժանդակ(ծառայողական) բլոկներ, որոնք բուն նմանական հետ ոչ մի առնչություն չունեն և նախատեսված են հիմնական բլոկների աշխատանքի ապահովման, անհրաժեշտ մեծությունների հաշվարկման, նմանական կազմակերպման, արդյունքների գրառման և մշակման համար:

Մոդելավորող ալգորիթմի կառուցման ժամանակ առաջին հերթին մշակվում են հիմնական բլոկները (օպերատորներ): Դրանք միմյանց հետ լծորդվում են հետազոտվող գործընթացի ձևայնացված սխեմային համապատասխան: Այնուհետև որոշելով, թե ինչ պարամետրեր են անհրաժեշտ հիմնական բլոկների աշխատանքի համար, նախատեսվում են դրանց հաշվումը իրականացնող օժանդակ բլոկները: Մոդելավորող ալգորիթմի հիմնական մասի ավարտից հետո անցնում են օժանդակ բլոկների մշակմանը: Այդ նպատակով պետք է քննարկել հետազոտվող որոնմվելիք մեծությունների ցանկը և դրանց հաշվարկի համար անհրաժեշտ առնչությունները:

Այժմ քննարկենք մոդելավորող ալգորիթմների կառուցման համար անհրաժեշտ բլոկների տեսակները:

Հաշվողական բլոկները: Սրանք թվաբանական բլոկների ամենատարածված տեսակն են: Մոդելավորող ալգորիթմում այս բլոկները կարող են օգտագործվել ցանկացած գործողությունների համախմբի նկարագրման և ներկայացման համար: Այդ օպերատորները նշանակվում են A_i -ով:

Պատահական գործընթացների իրացումների ձևավորման բլոկներ: Այս բլոկները ծառայում են հետազոտվող գործընթացի վրա ազդող տարբեր պատահական գործոնների (պատահականությունների, պատահական մեծությունների, ֆունկցիաների և ավելի բարդ բնույթի պատահական օբյեկտների) նմանակման համար: Նշենք, որ ԷՅՄ-ով ցանկացած պատահական գործոնի նմանակման ժամանակ օգտագործվում են, այսպես կոչված, հենքային (բազային) կեղծ պատահական թվեր, որոնք կարող են ստացվել ԷՅՄ-ում, կամ էլ ներմուծվել այնտեղ տարբեր եղանակներով: Հենքային պատահական թվերը սկզբնական նյութ են ծառայում պատահական մեծությունների, ֆունկցիաների և գործընթացների իրացումների ստացման համար: Այդ թվերի հիման վրա պատահական գործընթացների իրացումների ստացումը իրագործվում է ձևավորման բլոկների միջոցով, որոնք նշանակվում են Φ_i -ով:

Ոչ պատահական մեծությունների ձևավորման բլոկներ: Բարդ համակարգերի մոդելավորման ժամանակ բացի պատահական օբյեկտների իրացումների ձևավորումից անհրաժեշտ է լինում նմանակել ոչ պատահական օբյեկտների գործունեությունը, որը հանգում է զանազան մեծությունների և ժամանակից կախված ֆունկցիաների հաշվարկմանը: Այսպիսի օբյեկտների նմանակման ժամանակ կատարվող գործողություններն իրենց էությամբ չեն տարբերվում հաշվողական գործողություններից: Սակայն դրանց առանձնացումը հնարավորություն է տալիս ավելի ակնհայտ ու հասկանալի դարձնել մոդելավորող ալգո-

րիթմը: Ոչ պատահական մեծությունների ձևավորման բլոկները նշանակվում են F_i -ով:

Չաշվիչներ: Մոդելավորող ալգորիթմի կազմում միշտ ընդգրկված են լինում բլոկներ, որոնց օգնությամբ կատարվում է տարբեր օբյեկտների քանակի հաշվումը: Սրանք շատ տարածված բլոկներ են և կոչվում են հաշվիչներ: Չաշվիչների կողմից ստացվող ինֆորմացիան օգտագործվում է տրամաբանական տիպի ծառայողական բլոկների (նշանակվում են i -ով) աշխատանքի համար, որոնք ապահովում են մոդելավորող ալգորիթմի սինքրոնացումը (ռեգլամենտացիան) և մեքենայական գիտափորձերի ավարտից հետո $E3U$ -ի կանգը: Չաշվիչները նշանակվում են K_i -ով:

Մոդելավորման այս փուլում մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմայի կառուցմանը զուգընթաց որոշվում են նաև այն բլոկի մաթեմատիկական առնչությունները, որոնք դեռևս չեն որոշվել ձևայնացման փուլում:

Մոդելավորող ալգորիթմի հիման վրա ստուգվում է նմանակային մոդելի հավաստիությունը՝ այսինքն որքանով է արտացոլում մոդելը ձևայնացված սխեմայի հիմնական առանձնահատկությունները և որքանով է հիմնավորված մոդելի կազմում առկա առնչությունների օգտագործումը: Այնուհետև մոդելավորող համակարգի բնույթից և մոդելավորող ալգորիթմի կառուցման սկզբունքից, ինչպես նաև մեքենայական ռեսուրսներից ելնելով՝ ընտրվում է $E3U$ -ի տիպը: Ընտրվում է ծրագրավորման լեզուն, գնահատվում է անհրաժեշտ հիշողության ծավալը, մեքենայական ժամանակի ծախսը և ծրագրի կազմման ու կարգաբերման ժամանակը: Դրանից հետո, կախված ընտրված ծրագրավորման լեզվից, կառուցվում է ծրագրի բլոկ-սխեման և կազմվում նմանակման ծրագիրը, որը ենթարկվում է բազմակողմանի ստուգման (առանձին մասերով և լրիվ): Միաժամանակ գնահատվում է մեքենայական ժամանակի ծախսը: Կազմվում է մուտքային և ելքային մեծությունների ցանկը, ծրագրերի հետ աշխատելու հրահանգը և դրանց կցվում է նմանակային ծրագրի մեքենայական տպվածքը՝ մեկնաբանություններով հանդերձ:

4.2.4. Մոդելի համարժեքության ստուգում

Նմանակային մոդելավորման ամենալուրջ հարցերից մեկը մոդելի և մոդելավորվող օբյեկտի համարժեքության գնահատումն է: Գնահատել մոդելի համարժեքությունը, նշանակում է որոշել նրա ու մոդելավորվող համակարգի կառուցվածքի և վարքի համապատասխանության կամ նմանության աստիճանը: Այլ կերպ ասած, որոշել թե որքանով է մո-

դելն արտացոլում մոդելավորման նպատակի տեսանկյունից կարևոր համարվող համակարգի հատկություններն ու գործունեության օրինաչափությունները, և մոդելի համարժեքությունը գնահատել դրված նպատակի տեսանկյունից: Այդ առումով նշենք, որ բացարձակ համարժեք մոդելի կառուցումը գործնականորեն անհնար է թեկուզ այն պատճառով, որ ձևայնացման ժամանակ իրական համակարգը պարզեցվում է:

Դեռևս չկան մաթեմատիկական մոդելների համարժեքության գնահատման միասնական մեթոդներ: Նմանակային մոդելների համարժեքության ստուգումն իրականացվում է 3 փուլով:

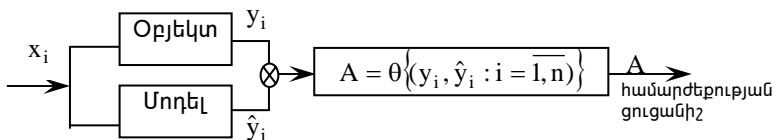
1-ին փուլում տրամաբանության և առողջ դատողության միջոցով հիմնավորվում և ստուգվում են մոդելավորման 1-ին փուլում արված ենթադրությունները և թույլտվությունները: Այս փուլում օգտագործվում է ռացիոնալիստական մոտեցումը (տես 2.5 կետը):

2-րդ փուլում մոդելի համարժեքության գնահատումը հանգում է վիճակագրական չափանիշների միջոցով համակարգի կառուցվածքի և նրա տարրերի գործելակերպի վերաբերյալ արված ենթադրությունների ստուգմանը (էմպիրիստական մոտեցում):

3-րդ փուլում մոդելը ենթարկվում է բազմակողմանի ստուգման՝ հետևյալ հարցերի պարզաբանման նպատակով.

ա) սխալ արդյունքներ չի տալիս արդյո՞ք մոդելը, եթե նրա պարամետրերը ընդունում են սահմանային արժեքներ,

բ) պարամետրերի և մուտքային փոփոխականների միևնույն արժեքների դեպքում մոդելի ելքային փոփոխականների արժեքները համընկնում են արդյո՞ք իրական համակարգի ելքային արժեքների հետ (տես նկ. 4.1.) (պրագմատիստական մոտեցում):



Նկ.4.1. Մոդելի և օբյեկտի համարժեքության ստուգման լուսաբանումը

Այսինքն՝ ստուգվում է մոդելի և օբյեկտի մուտք-ելք առնչությունների համապատասխանության աստիճանը: Այստեղ ևս լայնորեն օգտագործում են վիճակագրական տարբեր չափանիշներ՝ Պիրսոնի (χ^2), Ստյուդենտի (t), Ֆիշերի (F), T^2 -չափանիշը (բազմաչափ ելքային փոփոխականների դեպքում) և այլն:

Այսպիսով, մոդելի համարժեքությունը և հավաստիությունը գնահատվում է մոդելի կառուցման բոլոր փուլերում:

4.2.5. Մոդելի օգնությամբ մեքենայական գիտափորձերի անցկացում և արդյունքների մեկնաբանում

Այս փուլում նմանակային մոդելի օգնությամբ կատարվում են գիտափորձեր, որոնց արդյունքում ստացված ինֆորմացիայի հիման վրա որոշվում են մոդելավորվող համակարգի գործունեության գործընթացի բնութագրերը: Նշենք, որ ԷՅՄ-ով մոդելավորվող ալգորիթմի իրականացման դեպքում մոդելային ժամանակի $t_j (j = \overline{1, n})$ ընդհատ պահերին ինֆորմացիա է ստացվում հետազոտվող գործընթացի $z(t) \in Z$ վիճակների վերաբերյալ: Այս ինֆորմացիան ծառայում է որպես ելակետային նյութ որոնվող բնութագրերի մոտավոր գնահատականների՝ գնահատման չափանիշների որոշման համար: Գնահատման $q(t)$ չափանիշը ցանկացած քանակական ցուցանիշ է, որը որոշվում է $z(t)$ -ով կամ էլ նրանից կախված որևիցե $\Phi[z(t)]$ ֆունկցիայով:

Եթե համակարգի վարքը հավանականային է, ապա $\tilde{q}(t)$ -ն, ընդհանուր դեպքում, պատահական վեկտոր-ֆունկցիա է՝ $\tilde{q}(t) = (\tilde{q}_1(t), \tilde{q}_2(t), \dots, \tilde{q}_n(t))$: Հաճախ օգտագործում են պարզ գնահատականներ, օրինակ՝ համակարգի որոշակի վիճակում գտնվելու հավանականությունը ժամանակի տվյալ պահին, որոշակի ժամանակահատվածում անխափան աշխատանքի հավանականությունը: Քանի որ $\tilde{q}(t)$ -ն պատահական ֆունկցիա է, նրա թվային բնութագրերը՝ մաթեմատիկական սպասումը, դիսպերսիան և այլն, որոշելու համար անհրաժեշտ է բազմակի անգամ $[0, t_\delta]$ միջակայքում վերարտադրել $\tilde{z}(t)$ պատահական ֆունկցիան՝ ստանալով $\tilde{q}(t)$ -ի հնարավոր իրացումները, և դրանց միջինացման արդյունքում ստանալ $M[\tilde{q}(t)]$ -ի և $D[\tilde{q}(t)]$ վիճակագրական գնահատականները: Նշենք, որ մոդելի գործունեությունը $[0, t_\delta]$ միջակայքում կոչվում է փորձարկում (i ծի $\tilde{a}i$):

Մինչև նմանակային մոդելով հետ գիտափորձեր անցկացնելը անհրաժեշտ է կազմել գիտափորձի պլան՝ նշելով պարամետրերի և փոփոխականների արժեքների այն բոլոր համակցումները, որոնց դեպքում պետք է մոդելավորվի համակարգի գործունեության գործընթացը:

Մեքենայական գիտափորձի պլանավորման նպատակը մեքենայական ռեսուրսների նվազագույն ծախսումներով մոդելավորվող համակարգի վերաբերյալ առավելագույն ծավալով ինֆորմացիայի ստացումն է: Մեքենայական գիտափորձերի օպտիմալ պլանների կազմման համար օգտագործվում են գիտափորձերի պլանավորման վիճակա-

գրական մեթոդները: Մեքենայական գիտափորձերը նպատակահարմար է անցկացնել երկու փուլով՝ ստուգիչ և աշխատանքային: Ստուգիչ գիտափորձերի նպատակը մոդելի ստուգումը և սկզբնական տվյալների փոփոխության նկատմամբ մոդելավորման արդյունքների զգայնության գնահատումն է:

Գիտափորձերի արդյունքների ճիշտ վերլուծության համար անհրաժեշտ է ԷՅՍ-ով ստանալ բավարար քանակությամբ տվյալներ և որոշել դրանց վերլուծության մեթոդները:

Ստացված արդյունքները անհրաժեշտ է արտածել վերլուծության համար հարմար տեսքով (աղյուսակների, գրաֆիկների):

Գիտափորձերի արդյունքների ստացումից հետո դրանք անպայմանորեն պետք է մեկնաբանել իրական համակարգի նկատմամբ կիրառելու տեսանկյունից: Մեկնաբանումը պետք հնարավորություն տա պարզել, թե այն արդյունքները և եզրակացությունները, որոնք ստացվել են մոդելավորման միջոցով, կիրառելի են արդյո՞ք իրական համակարգի նկատմամբ:

ԲԱԺԻՆ 5. ՊԱՏԱՅԱԿԱՆ ԱԶԴԱԿՆԵՐԻ ՆՄԱՆԱԿՈՒՄԸ

5.1. ԴԵՆՔԱՅԻՆ ՊԱՏԱՅԱԿԱՆ ԹՎԵՐԻ ՍՏԱՑՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՆԵՐԸ

Բարդ համակարգերի վիճակագրական նմանակային մոդելավորման ժամանակ հատուկ ուշադրություն է դարձվում պատահական ազդակների կամ գործոնների նմանակմանը: Դրանց ձևայնացման համար, որպես մաթեմատիկական սխեմաներ, օգտագործվում են պատահականությունները, պատահական մեծությունները, պատահական ֆունկցիաները և գործընթացները: ԷՀՄ-ով նշված մաթեմատիկական սխեմաների և ընդհանրապես ցանկացած բնույթի պատահական գործոնների նմանակումը հանգում է պատահական թվերի ստացմանը և դրանց ձևափոխմանը: Հարկ է նշել, որ մոդելավորվող գործընթացի մեկ իրացման նմանակման համար պահանջվող թվերի քանակությունը կարող է հասնել մինչև տասնյակ հազարների, իսկ որոշ դեպքերում՝ միլիոնների: Այդ պատճառով հատուկ ուշադրություն է դարձվում պատահական թվերի ստացման պարզ և արագագործ եղանակների մշակմանն ու դրանց ծրագրային իրականացմանը:

Որպես սկզբնական կամ հենքային (բազային) պատահական թվեր, որոնց հետագա ձևափոխման արդյունքում ստացվում են տարբեր բնույթի պատահական գործոններ, օգտագործվում են $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերը: Հետագայում ցույց կտանք, որ այս թվերի օգնությամբ կարելի է մոդելավորել գործնականորեն ցանկացած բաշխման ենթարկվող պատահական մեծություններ, պատահականություններ և պատահական ֆունկցիաներ և գործընթացներ:

Գործնականում տարածում են գտել պատահական թվերի ստացման երեք հիմնական եղանակ՝

- պատահական թվերի ձևավորում ԷՀՄ-ին կցված էլեկտրոնային սարքի (պատահական թվերի տվիչի) օգնությամբ,
- այսպես կոչված կեղծ պատահական թվերի ստացում անմիջականորեն ԷՀՄ-ով, հատուկ ծրագրերի (գեներատորների) օգնությամբ,
- աղյուսակային եղանակ:

Պատահական թվերի տվիչի աշխատանքը հիմնվում է ֆիզիկական պատահական երևույթների (ներլամպային կամ ներկիսահաղորդչային աղմուկներ, ռադիոակտիվ տրոհում, մթնոլորտային էլեկտրական խանգարումներ և այլն) օգտագործման վրա: Պետք է նշել, որ այս եղանակը լայնորեն կիրառվել է ԷՀՄ-ների ստեղծման սկզբնական փուլում և ներ-

կայուն շարունակվում է օգտագործվել անալոգային և հիբրիդային էՀՄ-ներով պատահական գործընթացները մոդելավորելիս:

Սակայն այս եղանակն ունի հետևյալ թերությունները.

- թվերի ստացման վրա համեմատաբար շատ ժամանակ է ծախսվում,
- պատահական թվերի տվյալ հաջորդականությունը վերարտադրել հնարավոր չէ,
- ժամանակի ընթացքում պատահական թվերի բաշխումը ենթարկվում է փոփոխության (դիտվում է բաշխման ֆունկցիայի դրեյֆ):

Ներկայում էՀՄ-ով պատահական թվերի ստացման համար հիմնականում օգտագործվում է կեղծ պատահական թվերի ձևավորման ծրագրային եղանակը: Կեղծ պատահական թվերի ստացման գեներատորը որոշակի ծրագիր է: Այն հնարավորություն է տալիս ստանալ պատահական թվերի հաջորդականություններ, որոնց ցանկացած անդամը միարժեքորեն որոշվում է նախորդի հիման վրա՝ որոշակի հաշվողական գործողությունների արդյունքում:

Հիշենք հավասարաչափ բաշխման հիմնական հատկությունները: Եթե \tilde{r} անընդհատ պատահական մեծությունը ենթարկվում է հավասարաչափ բաշխման $[a, b]$ միջակայքում, ապա նրա հավականությունների բաշխման խտության ֆունկցիան, մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան ունեն հետևյալ տեսքը.

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{եթե } r \in [a, b], \\ 0, & \text{եթե } r \notin [a, b] \end{cases}, \quad (5.1.1)$$

$$M[\tilde{r}] = \int_a^b f(r) \cdot r dr = \int_a^b \frac{1}{b-a} \cdot r dr = \frac{r^2}{2(b-a)} \Big|_a^b = \frac{a+b}{2}, \quad (5.1.2)$$

$$D[\tilde{r}] = \int_a^b f(r) \cdot (r - M[\tilde{r}])^2 dr = \frac{(b-a)^2}{12}, \quad (5.1.3)$$

$$\sigma_r = \sqrt{D[\tilde{r}]} = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}: \quad (5.1.4)$$

Մասնավորապես, եթե $r \in [0, 1]$ միջակայքին, ապա

$$f(r) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } 0 \leq r \leq 1, \\ 0, & \text{եթե } r \notin [0, 1], \end{cases} \quad (5.1.5)$$

$$M[\tilde{r}] = \frac{1}{2}, \quad (5.1.6)$$

$$\sigma_r = \sqrt{D[\tilde{r}]} = \frac{1}{2\sqrt{3}} : \quad (5.1.7)$$

Դիտարկենք \tilde{Z} պատահական ընդհատ մեծությունը, որը կարող է ընդունել երկու հնարավոր արժեք՝ 0 և 1, հավասար հավանականությամբ:

$$Z_i = \begin{cases} 1, P\{Z_i = 1\} = \frac{1}{2}, \\ 0, P\{Z_i = 0\} = \frac{1}{2} \end{cases} :$$

Ենթադրենք ունենք Z պատահական մեծության հնարավոր արժեքների անվերջ հաջորդականություն: Դիտարկենք այդ հաջորդականության անդամները՝ որպես ինչ-որ \tilde{r}^* թվի երկուական նիշեր, այսինքն. $\tilde{r}^* = \tilde{z}_1 \cdot 2^{-1} + \tilde{z}_2 \cdot 2^{-2} + \tilde{z}_3 \cdot 2^{-3} + \dots + \tilde{z}_k \cdot 2^{-k} \dots$

Այդ դեպքում կարելի է ցույց տալ, որ երբ $k \rightarrow \infty$, ապա \tilde{r}^* -ը պատահական թիվ է $[0, 1]$ միջակայքից: Ընդ որում,

$$P\left\{r^* \in \left[0; \frac{1}{2}\right]\right\} = \frac{1}{2}, \quad P\left\{r^* \in \left[0; \frac{1}{4}\right]\right\} = \frac{1}{4} \text{ և ընդհանրապես ցանկացած } 1/2^k$$

երկարությամբ միջակայքից արժեքներ ընդունելու հավանականու-

$$\text{թյունը՝ } P\left\{r^* \in \left[\frac{j}{2^k}; \frac{j+1}{2^k}\right]\right\} = \frac{1}{2^k}, \text{ որտեղ } \frac{1}{2^k} \text{-ն միջակայքի երկարու-}$$

թյունն է: Հետևաբար \tilde{r}^* -ը $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված ընդհատ պատահական մեծություն է: Այստեղից էլ հետևում է ԷՅՄ-ով $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված թվերի ստացման եղանակը: Այն հանգում է միմյանցից անկախ Z_i պատահական մեծությունների իրացումների՝ հնարավոր արժեքների հաջորդականության ստացմանը, որոնք այնուհետև դիտվում են որպես \tilde{r} թվի երկուական նիշեր:

Նախքան \tilde{r} պատահական թվերի ստացման կոնկրետ գեներատորների քննարկմանն անցնելը, նշենք այն պահանջները, որոնք ներկայացվում են դրանց:

Գործնականում ԷՅՄ-ով կեղծ պատահական \tilde{r}^* թվերի ստացումն իրականացվում է այսպես: Ինչպես հայտնի է ԷՅՄ-ում թվի գրառման համար հատկացված է k հիշողության բջջում հնարավոր է գրառել 2^k

քանակությամբ չհամընկնող թվեր, որոնց հանդես գալու հավանականությունը նույնն է և հավասար է $1/2^k$: Քանի որ k -ն անվերջ չէ, ապա այդպիսի պատահական թվերը ընդհատ են, ուստի ենթարկվում են կեղծ հավասարաչափ բաշխման $[0,1]$ միջակայքում: Կեղծ հավասարաչափ բաշխված ընդհատ \tilde{r}^* պատահական մեծությունը ընդունում է $r_i^* = \frac{i}{2^k - 1}, i = 0, 1, 2, \dots, (2^k - 1)$ ընդհատ արժեքներ $P_i = \frac{1}{2^k}$ հավանականությամբ: 2^k -ի փոխարեն $(2^k - 1)$ արժեքի ընդգրկումը նպատակ ունի r_i -ի 2^k արժեքների մեջ ընդգրկել ինչպես 0, այնպես էլ 1 թվերը:

Գտնենք $M[\tilde{r}^*]$ -ը և σ_{r^*} -ը.

$$M[\tilde{r}^*] = \sum_{i=0}^{2^k-1} r_i P_i = \sum_{i=0}^{2^k-1} \frac{i}{2^k - 1} \cdot \frac{1}{2^k} : \quad (5.1.8)$$

$$\text{Չաշվի առնելով, որ } \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (5.1.9)$$

$$\text{կստանանք՝ } M[\tilde{r}^*] = \frac{1}{2} :$$

$$D[\tilde{r}^*] = \sum_{i=0}^{2^k-1} (r_i - M[\tilde{r}^*])^2 \cdot P_i = \frac{1}{2^k} \sum_{i=0}^{2^k-1} \left[\frac{i}{2^k - 1} - \frac{1}{2} \right]^2 :$$

$$\text{Չաշվի առնելով, որ } \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ և (5.1.9) առնչությունը,}$$

$$\text{կստանանք՝ } D[\tilde{r}^*] = \frac{1}{12} \cdot \frac{2^k + 1}{2^k - 1}, \quad (5.1.10)$$

որտեղից՝

$$\sigma_{r^*} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2^k + 1}{2^k - 1}} : \quad (5.1.11)$$

Երբ $k \rightarrow \infty$, ապա $\sigma_{r^*} = \sigma_r$, այսինքն՝ \tilde{r}^* -ի բաշխումը մոտենում է անընդհատ \tilde{r} պատահական մեծության ստույգ հավասարաչափ բաշխմանը: Գործնականում, երբ $k \geq 15$, ապա \tilde{r}^* -ը կարելի է համարել հավասարաչափ բաշխված:

Հենքային կեղծ պատահական թվերի գեներատորներին ներկայացվում են հետևյալ պահանջները. Դրանք պետք է ապահովեն հավասարաչափ բաշխված, վիճակագրորեն իրարից անկախ (չկորելացված), վերարտադրվող և չկրկնվող թվերի ստացում: Բացի այդ, գեներատորը ԷՅՄ-ի հիշողության մեջ պետք է գրավի նվազագույն ծավալ և օժտված լինի մեծ արագագործությամբ: Նշված պահանջներին ներկայում բավարարում են պատահական թվերի ստացման, այսպես կոչված, կոնգրուենտ (համընկնելի) եղանակները:

Քննարկենք գործնական մոդելավորման ոլորտում լայնորեն կիրառվող պատահական թվերի ստացման հետևյալ երեք կոնգրուենտ եղանակները՝ մուլտիպլիկատիվ, խառը և համակցված:

Այս երեք եղանակների հիմքում ընկած է թվերի համեմատման մաթեմատիկական հասկացությունը: Ասում են, որ a և b թվերը համեմատելի են ըստ մոդուլ m -ի, եթե դրանց տարբերությունը պատիկ է m -ին, այսինքն՝ a և b -ն m -ի բաժանելուց ստացված մնացորդները միմյանց հավասար են: Այդ դեպքում գրում են, որ $a \equiv b \pmod{m}$, օրինակ $1897 \equiv 7 \pmod{5}$:

Քննարկենք վերը նշված երեք եղանակները.

Մուլտիպլիկատիվ եղանակ: Այս եղանակն ապահովում է պատահական, ոչ բացասական m -ից փոքր ամբողջ թվերի հաջորդականության՝ $\{n_i\}$ -ի ստացումը հետևյալ անդրադարձ բանաձևով.

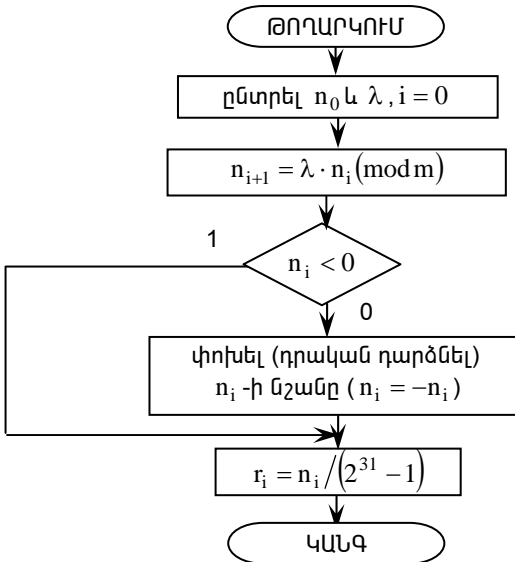
$$n_{i+1} = \lambda n_i \pmod{m}: \quad (5.1.12)$$

Ընդ որում, λ -ի և n_0 -ի ընտրությամբ կարելի է ստանալ հավասարաչափ բաշխված, թույլ կորելացված կեղծ պատահական թվերի հաջորդականություններ՝ տրված m մոդուլի դեպքում առավելագույն կրկնման պարբերությամբ: Կրկնման պարբերությունը՝ h -ը, այն ամենափոքր դրական թիվն է, որի դեպքում տեղի ունի հետևյալ հավասարությունը.

$$n_h \equiv n_0 \pmod{m}:$$

Հաշվման երկուական համակարգով ԷՅՄ-ով այս եղանակը իրականացնելիս հարմար է m -ը վերցնել հավասար 2^k , որտեղ k -ն թվի գրառման համար հատկացվող մեքենայական բառի երկարությունն է (մեքենայական բառի երկուական նիշերի՝ բիթերի քանակը): IBM ԷՅՄ-երի համար այդ երկարությունը կազմում է 32 կամ 64, որոնցից 31-ը (63-ը) հատկացվում է տրված թվի գրառման, իսկ ծախս կողմի ամենավերջին բիթը՝ թվի նշանի գրառման համար:

Խորհուրդ է տրվում n_0 -ն վերցնել 7-անիշ կամ 9-անիշ կամայական կենտ թիվ, իսկ λ -ն հաշվարկել $\lambda = 8t \pm 3$ բանաձևով, որտեղ t -ն ցանկացած դրական ամբողջ թիվ է: Մուլտիպլիկատիվ կոնգրուենտ ալգորիթմը կարելի է ներկայացնել հետևյալ բլոկ-սխեմայով.



Նկ. 5.1. Հենքային պատահական թվերի ձևավորման մուլտիպլիկատիվ կոնգրուենտ ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

Նշված եղանակը իրականացվել է ծրագրավորման մի շարք լեզուներով գրված ենթածրագրերի կամ ներքին ֆունկցիաների տեսքով (RANDU ենթածրագիրը FORTRAN լեզվով կամ RAND, RANDOM ֆունկցիաները PASCAL լեզվով), որոնք ընդգրկված են ԷՅՄ-երի ստանդարտ ծրագրերի գրադարանում: RANDU ենթածրագրում $t = 8192 = 2^{13}$, իսկ $\lambda = 8 \cdot t + 3 = 65539$: Այս ծրագիրն ապահովում է $2^{k-2} = 2^{29}$ քանակությամբ $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված կեղծ պատահական թվերի ստացում: 2^{29} -ից հետո հաջորդականությունը կրկնվում է:

Ալգորիթմի աշխատանքը ցուցադրելու և կրկնման պարբերությունը գործնականորեն որոշելու նպատակով քննարկենք հետևյալ օրինակը.

Ենթադրենք $k = 4$, $n_0 = 7$ և $\lambda = 8t - 3 = 8 - 3 = 5$: Երկուական համակարգում $n_0 = 0111$, իսկ $\lambda = 0101$, $m = 2^k = 16$:

$$1. \text{ Գազվենք } \lambda \cdot n_0 = (0101)(0111) = 00100011 :$$

$$\text{Այստեղից } n_1 = 0011 = 3, \text{ իսկ } r_1 = \frac{n_1}{2^k} = \frac{3}{16} = 0,1875 :$$

$$2. \text{ Գազվենք } \lambda \cdot n_1 = (0101)(0011) = 00001111 :$$

$$\text{Այստեղից } n_2 = 1111 = 15, \text{ իսկ } r_2 = \frac{n_2}{2^k} = \frac{15}{16} = 0,9375 :$$

$$3. \text{ Գազվենք } \lambda \cdot n_2 = (0101)(1111) = 01001011 :$$

$$\text{Այստեղից } n_3 = 1011 = 11, \text{ իսկ } r_3 = \frac{n_3}{2^k} = \frac{11}{16} = 0,6875 :$$

$$4. \text{ Գազվենք } \lambda \cdot n_3 = (0101)(1011) = 00110111 :$$

$$\text{Այստեղից } n_4 = 0111 = n_0 = 7, \text{ իսկ } r_4 = \frac{n_4}{2^k} = \frac{7}{16} = 0,4375 :$$

$$5. \text{ Գազվենք } \lambda \cdot n_4 = (0101)(0111) = 00100011; \text{ որտեղից}$$

$$n_5 = 0011 = 3, \text{ իսկ } r_5 = 0,1875 = r_1 :$$

Որից բխում է, որ $h = 4 = 2^{4-2}$: Ընդհանուր դեպքում $h = 2^{k-2}$:

Խառը կոնգրուենտ եղանակ: Այս եղանակի դեպքում $\{n_i\}$ հաջորդականության անդամների որոշման համար օգտագործվում է հետևյալ բանաձևը.

$$n_{i+1} = [\lambda n_i + \mu] \pmod{m}, \quad (5.1.13)$$

որտեղ μ -ն ամբողջ դրական թիվ է:

Քննարկվող եղանակի առավելությունն այն է, որ տրված m -ի դեպքում λ -ի և μ -ի համապատասխան ընտրությամբ կարելի է ապահովել $h = 2^k$, նախորդ եղանակի համեմատ երկու կարգ բարձր, կրկնման պարբերություն:

Թերությունն այն է, որ մեկ հաշվողական գործողությամբ նախորդ ալգորիթմից ավելի է:

Համակցված կոնգրուենտ եղանակ: Քննարկված երկու մեթոդներն ունեն մի հիմնական թերություն՝ ստացված պատահական թվերի միջև ավտոկորելյացիայի առկայությունը: Այդ թերությունը վերացնելու նպատակով մշակվել է համակցված եղանակը: Սրա առանձնահատկությունն այն է, որ հաշվարկվում է պատահական i ինդեքս, որը ցույց է տալիս թե գեներացված թվերից ո՞րը պետք է վերցնել որպես $\{n_i\}$ հաջորդականության հերթական անդամ: Այս եղանակն ապահովում է ավտոկորելյացիայի զգալի նվազեցում: Հիմնական թերությունը՝ ինդեքսի

հաշվման գործողության պատճառով գեներատորի աշխատանքի արագագործության գրեթե կրկնակի անգամ նվազումն է:

5.2. ՊԱՏԱՅՈՒՅԹՆԵՐԻ ԽԱՂԱՐԿՄԱՆ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԷՅՄ-ՈՎ

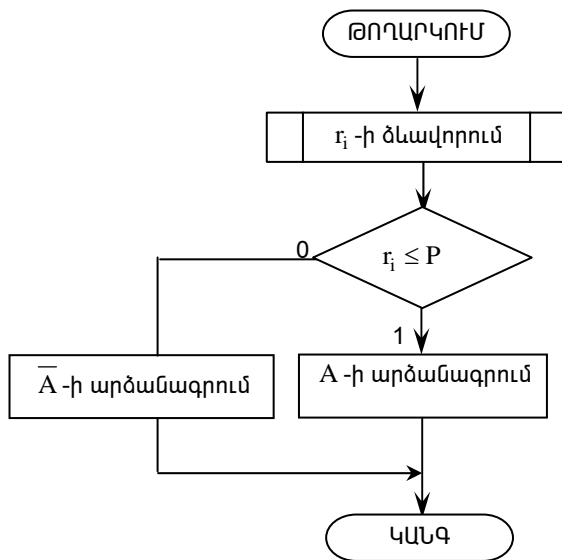
Բարդ համակարգերի գործունեության վրա ազդող պարզագույն պատահական գործոնները (օբյեկտները) ձևայնացվում են պատահույթների և ընդհատ պատահական մեծությունների տեսքով: Այս գործոնների նմանակման ժամանակ ենթադրվում է, որ ԷՅՄ-ով ծրագրային կամ աղյուսակային եղանակով հնարավոր է ստանալ $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերի հաջորդականություն՝ $\{r_i : i = \overline{1, n}\}$:

Վիճակագրական մոդելավորման ժամանակ առավել հաճախ հանդիպող պարզագույն պատահական գործոնները պատահույթներն են: Դիտարկենք դրանց խաղարկման նմանակման սկզբունքները և առանձնահատկությունները:

Ենթադրենք անհրաժեշտ է մոդելավորել P հավանականությամբ հանդես եկող A պատահույթը: Որպես A պատահույթի նմանակ A^* պատահույթ համարենք $r_i \leq P$ պայմանի կատարումը: Այդ դեպքում նշված պայմանի կատարման կամ խաղարկման արդյունքում A^* պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը կորոշվի որպես՝

$$P(A^*) = \int_0^P f(r) dr = \int_0^P 1 \cdot dr = P : \quad (5.2.1)$$

Քանի որ $P(A^*) = P(A) = P$, ապա տրված P հավանականությամբ հանդես եկող A պատահույթի խաղարկման նմանակումը հանգում է \tilde{r} պատահական մեծության իրացումների նմանակմանը, այսինքն՝ $\{r_i\}$ թվերի ձևավորմանը և հաջորդաբար դրանք P -ի հետ համեմատմանը: Եթե տվյալ r_i -ի դեպքում $r_i \leq P$ պայմանը կատարվում է, ապա համարվում է, որ A պատահույթը փորձի արդյունքում տեղի է ունեցել: Հակառակ դեպքում ընդունում են, որ տեղի է ունեցել \bar{A} պատահույթը: Այսպիսով, A պատահույթի խաղարկումը մոդելավորող ալգորիթմն ունի հետևյալ տեսքը՝



Նկ. 5.2. A պատահական խաղարկման մոդելավորող ալգորիթի բլոկ-սխեմա

Նույն սկզբունքով կարելի է մոդելավորել P_1, P_2, \dots, P_m հավանա-

կանություններով տեղի ունեցող լրիվ խումբ կազմող ($\sum_{i=1}^m P_i = 1$)

A_1, A_2, \dots, A_m պատահականները: Այս պատահականների խաղարկման գործընթացը նմանակվում է հետևյալ կերպ: Սահմանենք A_k^* պատահականը՝ որպես հետևյալ պայմանի կատարում.

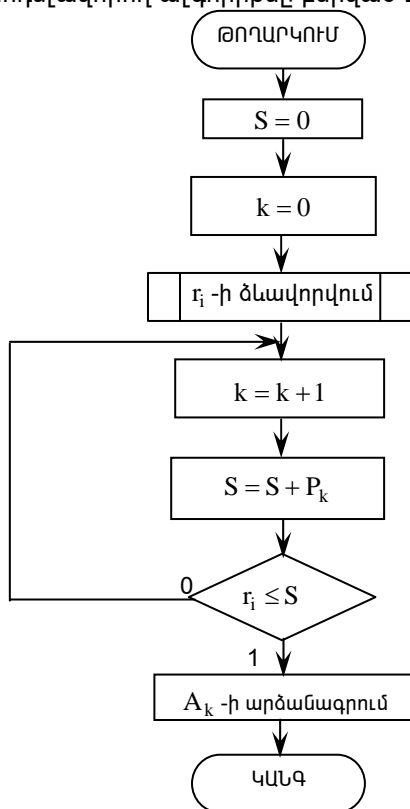
$$I_{k-1} < r_i \leq I_k, \quad (5.2.2)$$

որտեղ $I_k = \sum_{i=1}^k P_i$:

Այդ դեպքում A_k^* պատահականի հանդես գալու հավանականությունը կորոշվի որպես՝

$$P(A_k^*) = \int_{I_{k-1}}^{I_k} f(r) \cdot dr = \int_{I_{k-1}}^{I_k} 1 \cdot dr = P(A_k) = P_k \quad (5.2.3)$$

Այսպիսով, քանի որ A_k^* և A^k պատահականների հանդես գալու հավանականությունները հավասար են միմյանց, լրիվ խումբ կազմող պատահականների խաղարկման նմանակումը հանգում է $\{r_i\}$ թվերի ստացմանը և դրանցից յուրաքանչյուրի համար $1_{k-1} < r_i \leq 1_k$ պայմանի ստուգմանը: Եթե տվյալ r_i -ի համար հիշյալ պայմանը կատարվել է, ապա համարում են, որ խաղարկման արդյունքում A_m պատահականը տեղի է ունեցել: Այս գործընթացի, որը կոչվում է A_1, A_2, \dots, A_m պատահականների խաղարկում ըստ P_1, P_2, \dots, P_m հավանականությունների բաշխման օրենքի, մոդելավորող ալգորիթմը բերված է նկ.5.3-ում:



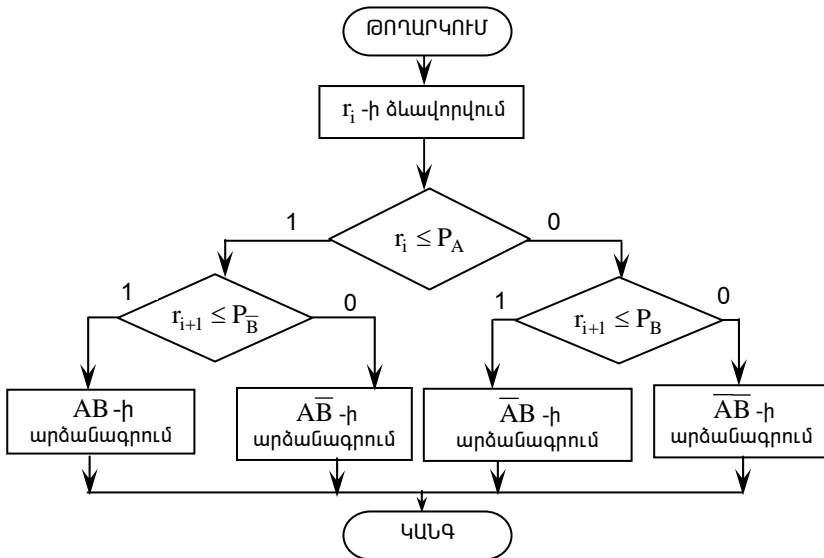
Նկ. 5.3. Լրիվ խումբ կազմող պատահականների խաղարկման մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

Հաճախ անհրաժեշտ է լինում մոդելավորել պատահականությունների հոսքեր, որոնցից յուրաքանչյուրն երկու կամ ավելի պարզ պատահականություններից կազմված բարդ պատահականություն է:

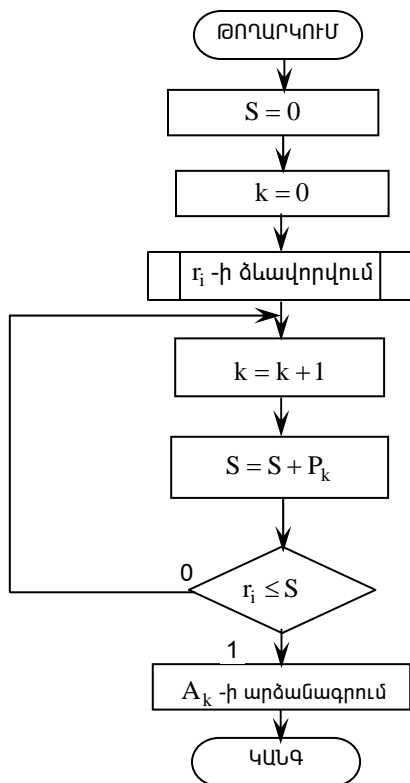
1. Ենթադրենք A և B պատահականություններն անկախ են: Նրանց հանդես գալու հավանականություններն են՝ P_A և P_B : Այդ դեպքում հնարավոր են P_1, P_2, P_3, P_4 հավանականություններով հանդես եկող հետևյալ բարդ պատահականությունները՝ $AB, \overline{AB}, A\overline{B}, \overline{A}\overline{B}$ կամ A_1, A_2, A_3, A_4 : Սրանք կազմում են պատահականությունների լրիվ խումբ, որոնց հանդես գալու հավանականությունները որոշվում են հետևյալ կերպ. $P_1 = P_A P_B$, $P_2 = (1 - P_A) P_B$, $P_3 = (1 - P_B) P_A$, $P_4 = (1 - P_A)(1 - P_B)$:

Ակնհայտ է, որ $\sum_{i=1}^4 P_i = 1$:

Այս պատահականությունների մնանական մոդելավորումը ԷՅՄ-ով կարելի է իրականացնել երկու եղանակով, որոնց ալգորիթմների բլոկ-սխեմաները ներկայացված են նկ 5.4-ում և նկ.5.5-ում:



Նկ 5.4. Անկախ պատահականությունների խաղարկման մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա (1-ին եղանակ)



Նկ. 5.5. Անկախ պատահույթների խաղարկման մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա (2-րդ եղանակ)

2. Ենթադրենք A և B պատահույթները կախյալ են: Հայտնի են P_A -ն, P_B -ն, ինչպես նաև $P(B/A)$ -ն: Հնարավոր բարդ պատահույթներն են՝ $AB, A\bar{B}, \bar{A}B, \bar{A}\bar{B}$ կամ A_1, A_2, A_3, A_4 , որոնց հանդես գալու P_1, P_2, P_3, P_4 հավանականությունները որոշվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$P_1 = P_A \cdot P(B/A),$$

$$P_2 = P_A[1 - P(B/A)], P_3 = [1 - P_A] \cdot P(B/\bar{A}), P_4 = [1 - P_A] \cdot [1 - P(B/\bar{A})]:$$

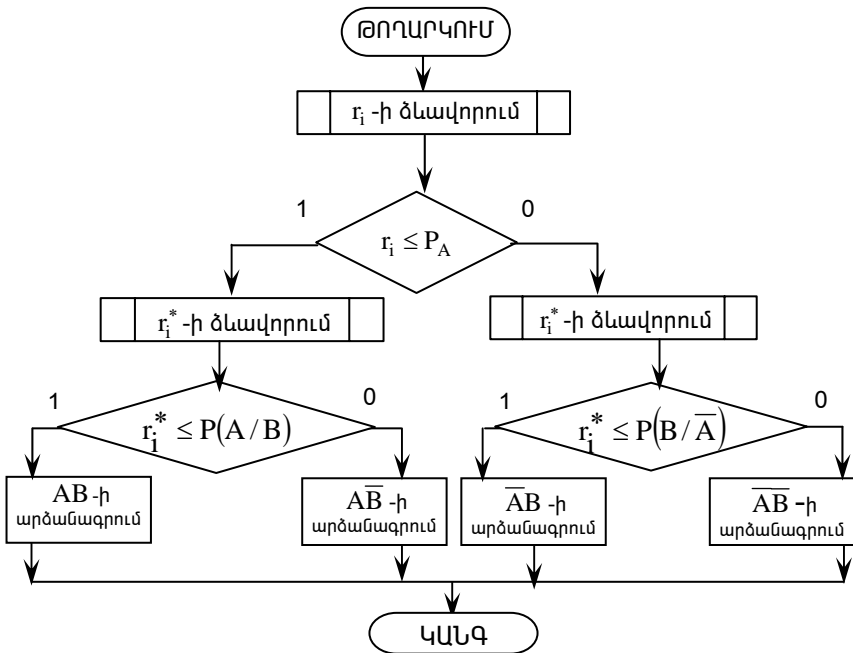
Որոշենք $P(B/\bar{A})$ հետևյալ առնչությունից.

$$P_B = P_{\bar{A}} \cdot P(B/\bar{A}) + P_A \cdot P(B/A),$$

որտեղից, հաշվի առնելով, որ $P_{\bar{A}} = 1 - P_A$, կստանանք՝

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P_B - P_A \cdot P(B/A)}{1 - P_A} : \text{Այսպիսով, } A \text{ և } B \text{ պարզ կախյալ պատահականություններից կազմված բարդ պատահականության խաղարկման նմանակումը հանգում է լրիվ խումբ կազմող պատահականությունների խաղարկման նմանակմանը, որի մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեման ներկայացված է նկ. 5.6-ում:}$$

5.6-ում:



Նկ. 5.6. Կախյալ պատահականությունների խաղարկման մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

Նման ձևով կարելի է կառուցել ընդհատ պատահական (հավանականային) գործընթացների մոդելավորող ալգորիթմները:

5.3. ՊԱՏԱՅԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԻՐԱՑՈՒՄՆԵՐԻ ՁԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ

Ինչպես նշվել է, բարդ համակարգերին, մասնավորապես ԱՅ-երին, բնորոշ առանձնահատկություններից մեկն այն է, որ դրանք գործում են ներքին և արտաքին պատահական գործոնների ազդեցության պայմաններում: Այդ պատճառով ԷՅՄ-երի կիրառությամբ նմանակային (վիճակագրական) մոդելավորման մեթոդով նշված համակարգերի հետազոտման դեպքում էական ուշադրություն է նվիրվում պատահական ազդեցությունների (ազդակների, գործոնների) նմանակմանը, որոնց ձևայնացման համար օգտագործում են պատահիկները, պատահական մեծությունները, վեկտորները պատահական ֆունկցիաները և հավանակային գործընթացները:

ԷՅՄ-ով վերոհիշյալ պատահական օբյեկտների իրացումների ձևավորումը հանգում է $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված (հենքային) թվերի $\{r_i\}$ հաջորդականությունների ստացմանը և դրանց ձևափոխմանը՝ տրված բաշխում ունեցող պատահական թվերի $\{x_i\}$ հաջորդականության:

Դիտարկենք հենքային պատահական $\{r_i\}$ թվերի հաջորդականությունը տրված բաշխում ունեցող թվերի $\{x_i\}$ հաջորդականությանը ձևափոխելու երկու հիմնական մեթոդ, որոնք, շնորհիվ իրենց համապիտանիության, լայն տարածում են գտել:

5.3.1. Հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդ

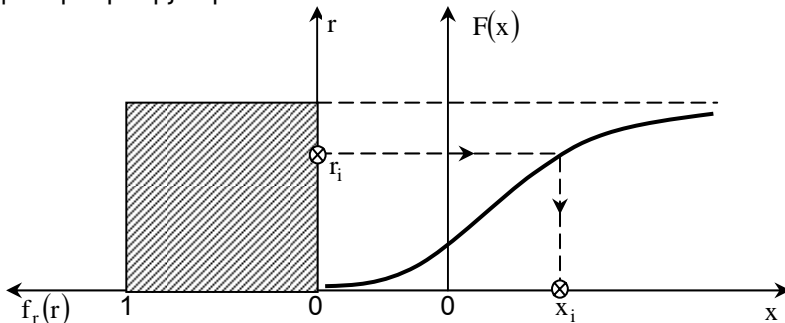
Դիտարկվող մեթոդը հիմնվում է հավանականությունների տեսության հետևյալ թեորեմի վրա:

Եթե \tilde{x} անընդհատ պատահական մեծությունն ունի $F(x)$ բաշխման ֆունկցիա, ապա $\tilde{r} = F(\tilde{x})$ պատահական մեծությունը հավասարաչափ է բաշխված $[0, 1]$ միջակայքում: Հետևապես, $F(x)$ ֆունկցիայի խիստ մոնոտոնության վերաբերյալ ենթադրության դեպքում, $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{r} պատահական մեծության կոնկրետ ընտրված r_i արժեքի համար հակադարձ ձևափոխության ճանապարհով կարելի է միարժեքորեն որոշել \tilde{x} պատահական մեծության համապատասխան x_i արժեքը.

$$x_i = F^{-1}(r_i), \quad (5.3.1)$$

որտեղ F^{-1} -ը F ֆունկցիայի հակադարձն է:

Գրաֆիկորեն (5.3.1) ձևափոխությունը կարելի է լուսաբանել նկ.5.7-ի օգնությամբ:



Նկ.5.7. Հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդի գրաֆիկական մեկնաբանումը

Քանի որ \tilde{x} պատահական մեծության $F(x)$ բաշխման ֆունկցիան $f(x)$ խտության ֆունկցիայի հետ կապված է հետևյալ առնչությամբ՝

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx, \quad (5.3.2)$$

ապա վերը նշված ձևափոխությունը հանգում է x_i -ի նկատմամբ հետևյալ ինտեգրալային հավասարման լուծմանը՝

$$r_i = F(x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx : \quad (5.3.3)$$

Այս հավասարման լուծման արդյունքում ստացվում է x_i -ի այնպիսի արժեք, որի դեպքում բաշխման ֆունկցիայի հակադարձ ֆունկցիան ընդունում է r_i արժեք:

Բաշխման որոշ մասնավոր, օրինակ, հավասարաչափի, ցուցչայինի, Վեյբուլի և այլ օրենքների դեպքում (5.3.3) հավասարումը հաջողվում է լուծել անմիջականորեն, վերլուծական եղանակով: Ըստ որում, լուծման արդյունքում ստացվում է (5.3.1) հակադարձ ձևափոխության, այսինքն $F^{-1}(r)$ ֆունկցիայի վերլուծական արտահայտությունը՝ ձևափոխող կամ մոդելավորող բանաձևը:

Եթե (5.3.3) հավասարումը վերլուծական եղանակով անհնար է լուծել, ապա կիրառվում են լուծման թվային մեթոդներ:

Այսպիսով, հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդով տրված $f(x)$ խտության ֆունկցիայով \tilde{x} պատահական մեծության իրացումների ձևավորումը էՅՄ-ով հանգում է հետևյալին.

1. ստացվում է x_i հենքային պատահական թիվը՝ այսինքն, $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{r} պատահական մեծության հնարավոր արժեքը,

2. մոդելավորող բանաձևի՝ (5.3.1) առնչության միջոցով կանթվային մեթոդով (5.3.3) հավասարման լուծման արդյունքում ստացվում է x_i թիվը՝ տրված $f(x)$ խտության ֆունկցիայով \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր արժեքը:

Հարկ է նշել, որ քննարկված մեթոդը հետևյալ հանգամանքների պատճառով ունի կիրառության սահմանափակ ոլորտ.

- մոդելավորման կիրառական խնդիրներում հանդիպող մի շարք բաշխման օրենքների համար վերլուծական տեսքով (5.3.1) հարաբերակցության ստացումն անհնար է, հետևապես (5.3.3) հավասարումը պետք է լուծել թվային մեթոդներով, ինչը ոչ մեծ արագագործություն ունեցող էՅՄ-երի օգտագործման դեպքում էապես մեծացնում է յուրաքանչյուր պատահական թվի ստացման ժամանակը,

- այն դեպքում, երբ (5.3.3) հավասարումը հաջողվում է լուծել վերլուծական եղանակով, արդյունքում ստացված մոդելավորող բանաձևերը պարունակում են արմատներ, լոգարիթմներ և այլ բարդ գործողություններ, որոնք նույնպես նկատելիորեն մեծացնում են մեքենայական ժամանակի ծախսը:

Նշված հանգամանքների պատճառով նմանակային մոդելավորման պրակտիկայում լայն տարածում են գտել հենքային պատահական թվերի ձևափոխման մոտավոր մեթոդները, որոնք բաժանվում են հետևյալ երկու խմբերի. ա) համապիտանի (ուճիվերսալ) մեթոդներ, որոնց օգնությամբ կարելի է ստանալ ցանկացած բաշխում ունեցող պատահական թվեր, բ) ոչ համապիտանի մեթոդներ, որոնցից յուրաքանչյուրը նախատեսված է միայն որոշակի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ստացման համար:

Դիտարկենք պատահական թվերի ստացման մի համապիտանի մեթոդ, որը հիմնված է խտության ֆունկցիայի կտոր առ կտոր մոտարկման վրա:

5.3.2. Խտության ֆունկցիայի մոտարկման վրա հիմնված մեթոդ

Քննարկվող մեթոդի էությունը հետևյալն է: Դիցուք պահանջվում է ձևավորել $f(x)$ խտության ֆունկցիա ունեցող $\tilde{x} \in [a, b]$ պատահական մեծության իրացումները՝ պատահական թվերի $\{x_i\}$ հաջորդականությունը: Բաժանենք $[a, b]$ հատվածը m քանակությամբ միջակայքերի այնպես, որ \tilde{x} պատահական մեծության ցանկացած k -րդ $[a_k; a_{k+1}]$ միջակայք ընկնելու հավանականությունը լինի նույնը՝

$$P(a_k \leq \tilde{x} \leq a_{k+1}) = \int_{a_k}^{a_{k+1}} f(x) dx = 1/m : \quad (5.3.4)$$

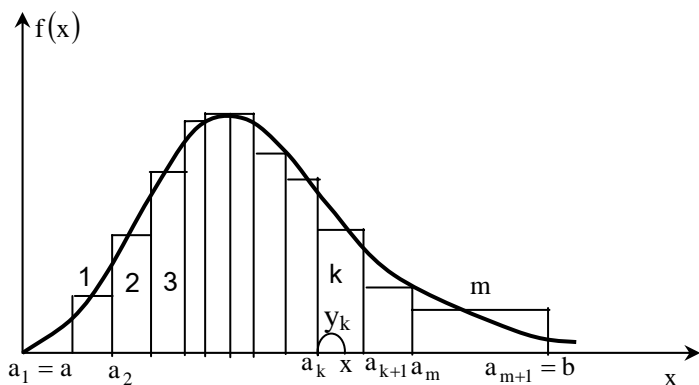
Միջակայքերի m քանակը որոշվում է $f(x)$ ֆունկցիայի մոտարկման տրված ճշտությամբ և սովորաբար ընդունվում է հավասար 2^N , $N = 4 \div 6$:

Ընդունենք, որ յուրաքանչյուր միջակայքի սահմաններում $f(x)$ խտության ֆունկցիայի արժեքը չի փոխվում, այսինքն՝ $f(x)$ ֆունկցիան մոտարկվում է կտոր առ կտոր հաստատուն (աստիճանաձև) ֆունկցիայով (տես նկ.5.8):

Այդ դեպքում \tilde{x} պատահական մեծությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ գումարի տեսքով.

$$\tilde{x} = \tilde{a} + \tilde{y}_k, \quad (5.3.5)$$

որտեղ \tilde{a} -ն ընդհատ պատահական մեծություն է, որը $P_1, P_2, \dots, P_m = 1/m$ հավանականությամբ ընդունում է a_1, a_2, \dots, a_m արժեքները, իսկ \tilde{y}_k -ն՝ անընդհատ պատահական մեծություն է, որը, համաձայն $f(x)$ ֆունկցիայի կտոր առ կտոր հաստատուն մոտարկման, հավասարաչափ է բաշխված $[0; a_{k+1} - a_k]$ միջակայքում:



Նկ.5.8 Խտության ֆունկցիայի մոտարկումը

ԷՅՄ-ով այս մեթոդն իրագործելիս նպատակահարմար է մոդելավորումից առաջ որոշել \tilde{a} պատահական մեծության բոլոր հնարավոր արժեքները՝ $\{a_k : k = \overline{1; m+1}\}$ զանգվածը, դասավորելով դրանք աճման կարգով: Ջանգվածի տարրերի հաշվումն իրականացվում է (5.3.4) հավասարման օգնությամբ՝ դիտելով այն որպես անդրադարձ առնչություն, այսինքն՝ սկսելով առաջին միջակայքից, որի ձախ ծայրակետը հայտնի է ($a_1 = a$), հաջորդաբար, յուրաքանչյուր k -րդ միջակայքի համար a_{k+1} -ի նկատմամբ լուծվում է նշված հավասարումը:

Այսպիսով, տրված խտության ֆունկցիայով \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր արժեքի ձևավորման համար անհրաժեշտ է պատահականորեն ընտրել $[a_k; a_{k+1}]$ միջակայք և դրան համապատասխան ձևավորել $[0; a_{k+1} - a_k]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{y}_k պատահական մեծության հնարավոր արժեքը: Քանի որ m միջակայքերից յուրաքանչյուրում \tilde{x} պատահական մեծության ընկնելու հավանականությունը հավասար է $1/m$ -ի, ապա միջակայքի պատահական ընտրությունը հանգում է $[1; m]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{k} պատահական մեծության հնարավոր k արժեքի ձևավորմանը և $\{a_k\}$ զանգվածից համապատասխան a_k և a_{k+1} տարրերի ընտրությանը:

Դիտարկվող մեթոդով $\{x_i\}$ պատահական թվերի ձևավորման ընթացակարգը հետևյալն է.

1.[0,1] միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերի գեներատորի միջոցով ստացվում է r_i հենքային պատահական թիվը,

2.այդ թվի օգնությամբ ձևավորվում է $[1;m]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{k} ամբողջաթիվ պատահական մեծության հնարավոր k_i արժեքը (միջակայքի համարը), հետևյալ մոդելավորող բանաձևով՝

$$k_i = 1 + (m - 1) \cdot r_i, \quad (5.3.6)$$

3.գեներատորի միջոցով ստացվում է հաջորդ r_i^* հենքային թիվը,

4.այդ թվի օգնությամբ ձևավորվում է $[0; a_{k+1} - a_k]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{y}_k պատահական մեծության $y_{k,i}$ արժեքը հետևյալ բանաձևով՝

$$y_{k,i} = (a_{k+1} - a_k) \cdot r_i^*, \quad (5.3.7)$$

5.ձևավորվում է \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր x_i արժեքը՝ համաձայն հետևյալ առնչության

$$x_i = a_{k_i} + y_{k,i} : \quad (5.3.8)$$

Պատահական թվերի ձևավորման դիտարկված մեթոդը, շնորհիվ իր համապիտանիության, պարզության և հիշողության խնայողականության, լայն գործնական կիրառություն է գտնել: Իրոք, քանի որ $\{a_k\}$ զանգվածի տարրերը հաշվարկվում են միայն մեկ անգամ մոդելավորումից առաջ, ուստի յուրաքանչյուր պատահական թվի ստացման համար պահանջվում է կատարել մի քանի պարզ գործողություններ, որոնց քանակը կախված չէ միջակայքերի թվից՝ այսինքն $f(x)$ ֆունկցիայի մոտարկման ճշգրտությունից:

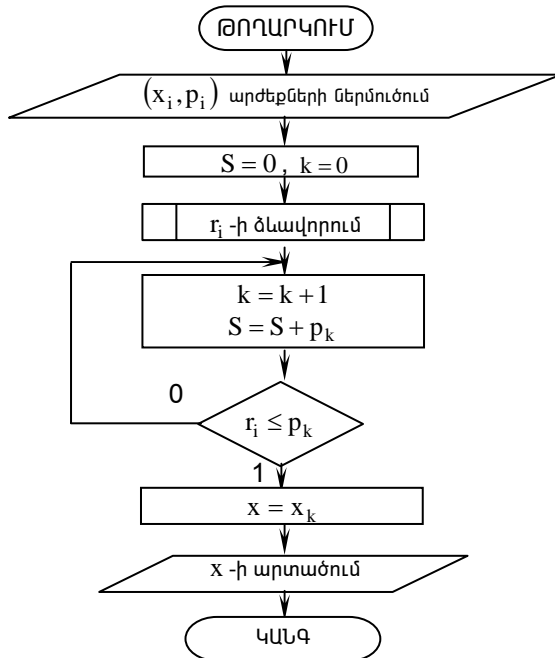
Այս մեթոդի թերություններն են. 1) մոտարկման ճշգրտության անհավասարաչափությունը ($f(x)$ -ի փոքր արժեքների տիրույթում միջակայքերի երկարությունների մեծացման հետևանքով ճշգրտությունը նվազում է); 2) մոդելավորումից առաջ $\{a_k\}$ զանգվածի ձևավորման անհրաժեշտությունը:

Երբ պահանջվում է ապահովել առավել բարձր ճշգրտություն, խտության ֆունկցիայի մոտարկման ժամանակ աստիճանաձև ֆունկցիայի փոխարեն օգտագործում են ավելի բարդ մոտարկող ֆունկցիաներ (գծային, քառակուսային և այլն):

5.3.3. Ընդհատ պատահական մեծությունների հնարավոր իրացումների ձևավորման ստանդարտ մեթոդ

Այժմ քննարկենք ընդհատ պատահական մեծությունների իրացումների ձևավորման լայնորեն օգտագործվող հետևյալ մեթոդը (ստանդարտ մեթոդ):

Դիցուք անհրաժեշտ է ձևավորել \tilde{x} ընդհատ պատահական մեծության հնարավոր իրացումները, որը ենթարկվում է $p_k = P(x = x_k)$, $k = \overline{1, m}$ հավանականությունների բաշխմանը, այսինքն՝ p_1, p_2, \dots, p_m հավանականություններով ընդունում է x_1, x_2, \dots, x_m արժեքները: Եթե \tilde{x} պատահական մեծության x_k արժեք ընդունելը համարենք A_k պատահիւթ, ապա \tilde{x} պատահական մեծության իրացումների ձևավորման նպատակով կարելի է օգտագործել լրիվ խումբ կազմող A_1, A_2, \dots, A_m պատահիւթների խաղարկման նմանակման 5.2. կետում շարադրված ալգորիթմը, որը մի փոքր ձևափոխումից հետո կարելի է ներկայացնել հետևյալ բլոկ-սխեմայով:



Նկ. 5.9 Ընդհատ պատահական մեծության իրացումների ձևավորման ստանդարտ ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

Առանձին դեպքերում, որոշ բաշխման օրենքների ենթարկվող $\{x_i\}$ պատահական թվերի ձևավորման համար նպատակահարմար է օգտագործել $\{r_i\}$ հենքային պատահական թվերի մոտավոր ձևափոխման, այսպես կոչված, ոչ համապիտանի մեթոդները: Սրանք հիմնվում են հավանականությունների տեսության համապատասխան թեորեմների և դրանց իրավացիությունն ապահովող պայմանների վերարտադրման կամ նմանակման վրա: Այսպես, օրինակ, նորմալ բաշխված պատահական թվերի ստացման համար օգտագործվում է հավանականությունների տեսության կենտրոնական սահմանային թեորեմը, որի համաձայն միևնույն օրենքով բաշխված պատահական մեծությունների զումարի բաշխման օրենքը զումարելիների թվի անվերջ աճի դեպքում զուգամիտվում է նորմալ օրենքի հետ:

Համապատասխան թեորեմների վրա են հիմնվում նաև Պուասոնի, էռլանգի և այլ օրենքներով բաշխված պատահական թվերի ձևավորման եղանակները:

5.4. ՊԱՏԱՀԱՎԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԻՐԱՑՈՒՄՆԵՐԻ ԶԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐԸ

5.4.1. Հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերի ձևավորումը

$[a; b]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված անընդհատ \tilde{x} պատահական մեծության խտության ֆունկցիան տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 0, & x < a, x > b, \end{cases} \quad (5.4.1)$$

որտեղ a -ն և b -ն բաշխման պարամետրերն են:

Հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերի ստացման համար օգտագործենք հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդը:

Համաձայն (5.3.3) առնչության, ունենք.

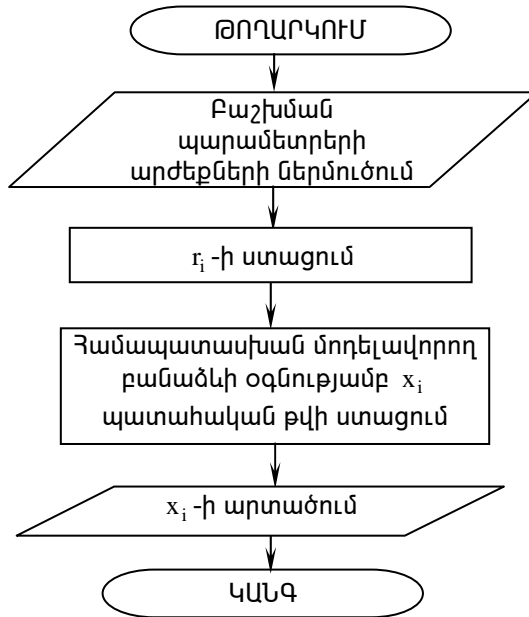
$$r_i = \int_a^{x_i} \frac{dx}{b-a} : \quad (5.4.2)$$

Լուծելով (5.4.2) հավասարումը x_i -ի նկատմամբ՝ կստանանք հետևյալ մոդելավորող բանաձևը.

$$x_i = a + (b - a) \cdot r_i : \quad (5.4.3)$$

Այս բանաձևի օգնությամբ $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված $\{r_i\}$ պատահական թվերի հիման վրա ձևավորվում են $[a;b]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված $\{x_i\}$ պատահական թվերը:

Ընդհանրացված ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.4-ում:



Նկ.5.10. Հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդով պատահական թվերի ձևավորման ընդհանրացված ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

5.4.2. Ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորում

\tilde{X} անընդհատ պատահական մեծությունը ենթարկվում է ցուցչային բաշխման, եթե նրա խտության ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (5.4.4)$$

որտեղ՝ λ -ն բաշխման պարամետրն է:

Դիտարկենք ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական մեծության հնարավոր արժեքների ձևավորման երկու եղանակ:

Առաջին եղանակը հիմնվում է հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդի վրա, այսինքն՝ (5.3.3) ինտեգրալային հավասարման լուծման օգտագործման վրա, որը կազմվում է հաշվի առնելով (5.4.4) արտահայտությունը՝

$$r_i = \int_0^{x_i} \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx : \quad (5.4.5)$$

Լուծելով (5.4.5) հավասարումը x_i -ի նկատմամբ, կստանանք.

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - r_i) :$$

Հաշվի առնելով, որ $(1 - \tilde{r})$ պատահական մեծությունը ևս հավասարաչափ է բաշխված $[0,1]$ միջակայքում, ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման համար վերջնականորեն կստանանք հետևյալ մոդելավորող բանաձևը՝

$$x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln r_i : \quad (5.4.6)$$

Դիտարկված եղանակով պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեման պատկերված է նկ.5.10-ում:

Ամիրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ այդ ալգորիթմի իրացումը ԷՀՄ-ով պահանջում է մեքենայական ժամանակի համեմատաբար մեծ ծախս, քանի որ լոգարիթմումը ամենադանդաղ կատարվող մեքենայական գործողություններից մեկն է համարվում: Ուստի այն դեպքում, երբ պահանջվում է էապես կրճատել ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ստացման ժամանակը, կիրառում են մոտավոր մեթոդներ:

Ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման երկրորդ եղանակը հիմնվում է 5.3.2. կետում դիտարկված խտության ֆունկցիայի աստիճանաձև մոտարկման վրա: Այդ եղանակով պատահական թվերի ձևավորման համար ամիրաժեշտ է նախապես հաշվարկել $\{a_k\}$ զանգվածի տարրերը՝ օգտվելով հետևյալ առնչությունից՝

$$\int_{a_k}^{a_{k+1}} \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{m} : \quad (5.4.7)$$

Լուծելով (5.4.7) ինտեգրալային հավասարումը a_{k+1} -ի նկատմամբ, կստանանք հետևյալ անդրադարձ առնչությունը.

$$a_{k+1} = -\frac{1}{\lambda} \ln \left(e^{-a_k \cdot \lambda} - \frac{1}{m} \right); \quad (5.4.8)$$

Ընտրելով միջակայքերի թիվը՝ $m = 2^6 = 64$ և հաշվի առնելով, որ $a_1 = 0$, (5.4.8) անդրադարձ առնչության օգնությամբ հաշվարկվում են $\{a_k : k = \overline{1,65}\}$ արժեքները:

Եթե $\{a_k\}$ զանգվածը ձևավորված է, ապա ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմը հանգում է հետևյալին՝ (տես նկ.5.11)

1. ստացվում է r_i հենքային պատահական թիվը,

2. ձևավորվում է $[1,64]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{k} ամբողջաթիվ պատահական մեծության հնարավոր k_i արժեքը (միջակայքի համարը կամ զանգվածի տարրի ինդեքսը) հետևյալ բանաձևով՝

$$k_i = [1 + 63 \cdot r_i], \quad (5.4.9)$$

3. ստացվում է r_i^* հենքային պատահական թիվը,

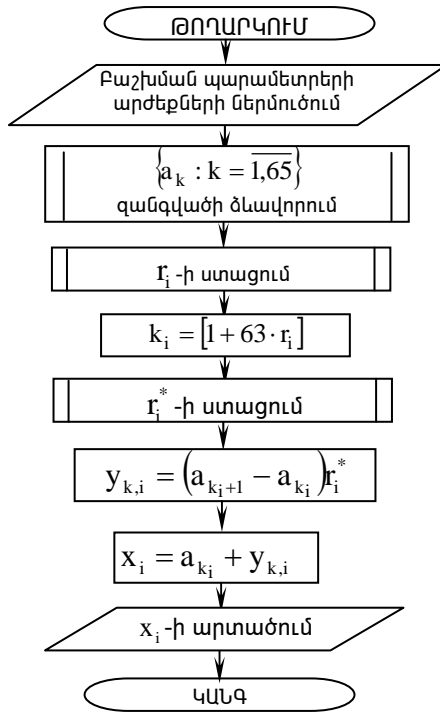
4. այդ թվի օգնությամբ ձևավորվում է $[0; a_{k+1} - a_k]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{y}_k անընդհատ պատահական մեծության հնարավոր $y_{k,i}$ արժեքը համաձայն հետևյալ բանաձևի՝

$$y_{k,i} = (a_{k+1} - a_{k_i}) \cdot r_i^*, \quad (5.4.10)$$

5. ձևավորվում է x_i պատահական թիվը հետևյալ բանաձևով՝

$$x_i = a_{k_i} + y_{k,i} \quad (5.4.11)$$

Այսպիսով, ցուցչային բաշխում ունեցող \tilde{x} պատահական մեծության յուրաքանչյուր հնարավոր x_i արժեքի ձևավորումը երկրորդ՝ մոտավոր եղանակով հանգում է $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{r} պատահական մեծության հնարավոր երկու՝ r_i և r_i^* արժեքների ձևավորմանը և (5.4.9 – 5.4.11) բանաձևերով ոչ բարդ հաշվարկների կատարմանը: Թեպետ այս ալգորիթմում յուրաքանչյուր x_i պատահական թվի ձևավորման համար պահանջվում են երկու հենքային պատահական r_i և r_i^* թվեր, այնուամենայնիվ հաշվումների ընդհանուր ծավալը ավելի փոքր է ստացվում, քան նախորդ ալգորիթմի դեպքում (հաշվի առնելով նաև մոդելավորումից առաջ $\{a_k\}$ զանգվածի ձևավորումը):



Նկ.5.11. խտության ֆունկցիայի մոտարկման մեթոդով պատահական թվերի ձևավորման ընդհանրացված ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

5.4.3. Վեյբուլի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը

Վեյբուլի բաշխում ունեցող \tilde{x} պատահական մեծության խտության ֆունկցիան տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \cdot \beta \cdot x^{\beta-1} \cdot e^{-\alpha \cdot x^\beta}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (5.4.12)$$

որտեղ՝ α -ն մասշտաբային պարամետրն է ($\alpha > 0$), իսկ β -ն՝ բաշխման շեղումը և անհամաչափությունը բնութագրող պարամետրը ($\beta > 0$): Հարկ է նշել, որ բաշխման տեսքը էապես կախված է β պարա-

մետրի մեծությունից: Այսպես, երբ $\beta = 1$, Վեյբուլի բաշխումը վերածվում է ցուցչային բաշխման, իսկ $\beta = 2$ դեպքում՝ Ռելեյի բաշխման:

Նմանակային մոդելավորման պրակտիկայում Վեյբուլի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման համար օգտագործվում են հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդի և խտության ֆունկցիայի մոտարկման վրա հիմնված ալգորիթմները:

Սկզբում դիտարկենք հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդի վրա հիմնված ալգորիթմը:

Վեյբուլի բաշխման դեպքում (5.3.3) ինտեգրալային հավասարումը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$r_i = \int_0^{x_i} \alpha \cdot \beta \cdot x^{\beta-1} \cdot e^{-\alpha \cdot x^\beta} dx : \quad (5.4.13)$$

x_i -ի նկատմամբ այս հավասարման լուծման արդյունքում կստանանք հետևյալ մոդելավորող բանաձևը՝

$$x_i = \sqrt[\beta]{-\frac{1}{\alpha} \ln r_i} : \quad (5.4.14)$$

Համապատասխան ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.5.10-ում: Այդ ալգորիթմի իրացումը ԷՅՄ-ով պահանջում է մեքենայական ժամանակի զգալի ծախս, քանի որ (5.4.14) բանաձևը պարունակում է ԷՅՄ-ով դանդաղ կատարվող լոգարիթմման և արմատ հանելու գործողություններ: Ուստի դիտարկված ալգորիթմը նպատակահարմար է կիրառել այն դեպքերում, երբ առաջնահերթ խնդիրը ԷՅՄ-ի օպերատիվ հիշողության խնայողությունն է:

Այն դեպքերում, երբ առաջին տեղում դրված է մոդելավորման վրա ծախսվող մեքենայական ժամանակի կրճատման հարցը, Վեյբուլի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը նպատակահարմար է իրականացնել խտության ֆունկցիայի աստիճանաձև մոտարկման մեթոդով: Ըստ որում, զանգվածի տարրերի հաշվարկը իրականացվում է հետևյալ անդրադարձ առնչության օգնությամբ, որը ստացվում է Վեյբուլի բաշխման համար կազմված (5.3.4) ինտեգրալային հավասարման լուծման արդյունքում՝

$$a_{k+1} = \sqrt[\beta]{-\frac{1}{\alpha} \ln \left(e^{-\alpha \cdot a_k^\beta} - \frac{1}{64} \right)}, \quad a_1 = 0 : \quad (5.4.15)$$

Խտության ֆունկցիայի մոտարկման մեթոդով Վեյբուլի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմը ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ստացման համանման ալգորիթմից

(տես նկ.5.11) տարբերվում է միայն նրանով, որ $\{a_k\}$ զանգվածի տարրերի հաշվարկումը (5.4.8) բանաձևի փոխարեն իրականացվում է (5.4.15) բանաձևով:

5.4.4. Էռլանգի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը

Անընդհատ պատահական մեծությունը ենթարկվում է k -րդ կարգի Էռլանգի բաշխման, եթե նրա խտության ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha^k \cdot x^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\alpha x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (5.4.16)$$

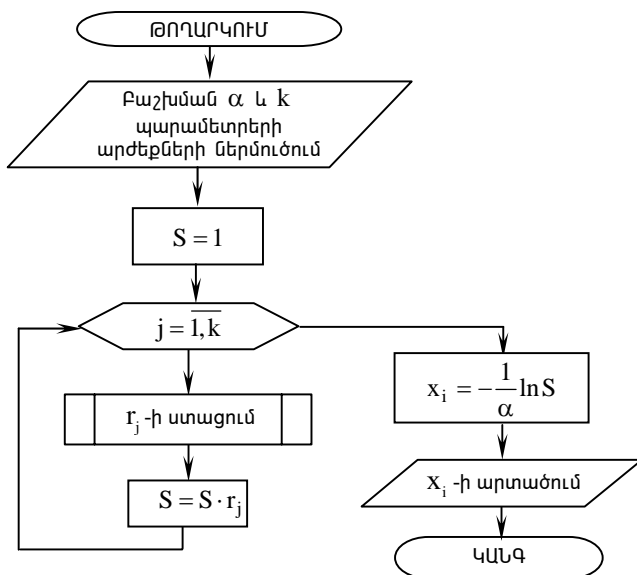
որտեղ՝ k -ն խտության կորի ձևի պարամետրն է ($k = 1, 2, 3, \dots$), իսկ α -ն՝ մասշտաբային պարամետրը ($\alpha > 0$):

Էռլանգի բաշխումը հայտնի գամմա բաշխման մասնավոր դեպքն է, երբ k պարամետրն ընդունում է միայն ամբողջ դրական արժեքներ:

Էռլանգի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը հիմնվում է հետևյալ թեորեմի վրա: α պարամետրով ցուցային բաշխում ունեցող k միմյանցից անկախ $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_k$ պատահական մեծությունների գումարը ենթարկվում է k և α պարամետրերով Էռլանգի բաշխման: Այստեղից հետևում է, որ k -րդ կարգի α պարամետրով Էռլանգի բաշխում ունեցող \tilde{x} պատահական մեծության յուրաքանչյուր x_i հնարավոր արժեք կարող է ստացվել ցուցային բաշխում ունեցող k պատահական թվերի՝ $\{y_j : j = \overline{1, k}\}$ գումարի տեսքով, որոնցից յուրաքանչյուրը ձևավորվում է համաձայն (5.4.6) բանաձևի, այսինքն՝

$$x_i = \sum_{j=1}^k y_j = \sum_{j=1}^k \left(-\frac{1}{\alpha} \ln r_j \right) = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\prod_{j=1}^k r_j \right): \quad (5.4.17)$$

Այսպիսով, \tilde{x} պատահական մեծության յուրաքանչյուր հնարավոր արժեքի ձևավորման ալգորիթմը հանգում է $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված $\{x_j : j = \overline{1, k}\}$ պատահական թվերի ստացմանը և դրանց հիման վրա (5.4.17) բանաձևով x_i պատահական թվի հաշվարկմանը: Այդ ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.5.12-ում:



Նկ.5.12. Էռլանգի բաշխում ունեցող պատահական քվերի ձևավորման ալգորիթի բլոկ-սխեմա

5.4.5. Նորմալ բաշխում ունեցող պատահական քվերի ձևավորումը

Անընդհատ պատահական մեծությունը ենթարկվում է μ և σ պարամետրերով նորմալ բաշխման, եթե նրա խտության ֆունկցիան տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty, \quad (5.4.18)$$

որտեղ μ -ն և σ -ն համապատասխանաբար \tilde{x} պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը և միջին քառակուսային շեղումն են:

Նորմալ բաշխում ունեցող \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր արժեքների ձևավորման նպատակով ներկայացնենք այն հետևյալ գումարի տեսքով՝ համաձայն հավանականությունների տեսության հայտնի թեորեմի.

$$\tilde{x} = M[\tilde{x}] + \sigma \cdot \tilde{z} = \mu + \sigma \cdot \tilde{z}, \quad (5.4.19)$$

որտեղ \tilde{z} -ը $\mu_z = 0$ և $\sigma_z = 1$ պարամետրերով նորմալ բաշխում ունեցող չափակարգված պատահական մեծություն է:

(5.4.19) առնչությունից հետևում է, որ տրված μ և σ պարամետրերով նորմալ բաշխման ենթարկվող \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր արժեքների ձևավորումը հանգում է 0 և 1 պարամետրերով նորմալ բաշխում ունեցող \tilde{z} պատահական մեծության հնարավոր արժեքների ձևավորմանը:

Քննարկենք \tilde{z} պատահական մեծության հնարավոր $\{z_i\}$ արժեքների ձևավորման երկու եղանակ:

Առաջին եղանակը հիմնվում է հավանականությունների տեսության կենտրոնական սահմանային (Լյապունովի) թեորեմի վրա, որը պարզեցված տեսքով կարելի է ձևակերպել այսպես. կամայական, միևնույն օրենքով բաշխված, միմյանցից անկախ k պատահական մեծությունների գումարի բաշխման օրենքը գումարելիների թվի անվերջ մեծացման դեպքում ձգտողաբար (ասիմպտոտաբար) մոտենում է նորմալին:

Այս թեորեմի համաձայն $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_k$, միմյանցից անկախ հենքային պատահական մեծությունների գումարը, այսինքն՝ $\tilde{y} = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{x}_k$, k -ի մեծ արժեքների դեպքում ձգտողաբար նորմալ է բաշխված: Ուստի \tilde{y} պատահական մեծությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\tilde{y} = M[\tilde{y}] + \sigma_y \cdot \tilde{z} : \quad (5.4.20)$$

Հաշվի առնելով, որ $M[\tilde{x}_j] = 1/2$ և $\sigma_{x_j} = 1/2\sqrt{3}$, կստանանք.

$$M[\tilde{y}] = M\left[\sum_{j=1}^k \tilde{x}_j\right] = k \cdot M[\tilde{x}_j] = \frac{k}{2}, \quad (5.4.21)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{j=1}^k \sigma_{x_j}^2} = \sqrt{k \cdot \sigma_{x_j}^2} = \sqrt{\frac{k}{12}} : \quad (5.4.22)$$

Տեղադրելով $M[\tilde{y}]$ -ի և σ_y -ի արտահայտությունները (5.4.20) առնչության մեջ, կորոշենք.

$$\tilde{z} = \left(\sum_{j=1}^k \tilde{x}_j - \frac{k}{2} \right) \sqrt{\frac{12}{k}} : \quad (5.4.23)$$

\tilde{z} պատահական մեծության բաշխումը գործնականորեն կարելի է համարել նորմալ $k > 8$ դեպքում: Հաշվի առնելով ԷՅՍ-ով (5.4.23) առնչության իրականացման հարմարությունը՝ k -ն ընդունում են

հավասար 12-ի: Այդ դեպքում առնչությունը ընդունում է ավելի պարզ տեսք.

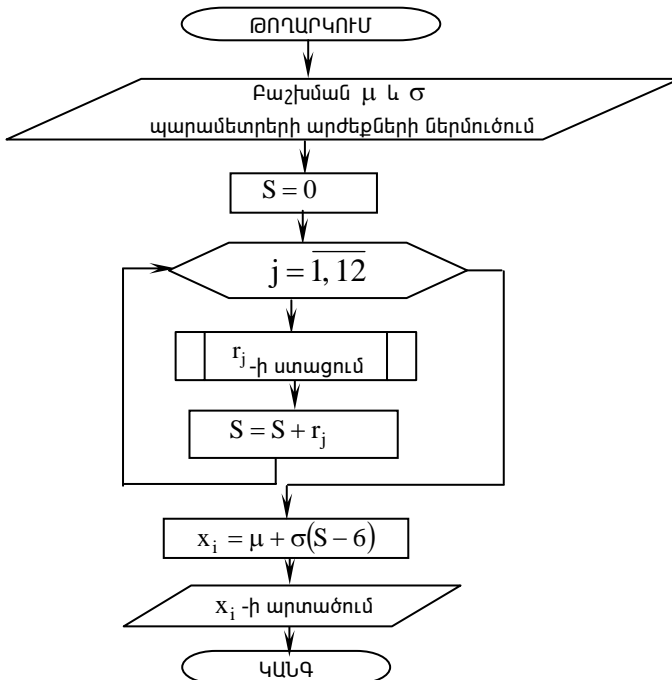
$$\tilde{z} = \left(\sum_{j=1}^{12} \tilde{r}_j - 6 \right); \quad (5.4.24)$$

Տեղադրելով (5.4.24) առնչությունը (5.4.19)-ի մեջ, վերջնականորեն կստանանք հետևյալ մոդելավորող բանաձևը՝

$$x_i = \mu + \sigma \left(\sum_{j=1}^{12} \tilde{r}_j - 6 \right), \quad (5.4.25)$$

որի օգնությամբ կարելի է ձևավորել նորմալ օրենքով բաշխված պատահական թվեր:

Քննարկված եղանակով պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.5.13-ում:



Նկ.5. 13. Լյապունովի թեորեմի վրա հիմնված մեթոդով նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

\tilde{z} պատահական մեծության հնարավոր արժեքների ձևավորման երկրորդ եղանակը հիմնվում է նրա խտության ֆունկցիայի աստիճանաձև մոտարկման վրա, որը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$f_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}, \quad -\infty < z < \infty: \quad (5.4.26)$$

Աստիճանաձև մոտարկման մեթոդով $\{z_i\}$ պատահական թվերի ձևավորման համար, ինչպես նշված է 5.3.2 կետում, անհրաժեշտ է հաշվարկել $\{a_k\}$ զանգվածի տարրերը՝ օգտվելով (5.4.26) արտահայտության համար կազմված (5.3.4) անդրադարձ առնչությունից, այսինքն՝ հետևյալ ինտեգրալային հավասարումից՝

$$\frac{1}{2\pi} \int_{a_k}^{a_{k+1}} e^{-z^2/2} dz = \frac{1}{m}: \quad (5.4.27)$$

Քանի որ այս հավասարումը վերլուծական եղանակով անհնար է լուծել, ուստի դա արվում է թվային մեթոդներով: Այդ նպատակով ընտրվում է միջակայքերի թիվը (սովորաբար $m=64$) և \tilde{z} պատահական մեծության որոշման անսահմանափակ տիրույթը փոխարինվում է $[-3;3]$ վերջավոր միջակայքով: Նշված միջակայքի ընտրությունը ապահովում է $f_z(z)$ ֆունկցիայի մոտարկման բավականին բարձր ճշգրտություն (\tilde{z} պատահական մեծության $[-3;3]$ միջակայք ընկնելու հավանականությունը 0,9973 է):

Այնուհետև, ընտրելով ինտեգրման Δz քայլը յուրաքանչյուր k -րդ միջակայքի համար՝ սկսած առաջինից (ընդունելով $a_1 = -3$), հաջորդական մոտեցումների մեթոդով a_{k+1} -ի նկատմամբ լուծվում է (5.4.27) հավասարումը: Առավել հանգամանորեն նշված հավասարման մոտավոր լուծման ելքումն այն է, որ ինտեգրման վերին սահմանը, սկսած a արժեքից Δz քայլով աստիճանաբար մեծացվում է մինչև a_{k+1} -ի այնպիսի արժեք ($a_{k+1} = a_k + j \cdot \Delta z$, $j=1,2,\dots$), որի դեպքում տեղի ունի հետևյալ պայմանը՝

$$\int_{a_k}^{a_{k+1}} f_z(z) dz \geq \frac{1}{64}: \quad (5.4.28)$$

Ըստ որում, նկարագրված ընթացակարգի յուրաքանչյուր քայլում ինտեգրալի հաշվումը իրականացվում է մոտավոր (օրինակ, սեղանների) մեթոդներով.

64 միջակայքերից յուրաքանչյուրի համար (5.4.27) հավասարման մոտավոր լուծման արդյունքում ձևավորվում է $\{a_k : k = \overline{1, 65}\}$ զանգվածը: Այդ զանգվածի առկայության դեպքում $\{z_i\}$ պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթը հանգում է հետևյալին.

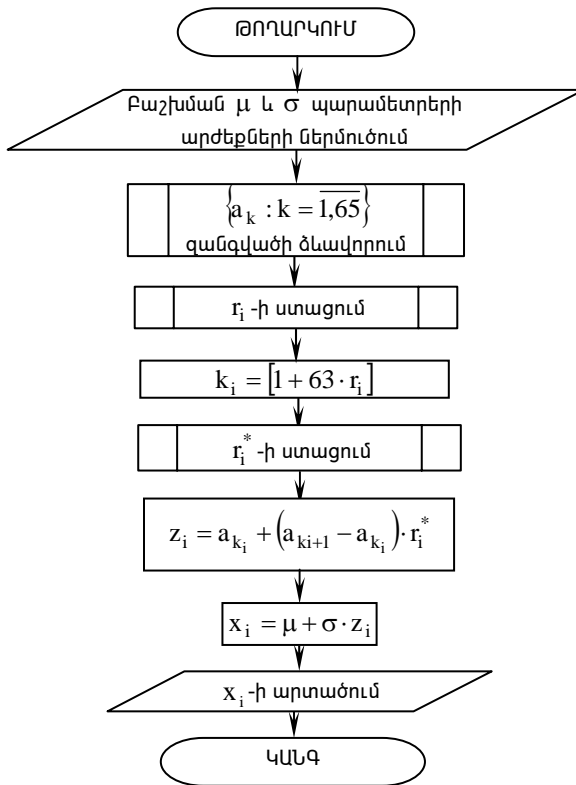
1. ստացվում է r_i հենքային պատահական թիվը,
2. այդ թվի օգնությամբ (5.4.9) բանաձևով որոշվում է միջակայքի k_i համարը,
3. ստացվում է r_i^* հենքային պատահական թիվը,
4. r_i^* թվի օգնությամբ (5.4.10) և (5.4.11) բանաձևերով որոշվում է z_i պատահական թիվը.

$$z_i = a_{k_i} + (a_{k+1} - a_{k_i}) r_i^* : \quad (5.4.29)$$

Ստացված z_i պատահական թվի օգնությամբ, համաձայն (5.4.19) բանաձևի ձևավորվում է տրված μ և σ_x պարամետրերով նորմալ բաշխում ունեցող \tilde{x} պատահական մեծության x_i հնարավոր արժեքը.

$$x_i = \mu + \sigma \cdot z_i :$$

Քննարկվող ալգորիթը, որի բլոկ-սխեման բերված է նկ.5.14-ում, նախորդ ալգորիթի համեմատ շատ ավելի խնայողական է, քանի որ յուրաքանչյուր x_i պատահական թվի ձևավորման համար տասներկու հենքային պատահական թվի փոխարեն այստեղ պահանջվում է ընդամենը երկուսը:



Նկ. 5.14. խտության ֆունկցիայի մոտարկման մեթոդով նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

5.4.6. Լոգարիթմական-նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը

Ամբողջատ պատահական մեծությունն ունի μ և σ պարամետրերով լոգարիթմական-նորմալ բաշխում, եթե նրա լոգարիթմը (սովորաբար բնական կամ տասնորդական հիմքով) ենթարկվում է նշված պարամետրերով նորմալ բաշխման: Բնական լոգարիթմի դեպքում \tilde{x} պատահական մեծության լոգարիթմական-նորմալ բաշխման խտության ֆունկցիան ունի այսպիսի տեսք.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0: \end{cases} \quad (5.4.30)$$

Լոգարիթմական-նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման համար օգտվենք նշված և նորմալ բաշխումների միջև եղած կապից: Քանի որ \tilde{x} պատահական մեծության լոգարիթմը ենթարկվում է μ և σ պարամետրերով նորմալ բաշխման, ուստի այն կարելի է ներկայացնել հետևյալ գումարի տեսքով.

$$\ln \tilde{x} = \mu + \sigma \cdot \tilde{z}, \quad (5.4.31)$$

որտեղ \tilde{z} -ը 0 և 1 պարամետրերով նորմալ բաշխում ունեցող պատահական մեծություն է:

(5.4.31) առնչությունից գտնում ենք.

$$\tilde{x} = e^{\mu + \sigma \cdot \tilde{z}}: \quad (5.4.32)$$

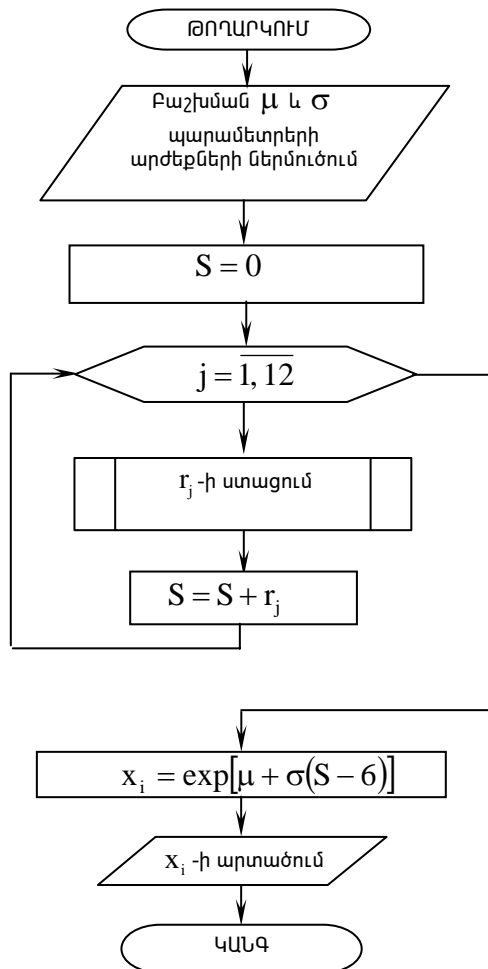
Այսպիսով, լոգարիթմական նորմալ բաշխում ունեցող $\{x_i\}$ պատահական թվերի ձևավորումը հանգում է 0 և 1 պարամետրերով նորմալ բաշխում ունեցող $\{z_i\}$ չափակարգված պատահական թվերի ստացմանը և վերջիններիս հիման վրա (5.4.32) բանաձևով $\{x_i\}$ թվերի հաշվարկմանը.

$$x_i = e^{\mu + \sigma \cdot z_i}: \quad (5.4.33)$$

$\{z_i\}$ պատահական թվերի ձևավորումը կարող է իրականացվել

5.4.5 կետում դիտարկված ալգորիթմների միջոցով:

Լոգարիթմական-նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեման՝ ներառյալ Լյապունովի թեորեմի վրա հիմնված մեթոդով $\{z_i\}$ պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմը, բերված է նկ.5.15-ում:



Նկ.5. 15. Լոգարիթմական-նորմալ բաշխում ունեցող պատահական քվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

5.4.7. Պոլասոնի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը

Եթե \tilde{x} ընդհատ պատահական մեծությունը բաշխված է Պոլասոնի օրենքով, ապա հավանականությունների բաշխումը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ.

$$P(\tilde{x} = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.4.34)$$

որտեղ λ -ն բաշխման պարամետրն է, իսկ $P(\tilde{x} = x)$ -ը այն բանի հավանականությունը, որ \tilde{x} պատահական մեծությունը կընդունի x արժեքը:

Դիտարկենք Պոլասոնի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ստացման երկու ալգորիթմ:

Դրանցից առաջինը հիմնվում է 5.3.3 կետում նկարագրված ընդհատ պատահական մեծության հնարավոր իրացումների ձևավորման ստանդարտ մեթոդի վրա և հանգում է հետևյալին.

1. ստացվում է հենքային r_i պատահական թիվը,

2. այդ թվի օգնությամբ $x = 0, 1, 2, \dots$ արժեքներից յուրաքանչյուրի համար հաջորդաբար ստուգվում է հետևյալ պայմանը՝ գրված Պոլասոնի բաշխման համար.

$$r_i \leq I_x, \quad (5.4.35)$$

$$\text{որտեղ } I_x = \sum_{k=0}^x P(\tilde{x} = k) = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^x \frac{\lambda^k}{k!}$$

3. x -ի այն արժեքը, որի դեպքում կատարվում է (5.4.35) պայմանը, տրվում է որպես Պոլասոնի բաշխում ունեցող \tilde{x} ընդհատ պատահական մեծության x_i հնարավոր արժեք:

Նկարագրված ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.5.16-ում:

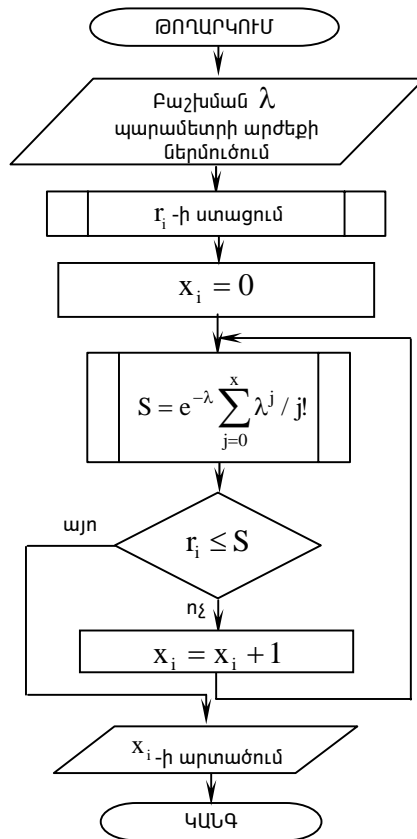
Երկրորդ ալգորիթմը հիմնվում է հավանականությունների տեսության հետևյալ թեորեմի վրա.

\tilde{x} ընդհատ պատահական մեծությունը, որը որոշվում է հետևյալ առնչությամբ՝

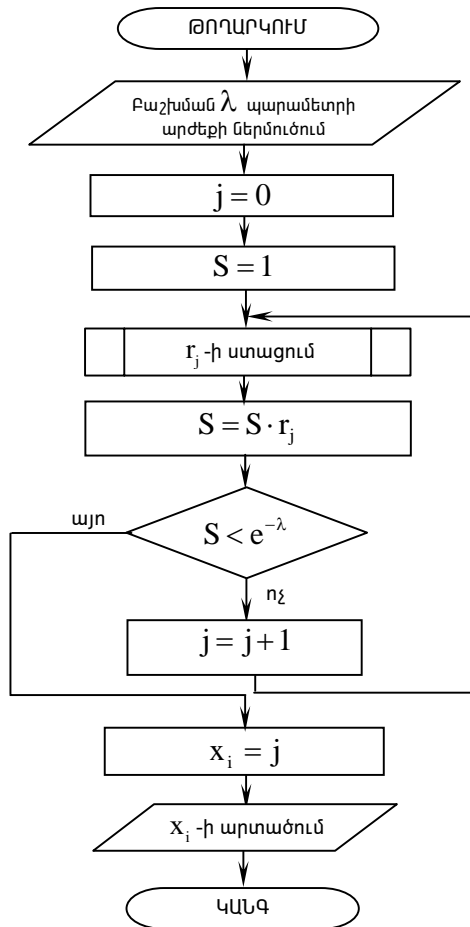
$$\tilde{x} = \min \left\{ x : \prod_{j=0}^x \tilde{r}_j < e^{-\lambda} \right\}, \quad (5.4.36)$$

ենթարկվում է λ պարամետրով Պոլասոնի բաշխման: Այստեղ \tilde{r}_0 - ն, \tilde{r}_1 -ը, ..., \tilde{r}_x -ը $[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված անկախ պատահական մեծություններ են:

(5.4.36) առնչության մեքենայական իրականացման ալգորիթմը հանգում է r_0, r_1, \dots, r_x հենքային պատահական թվերի հաջորդաբար ստացմանը և հերթական թվի համար $\prod_{j=0}^x \tilde{r}_j < e^{-\lambda}$ պայմանի ստուգմանը.



Նկ. 5. 16. Ստանդարտ մեթոդով Պուասոնի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեմա



Նկ. 5.17. 5.4.7. կետի թերեմի վրա հիմնված մեթոդով Պուասոնի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

x -ի այն արժեքը, որի դեպքում նշված պայմանը կատարվում է, տրվում է որպես Պուասոնի բաշխմանը ենթարկվող \tilde{x} պատահական մեծության x_i հնարավոր արժեք:

Դիտարկված ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.5.17-ում:

Անհրաժեշտ է նշել, որ թեպետ առաջին ալգորիթմում Պուասոնի բաշխում ունեցող պատահական մեծության յուրաքանչյուր հնարավոր

արժեքի ձևավորման համար պահանջվում է ընդամենը մեկ հենքային r_i պատահական թիվ, λ -ի մեծ արժեքների դեպքում հաշվումների ծավալը էապես աճում է, ուստի այդպիսի դեպքերում նախընտրելի է երկրորդ ալգորիթմը:

5.4.8. Բինոմական բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորում

Եթե \tilde{X} պատահական մեծությունը բաշխված է բինոմական օրենքով, ապա հավանականությունների բաշխումն ունի հետևյալ տեսքը.

$$P_N(\tilde{x} = x) = C_N^x \cdot P^x (1 - P)^{N-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, N,$$

(5.4.37)

որտեղ N -ը և P -ն բաշխման պարամետրերն են ($0 \leq P \leq 1$, $N = 1, 2, \dots$):

Դիտարկենք բինոմական բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման մի եղանակ, որը հիմնվում է հավանականությունների տեսության հետևյալ արդյունքի վրա. եթե P հավանականությամբ տեղի ունեցող որևէ A պատահույթի հանդես գալը համարվի փորձի հաջող ելք, ապա N անկախ փորձերից կազմված խմբում հաջող ելքերի \tilde{x} քանակը ենթարկվում է N և P պարամետրերով բինոմական բաշխման:

Տվյալ եղանակի էությունն այն է, որ մոդելավորվում են N անկախ փորձեր, որոնցից յուրաքանչյուրում որոշվում է՝ A պատահույթը տեղի է ունեցել ($x_{ij} = 1$), թե ոչ ($x_{ij} = 0$): Արդյունքում որոշվում է փորձերի հաջող ելքերի x_i քանակը՝ որպես բինոմական բաշխում ունեցող \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր արժեք.

$$x_i = \sum_{j=1}^N x_{ij} :$$

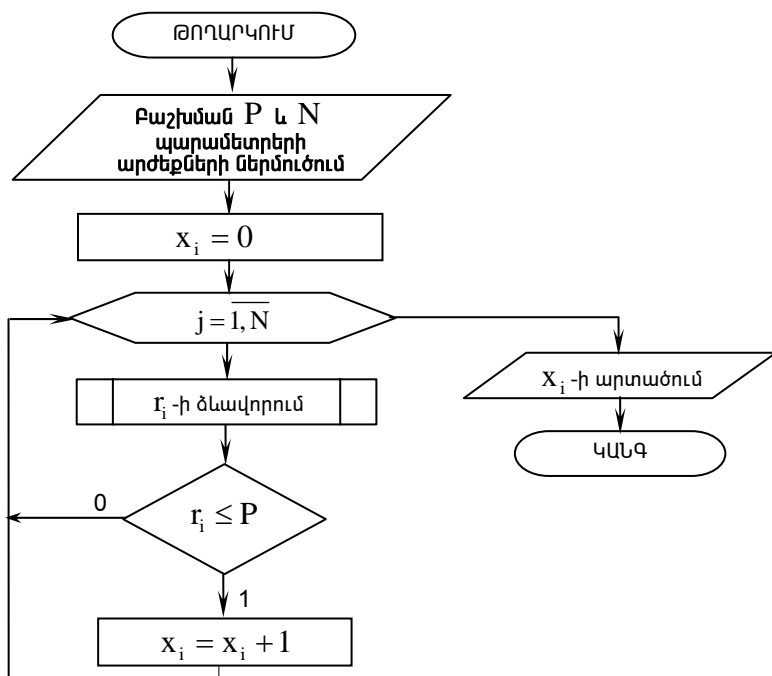
Նկարագրված եղանակի մեքենայական իրականացման ալգորիթմը հանգում է հետևյալին (տես նկ.5.18):

1. x_i փոփոխականին վերագրվում է 0 արժեք,
2. ստացվում է հենքային r_j պատահական թիվը,
3. այդ թվի համար ստուգվում է հետևյալ պայմանը՝

$$r_j \leq P, \quad (5.4.38)$$

4. եթե տվյալ r_j թվի համար (5.4.38) պայմանը կատարվում է՝ այսինքն A պատահույթը հանդես է եկել, ապա x_i -ի արժեքը մեծացվում է մեկով, այլապես x_i -ի արժեքը չի փոփոխվում,

5. 2-4 կետերում նշված գործողությունները կրկնվում են N անգամ, և արդյունքում ստացված x_i թիվը տրվում է որպես \tilde{x} պատահական մեծության հնարավոր արժեք:



Նկ.5. 18. Բինոմական բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորման ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

5.5. ՊԱՏԱՅԱԿԱՆ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐԻ, ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԵՎ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՈՒՄ

Բարդ համակարգերի նմանակային մոդելավորման դեպքում հաճախ անհրաժեշտություն է ծագում նմանակել պատահական վեկտորների, ֆունկցիաների և գործընթացների իրացումները: Այդ նպատակով օգտագործում են տարբեր մեթոդներ և եղանակներ, որոնց գործնական կիրառման նպատակահարմարությունը պայմանավորված է ինչպես մոդելավորվող պատահական վեկտորի չափողականությամբ, այնպես էլ նրա բաշխման օրենքով և մոդելավորման պահանջվող ճշգրտությամբ:

Դիտարկենք բաշխման պայմանական խտության ֆունկցիայի օգտագործման վրա հիմնված հետևյալ եղանակը:

Դիցուք անհրաժեշտ է մոդելավորել $f(x, y)$ համատեղ բաշխման խտության ֆունկցիա ունեցող (\tilde{x}, \tilde{y}) պատահական վեկտորը, այսինքն ձևավորել վեկտորի հնարավոր իրացումների $\{(x_i, y_i): i = \overline{1, n}\}$ հաջորդականությունը: Գտնենք \tilde{y} պատահական մեծության բաշխման մասավոր խտության ֆունկցիան հետևյալ բանաձևով.

$$f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \quad (5.5.1)$$

$[0, 1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված \tilde{r} հենքային պատահական մեծության r_i հնարավոր արժեքի համար հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդով որոշենք \tilde{y} պատահական մեծության համապատասխան y_i արժեքը հետևյալ բանաձևով.

$$r_i = \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y_i) dy \quad (5.5.2)$$

Այնուհետև որոշենք \tilde{x} պատահական մեծության պայմանական բաշխման խտության ֆունկցիան հետևյալ բանաձևով.

$$f_x(x/y_i) = \frac{f(x, y_i)}{f_y(y_i)} \quad (5.5.3)$$

$f_x(x/y_i)$ խտության ֆունկցիայի օգնությամբ \tilde{r} հենքային պատահական մեծության r_i^* հնարավոր արժեքի համար որոշենք \tilde{x} պատահական մեծության համապատասխան x_i արժեքը հետևյալ հավասարումից.

$$r_i^* = \int_{-\infty}^{x_i} f(x/y_i) dx : \quad (5.5.4)$$

Դժվար չէ ցույց տալ, որ քննարկված եղանակով ստացված $\{(x_i, y_i) : i = \overline{1, n}\}$ թվազույգերի հաջորդականությունն ունի $f(x, y)$ բաշխման խտության ֆունկցիա: Համամանորեն կարելի է ձևավորել բազմաչափ պատահական վեկտորների հնարավոր իրացումները: $f(x, y, z)$ համատեղ բաշխման խտության ֆունկցիայի դեպքում $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ պատահական վեկտորի հնարավոր (x_i, y_i, z_i) արժեքները ձևավորվում են համաձայն հետևյալ խտության ֆունկցիաների.

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) dx dy, \quad (5.5.6)$$

$$f_y(y/z_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x, y, z_i)}{f_z(z_i)} dx, \quad (5.5.7)$$

$$f_x(x/y_i, z_i) = \frac{f(x, y_i, z_i)}{f_x(z_i) \cdot f_y(y_i/z_i)} : \quad (5.5.8)$$

Հաշվի առնելով բազմաչափ պատահական վեկտորների մոդելավորման դեպքում վերը նշված առնչությունների բարդությունը և պահանջվող հաշվումների մեծ ծավալը՝ գործնականում մեծ չափողականությամբ վեկտորների մոդելավորման ժամանակ օգտագործում են այլ մեթոդներ: Դրանցից առավել տարածվածը՝ չայլափոխված նորմալ բաշխման մեթոդն է, որը նախատեսված է մաթեմատիկական սպասման $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$, միջին քառակուսային շեղման $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$ վեկտորներով և $R = \|r_{ij}\|$ կորելյացիոն մատրիցով տրված նորմալ բաշխված պատահական վեկտորի մոդելավորման համար: Քննարկվող մեթոդը, որը չի պահանջում մոդելավորվող վեկտորի համատեղ կամ պայմանական բաշխման խտության ֆունկցիաների իմացություն և որևիցե հավասարման լուծում, շնորհիվ իր հարաբերական պարզության, ծրագրային իրականացման հարմարության, համապիտանիության (մեթոդի կիրառման միակ պայմանը կովարացիոն մատրիցի չայլափոխվելն է, ինչը, որպես կանոն, գործնականորեն միշտ տեղի ունի) և բարձր համարժեքություն ապահովելու հնարավորության, առավել լայն գործնական տարածում է գտել:

$x = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_m)$ վեկտորի մոդելավորումը հիմնվում է նորմալ չափակարգված $z = (\tilde{z}_1, \tilde{z}_2, \dots, \tilde{z}_m)$ վեկտորի ($\mu_i = 0, \sigma_i = 1$ ($i = \overline{1, m}$) պարամետրերով) մոդելավորման վրա՝ համաձայն պատահական վեկտորի հետևյալ հայտնի ձևափոխության.

$$\tilde{x} = A \cdot \tilde{z} + \mu \quad (5.5.9)$$

Սովորաբար ենթադրում են, որ A մատրիցը եռանկյունաձև է.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \dots & a_{mm} \end{vmatrix} \quad (5.5.10)$$

A մատրիցի a_{ij} գործակիցները որոշվում են հետևյալ անդրադարձ առնչություններով.

$$\begin{aligned} a_{11} &= \sqrt{c_{11}} \\ a_{21} &= \frac{c_{12}}{a_{11}} = \frac{c_{12}}{\sqrt{c_{11}}} \\ a_{22} &= \sqrt{c_{22} - \frac{c_{21}^2}{c_{11}}} \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{ij} &= \frac{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} \cdot a_{jk}}{\sqrt{c_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{jk}^2}} \end{aligned} \quad (5.5.11)$$

$$\sum_{k=1}^0 a_{ik} \cdot a_{jk} = 0, \quad 1 \leq j \leq i \leq m,$$

որտեղ c_{ij} -ն ($i, j = \overline{1, m}$) C կովարացիոն մատրիցի տարրերն են, որոնք որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$c_{ij} = r_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j : \quad (5.5.12)$$

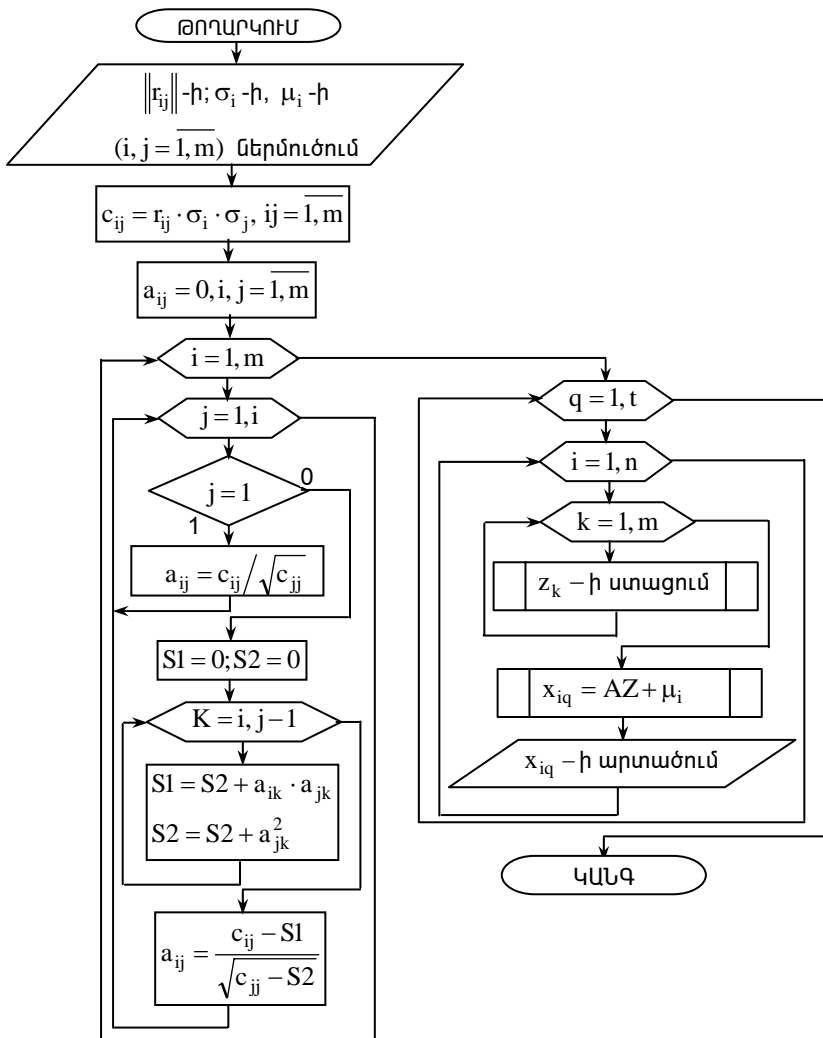
Այսպիսով, \tilde{x} վեկտորի մոդելավորումը հանգում է C կովարացիոն մատրիցի հաշվարկմանը (5.5.12) բանաձևով, այդ մատրիցի հիման վրա (5.5.11) բանաձևով A մատրիցի հաշվարկմանը, $[0,1]$ միջակայքում հավասարաչափ բաշխված հենքային r_i թվերի հիման վրա նորմալ բաշխված չափակարգված \tilde{z} վեկտորի մոդելավորմանը հետևյալ մոդելավորող բանաձևով.

$$z_i = \sum_{j=1}^{12} r_i - 6$$

և (5.5.9) բանաձևով \tilde{x} վեկտորի հնարավոր իրացման ձևավորմանը:

Նորմալ բաշխված \tilde{x} պատահական վեկտորի մոդելավորող ալգորիթմի խոշորացված բլոկ-սխեման ներկայացված է նկ 5.1.9-ում:

Այժմ համառոտակիորեն քննարկենք պատահական ֆունկցիաների և գործընթացների մոդելավորման եղանակները: Հիշենք, որ եթե պատահական ֆունկցիայի արգումենտը ժամանակն է, ապա ֆունկցիան կոչվում է գործընթաց: Գործնականում հաճախ մոդելավորվող պատահական ֆունկցիաները և գործընթացները ուսումնասիրվում են կորելյացիոն տեսության շրջանակներում: Նման դեպքերում $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացը (ֆունկցիան) բնութագրվում է $m_x(t)$ մաթեմատիկական սպասումով, $\sigma_x^2(t)$ դիսպերսիայով և $K(t, t')$ կորելյացիոն ֆունկցիայով: Քանի որ ԷՅՄ-ով $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի մոդելավորման ընթացքում նմանակվում են պատահական գործընթացի ընդհատ իրացումները ժամանակի t_1, t_2, \dots, t_n պահերին, ուստի դիտարկելով այդ պահերին պատահական գործընթացի բնութագրերը՝ կստանանք նրա մաթեմատիկական սպասումը և կորելյացիոն մատրիցը նույն տեսքով, ինչ որ n -չափանի պատահական վեկտորի դեպքում: Ակնհայտ է, որ քննարկվող դեպքում $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի մոդելավորումը հանգում է n -չափանի պատահական վեկտորի մոդելավորմանը, սակայն, ինչպես նշել ենք, բազմաչափ պատահական վեկտորի մոդելավորումը ԷՅՄ-ով բարդ և մեծածավալ խնդիր է:



Նկ. 5.19. Նորմալ բաշխված պատահական վեկտորի մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

Որոշ դեպքերում պատահական գործընթացի մոդելավորումն իրականացվում է նրա կանոնական վերլուծության հիման վրա: Դիցուք $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացը տրված է հետևյալ կանոնական վերլուծության տեսքով.

$$\tilde{x}(t) = m_x(t) + \sum \tilde{v}_i \varphi_i(t), \quad (5.5.13)$$

որտեղ $m_x(t)$ -ն պատահական գործընթացի մաթեմատիկական սպասումն է, $\varphi_i(t)$ -ն կորրելիոնատային ֆունկցիաներն են, v_i -ն միմյանց հետ չկորելացված պատահական մեծություններ են՝ 0 մաթեմատիկական սպասումներով և σ_i^2 դիսպերսիաներով: $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի հնարավոր $x(t_i)$ արժեքները հաշվարկվում են մոդելավորման ընթացքում ձևավորված v_i պատահական մեծությունների հնարավոր արժեքների և $\varphi_i(t_i)$ մեծությունների արժեքների հիման վրա (5.5.13) բանաձևով.

$$x(t_i) = m_x(t_i) + \sum v_i \varphi_i(t_i): \quad (5.5.14)$$

Համեմատաբար հեշտ է մոդելավորել ստացիոնար պատահական գործընթացները, որոնք տրվում են $R(\tau)$ կորելյացիոն ֆունկցիայով, $m_x(t)$ մաթեմատիկական սպասումով և $\sigma_x^2(t)$ դիսպերսիայով: Այս դեպքում $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի իրացումները $t_i, i = \overline{1, n}$ կետերում կորոշվեն հետևյալ առնչություններով.

$$\begin{aligned} x(t_1) &= c_1 z_1 + c_2 z_2 + \dots + c_n z_n, \\ x(t_2) &= c_1 z_2 + c_2 z_3 + \dots + c_n z_{n+1}, \\ x(t_k) &= c_1 z_k + c_2 z_{k+1} + \dots + c_n z_{n+k+1}, \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ x(t_n) &= c_1 z_n + c_2 z_{n+1} + \dots + c_n z_{2n-1}, \end{aligned} \quad (5.5.15)$$

որտեղ $z_i (i = \overline{1, n})$ 0 մաթեմատիկական սպասումով և σ^2 դիսպերսիայով չկորելացված նորմալ բաշխված պատահական մեծությունների հնարավոր արժեքներն են: c_i գործակիցները կարող են որոշվել նախքան մոդելավորումը, հետևյալ ընդհանուր տեսքի հավասարումով.

$$R(t_k - t_1) = (c_1 c_k + c_2 c_{k+1} + \dots + c_{n-k+1} \cdot c_n) \sigma^2, \quad k = \overline{1, n}: \quad (5.5.16)$$

Որոշ մասնավոր դեպքերում (5.5.16) հավասարումը հաջողվում է լուծել վերլուծական եղանակով, իսկ ընդհանուր դեպքում այն լուծվում է թվային մեթոդներով:

ԲԱԺԻՆ 6. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԾՐԱԳՐԱՅԻՆ ՄԻՋՈՑՆԵՐԸ

6.1. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԼԵՋՈՒՆԵՐԸ ԵՎ ԴՐԱՆՑ ԴԱՍԱԿԱՐԳՈՒՄԸ

Ինչպես նշել ենք, նմանակային համակարգի ծրագրային ապահովումն ընդգրկում է մոդելավորվող գործընթացի նմանակման, գիտափորձերի պլանավորման ու անցկացման, արդյունքների մշակման և մեկնաբանման ծրագրեր: Նշված ծրագրերը կազմվում են ինչպես ընդհանուր նշանակության ալգորիթմական, այնպես էլ նմանակային մոդելավորման մասնագիտացված լեզուներով:

Դիտարկենք նմանակային մոդելավորման լեզուների տեսակները և դրանց օգտագործման առանձնահատկությունները:

Նմանակային մոդելավորման լեզուն ընթացակարգային (պրոցեդուրային) կամ հիմնախնդրային (պրոբլեմային) կոդմնորոշված լեզու է, որն օժտված է բնորոշ յուրահատկություններով՝ կապված որոշակի տիպի համակարգերի առանձնահատկությունների հետ: Դրանցից շատերը մշակվել են խիստ որոշակի դասի համակարգերի գործունեության նմանակային ծրագրերի կազմման նպատակով: Նմանակային լեզուների հիմնական առավելությունները և թերությունները դիտարկվում են նմանակային մոդելի որակը բնութագրող հետևյալ հատկություններով. համակարգի գործունեության գործընթացի նկարագրման հարմարություն, սկզբնական տվյալների ներմուծման հարմարություն, մոդելի կառուցվածքի, պարամետրերի, ալգորիթմների փոփոխման հնարավորություն և հարմարություն, վիճակագրական մոդելավորման իրագործելիություն (պատահական գործոնների մոդելավորման հնարավորություն), մոդելավորման արդյունքների արտածման և վերլուծման արդյունավետություն, մոդելավորող ալգորիթմի, նմանակային ծրագրի կարգաբերման և վերահսկման պարզություն, լեզվի ըմբռնման ու կիրառման մատչելիություն:

Որպես նմանակային մոդելավորման լեզուների հիմնական առավելություններ, կարելի է նշել նրանց կիրառությամբ մոդելավորող ծրագրի կազմման հարմարավետությունը, պարզությունը, դյուրինությունը և համեմատաբար փոքր աշխատատարությունը, ինչպես նաև դրանց հայեցակարգային՝ այսինքն՝ որոշակի դասի համակարգերի նկարագրության նկատմամբ կոդմնորոշվածությունը: Վերջին հանգամանքը հնարավորություն է տալիս յուրաքանչյուր դասի համակարգերը նկարագրել տվյալ դասի համար նախատեսված հասկացությունների և տեր-

մինների միջոցով ու գիտափորձերի ծրագրավորման ժամանակ ընտրել հետազոտության ուղղությունը:

Որպես թերություններ կարելի է նշել հետևյալը.

- աշխատանքային ծրագրերի ցածր արդյունավետությունը, սխալների ուղղման և ծրագրի կարգաբերման դժվարությունը,
- նմանակային մոդելավորման լեզուների ոչ լայն տարածվածությունը (մեծամասամբ օգտագործում են միայն մոդելավորման մասնագետները) և հաճախ նրանց վերաբերյալ գրականության բացակայությունը:
- նմանակային լեզուների տրանսլատորների կամ կոմպիլատորների բացակայությունը լայնորեն կիրառվող ԷՅՄ-երում և դրանց վրա կառուցված ծրագրերի փաթեթի օգտագործման հնարավորությունը միայն որոշակի օպերացիոն համակարգերի դեպքում:

Նմանակային մոդելավորման լեզուների կառուցվածքը և գործառնությունները որոշվում են համակարգերի ձևայնացման հետևյալ դրույթներով.

- յուրաքանչյուր համակարգում կարելի է առանձնացնել որոշակի հատկություններով օժտված օբյեկտների՝ միմյանց չհատող դասեր,
- միևնույն դասի օբյեկտներն օժտված են տվյալ դասին բնորոշ հատկություններով,
- օբյեկտների քանակը համակարգում որոշվում է դրանց վիճակով և փոփոխվում է ժամանակի ընթացքում,
- օբյեկտների միջև, ինչպես նաև օբյեկտների և արտաքին միջավայրի միջև փոխազդեցությունը և փոխգործողությունը կրում է դինամիկական բնույթ:

Վերը շարադրվածից հետևում է, որ նմանակային մոդելավորման լեզուները պետք է ընդգրկեն ծրագրային միջոցներ հետևյալ գործառնությունների կատարման համար.

- մոդելի օբյեկտների (տարրերի, բլոկների, ենթամոդելների, հայտերի, իրադարձությունների) դասակարգում,
- օբյեկտների բնութագրերի նկարագրում,
- նմանակային գործընթացին համապատասխան օբյեկտների քանակի փոփոխում,
- օբյեկտների միջև, նրանց ու արտաքին միջավայրի միջև փոխազդեցության ու փոխգործողության նկարագրում,
- պատահական ազդեցությունների նմանակում,

- համակարգային ժամանակի տրուում և տարբեր բլոկների աշխատանքի ու պատահականության համաձայնեցում (սինքրոնացում),
- մոդելավորման արդյունքների մշակում և վերլուծում:

Նշված գործառնությունների կատարումն ապահովվելու համար նմանակային մոդելավորման լեզուներում նախատեսված են հետևյալ հասկացությունները և միջոցները՝ օբյեկտներ, հատկանիշներ (ատրիբուտներ՝ նկարագրման համար), գործընթացներ, պայմաններ, դեպքեր, վիճակներ:

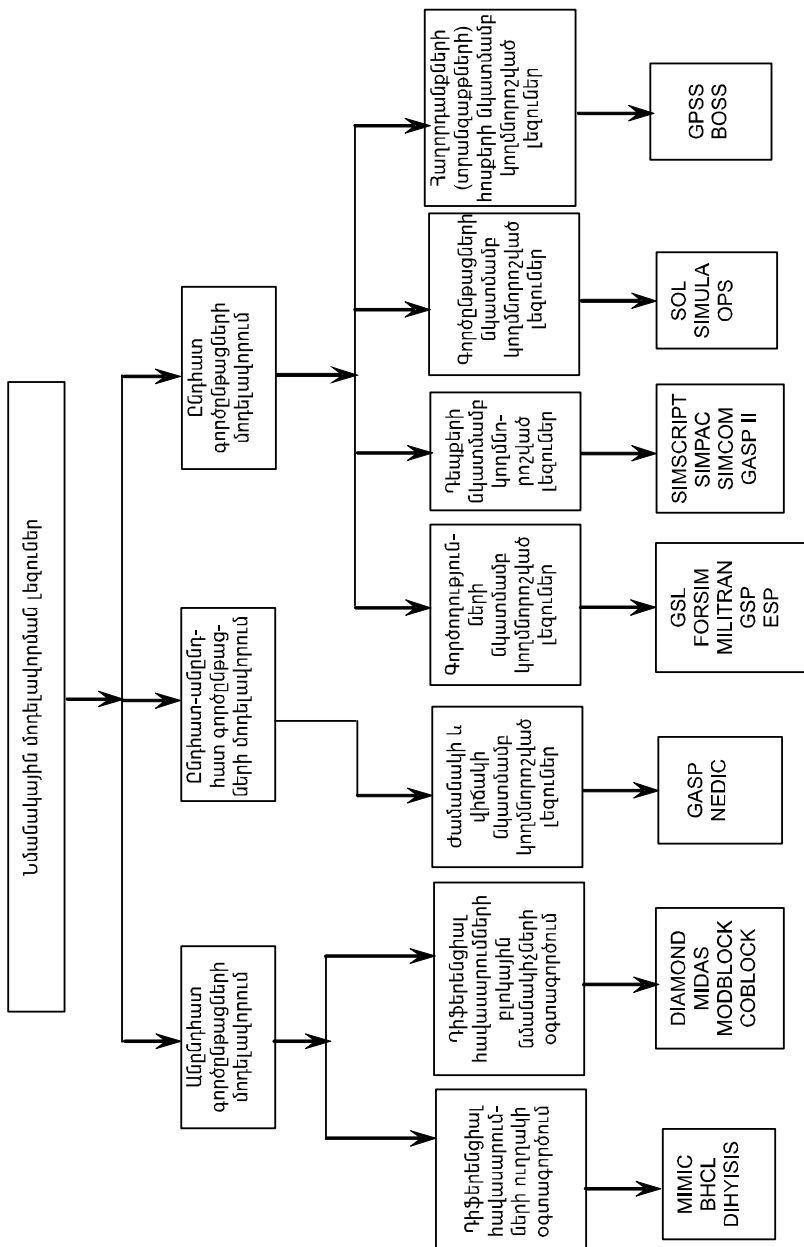
ԱՅ-երի նախագծման և հետազոտման տեսակետից վերը նշված պահանջներին առավել լրիվ բավարարում են ընդհատ պատահականության մոդելավորման SIMAN, SIMULA, SIMSCRIPT, GPSS, SIMPAS, SOL, CSL և այլ լեզուները:

Ներկայում հայտնի են բազմաթիվ (շուրջ 2000) նմանակային մոդելավորման լեզուներ: Դրանցից առավել տարածվածների օգտագործման ոլորտները և դասակարգումը ցույց են տրված նկ.6.1-ում:

Ըստ մոդելավորվող գործընթացների բնույթի՝ տարբերվում են անընդհատ, ընդհատ և համակցված (ընդհատ - անընդհատ) մոդելավորման լեզուներ:

Ընդհատ համակարգերի մոդելավորման ասպարեզում լայն տարածում է ստացել GPSS/PC (General Purpose Simulation System՝ ընդհանուր նշանակության մոդելավորման համակարգ) լեզուն: GPSS-ով կազմված մոդելները հաշվի են առնում տարբեր բնույթի բազմաթիվ գործոններ և պայմաններ, ինչի շնորհիվ օժտված են անհամեմատ ավելի բարձր համարժեքությամբ, քան ՋՄՀ-ի վերլուծական մոդելները: Իր հնարավորություններով GPSS/PC փաթեթին գերազանցում է Simpas լեզուն, որն ավելի արագագործ է և շնորհիվ իր մոդուլային ձևավորման օժտված է ճկունությամբ: Simpas-ը, ի տարբերություն GPSS/PC-ի, բաց համակարգ է և հնարավորություն է տալիս հետազոտողին հարմարեցնել փաթեթում առկա միջոցներն իր կարիքներին կամ ներդնել փաթեթում Object Pascal լեզվով կազմված սեփական ընթացակարգեր (պրոցեդուրաներ):

Սակայն, պետք է նշել, որ ինչպես GPSS/PC, GPSS/H, այնպես էլ Simpas-ը նախատեսված են գործելու MS DOS օպերացիոն համակարգում, որտեղ առկա սահմանափակումները հնարավորություն չեն ընձեռում մշակել մանրամասնման անհրաժեշտ մակարդակի բարդ համակարգերի նմանակային մոդելներ:



Սկ.6.1. Նմանակային մոդելավորման լեզուների դասակարգումը

6.2 GPSS WORLD ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ

Նշված թերություններից գործնականորեն զերծ է Minuteman (ԱՄՆ) ընկերության կողմից GPSS/PC համակարգի զարգացման արդյունքում ստեղծված GPSS World ընդհանուր նշանակության մոդելավորման համակարգը(ՄՀ): GPSS լեզվի նոր օբյեկտների ներմուծման և Plus ցածր մակարդակի ծրագրավորման լեզվի ներդրման շնորհիվ GPSS World-ը ձեռք է բերել համակցված բնույթ, այսինքն՝ կարող է մոդելավորել ինչպես ընդհատ, այնպես էլ անընդհատ գործընթացներ: Plus ծրագրավորման լեզվի ներդրումը դարձրել է GPSS World-ը ավելի բաց և հնարավորություն է տալիս նրան փոխգործել այլ համակարգերի հետ, ստեղծել ընթացակարգերի սեփական գրադարան և ավտոմատացնել հետազոտման ողջ գործընթացը՝ մոդելի մշակումից մինչև գիտափորձերի անցկացումը և արդյունքների մեկնաբանումը: Նշված առավելություններից բացի GPSS World մոդելավորման համակարգն ունի ևս մեկ կարևոր առանձնահատկություն՝ այն գործում է Windows օպերացիոն համակարգում և առավելագույնս կողմնորոշված է արդիական տեխնոլոգիաների կիրառմանը, որոնք ապահովում են բարձր փոխգործողություն (ինտերակտիվություն) և ինֆորմացիայի առավել ընկալունակ ներկայացում:

GPSS World-ի ուսումնական տարբերակը անվճար կարելի է ձեռք բերել www.minutemansoftware.com/download պորտալում:

[13] ձեռնարկի և [14] գրքի շրջանակներում համառոտակիորեն ծանոթանալով GPSS WORLD ՄՀ-ի կառուցման հիմունքներին և նրա կիրառությամբ համակարգերի մանակային մոդելավորման առանձնահատկություններին:

6.2.1. GPSS WORLD մոդելավորման համակարգի կառուցման հիմունքները

GPSS WORLD մոդելավորման համակարգում (ՄՀ) տարբերում են օբյեկտների չորս տեսակ՝ «Մոդել», «Մոդելավորման գործընթաց», «Հաշվետվություն», «Տեքստային»:

Մոդելը մշակվում է GPSS լեզվով և կազմված է նրա օպերատորներից, իսկ «Մոդել» օբյեկտը ստեղծվում է ներդրված տեքստային խմբագրի օգնությամբ: «Մոդելավորման գործընթացը» Create Simulation (ստեղծել մոդելավորման գործընթաց) ընտրացանկի հրամանների կատարման արդյունքում ստեղծված մոդելի տրանսլացիան է: Այն թողարկվում է GPSS-ի հրամաններով:

Մոդելավորման ավարտից հետո սովորաբար ավտոմատորեն ստեղծվում է «Հաշվետվություն» օբյեկտը:

«Տեքստային» օբյեկտը GPSS WORLD ՄԶ-ի տեքստային ֆայլն է, որը նախատեսված է ելակետային տեքստերի ստեղծումը պարզեցնելու համար: Դրա օգնությամբ մոդելը սկզբում ներկայացվում է օպերատորների հավաքածուի տեսքով, այնուհետև «Մոդելավորման գործընթաց» օբյեկտի միջոցով հավաքվում:

6.2.2. GPSS նմանակային մոդելավորման լեզվի օբյեկտները

Ինչպես նշվել է, GPSS WORLD ՄԶ-ը նախատեսված է ընդհատ և անընդհատ գործընթացների նմանակային (իմիտացիոն) մոդելավորման համար: ՄԶ-ի նմանակային մոդելավորման լեզուն նրանում ներդրված բարձր մակարդակի PLUS ծրագրավորման լեզվի շնորհիվ բաղկաված GPSS լեզուն է:

GPSS լեզուն կառուցվել է այն ենթադրության հիման վրա, որ բարդ համակարգի մոդելը կարող է ներկայացվել տարրերի համախմբով և նրանց փոխգործողության տրամաբանական կանոններով: Ենթադրվում է նաև, որ մոդելավորվող համակարգի համար կարելի է առանձնացնել վերացական տարրերի ոչ մեծ հավաքածու, որոնք կոչվում են օբյեկտներ: Ընդ որում, տրամաբանական կանոնների հավաքածուն սահմանափակ է և կարող է նկարագրվել ստանդարտ գործողություններով: Օբյեկտների գործունեությունը և իրականացվող տրամաբանական գործողությունները նկարագրող ծրագրերի համալիրը տվյալ դասի համակարգերի ծրագրային մոդելի ստեղծման հիմքն է:

Բացի նշված համալիրից, GPSS WORLD ՄԶ-ն ունի հատուկ ծրագիր-պլանավորիչ, որն իրականացնում է հետևյալ գործընթացները.

- ապահովում է դինամիկական օբյեկտների՝ թրանզաքսների շարժումը մշակողի նշած երթուղիներով,
- մոդելում տեղի ունեցող իրադարձությունների պլանավորում՝ յուրաքանչյուր իրադարձության տեղի ունենալու պահի գրանցման և դրանց իրականացման միջոցով,
- մոդելի գործունեության վերաբերյալ վիճակագրական տվյալների գրանցում,
- մոդելավորման ընթացքում մոդելային ժամանակի առաջընթացի ապահովում:

Ժամանակի ընթացքում իրադարձությունների մշակման հերթականության ապահովման նպատակով ՄԶ-ն ունի մոդելավորման բացարձակ ժամանակը գրանցող համակարգային ժամացույց:

Մոդելավորվող համակարգում օբյեկտների ընտրությունը կատարվում է տարբեր նպատակներով՝ կախված ինչպես մոդելի բնութագրերից, այնպես էլ մշակողի հակումներից: Մոդելի աշխատանքն ապահովող պարտադիր օբյեկտներից են բլոկները և թրանզաքթերը:

Օբյեկտները բաժանվում են *7 կատեգորիաների և 15 տիպերի* (աղ. 6.1):

Աղյուսակ 6.1. GPSS-ի օբյեկտները

<i>Կատեգորիաներ</i>	<i>Օբյեկտների տիպերը</i>
Դինամիկական	Թրանզաքթներ
Գործառնական	Բլոկներ
Ապարատային	Միուղի սարքեր, հիշասարքեր (բազմուղի սարքեր), տրամաբանական բանալիներ
Հաշվողական	Փոփոխականներ, ֆունկցիաներ, պատահական թվերի գեներատորներ
Ստատիկական	Հերթեր, աղյուսակներ
Հիշող	Բջիջներ, բջիջների մատրիցներ
Խմբավորող	Թվային խմբեր, թրանզաքթների խմբեր, ցուցակներ

Ստորև դիտարկվում են դրանց կողմից իրականացվող գործառույթները: Դինամիկական օբյեկտները՝ թրանզաքթները, ստեղծվում են մոդելի որոշակի կետերում, պլանավորիչի կողմից առաջ են տարվում մոդելի բլոկներով, այնուհետև ոչնչացվում են: Թրանզաքթները իրական համակարգի հոսքերի միավորների նմանակներն են: Նույն մոդելում թրանզաքթները կարող են ներկայացնել տարբեր տարրեր: Օրինակ, ինֆորմացիոն ցանցում թրանզաքթները կարող են նմանակել ցանցում օգտագործվող սարքավորումները՝ սերվերը, փոխանջատիչները, մոդեմները և ցանցում տեղափոխվող հաղորդագրությունները: Յուրաքանչյուր թրանզաքթին ամրագրված են որոշակի պարամետրեր: Բերված օրինակի դեպքում որպես թրանզաքթների պարամետրեր կարող են դիտվել սերվերի մակնիշը, վիճակը, հաղորդագրության բիթերի քանակը: Թրանզաքթներին կարող է տրվել առաջնայնություն, որով որոշվում է որևէ ռեսուրսի օգտագործմանը հավակնող թրանզաքթների նախապատվությունը: Օրինակ, սարքերի նորոգման կամ հաղորդագրությունների սպասարկման հաջորդականությունը՝ կախված դրանց կարևորությունից:

Սարքային (ապարատային) կատեգորիայի օբյեկտները վերացական տարրեր են, որոնց կարող է տրոհվել հետազոտվող համակարգը: Դրանց վրա ազդելով թրանզաքթները կարող են փոփոխել դրանց վիճակը կամ ազդել այլ թրանզաքթների շարժման վրա: Այս

տիպի օբյեկտների շարքին են դասվում միուղի սարքերը, հիշասարքերը (բազմուղի սարքերը) և տրամաբանական բանալիները:

Միուղի սարքերը (ՄՈՒՄ) նախատեսված են միուղի սարքերի նմանական համար, որոնք ժամանակի ցանկացած պահին կարող են զբաղված լինել միայն մեկ թրանզաքթով: Օրինակ՝ տվյալների հաղորդման մեկ ուղին, միուղի նորոգման սարքը, մեկ կապի հանգույցը և այլն:

Բազմուղի սարքերը (ԲՈՒՄ) նախատեսված են զուգահեռ մշակում իրականացնող սարքավորման նմանական համար: Դրանք կարող են միաժամանակ զբաղեցվել մի քանի թրանզաքթներով (օրինակ՝ բազմուղի նորոգման սարքը, բազմուղի կապուղին):

Սողելավորման ընթացքում ավելի վաղ տեղի ունեցած իրադարձությունները կարող են արգելակել, փոխել թրանզաքթների շարժումը և հետագա իրադարձությունների ընթացքը: Օրինակ, բազմուղի կապի որևիցե ուղու խափանման դեպքում հաղորդագրությունները ուղղվում են դեպի սարքին աշխատող կապուղիները: Նման իրավիճակների մոդելավորման համար ներմուծվում են *տրամաբանական բանալիները*: Դրանք կառավարվում են թրանզաքթների կողմից, որոնք կարող են «միացնել» կամ «անջատել» բանալիները: Սողելավորման ընթացքում բանալիների վիճակը ստուգվում է այլ թրանզաքթների կողմից՝ դրանց շարժման հետագա ուղին որոշելու նպատակով:

Գործառնական օբյեկտները (բլոկները) որոշում են համակարգի մոդելի գործունեության տրամաբանությունը և սարքային կատեգորիայի օբյեկտների միջև թրանզաքթների շարժման ուղիները: Գործառնական բլոկներում կարող են տեղի ունենալ չորս տիպի իրադարձություններ.

- թրանզաքթների ստեղծում կամ ոչնչացում,
- օբյեկտի թվային հատկանիշի փոփոխություն,
- որոշակի տևողությամբ թրանզաքթի ուշացում,
- մոդելում թրանզաքթի շարժման երթուղու փոփոխություն:

GPSS WORLD ՄՅ-ում իրականացված լեզվի տարբերակը ներառում է 53 տիպի բլոկներ:

Ըստ նշանակության բլոկները բաժանվում են հետևյալ խմբերի.

1. Թրանզաքթների հատկանիշների փոփոխություն իրականացնող բլոկներ.

- թրանզաքթների ստեղծում և ոչնչացում՝ GENERATE (ստեղծել), SPLIT (բաժանել, տրոհել), TERMINATE (ավարտել), ASSEMBLE (միավորել),
- ժամանակային ուշացում՝ ADVANCE (ուշացնել),

- թրանզաքսների պարամետրերի փոփոխում՝ ASSIGN (վերագրել), INDEX (ինդեքս), MARK (նշել), PLUS,
- երկու՝ MATCH (սինքրոնացնել) և մի քանի՝ GATHER (հավաքել) թրանզաքսների շարժման համաժամանակեցում (սինքրոնացում),
- թրանզաքսի առաջնայնության փոփոխում՝ PRIORITY (առաջնայնություն):

2. Թրանզաքսների շարժման հաջորդականությունը փոփոխող բլոկներ (կառավարման փոխանցման բլոկներ)՝ DISPLACE (տեղաշարժել), TRANSFER (փոխանցել), LOOP (շրջափուլ), TEST (ստուգել), GATE (փական):

3. Խմբավորող կատեգորիայի հետ կապված բլոկներ՝ ADOPT (ընդունել), ALTER (փոփոխել), EXAMINE (զննել, ստուգել), JOIN (միավորել, միացնել), REMOVE (հեռացնել, ջնջել), SCAN (զննել):

4. Սարքային կատեգորիայի օբյեկտները նկարագրող բլոկներ.

- միուղի սարքեր (տեխնիկական միջոցներ)՝ SEIZE (գրադեցնել), RELEASE (ազատել), PREEMPT (բեռնաթափել), RETURN (վերադառնալ), FUNAVAIL (անհասանելի), FAVAIL (հասանելի),
- բազմուղի սարքեր (հիշասարքեր)՝ ENTER (մտնել), LEAVE (հեռանալ), SAVAIL (հասանելի), SUNAVAIL (անհասանելի),
- բանալիներ (տրամաբանական փոխանջատիչներ)՝ LOGIC (տրամաբանական):

5. Հետագա օգտագործման նպատակով անհրաժեշտ արժեքների պահպանման բլոկներ՝ SAVEVALUE, MSAVEVALUE (պահպանել արժեքը):

6. Վիճակագրական արդյունքների ստացումն ապահովող բլոկներ՝

- հերթեր՝ QUEUE (հերթ, հերթի դնել), DEPART (դուրս գալ),
- աղյուսակներ՝ TABULATE (աղյուսակավորել):

7. Օգտվողի ցանկի կազմակերպման բլոկներ՝ LINK (կապել), UNLINK (խզել):

8. Ներմուծում-արտածում կազմակերպող բլոկներ.

- ֆայլի բացում/փակում՝ OPEN / CLOSE (բացել/փակել),
- ֆայլի ընթերցում/գրառում՝ READ / WRITE (ընթերցել/գրառել),
- ընթացիկ տողի դիրքի սահմանում՝ SEAK (որոնել):

9. Հատուկ բլոկներ՝ BUFFER (որոնել), COUNT (հաշվել), EXECUTE (կատարել), INTEGRATION (միացում), SELECT (ընտրել), TRACE (հետևել), UNTRACE (չհետևել):

Հաշվողական կատեգորիայի օբյեկտները ծառայում են մոդելավորման ընթացքում ծագած այնպիսի իրավիճակների նկարագրման համար, երբ մոդելավորվող համակարգի բաղադրամասերի միջև կախվածություններն արտահայտվում են վերլուծական և տրամաբանական առնչությունների տեսքով: Այդ նպատակով, որպես հաշվողական կատեգորիայի օբյեկտներ, ներմուծվում են թվաբանական և տրամաբանական (բուլյան) փոփոխականներ և ֆունկցիաներ:

Փոփոխականները բարդ արտահայտություններ են, որոնք ներառում են հաստատուններ, համակարգային թվային հատկանիշներ, գրադարանային թվաբանական ֆունկցիաներ, թվաբանական և տրամաբանական գործողություններ:

Արտահայտությունները կարող են օգտագործվել GPSS-ի փոփոխականներում և օպերատորներում, ընդ որում, փոփոխականներում օգտագործվելու դեպքում արտահայտությունները որոշվում են GPSS-ի հրամաններով, իսկ օպերատորներում՝ որպես PLUS լեզվի մի մաս:

Յուրաքանչյուր օբյեկտին համապատասխանում են հատկանիշներ, որոնք նկարագրում են նրա վիճակը ժամանակի տվյալ պահին: Դրանք կարող են օգտագործվել մոդելավորման ողջ ընթացքում և կոչվում են համակարգային թվային հատկանիշներ (ՀԹՀ): Օրինակ՝ հաշվողական կատեգորիայի օբյեկտ հանդիսացող պատահական թվերի գեներատորն ունի RNo ՀԹՀ թիվը, որը ձևավորում է թիվ *n* հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերի գեներատորը: Իսկ թրանզաքթի ՀԹՀ-ը տվյալ պահին մշակվող թրանզաքթի առաջնայնությունն է՝ PR-ը: GPSS WORLD-ը ներառում է ավելի քան 50 ՀԹՀ:

Բուլյան փոփոխականները հնարավորություն են ընձեռում GPSS-ի մեկ բլոկում ստուգել միաժամանակ մի քանի պայմաններ՝ ելնելով դրանց հատկանիշների արժեքներից, որոնք դիտվում են որպես որոշակի բուլյան ֆունկցիայի փոփոխականներ:

Ֆունկցիաների միջոցով իրականացվում է անընդհատ կամ ընդհատ ֆունկցիաների հաշվում՝ արգումենտների տրված արժեքների դեպքում:

GPSS-ում բոլոր ֆունկցիաները տրվում են աղյուսակային եղանակով՝ ֆունկցիաների նկարագրման հրամանի օգնությամբ: Ինչպես փոփոխականները, այնպես էլ ֆունկցիաները կապված չեն որոշակի բլոկների հետ:

Բացի գրադարանային թվաբանական ֆունկցիաներից, GPSS WORLD-ը ընդգրկում է 24 ներդրված *պատահական թվերի գեներատոր*:

Հիշող կատեգորիայի օբյեկտներն ապահովում են դիմում հիշատարքերում պահպանվող արժեքներին: Պահպանվող մեծությունների

բջիջները և բջիջների մատրիցներն օգտագործվում են որոշակի թվային ինֆորմացիայի պահպանման համար: Ցանկացած ակտիվ թրանզաքթ կարող է ինֆորմացիա ընթերցել: Մատրիցները կարող են ունենալ մինչև 6 չափողականություն:

Վիճակագրական օբյեկտները՝ հերթերը և աղյուսակները նախատեսված են սարքերի անմատչելիության պատճառով ուշացած (օրինակ, սպասարկող ուղու զբաղվածության պատճառով) թրանզաքթների հերթերի հաշվառման և մոդելավորման ընթացքում ստացված վիճակագրական ինֆորմացիայի աղյուսակավորման համար: Հերթերի հաշվառումն իրականացնում է պլանավորիչը, որն ինքնուրույնաբար ինֆորմացիա է կուտակում սարքերի և հերթերի մասին: Աղյուսակներն օգտագործվում են պատահական մեծությունների ընտրանքային բաշխումների (հիստագրերի տեսքով), մաթեմատիկական սպասման և դիսպերսիայի վիճակագրական գնահատականների ստացման համար:

Խմբավորող կատեգորիային են պատկանում հետևյալ երեք տիպի օբյեկտները՝ թվային խումբը, թրանզաքթների և ցուցակների խումբը:

Որոշ դեպքերում թրանզաքթները, որոնք բնութագրվում են ընդհանուր ՀԹՀ-երով, հարմար է խմբավորել, ինչը հնարավորություն է տալիս դիմել տվյալ *խմբի* թրանզաքթների հատկանիշներին և անհրաժեշտության դեպքում փոփոխել որոշ հատկանիշներ: Այս տիպի օբյեկտներն աշխատում են թրանզաքթի կամ թվային ռեժիմներում: Ռեժիմը որոշվում է որոշակի խմբին առաջին դիմումով, և երբ այն հաստատված է, անհրաժեշտ է պահպանել: Թրանզաքթի ռեժիմում խմբում ստացվող մեծությունները ներկայացվում են տվյալ խմբի թրանզաքթների հերթական համարներով: Մյուս ռեժիմում ստացվող մեծությունները ներկայացվում են թվային արժեքների խմբով:

Մոդելավորման դեպքում թրանզաքթները պահպանվում են ցուցակներում: Գոյություն ունեն հինգ տեսակի ցուցակ, որոնցից միայն մեկում կարող է գտնվել թրանզաքթը ժամանակի ցանկացած պահին.

- ընթացիկ իրադարձությունների,
- ապագա իրադարձությունների,
- միուղի կամ բազմուղի սարքերի ուշացումների,
- միուղի սարքերի հետաձգված ընդհատումների,
- օգտվողի:

Ընթացիկ իրադարձություններ (ԸԻ) ցուցակը ընդգրկում է այն իրադարձություններին համապատասխանող թրանզաքթները, որոնց տեղի ունենալու ժամանակի պահերը հավասար են ընթացիկ պահին կամ փոքր են: Այս ցուցակի թրանզաքթները պետք է մտնեն մոդելի համա-

պատասխան բլոկները մինչև մոդելային ժամանակի հերթական փոփոխության պահը:

ԸՒ ցուցակում թրանզաքսները դասավորված են ըստ նրանց առաջնայնության նվազման: Միևնույն առաջնայնությամբ թրանզաքսները տեղաբաշխվում են ըստ ստացման պահերի:

Ապագա իրադարձությունների (ԱԻ) ցուցակը ներառում է ապագայում տեղի ունենալիք իրադարձություններին համապատասխանող թրանզաքսներ: Դրանք տեղաբաշխված են ցուցակում ժամանակի աճման կարգով: Առաջնայնությունները չեն ազդում ԱԻ ցուցակում շարժման կարգի վրա:

Կրկնվող փորձերի (ԿՓ) ցուցակում ընդգրկվում են այն թրանզաքսները, որոնց համար չի կատարվել հաջորդ բլոկ մտնելու պայմանը: Այդ պայմանները ստուգվում են թրանզաքսների GATE, TEST, TRANSFER ALL և TRANSFER BOTH բլոկները մտնելու փորձ կատարելիս: Այսպիսի թրանզաքսները սպասում են ՀԹՀ-ի փոփոխության, և երբ այն իրականացվում է, թրանզաքսը ակտիվանում է, և ստուգվում է նրա հաջորդ բլոկ մտնելու պայմանը: Պայմանի կատարման դեպքում այն հանվում է կրկնակի փորձերի ցուցակից:

Միուղի սարքն ունի հետևյալ ցուցակները.

- *հետաձգված ընդհատումների և ուշացումների ցուցակ*` թրանզաքսների ցուցակ, որոնք սպասում են զբաղեցնելու ՄՈՒՄ-ը ըստ առաջնայնության:
- *ընդհատումների ցուցակ*` թրանզաքսների ցուցակ, որոնց սպասարկումը տվյալ ՄՈՒՄ-ի կողմից ընդհատվել է,
- *կրկնվող փորձերի ցուցակ*` թրանզաքսների ցուցակ, որոնք սպասում են ՄՈՒՄ-ի վիճակի փոփոխության:
- Բազմուղի սարքն ունի.
- *ուշացումների ցուցակ*` ըստ առաջնայնության թրանզաքսների ցուցակ, որոնք սպասում են ԲՈՒՄ-ի ազատվող ուղուն,
- *կրկնվող փորձերի ցուցակ*` ԲՈՒՄ-ի վիճակի փոփոխությանը սպասող թրանզաքսների ցուցակ,

Սինքրոնացվող թրանզաքսների ցուցակը ներառում է ASSEMBLER, GATHER, MATCH: Այն ընդգրկում է տվյալ պահին հանձնատման վիճակում գտնվող թրանզաքսները:

Օգտվողի ցուցակը ներառում է ընթացիկ իրադարձությունների ցուցակից հանված և որպես ժամանակավորապես ոչ ակտիվ համարվող թրանզաքսները:

6.2.3. Բլոկ-դիագրամի տեսքով նմանակային մոդելի ներկայացումը

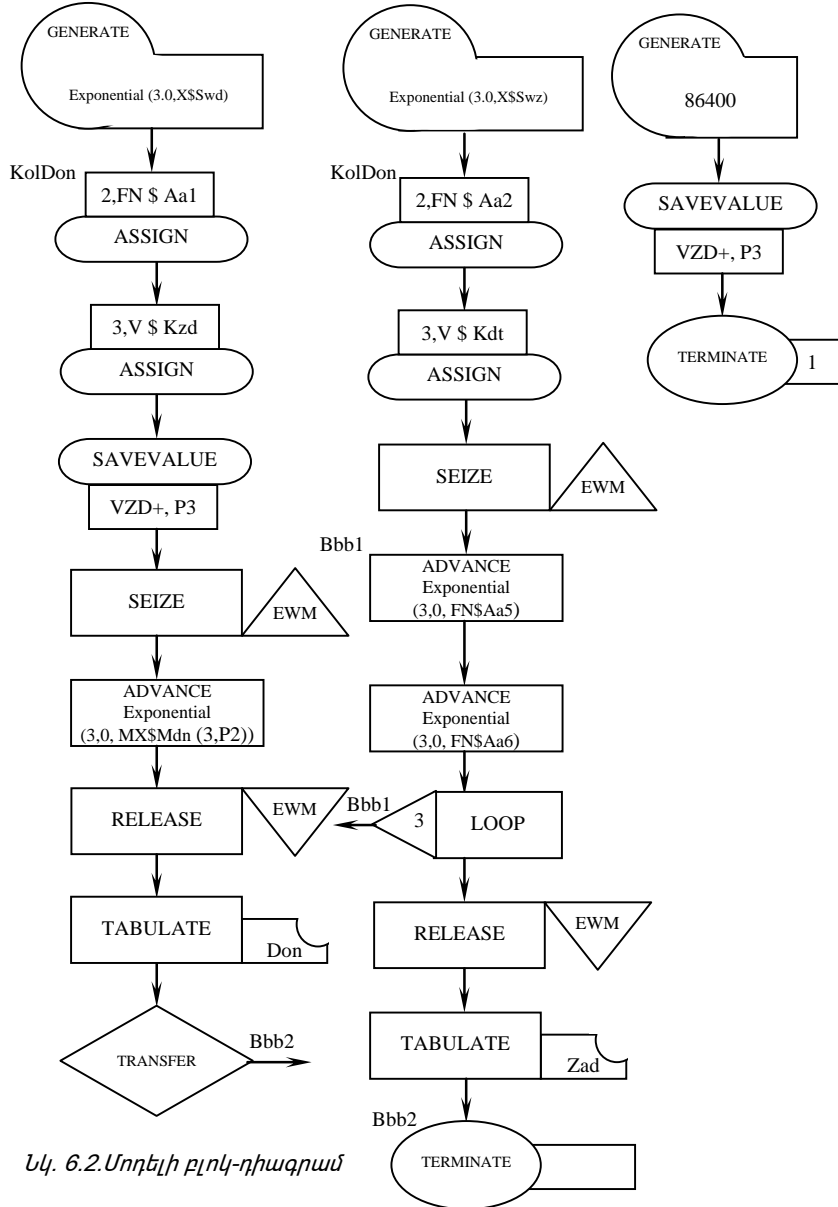
GPSS-ում մոդելը նպատակահարմար է նախապես ներկայացնել բլոկ-դիագրամի տեսքով: Այն ակնառու տեսքով ներկայացնում է մոդելի բաղկացուցիչ մասերը՝ բլոկները՝ նրանց միջև առկա կապերով հանդերձ: Բլոկ - դիագրամի տեսքով ներկայացվող մոդելը կառուցվում է հետևյալ կերպ: Հնարավոր ստանդարտ բլոկների բազմությունից ընտրվում են ձևայնացված համակարգի նմանակման համար անհրաժեշտ բլոկները և միմյանց հետ միացվում են դիագրամի տեսքով այնպես, որ մոդելի գործունեության նմանակման ընթացքում ապահովվի դրանց փոխգործողությունը: Բլոկների ընտրությունը պայմանավորված է մոդելավորվող համակարգի գործունեության տրամաբանական սխեմայով:

Նմանակային մոդելի բլոկ-դիագրամը արտացոլում է տեղաշարժվող տարրերի՝ թրանզաքսների շարժման ուղղությունները: Մոդելն իրականացնում է բլոկից բլոկ թրանզաքսների տեղաշարժը բլոկ-դիագրամով նախանշված երթուղիներով: Թրանզաքսները, որոնք բացակայում են մոդելավորման սկզբնական պահին, մոդելավորման ընթացքում ժամանակի որոշակի պահերին մոդելավորվող համակարգի գործունեության տրամաբանությանը համապատասխան տեղաշարժվում են բլոկ-դիագրամում նշված բլոկներով և, մոդելավորման առանձնահատկություններով պայմանավորված, ժամանակի որոշակի պահերին հեռանում են մոդելից: Ընդ որում, տվյալ պահին մոդելում առկա բազմաթիվ թրանզաքսներից միայն մեկը կարող է տեղաշարժվել: Մտնելով հերթական բլոկ, թրանզաքսը դիմում է որոշակի ենթաժրգրի և դրա կատարման ավարտից հետո փորձում է մտնել ըստ բլոկ-դիագրամի հաջորդ բլոկը: Թրանզաքսի տեղաշարժը բլոկից բլոկ շարունակվում է մինչև հետևյալ իրադարձություններից որևէ մեկի տեղի ունենալու պահը:

- թրանզաքսը մտնում է ուշացման գործառույթ իրականացնող բլոկ,
- թրանզաքսը փորձում է մտնել բլոկ-դիագրամով նախանշված հերթական բլոկ, որը մերժում է ընդունել տվյալ թրանզաքսը,
- հերթական բլոկ մտնելու անհաջող փորձից հետո թրանզաքսը շարունակում է մնալ ընթացիկ բլոկում:

Եթե մոդելավորման ընթացքում տեղի է ունեցել նշված իրադարձություններից որևէ մեկը, ապա թրանզաքսը մնում է իր տեղում, և մոդելում սկսում է տեղաշարժվել մեկ այլ թրանզաքս: Իսկ եթե մոդելում տվյալ պահին ստեղծվել են նպաստավոր պայմաններ, ապա թրանզաք-

թի հաջորդ բլոկ մտնելու փորձը կարող է ունենալ հաջող ելք և այն կշարունակի իր տեղաշարժը մոդելում՝ ըստ բլոկ-դիագրամի:



Որպես օրինակ դիտարկենք GPSS-ով կազմված ինֆորմացիայի հավաքման և մշակման համակարգի մոդելի բլոկ-դիագրամը, որը պատկերված է նկ. 6.2-ում: Այն ներառում է թրանզաքսների աղբյուր հանդիսացող երեք GENERATE բլոկ և վերջնակետ ծառայող երկու TERMINATE բլոկ, որոնցով բլոկ-դիագրամն ավարտվում է, և թրանզաքսները հեռանում են մոդելից: Բլոկ-դիագրամը կազմված է երեք սեզմենտից: Դրանցից մեկը ներառում է երեք բլոկ և գործում է ինքնուրույնաբար, իսկ մյուս երկուսը փոխկապակցված են միմյանց հետ: Մոդելավորման ընթացքում ակտիվ է այն սեզմենտը, որով տվյալ պահին տեղաշարժվում է թրանզաքսը: Իսկ երբ այն արգելափակվում է, իր շարժումն է սկսում հաջորդ թրանզաքսը, որը հնարավոր է՝ պատկանի մյուս սեզմենտին:

Թրանզաքսների բովանդակության նշանակությունը որոշում է մոդելավորողը, ով սահմանում է որոշակի համանմանություն (անալոգիա) մոդելավորվող համակարգի տարրերի և թրանզաքսների միջև:

Դիտարկվող օրինակում թրանզաքսները համապատասխանում են հաղորդագրություններին, հայտերին և խնդիրներին: Մոդելի բլոկ-դիագրամի կառուցմանը պետք է նախորդի ինֆորմացիոն մոդելի մանրամասն ուսումնասիրությունը՝ նշելով ինֆորմացիայի բոլոր աղբյուրները՝ ներառյալ տարբեր փաստաթղթեր, դրանց հաղորդման ուղիները, մշակման միջոցներն ու եղանակները: Ինֆորմացիոն մոդելի մանրամասն մակարդակը որոշվում է մոդելավորման նպատակներով: Ավելի մանրամասն դիտարկվող ինֆորմացիայի հավաքման և մշակման համակարգի և նրա նմանակային մոդելի բլոկ-դիագրամի նկարագրությունը բերված է [13 մասնագիտական գրականության մեջ:

Այսպիսով, մոդելի գործունեությունը կամ կատարումը հանգում է տեղաշարժվող թրանզաքսների որոշակի բլոկներ մտնելու հետևանքով ենթածրագրերի կանչմանը և կատարմանը: Անցնելով մոդելի բլոկներով՝ յուրաքանչյուր թրանզաքս ներմուծում է իր ավանդը *բլոկների հաշվիչների* պարունակության մեջ: Հաշվիչների արժեքների հասանելիությունը մոդելավորողին ապահովվում է բլոկների W (բլոկի ընթացիկ պարունակություն) և N (բլոկի ընդհանուր մուտքերի թիվը) համակարգային թվային հատկանիշների՝ ՅԹԳ-երի միջոցով:

Թրանզաքսի յուրաքանչյուր տեղաշարժը համարվում է իրադարձություն, որը պետք է տեղի ունենա մոդելային ժամանակի որոշակի պահին: Իրադարձությունների ժամանակային հաջորդականության պահպանման նպատակով պլանավորիչի կազմում նախատեսված է մոդելային ժամանակի *թայմեր* (ժամաչափ), որը մոդելի գործու-

նեության տրամաբանությամբ համապատասխան ինքնուրույնաբար ճշգրտվում է մոդելավորման ընթացքում:

GPSS-ի թայմերն ունի հետևյալ առանձնահատկությունները.

- գրանցվում են միայն ժամանակի դրական արժեքները,
- մոդելային ժամանակի միավորը (մասշտաբը) որոշում է մոդելը մշակող մասնագետը, որը սահմանում է բոլոր ժամանակահատվածները միևնույն ժամանակային միավորի միջոցով,
- պլանավորիչը մոդելային ժամանակի յուրաքանչյուր պահին մոդելի վիճակը վերլուծելու փոխարեն առաջ է շարժում թայմերը մինչև մոտակա հաջորդ իրադարձության տեղի ունենալու պահը:

Թայմերի արժեքի հասանելիությունը մոդելավորողին ապահովում է C1 (*հարաբերական մոդելային ժամանակ*) և AC1 (*բացարձակ մոդելային ժամանակ*) ՉԹՀ-երի միջոցով:

GPSS-ի պլանավորիչի գլխավոր խնդիրը ընթացիկ թրանզաքթի շարժման դադարեցման դեպքում մոդելով տեղաշարժելիք հերթական թրանզաքթի ընտրությունն է: Այդ նպատակով պլանավորիչը յուրաքանչյուր թրանզաքթը դիտարկում է որպես ինչ-որ ցուցակի տարր: Պլանավորիչը տեղավորում է թրանզաքթներն այս կամ այն ցուցակում, դիտարկելով ցուցակները, ընտրում է հերթական թրանզաքթը և ընթացիկ իրադարձությունների ցուցակի բոլոր թրանզաքթների մշակման ավարտից հետո ճշգրտում է մոդելային ժամանակի թայմերը:

ԲԱԺԻՆ 7. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈՂԵԼԻ ՎՐԱ ԳԻՏԱՓՈՐՁԵՐԻ ՊԼԱՆԱՎՈՐՈՒՄ ԵՎ ԱՆՑԿԱՑՈՒՄ

7.1. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ԱՐՁԱՆԱԳՐՈՒՄ, ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՄՇԱԿՈՒՄ

Ինչպես նշել ենք, բարդ համակարգի գործունեության գործընթացը զանազան պատահական գործոնների ազդեցության հետևանքով հավանականային բնույթ է կրում: Հետևապես այդ գործընթացների նմանական ընթացքում ստացվում են որոնվելիք մեծությունների հնարավոր իրացումները, որոնց հիման վրա որոշվում են դրանց վիճակագրական գնահատականները: Պետք է նշել, որ բարդ համակարգերի մոդելավորման ժամանակ տրված ճշգրտությունը ապահովելու համար անհրաժեշտ է ստանալ մեծ թվով իրացումներ, որոնց պահպանման համար պահանջվում է հիշողության հսկայական ծավալ: Այդ պատճառով անհրաժեշտ է այնպես կազմակերպել նմանական ընթացքում ստացվող ինֆորմացիայի արձանագրումը և մշակումը, որ պահանջվող հիշողության ծավալը հասցվի նվազագույնի:

Քննարկենք որոնվող մեծությունների հաշվարկի համար առաջարկվող մի շարք առնչություններ, որոնք հնարավորություն են տալիս արդյունավետ կերպով իրականացնել դրանց արձանագրումը և մշակումը:

Ենթադրենք նմանակային մոդելավորման միջոցով անհրաժեշտ է A պատահահույթի n իրացումների հիման վրա որոշել նրա հանդես գալու $P(A)$ հավանականությունը: Եթե n իրացումների ընթացքում A պատահույթը հանդես է եկել m անգամ, ապա A -ի հանդես գալու հավանականության վիճակագրական գնահատականը կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{P}(A) = \frac{m}{n} : \quad (7.1)$$

Նման ձևով կարելի է վարվել պատահական մեծության բաշխման օրենքի գնահատման դեպքում: Պատահական մեծության հնարավոր արժեքների տիրույթը բաժանում են k միջակայքերի: Այնուհետև, մոդելավորման ընթացքում հիշողության k բջիջներում կուտակվում են պատահական մեծության համապատասխան միջակայքերն ընկնելու քանակությունները՝ $m_i (i = \overline{1, k})$: n իրացումների դեպքում յուրաքանչյուր i -րդ միջակայք պատահական մեծության ընկնելու հավանականությունը կարելի է գնահատել հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{p}_i = \frac{m_i}{n} : \quad (7.2)$$

n իրացումների հիման վրա պատահական \tilde{x} մեծության մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան գնահատվում են հետևյալ հայտնի բանաձևերով.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_x^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n-1} - \frac{2 \sum_{i=1}^n x_i \bar{x}}{n-1} + \bar{x}^2 \approx \\ &\approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n-1} - (\bar{x})^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n-1} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n^2} : \end{aligned} \quad (7.4)$$

\tilde{x} և \tilde{y} պատահական մեծությունների միջև կովարացիայի գործակիցը n իրացումների արդյունքում ստացված $\{(x_i, y_i) : i = 1, n\}$ ընտրանքի հիման վրա կարելի է գնահատել հետևյալ բանաձևով.

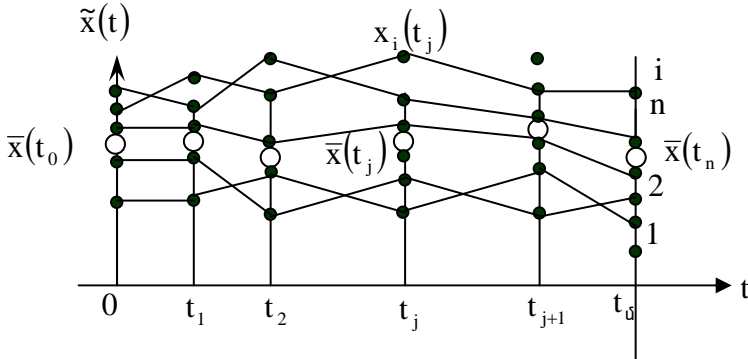
$$\begin{aligned} \hat{K}_{xy} &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \approx \\ &\approx \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{(n-1)^2} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i, \end{aligned} \quad (7.5)$$

իսկ կորելյացիայի գործակիցը՝ հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{r}_{xy} = \frac{\hat{K}_{xy}}{\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1) \hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y} : \quad (7.6)$$

Անհայտ է, որ նմանակային մոդելավորման արդյունքում ստացված պատահական մեծությունների վիճակագրական գնահատականները՝ \bar{x} -ը, $\hat{\sigma}_x$ -ը, \hat{r}_{xy} -ը և այլն, կրում են պատահական բնույթ, քանի որ որոշվում են վերջավոր թվով իրացումների հիման վրա: Այդ պատճառով իրացումների քանակությունը պետք է ընտրել այնպես, որ ապահովվի անհրաժեշտ ճշգրտությունը:

Պատահական գործընթացների մոդելավորման ընթացքում, ժամանակի վերջավոր $[0, t_d]$ միջակայքում մոդելային ժամանակի t_0, t_1, \dots, t_n պահերին ստացվում են գործընթացի հնարավոր իրացումները: Քանի որ յուրաքանչյուր իրացում նմանակվում է մոդելային ժամանակի Δt քայլով, ապա մոդելավորման ընթացքում մոդելային ժամանակի յուրաքանչյուր t_j ժամանակի պահի համար ստացվում են $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի n թվով իրացումներ՝ $\{x_i(t_j) : i = \overline{1, n}; j = \overline{1, [t_d / \Delta t]}\}$ արժեքներ, որտեղ՝ $x_i(t_j)$ -ն $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի i -րդ իրացումն է ժամանակի t_j հատույթի դեպքում:



Նկ. 7.1. $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի իրացումների նմանակում

Մոդելային ժամանակի յուրաքանչյուր t_j հատույթի համար n իրացումների արդյունքում մոդելավորվող հավանականային գործընթացի թվային բնութագրերը որոշվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$\bar{x}(t_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t_j), \quad (7.7)$$

$$\hat{\sigma}_i^2(t_j) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t_j) - \bar{x}(t_j)]^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2(t_j)}{n-1} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i(t_j)}{n^2}, \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} \hat{r}(t_j, t_1) &= \frac{\sum [x_i(t_j) - \bar{x}(t_j)] [x_i(t_1) - \bar{x}(t_1)]}{(n-1) \cdot \hat{\sigma}_x(t_j) \cdot \hat{\sigma}_x(t_1)} \approx \\ &\approx \frac{\sum x_i(t_j) \cdot x_i(t_1)}{(n-1) \cdot \hat{\sigma}_x(t_j) \cdot \hat{\sigma}_x(t_1)} - \frac{x_i(t_j) \sum x_i(t_1)}{(n-1)^2 \cdot \hat{\sigma}_x(t_j) \cdot \hat{\sigma}_x(t_1)} : \end{aligned} \quad (7.9)$$

Այսպիսով, $[0, t_\delta]$ մոդելավորման ժամանակահատվածում Δt քայլով $\tilde{x}(t)$ պատահական գործընթացի նմանակային մոդելավորման արդյունքում ստացվում են $t_j (j = \overline{1, k}, k = [t_\delta / \Delta t])$ պահերին արձանագրված թվային բնութագրերի համախմբեր՝ $\{\bar{x}(t_j)\}_1^k, \{\hat{\sigma}_x^2(t_j)\}_1^k, \{r(t_j, t_1)\}_1^k$: Մոդելավորման Δt քայլի բավականաչափ փոքր արժեքի դեպքում կարելի է բարձր ճշգրտությամբ վերարտադրել մոդելավորվող հավանականային գործընթացի իրացումները և գնահատել նրա թվային բնութագրերը:

7.2. ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՃՇՋՐՏՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԱՆՀՐԱՄԵՇՏ ԻՐԱՑՈՒՄՆԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Ինչպես արդեն նշել ենք, քոմփյուտերային վիճակագրական մոդելավորումը մոդելով իրականացվող մեքենայական գիտափորձ է հետազոտվող համակարգի նմանակային մոդելով, որի արդյունքում ստացվում են համակարգի գործունեության գործընթացի արդյունավետության ցուցանիշի՝ \tilde{E} -ի հնարավոր $\{E_i\}_1^n$ արժեքներ: Ակնհայտ է, որ այդ արժեքների հիման վրա կարելի է որոշել \tilde{E} պատահական մեծության թվային բնութագրերի միայն վիճակագրական գնահատականները՝ որոշակի հավաստիությամբ և ճշգրտությամբ, որը կարելի է բարձրացնել՝ մեծացնելով n իրացումների քանակը: Սակայն այդ դեպքում մեծանում է նաև մեքենայական ժամանակի ծախսը: Սա նշանակում է, որ մեքենայական ռեսուրսների կրճատումը և մոդելավորման արդյունքների ճշգրտության մեծացումը միմյանց հակասող պահանջներ են, և հետևապես, անհրաժեշտ է գտնել այնպիսի լուծում, որն ապահովի նրանց միջև բանական փոխզիջում:

Վերը նշված խնդիրը գործնականում լուծելու համար անհրաժեշտ է որոշել մոդելավորման արդյունքների գնահատման ճշգրտության, հավաստիության և իրացումների թվի միջև փոխադարձ կախվածությունը:

Որոշենք այդ կախվածությունը այն դեպքի համար, երբ որպես արդյունավետության ցուցանիշի բնութագիր դիտվում է նրա մաթեմատիկական սպասումը՝ $M[\tilde{E}]$ -ն: Ինչպես նշել ենք, մոդելավորման արդյունքում ստացված $\{E_i\}_1^n$ ընտրանքի սահմանափակ լինելու պատճառով $M[\tilde{E}]$ -ի վիճակագրական գնահատականը՝ \bar{E} -ն, որը որոշվում է $\bar{E} = \sum_{i=1}^n E_i / n$ բանաձևով, պատահական մեծություն է:

Համաձայն մաթեմատիկական վիճակագրությունից հայտնի Լյապունովի թեորեմի, n -ի աճմանը զուգընթաց \bar{E} պատահական մեծության բաշխման օրենքը ձգտողաբար մոտենում է նորմալին՝ $M[\bar{E}] = M[\tilde{E}]$ մաթեմատիկական սպասումով և $\sigma_{\bar{E}}$ միջին քառակուսային շեղումով՝

$$\sigma_{\bar{E}} = \frac{\sigma_E}{\sqrt{n}} : \quad (7.10)$$

$\{E_i\}_1^n$ ընտրանքի հիման վրա \bar{E} -ի որոշման ժամանակ թույլ տրված սխալը՝ $\tilde{\varepsilon} = |\bar{E} - M[\tilde{E}]| = |\varepsilon^*|$ -ն, կոչվում է $M[\tilde{E}]$ -ի \bar{E} գնահատականի բացարձակ ճշգրտություն: ε^* -ը նորմալ բաշխված պատահական մեծություն է՝ 0 մաթեմատիկական սպասումով և σ_E^2 դիսպերսիայով:

Հավանականությունն այն բանի, որ $|\bar{E} - M[\tilde{E}]| < \varepsilon$ անվանում են \bar{E} գնահատականի β հավաստիություն.

$$\beta = 1 - \alpha = P\{M[\tilde{E}] - \bar{E} < \varepsilon\}, \quad (7.11)$$

որտեղ α -ն $|\varepsilon^*|$ մեծության տրված ε արժեքը գերազանցելու հավանականությունն է:

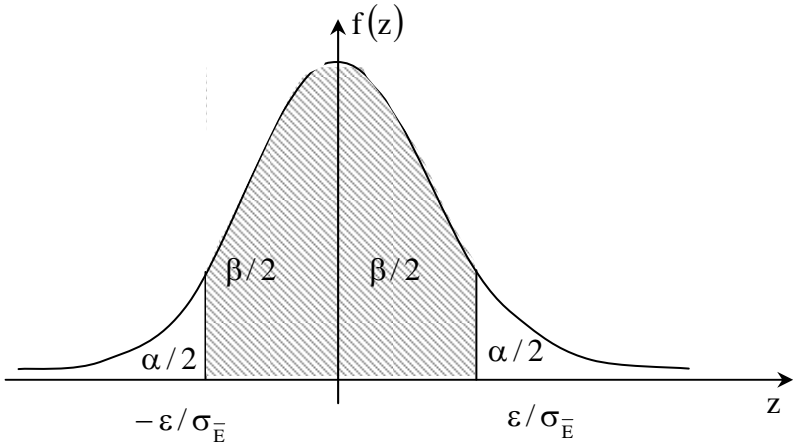
(7.11) առնչության անհավասարությունը բաժանելով $\sigma_{\bar{E}}$ -ի, կստանանք՝

$$\beta = 1 - \alpha = P\left\{\left|\frac{\tilde{\varepsilon}^*}{\sigma_{\bar{E}}}\right| < \frac{\varepsilon}{\sigma_{\bar{E}}}\right\} = P\left\{|\tilde{z}| < \frac{\varepsilon}{\sigma_{\bar{E}}}\right\} \quad (7.12)$$

Ստացված $\tilde{z} = \frac{\tilde{\varepsilon}^*}{\sigma_{\bar{E}}}$ մեծությունը նորմալ բաշխված չափակարգված պատահական մեծություն է $\mu_z = 0, \sigma_z = 1$ պարամետրերով և հետևյալ խտության ֆունկցիայով.

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} : \quad (7.13)$$

(7.12) առնչությունը ներկայացնենք $f(z)$ -ի գրաֆիկի միջոցով (նկ.7.2).



Նկ.7.2. $f(z)$ խտության ֆունկցիայի գրաֆիկը

$f(z)$ -ի գրաֆիկից և (7.12) առնչությունից կարող ենք գրել՝

$$P\{|\tilde{z}| \geq z_\alpha\} = \alpha = 2(1 - \Phi(z_\alpha)), \quad (7.14)$$

$$\text{որտեղից՝ } \Phi(z_\alpha) = 1 - \alpha/2 : \quad (7.15)$$

Այստեղ $\Phi(z)$ -ը Լապլասի ֆունկցիան է, որն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz :$$

Եթե α -ն տրված է, ապա կարող ենք գրել, որ

$$z_\alpha = \frac{\varepsilon}{\sigma_{\bar{E}}},$$

$$\text{կամ } \varepsilon = z_{\alpha} \cdot \sigma_{\bar{E}}, \quad (7.16)$$

որտեղ z_{α} -ն \tilde{z} -ի $\beta=1-\alpha$ հավանականությանը համապատասխանող քվանտիլն է (տես աղ.7.1): Տեղադրելով $\sigma_{\bar{E}}$ -ի արժեքը (7.16) առնչության մեջ կստանանք՝

$$\varepsilon = \frac{z_{\alpha} \cdot \sigma_E}{\sqrt{n}}, \quad (7.17)$$

$$\text{որտեղից } n = \frac{z_{\alpha}^2 \cdot \sigma_E^2}{\varepsilon^2}: \quad (7.18)$$

(7.17) առնչությունը կապ է հաստատում նմանակային մոդելավորման դեպքում n իրացումների արդյունքում որոշված արդյունավետության \bar{E} ցուցանիշի $M[\tilde{E}]$ մաթեմատիկական սպասման \bar{E} վիճակագրական գնահատականի որոշման ε ճշգրտության և n իրացումների թվի միջև՝ տրված $\beta=1-\alpha$ հավաստիության դեպքում:

Աղյուսակ 7.1. \tilde{z} -ի քվանտիլների աղյուսակ.

α	0,001	0,0027	0,01	0,05
$\beta = 1 - \alpha$	0,999	0,997	0,99	0,95
z_{α}	3,29	3	2,58	1,96

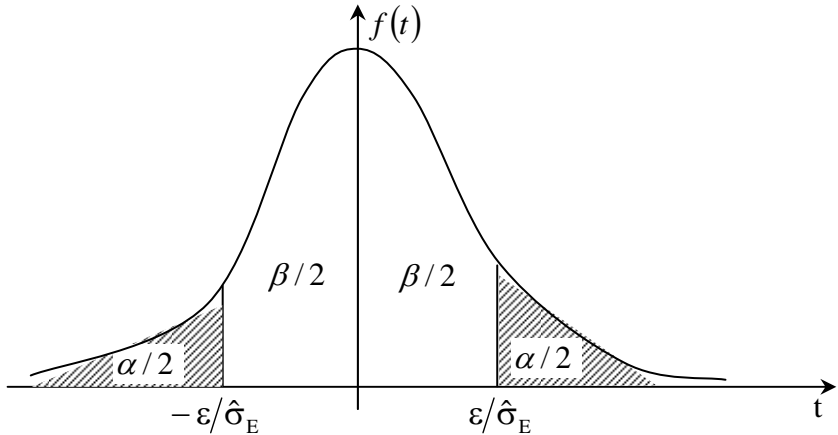
(7.17) առնչությունը կարելի է օգտագործել հայտնի σ_E -ի դեպքում: Եթե σ_E -ը անհայտ է, ապա այն կարելի է փոխարինել

$$\hat{\sigma}_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}{n-1}} \quad \text{վիճակագրական գնահատականով: Այդ դեպքում}$$

$$\tilde{t} = \frac{\tilde{\varepsilon}^*}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}} = \frac{M[\tilde{E}] - \bar{E}}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}} \quad \text{պատահական մեծությունը կենթարկվի ոչ թե նոր-$$

մալ, այլ Ստյուդենտի բաշխման: Որոշենք ε ճշգրտության և n իրացումների միջև առկա առնչությունը այս դեպքի համար:

$$P\left\{\left|\frac{M[\tilde{x}] - \bar{x}}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}}\right| < \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}}\right\} \Leftrightarrow P\left\{|\tilde{t}| < \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}}\right\} \Leftrightarrow P\left\{-\frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}} < \tilde{t} < \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}}\right\} = \beta$$



Նկ. 7.3. Ստյուդենտի բաշխման խտության ֆունկցիայի գրաֆիկը

$f(t)$ -ի գրաֆիկից ականերև է, որ $\beta = 1 - \alpha$ հավաստիության համար տեղի ունի հետևյալ առնչությունը.

$$P\left\{\tilde{t} \leq \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}}\right\} = \int_{-\infty}^{\varepsilon/\hat{\sigma}_{\bar{E}}} f(t)dt = \int_{-\infty}^0 f(t)dt + \int_0^{\varepsilon/\hat{\sigma}_{\bar{E}}} f(t)dt =$$

$$= \frac{1}{2} + \beta/2 = \frac{1+\beta}{2} = \varphi = 1 - \alpha/2,$$
(7.19)

որտեղից $t_{\varphi} = \frac{\varepsilon}{\hat{\sigma}_{\bar{E}}} = \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\hat{\sigma}_E}$ (7.20)

(7.20) առնչությունից որոշենք ε -ը.

$$\varepsilon = \frac{t_{\varphi} \hat{\sigma}_E}{\sqrt{n}} :$$
(7.21)

Տրված α , β և φ հավանականությունների համար Ստյուդենտի օրենքով բաշխված \tilde{t} պատահական մեծության քվանտիլները բերված են աղ.7.2-ում:

Աղյուսակ 7.2. t -ի քվանտիլների աղյուսակ

β	0,8	0,82	0,84	0,86	0,88	0,9	0,92	0,94	0,96	0,98	0,996	0,998
α	0,2	0,18	0,16	0,14	0,12	0,1	0,08	0,06	0,04	0,02	0,004	0,002
φ	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,993	0,999
t_{φ}	1,64	1,65	1,75	1,81	1,88	1,96	2,05	2,17	2,32	2,58	3	3,29

Գործնական հաշվարկների ժամանակ կարելի է ընդունել, որ $t_{\alpha} \approx t_{\beta}$:

Ստացված (7.18) և (7.21) առնչություններն օգտագործվում են՝ նմանակային մոդելավորման ավտոմատ ավարտը ապահովելու նպատակով:

Գործնականում կիրառվում են մոդելավորման ավտոմատ ավարտի հետևյալ կանոնները.

- ա) մոդելավորման ավարտ՝ ըստ տրված n իրացումների քանակի,
- բ) մոդելավորման ավարտ՝ ըստ տրված ε_n ճշգրտության:

Առաջին դեպքում մոդելավորումն ավարտվում է, եթե իրացումների ընթացիկ քանակը՝ $j \geq n$, որտեղ n -ը որոշվում է (7.18) բանաձևով, որտեղ անհայտ σ_E -ի փոխարեն կարելի է օգտագործել նրա վիճակագրական

գնահատականը՝
$$\hat{\sigma}_E = \sqrt{\sum_{i=1}^{n^*} (\bar{E} - E_i)^2 / n^*}, \quad \text{այստեղ}$$

$\bar{E} = \sum E_i / n^*$, որտեղ n^* -ը փորձնական մոդելավորման իրացումների քանակն է:

Երկրորդ դեպքում մոդելավորման յուրաքանչյուր j -րդ քայլում հաշվարկվում է ընթացիկ ճշգրտությունը՝ $\varepsilon(k)$, (7.18) կամ (7.21) բանաձևերով: Մոդելավորումն ավարտվում է $\varepsilon(k) \leq \varepsilon_n$ պայմանի կատարման դեպքում:

Այս եղանակը նախորդի համեմատ ապահովում է ավելի բարձր ճշգրտություն, սակայն զգալի մեքենայական ժամանակ է ծախսվում յուրաքանչյուր k -րդ քայլում $\varepsilon(k)$ -ի հաշվման համար: Մեքենայական ժամանակը կարելի է կրճատել, եթե համեմատումը կատարվի ոչ թե ամեն քայլում, այլ յուրաքանչյուր Δn թվով իրացումից հետո:

Գործնականում կիրառվում է նաև մոդելավորման ավարտի մի կանոն ևս, որը հիմնված է մեքենայական գիտափորձերի հաջորդական պլանավորման վրա՝ օգտագործելով վիճակագրական գիտավարկածների ստուգման ընթացակարգը:

Առավել հանգամանորեն մոդելավորման ավտոմատ ավարտի կանոնների կիրառման առանձնահատկությունները դիտարկվում են 7.3. կետում:

7.3. ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ԳԻՏԱԺՈՐՁԵՐԻ ԱՌԱՆՋՆԱՅԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ ՏԵՍԱԿՆԵՐԸ

Նմանակային մոդելավորման հիմնական նպատակը նվազագույն ծախսումներով մոդելավորվող համակարգի գործունեության վերաբերյալ առավելագույն ծավալի ինֆորմացիայի ստացումն է: Ուստի անհրաժեշտ է կառուցել ոչ միայն համակարգի մոդելը, այլև ճիշտ պլանավորել նրա հետ անցկացվելիք գիտափորձերը: Նշենք, որ նմանակային մոդելի հետ անցկացվող գիտափորձերը հետապնդում են հետևյալ նպատակները՝

- ա) համակարգի բնութագրերի և հատկությունների գնահատում,
- բ) համակարգի մրցակցող տարբերակների համեմատում՝ լավագույնը ընտրելու նպատակով,
- գ) համակարգի մուտքային փոփոխականների և պարամետրերի փոփոխության նկատմամբ նրա ելքային փոփոխականների զգայնության գնահատում,
- դ) համակարգի մուտքային փոփոխականների և պարամետրերի այնպիսի արժեքների որոշում, որոնք ապահովում են արդյունավետության ցուցանիշի էքստրեմալ արժեք (օպտիմալացում):

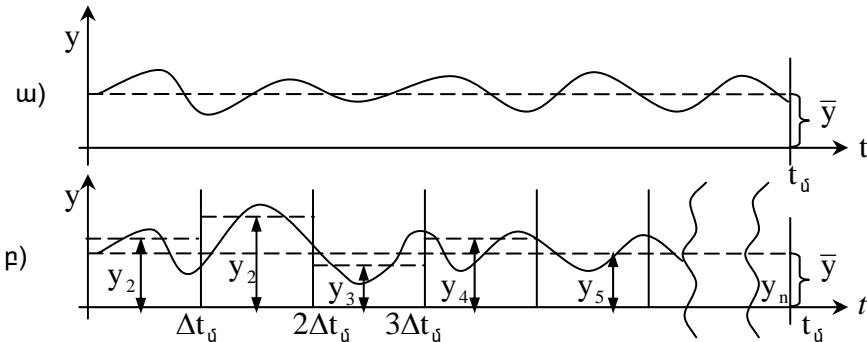
Նմանակային մոդելավորման՝ վերը նշված հիմնական նպատակներին հասնելու համար օգտագործվում են գիտափորձերի պլանավորման մեթոդները, որոնք լայնորեն կիրառվում են բնական գիտափորձերի (բնափորձերի) անցկացման ժամանակ:

Չնայած նմանակային և բնափորձերի նպատակների համընկմանը, այդուհանդերձ գիտափորձերի այդ երկու տեսակների միջև որոշ տարբերություններ կան: Նշենք նմանակային գիտափորձերի մի շարք առանձնահատկություններ.

- գիտափորձերի անցկացման պայմանների կրկնման և վերարտադրման հնարավորություն,
- գիտափորձերի անցկացման պայմանների կառավարման հնարավորություն. բնափորձերի դեպքում պայմանները փոփոխվում են պատահականորեն՝ անկախ հետազոտողի կամքից: Նմանակային մոդելավորման դեպքում այդ պայմանները որոշում է հետազոտողը,
- ընտրանքային կետի հասկացության որոշման դժվարություն և ոչ միարժեքություն,
- մոդելավորման արդյունքում ստացված իրացումների միջև կորելյացիայի առկայություն, որը նվազեցնում է արդյունքների ինֆորմատիվությունը:

Մոդելի օգտագործման եղանակի ընտրությունը և ստացված արդյունքների վերլուծությունը էականորեն կախված են ընտրանքային կետի հասկացության սահմանումից: Գործնականում որպես ընտրանքային կետ դիտարկում են.

1. Մոդելի փորձարկման ողջ գործընթացը: Այս դեպքում որպես ընտրանքային կետ դիտվում է ելքային փոփոխականի միջին արժեքը, որը որոշվում է փորձարկման $[0, t_\delta]$ ժամանակահատվածում ստացված իրացումների միջինացման արդյունքում (նկ. 7.4. ա)):



Նկ. 7.4. Ընտրանքային կետի հասկացության վերաբերյալ

2. Ելքային փոփոխականի միջին արժեքը՝ մոդելային ժամանակի որոշակի Δt_δ միջակայքում (նկ. 7.4. բ)):

3. Կոնկրետ գործողության վերաբերյալ տեղեկատվությունը (օրինակ ՋՄՅ-ում մեկ հայտի սպասարկման վերաբերյալ ինֆորմացիան):

Մեքենայական գիտափորձերի կարևորագույն առավելություններից մեկը գիտափորձերի պայմանների վերարտադրման մատչելիությունը և հեշտությունն է: Իրոք, եթե համեմատվում են համակարգի մրցակցող երկու տարբերակ, ապա համեմատումը նպատակահարմար է իրականացնել միևնույն պայմաններում՝ այսինքն դեպքերի միևնույն հաջորդականության վերարտադրման դեպքում: Այն իրագործվում է քննարկվող տարբերակների նմանակման ընթացքում պատահական թվերի միևնույն հաջորդականության վերարտադրման միջոցով: Դրա շնորհիվ փոքր ընտրանքների դեպքում հնարավորություն է ընձեռվում իրականացնել տարբերակների վիճակագրորեն նշանակալի համեմատում և տարբերակում:

Մեքենայական գիտափորձերի անցկացման ժամանակ լայնորեն օտագործվում են գիտափորձերի պլանավորման մաթեմատիկական մեթոդները, որոնք հիմնվում են նմանակային մոդելի կիբեռնետիկական ներկայացման վրա: Այդպիսի մոտեցման դեպքում նմանակային մոդելը

դիտվում է որպես յուրահատուկ «սև արկղ», որը բնութագրվում է միայն մուտքային փոփոխականներով՝ $x_i (i = \overline{1, m})$ գործոններով և ելքային փոփոխականներով՝ $y_j (j = \overline{1, k})$, որոնք կոչվում են հակազդակներ կամ արձագանքներ:

Տարբերում են քանակական և որակական գործոններ: Առաջինի շարքը դասվում են այն գործոնները, որոնք կարող են ընդունել թվային արժեքներ: Որակական են կոչվում այն գործոնները, որոնք չեն կարող չափվել, բայց կարող են դասավորվել ըստ որևիցե հատկանիշի (օրինակ, կառավարման ալգորիթները, կառավարող A, B, C, \dots վճիռները): Տարբերում են նաև կառավարվող և չկառավարվող գործոններ:

Այժմ լայնորեն կիրառվում են մեքենայական գիտափորձերի հետևյալ տիպերը.

1. Ելքային փոփոխականների վրա մուտքային փոփոխականների և դրանց վրա դրված սահմանափակումների ազդեցության կարևորության և նշանակալիության որոշում (մոդելի զգայնության որոշում),

2. համակարգերի մրցակցող տարբերակներից լավագույնի ընտրում՝ դրանց գործունեության արդյունավետության ցուցանիշների միջինների և դիսպերսիաների համեմատման միջոցով,

3. մուտքային փոփոխականների օպտիմալ արժեքների որոշում՝ նրանց արժեքների որոշակի բազմության վրա:

1-ին տիպի գիտափորձերը կոչվում են միագործոն գիտափորձեր:

2-րդ տիպի գիտափորձերը պատկանում են, այսպես կոչված, պլանավորված գիտափորձերի դասին: Այդպիսի գիտափորձերի արդյունքների մշակման ժամանակ օգտագործվում են դիսպերսիոն և ռեգրեսիոն վերլուծության մեթոդները:

3-րդ տիպի գիտափորձերը ենթադրում են գիտափորձերի կառուցման հաջորդական մեթոդների կամ որոնման մեթոդների կիրառում:

Տարբերում են մեքենայական գիտափորձերի ստրատեգիական և տակտիկական պլանավորում: Ստրատեգիական պլանավորման նպատակը մոդելավորվող համակարգի վերաբերյալ նրա նմանակային մոդելի օգնությամբ անհրաժեշտ ինֆորմացիայի ստացումն է՝ հաշվի առնելով մեքենայական ռեսուրսների՝ ժամանակի, հիշողության ծավալի սահմանափակումները:

Տակտիկական պլանավորման նպատակը ստրատեգիական պլանով նախատեսված մեքենայական գիտափորձի առանձին փորձարկումների անցկացման եղանակի որոշումն է՝ ապահովելով հատկացված մեքենայական ռեսուրսների արդյունավետ օգտագործումը:

7.4. ՍՏՐԱՏԵԳԻԱԿԱՆ ՊԼԱՆԱՎՈՐՈՒՄ

Ստրատեգիական պլանավորումն ընդգրկում է հետևյալ երկու հիմնական փուլերը՝

- գիտափորձի պլանի կառուցվածքային մոդելի կառուցում,
- գիտափորձի պլանի գործառնության (ֆունկցիոնալ) մոդելի կառուցում:

Նշված մոդելների ընտրությունը որոշվում է հետևյալ հատկանիշներով.

- փոփոխվող գործոնների քանակով,
- գործոնների բնույթով (քանակական, որակական),
- յուրաքանչյուր գործոնի քվանտացման մակարդակների թվով,
- ոչ գծային կախվածությունները հաշվի առնելու անհրաժեշտությամբ (եթե միայն գծային կախվածությունն է հաշվի առնվում, ապա բավական է դիտարկել գործոնների միայն երկու քվանտացման մակարդակ, քառակուսային կախվածության դեպքում՝ երեք մակարդակ և այլն)
- պահանջվող ճշգրտությամբ և փորձարարի ձեռքի տակ եղած մեքենայական միջոցներով:

Գիտափորձի պլանի կառուցվածքային մոդելը ընտրվում է՝ ելնելով այն բանից, թե ինչ է պահանջվում անել, իսկ գործառնության մոդելը՝ թե առկա ռեսուրսներով ինչ կարող է արվել:

Գիտափորձի պլանի կառուցվածքային մոդելը բնութագրվում է x_1, x_2, \dots, x_m գործոնների m թվով և դրանցից յուրաքանչյուրի քվանտացման մակարդակների q_i թվով: Այդ մոդելը հնարավորություն է տալիս որոշել գիտափորձի տարրերի թիվը՝

$$N = \prod_{i=1}^m q_i : \quad (7.22)$$

Գիտափորձի տարր կոչվում է այն պարզագույն գիտափորձը, որը բաղկացած է քվանտացման ընդամենը մեկ մակարդակ ունեցող մեկ գործոնից: Պետք է նշել, որ քվանտացման յուրաքանչյուր մակարդակի դեպքում դրված գիտափորձը պետք է ընդգրկի առնվազն 8 ընտրանքային կետ կամ իրացում:

Գիտափորձի գործառնության մոդելը որոշում է կառուցվածքային մոդելի տարրերի թիվը՝ N_{Φ} -ը, այսինքն՝ ընտրանքային կետերի անհրաժեշտ քանակությունը՝ ելնելով մեքենայական ռեսուրսների վրա դրված սահմանափակումներից:

Այսպիսով, ստրատեգիական պլանավորման ժամանակ գիտափորձի պլանի կառուցվածքային և գործառնության մոդելների օգտագործումը թույլ է տալիս լուծել ԷՅՄ-ով նմանակային մոդելի գործնական իրականացման հարցը՝ ելնելով մոդելավորման համար հատկացված թույլատրելի ռեսուրսներից:

Մեքենայական գիտափորձերի տեսակները: Մեքենայական գիտափորձերի պլանավորման ժամանակ տարբերում են միագործոն, բազմագործոն, լրիվ և ոչ լրիվ գիտափորձեր:

Միագործոն գիտափորձի դեպքում փոփոխության է ենթարկվում միայն մի գործոն: Այդ գործոնի q քվանտացման մակարդակների դեպքում գիտափորձի պլանն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$x \in [x_{\min}; x_{\max}] = X, \quad x_i = x_{\min} + \Delta x \cdot i, i = \overline{2, q},$$

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{q - 1}, q \geq 2, \quad x_1 = x_{\min}, x_q = x_{\max}:$$

Եթե գործոնը պատահական է, գիտափորձի պլանն ընդունում է աղ.7.3-ում բերված տեսքը.

Աղյուսակ 7.3.

Գործոնի մակարդակների թիվը	1	2	m
Տվյալ մակարդակների սահմաններում գործոնի հնարավոր արժեքները $k \geq 8$	$X_{1,1}$	$X_{2,1}$	$X_{m,1}$
	$X_{1,2}$	$X_{2,1}$	$X_{m,1}$
	·	·	·	·
	·	·	·	·
	$X_{1,k}$	$X_{2,k}$	$X_{m,k}$
Գործոնի միջին մակարդակը	\bar{X}_1	\bar{X}_2		\bar{X}_m

Դետերմինացված գործոնի դեպքում գիտափորձի պլանն ընդունում է հետևյալ տեսքը.

Աղյուսակ 7.4.

Գործոնի մակարդակը	1	2	m
Մակարդակի արժեքը	x_1	x_2	x_m

Բազմագործոն գիտափորձերի դեպքում հետազոտողը հնարավորություն է ունենում փոփոխելու երկու և ավելի գործոններ: Այս տիպի գիտափորձի պլանավորման ավանդական մեթոդներից մեկի էությունն այն է, որ բոլոր գործոնները ֆիքսվում են որոշակի մակարդակների վրա բացի մեկից, որը և փոփոխում են գիտափորձի ընթացքում: Այդպիսի մեթոդի դեպքում գործոնները փոփոխվում և հետազոտվում են հերթականությամբ: Քանի որ այդ դեպքում գիտափորձերի թիվը շատ է մեծանում, ապա այն կրճատելու նպատակով կազմում են օպտիմալ պլաններ: Սրանք հնարավորություն են տալիս նվազագույն քանակությամբ գիտափորձերով ստանալ անհրաժեշտ ինֆորմացիան: Այդպիսի ծրագրերով իրագործվող գիտափորձերը կոչվում են ոչ լրիվ գործոնային գիտափորձեր: Ի տարբերություն դրա, եթե յուրաքանչյուր գործոնի բոլոր մակարդակները համակցվում են մյուս գործոնների բոլոր մակարդակների հետ, ապա գիտափորձը անվանում են լրիվ գործոնային:

Օրինակ՝ $x_{1,1}=0$, $x_{1,2}=60$, $q_1=2$, $q_2=3$ քվանտացման մակարդակներ ունեցող $x_1 \in [0;60]$ և $x_2 \in [10;40]$, $x_{2,1}=10$, $x_{2,2}=25$, $x_{2,3}=40$ գործոնների դեպքում լրիվ գործոնային գիտափորձի պլանն ունի հետևյալ տեսքը.

Աղ.7.5.

$x_{1,i}$	0	0	0	60	60	60
$x_{2,i}$	10	25	40	10	25	40

Օպտիմալացման ժամանակ, ինչպես նաև օպտիմալ կետի շրջակայքում արձագանքի ֆունկցիայի (մակերևույթի) հավասարումը որոշելու նպատակով օգտագործում են Բոքս-Վիլսոնի մեթոդը, որը հիմնվում է ոչ լրիվ գործոնային պլանների օգնությամբ արձագանքի մակերևույթի ուսումնասիրման վրա:



Նկ. 7.4. Բոքս-Վիլսոնի մեթոդի լուսաբանումը

Մեթոդի էությունը հետևյալն է. ենթադրենք պահանջվում է որոշել x_1, x_2, \dots, x_m գործոններից կախված y արձագանքի ֆունկցիայի էքստրեմումը: Քանի որ $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ կախվածությունն անհայտ է, ապա ենթադրում են, որ այն գործոնների փոփոխության փոքր միջա-

կայքերի համար կարելի է մոտարկել՝ $\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i$ բազմանդամով:

Բազմանդամի $b_j (j = \overline{0, m})$ գործակիցների գնահատականների որոշման նպատակով x_1, x_2, \dots, x_m գործոնային տարածության որևէ կետի շրջակայքում անցկացվում են գիտափորձեր: Արդյունքում կառուցվում է՝

$\hat{y} = b_0 + \sum_{j=1}^m b_j x_j$ կախվածությունը՝ ռեգրեսիայի հավասարումը, և որոշ-

վում է \hat{y} -ի գրադիենտը հետևյալ բանաձևով.

$$\frac{\nabla \hat{y}}{|\nabla \hat{y}|} = \frac{\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} \delta_1 + \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} \delta_2 + \dots}{\left[\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{b_1 \delta_1 + b_2 \delta_2 + \dots + b_m \delta_m}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_m^2}} : \quad (7.23)$$

Որոշելով \hat{y} -ի գրադիենտը, ընտրվում է որոնման նոր ուղղություն և գիտափորձի նոր տիրույթ: Այստեղ դրվում են նոր գիտափորձեր և վերևում շարադրվածը կրկնվում է: Երբ մոտենում են օպտիմումին, գծային մոդելի փոխարեն դիտարկվում են ավելի բարձր կարգի բազմանդամներ:

7.5. ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ԳԻՏԱՓՈՐՁԵՐԻ ՏԱԿՏԻԿԱԿԱՆ ՊԼԱՆԱՎՈՐՈՒՄ

Տակտիկական պլանավորման ընթացքում լուծվում են հետևյալ խնդիրները:

Սկզբնական պայմանների որոշում և մոդելավորման արդյունքների վիճակագրական կայունացման ապահովում:

Անհայտ է, որ մոդելը սկսում է գործել ստացիոնար գործընթացին չհամապատասխանող սկզբնական պայմանների դեպքում: Այդ պատճառով մոդելավորող ծրագրի հերթական թողարկումից հետո պետք է որոշ քանակությամբ իրացումներ կատարվեն, որպեսզի նմանական գործընթացը վիճակագրորեն կայունանա: Այս խնդիրը լուծվում է կամ նմանական գործընթացի սկզբնական տեղամասի բացառման միջո-

ցով, կամ էլ այնպիսի սկզբնական պայմանների ընտրությամբ, որոնք ապահովեն գործընթացի արագ վիճակագրական կայունացում:

Մոդելավորման արդյունքների հավաստիության և ճշգրտության ապահովում:

Ինչպես հայտնի է, n իրացումների քանակը մոդելավորվող պատահույթի որոնվող P հավանականությունը և ε_0 տրված ճշգրտությունը միմյանց հետ կապված են հետևյալ առնչությամբ՝ $n = t^2(1-P)/(\varepsilon_0^2 P)$: Ակնհայտ է, որ երբ $P \rightarrow 0$, ապա իրացումների թիվը ձգտում է անվերջության՝ $n \rightarrow \infty$ (երբ $P = 10^{-k}$, իրացումների պահանջվող թիվը կազմում է $n = 10^{k+1}$): Հաշվի առնելով նշված հանգամանքը՝ իրացումների քանակի նվազեցման նպատակով կիրառում են հետևյալ միջոցները.

ա) Անհրաժեշտ է դիտարկել այնպիսի պատահույթներ, որոնց տեղի ունենալու հավանականությունը մեծ է (եթե $P(A) \rightarrow 0$, պետք է A պատահույթի փոխարեն մոդելավորել \bar{A} պատահույթը, որի հանդես գալու հավանականությունը՝ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$:

բ) Աշխատում են մոդելավորվող համակարգի գործունեության արդյունավետությունը գնահատել այնպիսի ցուցանիշներով, որոնց դիսպերսիան փոքր է:

Մոդելավորվող համակարգի ելքային բնութագրերի և արդյունավետության ցուցանիշի գնահատականների դիսպերսիայի նվազեցում:

Մոդելավորվող համակարգի արդյունավետության $\tilde{\varepsilon}$ ցուցանիշի դիսպերսիայի նվազեցման հիմնահարցը անհրաժեշտ ճշգրտության և հավաստիության ապահովման պարագայում սերտորեն կապված է իրացումների քանակի ընտրության հիմնահարցի հետ: Գոյություն ունեն դիսպերսիայի նվազեցման մեթոդներ, որոնք թույլ են տալիս իրացումների տրված քանակի դեպքում բարձրացնել մեքենայական գիտափորձի արդյունքում ստացված գնահատականների ճշգրտությունը կամ տրված ճշգրտության դեպքում նվազեցնել անհրաժեշտ իրացումների քանակը: Դրանցից առավել տարածվածը կորելացված ընտրանքների մեթոդն է, որն օգտագործվում է համակարգի մրցակցող տարբերակների համեմատման ժամանակ: Նշենք, որ անկախ համակարգի օպտիմալ տարբերակի ընտրության մեթոդից, մեքենայական գիտափորձի արդյունքում համեմատվում են մրցակցող համակարգերի կամ նույն համակարգի մրցակող տարբերակների միջինացված չափանիշները:

Դիցուք անհրաժեշտ է համեմատել համակարգի երկու այլընտրանքային կառուցվածք կամ կառավարման ալգորիթն, որոնց համար հա-

մակարգի նմանակային մոդելի n փորձարկումների արդյունքում ստացվել են \tilde{E} արդյունավետության ցուցանիշի E_{1j} և $E_{2j}(j=\overline{1,n})$ պատահական ընտրանքներ: Քննարկվող տարբերակներից լավագույնն ընտրելու նպատակով անհրաժեշտ է հաշվարկել $z_j = E_{1j} - E_{2j}$ տարբերության մաթեմատիկական սպասման \bar{z} գնահատականը՝

$$\bar{z} = \frac{\sum_{j=1}^n z_j}{n} = \frac{\sum_{j=1}^n (E_{1j} - E_{2j})}{n} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 : \quad (7.24)$$

Քանի որ $z_j(j=\overline{1,n})$ անկախ և միևնույն օրենքով բաշխված պատահական մեծություններ են, ապա \bar{z} մեծության դիսպերսիան ընդհանուր դեպքում կորոշվի հետևյալ բանաձևով.

$$D[\bar{z}] = \frac{D[z_j]}{n} = \frac{D[E_{1j}] + D[E_{2j}] - 2\text{cov}(E_{1j}, E_{2j})}{n} : \quad (7.25)$$

Եթե համակարգի մրցակցող տարբերակների մոդելավորումն իրականացվել է միմյանցից անկախ, այսինքն՝ պատահական թվերի տարբեր, անկախ հաջորդականությունների դեպքում, ապա E_{1j} և $E_{2j}(j=\overline{1,n})$ կլինեն միմյանցից անկախ՝ $\text{cov}(E_{1j}, E_{2j}) = 0$:

Իսկ եթե մոդելավորումը կազմակերպվի այնպես, որ E_{1j} և E_{2j} արժեքները լինեն դրական կորելացված, այսինքն՝ $\text{cov}(E_{1j}, E_{2j}) > 0$, ապա $D[\bar{z}]$ դիսպերսիան, համաձայն (7.24)-ի, ակնհայտորեն կփոքրանա:

Գործնականում մոդելավորվող համակարգի մրցակցող տարբերակների արդյունավետության ցուցանիշների դրական կորելացիան ապահովում են պատահական թվերի նույն հաջորդականության (ընտրանքի) օգտագործմամբ, օրինակ ՉՍՀ-ի տարբերակների մոդելավորման ժամանակ ապահովում են հայտերի ստացման $t_j(j=\overline{1,n})$ պահերի նույն սինքրոնացված հաջորդականությունները:

Բացի դիտարկված մեթոդից, գործնականում օգտագործվում են նաև դիսպերսիայի նվազեցման, այսպես կոչված, լրացնող պատահական մեծությունների, ստուգիչ պատահական մեծությունների և անուղղակի գնահատման մեթոդները (վերջինս նախատեսված է ՉՍՀ-երի մոդելավորման համար):

Մեքենայական գիտափորձի ավտոմատ ավարտի կանոնի ընտրություն:

Նմանակային մոդելավորման կարևորագույն հիմնահարցերից մեկը նմանակային գիտափորձի ավտոմատ ավարտի կանոնի ընտրությունն է: Այս հիմնահարցի լուծման պարզագույն եղանակը մոդելավորման t_{δ} ժամանակահատվածի կամ իրացումների անհրաժեշտ n քանակի տրումն է: Սակայն այսպիսի մոտեցումը անարդյունավետ է տակտիկական պլանավորման փուլում՝ մոդելավորվող համակարգի ելքային փոփոխականների կամ արդյունավետության ցուցանիշի բաշխման օրենքների անհայտ լինելու պատճառով:

Նմանակային գիտափորձի ավտոմատ ավարտի մյուս եղանակի ելքումն այն է, որ գիտափորձը ավարտվում է, երբ մոդելավորվող համակարգի ելքային բնութագրերը վիճակագրորեն կայունանալով մտնում են վստահելի միջակայքերը: Այս եղանակի գործնական կիրառությունը թույլ է տալիս տեսականորեն մոդելի փորձարկումների քանակը մոտեցնել օպտիմալին, սակայն, մյուս կողմից, մոդելավորման ընթացքում վստահելի միջակայքերի հաշվարկումը մեծացնում է մեկ ընտրանքային կետի ստացման ժամանակը:

Դիտարկվող եղանակի պարզագույն տարբերակը՝ ըստ տրված ճշգրտության նմանակային գիտափորձի ավտոմատ ավարտն է: Այն հիմնվում է մոդելավորվող համակարգի արդյունավետության ցուցանիշի (կամ ելքային բնութագրի) ε_n ճշգրտության հետ ընթացիկ $\varepsilon(k)$ ճշգրտության հաջորդական համեմատման վրա:

Նմանակային մոդելի յուրաքանչյուր իրացումից հետո հաշվարկվում է արդյունավետության ցուցանիշի ընթացիկ ճշգրտությունը հետևյալ բանաձևով.

$$\varepsilon(k) = \frac{\hat{\sigma}_k z_{\varphi}}{\sqrt{k}} = \frac{z_{\varphi} \sqrt{\sum_{i=1}^k [E_i - \bar{E}(k)]^2}}{\sqrt{k(k-1)}}, \quad (7.26)$$

որտեղ z_{φ} -ն չափակարգված նորմալ բաշխված \tilde{z} մեծության φ մակարդակի քվանտիլն է ($\varphi = \frac{1+\beta}{2}$, β -ն արդյունավետության ցուցանիշի միջին արժեքի որոշման հավաստիությունն է), $\bar{E}(k)$ -ն k քանակության իրացումների արդյունքում հաշվարկված արդյունավետության ցուցանիշի միջին արժեքն է.

$$\bar{E}(k) = \frac{\sum_{i=1}^k E_i}{k} \quad (7.27)$$

Նմանակային գիտափորձն ավարտվում է, եթե որևիցե իրացման դեպքում կատարվում է $\varepsilon(k) \leq \varepsilon_m$ պայմանը:

Այս եղանակի գործնական կիրառման դեպքում նմանակային գիտափորձի սկզբնական (անցողիկ) տեղամասում վիճակագրական անկայունության պատճառով գիտափորձի հնարավոր կեղծ ավարտից խուսափելու նպատակով անհրաժեշտ է մոդելավորման ավարտի պայմանի ստուգումը կատարել նշված տեղամասից հետո:

Ավտոմատ ավարտի կանոնները նմանակային մոդել կարող են մտցվել երկու եղանակով. 1) մոդելի երկփուլ փորձարկման ճանապարհով, երբ սկզբում կատարվում է n^* իրացումներ ընդգրկող ստուգիչ փորձարկում, որը թույլ է տալիս որոշել իրացումների անհրաժեշտ n քանակը, 2) իրացումների անհրաժեշտ n քանակի որոշում մոդելավորման ընթացքում՝ հաջորդական վերլուծության միջոցով:

Դիտարկենք հաջորդական վերլուծության վրա հիմնված մեքենայական գիտափորձերի հաջորդական պլանավորման առանձնահատկությունները: Հաջորդական վերլուծության դեպքում իրացումների անհրաժեշտ քանակը հայտնի չի լինում և յուրաքանչյուր k -րդ իրացումից հետո ընդունվում է որոշում առաջադրված H_0 գիտավարկածի ընդունման, ուստի և գիտափորձի ավարտի (H_1 գիտավարկածի) կամ էլ այն շարունակելու վերաբերյալ: Այդպիսի մոտեցումը թույլ է տալիս իրացումների ֆիքսված քանակի վրա հիմնված ավտոմատ ավարտի կանոնների համեմատ էականորեն (շուրջ 2 անգամ) նվազեցնել իրացումների քանակը:

ԲԱԺԻՆ 8. ՏԻՊԱՅԻՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՄԲ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒՄԸ

8.1. ՀԱՄԱՍԵՌ ՄԱՐԿՈՎՅԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՆՄԱՆԱԿՈՒՄԸ

Ինչպես հայտնի է, մարկովյան գործընթացը կամ շղթան տրվում է անցումների հավանականությունների մատրիցով՝

$$P = \|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \end{vmatrix}, \quad (\forall i) \sum_{j=1}^m P_{ij} = 1,$$

որտեղ P_{ij} -ն հավանականությունն է այն բանի, որ գործընթացը ժամանակի t պահին գտնվելով i վիճակում $[t, t + \Delta t]$ ժամանակահատվածում կանցնի j վիճակ: Եթե ցանկացած վիճակից ինչ-որ j վիճակ ընկնելը համարենք A_j պատահույթ, ապա մարկովյան գործընթացը կարելի է դիտել որպես ըստ տրված P մատրիցի, լրիվ խումբ կազմող A_1, A_2, \dots, A_m պատահույթների խաղարկում: Հետևաբար, որևիցե i վիճակում գտնվող մարկովյան գործընթացի մոդելավորումը հանգում է ըստ $P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{im}$ ($i = \overline{1, m}$) հավանականությունների A_j ($j = \overline{1, m}$) պատահույթների խաղարկման նմանակմանը: Այն իրականացվում է հետևյալ կերպ: Սկզբում ենթադրվում է, որ գործընթացը գտնվում է որևէ սկզբնական վիճակում (կամ էլ ըստ տրված $P_{01}, P_{02}, \dots, P_{0m}$ հավանականությունների խաղարկման արդյունքում ընտրվում է սկզբնական q վիճակը):

Սովորաբար ընդունում են $P_{01} = P_{02} = \dots = P_{0m} = \frac{1}{m}$:

Այնուհետև, ըստ $P_{q1}, P_{q2}, \dots, P_{qm}$ հավանականությունների A_j ($j = \overline{1, m}$) պատահույթների խաղարկման արդյունքում որոշվում է գործընթացի հաջորդ վիճակը (ենթադրենք S -ը): Այնուհետև P մատրիցից ընտրվում է S -րդ տողը և համաձայն այդ տողի P_{Sj} ($j = \overline{1, m}$) հավանականությունների նմանակվում է մարկովյան գործընթացի հաջորդ վիճակ անցումը: Նկարագրված ընթացակարգը շարունակվում է մինչև տրված քանակությամբ իրացումների ստացումը: Պետք է նկատի ունենալ, որ գործընթացի ցանկացած i վիճակից խաղարկման միջոցով այլ վիճակ անցման նմանակումը հանգում է $[0, 1]$ միջակայքում հավասար

րաջափ բաշխված հերթական $\{r_i\}$ հենքային պատահական թվի ձևավորմանը և նրա համար հետևյալ պայմանի ստուգմանը.

$$l_{k-1} < r_i \leq l_k \quad (8.1)$$

կամ հաշվի առնելով, որ $l_k = \sum_{j=1}^k P_{qj}$,

$$\sum_{i=1}^{k-1} P_{qj} < r_i \leq \sum_{i=1}^k P_{qj} \quad \text{պայմանի կատարմանը:}$$

Եթե (8.1) պայմանը կատարվում է, ապա տեղի է ունենում A_k պատահույթը, այսինքն՝ մարկովյան գործընթացը i վիճակից անցնում է k վիճակ:

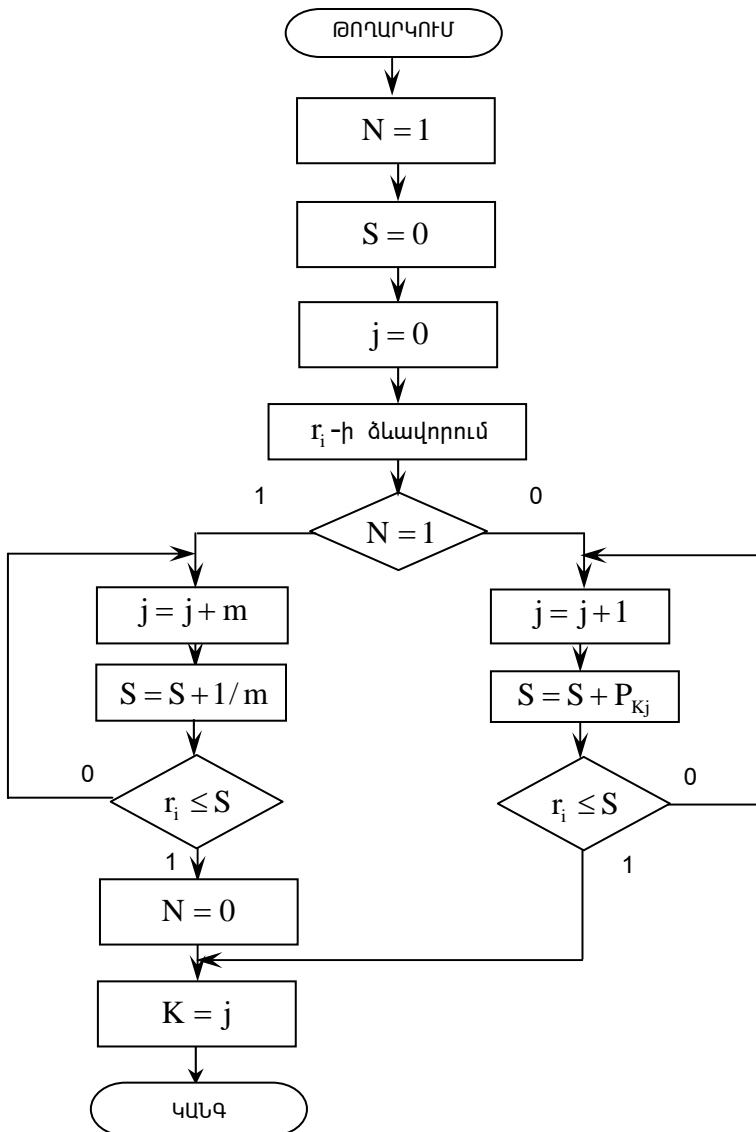
Մարկովյան գործընթացի նմանակումը հեշտացնելու և արագացնելու նպատակով գործնականում հաճախ $\|P_{ij}\|$ մատրիցի փոխարեն օգտագործվում է $\|P^*_{ij}\|$ մատրիցը, որի տարրերը որոշվում են $\|P_{ij}\|$ մատրիցի տարրերի միջոցով համաձայն հետևյալ առնչության.

$$\|P^*_{ij}\| = \sum_{l=1}^j P_{il} \quad (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}):$$

Այդ դեպքում q վիճակից k վիճակ ընկնելու պայմանը (8.1) կընդունի այսպիսի տեսք.

$$P^*_{l(k-1)} < r_i \leq P^*_{lk} : \quad (8.2)$$

Մարկովյան գործընթացի (շղթայի) մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեման բերված է նկ.8.1-ում.



Նկ.8.1. Մարկովյան գործընթացի մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

8.2. ԶԱՆԳՎԱԾԱՅԻՆ ՍՊԱՍԱՐԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԷՅՍ-ՈՎ

8.2.1. ՉՄՅ-ի մոդելավորող ալգորիթմի կառուցումը և աշխատանքը

Զանգվածային սպասարկման տեսության մեջ մշակված վերլուծական մեթոդները հնարավորություն են տալիս հետազոտել հիմնականում մարկովյան մոդելներով նկարագրվող զանգվածային սպասարկման համակարգերը:

ՉՄՅ-ի գործունեությունը նկարագրվում է մարկովյան մոդելի տեսքով, եթե նրա համար ընդունելի են հետևյալ ենթադրությունները.

- հայտերի հոսքը համասեռ է (հայտերը բնութագրվում են միայն ստացման պահերով՝ այսինքն առանց մախապատվության հայտեր են) և պարզագույն (հաջորդական հայտերի միջև ընկած ժամանակահատվածը ենթարկվում է ցուցչային բաշխման),
- սպասարկման ժամանակը ենթարկվում է ցուցչային բաշխման,
- հայտերը սպասարկվում են ըստ ստացման հերթականության,
- հայտերի հերթում սպասելու ժամանակն անսահմանափակ է:

Բազմաթիվ գործնական խնդիրների համար վերը նշված ենթադրություններն ընդունելի չեն, այդ պատճառով նրանց լուծման ժամանակ չի կարելի կիրառել մարկովյան մոդելները: Պետք է նշել, որ սպասարկման ժամանակակից տեսության շրջանակներում մշակվել են որոշ դասի ՉՄՅ-երի ոչ մարկովյան մոդելների հետազոտման վերլուծական մեթոդներ: Սակայն դրանց կիրառությունը ևս խիստ սահմանափակ է վերլուծական մեթոդների բարդության և սահմանափակ հնարավորությունների պատճառով: Անհամեմատ ավելի լայն հնարավորություններով է օժտված ՉՄՅ-երի հետազոտման նմանակային մոդելավորման մեթոդը: Այն հնարավորություն է տալիս ուսումնասիրել ցանկացած տիպի ու բարդության ՉՄՅ-երը: ՉՄՅ-երի նմանակային մոդելները օժտված են առավել բարձր աստիճանի համարժեքությամբ, քանի որ հնարավորություն են տալիս հեշտորեն հաշվի առնել այնպիսի գործոններ, որոնք կամ դժվար է, կամ էլ անհնար է հաշվի առնել վերլուծական մեթոդների կիրառման դեպքում, ինչպես նաև անցկացնել զանազան մեքենայական գիտափորձեր՝ տարբեր կիրառական խնդիրների լուծման նպատակով:

Քննարկենք ԷՅՍ-ով ՉՄՅ-երի մոդելավորման սկզբունքները և առանձնահատկությունները:

ՉՄՅ-երի մոդելավորումը ԷՅՍ-ով ընդգրկում է երկու բաղկացուցիչ մաս՝ արտաքին միջավայրի ազդեցության, այսինքն՝ հայտերի ստաց-

ման գործընթացի մոդելավորում և բուն սպասարկման գործընթացի մոդելավորում: Նախ դիտարկենք հայտերի հոսքի մոդելավորման ընթացակարգը: Ինչպես հայտնի է, հայտերի հոսքը մաթեմատիկորեն նկարագրվում է որպես պատահականության հոսք, այսինքն՝ ժամանակի պատահական $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ պահերին տեղի ունեցող պատահականների հաջորդականություն: Պատահական գործընթացների տեսության մեջ տարբերում են համասեռ և անհամասեռ պատահականություններ: Եթե սպասարկման տեսակետից բոլոր հայտերն իրավահավասար են, և դեր է խաղում միայն տվյալ պահին հայտի ստացման փաստը, ապա հայտերի հոսքը կոչվում է համասեռ և մաթեմատիկորեն նկարագրվում է $\{t_j : j = \overline{1, n}\}$ հաջորդականությամբ: Այս տիպի հայտերը գործնական տեսակետից մեծ կարևորություն են ներկայացնում: Համասեռ հայտերի հոսքը հարմար է նկարագրել $(j-1)$ -րդ և j -րդ հայտերի միջև ընկած ժամանակահատվածների՝ $\{\tau_j : j = \overline{1, n}\}$ հաջորդականությամբ.

$$\tau_j = t_j - t_{j-1} :$$

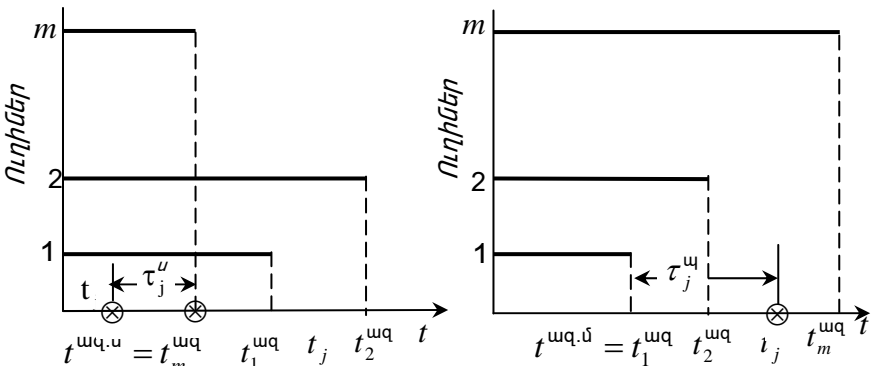
Եթե $\tau_j (j = \overline{1, n})$ ժամանակահատվածները միմյանցից անկախ են և ենթարկվում են միևնույն $f(\tau)$ բաշխման (օրդինար, անդրադարձ հոսք), ապա հայտերի հոսքի մոդելավորումը հանգում է $\{\tau_j : j = \overline{1, n}\}$ պատահական թվերի, այսինքն՝ $\tilde{\tau}$ պատահական մեծության հնարավոր արժեքների ստացմանը՝ համաձայն $f(\tau)$ բաշխման ֆունկցիայի և դրանց հիման վրա $\{t_j\}$ հաջորդականության ձևավորմանը՝ հետևյալ բանաձևի միջոցով.

$$t_j = t_{j-1} + \tau_j (j = \overline{1, n}), t_0 = 0 : \quad (8.3)$$

Այժմ անցնենք սպասարկման գործընթացի մոդելավորող ալգորիթմի կառուցման սկզբունքների դիտարկմանը: Գոյություն ունեն գանգվածային սպասարկման գործընթացների մոդելավորող ալգորիթմների կառուցման երկու հիմնական սկզբունք՝ « Δt » և « δz »: Առաջինի դեպքում համակարգային ժամանակը աճում է Δt հաստատուն քայլով, որը որոշվում է որպես հայտերի և սպասարկման հոսքերի հարևան պատահականության միջև ընկած ժամանակահատվածների նվազագույն տևողություն: Երկրորդ սկզբունքի դեպքում համակարգային ժամանակը փոփոխվում է պատահական δz քայլով, որը երկու հարևան պատահականության միջև ընկած ժամանակահատվածն է: Այս սկզբունքը կարող է իրագործվել սինքրոն և ասինքրոն եղանակներով:

Սինքրոն եղանակի կիրառման դեպքում նմանակման գործընթացը սինքրոնացվում է ՁՄՀ-ի որևէ տարրի միջոցով (առաջատար կամ սինքրոնացնող տարր): Երկրորդ եղանակի դեպքում այդպիսի տարրը բացակայում է, և մոդելավորման յուրաքանչյուր քայլին կարող է համապատասխանել ՁՄՀ-ի ցանկացած հատուկ վիճակ:

Քննարկենք δz սկզբունքով կառուցված և սինքրոն եղանակով իրագործված միափուլ բազմուղի ՁՄՀ-ի մոդելավորող ալգորիթմի կառուցվածքը և աշխատանքը: Դիտարկվող ՁՄՀ-ում հայտերը կազմում են օրդինար, անդրադարձ (համասեռ) պատահույթների հոսք, հայտերի միջև ընկած ժամանակահատվածի $f(\tau)$ բաշխման խտության ֆունկցիայով: Հայտերը սպասարկվում են ըստ ստացման հերթականության՝ m միանման ուղիների կողմից: Սպասարկման տևողությունը՝ $\tilde{\tau}^{uy}$ -ը պատահական մեծություն է $\phi(\tilde{\tau}^{uy})$ բաշխման խտության ֆունկցիայով: Եթե ստացված հայտը սպասարկող ուղիների զբաղվածության պատճառով տվյալ պահին չի կարող սպասարկվել, ապա այն հերթի է դրվում, որտեղ կարող է սպասել ոչ ավելի քան $\tilde{\tau}^p$ ժամանակ ($\tilde{\tau}^p$ -ն պատահական մեծություն է՝ $\psi(\tau^p)$ բաշխման օրենքով): Եթե տվյալ j -րդ հայտի սպասման ժամանակը՝ τ_j^u -ը գերազանցում է τ_j^p -ն, ապա հայտը մերժվում է և հեռանում է ՁՄՀ-ից առանց սպասարկվելու: Եթե հայտի ստացման պահին առկա են միաժամանակ մի քանի ազատ ուղիներ, ապա հայտը սպասարկվում է այն ուղու կողմից, որն ամենից շուտ է ազատվել(տես նկ. 8.1):



Նկ.8.1. Մոդելավորող ալգորիթմի աշխատանքի պարզաբանումը

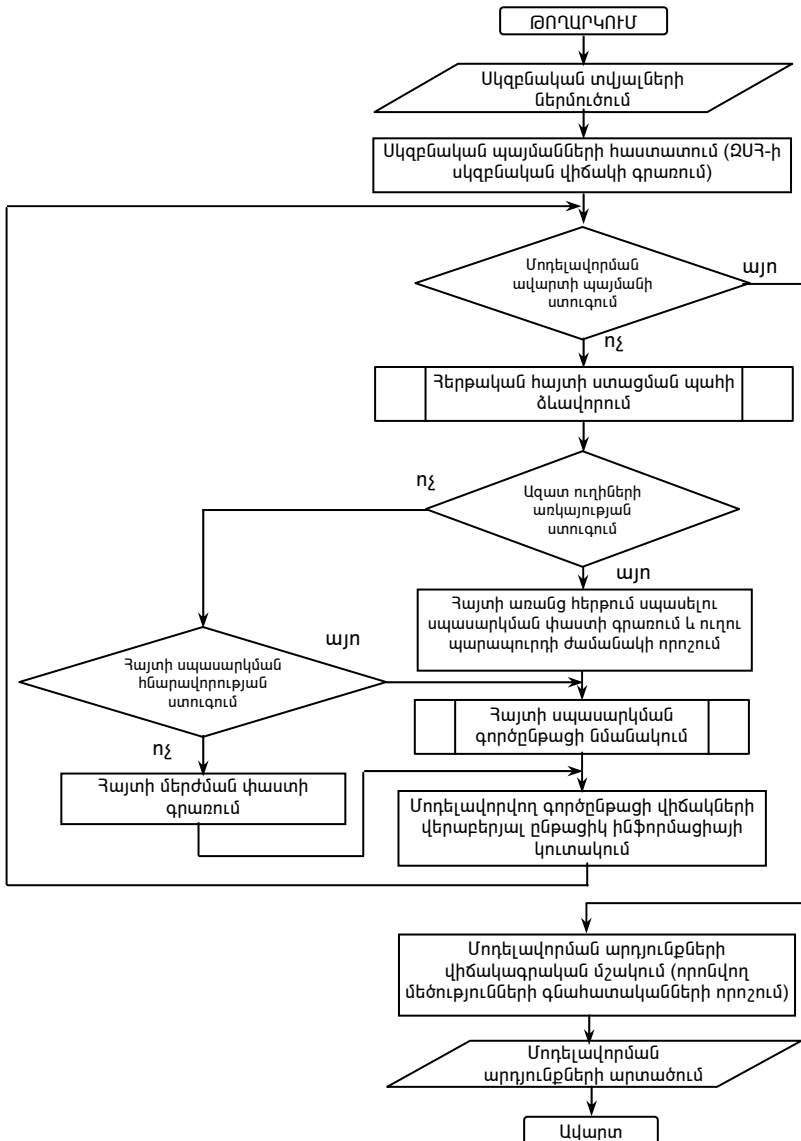
Դիտարկվող ալգորիթմում սինքրոնացնող կամ առաջատար տարրի դերում հանդես է գալիս հայտերի աղբյուրը: Ալգորիթմի հիմքում ըն-

կած գաղափարի էությունն առանձին հայտերի «ճակատագրի»՝ նրանց մշակման գործընթացի, հաջորդական վերարտադրումն է: Այս գաղափարը հաճախ կոչվում է մոդելավորող ալգորիթմի կառուցման «հայտերի հաջորդական անցկացման սկզբունք»: Այս սկզբունքը ԷՅՄ-ի հիշողության ծավալի տեսանկյունից բավականին խնայողական է, քանի որ չի պահանջում միջոցներ մոդելավորման ընթացքում հատուկ վիճակների հիշման համար: Ալգորիթմի խոշորացված բլոկ-սխեման բերված է նկար 8.2-ում, իսկ ավելի մանրամասն՝ նկար 8.3-ում.

Ալգորիթմը գործում է հետևյալ կերպ. թիվ 1 բլոկն իրականացնում է անհրաժեշտ տվյալների ներմուծումը ԷՅՄ: Թիվ 2 բլոկը դրված խնդրի պայմաններին համապատասխան հաստատում է ՉՍՀ-ի սկզբնական վիճակը և մաքրում է այն բոլոր բջիջները, որտեղ պետք է կուտակվի ինֆորմացիա նմանակվող գործընթացի վիճակների վերաբերյալ: Թիվ 3 բլոկը ստուգում է մոդելավորման ավարտի պայմանը՝ իրացումների ընթացիկ քանակը տրվածի հետ համեմատելու միջոցով (մեկ իրացումը՝ մեկ հայտի մշակումն է): Թիվ 4 բլոկը նմանակում է հայտերի ստացման գործընթացը՝ համաձայն $f(\tau)$ -ի և (8.3) բանաձևի: Թիվ 5 բլոկը ստուգում է հայտի ստացման t_j պահին ազատ սպասարկող ուղիների առ-

կայությունը ($t_i^{\text{ազ.}} \leq t_j$) և եթե այդպիսիք կան, տվյալ հայտի սպասարկման համար ընտրում է դրանցից ամենավաղ ազատվածը: Ազատ ուղիների առկայությունը ստուգվում է հետևյալ կերպ: Նախ որոշվում է ամենավաղ ազատվող ուղու համարը՝ k -ն, և ազատման պահը՝ $t^{\text{ազ.նվ}} = \min\{t_i^{\text{ազ.}} : i = \overline{1, m}\}$, ու այն համեմատվում հայտի ստացման պա-

հի՝ t_j -ի հետ: Եթե $t^{\text{ազ.նվ}} \leq t_j$, ապա դա նշանակում է, որ k ուղին ազատվել է մինչև հայտի ստացման պահը կամ նրա ստացման պահին: Հետևաբար, այդ դեպքում հայտը պետք է սպասարկվի առանց հերթի դրվելու, իսկ ուղին պետք է պարապուրդ տա:

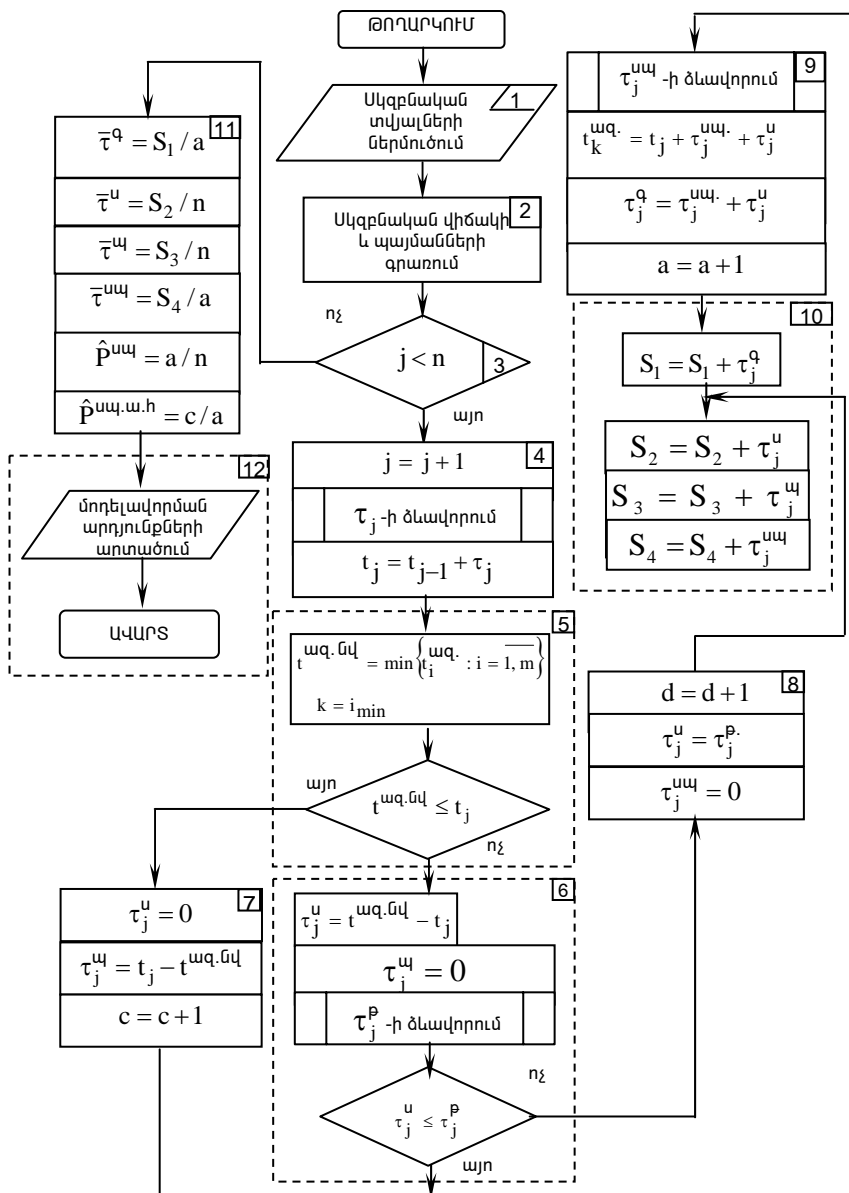


Նկ.8.2. Մոդելավորող ալգորիթմի խոշորացված բլոկ-սխեմա

Թիվ 7 բլոկը արձանագրում է այդ փաստը, հաշվում է k -րդ պարապուրդի ժամանակը և առանց հերթի սպասարկված հայտերի քանակը:

Եթե $t^{w,q} > t_j$, այսինքն՝ հայտի ստացման պահին զբաղված են, ապա հայտը հերթի է դրվում և սպասում այնտեղ մինչև որևիցե ուղու ազատվելը: Այդ դեպքում թիվ 6 բլոկը որոշում է հայտի հերթում սպասելու ժամանակը՝ $\tau_j^{w,q}$, նրա համար համաձայն $\psi(\tau^p)$ ֆունկցիայի ձևավորվում է սպասման թույլատրելի ժամանակը՝ τ_j^p -ն և ստուգում այդ հայտի սպասարկման հնարավորությունը՝ $\tau_j^{w,q} \leq \tau_j^p$ պայմանով: Եթե նշված պայմանը չի կատարվում, ապա հայտը, τ_j^p ժամանակ սպասելուց հետո, հեռանում է ՋՄՀ-ից չսպասարկված: Թիվ 8 բլոկն արձանագրում է այդ փաստը և հաշվում մերժված հայտերի քանակը: Թիվ 9 բլոկը մոդելավորում է ամենավաղ ազատված k ուղու կողմից j -րդ հայտի սպասարկման գործընթացը, այսինքն՝ համաձայն $\varphi(\tau^{u,q})$ ֆունկցիայի ձևավորում է j -րդ հայտի սպասարկման տևողությունը՝ $\tau_j^{u,q}$, որոշում է տվյալ j -րդ հայտի սպասարկումից k -րդ ուղու ազատվելու պահը՝ $t_k^{w,q}$, j -րդ հայտի համակարգում գտնվելու տևողությունը τ_j^q և արձանագրում սպասարկված հայտի ՋՄՀ-ից հեռանալու փաստը: Թիվ 10 բլոկը կուտակում է որոնվող մեծությունների գնահատման համար անհրաժեշտ ինֆորմացիան գումարների տեսքով, իսկ թիվ 11 բլոկը և թիվ 12 բլոկը համապատասխանաբար իրագործում են մոդելավորման արդյունքների մշակումը և դրանց արտածումը: Ըստ որում, նմանակման ընթացքում կուտակված ինֆորմացիայի հիման վրա որոշվում են ՋՄՀ-ի հետևյալ բնութագրերի վիճակագրական գնահատականները.

- հայտի սպասարկման հավանականությունը՝ $\hat{p}^{u,q}$,
- առանց հերթի սպասարկման հավանականությունը՝ $p^{u,q,w,h}$,
- համակարգում հայտի գտնվելու միջին ժամանակը՝ $\bar{\tau}^q$,
- հայտի սպասարկման միջին տևողությունը՝ $\bar{\tau}^{u,q}$,
- հայտի հերթում սպասելու միջին տևողությունը՝ $\bar{\tau}^u$,
- սպասարկող ուղու պարապուրդի միջին ժամանակը՝ $\bar{\tau}^w$:



Նկ. 8.3.2ՍՄԴ-ի մոդելավորող ալգորիթմի բլոկ-սխեմա

8.2.2. ՉՄՅ-ի նմանակային մոդելի համարժեքության և պիտանիության ստուգումը

Նմանակային մոդելավորման կարևորագույն փուլերից մեկը կառուցված մոդելի և օբյեկտի համարժեքության ստուգումն է: Գործնական տեսանկյունից այդ ստուգման նպատակը իրական համակարգի ելքում ստացված արդյունքների համեմատումն է մոդելավորման արդյունքների հետ՝ իրական համակարգի նկատմամբ վերջիններիս կիրառելիությունը պարզելու համար:

Եթե ՉՄՅ-ի տեսքով ձևայնացված մոդելավորվող համակարգը դեռևս գոյության չունի, ապա նրա նմանակային մոդելի համարժեքության ստուգման նպատակով կարելի է նմանակային մոդելավորման արդյունքները համեմատել ՉՄՅ-ի մարկովյան վերլուծական մոդելի միջոցով ստացված արդյունքների հետ, որը համարժեքորեն նկարագրում է ՉՄՅ-ի գործունեությունը միայն նախկինում նշված ենթադրությունների իրավացիության դեպքում:

Այսպիսով, ՉՄՅ-ի համարժեքության և պիտանիության ստուգումը հանգում է մարկովյան նմանակային մոդելի օգնությամբ մեքենայական գիտափորձերի անցկացմանը և դրանց արդյունքում ստացված ՉՄՅ-ի արդյունավետության ցուցանիշների վիճակագրական գնահատականների ու համապատասխան մարկովյան վերլուծական մոդելի օգնությամբ ստացված համանման ցուցանիշների համեմատմանը: Ըստ որում, հաշվի առնելով, որ ՉՄՅ-ի արդյունավետության գրեթե բոլոր ցուցանիշները կախված են սպասարկման ուղիների պարապորդի P_0 հավանականությունից և հերթում հայտի սպասման միջին տևողությունից՝ $M[\tilde{\tau}^u]$, կարելի է սահմանափակվել միայն վերջինիս վիճակագրական գնահատականի՝ $\tilde{\tau}^u$ -ի և $M(\tau^u)$ մեծության համեմատությամբ, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$M[\tilde{\tau}^u] = \frac{\mu(\lambda/\mu)^m \cdot P_0}{(m-1)(m\mu - \lambda)^2}, \quad (8.4)$$

$$\text{որտեղ } P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} + \frac{\mu(\lambda/\mu)^m}{(m-1)(m\mu - \lambda)} \right]} \quad (8.5)$$

$M[\tilde{\tau}^u]$ -ի և $\tilde{\tau}^u$ -ի հավասարության վերաբերյալ $H_0: \tilde{\tau}^u = M[\tilde{\tau}]$ գիտավարկածն ընդդեմ $H_0: \tilde{\tau}^u \neq M[\tilde{\tau}]$ ստուգվում է Ստյուդենտի t -չափանիշի օգնությամբ, որը կայուն է նորմալ օրենքից՝ ստուգվող մեծության

բաշխման օրենքի շեղումների նկատմամբ (խիստ ասած t -չափանիշը կիրառելի է նորմալ բաշխման դեպքում):

Ստյոդենտի չափանիշի օգնությամբ նշված գիտավարկածը ստուգվում է հետևյալ կերպ: Հաշվարկվում է t -չափանիշի վիճակագրական արժեքը հետևյալ բանաձևով՝

$$\hat{t} = \frac{(\bar{\tau}^u - M[\tilde{\tau}^u])\sqrt{n}}{\hat{\sigma}_{\tau^u}}, \quad (8.6)$$

որտեղ $\hat{\sigma}_{\tau^u}$ -ը մեծության միջին քառակուսային շեղման վիճակագրական գնահատականն է, իսկ n -ը մոդելավորման արդյունքում ստացված $\{\tau_j^u\}$ վերցվածքի ծավալն է (մոդելի իրացումների քանակ): Այնուհետև, նշանակալիության α ընտրված մակարդակի (H_0 գիտավարկածի ճիշտ լինելու դեպքում նրա հերքման հավանականության) համար $(n-1)$ ազատության աստիճաններով Ստյոդենտի t -բաշխման քվանտիլների աղյուսակից ընտրվում է $(1-\alpha/2)$ մակարդակի $t_{1-\alpha/2}(n-1)$ քվանտիլը: Եթե $|\hat{t}| < t_{1-\alpha/2}(n-1)$, ապա H_0 գիտավարկածն

ընդունվում է՝ այսինքն, $\bar{\tau}^u$ և $M[\tilde{\tau}^u]$ մեծությունների միջև եղած տարբերությունը վիճակագրորեն աննշան է, որը վկայում է ՋՄՀ-ի նմանակային մոդելի և նրա մարկովյան վերլուծական մոդելի համարժեքության մասին: Այլապես, $|\hat{t}| \geq t_{1-\alpha/2}(n-1)$ H_0 գիտավարկածը հերքվում է: Այս դեպքում նմանակային մոդելը համարվում է վերլուծականին ոչ համարժեք:

Համոզվելու համար, որ պարամետրերի տարբեր արժեքների դեպքում մոդելը սխալ արժեքներ չի տալիս և դրսևորում է մոդելավորվող համակարգի վարքին նման վարք, կարելի է կատարել լրացուցիչ գիտափորձեր՝ ուղղված ՋՄՀ-ի գործունեության արդյունավետության վրա λ և μ պարամետրերի ազդեցության ուսումնասիրմանը:

8.3. ԱԳՐԵԳԱՏԻ ԳՈՐԾՈՒՆԵՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՏԻ ՆՄԱՆԱԿՈՒՄԸ ԷՅՄ-ՈՎ

Ընդհանուր դեպքում, մոդելավորման նպատակը մոդելավորող համակարգի բնութագրերի գնահատումն է, որոնք լիովին որոշվում են համակարգի վիճակների փոփոխության գործընթացով: Ուստի անհրաժեշտ է մոդելավորման ընթացքում մոդելային ժամանակի համապատասխան պահերին զրառել հնարավորին չափ լրիվ ինֆորմացիա համակարգի վիճակների վերաբերյալ: Ագրեգատի դեպքում դա նշանակում է, որ մոդելավորման $[0, t_d]$ ժամանակահատվածի միջակայքի որոշակի պահերին անհրաժեշտ է ստանալ $z(t)$ վիճակների արժեքները: Ընդ որում՝ ագրեգատի մոդելավորումը մենք դիտելու ենք որպես ժամանակի ընթացքում նրա՝ մի հատուկ վիճակից այլ հատուկ վիճակ անցնելու հաջորդական շղթա կամ գործընթաց՝ պայմանականորեն ընդունելով որպես հատուկ վիճակ նաև $z(0)$ -ն:

Ագրեգատի մոդելավորող ալգորիթըն էականորեն կախված է այն բանից, թե նրա մուտքային և կառավարող ազդանշանների ստացման պահերը նախօրոք հայտնի են, թե ոչ: Մենք կդիտարկենք այն դեպքը, երբ ագրեգատի մուտքային և կառավարող ազդանշանների, որպես արտաքին ազդակների, սպառիչ նկարագրությունը տրված է: Սա նշանակում է, որ ազդանշանները տրված են կամ $(x(t), g(t))$ աղյուսակի տեսքով, կամ էլ հայտնի են նրանց բաշխման օրենքները, որոնց օգնությամբ ԷՅՄ-ով կարելի է ստանալ այդ ազդանշանները:

Ագրեգատի գործունեության գործընթացի մոդելավորող ալգորիթնի բլոկ-սխեման բերված է նկ.8.4-ում: Բլոկ-սխեմայում կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

τ_i - ագրեգատի կողմից կառավարող ազդանշանի ստացման հերթական պահ,

t_d - մոդելավորման միջակայքի սահմանային կետ,

t_j - մուտքային ազդանշանի ստացման հերթական պահ,

μ - հատկանիշ, որը ցույց է տալիս մոտակա ազդանշանի բնույթը (մուտքային է ($\mu = 1$)), թե կառավարող ($\mu = 0$)),

N և N^* - համապատասխանաբար իրացումների ընթացիկ և տրված քանակություններ:

$t_{h\mu}$ - վերջին հատուկ վիճակի պահ:

Մոդելավորող ալգորիթմն աշխատում է հետևյալ կերպ:

$\Phi_1 - F_{12}$ օպերատորների խումբը ձևավորում է մուտքային և կառավարող ազդանշանների ստացման պահերը, ինչպես նաև որոշում է ամենամոտ ազդանշանի ստացման պահը: Այսպես՝ Φ_1 և Φ_7 օպերատորները ձևավորում են τ_i և t_j պահերը համապատասխանաբար: P_2 և P_8 օպերատորները ստուգում են մոդելավորման միջակայքին՝ այդ պահերի պատկանելու պայմանը: Եթե այդ պայմանը կատարվում է, ապա A_4 և A_9 օպերատորները հիշում են այդ պահերը: Հակառակ դեպքում՝ այդ պահերի փոխարեն F_3 և F_{10} օպերատորները տեղադրում են մոդելավորման միջակայքի t_{δ} սահմանային արժեքը: P_6 օպերատորը որոշում է արտաքին ազդանշանի ստացման մոտակա պահը ($t_{\text{մո}}$) և բնույթը՝ համեմատելով τ_i և t_j պահերը: Համեմատման արդյունքները գրառվում են F_{11} և F_{12} օպերատորների կողմից:

Եթե $t_j < \tau_i$, ապա $\mu = 1$, այսինքն՝ հերթական մոտակա ազդանշանը մուտքային է, նմանապես, եթե $\tau_i < t_j$, ապա $\mu = 0$, այսինքն՝ մոտակա ազդանշանը կառավարող է:

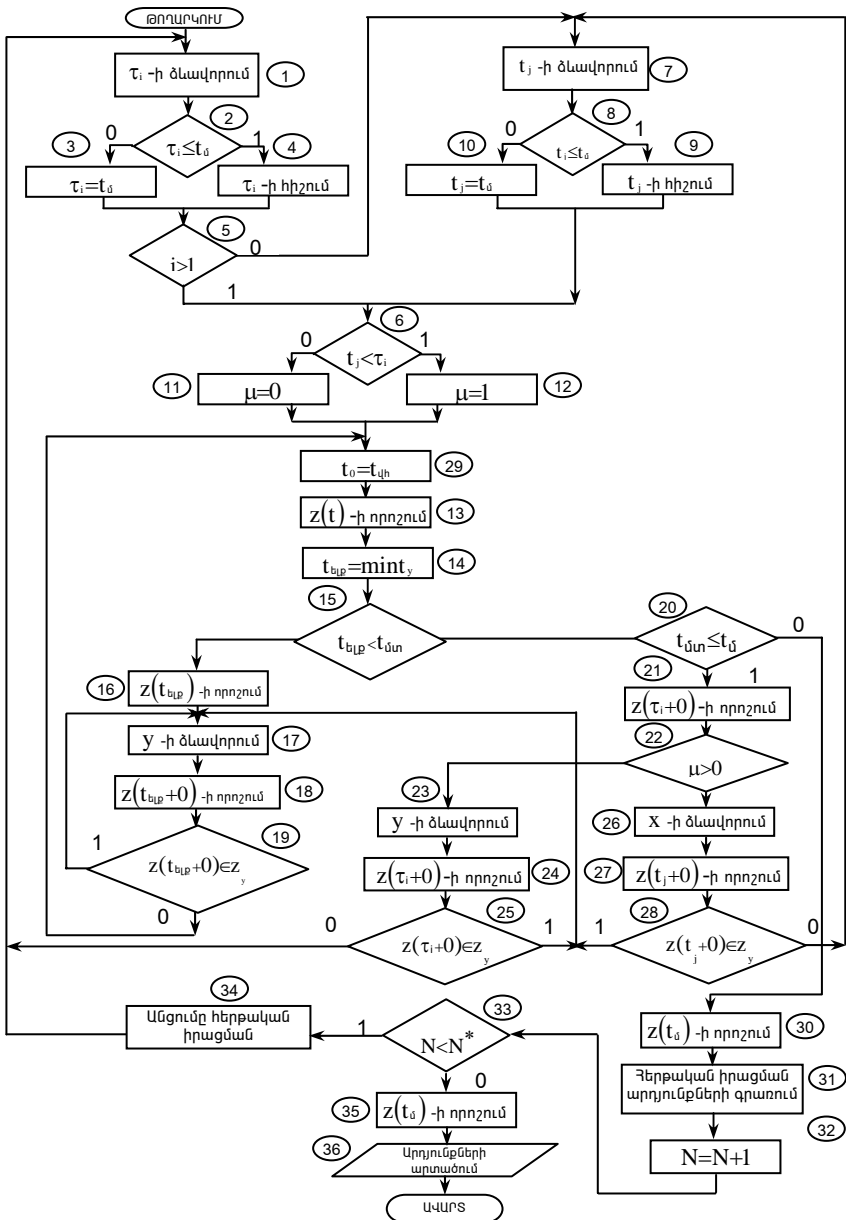
$\Phi_{13} - P_{19}$ օպերատորների խումբը մոդելավորում է ագրեգատի գործունեության գործընթացը արտաքին ազդանշանների ստացման պահերի միջև ընկած ժամանակահատվածում: Քանի որ այդ ընթացքում արտաքին ազդանշաններ չեն ստացվում, Φ_{13} օպերատորը իրականացնում է U օպերատորի աշխատանքը՝ այսինքն՝ որոշում է ագրեգատի վիճակը ժամանակի t պահին: Նշված միջակայքում ագրեգատի հատուկ վիճակները ելքային ազդանշանի տրման վիճակներ են, որոնք պատկանում են Z^Y ենթաբազմությանը: A_{14} օպերատորի խնդիրն այն է, որ $z(t)$ վիճակների և Z^Y ենթաբազմությունը որոշող պայմանների մոդելավորման միջոցով որոշի ելքային ազդանշանի առաքման t_y պահերը, այսինքն՝ մոդելավորի G' օպերատորի աշխատանքը և որոշի այդ պահերից ամենափոքրը: Նշված խնդրի լուծումը կախված է մոդելավորվող ագրեգատի հատկություններից և G'' օպերատորի տրման եղանակից: Որոշ դեպքերում այն հանգում է $(t_{\text{ելք}} - t) > 0$ պայմանի ստուգմանը, կամ էլ $z(t)$ վիճակները նկարագրող հավասարման և Z^Y ենթաբազմության համատեղ լուծմանը: Վատագույն դեպքում ան-

հրաժեշտ է լինում Δt քայլով զննել $z(t)$ վիճակները և ստուգել դրանց պատկանելիությունը Z^Y ենթաբազմությանը: t_y նվազագույն պահի՝ այսինքն, $t_{ելք} = \min t_y$ ընտրությունը դժվարություն չի ներկայացնում: Եթե $t_{ելք}$ պահը դուրս է գալիս մոդելավորման միջակայքից (կամ էլ գոյություն չունի), ապա այն ընդունում է $t_{\delta} + b$ ($b > 0$) արժեքը: Եթե $t_{ելք}$ պահն ընկած է արտաքին ազդանշանների ստացման պահերի միջև (այդ պայմանը ստուգվում է P_{15} օպերատորի միջոցով), ապա առաքվում է ելքային y ազդանշան: Այդ ազդանշանի տրման համար որոշվում է $z(t_{ելք})$ -ը (Φ_{16} օպերատորը մոդելավորում է U օպերատորի աշխատանքը), իսկ Φ_{17} օպերատորը ձևավորում է y ելքային ազդանշանը (մոդելավորում է G'' օպերատորի աշխատանքը): Սովորաբար G'' օպերատորի մոդելավորման ժամանակ այն բաժանում են երկու մասի՝ 1) տրված Z^Y -ի համար y ելքային ազդանշանի բաշխման օրենքի ձևավորում, 2) այդ օրենքի համաձայն y ելքային ազդանշանի ձևավորում:

Այնուհետև, քանի որ ագրեգատը գտնվում է $z(t_{ելք})$ հատուկ վիճակում, Φ_{18} օպերատորը որոշում է նրա $z(t_{ելք} + 0)$ վիճակը, իսկ P_{19} օպերատորը ստուգում է նրա պատկանելիությունը Z^Y ենթաբազմությանը: Եթե այդ պայմանը կատարվում է, ապա կառավարումը կրկին փոխանցվում է Φ_{17} օպերատորին, որը ձևավորում է երկրորդ ելքային ազդանշանը և առաքում է այն $t_{ելք}$ պահին: Եթե $z(t_{ելք} + 0) \notin Z^Y$, ապա կառավարումը F_{29} օպերատորի միջոցով փոխանցվում է Φ_{13} և A_{14} օպերատորներին՝ նոր $t_{ելք}$ պահեր ձևավորելու համար:

Վերադառնանաք P_{15} օպերատորին: Եթե այդ օպերատորի կողմից ստուգվող պայմանը տեղի ունի՝ $t_{ելք} \leq t_{\delta}$, ապա մոդելավորվում է ագրեգատի աշխատանքը արտաքին ազդանշանների ազդեցության դեպքում: Ընդ որում՝ ընդունում ենք, որ $t_{\delta} < t_{\delta}$ (P_{20} օպերատոր): Հակառակ դեպքում վրա է հասնում մոդելավորման ավարտի պահը և որոշվում է $z(t_{\delta})$ վիճակը (A_{30} օպերատոր): A_{21} օպերատորը որոշում է ագրեգատի $z(t_{\delta})$ վիճակը, իսկ P_{22} օպերատորը որոշում է արտաքին ազդանշանի տիպը: $\Phi_{23} - P_{25}$ օպերատորները մոդելավորում են τ_i

պահին կառավարող ազդանշանի ընդունումը ագրեգատի կողմից, իսկ $\Phi_{26} - P_{28}$ օպերատորները t_j պահին մուտքային ազդանշանի ընդունումը: Այս խմբերի օպերատորների աշխատանքը նման է $\Phi_{13} - P_{19}$ օպերատորների աշխատանքին: Նշենք միայն, որ $z(t_{\text{մտ}} + 0)$ վիճակը անմիջականորեն կարող է պատկանել Z^Y ենթաբազմությանը: Այդ պայմանը ստուգվում է P_{25} և P_{29} օպերատորներների միջոցով: Եթե պայմանը կատարվում է, ապա կառավարումը փոխանցվում է Φ_{17} օպերատորին՝ ելքային ազդանշանի ձևավորման համար: Հակառակ դեպքում՝ P_{25} -ից կամ P_{28} -ից կառավարումը փոխանցվում է համապատասխանաբար՝ Φ_1 կամ Φ_7 օպերատորներին ագրեգատի հերթական մուտքային կամ կառավարող ազդանշանների ստացման պահերի ձևավորման համար: Սրանով ագրեգատի գործունեության գործընթացը մոդելավորող հիմնական օպերատորների աշխատանքն ավարտվում է: Մնացած (ծառայողական) օպերատորները իրականացնում են մոդելավորման ավարտը, արդյունքների մշակումն ու փաստագրումը:



Նկ.8.4. Ագրեգատի գործունեության նմանակման ալգորիթի բլոկ-սխեմա

ԲԱԺԻՆ 9. ԱՎՏՈՄԱՏԱԾՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

9.1 ԱՅ-ԵՐԻ ՄՈՂԵԼՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԵՎ ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ

Ներկայումս քոմփյուտերային մոդելավորումը լայնորեն կիրառվում է ինֆորմացիայի մշակման և կառավարման տարբեր ավտոմատացված համակարգերի (բաշխված, ինտեգրացված, իրական ժամանակի և այլն) մշակման ժամանակ: Ընդ որում, անկախ մշակվող համակարգի տեսակից, մոդելավորումն իրականացվում է ընդհանուր սխեմայով՝ ներառելով հետևյալ փուլերը.

- հայեցակարգային մոդելի կառուցում և նրա ձևայնացում,
- ձևայնացված գործունեության գործընթացի ալգորիթմացում և քոմփյուտերային իրականացում,
- քոմփյուտերային մոդելավորման արդյունքների ստացում և մեկնաբանում:

Մոդելավորման 1-ին փուլում ձևակերպվում է համակարգի հայեցակարգային մոդելը, կառուցվում է նրա ձևայնացված սխեման և հիմնավորվում համակարգի քոմփյուտերային մոդելավորման նպատակահարմարությունը:

2-րդ փուլում համակարգի ձևայնացված սխեման վերածվում է քոմփյուտերային(նմանակային) մոդելի այսինքն՝ համակարգը տրոհվում է միմյանց հետ փոխգործող մասերի (բլոկների), մշակվում է համակարգի գործունեության ձևայնացված գործընթացի մոդելավորող ալգորիթմը, լուծվում է քոմփյուտերային գիտափորձերի արդյունքների ճշգրտության և հավաստիության հարցը:

3-րդ փուլում իրականացվում են քոմփյուտերային գիտափորձեր, մշակվում և մեկնաբանվում են դրանց արդյունքները:

Անհրաժեշտ է նշել, որ ընդհանուր դեպքում մոդելավորման փուլերում իրականացվող աշխատանքները՝ համակարգի գործունեության գործընթացի ալգորիթմացումը՝ ներառյալ տրոհումը մասերի, նրա պարամետրերի, մուտքային, ելքային փոփոխականների և վիճակի բնութագրերի ընտրությունը դեռևս հնարավոր չէ ձևայնացնել: Դրանք կրում են էվրիստիկական բնույթ և որոշվում են նմանակային մոդելավորման մեթոդաբանության կանոններով և սկզբունքներով:

Քննարկենք քոմփյուտերային մոդելավորման հիմնական էվրիստիկական կանոնները և եղանակները [1,2].

Մոդելավորման 1-ին կանոնը՝ մոդելի բարդության և ճշգրտության համադրումը, ապահովում է բանական փոխզիջում մոդելի բարդության, մոդելավորման արդյունքների սպասվող ճշգրտության ու հավաստիության միջև:

Մոդելավորման 2-րդ կանոնը՝ համակարգի մոդելավորման սխալանքի և նրա նկարագրության համաչափելիությունը, ըստ էության, «ճշգրտությունների հաշվեկշիռ» է, որը որոշվում է.

- մոդելի և իրական համակարգի անհամարժեքության պատճառով առաջացած սխտեմատիկ սխալանքի և սկզբնական տվյալների անորոշության հետևանքով առաջացած սխալանքի համապատասխանությամբ,
- մոդելի բլոկների ճշգրտությունների փոխադարձ համապատասխանությամբ,
- քոմպյութերային մոդելավորման սխտեմատիկ սխալանքի և մոդելավորման արդյունքների որոշման պատահական սխալանքի համապատասխանությամբ:

Ընդհանուր դեպքում, մոդելի բարդությունը որոշվում է նրա կառուցման վրա ծախսվող ժամանակով, կոնկրետ էՀՄ-ով մոդելի իրացման համար անհրաժեշտ հիշողության ծավալով և մեքենայական ժամանակով: Ընդ որում, մեքենայական ժամանակի շահումը ստացվում է մոդելը բլոկների տրոհման դեպքում հնարավոր տարբերակների համեմատական գնահատման արդյունքում: Այստեղից էլ բխում է համակարգի գործունեության ցուցանիշների տարբերության գնահատմամբ *համակարգի մրցակցող տարբերակների զուգահեռ մոդելավորման (3-րդ կանոնը)*:

1 և 2 կանոնների գործնական կիրառումը հնարավոր է միայն *մոդելի տարրերի հավաքածուի բավարարության (4-րդ կանոնի)* պահպանման դեպքում, որը հնարավորություն է տալիս ապահովել համակարգի ճկունությունը և մոդելի մրցակցող տարբերակների բավարար բազմազանությունը:

Մոդելավորման կարևոր կանոններից է *մոդելի ակներևության ապահովումը (5-րդ կանոն)*, որը հնարավորություն է տալիս հետազոտողին և օգտվողին գործածել մոդելավորվող համակարգի վերաբերյալ նրանց համար հասկանալի ու սովորական դարձած պատկերացումները: Այս կանոնի կիրառումը, ինչը անհրաժեշտաբար հանգեցնում է մոդելի բլոկային ներկայացմանը, թույլ է տալիս խուսափել մոդելավորման ընթացքում հանդիպող շատ սխալներից և օժանդակում է արդյունքների ճիշտ մեկնաբանմանը: Ընդ որում, մոդելը բլոկների բաժանման դեպքում հնարավորինս պետք է նվազեցնել միջբլոկային կա-

պերի քանակը՝ ապահովելով բլոկների միջև ինֆորմացիայի նվազագույն փոխանակումը (6-րդ կանոնը):

Մոդելավորման ընթացքում մոդելի պարզեցման նպատակով նպատակահարմար է հեռացնել մոդելավորման արդյունքների մեկնաբանման չափանիշի տեսանկյունից ոչ էական համարվող բլոկները (մոդելավորման 7-րդ կանոն)՝ կիրառելով դրանց հեռացման հայտնի եղանակները [1]:

Համակարգի մոդելի կառուցման բարդության հաղթահարման նպատակով նպատակահարմար է կիրառել բազմամակարդակ հիերարխիկ նկարագրության հայեցակարգը: Այն նկարագրության պարզեցմանը զուգընթաց, հնարավորություն է ընձեռում մոդելավորման տարբեր մակարդակներում լուծել գործնական խնդիրներ:

Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ դիտարկված էվրիստիկական կանոնները և եղանակները տալիս են համակարգի մոդելի կառուցման և իրականացման ընդհանուր սխեման: Ուստի, դրանց կիրառման անհրաժեշտությունը և արդյունավետությունը յուրաքանչյուր կոնկրետ դեպքում պայմանավորված է մոդելավորվող համակարգի բարդությամբ, առանձնահատկություններով և մոդելավորման նպատակներով:

9.2. ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՄՇԱԿՄԱՆ ԵՎ ԿՈՒՎԱՐՄԱՆ ԻՐԱԿԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ինչպես նշվել է, համակարգի մոդելավորումը կիրառվում է ինֆորմացիայի մշակման և կառավարման ԱՅ-երի նախագծման, մշակման, ներդրման և շահագործման փուլերում: Հատկապես մեծ է մոդելավորման դերը տարբեր մակարդակների ԱՅ-երի ինֆորմացիոն, մաթեմատիկական, ծրագրային, տեխնիկական և կազմակերպական ապահովման մշակման գործում:

Քննարկենք ինֆորմացիայի մշակման և կառավարման իրական ժամանակի համակարգերի մոդելավորման առանձնահատկությունները: Այդպիսի համակարգերի դասին են պատկանում հակաօդային պաշտպանության, ճկուն ավտոմատացված արտադրական և այլ համակարգերը, որտեղ տեղային քոմփյուտերային ցանցերի միջոցով իրական ժամանակի մասշտաբում իրականացվում է համակարգի առանձին հանգույցների, ագրեգատների, ռոբոտատեխնիկական համալիրների անմիջական կառավարման համար անհրաժեշտ ինֆորմացիայի մշակումը: Այդպիսի օբյեկտների կառավարման համակարգերի մշակման դեպքում սովորաբար բացակայում է նրանց աշխատանքի պայմանների վերաբերյալ ապրիոր (նախնական) ինֆորմացիան, ուստի՝ նման օբյեկտների համար առավել նպատակահարմար է կառավարման հար-

մարվող (ադապտիվ) համակարգերի մշակումը: Հարմարվողունակություն (ադապտացիա) ասելով հասկանում ենք համակարգի օպտիմալ վիճակ կամ վարք ապահովելու նպատակով նրա կառուցվածքի, կառավարման ալգորիթմների և պարամետրերի նպատակաուղղված փոփոխություն իրականացնելու հատկությունը՝ արտաքին միջավայրի հետ փոխգործողության, համակարգի գործունեության փոփոխվող պայմանների և սկզբնական անորոշության դեպքում: Հարմարվելու բնորոշ առանձնահատկությունը համակարգի գործունեության որակի բարձրացման նպատակով արտաքին միջավայրի և նրա գործունեության գործընթացի վերաբերյալ ընթացիկ ինֆորմացիայի կուտակումն է:

Հարմարվողունակությունը օգտագործվում է անորոշության պայմաններում ուսուցում և ինքնուսուցում կազմակերպելու համար՝ համակարգի վիճակների և բնութագրերի վերաբերյալ նրա օպտիմալ կառավարման համար անհրաժեշտ ինֆորմացիա ստանալու նպատակով:

Ակնհայտ է, որ ինֆորմացիայի ընթացիկ կուտակումը ժամանակի ծախսի պատճառով ուշացնում է կառավարող վճիռների կայացումը, ինչը էականորեն նվազեցնում է իրական ժամանակի մասշտաբում կառավարման համակարգի աշխատանքի արդյունավետությունը: Այդ պատճառով հարմարվողունակ կառավարման նպատակով համակարգի և արտաքին միջավայրի վիճակների ու վարքի կանխատեսումը կարևոր խնդիր է համարվում: Կառավարման համակարգում նման կանխատեսումը կարող է իրականացվել ժամանակի իրական մասշտաբում մոդելավորման մեթոդների կիրառությամբ: Այս դեպքում, ի տարբերություն համակարգերի մշակման և նախագծման փուլերում մոդելավորման կիրառությանը, խիստ սահմանափակումներ են դրվում մոդելավորման ժամանակամիջոցի վրա:

Քննարկենք համակարգի և արտաքին միջավայրի վարքի կանխատեսման նպատակով քոմփյուերային մոդելավորման կիրառման առանձնահատկությունները:

Համակարգի կառավարման համար անհրաժեշտ է ունենալ ինֆորմացիա կամ համակարգի և արտաքին միջավայրի վիճակների, կամ էլ արտաքին միջավայրի և համակարգի փոխգործողության պարագայում վերջինի ելքային բնութագրերի (վարքի) վերաբերյալ:

Կախված նրանից, թե ո՞ր ինֆորմացիան է օգտագործվելու կառավարման նպատակով, որոշվում է մոդելավորման նպատակը: Մի դեպքում անհրաժեշտ է կանխատեսման τ_k ժամանակահատվածի համար մոդելավորման միջոցով գնահատել համակարգի $z_i \in Z_i (i = \overline{1, n})$ վիճակների փոփոխությունը (այդպիսի մոդելավորումը կոչվում է իրավիճակային), մյուս դեպքում մոդելավորման $(0, t_k)$ ժամանակահատվածում

անհրաժեշտ է գնահատել համակարգի $y_i \in Y_i (i = \overline{1, k})$ ելքային բնութագրերը կամ վարքը (այդպիսի մոդելավորումը կոչվում է վարքային):

Այսպիսով, իրավիճակային մոդելավորման նպատակը համակարգի $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t))$ վիճակի վեկտորի կանխատեսումն է, իսկ վարքային մոդելավորման նպատակը՝ $y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_k(t))$ ելքային վեկտորի գնահատումը: Օրինակ, ՁԱՀ-ի իրավիճակային մոդելավորման դեպքում անհրաժեշտ է կանխատեսել նրա վիճակը բնութագրող մեծությունները՝ հերթում հայտերի քանակը, զբաղված ուղիների թիվը և այլն, իսկ վարքային մոդելավորման դեպքում անհրաժեշտ է գնահատել ՁԱՀ-ի ելքային բնութագրերը՝ հայտի սպասարկման հավանականությունը, հերթում հայտի սպասման տևողությունը և այլն:

Իրական ժամանակում համակարգի կառավարման նպատակով մոդելավորման կիրառման մյուս առանձնահատկությունը օգտագործվող հաշվողական տեխնիկայի բնութագրերի (հիմնականում արագագործության և հիշողության) վրա դրվող էական սահմանափակումներն են:

Նշված առանձնահատկությունը պայմանավորվում է նրանով, որ իրավիճակի կամ վարքի կանխատեսման անհրաժեշտ ճշգրտության և հավաստիության ապահովման համար պահանջվում է նմանակային մոդելի մեծ թվով իրացումներ, ինչը, բնականաբար, պահանջում է մոդելավորման մեծ տևողություն: Այդ պատճառով ելնելով կառավարվող գործընթացի փոփոխման արագությունից և օգտագործվող հաշվողական տեխնիկայի արագագործությունից՝ անհրաժեշտ է գտնել բանական փոխզիջում մոդելի իրացումների թվի ու արդյունքների ճշգրտության և հավաստիության միջև: Այս հիմնահարցի լուծումը կախված է մոդելավորող ալգորիթի կառուցման սկզբունքի ճիշտ ընտրությունից, որի շնորհիվ կարելի է հնարավորինս նվազեցնել մոդելի մեկ իրացման տևողությունը: Այն կարելի է կրճատել նաև ընդհանուր նշանակության կամ նմանակային մոդելավորման լեզուների փոխարեն ցածր մակարդակի ծրագրավորման լեզուների օգտագործման միջոցով: Դրանց կիրառությունը, թեպետ բարդացնում է նմանակային ծրագրի կազմումը, այդուհանդերձ, հնարավորություն է տալիս ապահովել ժամանակի իրական մասշտաբում մոդելավորման պահանջվող արագագործությունը:

Հարկ է նշել, որ վերոնշյալ առանձնահատկությունների առկայության պարագայում լիովին պահպանվում են ժամանակի իրական մասշտաբում կառավարման նպատակով օգտագործվող քոմփյուտերային մոդելավորման մեթոդաբանությունը և ընդհանուր սկզբունքները :

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Մաթեմատիկական մոդելավորումը համակարգերի գործունեության հետազոտման և արդյունավետության գնահատման հզորագույն համապիտանի մեթոդ է, որը լայն կիրառություն է գտել գիտության, տեխնիկայի և մարդկային գործունեության ամենատարբեր ոլորտներում: Հատկապես լայն տարածում է գտել քոմպյուտերային (նմանակային) մոդելավորումը, որը վերջին 50 տարում տարբեր վերլուծական խնդիրների թվային լուծումների ստացման գործիքից վերածվել է բարդ կամ մեծ համակարգերի, այդ թվում ինֆորմացիայի մշակման և կառավարման ավտոմատացված համակարգերի (ԱՀ) հետազոտման և նախագծման հզոր մեթոդի: Քոմպյուտերային մոդելների ընդգրկումը SU և ԿԱՀ-երի կազմում հնարավորություն է տալիս լուծել պլանավորման, կառավարման, կանխատեսման և այլ խնդիրներ:

Մոդելավորումն օգտագործվում է ԱՀ-երի հետազոտման, նախագծման, մշակման և շահագործման բոլոր փուլերում՝ վերացարկման տարբեր մակարդակներում տարրերի և ամբողջությամբ վերցրած համակարգի գործունեության հետազոտման նպատակով:

Ժամանակակից բազմապրոցեսորանոց քոմպյուտերները, քոմպյուտերային համակարգերը (կլաստերները) և նմանակային մոդելավորման ծրագրային արդիական միջոցները հնարավորություն են ընձեռում ուսումնասիրել ցանկացած բարդության համակարգերը՝ հաշվի առնելով փոփոխականների միջև տարաբնույթ կախվածությունները և բազմաթիվ պատահական գործոնների ազդեցությունը: Հատկապես արդյունավետ է մասնագետների լայն շրջանին մատչելի այնպիսի ծրագրային միջոցների կիրառությունը, ինչպիսիք են SIMULINK (MATLAB-ի կազմում), LabVIEW, Anylogic, WINDOWS միջավայրում գործող GPSS WORLD և այլ հարմարավետ ու համապիտանի մոդելավորման համակարգեր:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ուիսթրի Բ., Բեյսեյս Ու.Ա. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (3-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 2001.-
2. Ուիսթրի Բ., Բեյսեյս Ու.Ա. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 2005.-295թ.
3. Էնթոնի Բ., Էրիկ Բ. Էնթոնի Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ CS (3-րդ հրատարակում)։ - Ուիսթրի Բ., Բեյսեյս Ու.Ա. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 392
4. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
5. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
6. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
7. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
8. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
9. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
10. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
11. Բալասանյան Ս.Շ. ՀՀ և ԽՍՀՄ-ի մաթեմատիկական հիմունքներ։ Կիրառական մաթեմատիկական հիմունքներ և հավանականացման գործընթացներ։ Դասախոսությունների տեքստ. - Երևան, ՀԴԴՀ, 2003թ.-70 էջ
12. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
13. Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ., Բեյսեյս Բ. Ինտերնետի մասին հետազոտություններ (2-րդ հրատարակում)։ - Ինտերնետի մասին հետազոտություններ, 1987.- 239թ.
14. Բալասանյան Ս.Շ. Համակարգերի մոդելավորում. Մաս-1. Ուսումնական ձեռնարկ.-Երևան, ՀԴԴՀ, 2007թ.-104 էջ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Նախաբան	3
Ներածություն	4
Գաղափար մոդելավորման մասին: Մոդելավորումը որպես գիտական ճանաչողության միջոց	5
Մոդելավորման կիրառումը ավտոմատացված համակարգերի մշակման և շահագործման փուլերում	8
ԲԱԺԻՆ 1. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴԱԲԱՆԱԿԱՆ ԵՎ ՏԵՍԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ	11
1.1 Մաթեմատիկական մոդելավորման էությունը	11
1.2. Համակարգերի մոդելավորման հիմնական հասկացությունները և սահմանումները	12
1.3. Համակարգային մոտեցման սկզբունքների կիրառությունը համակարգերի մոդելավորման դեպքում	14
1.4. Բարդ համակարգերի մոդելավորման սկզբունքները	15
1.5. Մաթեմատիկական մոդելների դասակարգումը	19
1.5.1 Մաթեմատիկական մոդելի ընդհանուր տեսքը	19
1.5.2 Մաթեմատիկական մոդելների տեսակները	21
1.6. Քոմփյուտերային մոդելավորման նպատակահարմարությունը և կիրառման արդյունավետության չափանիշները	23
ԲԱԺԻՆ 2. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՓՈԼԵՐԸ	26
2.1. Մոդելավորվող օբյեկտի ուսումնասիրությունը	26
2.2. Օբյեկտի գործունեության բառացի նկարագրությունը	28
2.3. Օբյեկտի գործունեության ձևայնացված սխեմայի կառուցումը	28
2.4. Օբյեկտի մաթեմատիկական մոդելի կառուցումը	30
2.5. Մոդելի և օբյեկտի համարժեքության գնահատումը	30
2.6. Մոդելի օգտագործումը կամ հետազոտումը	36
ԲԱԺԻՆ 3. ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐԸ	38
3.1. Ստատիկական (ռեգրեսիոն) սխեմաներ	39
3.1.1. Առաջին կարգի գծային բազմաչափ մոդելի կառուցումը	39
3.1.2. Չափակարգված փոփոխականներով ռեգրեսիոն մոդելի կառուցումը	43
3.1.3. Ռեգրեսիոն մոդելի համարժեքության և ճշգրտության գնահատումը	49
3.1.4. Ռեգրեսիոն մոդելի վիճակագրական նշանակալիության ստուգումը	55
3.1.5. Բարձր կարգի և ոչ գծային ռեգրեսիոն մոդելների կառուցումը	59
3.1.6. Լավագույն ռեգրեսիոն մոդելի ընտրման մեթոդները	60
3.2. Անընդհատ դետերմինացված սխեմաներ	66
3.3. Ընդհատ դետերմինացված սխեմաներ	70

3.3.1. Վերջավոր ավտոմատներ	70
3.3.2. Վերջավոր տարբերության մոդելներ	73
3.4. Ընդհատ հավանականային սխեմաներ	77
3.4.1. Հավանականային ավտոմատ	78
3.4.2. Ընդհատ ժամանակով մարկովյան մոդելներ	80
3.5. Անընդհատ հավանականային սխեմաներ	83
3.5.1. Անընդհատ ժամանակով մարկովյան մոդելներ	83
3.5.2. Չանգվածային սպասարկման համակարգեր	86
3.6. Ընդհանրացված մաթեմատիկական սխեմա (ազդեցատ)	92
3.7. Համակարգում տարրերի լծորդման մաթեմատիկական մոդել	98
ԲԱԺԻՆ 4. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒՄ ԵՎ ԻՐԱԿԱՆՑՈՒՄ	102
4.1. Գաղափար նմանակային մոդելավորման մասին	102
4.2. Համակարգի գործունեության գործընթացի ձևայնացում և ալգորիթմացում	104
4.2.1. Մոդելավորվող համակարգի հետազոտում և նրա բովանդակային նկարագրության կազմում	104
4.2.2. Համակարգի գործունեության գործընթացի ձևայնացում	105
4.2.3 Մոդելի ալգորիթմացում և մեքենայական իրականացում	106
4.2.4 Մոդելի համարժեքության ստուգում	111
4.2.5 Մոդելի օգնությամբ մեքենայական գիտափորձերի անցկացում և արդյունքների մեկնաբանում	113
ԲԱԺԻՆ 5. ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ԱՋՊԱԿՆԵՐԻ ՆՄԱՆԱԿՈՒՄԸ	115
5.1 Հենքային պատահական թվերի ստացման եղանակները	115
5.2 Պատահականության խաղարկման նմանակային մոդելավորումը ԷՅՄ-ով	122
5.3 Պատահական մեծությունների իրացումների ձևավորման մեթոդները	128
5.3.1 Հակադարձ ֆունկցիայի մեթոդ	128
5.3.2 Խտության ֆունկցիայի մոտարկման վրա հիմնված մեթոդ	131
5.3.3. Պատահական թվերի ձևավորման ոչ համապիտանի մեթոդներ	134
5.4 Պատահական մեծությունների իրացումների ձևավորման ալգորիթմները	135
5.4.1 Հավասարաչափ բաշխված պատահական թվերի ձևավորումը	135
5.4.2 Ցուցչային բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորում	136
5.4.3 Վեյբուլի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը	139
5.4.4 Էռլանգի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը	141
5.4.5 Նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը	142
5.4.6 Լոգարիթմական-նորմալ բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը	147
5.4.7 Պուասոնի բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը	150
5.4.8 Բինոմական բաշխում ունեցող պատահական թվերի ձևավորումը	153
5.5 Պատահական վեկտորների, ֆունկցիաների և գործընթացների նմանակային մոդելավորում	155

ԲԱԺԻՆ 6.ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՐԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԾՐԱԳՐԱՅԻՆ ՄԻՋՈՑՆԵՐԸ	161
6.1 Նմանակային մոդելավորման լեզուները և նրանց դասակարգումը	161
6.2 GPSS WORLD նմանակային մոդելավորման համակարգը	165
6.2.1 GPSS World մոդելավորման համակարգի կառուցման հիմունքները	165
6.2.2 GPSS նմանակային մոդելավորման լեզվի օբյեկտները	166
6.2.3 Բլոկ-դիագրամի տեսքով նմանակային մոդելի ներկայացումը	173
ԲԱԺԻՆ 7. ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՐԵԼԻ ՎՐԱ ԳԻՏԱԺՈՐՁԵՐԻ ՊԼԱՆԱՎՈՐՈՒՄ ԵՎ ԱՆՑԿԱՑՈՒՄ	177
7.1 Նմանակային մոդելավորման ընթացքում տվյալների արձանագրում, արդյունքների մշակում	177
7.2 Վիճակագրական մոդելավորման ճշգրտության և անհրաժեշտ իրացումների քանակի գնահատումը	180
7.3. Մեքենայական գիտափորձերի առանձնահատկությունները և տեսակները	186
7.4 Ստրատեգիական պլանավորում	189
7.5 Մեքենայական գիտափորձերի տակտիկական պլանավորում	192
ԲԱԺԻՆ 8. ՏԻՊԱՅԻՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅԱՄԲ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՐԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒՄԸ	197
8.1 Համասեռ մարկովյան գործընթացի նմանակումը	196
8.2 Զանգվածային սպասարկման համակարգի գործունեության մոդելավորումը ԷՅՄ-ով	200
8.2.1 ՁՄՀ-ի մոդելավորող ալգորիթմի կառուցումը և աշխատանքը	200
8.2.2 ՁՄՀ-ի նմանակային մոդելի համարժեքության և պիտանիության ստուգումը	207
8.3 Ագրեգատի գործունեության գործընթացի նմանակումը ԷՅՄ-ով	209
ԲԱԺԻՆ 9. ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՍՈՐԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ	214
9.1 ԱՅ-երի մոդելների կառուցման և իրականացման ընդհանուր սկզբունքները	214
9.2 Ինֆորմացիայի մշակման և կառավարման իրական ժամանակի համակարգերի մոդելավորման առանձնահատկությունները	216
Ամփոփում	219
Գրականություն	220

Պատվեր՝ 221

Տպաքանակ՝ 200

*Տպագրված է Հայաստանի Պետական Ծարտարագիտական
Համալսարանի տպարանում*

Երևան, Տեղյան 105