

**ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ԳԱՐՏԱՐԱԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿ)**

Ֆիզիկայի ամբիոն

Ռ.Հովհաննիսյան, Ա.Սահակյան, Ռ.Մովսեսյան

**ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՖԻԶԻԿԱ
ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ՖԻԶԻԿԱ ԵՎ
ԶԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱ**

**ՀԱՄԱՌՈՏ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ
ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐ**

Ուսումնական ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆ
ԳԱՐՏԱՐԱԳԵՏ
2013

ՀՏԴ 53 (07)
ԳՄԴ 22.3 ց7
Հ 854

*Հրատարակվում է Հայաստանի պետական
ճարտարագիտական համալսարանի
22.12.2011թ. գիտական խորհրդի նիստում
հաստատված 2012թ. հրատարակչական
պլանի համաձայն*

Գրախոսներ՝ Ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր՝ **Վ. Չալտիկյան**
Ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր,
ԳԱԱ թղթակից անդամ՝
Ա.Կիրակոսյան

Հովհաննիսյան Ռ.

**Հ 854 Ընդհանուր ֆիզիկա. Մոլեկուլային ֆիզիկա և ջերմադինամիկա.
Համառոտ տեսություն և խնդիրներ լուծումներով:** Ուսումնական
ծեռնարկ/ Ռ.Հովհաննիսյան, Ա.Սահակյան, Ռ.Մովսեսյան; ԴՊԵՀ.- Եր.:
Ճարտարագետ, 2013.-140 էջ:

Ձեռնարկի նպատակն է ծանոթացնելով ուսանողներին ֆիզիկայի հիմնական
օրենքներին և գաղափարներին՝ ցույց տալ դրանք գործնականում՝ խնդիրների լուծման
ժամանակ, կիրառելու եղանակները: Ձեռնարկը պարունակում է ֆիզիկայի մոլեկուլային
ֆիզիկա և ջերմադինամիկա բաժնի ինչպես միջին բարդության, այնպես էլ բարդ
խնդիրներ՝ իրենց մանրամասն լուծումներով:

Ուսումնական ձեռնարկը գրված է ֆիզիկայի դասընթացի գործող ծրագրին
համապատասխան:

Նախատեսված է ԴՊԵՀ-ի բոլոր դեպարտամենտների ուսանողների համար:

ՀՏԴ 53 (07)
ԳՄԴ 22.3 ց7

ISBN 978-9939-55-931-5

© ԵԱՐՏԱՐԱԳԵՏ 2013
© Հովհաննիսյան Ռ. 2013
© Սահակյան Ա. 2013
© Մովսեսյան Ռ. 2013

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ուսումնական ձեռնարկը պարունակում է ֆիզիկայի «մոլեկուլային ֆիզիկա և ջերմադինամիկա» բաժնի տեսական մասի համառոտ շարադրում, ինչպես նաև ֆիզիկայի մոլեկուլային ֆիզիկա և ջերմադինամիկա բաժնի տիպական խնդիրներ, ինչպես միջին բարդության, այնպես էլ բավականին բարդ՝ իրենց մանրամասն գծագրերով և լուծումներով: Աշխատելով այս ձեռնարկով՝ ուսանողը ձեռք կբերի բազմազան խնդիրներ լուծելու հմտություն և դրանով իսկ հնարավորություն կստանա ինքնուրույն լուծել նմանատիպ խնդիրներ, որն իր հերթին թույլ կտա նրան խորությամբ հասկանալ ֆիզիկական երևույթները և դրանք նկարագրող օրենքները:

Չեղիմակներն իրենց խորին շնորհակալությունն են հայտնում ՅՊԵՀ-ի ֆիզիկայի ամբիոնի դոցենտներ Ն. Իսախրյանին և Ա.Միրզոյանին, ում բարյացական դիտողությունները և մասնագիտական քննարկումներն էապես նպաստել են շարադրանքի միասնականության և մատչելիության բարձրացմանը: Հատուկ երախտագիտություն ենք հայտնում ֆիզ.մաթ.գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ա. Կիրակոսյանին և ֆիզ.մաթ.գիտ. դոկտոր՝ Վ. Զալտիկյանին, ձեռնարկը գրախոսելու և տեղին արված դիտողությունների համար:

1. ԻՂԵԱԼԱԿԱՆ ԳԱՋԵՐԻ ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ-ԿԻՆԵՏԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

1.1. Հետազոտման վիճակագրական և ջերմադինամիկական եղանակները

Մոլեկուլային ֆիզիկան և ջերմադինամիկան ֆիզիկայի այն բաժիններն են, որոնցում ուսումնասիրվում են մակրոսկոպական մարմինների հատկությունները՝ կախված նրանց կառուցվածքից, մարմինը կազմող մասնիկների միջև եղած փոխազդեցություններից և այդ մասնիկների շարժման բնույթից:

Մոլեկուլների անկանոն շարժման և միմյանց հետ տեղի ունեցող պատահական բախումների պատճառով անիմաստ է դառնում մեխանիկայի հիմնական խնդրի ոչ միայն լուծելը առանձին մոլեկուլի համար, այլև անգամ այդ խնդիրն առաջադրելը: Հետևաբար անօգուտ է կիրառել մեխանիկայի օրենքները (նկարագրման դինամիկական եղանակը) շատ մեծ թվով մոլեկուլներից կազմված համակարգերի համար):

Մակրոսկոպական համակարգերի այն ֆիզիկական հատկությունները հետազոտելու համար, որոնք պայմանավորված են այդ համակարգերում պարունակվող ատոմների և մոլեկուլների

հսկայական թվով, կիրառում են որակապես տարբեր և միմյանց լրացնող երկու եղանակ, դրանք են՝ վիճակագրական (կամ մոլեկուլային-կինետիկ) և ջերմադինամիկական եղանակները:

Վիճակագրական եղանակ: Քանի որ մեծ թվով մասնիկներից կազմված համակարգերում գործում են վիճակագրական օրենքները, հետևաբար դրանք թույլ են տալիս մակրոսկոպական համակարգերի ֆիզիկական հատկությունների ուսումնասիրությանը մոտենալ առանձին մոլեկուլը բնութագրող ֆիզիկական մեծությունների միջինացված արժեքների տեսանկյունից:

Այս եղանակն ընկած է մոլեկուլային ֆիզիկայի, այսինքն ֆիզիկայի այն բաժնի հիմքում, որն ուսումնասիրում է նյութի կառուցվածքը և հատկությունները՝ ելեմենտ մոլեկուլային-կինետիկ պատկերացումներից, որոնք հիմնված են այն փաստի վրա, որ բոլոր մարմինները կազմված են անընդհատ քառային շարժման մեջ գտնվող ատոմներից, մոլեկուլներից կամ իոններից:

Այսուհետև “մոլեկուլ” ասելով նկատի կունենանք նյութի տվյալ տեսակը կազմող փոքրագույն կառուցվածքային միավորը (տարրը):

Ջերմադինամիկական եղանակ - այս եղանակը թույլ է տալիս հետազոտել շատ մեծ թվով մասնիկներից կազմված համակարգերի ֆիզիկական հատկությունները՝ ներմուծելով այնպիսի մակրոսկոպական պարամետրեր, ինչպիսիք են, օրինակ, ճնշումը, ծավալը, ջերմաստիճանը: Ջերմադինամիկական եղանակի հիմքում ընկած են մի քանի հիմնարար օրենքներ, որոնք իրենց ձևակերպումն են ստացել բազմաթիվ փորձնական տվյալների ընդհանրացման հիման վրա, այդ իսկ պատճառով կրում են շատ ընդհանուր բնույթ: Կարևոր է, որ այս եղանակը հաշվի չի առնում ուսումնասիրվող համակարգի ներքին կառուցվածքը և առանձին մասնիկների շարժման բնույթը:

Այս եղանակն ընկած է ջերմադինամիկայի, այսինքն՝ ֆիզիկայի այն բաժնի հիմքում, որն ուսումնասիրում է ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում գտնվող կամ այդ վիճակների միջև անցումներ կատարող մակրոսկոպական համակարգերի ընդհանուր հատկությունները:

1.2. Ջերմադինամիկական համակարգ

Ջերմադինամիկան դիտարկում է ջերմադինամիկական համակարգ, որն ինչպես միմյանց, այնպես էլ ուրիշ մարմինների հետ

(արտաքին միջավայրի հետ) փոխազդող և էներգիա փոխանակող մակրոսկոպական մարմինների մի համախումբ է:

Այն ջերմադինամիկական համակարգերը, որոնք չեն փոխանակում արտաքին միջավայրի հետ ո՛չ էներգիա, ո՛չ նյութ կոչվում են **փակ**:

Ջերմադինամիկական եղանակի խնդիրներից մեկն է՝ որոշել ջերմադինամիկական համակարգի **վիճակը**:

Համակարգի վիճակը տրվում է **ջերմադինամիկական պարամետրերով (վիճակի պարամետրերով)**՝ ջերմադինամիկական համակարգի հատկությունները բնութագրող ֆիզիկական մեծությունների համախմբով: Սովորաբար որպես վիճակի պարամետրեր ընտրում են **ջերմաստիճանը, ծնշումը և ժավալը**:

Համակարգի վիճակի պարամետրերը կարող են **փոփոխվել**: Ջերմադինամիկական համակարգի ցանկացած **փոփոխություն**, որը պայմանավորված է նրա ջերմադինամիկական պարամետրերից առնվազն մեկի փոփոխությամբ, կոչվում է **ջերմադինամիկական պրոցես**: Եթե տրված համակարգի համար **արտաքին** պայմանները **չեն փոփոխվում և համակարգի վիճակը ժամանակի ընթացքում չի փոխվում**, ապա այդպիսի համակարգը գտնվում է **ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում**: **Ջերմադինամիկական հավասարակշռությունը ջերմային շարժման հատուկ ձև է, երբ համակարգը նկարագրող մակրոսկոպական պարամետրերը նույնն են նրա բոլոր կետերում**:

Խախտված ջերմային հավասարակշռությունը վերականգնվում է որոշ ժամանակ անց՝ համակարգի մասնիկների ջերմային շարժման արդյունքում, և գազի մակրոսկոպական պարամետրերը ընդունում են նոր արժեքներ, որոնք համակարգի բոլոր մասերի համար նույնն են: Խախտված ջերմային հավասարակշռության վիճակից հավասարակշիռ վիճակին անցնելու պրոցեսը կոչվում է **ռելաքսացիա**, իսկ այդ անցման ժամանակը՝ **ռելաքսացիայի ժամանակ**:

Մակրոսկոպական պարամետրերի անվերջ դանդաղ փոփոխման դեպքում ջերմադինամիկական համակարգը հաջորդաբար անցնում է մի հավասարակշռության վիճակից մյուսին: Այս **անվերջ դանդաղ ընթացող պրոցեսները**, որոնք կարելի է ներկայացնել որպես իրար անվերջ մոտ հավասարակշիռ վիճակների միջև անընդհատ անցումների հաջորդականություն, կոչվում են **հավասարակշիռ կամ քվադիստատիկ պրոցեսներ**:

1.3. Ջերմաստիճան

Ֆիզիկայում կարևորագույն դեր կատարող հիմնական հասկացություններից մեկը **ջերմաստիճանն է**։ Դրա սահմանումը հիմնվում է ջերմային հավասարակշռության գաղափարի վրա։

Համաձայն մոլեկուլային-կինետիկ տեսության՝ ջերմաստիճանը մակրոսկոպական մարմիններում մոլեկուլների քառասային շարժման միջին կինետիկ էներգիայի չափն է։ Ջերմաստիճանի գաղափարը կիրառելի է միայն մակրոսկոպական համակարգերի համար և կիրառելի չէ առանձին մոլեկուլների նկատմամբ։

Ջերմաստիճանը - ֆիզիկական մեծություն է, որը բնութագրում է մակրոսկոպական համակարգի ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակը և որոշում է ջերմափոխանակության ուղղությունը մարմինների միջև։

Ներկայումս օգտագործում են հիմնականում ջերմաստիճանային երկու սանդղակ։

Ցելսիուսի սանդղակ - այն աստիճանավորված է Ցելսիուսի աստիճաններով ($^{\circ}\text{C}$) ըստ երկու **ռեպերային կետերի**՝ հալվող սառույցի և ջրի եռման ջերմաստիճանների, $1,013\text{q}10^5\text{Պա}$ (նորմալ մթնոլորտային) ճնշման դեպքում, որոնք ընդունվում են համապատասխանաբար որպես 0°C և 100°C ։

Ջերմադինամիկական ջերմաստիճանային սանդղակ (Կելվինի սանդղակ), -այն աստիճանավորված է Կելվինի աստիճաններով ($^{\circ}\text{K}$) ըստ մեկ **ռեպերային կետի**՝ **ջրի եռակի կետի** - այն ջերմաստիճանի, որում սառույցը, ջուրը և հազեցած գոլորշին, 609Պա ճնշման տակ, գտնվում են ջերմադինամիկական հավասարակշռության մեջ։ Այդ կետի ջերմաստիճանը ըստ տրված սանդղակի $273,16^{\circ}\text{K}$ է։ $T = 0^{\circ}\text{K}$ ջերմաստիճանը կոչվում է **Կելվինի զրո կամ բացարձակ զրո**։

Ջերմադինամիկական ջերմաստիճանը (T) և ջերմաստիճանն ըստ Ցելսիուսի սանդղակի (t) կապված են միմյանց հետ հետևյալ առնչությամբ

$$T = 273,15 + t :$$

Նորմալ պայմաններն են՝

$$T_0 = 273,15\text{K} = 0^{\circ}\text{C}, \quad p_0 = 101325\text{Պա} :$$

1.4. Իդեալական գազ: Մոլեկուլային-կինետիկ տեսության հիմնական դրույթները:

Նյութի կառուցվածքի մոլեկուլային-կինետիկ տեսության հիմքում ընկած են հետևյալ երեք դրույթները.

- 1) նյութը կազմված է մասնիկներից՝ ատոմներից և մոլեկուլներից
- 2) ատոմները և մոլեկուլները անընդհատ, քառսային (ջերմային) շարժման մեջ են,
- 3) նյութի մասնիկները փոխազդում են միմյանց հետ: Ատոմներն ու մոլեկուլները դիտում են որպես ներքին կառուցվածքից զուրկ, ավելի փոքր մասերի չբաժանվող մասնիկներ:

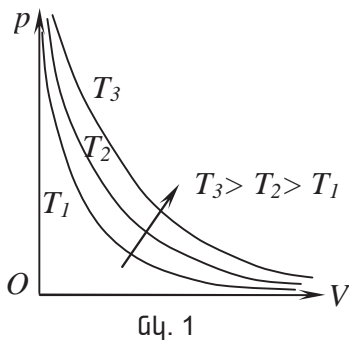
Գազը կոչվում է իդեալական, եթե.

- 1) գազի մոլեկուլների սեփական ծավալը կարելի է անտեսել այն անոթի ծավալի համեմատ, որում գտնվում է գազը,
- 2) փոխազդեցությունը գազի մոլեկուլների միջև դրսևորվում է միայն բախումների տեսքով,
- 3) գազի մոլեկուլների բախումները միմյանց միջև և անոթի պատերի հետ բացարձակ առաձգական են:

Ելնելով վերը նշվածից՝ իդեալական գազը կարելի է դիտարկել որպես անկանոն շարժվող մոլեկուլ-գնդիկների համախումբ, որոնք ունեն արհամարհելի փոքր սեփական ծավալ և որոնք հեռավորության վրա միմյանց հետ չեն փոխազդում:

Իդեալական գազերի վարքը նկարագրում են, Բոյլ-Մարիոտի, Ավոգադրոյի, Դալտոնի, Գեյ-Լյուսակի և Շառլի օրենքները:

1.5. Բոյլ-Մարիոտի օրենքը:



Տրված m զանգվածով գազի համար հաստատուն T ջերմաստիճանում ընթացող պրոցեսում գազի p ճնշման և V ծավալի արտադրյալը հաստատուն մեծություն է

$$pV = \text{const},$$

երբ $T = \text{const}$ և $m = \text{const}$:

p -ի և V -ի միջև կախվածությունն արտահայտող կորը (Նկ.1), որը բնութագրում է գազի հատկությունները հաստատուն ջերմաստիճանի դեպքում,

կոչվում է **իզոթերմ**: Որքան ավելի բարձր ջերմաստիճանում է տեղի ունենում պրոցեսը, այնքան pV դիագրամի վրա ավելի բարձր է տեղադրված նրան համապատասխանող իզոթերմը՝ հիպերբոլը:

1.6. Ավոգադրոյի օրենքը

Նյութի քանակ (ν) է կոչվում այն ֆիզիկական մեծությունը, որը որոշվում է նյութը կազմող կառուցվածքային տարրերի՝ մոլեկուլների, ատոմների, իոնների որոշակի թվով:

Նյութի քանակի միավորն է՝ մոլը՝ նյութի այն քանակը, որը պարունակում է նույնքան կառուցվածքային տարրեր, որքան պարունակում է 0.012կգ ածխածնի ^{12}C իզոտոպը:

Տարբեր նյութերի 1 մոլ նյութի քանակը պարունակում է միևնույն թվով մոլեկուլներ՝ N_A , որը կոչվում է Ավոգադրոյի թիվ - $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ մոլ}^{-1}$:

Ավոգադրոյի օրենքը. ***կամայական գազերի մոլերը միևնույն ջերմաստիճանում և միևնույն ճնշման տակ զբաղեցնում են հավասար ծավալներ, մասնավորապես նորմալ պայմաններում՝***

$T = T_0 = 0^\circ\text{C}$, $p = p_0 = 10^5 \text{ Պա} = 1 \text{ մթն}$, այդ ծավալը (մոլյար ծավալը)

$V_\mu = 22.41 \cdot 10^{-3} \text{ մ}^3 / \text{մոլ}$ է:

Մոլային զանգված՝ $\mu = \frac{m}{\nu}$ - կոչվում է մեկ մոլ նյութի քանակի

զանգվածը: Հետևաբար մոլերի թիվը որոշվում է $\nu = \frac{m}{\mu}$ առնչությամբ:

Մոլային զանգվածի միավորն է՝ կգ/մոլ:

1.7. Դալտոնի օրենքը

Պարզիալ (մասնական, բաժնային) ճնշումը այն ճնշումն է, որը կգործադրեր գազային խառնուրդի մեջ մտնող գազերից յուրաքանչյուրը, եթե այն նույն ջերմաստիճանում, որում գտնվում է խառնուրդը, գրավեր խառնուրդի գրաված ծավալին հավասար ծավալ:

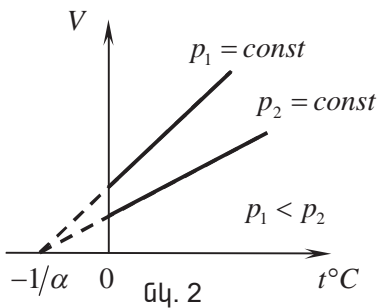
Դալտոնի օրենքը. իդեալական գազերի խառնուրդի ճնշումը հավասար է խառնուրդը կազմող գազերի բաժնային ճնշումների՝ p_1, p_2, \dots, p_n գումարին.

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n \text{ կամ } p = \sum_{i=1}^n p_i :$$

1.8. Քեյ-Լյուսակի օրենքը

Տրված m զանգվածով գազի V ծավալը, հաստատուն p ճնշման դեպքում ընթացող պրոցեսում կախված է t ջերմաստիճանից գծային օրենքով.

$$V = V_0(1 + \alpha t), \text{ երբ } p = \text{const}, \quad m = \text{const},$$

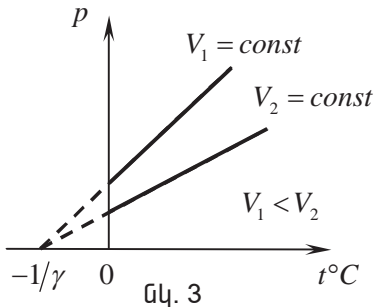


որտեղ $\alpha = \frac{1}{273^\circ\text{C}}$ -ն կոչվում է ծավալային ընդարձակման ջերմաստիճանային գործակից, V_0 -ն ծավալն է $t = 0^\circ\text{C}$ -ում:

Տրված զանգվածով գազում ընթացող այն պրոցեսը, որի ընթացքում ճնշումը մնում է հաստատուն, կոչվում է իզոբար պրոցես: (V, t) դիագրամի

վրա (նկ. 2) այդ պրոցեսն արտահայտվում է ուղիղ գծով, որը կոչվում է իզոբար:

1.9. Շառլի օրենքը



Տրված m զանգվածով գազի p ճնշումը հաստատուն V ծավալի դեպքում ընթացող պրոցեսում կախված է t ջերմաստիճանից գծային օրենքով.

$$p = p_0(1 + \gamma t),$$

երբ $V = \text{const}, \quad m = \text{const},$

որտեղ $\gamma = 1/273^\circ\text{C}$ կոչվում է ճնշման ջերմաստիճանային գործակից, p_0 -ն

ճնշումն է $t = 0^\circ\text{C}$ -ում:

Տրված զանգվածով գազում ընթացող այն պրոցեսը, որի ընթացքում ծավալը մնում է հաստատուն, կոչվում է իզոխոր պրոցես:

(p, t) դիագրամի վրա (նկ. 3) այդ պրոցեսն արտահայտվում է ուղիղ գծով, որը կոչվում է **իզոխոր**:

Որոշ դեպքերում հարմար է Ցելսիուսի սանդղակի (t) փոխարեն օգտագործել Կելվինի սանդղակը (T) , որում $T = 0^\circ\text{C}$ -ն համապատասխանում է -273°C -ին

$$T = t + 273$$

T -ն կոչվում է բացարձակ ջերմաստիճան:

Բացարձակ ջերմաստիճանային սանդղակում իզոպրոցեսների հավասարումներն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0 \alpha T,$$

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0 \alpha T,$$

որտեղից

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ կամ } \frac{V}{T} = \text{const}, \text{ երբ } p = \text{const}, \quad m = \text{const},$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \text{ կամ } \frac{p}{T} = \text{const}, \text{ երբ } V = \text{const}, \quad m = \text{const}:$$

Այստեղ 1 և 2 ինդեքսները վերաբերում են նույն իզոբարի կամ իզոխորի վրա գտնվող կամայական վիճակների:

1.10. Իդեալական գազի վիճակի հավասարումը

Ջերմադինամիկական համակարգի վիճակի հավասարում է կոչվում այն հավասարումը, որը կապ է հաստատում ջերմադինամիկական հավասարակշռության մեջ գտնվող համակարգի p ճնշման, V ծավալի և T ջերմաստիճանի միջև.

$$f(p, V, T) = 0,$$

որտեղ փոփոխականներից յուրաքանչյուրը ֆունկցիա է մյուս երկու փոփոխականներից:

Դիցուք գազի մի որոշակի զանգված գրավում է V_1 ծավալ, ունի p_1 ճնշում և գտնվում է T_1 ջերմաստիճանում: Ենթադրենք՝ այդ նույն զանգվածով գազը մեկ այլ կամայական վիճակում բնութագրվում

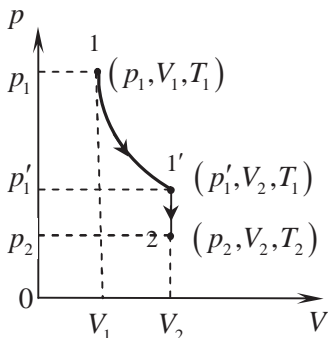
V_2, p_2, T_2 պարամետրերով և անցումը 1 վիճակից 2-ին իրագործվում է հաջորդաբար իզոթերմ ($1-1'$) և իզոխոր ($1'-2$) պրոցեսներով (նկ.4):

Համաձայն Բոյլ-Մարիոտի և Շառլի օրենքների

$$p_1 V_1 = p_1' V_2, \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} :$$

Արտաքսելով p' -ը՝ կստանանք **իդեալական գազի վիճակի հավասարումը**.

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{կամ} \quad \frac{pV}{T} = \text{const}, \quad m = \text{const} :$$



նկ. 4

Մասնավորապես նորմալ պայմաններում մեկ մոլ գազի համար $\frac{p_0 V_{0\mu}}{T_0}$ -հաստա-

տումը նշանակում են R -ով և անվանում **ունիվերսալ գազային հաստատուն**՝ $R = 8,31 \text{ Ջ/(մոլ} \cdot \text{Կ)}$:

m զանգվածով գազի վիճակի հավասարումն է

$$pV = \frac{m}{\mu} pV_\mu = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT ,$$

որը կոչվում է **Մենդելեև-Կլապեյրոնի հավասարում**:

Ներմուծելով $k = \frac{R}{N_{\text{Ա}}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Ջ}}{\text{Կ}}$ մեծությունը՝ Բոլցմանի

հաստատումը, **վիճակի հավասարումն** ընդունում է հետևյալ տեսքը

$$p = \frac{RT}{V_\mu} = \frac{k N_{\text{Ա}} T}{V_\mu} = nkT ,$$

որտեղ $n = \frac{N}{V} = \frac{N_{\text{Ա}}}{V_\mu}$ ՝ **մոլեկուլների կոնցենտրացիան** է՝ մոլեկուլների

թիվը միավոր ծավալում:

Այսպիսով,

- 1) իդեալական գազի **ճնշումը**, տրված ջերմաստիճանում **ուղիղ համեմատական է** նրա մոլեկուլների **կոնցենտրացիային**,
- 2) ջերմաստիճանի և ճնշման միևնույն արժեքների դեպքում տարբեր գազերի *միավոր ծավալում* պարունակվում են **միևնույն քանակությամբ մոլեկուլներ**, մասնավորապես, նորմալ պայմաններում 1մ^3 գազում պարունակվող մոլեկուլների թիվը տրվում է **Լոշմիդտի թվով**

$$N_L = \frac{P_0}{kT_0} = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ մ}^{-3}:$$

1.11. Իդեալական գազի մոլեկուլային-կինետիկ տեսության հիմնական հավասարումը

Ենթադրենք V ծավալով անոթում գտնվում է m զանգվածով իդեալական գազ, որը կազմված է m_0 զանգվածով N հատ մոլեկուլներից: Մոլեկուլների շարժման v արագությունների մոդուլներն իրար հավասար են, իսկ գազի մոլեկուլների կոնցենտրացիան՝ $n = \frac{N}{V}$:

Եթե անոթի պատերին մոլեկուլների հարվածների հետևանքով Δt ժամանակում անոթի պատի ΔS տարրական մակերեսով հարթակին հաղորդվում է ΔP իմպուլս, ապա անոթի պատին գազի գործադրած ճնշումը կլինի $p = \frac{\Delta P}{\Delta t \Delta S}$:

Յուրաքանչյուր առաձգական հարվածի ընթացքում մոլեկուլը, որը շարժվում է պատին ուղղահայաց, հաղորդում է նրան $2m_0v$ իմպուլս: Մոլեկուլների անկանոն շարժման և բոլոր ուղղությունների հավասար հավանական լինելու հետևանքով կարելի է համարել, որ պատի ուղղությամբ միջինում շարժվում է բոլոր մոլեկուլների $1/6$ -ը: (Եթե դիտարկենք երեք փոխուղղահայաց առանցքներ, ապա միջինում մոլեկուլների միայն $1/3$ -ը կշարժվի առանցքներից որևէ մեկի երկայնքով, և դրանց միայն կեսը $1/2 \cdot (1/3)$ կշարժվի տրված ուղղությամբ): Հետևաբար Δt ժամանակում անոթի պատի ΔS

մակերեսին կհասնի $\frac{1}{6}n\Delta S v \Delta t$ քանակով մոլեկուլ, որի արդյունքում

պատին կհաղորդվի $\Delta P = \frac{1}{3}nm_0v^2\Delta S\Delta t$ իմպուլս: Արդյունքում ճնշումը, որը գործադրում է գազը անոթի պատերին, կլինի՝

$$p = \frac{1}{3}nm_0v^2:$$

1.12. Իդեալական գազի մոլեկուլների միջին քառակուսային արագությունը

Ենթադրենք V ծավալով գազը պարունակում է N մոլեկուլ, որոնք շարժվում են v_1, v_2, \dots, v_N արագություններով: Այդ դեպքում նպատակահարմար է դիտարկել միջին քառակուսային արագությունը, որը սահմանվում է հետևյալ կերպ.

$$\sqrt{\langle v_{\text{քառ}} \rangle^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}:$$

Իդեալական գազի մոլեկուլային-կինետիկ տեսության հիմնական հավասարումը՝

$$p = \frac{1}{3}nm_0 \langle v_{\text{քառ}} \rangle^2:$$

Հաշվի առնելով $n = \frac{N}{V}$ և $m = Nm_0$ առնչությունները՝ կարելի է ստանալ այս հավասարման գրառման այլ տարբերակներ.

$$pV = \frac{1}{3}Nm_0 \langle v_{\text{քառ}} \rangle^2, \quad pV = \frac{1}{3}m \langle v_{\text{քառ}} \rangle^2,$$

$$pV_\mu = \frac{1}{3}\mu \langle v_{\text{քառ}} \rangle^2, \quad V_\mu = \frac{V}{\nu}$$

$$pV = \frac{1}{3}N \cdot 2 \cdot \frac{m_0 \langle v_{\text{քառ}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3}\varepsilon:$$

Այստեղ ε -ն գազի բոլոր մոլեկուլների համընթաց շարժման կինետիկ էներգիան է, V_μ -ն՝ մոլային ծավալը, μ -ն՝ մոլային զանգվածը, ν -ն՝ մոլերի թիվը:

Կիրառելով Մենդելեև-Կլապեյրոնի հավասարումը՝ կստանանք

$$pV_{\mu} = RT = \frac{1}{3}\mu\langle v_{\text{քառ}} \rangle^2 \Rightarrow \langle v_{\text{քառ}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

որտեղ հաշվի ենք առել, որ $\mu = m_0 N_{\text{Ա}}$ և $R = kN_{\text{Ա}}$:

Իդեալական գազի մեկ մոլեկուլի համընթաց շարժման միջին կինետիկ էներգիան կլինի.

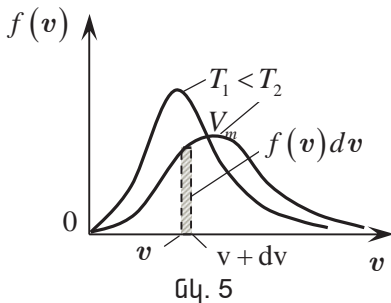
$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 \langle v_{\text{քառ}} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2}kT:$$

Այստեղից հետևում է, որ $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$, երբ $T = 0$ Կ – այսինքն՝ դադարում է գազի մոլեկուլների շարժումը:

Ջերմաստիճանի մոլեկուլային-կինետիկ մեկնաբանությունը. բացարձակ (ջերմադինամիկական) ջերմաստիճանը բնութագրվում է գազի մոլեկուլների համընթաց շարժման միջին կինետիկ էներգիայով:

1.13. Իդեալական գազի մոլեկուլների բաշխումն ըստ արագությունների. Մաքսվելի օրենքը

Տրված ջերմաստիճանում հավասարակշռության վիճակում գտնվող գազում հաստատվում է նրա մոլեկուլների որոշակի ստացիոնար, ժամանակի ընթացքում չփոփոխվող բաշխում՝ ըստ



նկ. 5

արագությունների: Այդ բաշխումը նկարագրվում է $f(v)$ ֆունկցիայով, որը կոչվում է **ըստ արագությունների մոլեկուլների բաշխման ֆունկցիա**, և որոշում է այն մոլեկուլների հարաբերական թիվը, որոնց արագություններն ընկած են v -ից $v + dv$ տիրույթում (նկ.5), այսինքն՝

$$\frac{dN(v)}{N} = f(v)dv:$$

Մաքսվելի օրենքը

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right):$$

Այս ֆունկցիան բավարարում է նորմավորման պայմանին.

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1:$$

Այս ինտեգրալով՝ որոշվում է այն մոլեկուլների հարաբերական թիվը, որոնց արագություններն ընկած են 0-ից ∞ տիրույթում:

1.14. Իդեալական գազի մոլեկուլների ամենահավանական արագությունը

Այն արագությունը, որի դեպքում իդեալական գազի մոլեկուլների՝ ըստ արագությունների բաշխման ֆունկցիան ունի առավելագույն արժեք, կոչվում է *ամենահավանական արագություն*՝ v_h :

Հավասարեցնելով $\frac{df(v)}{dv}$ -ն զրոյի՝ ստանում ենք . $v_h = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}:$

Ջերմաստիճանի աճին զուգընթաց v_h -ն *աճում է*:

1.15. Իդեալական գազի մոլեկուլների միջին արագությունը (միջին թվաբանական արագությունը)

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v \cdot dN(v) = \frac{\int_0^{\infty} v \cdot dN(v)}{\int_0^{\infty} dN(v)} = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}:$$

1.16. Իդեալական գազի մոլեկուլների միջին քառակուսային արագությունը.

$$\langle v_{\text{քառ}} \rangle = \sqrt{\langle v^2_{\text{քառ}} \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N} \int_0^{v_{\text{max}}} v^2 dN_v}:$$

Գազի վիճակը բնութագրող արագությունները

Աղյուսակ 1.

Ամենահավանական արագություն՝ v_h	միջին քվադրանական արագություն՝ $\langle v \rangle$	միջին քառակուսային արագություն՝ $\langle v_{\text{քառ}} \rangle$
$v_h = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$	$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 1,13v_h$	$\langle v_{\text{քառ}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1,22v_h$

1.17. Բարոմետրական բանաձև

Մոլեկուլների ջերմային շարժումը Երկրի համասեռ ձգողական դաշտում բերում է գազի որոշակի ստացիոնար վիճակի, որի ժամանակ գազի ճնշումը նվազում է բարձրության ավելացմանը զուգընթաց: Ծովի մակարդակից h բարձրության վրա μ մոլային զանգվածով գազի ճնշումը՝

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$

որտեղ p_0 -ն ճնշումն է ծովի մակարդակի վրա՝ նորմալ ճնշումը:

1.18. Բոլցմանի բաշխումը

Հաշվի առնելով $p = nkT$ հավասարումը և $\mu = m_0 N_A$, $R = kN_A$ առնչությունները՝ կստանանք

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right):$$

Քանի որ $m_0 gh = W$ –ն ձգողական դաշտում մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան է, հետևաբար $n = n_0 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right):$

Այսպիսի բաշխումը կոչվում է **Բոլցմանի բաշխում (մասնիկների բաշխում ըստ նրանց պոտենցիալ էներգիաների արժեքների)**:

Բոլցմանի բաշխումից հետևում է, որ հաստատուն ջերմաստիճանում գազի խտությունը ավելի մեծ է այնտեղ, որտեղ ավելի փոքր է նրա մոլեկուլների պոտենցիալ էներգիան: Եթե

մասնիկներն ունեն միատեսակ զանգվածներ և գտնվում են քառսային ջերմային շարժման վիճակում, ապա Բոլցմանի բաշխումն **իրավացի** է ոչ միայն ձգողական ուժերի դաշտում, այլև *կամայական արտաքին պոտենցիալային դաշտում*:

1.19. Մոլեկուլների ազատ վազքի միջին երկարություն

Մոլեկուլների ազատ վազքի ℓ միջին երկարություն՝ է կոչվում այն ճանապարհը, որը միջին հաշվով անցնում են մոլեկուլները երկու միմյանց հաջորդող բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում:

Բախման ընթացքում երկու մոլեկուլների կենտրոնների միջև նվազագույն հեռավորությունը կոչվում է *մոլեկուլի էֆեկտիվ տրամագիծ*՝ $d_{\text{էֆ}}$:

Եթե *բախումների (հարվածների) միջին թիվը*, որոնց ենթարկվում է գազի մեկ մոլեկուլը 1վ-ում նշանակենք z -ով, ապա նկատի ունենալով, որ 1վ-ում մոլեկուլն անցնում է միջին թվաբանական արագությամբ՝ $\langle v \rangle$ հավասար ճանապարհի, ազատ վազքի միջին երկարությունը կարելի է որոշել որպես

$$\ell = \frac{\langle v \rangle}{z} :$$

$$\text{Կարելի է ցույց տալ, որ } z = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle, \text{ որտեղից } \ell = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} :$$

1.20. Փոխանցման երևույթներ

Փոխանցման երևույթներ են կոչվում *ջերմադինամիկական անհավասարակշիռ համակարգերում* ընթացող այն ոչ դարձելի պրոցեսները, որոնց արդյունքում տեղի է ունենում *ջերմային էներգիայի, զանգվածի կամ մոլեկուլների կոնցենտրացիայի, իմպուլսի փոխանցում (տեղափոխում) տարածության մեջ որոշակի (ընտրված) ուղղություններով: Համապատասխան երևույթները կոչվում են ջերմահաղորդականություն, դիֆուզիա, ներքին շփում: Փակ համակարգերում այդ պրոցեսները բերում են ջերմադինամիկական հավասարակշիռ վիճակի հաստատմանը:*

Պարզության համար սահմանափակվենք *միաչափ դեպքերով*՝ ընտրելով x առանցքն այնպես, որ այն ուղղված լինի *տեղափոխման ուղղությամբ*: Դիտարկենք իդեալական գազի մասնիկներին

կարգավորված շարժմամբ պայմանավորված էներգիայի, նյութի և իմպուլսի հոսքերը x առանցքին ուղղահայաց միավոր մակերեսով ($S=1$), ընդունելով, որ գազն ունի ρ - խտություն, $\langle v \rangle$ - ջերմային շարժման միջին արագություն և ℓ - ազատ վազքի միջին երկարություն:

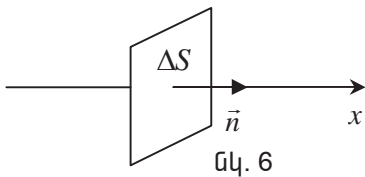
1.21. Ջերմահաղորդականություն

Եթե գազի մի տիրույթում մոլեկուլների միջին կինետիկ էներգիան ավելի մեծ է, քան մեկ ուրիշում, ապա ժամանակի ընթացքում մոլեկուլների անընդհատ բախումների հետևանքով տեղի է ունենում մոլեկուլների միջին կինետիկ էներգիաների հավասարեցում՝ ջերմաստիճանների հավասարեցում, այսինքն ջերմադինամիկական հավասարակշիռ վիճակի հաստատում:

Էներգիայի փոխանցումը (ջերմաքանակի փոխանցումը) նկարագրվում է **Ֆուրյեի օրենքով**.

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx} :$$

Այստեղ j_E -ն ջերմային հոսքի խտությունն է՝ այն ջերմային էներգիան, որը տեղափոխվում է միավոր ժամանակում x -երի առանցքին ուղղահայաց միավոր մակերեսով, λ -ն՝ ջերմահաղորդականության գործակիցն է, $\frac{dT}{dx}$ -ը՝ ջերմաստիճանի գրադիենտը՝ ջերմաստիճանի փոփոխությունը x -ի միավոր երկարության վրա, ուղղահայաց մակերեսի նորմալի ուղղությամբ,



$<->$ նշանը ցույց է տալիս, որ ջերմահաղորդականության ժամանակ էներգիան փոխանցվում է ջերմաստիճանի նվազման ուղղությամբ

(այդ պատճառով j_E -ի և $\frac{dT}{dx}$ -ի

նշանները հակադիր են):

λ - ջերմահաղորդականության գործակիցը՝

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \cdot \rho \langle v \rangle \ell ,$$

որտեղ c_v -ն գազի տեսակարար ջերմունակությունն է հաստատուն ծավալի դեպքում (այն ջերմության քանակը, որն անհրաժեշտ է 1կգ գազը 1Կ-ով տաքացնելու համար):

1.22. Դիֆուզիա

Մի նյութի մոլեկուլների ինքնաբերաբար (առանց արտաքին գործոնների ազդեցության) ներթափանցումը մեկ այլ նյութի միջմոլեկուլային տարածության մեջ կոչվում է **դիֆուզիա**: Դիֆուզիայի երևույթը դիտվում է գազերում, հեղուկներում և նույնիսկ պինդ մարմիններում: Օրինակ գազերում դիֆուզիան տեղի է ունենում տարածության մեջ մոլեկուլների անհամասեռ բաշխման դեպքում, և շարունակվում է այնքան ժամանակ, *քանի դեռ կա կոնցենտրացիայի գրադիենտ*: Գազի բաղադրիչներից յուրաքանչյուրի մոլեկուլները տեղափոխվում են կոնցենտրացիայի նվազման ուղղությամբ, առաջանում է մոլեկուլների հոսք, որի խտությունը ուղիղ համեմատական է կոնցենտրացիայի գրադիենտին և ուղղված է նրան հակառակ (**Ֆիկի օրենքը**)

$$j_m = -D \frac{dn}{dx},$$

որտեղ j_m -ը **մոլեկուլների հոսքի խտությունն** է, այսինքն՝ *մոլեկուլների քանակը, որն անցնում է միավոր ժամանակում x առանցքին ուղղահայաց միավոր մակերեսով*, D -ն կոչվում է դիֆուզիայի գործակից և համաձայն մոլեկուլային-կինետիկ տեսության՝

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \ell,$$

$\frac{dn}{dx}$ -ն կոնցենտրացիայի գրադիենտն է, որը հավասար է x -երի միավոր

երկարության վրա մոլեկուլների կոնցենտրացիայի փոփոխման արագությանը x առանցքին ուղղահայաց մակերեսին տարված նորմալի ուղղությամբ: $\langle \quad \rangle$ նշանը ցույց է տալիս, որ դիֆուզիայի հոսքն ուղղված է կոնցենտրացիայի նվազման ուղղությամբ:

1.23. Մածուցիկություն (ներքին շփում)

Գազի երկու հարևան շերտերի տարբեր արագություններով շարժման դեպքում, նրանց միջև առաջանում է դիմադրություն այդ շարժման նկատմամբ (շփում): Ավելի արագ շարժվող շերտը

դանդաղում է, ավելի դանդաղ շարժվողը՝ արագանում: Շերտերի այդ հարաբերական շարժման ժամանակ տեղի է ունենում իմպուլսի փոխանցում մի շերտից մյուսին: Այդ երևույթը կոչվում է ներքին շփում և նկարագրվում է հետևյալ օրենքով.

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx},$$

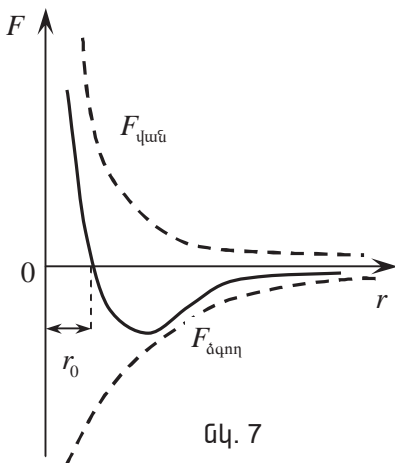
որտեղ j_p -ն **իմպուլսի հոսքի խտությունն է՝ այսինքն միավոր ժամանակում, x առանցքին ուղղահայաց միավոր մակերեսով փոխանցված ամբողջ իմպուլսը**: η գործակիցը կոչվում է **դինամիկական մածուցիկություն՝**

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \ell,$$

$\frac{dv}{dx}$ -ը արագության գրադիենտն է, որը ցույց է տալիս արագության փոփոխման արագությունը (թափը) x առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ (այսինքն՝ շերտից շերտ), $\langle - \rangle$ նշանը ցույց է տալիս, որ իմպուլսը փոխանցվում է արագության նվազման ուղղությամբ:

2.ԻՐԱԿԱՆ ԳԱՋԵՐ

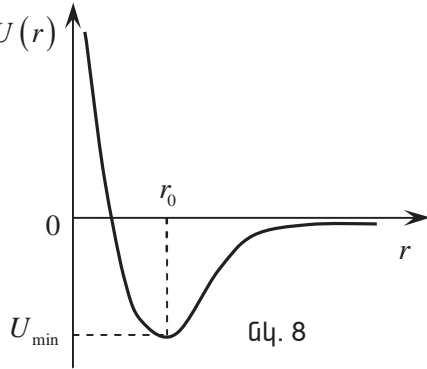
2.1. Միջնուլեկուլային փոխազդեցություններ



Իրական գազերի հատկությունների ուսումնասիրման համար անհրաժեշտ է հաշվի առնել գազը կազմող առանձին մոլեկուլների սեփական ծավալը և միջնուլեկուլային փոխազդեցությունները:

Միջնուլեկուլային փոխազդեցության ուժերը կարճազդեցության ուժեր են և դրսևորվում են $r \leq 10^{-9}$ մ հեռավորությունների վրա: Մոլեկուլների փոխազդեցության ուժը ձգողական ուժերի՝ $F_{դգոյ}$ (որոնք գերիշխում են մեծ հեռավորությունների վրա) և վանողական

ուժերի՝ $F_{վան}$ (որոնք գերակշռում են փոքր հեռավորությունների վրա) համազորն է, ընդ որում, ձգողական ուժերը ոչ մոնոտոն կերպով փոխարինվում են վանդերվալսի մոլեկուլների միջև հեռավորության նվազմանը զուգընթաց (նկ.7): Որոշակի $r = r_0$ հեռավորության վրա այդ երկու ուժերն իրար հավասարակշռում են՝ $F_{հաճ} = 0$, այսինքն ջերմային շարժման բացակայության դեպքում մոլեկուլները կգտնվեին միմյանցից r_0 հեռավորության վրա, հետևաբար այդ հեռավորության վրա մոլեկուլների փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիան նվազագույնն է՝ $U(r_0) = U_{\min}$ (նկ.8):



Գազերում, բավականին բարձր ջերմաստիճաններում, երբ $U(r_0) \ll kT$, ջերմային շարժումը թույլ չի տալիս, որպեսզի երկու մոլեկուլներ միանան իրար:

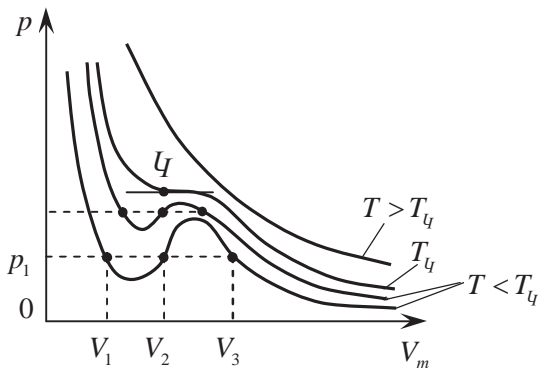
Իրական գազի վիճակի հավասարումը կարելի է ստանալ՝ ներմուծելով իդեալական գազի վիճակի հավասարման՝ $pV = \nu RT$ մեջ որոշակի ուղղումներ, որոնք հաշվի են առնում մոլեկուլների սեփական ծավալը և դրանց փոխազդեցությունը: Ստացված հավասարումը կոչվում է Վան-դեր-Վաալսի հավասարում և ունի հետևյալ տեսքը

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

որտեղ νb -ն գազի բոլոր մոլեկուլների սեփական ծավալն է, իսկ $\frac{\nu^2 a}{V^2}$ -ն կոչվում է ներքին ճնշում և պայմանավորված է միջմոլեկուլային ձգողական փոխազդեցությամբ:

2.2. Իրական գազերի իզոթերմերը

Գրաֆիկորեն պատկերելով p -ի կախումը V -ից, տարբեր ջերմաստիճանների համար, կստանանք մի շարք իզոթերմեր (նկ.9) :



Նկ. 9

Իզոթերմներից յուրաքանչյուրը համապատասխանում է որոշակի T ջերմաստիճանի : Որքան բարձր է ջերմաստիճանը, այնքան ավելի բարձր է իզոթերմը, և շեղված է դեպի աջ : Գրաֆիկից երևում է, որ միայն բարձր ջերմաստիճաններում է ծավալի նվազման հետ ճնշումն աճում, ինչպես

դա տեղի ունի Բոյլ-Մարիոտի օրենքում, այսինքն բարձր ջերմաստիճանների դեպքում իրական գազի իզոթերմը գրեթե կրկնում է իդեալական գազի իզոթերմի վարքը :

Ավելի ցածր ջերմաստիճաններում իզոթերմերը որոշակի տիրույթում ունեն սապատներ, համապատասխանաբար՝ այդ տիրույթում ճնշման որոշակի արժեքներին համապատասխանում են ծավալի երեք արժեքներ : Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց ծավալի երեք V_1 , V_2 և V_3 արժեքները մոտենում են միմյանց և մի որոշակի T_q ջերմաստիճանում միաձուլվում են՝ վերածվելով համապատասխան իզոթերմի վրա մի կետի : Այն ջերմաստիճանը, որում դա տեղի է ունենում, կոչվում կրիտիկական ջերմաստիճան T_q , իզոթերմը՝ կրիտիկական իզոթերմ, իսկ համապատասխան կետը իզոթերմի վրա՝ կրիտիկական կետ : Այդ կետում վերանում է տարբերությունը երկու փուլերի միջև : Կրիտիկական կետում իզոթերմին տարված շոշափողը զուգահեռ է V -երի առանցքին և հանդիսանում է շրջման կետ, այդ կետին համապատասխանող ծավալը՝ V_q , և ճնշումը՝ p_q , կոչվում են համապատասխանաբար կրիտիկական ծավալ և կրիտիկական ճնշում : Կրիտիկական իզոթերմն առանձնացնում է սապատավոր իզոթերմերը իդեալականին մոտ իզոթերմներից :

Իրական գազերի ներքին էներգիան կազմված է դրանց մոլեկուլների ջերմային շարժման կինետիկ էներգիաների գումարից՝

$C_v T$ և միջմոլեկուլային փոխազդեցությամբ պայմանավորված պոտենցիալ էներգիաների գումարից՝ $-\frac{a}{V}$:

$$U = C_v T - \frac{a}{V} :$$

3. ՋԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ԴԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

3.1. Ջերմադինամիկական համակարգի ներքին էներգիան

Ջերմադինամիկական համակարգի **ներքին էներգիան**՝ U - համակարգը կազմող միկրոմասնիկների (մոլեկուլներ, ատոմներ, էլեկտրոններ, միջուկներ և այլն) ջերմային շարժմամբ պայմանավորված կինետիկ էներգիաների և այդ մասնիկների փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիաների գումարն է:

Ներքին էներգիայի մեջ չեն մտնում համակարգի՝ որպես ամբողջություն, շարժման կինետիկ էներգիան և համակարգի պոտենցիալ էներգիան արտաքին դաշտերում (որը պայմանավորված է մասնիկների արտաքին դաշտերի հետ ունեցած փոխազդեցությամբ):

Ներքին էներգիան համակարգի ջերմադինամիկական վիճակի միարժեք ֆունկցիա է՝ յուրաքանչյուր վիճակում համակարգն օժտված է որոշակի **ներքին էներգիայով**, որը կախված չէ նրանից, թե ինչ եղանակով է համակարգը եկել տրված վիճակին: Մի վիճակից մեկ այլ վիճակին համակարգի անցման դեպքում նրա **ներքին էներգիայի փոփոխությունը** որոշվում է միայն այդ վիճակներում համակարգի **ներքին էներգիաների տարբերությամբ և կախված չէ այն պրոցեսի տեսակից, որով կատարվել է անցումը**:

3.2. Ազատության աստիճանների թիվ

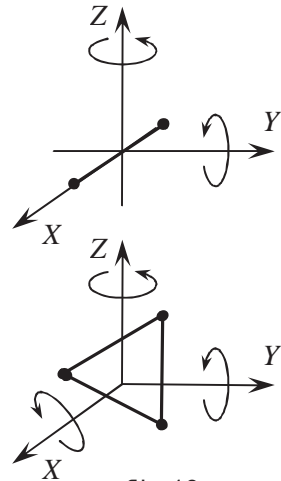
Ազատության աստիճաններ են կոչվում այն անկախ փոփոխականները, որոնց միջոցով կարելի է միարժեքորեն որոշել տրված համակարգի դիրքը տարածության մեջ, իսկ այդ փոփոխականների թիվը կլինի **ազատության աստիճանների թիվ**:

Կոշտ մոլեկուլների ազատության աստիճանների թիվը:

Միատոմ մոլեկուլն (այն կարելի է դիտել որպես նյութական կետ) օժտված է երեք ազատության աստիճաններով (կետի դիրքը

տարածության մեջ որոշվում է երեք կոորդինատներով), որոնք նկարագրում են նրա համընթաց շարժումը:

Երկատոմ մոլեկուլը (դասական մեխանիկայում երկատոմ մոլեկուլը, առաջին մոտավորությամբ կարելի է դիտարկել որպես երկու նյութական կետեր, որոնք կապված են միմյանց հետ մեկ, չդեֆորմացվող կոշտ կապով) ունի հինգ ազատության աստիճան, որոնցից երեքը նկարագրում են նրա համընթաց շարժումը, իսկ երկուսը՝ պտտական շարժումը երկու փոխուղղահայաց առանցքների շուրջը (նկ.10):



նկ. 10

Եռատոմ մոլեկուլն օժտված է վեց ազատության աստիճաններով (եռատոմ և բազմատոմ կոշտ կապերով ոչ գծային մոլեկուլները կարելի է դիտարկել որպես բացարձակ պինդ մարմիններ), որոնցից երեքը նկարագրում են համընթաց շարժումը, իսկ մյուս երեքը՝ պտտական շարժումը երեք առանցքների շուրջը:

Իրական մոլեկուլներում ատոմները ոչ միշտ են կապված իրար հետ կոշտ կապերով, դրանք կատարում են ներդաշնակ տատանողական շարժում որոշակի հավասարակշռության դիրքերի, օրինակ, զանգվածների կենտրոնի շուրջը: Արդյունքում, մոլեկուլներն օժտված են լինում նաև տատանողական շարժումը նկարագրող ազատության աստիճաններով:

3.3. Ըստ մոլեկուլի ազատության աստիճանների էներգիայի հավասարաբաշխման օրենքը դասական ֆիզիկայում

Մոլեկուլային-կինետիկ տեսության մեջ ցույց է տրվում որ միատոմ մոլեկուլների ջերմային շարժման միջին կինետիկ էներգիան՝ $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT$,

որը նրանց համընթաց շարժման կինետիկ էներգիան է:

Ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում համընթաց և պտտական շարժումներին համապատասխանող յուրաքանչյուր

ազատության աստիճանին բաժին է ընկնում $\frac{1}{2}kT$ միջին կինետիկ

էներգիա, իսկ յուրաքանչյուր տատանողական ազատության աստիճանին՝ kT միջին էներգիա, որից կեսը՝ կինետիկ, կեսը՝ պոտենցիալ էներգիայի տեսքով, քանի որ տատանողական համակարգի կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների միջին արժեքներն իրար հավասար են: Ընդհանրությունը չխախտելու համար, որպեսզի յուրաքանչյուր տատանողական ազատության աստիճանին ևս բաժին

ընկնի $\frac{1}{2}kT$ էներգիա, ընդունված է տատանողական ազատության

աստիճանների թիվը ներկայացնել որպես $2i_{\text{տատ}}$:

Ընդհանուր դեպքում մոլեկուլի միջին էներգիան որոշվում է $\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2}kT$ բանաձևով, որտեղ i -ն ազատության աստիճանների թիվն է,

$$i = i_{\text{համ}} + i_{\text{պոտ}} + 2i_{\text{տատ}} ,$$

իսկ $i_{\text{համ}}$, $i_{\text{պոտ}}$ և $i_{\text{տատ}}$ -ն համապատասխանաբար համընթաց, պոտական և տատանողական ազատության աստիճանների թվերն են:

Քանի որ իդեալական գազի մոլեկուլները չեն փոխազդում միմյանց հետ, դրանց պոտենցիալ էներգիան հավասար է զրոյի: Հետևաբար, N մասնիկներից կազմված, m զանգվածով իդեալական գազի ներքին էներգիան հավասար է

$$U_{\text{իդ}} = N \frac{i}{2} kT ,$$

քանի որ $\nu = \frac{N}{N_{\text{Ա}}} = \frac{m}{\mu}$ և $R = N_{\text{Ա}} k$, հետևաբար

$$U_{\text{իդ}} = \frac{i}{2} \nu RT ,$$

այսինքն՝ տվյալ իդեալական գազի ներքին էներգիան կախված է միայն ջերմաստիճանից:

3.4. Ջերմադինամիկայի I օրենքը

Ջերմադինամիկայի առաջին օրենքը էներգիայի պահպանման և փոխակերպման օրենքն է ջերմադինամիկական պրոցեսներում:

Համակարգի ներքին էներգիան կարելի է փոխել երկու եղանակով.
ա) երբ արտաքին ուժերը աշխատանք են կատարում համակարգի նկատմամբ կամ համակարգը ինքն է կատարում աշխատանք (օրինակ, սեղմելով գազը գլանային անոթում շարժական մխոցի օգնությամբ);
բ) երբ համակարգը ստանում կամ տալիս է որոշակի ջերմաքանակ ջերմափոխանակման պրոցեսում (օրինակ, անոթի մեջ անշարժ մխոցի տակ գազը տաքացնելիս)

$$dU = \delta Q + \delta A', \quad (1)$$

որտեղ dU -ն ներքին էներգիայի անվերջ փոքր փոփոխությունն է, δQ -ն՝ համակարգին հաղորդած տարրական ջերմաքանակը, $\delta A'$ -ը՝ արտաքին ուժերի կատարած տարրական աշխատանքը համակարգի նկատմամբ:

Այս օրենքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (2)$$

որտեղ δA -ն արտաքին ուժերի դեմ համակարգի կատարած աշխատանքն է:

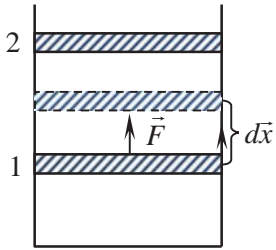
Համակարգին հաղորդվող ջերմաքանակը ծախսվում է նրա ներքին էներգիայի աճի և արտաքին ուժերի դեմ համակարգի կողմից աշխատանք կատարելու վրա:

I օրենքի (1) և (2) ձևակերպումները համազոր են, քանի որ $\delta A = -\delta A'$:

Համակարգի ներքին էներգիան համակարգի վիճակի միարժեք ֆունկցիա է, այդ պատճառով ներքին էներգիայի անվերջ փոքր փոփոխությունը նշանակում ենք dU -ով (որը լրիվ դիֆերենցիալ է և կախված չէ պրոցեսի տեսակից), իսկ աշխատանքը և ջերմաքանակը պրոցեսի ֆունկցիաներ են, այդ պատճառով գործ ունենք տարրական աշխատանքի՝ δA և տարրական ջերմաքանակի՝ δQ հետ (որոնք լրիվ դիֆերենցիալներ չեն և կախված են պրոցեսի տեսակից):

3.5. Աշխատանքը ջերմադինամիկայում և դրա երկրաչափական մեկնաբանումը

Դիցուք շարժական մխոցով գլանաձև անոթում գտնվում է իդեալական գազ, որը ենթարկվում է ընդարձակման կամ սեղմման:



նկ. 11

Ենթադրենք \vec{F} ճնշման ուժի ազդեցության տակ S մակերեսով մխոցը կատարել է $d\vec{x}$ անվերջ փոքր տեղափոխություն (նկ.11), այդ դեպքում \vec{F} ուժի δA աշխատանքը կլինի $\delta A = \vec{F}d\vec{x}$, և քանի որ \vec{F} -ը և $d\vec{x}$ -ը համուղղված են, ապա $\delta A = Fdx$: Ճնշման ուժը կապված է գազի p ճնշման հետ (p -ն գազի ճնշումն է մխոցի և

պատերի վրա) $F = pS$ առնչությամբ, հետևաբար $\delta A = pSdx$, $Sdx = dV$ -ն մխոցի տեղափոխությամբ պայմանավորված գազի ծավալի աճն է, և արդյունքում տարրական աշխատանքը, որը կատարվում է ծավալի անվերջ փոքր փոփոխության դեպքում կլինի $\delta A = pdV$:

Եթե $dV > 0$ (գազն ընդարձակվում է), գազի կատարած աշխատանքը դրական է $\delta A > 0$, գազն ինքը կատարում է աշխատանք, եթե $dV < 0$ (գազը սեղմվում է), գազի կատարած աշխատանքը բացասական է $\delta A < 0$, արտաքին ուժերն են կատարում աշխատանք: Եթե մխոցը կատարում է ոչ թե անվերջ փոքր, այլ վերջավոր տեղափոխություն, որի արդյունքում գազն անցնում է $1 \rightarrow 2$ վիճակին, ապա արդյունարար աշխատանքը որոշվում է տարրական աշխատանքների գումարման, այսինքն՝ ինտեգրման միջոցով՝

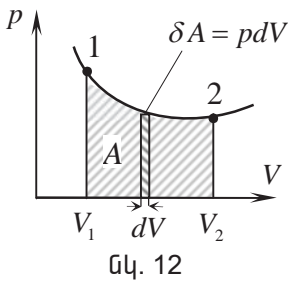
$$A_{12} = \int_1^2 pdV:$$

Ինտեգրումը կատարելու համար անհրաժեշտ է իմանալ $p = p(V)$ կախումը, այսինքն՝ վիճակի հավասարումը:

Հավասարակշիռ պրոցեսներ

Հավասարակշիռ են կոչվում այն պրոցեսները, որոնք կազմված են հավասարակշիռ վիճակների անընդհատ հաջորդականությունից և որոնք պետք է իրականացվեն այնքան դանդաղ, որ ջերմադինամիկական պարամետրերի փոփոխությունը կամայական վերջավոր ժամանակահատվածներում լինի անվերջ փոքր: Հավասարակշիռ

պրոցեսները կարելի է ներկայացնել գրաֆիկորեն, օրինակ p, V դիագրամի վրա:



Ենթադրենք գազի ծավալը փոփոխվում է անվերջ փոքր dV չափերով: Տարրական աշխատանքը՝ $\delta A = p dV$ հավասար կլինի գծագրի վրա շեղագծերով նշված նեղ ուղղանկյան մակերեսին, իսկ արդյունարար աշխատանքը, երբ գազն անցնում է 1 վիճակից 2 վիճակին, թվապես հավասար կլինի V առանցքով, $p = f(V)$ կորով և V_1, V_2 ուղիղներով սահմանափակ-

ված կորագիծ սեղանի մակերեսին (նկ.12):

Բոլոր իրական պրոցեսներն անհավասարակշիռ են, սակայն որոշ դեպքերում (բավականաչափ դանդաղ պրոցեսների դեպքում) դրանք կարելի է համարել հավասարակշիռ: Անհավասարակշիռ պրոցեսների դեպքում ջերմադինամիկական p, V, T պարամետրերը համակարգի տարբեր կետերում տարբեր են, հետևաբար հնարավոր չէ այդպիսի պրոցեսի գրաֆիկական պատկերումը:

3.6. Ջերմունակություն

Ջերմունակությունը թվապես հավասար է այն ջերմաքանակին, որը պետք է հաղորդել համակարգին՝ նրա ջերմաստիճանը մեկ Կելվինով բարձրացնելու համար: Անալիտիկորեն դա կարելի է գրառել

հետևյալ կերպ՝ $C = \frac{\delta Q}{dT}$, որտեղ δQ -ն այն ջերմաքանակն է, որը համակարգին հաղորդելիս՝ նրա ջերմաստիճանը փոխվում է dT -ով: Ջերմունակության չափման միավորն է $[C] = \text{Ջ/Կ}$:

Գործնականում ավելի կիրառելի են համակարգի տեսակարար և մոլային ջերմունակությունները:

1) **Տեսակարար ջերմունակությունը՝ c** – ն մյուսի միավոր զանգվածի ջերմունակությունն է և որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m \cdot dT} :$$

2) **Մոլային ջերմունակությունը՝** C_μ – ն մեկ մոլ նյութի քանակի ջերմունակությունն է և որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT} = \frac{C}{\nu} \quad \text{կամ} \quad C_\mu = \mu c,$$

որտեղ μ –ն նյութի մոլային զանգվածն է, իսկ ν –ն՝ տրված զանգվածով նյութի մեջ պարունակվող մոլերի թիվը :

Ջերմունակությունը կախված է այն պրոցեսի տեսակից, որի միջոցով համակարգին հաղորդվել է ջերմաքանակը, այսինքն՝ *ջերմունակությունը պրոցեսի ֆունկցիա է*: Առավել հետաքրքրություն են ներկայացնում *ջերմունակությունները՝ համակարգին հաստատուն ծավալի և հաստատուն ճնշման* պայմաններում ջերմաքանակ հաղորդելիս:

3.7. Մոլային ջերմունակությունը հաստատուն ծավալի դեպքում

Եթե համակարգին ջերմաքանակ է հաղորդվում իզոխոր պրոցեսի ընթացքում՝ $V = const$, ապա $\delta A = 0$, հետևաբար ամբողջ ջերմաքանակը ծախսվում է համակարգի ներքին էներգիայի աճի վրա՝ $(\delta Q)_V = dU$, այսինքն՝

$$C_{\mu V} = \left(\frac{\delta Q}{\nu dT} \right)_V = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT} = \frac{dU_\mu}{dT},$$

նշանակում է մեկ մոլ նյութի քանակի ներքին էներգիան միշտ կարելի է ներկայացնել նրա մոլային ջերմունակության միջոցով՝ $dU_\mu = C_{\mu V} dT$:

Քանի որ $dU_\mu = \frac{i}{2} R dT$, ուստի $C_{\mu V} = \frac{i}{2} R$:

3.8. Մոլային ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում: Մայերի բանաձևը

Եթե համակարգին ջերմաքանակ է հաղորդվում իզոբար պրոցեսի ընթացքում՝ $p = const$, հաշվի առնելով ջերմադինամիկայի առաջին օրենքը մեկ մոլ նյութի համար կստանանք

$$C_{\mu p} = \left(\frac{\delta Q_\mu}{dT} \right)_p = \frac{dU_\mu + (\delta A_\mu)_p}{dT}:$$

Դիֆերենցելով մեկ մոլ գազի վիճակի հավասարման երկու մասերը՝ կստանանք

$$pV = RT \Rightarrow pdV + Vdp = RdT,$$

Նկատի ունենալով պրոցեսի իզոբար լինելը՝ $dp = 0 \Rightarrow pdV = RdT$:

Քանի որ միշտ իրավացի են $dU_{\mu} = c_{\mu V}dT$ և $\delta A_{\mu} = pdV$, կստանանք՝

$$C_{\mu p} = \frac{C_{\mu V}dT + RdT}{dT} = C_{\mu V} + R,$$

$$\boxed{C_{\mu p} = C_{\mu V} + R} \text{ - Մայերի բանաձևը :}$$

$$C_{\mu p} = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R :$$

Մայերի բանաձևից երևում է, որ $C_{\mu p} \neq C_{\mu V}$, այսինքն՝ ջերմունակությունն իրոք պրոցեսի ֆունկցիա է : Բացի այդ, միշտ $C_{\mu p} > C_{\mu V}$, այսինքն գազի ջերմաստիճանը իզոբար պրոցեսում 1Կ-ով փոխելու համար նրան պետք է հաղորդել ավելի շատ ջերմաքանակ, քան իզոխոր պրոցեսում, քանի որ իզոբար պրոցեսում հաղորդված ջերմաքանակի մի մասը ծախսվում է համակարգի կողմից աշխատանք կատարելու վրա:

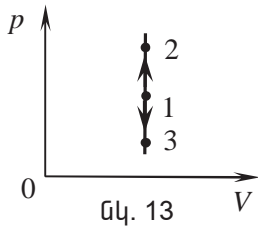
Ջերմադինամիկական պրոցեսների ուսումնասիրման ժամանակ կարևոր դեր է կատարում $\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} = \frac{i+2}{i}$ մեծությունը, որը կոչվում է

Պուլասոնի գործակից կամ ադիաբատի ցուցիչ :

ՋԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ԱՌԱՋԻՆ ՕՐԵՆՔԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆԸ ԻՋՈՊՐՈՑԵՍՆԵՐՈՒՄ

Դիտարկենք ջերմադինամիկական համակարգերի (իդեալական գազի) հետ տեղի ունեցող հավասարակշիռ պրոցեսներ, որոնց ընթացքում բացի համակարգի զանգվածից հաստատուն է մնում ևս մեկ ջերմադինամիկական պարամետր :

3.9. Իզոխոր պրոցես ($V = \text{const}$)

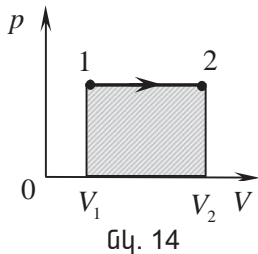


Իզոխոր պրոցեսի ($V = \text{const}$) գրաֆիկը p, V կոորդինատներում օրդինատների՝ (p) առանցքին զուգահեռ ուղիղ է (նկ.13), ընդ որում, $1 \rightarrow 2$ պրոցեսը համապատասխանում է իզոխոր տաքացման, իսկ $1 \rightarrow 3$ -ը՝ իզոխոր սառեցման :

Իզոխոր պրոցեսի ընթացքում գազը աշխատանք չի կատարում ($V = \text{const} \Rightarrow dV = 0 \Rightarrow \delta A = p dV = 0$), և համակարգին հաղորդված ողջ ջերմաքանակը ծախսվում է նրա ներքին էներգիայի աճի վրա ($\delta Q = dU$) : Քանի որ $dU_\mu = C_{\mu V} dT$, ապա կամայական m զանգվածով գազի համար

$$\delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT :$$

3.10. Իզոբար պրոցես ($p = \text{const}$)



Իզոբար պրոցեսի ($p = \text{const}$) գրաֆիկը p, V կոորդինատներում աբսցիսների՝ (V) առանցքին զուգահեռ ուղիղ է (նկ.14):

Իզոբար պրոցեսում գազի աշխատանքը V_1 ծավալից մինչև V_2 ընդարձակվելիս արտահայտվում է

$$A_{12} = \int_1^2 p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1)$$

և հավասար է նկարի վրա շեղագծված պատկերի մակերեսին:

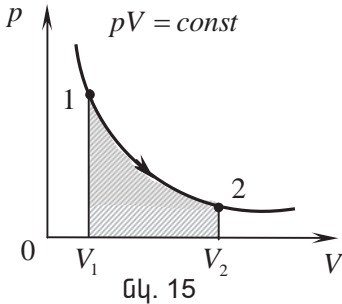
Օգտվելով Մենդելեև-Կլապեյրոնի օրենքից՝

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \Rightarrow p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1);$$

որտեղից հետևում է

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) :$$

3.11. Իզոթերմ պրոցես ($T = \text{const}$)



Իզոթերմ պրոցեսի ($T = \text{const}$) դիագրամը p, V կոորդինատներում հիպերբոլ է, որը նկարագրվում է Բոյլ-Մարիոտի օրենքով ($pV = \text{const}$) (նկ.15):

Գազի աշխատանքը իզոթերմ ընդարձակման դեպքում արտահայտվում է

$$A_{12} = \int_1^2 p dV :$$

Օգտվելով Մենդելեև-Կլապեյրոնի օրենքից՝ կունենանք

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2} :$$

Այս պրոցեսում համակարգի ներքին էներգիան չի փոխվում ($dU = 0$), հետևաբար ջերմադինամիկայի առաջին օրենքից հետևում է, որ $\delta Q = \delta A$, այսինքն՝ հաղորդած ջերմաքանակը ամբողջովին ծախսվում է համակարգի կողմից արտաքին ուժերի դեմ աշխատանք կատարելու վրա :

3.12. Ադիաբատ պրոցես ($\delta Q = 0$)

Պրոցեսը, որն րնթանում է համակարգում առանց արտաքին միջավայրի հետ ջերմափոխանակության՝ $\delta Q = 0$, կոչվում է ադիաբատ պրոցես:

Համաձայն ջերմադինամիկայի առաջին օրենքի, երբ $\delta Q = 0$, $\delta A = -dU$, այսինքն՝ համակարգը կատարում է աշխատանք իր ներքին էներգիայի նվազման հաշվին:

Նկատի ունենալով, որ $\delta A = p dV$ և $dU = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT$, կստանանք

$$p dV = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT : \quad (1)$$

Գրելով իդեալական գազի վիճակի հավասարումը (Մենդելեև-Կլապեյրոնի հավասարումը)՝ $pV = \frac{m}{\mu} RT$ և դիֆերենցելով այն՝ կստանանք

$$d(pV) = p dV + V dp = \frac{m}{\mu} R dT : \quad (2)$$

Բաժանելով (2)-ը (1)-ի և հաշվի առնելով Մայերի հավասարումը՝ $C_{\mu p} = C_{\mu V} + R$, կստանանք

$$\frac{p dV + V dp}{p dV} = -\frac{R}{C_{\mu V}} = -\frac{C_{\mu p} - C_{\mu V}}{C_{\mu V}} \quad \text{կամ} \quad \frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad (3)$$

որտեղ $\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}}$ մեծությունը կոչվում է Պուլասոնի գործակից կամ

ադիաբատի ցուցիչ :

Ինտեգրելով (3) հավասարման երկու կողմերը՝ կստանանք

$$\gamma \int \frac{dV}{V} = - \int \frac{dp}{p} \Rightarrow \gamma \ln V = - \ln p + \text{const} \Rightarrow p V^\gamma = \text{const} :$$

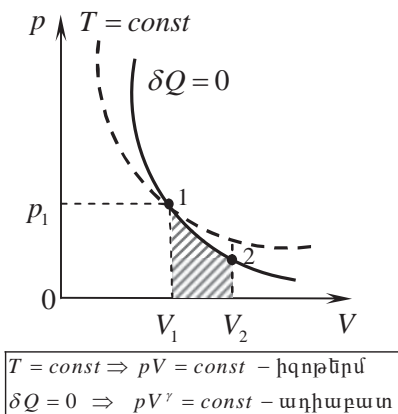
Ստացված արտահայտությունը կոչվում է Պուլասոնի հավասարում ադիաբատ պրոցեսի համար (p, V) փոփոխականներով:

Օգտվելով Մենդելեև-Կլապեյրոնի հավասարումից՝ կարելի է ներկայացնել ադիաբատի հավասարումը նաև (T, V) և (p, T) փոփոխականներով՝

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} ;$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const} :$$

Համեմատելով (p, V) դիագրամի վրա գազի ճնշման կախումը ծավալից պատկերող կորերը իզոթերմ և ադիաբատ պրոցեսներում (նկ.16)՝ կտեսնենք, որ երկու պրոցեսներում էլ կորերը հիպերբոլներ



նկ. 16

են : Սակայն քանի որ $\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} > 1$,

ապա ինչպես Պուլասոնի հավասարումից, այնպես էլ կորերից երևում է, որ ծավալի նույն փոփոխության դեպքում ադիաբատ պրոցեսում ճնշումը ավելի կտրուկ է փոփոխվում, քան իզոթերմ պրոցեսում: Սա կարելի է բացատրել նրանով, որ ադիաբատ սեղմման ժամանակ ճնշման աճը պայմանավորված է ոչ միայն ծավալի նվազմամբ, ինչպես դա տեղի ունի իզոթերմ պրոցեսում,

այլև ջերմաստիճանի բարձրացմամբ:

3.13. Աշխատանքն ադիաբատ պրոցեսում

Ադիաբատ պրոցեսում $\delta A = -dU$, հետևաբար $\delta A = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT$:

Եթե գազն ադիաբատ պրոցեսի ընթացքում ընդարձակվում է V_1 ծավալից մինչև V_2 -ը՝ նրա ջերմաստիճանը նվազում է T_1 -ից մինչև T_2 , այդ դեպքում իդեալական գազի ընդարձակման աշխատանքը կլինի

$$A_{12} = \int_1^2 -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT = -\frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_2 - T_1) :$$

Օգտվելով Պուլասոնի $pV^\gamma = \text{const}$ հավասարումից և Սենդեյե-Լե-

պլապեյրոնի $pV = \frac{m}{\mu} RT$ հավասարումից՝ կստանանք

$$A_{12} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] :$$

Դիցուք իդեալական գազում ընթանում են երկու պրոցեսներ՝ ադիաբատ և իզոթերմ, ընդ որում գազի սկզբնական վիճակները այդ

երկու պրոցեսներում համընկնում են (p_1, V_1) : Կարելի է ցույց տալ, որ ծավալի նույն փոփոխության դեպքում $(V_2 - V_1)$, ադիաբատ պրոցեսում զազի կատարած աշխատանքն ավելի փոքր է իզոթերմ պրոցեսում կատարածից, ինչը երևում է նաև նկարից (աշխատանքի երկրաչափական մեկնաբանությունից):

3.14. Պոլիտրոպ պրոցեսներ ($C = \text{const}$)

Այն պրոցեսները, որոնց ընթացքում ջերմունակությունը մնում է հաստատուն, կոչվում են պոլիտրոպ պրոցեսներ: Մեր կողմից դիտարկված իզոխոր, իզոբար, իզոթերմ և ադիաբատ պրոցեսները պոլիտրոպ պրոցեսների մասնավոր դեպքեր են:

Պոլիտրոպ պրոցեսի հավասարումն է՝

$$pV^n = \text{const},$$

որտեղ $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ -ը և կոչվում է պոլիտրոպի ցուցիչ:

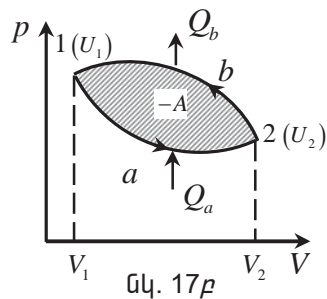
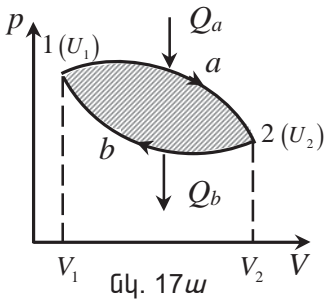
Տարբեր պրոցեսների դեպքում այդ գործակիցի արժեքները տարբեր են: Օրինակ,

- 1) Իզոխոր պրոցեսում $C = C_v$ և $n = \pm \infty$.
- 2) Իզոբար պրոցեսում $C = C_p$ և $n = 0$.
- 3) Իզոթերմ պրոցեսում, քանի որ $dT = 0$, $\delta Q \neq 0$, հետևաբար, $C = C_T = \infty$, և $n = 1$.
- 4) Ադիաբատ պրոցեսում $\delta Q = 0$, $dT \neq 0$, հետևաբար $C = 0$, և $n = \gamma$:

3.15. Շրջանային պրոցես (ցիկլ)

Ջերմադինամիկայում **շրջանային պրոցես կամ ցիկլ** է կոչվում այն պրոցեսը, որի ընթացքում համակարգը անցնելով մի շարք վիճակներով՝ վերադառնում է իր սկզբնական վիճակին, (երբ այդ վիճակը բնորոշող պարամետրերն ընդունում են նախնական արժեքները):

Դիցուք ցիկլի ընթացքում գազը սկզբում ընդարձակվում է V_1 -
ծավալից մինչև V_2 -ը (1a2), իսկ հետո սեղմվում է մինչև սկզբնական
 V_1 -ը (2b1), ընդ որում, ընդարձակումը տեղի է ունենում ավելի մեծ p
ճնշման տակ, քան սեղմումը: Այդ շրջանային պրոցեսը կարելի է
ներկայացնել (p, V) դիագրամի վրա փակ կորով: **Ընդարձակման**
ժամանակ (1a2) տեղամասում կատարվող **աշխատանքը դրական**



է՝ $A_1 > 0$ և թվապես հավասար է $V_1 1a 2 V_2$ պատկերի մակերեսին: Իսկ
սեղմման ժամանակ (2b1) գազի կատարած **աշխատանքը բացա-**
սական է $A_2 < 0$ և թվապես հավասար է $V_1 1b 2 V_2$ պատկերի մակե-
րեսին: Ցիկլի ընթացքում կատարած աշխատանքը դրական է, որոշվում
է $A = A_1 + A_2 = (|A_1| - |A_2|)$ և հավասար է փակ կորով
սահմանափակված պատկերի մակերեսին: Այսպիսով **աշխատանքը՝**
 A -ն (ի տարբերություն ներքին էներգիայի, որը վիճակի ֆունկցիա է),
պրոցեսի ֆունկցիա է:
Ջերմադինամիկայի առաջին օրենքից հետևում է, որ **ջերմաքանակը՝**
 Q -ն ևս **պրոցեսի ֆունկցիա է:**

Ցիկլը կոչվում է ուղիղ, եթե ցիկլի ընթացքում կատարված
աշխատանքը դրական է՝ $A = \oint p dV > 0$ (ցիկլն ընթանում է
ժամսլաքի շարժման ուղղությամբ, նկ.17ա): Ցիկլը կոչվում է
հակադարձ, եթե ցիկլի ընթացքում կատարված աշխատանքը

բացասական է՝ $A = \oint p dV < 0$ (ցիկլն ընթանում է ժամսլաքի շարժմանը հակառակ ուղղությամբ, նկ17 բ) :

Ուղիղ ցիկլը կիրառվում է ջերմային շարժիչներում, երբ աշխատանք է կատարվում դրսից ստացվող ջերմաքանակի հաշվին, իսկ հակադարձ ցիկլը՝ սառեցնող մեքենաներում, երբ արտաքին ուժերի աշխատանքի շնորհիվ ջերմաքանակ է հաղորդվում ավելի սառը մարմնից ավելի տաք մարմնին:

3.16. Շրջանային պրոցեսի օ.գ.գ.-ն

Շրջանային պրոցեսի (ցիկլի) արդյունքում համակարգը վերադառնում է սկզբնական վիճակին, հետևաբար՝ ներքին էներգիայի փոփոխությունը հավասարվում է զրոյի :

Ցիկլի ընթացքում ստացված ամբողջ ջերմաքանակը որոշվում է

$$Q = Q_a + Q_b = (U_2 - U_1) + (U_1 - U_2) + A_1 + A_2 = A_1 - |A_2| = A,$$

արտահայտությամբ, այսինքն՝ ամբողջ ջերմաքանակը ծախսվում է աշխատանք կատարելու վրա: Եթե ցիկլի ընթացքում համակարգը տալիս է ջերմաքանակ՝ Q_b , ապա՝

$$Q = |Q_a| - |Q_b| :$$

Ջերմային մեքենա է կոչվում այն պարբերաբար գործող շարժիչը, որը ջերմային էներգիան փոխակերպում է մեխանիկական աշխատանքի (ջերմային շարժիչ) կամ մեխանիկական էներգիան՝ ջերմության (սառնարանային մեքենա):

Ջերմային մեքենայի շահավետությունը քանակապես բնութագրելու համար ներմուծվում է օգտակար գործողության գործակից (օ.գ.գ.) կոչվող ֆիզիկական մեծությունը, որը հավասար է համակարգի կողմից կատարված աշխատանքի և ցիկլի ընթացքում համակարգի կողմից ստացված ջերմաքանակի հարաբերությանը, որը որոշվում է

$$\eta = \frac{A}{Q_a} = \frac{|Q_a| - |Q_b|}{Q_a} = 1 - \frac{|Q_b|}{Q_a} < 1$$

բանաձևով : Սահմանումից հետևում է, որ ջերմամեքենայի օ.գ.գ.-ն չի կարող մեծ լինել մեկից :

3.17. Պարծելի և ոչ դարծելի պրոցեսներ

Ջերմադինամիկական պրոցեսը կոչվում է **դարծելի**, եթե այն կարող է ընթանալ ինչպես ուղիղ, այնպես էլ հակադարձ ուղղությամբ, ընդ որում, եթե հնարավոր է իրականացնել համակարգի հետադարձ անցումը վերջնական վիճակից նախնականին, իրականացվում է նույն միջանկյալ հավասարակշիռ վիճակների հաջորդականության միջով, այնպես, որ արդյունքում ոչ մի փոփոխություն տեղի չունենա շրջակա միջավայրում և այդ համակարգում :

Ցանկացած պրոցես, որը չի բավարարում վերը նշված պայմաններին, կլինի **ոչ դարծելի պրոցես**: Բոլոր իրական պրոցեսները ոչ դարծելի են, քանի որ դրանք միշտ ուղեկցվում են էներգիայի դիսիպացիայով (ցրումով): Շփումով կամ տաք մարմնից սառը մարմնին ջերմատվությամբ ուղեկցվող կամայական պրոցեսը ոչ դարծելի է:

Պարծելի պրոցեսը ֆիզիկական մոդել է՝ իրական պրոցեսի իդեալականացում:

3.18. Էնտրոպիա

Ջերմադինամիկական համակարգի հետ տեղի ունեցող ցիկլային պրոցեսի դիտարկումից կարելի է նկատել, որ մի վիճակից մյուսին անցման ժամանակ համակարգի ստացած կամ նրանից անջատված Q ջերմաքանակը էապես կախված է այդ անցման եղանակից, այսինքն՝ չի որոշվում մարմնի սկզբնական և վերջնական վիճակներով: Այլ կերպ ասած՝ Q -ն վիճակի ֆունկցիա չէ: Սակայն գոյություն ունի Q -ի հետ կապված մեծություն, որը վիճակի ֆունկցիա է:

Ներմուծենք **բերված ջերմաքանակ** հասկացությունը՝ (Q/T) -ն, որտեղ Q -ն T ջերմաստիճանում իզոթերմ եղանակով համակարգի ստացած ջերմաքանակն է: Համակարգի վիճակի անվերջ փոքր փոփոխությունների դեպքում $\frac{\delta Q}{T}$ – բերված ջերմաքանակը վիճակի ֆունկցիա է, և կամայական դարծելի շրջանային պրոցեսի համար $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$: Սա նշանակում է, որ $\frac{\delta Q}{T}$ ենթինտեգրալային արտահայտությունը միայն համակարգի սկզբնական և վերջնական վիճակներով որոշվող մի որոշակի ֆունկցիայի լրիվ դիֆերենցիալն է, և

կախված չէ նրանից, թե ինչ ուղիով է համակարգը անցել մի վիճակից մյուսին:

Այդ ֆունկցիային, որի լրիվ դիֆերենցիալն է բերված ջերմաքանակը, կոչվում է էնտրոպիա՝ S .

$$S = \int \frac{\delta Q}{T} :$$

3.19. Էնտրոպիայի փոփոխությունը

Փակ համակարգում դարձելի պրոցեսների համար $\Delta S = 0$, ոչ դարձելի պրոցեսների համար՝ $\Delta S > 0$:

Կլաուզիուսի անհավասարությունը. *Փակ համակարգի էնտրոպիան կարող է կամ աճել (ոչ դարձելի պրոցեսների ժամանակ), կամ մնալ անփոփոխ (դարձելի պրոցեսների ժամանակ)*

$$\Delta S \geq 0 :$$

Քանի որ dS -ը և δQ -ն ունեն նույն նշանը, ապա ելնելով էնտրոպիայի փոփոխության բնութից, կարելի է դատել ջերմափոխանակման ուղղության մասին: Մարմինը տաքացնելիս $\delta Q > 0$, և համապատասխանաբար նրա էնտրոպիան աճում է՝ $dS > 0$, սառեցնելիս՝ $\delta Q < 0$ և մարմնի էնտրոպիան նվազում է՝ $dS < 0$:

Իզէնտրոպ է կոչվում այն պրոցեսը, որն ընթանում է հաստատուն էնտրոպիայի պայմաններում՝ $S = const$:

Քանի որ ադիաբատ պրոցեսի դեպքում $\delta Q = TdS = 0$, ապա $dS = 0$ և հետևաբար $S = const$, այսինքն ադիաբատ դարձելի պրոցեսի ընթացքում համակարգի էնտրոպիան մնում է հաստատուն և այն իզէնտրոպ պրոցես է:

Որպես օրինակ դիտարկենք իդեալական գազ, որը հավասարակշիռ անցում է կատարում մի վիճակից մյուսին: Նրա էնտրոպիայի փոփոխությունը կարելի է որոշել

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T} :$$

Հաշվի առնելով, որ $dU = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} dT$, $\delta A = p dV = \frac{m}{\mu} R \frac{dV}{V}$, և

$R = C_{\mu p} - C_{\mu V}$ կստանանք

$$\begin{aligned} \Delta S_{1 \rightarrow 2} &= \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \left(C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = \\ &= \frac{m}{\mu} \left(C_{\mu V} \ln \frac{p_2}{p_1} + C_{\mu p} \ln \frac{V_2}{V_1} \right), \end{aligned}$$

այսինքն՝ իդեալական գազի էնտրոպիայի փոփոխությունը կախված է սկզբնական և վերջնական վիճակներից:

Էնտրոպիայի փոփոխությունը տարբեր իզոպրոցեսներում:

Իզոխոր պրոցես ($V = \text{const}$) - $\Delta S = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1}$

Իզոբար պրոցես ($p = \text{const}$) - $\Delta S = \frac{m}{\mu} C_{\mu p} \ln \frac{V_2}{V_1}$

Իզոթերմ պրոցես ($T = \text{const}$) - $\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}$

Ադիաբատ պրոցես ($S = \text{const}$) - $\Delta S = 0$:

3.20. Էնտրոպիայի վիճակագրական մեկնաբանությունը

Էնտրոպիայի հասկացության ավելի խոր իմաստը բացահայտվում է վիճակագրական ֆիզիկայում՝ կապելով այն **համակարգի վիճակի ջերմադինամիկական հավանականության** հետ: **Համակարգի վիճակի ջերմադինամիկական հավանականություն՝ կամ վիճակագրական կշիռ W** , կոչվում է այն եղանակների (**միկրովիճակների**) թիվը, որոնցով կարող է իրականացվել տվյալ կոնկրետ ջերմադինամիկական վիճակը (**մակրովիճակ**):

Մաթեմատիկայում ցույց է տրվում, որ համակարգում հավասարաչափ բաշխում իրականացնող եղանակների թիվը ամենամեծն է, հետևաբար այդ վիճակի ջերմադինամիկական հավանականությունը ամենամեծն է: Մյուս կողմից՝ ջերմա-

դինամիկայից հետևում է, որ հավասարակշիռ վիճակին համապատասխանում է էնտրոպիայի ամենամեծ արժեքը: Այս փաստը հնարավորություն տվեց Բոլցմանին ենթադրել, որ S էնտրոպիայի և W ջերմադինամիկական հավանականության միջև գոյություն ունի որոշակի կապ, որը նա ներկայացրեց հետևյալ բանաձևով (**Բոլցմանի բանաձև**)

$$S = k \ln W ,$$

որտեղ k -ն Բոլցմանի հաստատունն է: *Էնտրոպիան ուղիղ համեմատական է ջերմադինամիկական հավանականության լոգարիթմին:*

Էնտրոպիան արտահայտում է համակարգի չկարգավորվածության չափը, որքան ավելի մեծ է տվյալ մակրովիճակն իրականացնող միկրովիճակների թիվը, այնքան ավելի մեծ է էնտրոպիան:

3.21. Էնտրոպիայի աճման սկզբունքը

Փակ համակարգում տեղի ունեցող բոլոր պրոցեսները բերում են նրա էնտրոպիայի աճին:

Փակ համակարգում բոլոր պրոցեսներն ընթանում են *ավելի քիչ հավանական վիճակներից ավելի շատ հավանականների ուղղությամբ*, այնքան ժամանակ, մինչև վիճակի հավանականությունն ընդունի իր առավելագույն արժեքը: Հավասարակշռության վիճակում, որը համակարգի ամենահավանական վիճակն է, միկրովիճակների թիվը առավելագույնն է, հետևաբար էնտրոպիան ևս ընդունում է իր առավելագույն արժեքը:

3.22. Ջերմադինամիկայի երկրորդ օրենքը

Փակ (ջերմանեկուսացված) համակարգում ընթացող կամայական ոչ դարձելի պրոցեսներում համակարգի էնտրոպիան աճում է (էնտրոպիայի աճման սկզբունքը):

Ջերմադինամիկայի առաջին սկզբունքը, արտահայտելով էներգիայի պահպանման և փոխակերպման օրենքը, հնարավորություն չի տալիս որոշել ջերմադինամիկական պրոցեսների ընթացքի ուղղությունը:

Ջերմադինամիկայի երկրորդ օրենքը որոշում է բնության մեջ ընթացող և էներգիայի փոխակերպման հետ կապված պրոցեսների ուղղությունը, ցույց տալով, թե բնության մեջ որ պրոցեսներն են հնարավոր, որոնք՝ անհնարին:

Ջերմադինամիկայի երկրորդ օրենքը ներկայացվում է տարբեր ձևակերպումներով:

1) **Ըստ Կաուզիուսի** *հնարավոր չեն այնպիսի շրջանային պրոցեսներ, որոնց միակ և վերջնական արդյունքը լինի որոշ քանակի քերնության անցումը ավելի պակաս տաք մարմնից ավելի տաք մարմնին:* Այլ բառերով քերնությունը ինքնաբերաբար չի կարող անցնել սառը մարմիններից տաք մարմիններին:

2) **Ըստ Թոմսոնի (լորդ Կելվին),** *հնարավոր չեն այնպիսի շրջանային պրոցեսներ, որոնց միակ և վերջնական արդյունքը լինի որևէ մարմնից ստացած ամբողջ քերմաքանակի վերածումը համարժեք աշխատանքի:*

Ջերմադինամիկայի առաջին սկզբունքի համաձայն անհնարին է առաջին կարգի հավերժական շարժիչի ստեղծումը, քանի որ առանց էներգիա ստանալու հնարավոր չէ աշխատանք կատարել:

Ջերմադինամիկայի երկրորդ սկզբունքը կարելի է ձևակերպել նաև հետևյալ կերպ. անհնարին է կառուցել երկրորդ կարգի հավերժական շարժիչ, այսինքն՝ այնպիսի շարժիչ, որն աշխատանք կատարի միայն շրջապատի մարմիններից ստացած քերմաքանակի (այլ մարմինների սառեցման) հաշվին:

3.23. Ջերմադինամիկայի երրորդ օրենքը

Յուրաքանչյուր մարմին բացարձակ զրո քերմաստիճանում, որպես կանոն, գտնվում է այնպիսի վիճակում, որի քերմադինամիկական հավանականությունը հավասար է մեկի: Համաձայն Բոլցմանի բանաձևի, այդ դեպքում էնտրոպիան հավասար է զրոյի, որտեղից էլ՝ պոստուլացվում է քերմադինամիկայի երրորդ օրենքը (սկզբունքը) **հավասարակշռության վիճակում ցանկացած մարմնի էնտրոպիան ձգտում է զրոյի, եթե բացարձակ քերմաստիճանը ձգտում է զրոյի:** Այս պնդումն անվանում են նաև **Ներմատ-Պլանկի թեորեմ** :

3.24. Ջերմային շարժիչներ և սառեցնող մեքենաներ

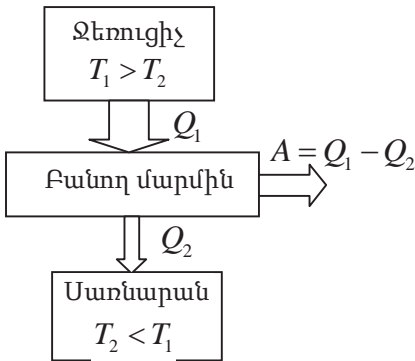
Բոլոր տեսակի Ջերմային մեքենաների գործողության հիմքում ընկած է դրանցում կատարվող պրոցեսների պարբերականությունը, այսինքն՝ շարժիչում գործող բանող մարմինը, որի հետ կատարվում են այս կամ այն պրոցեսները, պարտադիր վերադառնում է սկզբնական վիճակին : Այլ բառերով շարժիչում բանող մարմնի հետ հաջորդաբար տեղի են ունենում շրջանային պրոցեսներ (ցիկլեր) :

Ջերմային շարժիչը պարբերական գործող ջերմային մեքենա է, որը աշխատանք է կատարում արտաքինից ստացվող ջերմության հաշվին:

Թերմոստատ է կոչվում այն ջերմադինամիկական համակարգը, որը կարող է ջերմություն փոխանակել շրջապատող մարմինների հետ՝ գործնականում հաստատուն պահպանելով սեփական ջերմաստիճանը:

Բանոլ մարմինը այն ջերմադինամիկական համակարգն է, որը կատարում է շրջանային պրոցես (ցիկլ)՝ փոխանակելով էներգիա շրջապատող մարմինների հետ:

Ջերմային շարժիչի աշխատանքի սկզբունքը.

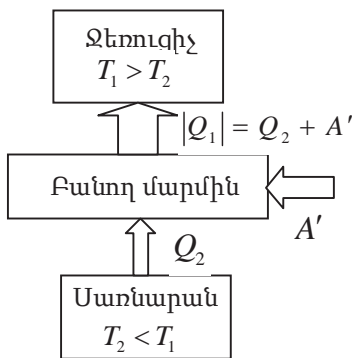


Նկ. 18

Բանոլ մարմինը **ջեռուցիչ** (որն ավելի բարձր T_1 ջերմաստիճան ունեցող թերմոստատ է) ցիկլի ընթացքում ստանում է Q_1 ջերմաքանակ, որի մի մասի հաշվին կատարելով աշխատանք՝ $A = Q_1 - |Q_2|$ **սառնարանին** (որն ավելի ցածր T_2 ջերմաստիճան ունեցող, թերմոստատ է) հաղորդում է ավելի փոքր Q_2 ջերմաքանակ (Նկ. 18):

Ջերմային շարժիչի օ.գ.գ.-ն որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} :$$



Նկ. 19

Որպեսզի օ.գ.գ.-ն հավասար կլինի 1-ի, անհրաժեշտ է, որ $Q_2 = 0$, որն անհնարին է համաձայն ջերմադինամիկայի երկրորդ օրենքի:

Ջերմային շարժիչներում տեղի ունեցող պրոցեսի հակադարձ պրոցեսն օգտագործվում է սառեցնող մեքենաներում (Նկ. 19):

Բանոլ մարմինը **սառնարանից** (որն ավելի ցածր T_2 ջերմաստիճան ունեցող, թերմոստատ է) ցիկլի ընթացքում վերցնում է Q_2 ջերմաքանակ, և իր

նկատմամբ կատարած A' աշխատանքի՝ հաշվին տալիս է **ջեռուցչին** (որն ավելի բարձր T_1 ջերմաստիճան ունեցող թերմոստատ է) ավելի մեծ Q_1 ջերմաքանակ՝ $|Q_1| = Q_2 + A'$:

Սառեցնող մեքենայի էֆեկտիվությունը բնութագրվում է η' սառեցման գործակցով, որը սահմանվում է որպես սառնարանից ստացված Q_2 ջերմաքանակի և համակարգի նկատմամբ կատարված աշխատանքի՝ A' հարաբերություն.

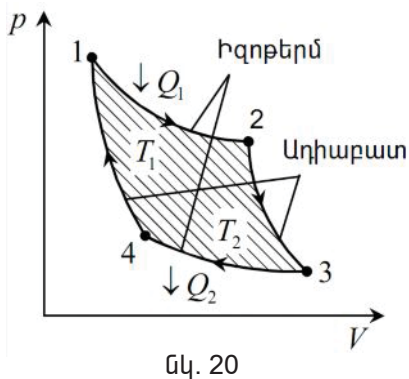
$$\eta' = \frac{Q_2}{A'} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} :$$

3.25. Կառնոյի թերեմը

Բոլոր ջերմային մեքենաներից, համարժեք պայմաններում (այսինքն ջեռուցչի նույն T_1 և սառնարանի նույն T_2 ջերմաստիճաններում) **առավելագույն օ.գ.գ.-ով օժտված են դարձելի ցիկլով աշխատող մեքենաները, ընդ որում, այդ օգտակար գործողության գործակիցները նույնն են բոլոր դարձելի ցիկլով աշխատող մեքենաների համար, որոշվում են միայն ջեռուցչի և սառնարանի ջերմաստիճաններով և կախված չեն բանոդ մարմնի բնույթից**: Այս պնդումը հայտնի է **Կառնոյի թերեմ** անվան տակ:

3.26. Կառնոյի ցիկլ

Կառնոն համապատասխան դատողությունների հիման վրա հանգեց այն եզրակացության, որ ամենամեծ օ.գ.գ.-ն ունեն այն ջերմային մեքենաները, որոնք կատարում են դարձելի շրջանային պրոցեսներ, կազմված՝ **երկու իզոթերմից** (ջեռուցչի և սառնարանի ջերմաստիճաններում) և **երկու ադիաբատից**: Այդպիսի ցիկլը կոչվում է **Կառնոյի ցիկլ**: Դիտարկենք **Կառնոյի ուղիղ ցիկլ**, որում որպես բանոդ մարմին կիրառվում է շարժական մխոցով անոթի մեջ պարփակված իդեալական գազ: Կառնոյի ցիկլում **հաջորդաբար**



տեղի ունեցող ջերմադինամիկական պրոցեսների հավասարումներն են.

1) Իզոթերմ ընդարձակում $(1 \rightarrow 2) \quad (p_1, V_1, T_1 \rightarrow p_2, V_2, T_1)$

$$(T_2 = T_1 = \text{const}); \quad (V_2 > V_1),$$

$$T_2 = T_1 - \text{ջեռուցչի ջերմաստիճանն է,}$$

$$A_{12} = Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}:$$

2) Ադիաբատ ընդարձակում $(2 \rightarrow 3) \quad (p_2, V_2, T_1 \rightarrow p_3, V_3, T_2)$

$$T_2 = T_u - \text{սառնարանի ջերմաստիճանն է } T_2 < T_1$$

$$Q_{23} = 0 \Rightarrow A_{23} = \Delta U_{23} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_2 - T_1):$$

3) Իզոթերմ սեղմում $(3 \rightarrow 4) \quad (p_3, V_3, T_2 \rightarrow p_4, V_4, T_2)$

$$(T_u = T_2 = \text{const}); \quad (V_4 < V_3)$$

$$A_{34} = -|Q_2| = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}:$$

4) Ադիաբատ սեղմում $(4 \rightarrow 1) \quad (p_4, V_4, T_2 \rightarrow p_1, V_1, T_1)$

$$T_2 < T_1$$

$$Q_{41} = 0 \Rightarrow A_{41} = \Delta U_{41} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_1 - T_2) = -A_{23}$$

Ամբողջ շրջանային պրոցեսի ընթացքում կատարված աշխատանքը՝

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = A_{12} + A_{34} = Q_1 - |Q_2|:$$

Կիրառելով $(2 \rightarrow 3)$ և $(4 \rightarrow 1)$ ադիաբատների նկատմամբ Պուլատնի

հավասարումը՝ $TV^{\gamma-1} = \text{const}$

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \text{ և } T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \text{ կստանանք } \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}:$$

Այսպիսով, Կառնոյի ցիկլով աշխատող ջերմային շարժիչի օ.գ.գ.-ն

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{\frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

պայմանավորված է միայն ջեռուցչի և սառնարանի ջերմաստիճաններով :

Փաստորեն ջերմադինամիկայում էնտրոպիան, լինելով վիճակի ֆունկցիա, սահմանվում է հաստատուն գումարելիի ճշտությամբ, իսկ ջերմադինամիկայի երրորդ օրենքը որոշում է այդ հաստատունի արժեքը՝ ցույց տալով, որ այն հավասար է զրոյի:

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

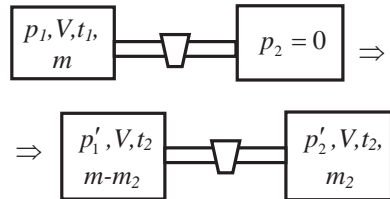
1. ԳԱԶԻ ՎԻՃԱԿԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄ, ՊՐՈՑԵՍՆԵՐ

Խնդիր 1.1. Երկու միատեսակ բալոն միացված են կափույր (ավտոմատ փական՝ կլապան) ունեցող խողովակով: Կափույրը բացվում է, երբ ճնշումների տարբերությունը բալոնների միջև $\Delta p \geq 1,10$ մթն: Սկզբում մի բալոնը լցված էր $t_1 = 27^\circ\text{C}$ ջերմաստիճանի և $p_1 = 1,00$ մթն ճնշման տակ գտնվող իդեալական գազով, իսկ մյուսում վակուում էր: Այնուհետև, բալոնները տաքացվեցին մինչև $t_2 = 117^\circ\text{C}$ ջերմաստիճանը: Որոշել գազի ճնշումն այն բալոնում, որում վակուում էր:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} p_1 &= 1,00 \text{ մթն}, \\ p_2 &= 0 \\ t_1 &= 27^\circ\text{C}, \\ t_2 &= 117^\circ\text{C}, \\ \Delta p &\geq 1,10 \text{ մթն} \\ p_2' &=? \end{aligned}$$

Լուծում: Երբ բալոնները տաքացվում են, ճնշումն առաջին բալոնում աճում է, և երբ այն գերազանցում է Δp -ն, կափույրը բացվում է,



և գազի մի մասը սկսում է թափանցել դատարկ բալոնի մեջ: Դրա հետևանքով նրանում ճնշումը ևս աճում է: Երբ համակարգում հաստատվում է t_2 ջերմաստիճան, բալոններում պարունակվող գազի զանգվածները լինում են m_1 և m_2 , որոնք գտվում են համապատասխանաբար p_1' և p_2' ճնշումների տակ: Ընդ որում, համաձայն զանգվածի պահպանման օրենքի $m_1 = m - m_2$, իսկ հաստատված ճնշումների տարբերությունը՝ $\Delta p = p_1' - p_2'$ (1.1.1):

Գրելով վիճակի հավասարումները $T_1 = t_1 + 273$ և $T_2 = t_2 + 273$ ջերմաստիճաններում գտնվող բալոններում եղած գազի համար և կատարելով համապատասխան ձևափոխություններ, ստանում ենք՝

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} R T_1 \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = m \frac{R}{\mu V} \quad (1.1.2), \quad p_2' V = \frac{m_2}{\mu} R T_2 \Rightarrow \frac{p_2'}{T_2} = m_2 \frac{R}{\mu V} \quad (1.1.3),$$

$$p_1' V = \frac{m - m_2}{\mu} R T_2 \Rightarrow \frac{p_1'}{T_2} = (m - m_2) \frac{R}{\mu V} = m \frac{R}{\mu V} - m_2 \frac{R}{\mu V} \quad (1.1.4):$$

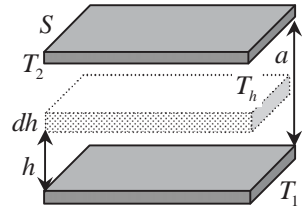
Տեղադրելով (1.1.2) և (1.1.3) արդյունքները (1.1.4)-ի մեջ և հաշվի առնելով (1.1.1)-ը, ստանում ենք՝

$$\frac{p'_1}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} - \frac{p'_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p'_2 + \Delta p}{T_2} = \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p'_2}{T_2} \right) \Rightarrow 2 \frac{p'_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} - \frac{\Delta p}{T_2} \Rightarrow p'_2 = \frac{1}{2} \left(p_1 \frac{T_2}{T_1} - \Delta p \right)$$

$$\underline{\text{Պատ.}}: p'_2 = \frac{1}{2} \left(p_1 \frac{T_2}{T_1} - \Delta p \right) = 0, \text{ և նքն:}$$

խնդիր 1.2. μ մոլային զանգվածով գազը գտնվում է երկու միատեսակ հորիզոնական թիթեղների միջև p ճնշման տակ: Գազի ջերմաստիճանը զծայնորեն աճում է ներքևի թիթեղից մինչև վերևինը՝ T_1 -ից հասնելով T_2 -ի: Ծավալը թիթեղների միջև V է: Գտնել գազի զանգվածը:

Տրված է՝ Լուծում: Դիցուք թիթեղներից յուրաքանչյուրի մակերեսը S է, դրանց միջև հեռավորությունը՝ a : Ըստ խնդրի պայմանի գազի ջերմաստիճանը փոխվում է ներքևից վերև գծայնորեն՝ $[T(h) = b + kh]$ օրենքով,



որտեղ b -ն և k -ն հաստատուններ են, որոնք կարելի է որոշել՝ ելնելով եզրային պայմաններից: Երբ $h = 0$, ապա $T(0) = T_1 = b$, իսկ երբ $h = a$,

ապա $T(a) = T_2 = b + ka \Rightarrow T_2 = b + ka = T_1 + ka$, որտեղից $k = \frac{T_2 - T_1}{a}$, և

հետևաբար ներքևի թիթեղից h բարձրության վրա գազի ջերմաստիճանը կորոշվի $T_h = T_1 + kh = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{a} h$ (1.2.1) բանաձևով:

Թիթեղների միջև եղած տիրույթում, ներքևի թիթեղից h բարձրության վրա մտովի առանձնացնենք dh հաստությամբ գազի շերտ: Այդ շերտում գտնվող dm զանգվածով գազի համար, որը

զբաղեցնում է $dV = Sdh$ ծավալ, գրենք վիճակի հավասարումը՝

$$pdV = pSdh = \frac{dm}{\mu} RT_h, \text{ որտեղից } dm = \frac{pSdh\mu}{RT_h} \quad (1.2.2):$$

Թիթեղների միջև գտնվող ամբողջ գազի զանգվածը որոշելու համար, ինտեգրենք (1.2.2)-ը, հաշվի առնելով (1.2.1)-ը՝

$$m = \int_V dm = \int_0^a \frac{pS\mu}{R} \frac{dh}{T_h} = \frac{pS\mu}{R} \int_0^a \frac{dh}{\left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{a}h\right)} :$$

Ներմուծենք $z = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{a}h$ նոր ինտեգրման փոփոխական, և հաշվի առնենք, որ երբ $h = 0$ և $h = a$, համապատասխանաբար՝ $z = T_1$ և $z = T_2$: Ստանում ենք՝

$$m = \frac{pSa\mu}{R(T_2 - T_1)} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dz}{z} = \frac{pV\mu}{R(T_2 - T_1)} (\ln z) \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{pV\mu}{R(T_2 - T_1)} \left(\ln \frac{T_2}{T_1} \right):$$

$$\underline{\eta_{\text{ատ}}}: \frac{pV\mu}{R(T_2 - T)} \left(\ln \frac{T_2}{T_1} \right):$$

խնդիր 1.3. Անոթում գտնվում է $m_1 = 7,0$ գ ազոտի և $m_2 = 11$ գ ածխաթթու գազի խառնուրդ՝ $T = 290$ Կ ջերմաստիճանում և $p_0 = 1,0$ մթն ճնշման տակ: Գտնել այդ խառնուրդի խտությունը՝ համարելով գազերը իդեալական:

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} m_1 = 7 \text{ գ} (N_2) \\ \mu_1 = 28 \text{ գ/մոլ} \\ m_2 = 11 \text{ գ} (CO_2) \\ \mu_2 = 44 \text{ գ/մոլ} \\ T = 290 \text{ K} \\ p_0 = 1 \text{ մթն} = 10^5 \text{ Պա} \\ \rho = ? \end{array}$$

Լուծում:

Խառնուրդ գազի խտությունը կարելի է որոշել $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}$ բանաձևով: Քանի որ խառնուրդը նույնպես իդեալական գազ է, ապա կարելի է օգտվել $p_0 V = \frac{m_1 + m_2}{\mu} RT$ (1.3.1) վիճակի հավասարումից և եզրակացնել, որ խտությունը կարելի է որոշել

$$\rho = \frac{p_0 \mu}{RT} \quad (1.3.2) \text{ բանաձևով: Խնդիրը լուծելու համար պետք է որոշել}$$

խառնուրդի μ մոլային զանգվածը: Գրենք ազոտի և ածխաթթու գազերի $p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT$ և $p_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT$ վիճակի հավասարումները և գումարենք դրանց աջ և ձախ մասերը՝

$$(p_1 + p_2)V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT \Rightarrow p_0 V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) RT \quad (1.3.3):$$

Այստեղ հաշվի է առնվել Դալտոնի օրենքը, համաձայն որի խառնուրդի p_0 ճնշումը հավասար է նրա մեջ մտնող գազերի p_1 և p_2 պարջիալ (մասնային, բաժնային) ճնշումների գումարին՝ $p_0 = p_1 + p_2$:

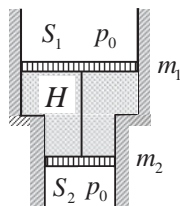
Համեմատելով (1.3.3)-ը (1.3.1)-ի հետ, ստանում ենք՝ $\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} = \frac{m_1 + m_2}{\mu}$, որտեղից հետևում է, որ $\mu = \frac{m_1 + m_2}{m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2}$ (1.3.4):

Տեղադրելով ստացված արդյունքը (1.3.2)-ի մեջ՝

$$\rho = \frac{p_0}{RT} \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)}:$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \rho = \frac{p_0}{RT} \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)} = 1,494 \text{ կգ/մ}^3 \approx 1,5 \text{ կգ/մ}^3:$$

Խնդիր 1.4. Երկու ծայրերը բաց ուղղաձիգ ողորկ խողովակը կազմված է տարբեր չափի հատույթներ ունեցող գլաններից: Գլանների ներսում գտնվում են չձգվող թելով միմյանց միացված երկու մխոց, իսկ նրանց միջև եղած տարածությունը լցված է մեկ մոլ իդեալական գազով: Վերևի մխոցի մակերեսը մեծ է ներքևինից $\Delta S = 10 \text{ սմ}^2$ -ով: Մխոցների ընդհանուր զանգվածն է $m = 5,0 \text{ կգ}$, արտաքին օդի ճնշումը՝ $p_0 = 1,0 \text{ մթն}$: Քանի Կելվինով պետք է տաքացնել մխոցների միջև գտնվող գազը, որպեսզի մխոցները տեղաշարժվեն $\ell = 5,0 \text{ սմ}$ -ով:



Տրված է՝

$$\begin{aligned} \nu &= 1 \text{ մոլ} \\ \Delta S &= S_1 - S_2 = 10 \text{ սմ}^2 \\ m &= m_1 + m_2 = 5,0 \text{ կգ} \\ p_0 &= 1 \text{ ԹՄ}, \\ \ell &= 5 \text{ սմ} \\ \Delta T &= ? \end{aligned}$$

Լուծում՝ Խնդիրը լուծելու համար գրենք մխոցների միջև գտնվող գազի վիճակի հավասարումները, այն տաքացնելուց առաջ և հետո (*I* և *II* վիճակներ) (տես նկ. *I, II*)՝

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \quad (1.4.1), \quad p_2 V_2 = \nu R T_2 \quad (1.4.2):$$

Այստեղ p_1 -ը, p_2 -ը, V_1 -ը, V_2 -ը, գազի ճնշումներն ու ծավալներն են *I*-ին և *II*-րդ վիճակներում: Հանելով (1.4.2) հավասարումից (1.4.1)-ը՝ ստանում ենք՝ $p_2 V_2 - p_1 V_1 = \nu R (T_2 - T_1)$,

որտեղից $\Delta T = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\nu R} \quad (1.4.3)$: Տեսնում ենք,

որ խնդիրը կլուծվի, եթե որոշվի $(p_2 V_2 - p_1 V_1)$ (1.4.4) արտահայտության արժեքը:

Նախ պարզենք, թե գազը տաքացնելիս մխոցները ո՞ր ուղղությամբ են տեղաշարժվում: Դիցուք f_1 -ը և f_2 -ը մխոցները միացնող թելում առաջացող լարման ուժերն են գազը տաքացնելուց առաջ և հետո: Գրենք մխոցների հավասարակշռության պայմանները գազի *I* և *II* վիճակներում:

I) $p_0 S_1 + f_1 + m_1 g = p_1 S_1 \quad (1.4.5), \quad p_0 S_2 + f_1 - m_2 g = p_1 S_2 \quad (1.4.6)$:

(1.4.5) հավասարումից հանենք (1.4.6)-ը՝

$$\left[p_0 (S_1 - S_2) + \cancel{f_1} - \cancel{f_1} + (m_1 + m_2) g = p_1 (S_1 - S_2) \right] \Rightarrow (p_0 \Delta S + mg = p_1 \Delta S) \Rightarrow$$

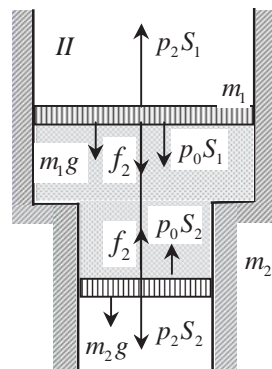
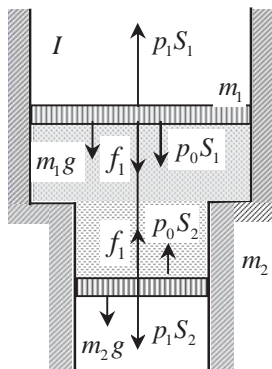
$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{\Delta S} : \quad (1.4.7)$$

II) $p_0 S_1 + f_2 + m_1 g = p_2 S_1 \quad (1.4.8), \quad p_0 S_2 + f_2 - m_2 g = p_2 S_2 : \quad (1.4.9)$

(1.4.8) հավասարումից հանենք (1.4.9)-ը՝

$$\left[p_0 (S_1 - S_2) + \cancel{f_2} - \cancel{f_2} + (m_1 + m_2) g = p_2 (S_1 - S_2) \right] \Rightarrow (p_0 \Delta S + mg = p_2 \Delta S) \Rightarrow$$

$$p_2 = p_0 + \frac{mg}{\Delta S} : \quad (1.4.10)$$



(1.4.7) և (1.4.10) հավասարումների համեմատությունից հետևում է, որ $p_1 = p_2 = p$: Սա նշանակում է, որ I և II վիճակներում միտոցների միջև եղած գազը տաքացնելիս նրա ճնշումը մնում է անփոփոխ: Իսկ այս պնդումից հետևում է, որ տվյալ պարագայում գազը տաքացնելիս նրա ծավալն աճում է, և հետևաբար միտոցները տեղափոխվում են դեպի վեր: Իրոք, գազի զբաղեցրած ծավալը վերևի գլանում աճում է $\Delta V_1 = \ell S_1$ չափով, իսկ ներքևի գլանում փոքրանում է $\Delta V_2 = \ell S_2$: Արդյունքում, II վիճակում գազի ծավալի փոփոխությունը դառնում է $\Delta V = V_2 - V_1 = \ell(S_1 - S_2)$ (1.4.11): Տեղադրելով (1.4.7)-ը, (1.4.10)-ը (1.4.3)-ի մեջ, և հաշվի առնելով (1.4.11)-ը՝ ստանում ենք՝

$$\Delta T = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\nu R} = \left(p_0 + \frac{mg}{\Delta S} \right) \frac{\ell(S_1 - S_2)}{\nu R} = \boxed{\frac{\ell(p_0 \Delta S + mg)}{\nu R}} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \frac{\ell(p_0 \Delta S + mg)}{\nu R} = 0,94 :$$

Խնդիր 1.5. Գտնել իդեալական գազի հնարավոր ամենամեծ ջերմաստիճանը հետևյալ պրոցեսներից յուրաքանչյուրում՝ ա) $p = p_0 - \alpha V^2$. բ) $p = p_0 e^{-\beta V}$, որտեղ p_0 -ն, α -ն և β -ն դրական հաստատուններ են, V -ն՝ մեկ մոլ գազի ծավալն է:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} \text{ա)} & p = p_0 - \alpha V^2 \\ \text{բ)} & p = p_0 e^{-\beta V} \\ & p_0, \alpha, \beta - \text{const}, \\ & V = V_\mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ա)} & T_{1\max} = ?, \\ \text{բ)} & T_{2\max} = ? \end{aligned}$$

Լուծում: Իդեալական գազի վիճակի հավասարումից

$$\text{հետևում է, որ } T = \frac{pV}{R} \quad (1.5.1), \text{ որտեղ } V \text{ -ն մեկ մոլ}$$

գազի ծավալն է:

ա) (1.5.1) հավասարումը այս պրոցեսի դեպքում

$$\text{ընդունում է հետևյալ տեսքը՝ } T = \frac{(p_0 - \alpha V^2)V}{R} \quad (1.5.2):$$

Այս բանաձևն արտահայտում է գազի ջերմաստիճանի կախումը նրա ծավալից տվյալ պրոցեսում: T -ի մեծագույն արժեքը գտնելու համար ածանցենք (1.5.2)-ը ըստ V -ի և հավասարեցնենք զրոյի՝

$$\frac{dT}{dV} = \frac{d}{dV} \left[\frac{(p_0 - \alpha V^2)V}{R} \right] = \frac{1}{R} (p_0 - 3\alpha V^2) = 0, \text{ որտեղից } p_0 = 3\alpha V_w^2 :$$

Բացի այդ, պարզվում է, որ $\left. \frac{d^2T}{dV^2} \right|_{V=V_w} < 0$: Ուրեմն՝ T -ն ընդունում է հնարավոր առավելագույն արժեքը, երբ ծավալը դառնում է $V_w = \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}$ (1.5.3): Տեղադրելով (1.5.3)-ը (1.5.2)-ի մեջ՝ ստանում ենք՝

$$T_{\text{imax}} = \frac{\left[p_0 - \alpha \left(\sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}} \right)^2 \right] \left(\sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}} \right)}{R} = \frac{2p_0}{3R} \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}} : \quad (1.5.4)$$

բ) Այս դեպքում (1.5.1) հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$T = \frac{p_0 V e^{-\beta V}}{R}$ (1.5.5): T -ի մեծագույն արժեքը գտնելու համար ածանցենք (1.5.5)-ն ըստ V -ի և հավասարեցնենք զրոյի՝

$$\frac{dT}{dV} = \frac{d}{dV} \left(\frac{p_0 V e^{-\beta V}}{R} \right) = \frac{p_0}{R} \left[e^{-\beta V} + V(-\beta) e^{-\beta V} \right] = 0 \Rightarrow (1 - V_p \beta) = 0, \text{ որտեղից}$$

$$V_p = \frac{1}{\beta} \quad (1.5.6): \text{ Բացի այդ պարզվում է, որ } \left. \frac{d^2T}{dV^2} \right|_{V=V_p} < 0 : \text{ Տեղադրելով}$$

$$(1.5.6)\text{-ը (1.5.5)-ի մեջ՝ ստանում ենք՝ } T_{2\text{max}} = \frac{p_0}{R} \frac{1}{\beta} e^{-\beta \frac{1}{\beta}} = \frac{p_0}{R\beta e} :$$

$$\underline{\text{Պատ.՝ ա) } T_{\text{imax}} = \frac{2p_0}{3R} \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}, \text{ բ) } T_{2\text{max}} = \frac{p_0}{R\beta e} :}$$

Խնդիր 1.6. Որոշել իդեալական գազի հնարավոր p_{min} փոքրագույն ճնշումը այն պրոցեսում, որն ընթանում է $T = T_0 + \alpha V^2$ օրենքով: T_0 -ն և α -ն դրական հաստատուններ են, V -ն՝ մեկ մոլ գազի ծավալն է: Պատկերել այդ պրոցեսի մոտավոր գրաֆիկը (p, V) դիագրամի վրա:

Տրված է՝

$$\left. \begin{aligned} T &= T_0 + \alpha V^2 \\ T_0, \alpha &= \text{const}, \\ V &= V_\mu \\ p_{\min} &=? \end{aligned} \right\}$$

Լուծում: Իդեալական գազի վիճակի հավասարումից

հետևում է, որ $p = \frac{RT}{V}$ (1.6.1), որտեղ V -ն մեկ մոլ

գազի ծավալն է: (1.6.1) հավասարումը խնդրի պայմանում տրված պրոցեսի համար ընդունում է

հետևյալ տեսքը՝ $p = \frac{R(T_0 + \alpha V^2)}{V}$ (1.6.2), որն արտահայտում է ճնշման

կախումը ծավալից տվյալ պրոցեսում: p_{\min} -ին համապատասխանող V -ն կգտնենք՝ ածանցելով (1.6.2)-ն ըստ ծավալի, և հավասարեցնելով այն զրոյի՝

$$\frac{dp}{dV} = \frac{d}{dV} \left[\frac{R(T_0 + \alpha V^2)}{V} \right] = \left(-\frac{RT_0}{V^2} + \alpha R \right) = 0,$$

որտեղից $\frac{RT_0}{V_0^2} = \alpha R$: Բացի այդ, $\left. \frac{d^2 p}{dV^2} \right|_{V=V_0} > 0$:

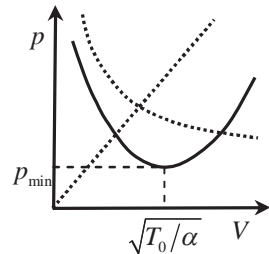
Ուրեմն, ճնշումն այս պրոցեսում կդառանա

մվազագույնը, երբ $V = \sqrt{\frac{T_0}{\alpha}}$ (1.6.3):

Տեղադրելով (1.6.3)-ը (1.6.2)-ի մեջ ստանում ենք՝

$$p_{\min} = \frac{R \left(T_0 + \alpha \left(\sqrt{T_0/\alpha} \right)^2 \right)}{\sqrt{T_0/\alpha}} = R \left(\sqrt{\alpha T_0} + \sqrt{\alpha T_0} \right) = 2R\sqrt{\alpha T_0} :$$

Պատ.՝ $p_{\min} = 2R\sqrt{\alpha T_0} :$

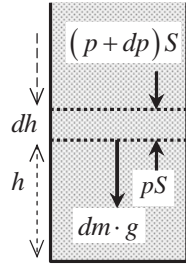


Խնդիր 1.7. Ազոտով լցված բարձր գլանաձև անոթը գտնվում է ծանրության ուժի համասեռ դաշտում, որում ազատ անկման արագացումը g է: Ազոտի T ջերմաստիճանը h բարձրությունից կախված փոխվում է այնպես, որ նրա ρ խտությունը բոլոր բարձրությունների վրա նույնն է: Գտնել ջերմաստիճանի dT/dh գրադիենտը (փոփոխման արագությունը ըստ h բարձրության):

Տրված է՝

$$\begin{aligned} N_2, \\ \mu = 28 \text{ գ/մոլ}, \\ T = T(h), \\ \rho = \text{const}, \rho \neq f(h) \\ dT/dh = ? \end{aligned}$$

Լուծում: Խնդիրը լուծելու համար դիտարկենք գլանաձև անոթի հատակից h բարձրության վրա գտնվող գազի dh հաստությամբ բարակ շերտ: Շերտում եղած գազի ճնշումը p է, ջերմաստիճանը՝ T :



Այդ շերտի $dm = \rho dV = \rho S dh$ զանգվածով գազի համար իդեալական գազի վիճակի հավասարումից

ունենք՝ $p dV = \frac{(dm)}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{(dm)}{\mu dV} RT = \frac{\rho}{\mu} RT$ (1.7.1): Այս հավասարման մեջ, կախված h բարձրությունից, փոփոխվում է թե՛ p -ն, և թե՛ T -ն, իսկ ρ -ն մնում է հաստատուն: (1.7.1)-ից հետևում է, որ

$$dp = \frac{\rho}{\mu} R dT \quad (1.7.2):$$

Գրենք ընտրված շերտի հավասարակշռության մեջ գտնվելու պայմանը: Շերտի ներքևի նիստի վրա գազի ճնշումը p է, հետևաբար, դեպի վեր ազդում է $F_1 = pS$ ուժը: Շերտի վերևի նիստին գազի ճնշումը $p + dp$ է, հետևաբար, դեպի վար նրա վրա ազդում է $F_2 = (p + dp)S$ ուժը: Բացի այդ, դեպի ներքև ազդում է նաև շերտի ծանրության $(dm)g = \rho(Sdh)g$ ուժը, հետևաբար $[(p + dp)S + \rho(Sdh)g = pS]$, որտեղից հետևում է, որ $dp = -\rho g dh$ (1.7.3): Տեղադրելով ստացված

արդյունքը (1.7.2)-ի մեջ՝ ստանում ենք՝ $\frac{\cancel{R}}{\mu} R dT = -\cancel{R} g dh \Rightarrow \frac{dT}{dh} = -\frac{\mu g}{R}$:

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \frac{dT}{dh} = -\frac{\mu g}{R} = 33,02 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Կ}}{\text{մ}}:$$

Խնդիր 1.8. Դիցուք օդի p ճնշումն ու ρ խտությունը անկախ բարձրությունից կապված են $\frac{p}{\rho^n} = \text{const}$ առնչությամբ (այստեղ n -ը հաստատուն է): Որոշել համապատասխան dT/dh ջերմաստիճանային գրադիենտը (փոփոխման արագությունն ըստ h բարձրության):

Տրված է՝

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{const} \neq f(h) \\ \frac{dT}{dh} = ?$$

Լուծում: $\frac{dT}{dh}$ գրադիենտը գտնելու համար

դիտարկենք S մակերեսով օդի բարակ շերտ՝ dh հաստությամբ: Ելնելով շերտում գազի վիճակի հավասարումից (տես նախորդ խնդրի նկարը), ստանում ենք՝

$$pSdh = \frac{dm}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{dm}{\mu Sdh} RT \Rightarrow p = \frac{\rho}{\mu} RT \Rightarrow T = \frac{p\mu}{\rho R} : \quad (1.8.1)$$

Ձևափոխելով խնդրում տրված $p = c_1 \rho^n \Rightarrow \rho = c p^{\frac{1}{n}}$ պայմանը (c_1 -ը և c -ն հաստատուններ են), տեղադրենք այն (1.8.1)-ի մեջ՝

$$T = \frac{p\mu}{c p^{\frac{1}{n}} R} = \frac{p^{\frac{n-1}{n}} \mu}{c R} : \quad (1.8.2)$$

Ստացված արտահայտությունից երևում է, որ T -ն կախված է h -ից անուղղակի ձևով (p ճնշումը կախված է շերտի h բարձրությունից):

Հետևաբար $\frac{dT}{dh} = \frac{dT}{dp} \frac{dp}{dh}$ (1.8.3): Որոշենք $\frac{dT}{dp}$ -ն ածանցելով (1.8.2)-ը՝

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\mu}{cR} \frac{n-1}{n} p^{-\frac{1}{n}} \quad (1.8.4): \quad \frac{dp}{dh} \text{ -ը որոշելու համար օգտվենք օդի ընտրված}$$

շերտի հավասարակշռության մեջ գտնվելու պայմանից (տես 1.7. խնդրի նկարը)՝ $(p + dp)S + \rho(Sdh)g = pS$ (1.8.5): Այստեղ $(p + dp)S$ -ը և pS -ը շերտի վրա վերևից և ներքևից ազդող ճնշման ուժերն են, $\rho(Sdh)g$ -ն շերտի վրա ազդող ծանրության ուժն է: Ձևափոխելով

$$(1.8.5)\text{-ը, կստանանք՝ } dp = -\rho g dh \Rightarrow \frac{dp}{dh} = -\rho g \quad (1.8.6):$$

Տեղադրելով (1.8.4)-ը և (1.8.6)-ը (1.8.3)-ի մեջ կստանանք՝

$$\frac{dT}{dh} = \left(\frac{\mu}{cR} \frac{n-1}{n} p^{-\frac{1}{n}} \right) (-\rho g) = \left(-\frac{\mu g}{R} \frac{n-1}{n} \right) \left(\frac{1}{c} \frac{\rho}{p^{\frac{1}{n}}} \right) = \boxed{-\frac{\mu g}{R} \frac{n-1}{n}} :$$

Արդյունքում՝ $\frac{dT}{dh} = -\frac{\mu g}{R} \frac{n-1}{n}$:

Պատ՝ $\frac{dT}{dh} = -\frac{\mu g}{R} \frac{n-1}{n}$:

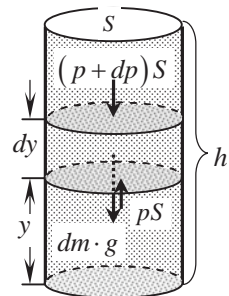
Խնդիր 1.9. μ մոլային զանգվածով իդեալական գազը գտնվում է ուղղաձիգ գլանաձև անոթում, որի հիմքի մակերեսը S է, բարձրությունը՝ h : Գազի ջերմաստիճանը T է, ճնշումը ներքևի հիմքի վրա՝ p_0 : Գտնել անոթում եղած գազի զանգվածը՝ համարելով, որ T ջերմաստիճանը և g ազատ անկման արագացումը կախված չեն բարձրությունից:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} &\mu, S, h, T, \\ &p(y=0) = p_0, \\ &g \neq g(h) \\ &T \neq T(h) \\ &m = ? \end{aligned}$$

Լուծում:

Պլանում պարունակվող գազի զանգվածը որոշելու համար բաժանենք գլանն ըստ բարձրության շատ բարակ շերտերի, որոշենք i -րդ շերտի dm_i զանգվածը (որը կախված է շերտի դիրքից) և գումարենք բոլոր շերտերի զանգվածները (այլ կերպ ասած ինտեգրենք):



Դիտարկենք գլանաձև անոթի հատակից y

բարձրության վրա գտնվող dy հաստությամբ գազի բարակ շերտ: Օգտվենք շերտի հավասարակշռության մեջ գտնվելու պայմանից: Շերտի ներքևի նիստին գազի ճնշումը p է, հետևաբար, դեպի վեր ազդում է $F_1 = pS$ ուժը: Շերտի վերևի նիստին գազի ճնշումը $p + dp$ է, և դեպի վար ազդում է $F_2 = (p + dp)S$ ուժը: Բացի այդ, դեպի վար ազդում է նաև շերտի ծանրության ուժը՝ $gdm = \rho(Sdy)g$, հետևաբար՝

$$(p + dp)S + gdm = pS \Rightarrow \boxed{dpS = -gdm} : \quad (1.9.1)$$

Ձևափոխելով շերտում պարունակվող գազի համար վիճակի

$$\text{հավասարումը, կստանանք՝ } p dV = \frac{dmRT}{\mu} \Rightarrow dm = \frac{p(dyS)\mu}{RT} : \quad (1.9.2)$$

Տեղադրենք (1.9.2)-ը (1.9.1)-ի մեջ՝

$$\cancel{S} dp = -g \frac{p \cancel{S} \mu}{RT} dy \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dy : \quad (1.9.3)$$

Ինտեգրենք (1.9.3)-րդ հավասարման ծախս և աջ մասերը՝

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \int_0^y -\frac{\mu g}{RT} dy \Rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{RT} y \Rightarrow \boxed{p = p_0 e^{-\frac{\mu g y}{RT}}} : \quad (1.9.4)$$

Տեղադրենք (1.9.4)-ը (1.9.2)-ի մեջ և ինտեգրենք այդ արտահայտությունը՝

$$m = \int dm = \int_0^h \frac{\mu p_0 S}{RT} e^{-\frac{\mu g y}{RT}} dy = \frac{p_0 S \mu}{RT} \left(-\frac{RT}{\mu g} \right) \int_0^h e^{-\frac{\mu g y}{RT}} d \left(-\frac{\mu g y}{RT} \right) = \frac{p_0 S}{g} \left(1 - e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \right) :$$

Արդյունքում՝ $m = \frac{p_0 S}{g} \left(1 - e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \right) :$ Պատ՝ $m = \frac{p_0 S}{g} \left(1 - e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \right) :$

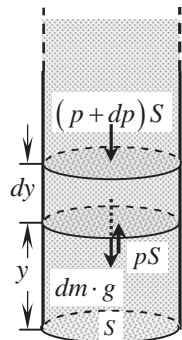
Խնդիր 1.10. Շատ բարձր ($h \rightarrow \infty$) ուղղաձիգ գլանաձև անոթը պարունակում է μ մոլային զանգվածով իդեալական գազ և գտնվում է ծանրության ուժի համասեռ դաշտում, որում ազատ անկման արագացումը g է: Համարելով գազի ջերմաստիճանը ամենուրեք նույնը և հավասար T -ի, գտնել այն բարձրությունը, որի վրա գտնվում է գազի ծանրության կենտրոնը:

Տրված է՝

$$\left. \begin{array}{l} \mu, g, \\ T = \text{const} \\ y_c = ? \end{array} \right\}$$

Լուծում: Քանի որ ծանրության ուժի դաշտը համասեռ է, ուստի զանգվածների և ծանրության կենտրոնները համընկնում են: Բաժանենք գլանը, ըստ բարձրության, շատ բարակ շերտերի: Որոշենք գլանի հատակից y բարձրության վրա գտնվող գազի՝ dy հաստությամբ, i -րդ շերտի dm_i զանգվածը (այն կախված է շերտի դիրքից) և օգտվելով զանգվածների կենտրոնի սահմանումից՝

$$y_c = \frac{\int y \cdot dm(y)}{\int dm(y)} \quad (1.10.1)$$



գտնենք գլանում եղած գազի ծանրության կենտրոնը: (1.10.1) բանաձևից երևում է, որ խնդրի լուծումը հանգում է dm զանգվածի y -ից կախվածության որոշմանը: Օգտվենք շերտի հավասարակշռության մեջ գտնվելու պայմանից: Շերտի ներքևում գազի ճնշումը p է,

հետևաբար, դեպի վեր ազդում է $F_1 = pS$ ուժը: Շերտի վերևում գազի ճնշումը $p + dp$ է, և դեպի վար ազդում է $F_2 = (p + dp)S$ ուժը: Բացի այդ, դեպի ներքև ազդում է նաև շերտի վրա ազդող ծանրության $dm \cdot g = \rho(Sdy)g$ ուժը: Ըստ նկարի գազի շերտը հավասարակշռության մեջ է, եթե

$$(p + dp)S + dm \cdot g = pS \Rightarrow dpS = -gdm: \quad (1.10.2)$$

Ձևափոխելով շերտում եղած գազի համար գրված վիճակի հավասարումը, ստանում ենք՝ $p dV = \frac{dm}{\mu} RT \Rightarrow dm = \frac{p(dy \cdot S)\mu}{RT}: (1.10.3)$

Տեղադրենք (1.10.3)-ը (1.10.2)-ի մեջ՝

$$\cancel{S} dp = -g \frac{p \cancel{S} \mu}{RT} dy \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dy \quad (1.10.4)$$

և ինտեգրենք (4) հավասարման ձախ և աջ մասերը՝

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \int_0^y -\frac{\mu g}{RT} dy \Rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{RT} y \Rightarrow p = p_0 e^{-\frac{\mu g y}{RT}}: \quad (1.10.5)$$

Ստացված (1.10.5)-ը տեղադրելով (1.10.3)-ի մեջ ստանում ենք՝

$$dm = \frac{p_0 e^{-\frac{\mu g y}{RT}} S \mu}{RT} dy \quad (1.10.6):$$

Տեղադրելով (1.10.6)-ը (1.10.1)-ի մեջ և կատարելով համապատասխան մաթեմատիկական գործողություններ՝ կհանգենք վերջնական արդյունքի՝

$$y_c = \frac{\int y \cdot dm(y)}{\int dm(y)} = \frac{\int_0^\infty \frac{p_0 S \mu y e^{-\frac{\mu g y}{RT}}}{RT} dy}{\int_0^\infty \frac{p_0 S \mu e^{-\frac{\mu g y}{RT}}}{RT} dy} = \frac{\left(\frac{RT}{\mu g} \right)^2}{\frac{RT}{\mu g}} = \frac{RT}{\mu g}:$$

$$\underline{\text{Պատ.}}. \quad y_c = \frac{RT}{\mu g}:$$

Խնդիր 1.11. μ մոլային զանգվածով իդեալական գազը գտնվում է ծանրության ուժի համասեռ դաշտում, որում ազատ անկման արագացումը g է: Գտնել գազի ճնշման կախումը h բարձրությունից,

եթե $h=0$ դեպքում $p=p_0$, իսկ ջերմաստիճանի բարձրությունից կախումը տրվում է որպես $\alpha) T=T_0(1-ah)$, $\beta) T=T_0(1+ah)$:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} \mu, g, h=0 &\Rightarrow p=p_0 \\ \alpha) T &= T_0(1-ah) \\ \beta) T &= T_0(1+ah) \\ p &= p(h) = ? \end{aligned}$$

Լուծում:

Դիտարկենք h բարձրության վրա գտնվող S մակերեսով dh հաստությամբ գազի բարակ շերտ: Դիցուք շերտի վերին մակերևույթի վրա գազի ճնշումը $p_1 = p + dp$ է, իսկ ստորինի վրա՝ $p_2 = p$: Հետևաբար գազի շերտի վրա դեպի

վեր ազդում է pS ուժ, իսկ դեպի ներքև՝ $(p+dp)S + dm \cdot g$ ուժ, որտեղ $dm \cdot g$ -ն շերտի վրա ազդող ծանրության ուժն է: Քանի որ շերտը հավասարակշռության վիճակում է, ուստի նրա վրա դեպի ներքև և դեպի վերև ազդող ուժերի մոդուլները պետք է լինեն իրար հավասար՝ $(p+dp)S + dm \cdot g = pS$, կամ $dm = -\frac{S}{g} dp$ (1.11.1):

Շերտում եղած dm զանգվածով գազի վիճակի հավասարումից հետևում է՝ $pV = \frac{dm}{\mu} RT \Rightarrow pSdh = \frac{dm}{\mu} RT \Rightarrow dm = \frac{p\mu S}{RT} dh$: (1.11.2)

Տեղադրենք (1.11.2)-ը (1.11.1)-ի մեջ՝

$$\frac{p\mu S}{RT} dh = -\frac{S}{g} dp \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh: \quad (1.11.3)$$

Ինտեգրենք (1.11.3)-ը h հավասարման աջ և ձախ մասերը

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\int_0^h \frac{\mu g}{RT} dh \Rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T} \quad (1.11.4):$$

1) Համաձայն խնդրի $\alpha)$ պայմանի

$$\begin{aligned} \ln \frac{p}{p_0} &= -\frac{\mu g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T} = -\frac{\mu g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T_0(1-ah)} = -\frac{\mu g}{RT_0} \left(-\frac{1}{a} \right) \int_0^h \frac{d(1-ah)}{(1-ah)} = \\ &= \frac{\mu g}{RT_0 a} \left[\ln(1-ah) \right]_0^h = \frac{\mu g}{RT_0 a} \left[\ln(1-ah) \right] = \left[\ln(1-ah)^{\frac{\mu g}{RT_0 a}} \right], \end{aligned}$$

որից հետևում է, որ $\ln \frac{p}{p_0} = \left[\ln(1-ah)^{\frac{\mu g}{RT_0 a}} \right] \Rightarrow \frac{p}{p_0} = (1-ah)^{\frac{\mu g}{RT_0 a}}$,

այսինքն $p = p_0 (1 - ah)^{\frac{\mu g}{RT_0 a}}$ եթե $\left(h < \frac{1}{a}\right)$:

2) Համաձայն խնդրի բ) պայմանի

$$\begin{aligned} \ln \frac{p}{p_0} &= -\frac{\mu g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T} = -\frac{\mu g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T_0 (1 + ah)} = -\frac{\mu g}{RT_0} \left(\frac{1}{a}\right) \int_0^h \frac{d(1 - ah)}{(1 - ah)} = \\ &= -\frac{\mu g}{RT_0 a} \left[\ln(1 + ah) \right]_0^h = -\frac{\mu g}{RT_0 a} \left[\ln(1 + ah) \right] \Rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = \left[\ln(1 + ah)^{-\frac{\mu g}{RT_0 a}} \right], \text{ կամ} \\ \frac{p}{p_0} &= (1 + ah)^{-\frac{\mu g}{RT_0 a}} \text{ և արդյունքում՝ } p = p_0 (1 + ah)^{-\frac{\mu g}{RT_0 a}} : \end{aligned}$$

Պատ. ա) $p = p_0 (1 - ah)^{\frac{\mu g}{RT_0 a}}$ եթե $\left(h < \frac{1}{a}\right)$, բ) $p = p_0 (1 + ah)^{-\frac{\mu g}{RT_0 a}}$:

2.ՋԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ Ի-ԻՆ ՕՐԵՆՔԸ: ՋԵՐՄՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

խնդիր 2.1. Ցույց տալ, որ սենյակում եղած օդի U ներքին էներգիան կախված չէ ջերմաստիճանից, եթե արտաքին p ճնշումը հաստատուն է: Հաշվել U -ն, եթե սենյակի ծավալն է $V = 40 \text{ մ}^3$, իսկ p -ն հավասար է նորմալ նթնոլորտային ճնշմանը:

Տրված է՝ Լուծում: Սենյակում պարունակվող օդի U ներքին $\gamma_{\text{օդ}} = 1,4$ էներգիան կարելի է որոշել $U = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} T$ (2.1) բանաձևով՝
 $p = \text{const},$
 $V = 40 \text{ մ}^3$
 $p = 10^5 \text{ Պա}$
 $U = ?$ համարելով օդը իդեալական գազ: Մայերի բանաձևի

համաձայն

$$R = C_{\mu p} - C_{\mu V} = C_{\mu V} \left(\frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} - 1 \right) = C_{\mu V} (\gamma - 1) \Rightarrow C_{\mu V} = \frac{R}{(\gamma - 1)} : (2.2)$$

Տեղադրենք (2.2)-ը (2.1)-ի մեջ՝

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{R}{(\gamma - 1)} T = \left(\frac{m}{\mu} RT \right) \frac{1}{(\gamma - 1)} = \frac{pV}{(\gamma - 1)} : (2.3)$$

Քանի որ սենյակի V ծավալը կախված չէ նրա ջերմաստիճանից, իսկ օդի արտաքին p ճնշումը հաստատուն է ըստ խնդրի պայմանի, ուստի pV արտադրյալը նույնպես մնում է հաստատուն: Հետևաբար, իրոք սենյակում պարունակվող օդի U ներքին էներգիան կախված չէ ջերմաստիճանից: Սա բացատրվում է նրանով, որ սենյակում եղած օդի մի մասը ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց դուրս է գալիս սենյակից, և, թեև յուրաքանչյուր մոլեկուլի էներգիան ջերմաստիճանի հետ աճում է, նրանց քանակի նվազման պատճառով, սենյակում եղած բոլոր մոլեկուլների գումարային էներգիան, այսինքն ներքին էներգիան, մնում է անփոփոխ:

$$U = \frac{pV}{\gamma - 1} = \frac{10^5 \cdot 40}{1,4 - 1} = 10^7 \text{ Ջ}:$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad U = \frac{pV}{\gamma - 1} = 10^7 \text{ Ջ}:$$

Խնդիր 2.2. Երկու ջերմամեկուսացված 1 և 2 բալոն լցված են օդով և միացված են կարճ խողովակով, որի վրա կա փական: Հայտնի են բալոնների ծավալները, դրանցում պարունակվող օդի ճնշումներն ու ջերմաստիճանները՝ $(p_1, V_1, T_1; p_2, V_2, T_2)$: Գտնել օդի ճնշումը և ջերմաստիճանը, որը կհաստատվի բալոններում փականը բացելուց հետո:

Տրված է՝

$$\left. \begin{array}{l} p_1, V_1, T_1; p_2, V_2, T_2, \\ \Delta Q = 0 \end{array} \right\} \\ T = ?, p = ?$$

Լուծում: Երբ փականը բացում ենք, օդը բարձր ճնշում ունեցող բալոնից հոսում է դեպի ցածր ճնշումով բալոնը, այնքան, մինչև դրանցում հաստատվի նույն p ճնշումը: Գրենք օդի վիճակի հավասարումը 1 և 2 բալոնում մինչև փականը

բացելը և փականը բացելուց հետո՝

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \quad (2.2.1), \quad p_2 V_2 = \nu_2 R T_2 \quad (2.2.2), \quad p(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2) R T \quad (2.2.3):$$

Դիտարկելով երկու բալոններում եղած օդը որպես մեկ միասնական համակարգ, կարելի է պնդել, որ օդի հետ տեղի ունեցող պրոցեսը ադիաբատ է $(\delta Q = 0)$, քանի որ բալոնները ջերմամեկուսացված են:

Բացի այդ, պրոցեսի ընթացքում համակարգի ծավալի փոփոխություն տեղի չի ունենում, հետևաբար գազը աշխատանք չի կատարում՝

($\delta A = 0$): Ելնելով ջերմադինամիկայի I-ին օրենքից՝ $\delta Q = dU + \delta A$, կարող ենք եզրակացնել, որ օդի ներքին էներգիան պրոցեսում մնում է անփոփոխ $U_{սկ} = U_{կ}$ (2.2.4): Այստեղ

$$U_{սկ} = U_1 + U_2 = \frac{i}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{i}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{i}{2} (p_1 V_1 + p_2 V_2), \quad (2.2.5)$$

$$U_{կ} = \frac{i}{2} (\nu_1 + \nu_2) RT = \frac{i}{2} p (V_1 + V_2): \quad (2.2.6)$$

(2.2.5)-ը և (2.2.6)-ը գրելիս հաշվի են առնվել (2.2.1)-ը , (2.2.2)-ը և (2.2.3)-ը: Տեղադրելով (2.2.5)-ը և (2.2.6)-ը (2.2.4)-ի մեջ , p -ի համար կստանանք՝

$$\frac{i}{2} (p_1 V_1 + p_2 V_2) = \frac{i}{2} p (V_1 + V_2) \Rightarrow p = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2)}{(V_1 + V_2)}: \quad (2.2.7)$$

Փականը բացելուց հետո բալոններում հաստատված ջերմաստիճանը որոշելու համար կատարենք որոշ ձևափոխություններ (2.2.1), (2.2.2) և (2.2.3) հավասարումներում՝

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \nu_1 R \quad (2.2.8), \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \nu_2 R \quad (2.2.9), \quad \frac{p (V_1 + V_2)}{T} = (\nu_1 + \nu_2) R \quad (2.2.10):$$

Գումարելով (2.2.8) և (2.2.9) հավասարումները և համեմատելով ստացված արդյունքը (2.2.10)-ի հետ, կարող ենք գրել՝

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p (V_1 + V_2)}{T} \Rightarrow T = T_1 T_2 \frac{p (V_1 + V_2)}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}:$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad p = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2)}{(V_1 + V_2)}; \quad T = T_1 T_2 \frac{p (V_1 + V_2)}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}:$$

Խնդիր 2.3. $V = 5\text{լ}$ ծավալով փակ անոթում, նորմալ պայմաններում գազային վիճակում գտնվող ջրածինը սառեցվեց $\Delta T = 55^\circ\text{C}$ -ով: Գտնել գազի ներքին էներգիայի աճը և նրա կողմից տրված ջերմաքանակը:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} H_2 \rightarrow (i=5) \\ V=5\text{լ} \\ p_0=10^5 \text{ Պա}, \\ T=273\text{Կ}, \\ \Delta T=-55\text{Կ} \\ \frac{dU}{dT}=?, \\ \delta Q'=? \end{aligned}$$

Լուծում:

Ջերմադինամիկայի I օրենքի համաձայն $\delta Q = dU + \delta A$: Քանի որ ջրածինը, ըստ խնդրի պայմանի, սառեցվում է հաստատուն ծավալում ($dV=0$), ուրեմն գազի կատարած աշխատանքը $\delta A = pdV = 0$ և, հետևաբար, $\delta Q = dU$: Գազի կողմից տրված $\delta Q'$ և գազին տրված δQ ջերմաքանակները իրար հավասար են՝ հակառակ նշաններով $\delta Q' = -\delta Q$: Ուրեմն, խնդիրը լուծելու համար պետք է որոշել գազի ներքին էներգիայի dU փոփոխությունը: Տրված պայմաններում գտնվող ջրածինը կարելի է համարել իդեալական գազ, որի ներքին էներգիան սկզբնական և վերջնական վիճակներում որոշվում է համապատասխանաբար

$$U_{սկ} = \frac{i}{2} \nu RT \quad \text{և} \quad U_{վ} = \frac{i}{2} \nu R(T + \Delta T)$$

բանաձևերով: Ջրածնի ներքին էներգիայի փոփոխությունը կլինի՝ $dU = U_{վ} - U_{սկ} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$ (2.3.1): Սկզբնական վիճակում գազի վիճակի

հավասարումից՝ $p_0 V = \nu RT$, ստանում ենք՝ $\nu R = \frac{p_0 V}{T}$ (2.3.2):

Տեղադրելով (2.3.2)-ը (2.3.1)-ի մեջ և հաշվի առնելով, որ $\frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma - 1}$,

ստանում ենք՝ $dU = \frac{p_0 V \Delta T}{T(\gamma - 1)}$ և $\delta Q' = -dU = -\frac{p_0 V \Delta T}{T(\gamma - 1)}$:

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad dU = \frac{p_0 V \Delta T}{T(\gamma - 1)} = -0,25 \text{ կՋ}, \quad \delta Q' = -\frac{p_0 V \Delta T}{T(\gamma - 1)} = 0,25 \text{ կՋ} :$$

Խնդիր 2.4. Ուղղաձիգ գլանում անկշիռ մխոցի տակ գտնվում է մեկ մոլ իդեալական գազ՝ T ջերմաստիճանում: Մխոցից վերև գտնվող տարածությունը հաղորդակցվում է մթնոլորտի հետ: Ի՞նչ աշխատանք պետք է կատարել մխոցը դանդաղ բարձրացնելով՝ նրա տակ գտնվող գազի ծավալը իզոթերմ կերպով n անգամ մեծացնելու համար: Շփումը բացակայում է:

Տրված է՝ $T = const,$
 $p_0,$
 $v = 1 \text{ մոլ},$
 $V = nV_0$
Ա = ?

Լուծում: Մխոցը դանդաղ հավասարաչափ բարձրացնելու համար նրա վրա պետք է ազդել դեպի վեր ուղղված F ուժով, որը պետք է առնավազն հավասար լինի, կամ անվերջ փոքր չափով գերազանցի մխոցի վրա վերևից և ներքևից ազդող ճնշման ուժերի համագործին

$$F \geq (F_{\text{նրք}} - F_{\text{վեր}}) = (p_0 S - p S) = S(p_0 - p):$$

Դիցուք մխոցը գտնվում է գլանի հատակից կամայական y բարձրությամբ որոշվող միջանկյալ դիրքում: Անվերջ փոքր dy չափով մխոցի բարձրացման վրա ծախսված աշխատանքը կլինի $dA = F dy$: Քանի որ մխոցը բարձրանալիս նրա տակ գտնվող գազն ընդարձակվում է, ապա մխոցի տակ p ճնշումը, կախված y -ից, փոքրանում է, իսկ վերևի p_0 ճնշումը մնում է անփոփոխ: Ուրեմն կարելի է եզրակացնել, որ F ուժը կախված y -ից փոխվում է: Հետևաբար, կամայական y միջանկյալ դիրքից dy չափով մխոցի բարձրացման աշխատանքը կլինի՝

$$A = \int dA = \int F dy = \int (p_0 - p) S dy = \int (p_0 - p) dV : (2.4.1)$$

Այստեղ հաշվի ենք առել, որ գազի ընդարձակման ժամանակ նրա ծավալի փոփոխությունը որոշվում է $dV = S dy$ բանաձևով: Գտնենք p ճնշման կախումը y -ից, կամ որ նույնն է՝ գազի ծավալից ($V = yS$): Օգտվենք վիճակի հավասարումից՝

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V}, \quad p_0 = \frac{\nu RT}{V_0} : (2.4.2)$$

Տեղադրենք (2.4.2)-ը (2.4.1)-ի մեջ և ինտեգրենք:

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_0}^{nV_0} (p_0 - p) dV = \nu RT \int_{V_0}^{nV_0} \left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{V} \right) dV = \nu RT \left(\frac{V}{V_0} - \ln V \right) \Bigg|_{V_0}^{nV_0} = \\ &= \nu RT [(n-1) - \ln n] : \end{aligned}$$

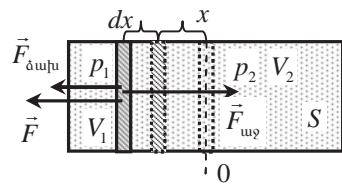
Քանի որ $\nu = 1$, ապա $A = RT [(n-1) - \ln n]$:

Պատ. $A = RT [(n-1) - \ln n] :$

Խնդիր 2.5. Երկու ծայրերը փակ հորիզոնական գլանի ներսում գտնվում է շարժական անկշիռ մխոց: Սկզբում մխոցը բաժանում է գլանը երկու հավասար՝ V_0 ծավալով մասերի, որոնցից յուրաքանչյուրում գտնվում է նույն T ջերմաստիճանի և նույն p_0 ճնշման տակ գտնվող իդեալական գազ: Ի՞նչ աշխատանք պետք է կատարել մխոցը դանդաղ տեղաշարժելու դեպքում, որպեսզի մխոցի մի կողմում ծավալը η անգամ մեծ դառնա մյուսի համեմատ:

Տրված է՝ $V_0, p_0,$
 $T = const,$
 $V_2 = \eta V_1$
 $A = ?$

Լուծում: Մխոցը դանդաղ, օրինակ, դեպի ձախ տեղաշարժելու համար, պետք է նրա վրա ազդել այդ ուղղությամբ ուղղված



F ուժով, որը պետք է առնավազն հավասար կամ անվերջ փոքր չափով մեծ լինի մխոցի վրա ձախից և աջից ազդող p_1 և p_2 ճնշումներով պայմանավորված ուժերի F համագործից՝

$$|\vec{F}| \geq (|\vec{F}_{\text{ձախ}}| - |\vec{F}_{\text{աջ}}|) = (p_1 S - p_2 S) = S(p_1 - p_2) \quad (2.5.1),$$

որտեղ S -ը մխոցի մակերեսն է: Երբ մխոցը x կոորդինատով որոշվող դիրքից տեղափոխվում է dx չափով, F ուժը կատարում է $dA = F dx = (p_1 - p_2) S dx$ (2.5.2) տարրական աշխատանք:

Մխոցը 0-ական դիրքից x չափով տեղափոխելիս ձախ և աջ մասերի ծավալները փոխվում են Sx չափով, դառնալով՝ $V_1 = V_0 - Sx$ և $V_2 = V_0 + Sx$: Քանի որ պրոցեսը իզոթերմ է, ուստի

$$p_0 V_0 = p_1 (V_0 - Sx) \Rightarrow p_1 = \frac{p_0 V_0}{(V_0 - Sx)}, \quad (2.5.3)$$

$$p_0 V_0 = p_2 (V_0 + Sx) \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 V_0}{(V_0 + Sx)}: \quad (2.5.4)$$

Տեղադրելով (2.5.3)-ը և (2.5.4)-ը (2.5.1)-ի մեջ, F ուժի համար ստանում ենք՝

$$F = p_0 V_0 \left[\frac{1}{V_0 - Sx} - \frac{1}{V_0 + Sx} \right] S = p_0 V_0 S \frac{2Sx}{V_0^2 - (Sx)^2}: \quad (2.5.5)$$

Եթե մխոցի x -ով որոշվող դիրքում գտնվելիս նրա աջ և ձախ մասերի V_2 և V_1 ծավալների հարաբերությունը նշանակենք k -ով, ապա $k = \frac{V_0 + Sx}{V_0 - Sx}$: Այստեղից հետևում է, որ այդ դիրքի համար $x = \frac{V_0}{S} \frac{k-1}{k+1}$ և k -ն բնականաբար կախված է x -ից: Մասնավորապես, երբ $k = \eta$, $x = x_0 = \frac{V_0}{S} \frac{\eta-1}{\eta+1}$ (2.5.6): Տեղադրելով (2.5.5)-ը (2.5.2)-ի մեջ և կատարելով ինտեգրում 0 -ից x_0 սահմաններում՝ կստանանք, թե ինչ աշխատանք է կատարում F ուժը մխոցի աջ մասի ծավալը ձախ մասի ծավալից η անգամ մեծ դարձնելու համար:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{x_0} F dx = \int_0^{x_0} p_0 V_0 S \frac{2Sx}{V_0^2 - (Sx)^2} dx = -p_0 V_0 \int_0^{x_0} \frac{d[V_0^2 - (Sx)^2]}{V_0^2 - (Sx)^2} = \\ &= -p_0 V_0 \ln [V_0^2 - (Sx)^2] \Big|_0^{x_0} = p_0 V_0 \ln \frac{V_0^2}{V_0^2 - (Sx_0)^2} : \end{aligned}$$

Տեղադրելով (2.5.6)-ից ստացված x_0 -ի արժեքը, կստանանք՝

$$A = p_0 V_0 \ln \frac{V_0^2}{V_0^2 - \cancel{S^2} \frac{V_0^2 (\eta-1)^2}{\cancel{S^2} (\eta+1)^2}} = p_0 V_0 \ln \frac{(\eta+1)^2}{4\eta} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad A = p_0 V \left[\ln \frac{(\eta+1)^2}{4\eta} \right] :$$

Խնդիր 2.6. γ ադիաբատի ցուցչով մեկ մոլ իդեալական գազի ծավալը փոխվում է $V = \frac{a}{T}$ օրենքի համաձայն, որտեղ a -ն հաստատուն է: Գտնել այդ պրոցեսում գազի ստացած ջեմաքանակը, եթե նրա ջերմաստիճանը կրել է ΔT աճ:

Տրված է՝ $\nu = 1$ մոլ, γ , $V = a/T$, $a = \text{const}$, ΔT , $Q = ?$

Լուծում՝ Ջերմադինամիկայի I-ին օրենքի համաձայն
 $\delta Q = dU + \delta A$ (2.6.1), որտեղ $dU = \frac{i}{2} \nu R dT$ (2.6.2),
 $\delta A = p dV$ (2.6.3): Վիճակի հավասարումից և խնդրի պայմանից հետևում է՝
 $p = \frac{\nu R T}{V} = \frac{\nu R T^2}{a}$ (2.6.4), և $dV = d\left(\frac{a}{T}\right) = \left(-\frac{a}{T^2}\right) dT$: (2.6.5)

Տեղադրելով (2.6.4)-ը և (2.6.5)-ը (2.6.3)-ում, իսկ ստացված արդյունքը (2.6.1)-ում, կստանանք՝

$$\delta Q = \frac{i}{2} \nu R dT + \frac{\nu R T^2}{a} \left(-\frac{a}{T^2}\right) dT = \nu R \left(\frac{1}{\gamma-1} - 1\right) dT = \nu R \frac{2-\gamma}{\gamma-1} dT : (2.6.6)$$

Գազի ստացած Q ջերմաքանակը կարելի է ստանալ ինտեգրելով

$$(2.6.6) \text{ հավասարման երկու կողմերը՝ } Q = \int_T^{T+\Delta T} \nu R \frac{2-\gamma}{\gamma-1} dT = \nu R \frac{2-\gamma}{\gamma-1} \Delta T :$$

Քանի որ $\nu = 1$, ապա $Q = R \frac{2-\gamma}{\gamma-1} \Delta T$:

Պատ. $Q = R \frac{2-\gamma}{\gamma-1} \Delta T$:

Խնդիր 2.7. Ցույց տալ, որ այն պրոցեսը, որում իդեալական գազի աշխատանքը համեմատական է նրա ներքին էներգիայի աճին, նկարագրվում է $pV^n = \text{const}$ հավասարումով, որտեղ n -ը հաստատուն է:

Տրված է՝ $(\delta A \sim dU)$, $pV^n = ?$

Լուծում՝ Խնդրի պայմանի համաձայն ($\delta A \sim dU$) հետևաբար կարելի է գրել՝ $\delta A = a \cdot dU$ (2.7.1), որտեղ $a = \text{const}$:

$$\delta A = p dV \quad (2.7.2), \quad dU = \frac{i}{2} \nu R dT = \frac{\nu R dT}{\gamma-1} \quad (2.7.3):$$

Տեղադրելով (2.7.2)-ը և (2.7.3)-ը (2.7.1)-ում կստանանք՝

$$p dV = a \cdot \frac{\nu R dT}{\gamma-1} \quad (2.7.4): \text{ Դիֆերենցելով } pV = \nu RT \text{ վիճակի հավասարման երկու կողմերը՝ } p dV + V dp = \nu R dT \quad (2.7.5) \text{ և տեղադրելով (2.7.4)-ը (2.7.5)-ում կստանանք՝}$$

$$pdV + Vdp = \frac{\gamma-1}{a} \cdot pdV \Rightarrow Vdp + \left(1 - \frac{\gamma-1}{a}\right)pdV = 0 \Rightarrow \left[\frac{dp}{p} + n\frac{dV}{V} = 0\right] \quad (2.7.6),$$

որտեղ $\left(n = 1 - \frac{\gamma-1}{a}\right)$: Ինտեգրելով ստացված (2.7.6) հավասարումը, կստանանք՝

$$\int \frac{dp}{p} + n \frac{dV}{V} = C_1 \Rightarrow (\ln p + n \ln V = \ln C) \Rightarrow [\ln(pV^n) = \ln C] \Rightarrow pV^n = C :$$

Հետևաբար, այն պրոցեսը, որում իդեալական գազի աշխատանքը համեմատական է համակարգի ներքին էներգիայի աճին, իրոք նկարագրվում է $pV^n = \text{const}$ հավասարումով:

Պատ.՝ $pV^n = C :$

Խնդիր 2.8. Գտնել իդեալական գազի մոլային ջերմունակությունը $pV^n = \text{const}$ պոլիտրոպիկ պրոցեսում, եթե գազի ադիաբատի ցուցիչը γ է: Պոլիտրոպի n ցուցչի ի՞նչ արժեքների դեպքում գազի ջերմունակությունը կլինի բացասական:

Տրված է՝ Լուծում: Ջերմունակության սահմանման համաձայն՝

$$\left. \begin{array}{l} pV^n = \text{const}, \\ \gamma, \\ v = 1 \\ c_\mu = ? \end{array} \right\}$$

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT} : \quad (2.8.1)$$

Ջերմադինամիկայի առաջին օրենքից արդեն ստացել ենք, որ $dU = \nu C_{\mu V} dT$ (2.8.2), իսկ տարրական աշխատանքը՝

$$\delta A = pdV \quad (2.8.3): \quad \text{Համաձայն վիճակի հավասարման}$$

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} \quad (2.8.4): \quad \text{Գազի կատարած տարրական աշխա-}$$

$$\text{տանքը կլինի } \delta A = \frac{\nu RT}{V} dV \quad (2.8.5): \quad \text{Արտահայտենք } V \text{-ն տեղադրելով}$$

(2.8.4)-ը պոլիտրոպի հավասարման՝ $pV^n = \text{const}$ մեջ, կստանանք՝

$$V^{n-1} = \frac{const}{\nu RT} \Rightarrow V = \left(\frac{const}{\nu RT} \right)^{\frac{1}{n-1}}, \text{ ձևափոխելով այս արտահայտությունը}$$

հաշվենք dV -ն՝

$$V = \left(\frac{const}{\nu R} \right)^{\frac{1}{n-1}} (T)^{\frac{1}{1-n}} \Rightarrow dV = \left(\frac{const}{\nu R} \right)^{\frac{1}{n-1}} \frac{1}{1-n} \cdot (T)^{\frac{n}{1-n}} \cdot dT,$$

Կազմենք $\frac{dV}{V}$ արտահայտությունը՝ $\frac{dV}{V} = \frac{1}{1-n} \cdot (T)^{-1} \cdot dT$ (2.8.6)

և տեղադրենք (2.8.6)-ը (2.8.5)-ում

$$\delta A = \nu RT \frac{dV}{V} = \frac{\nu R}{1-n} dT : (2.8.7)$$

Տեղադրելով (2.8.2)-ը և (2.8.7)-ը (2.8.1)-ում կստանանք

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT} = \nu C_{\mu V} + \frac{\nu R}{1-n}$$

Ելնելով Մայերի հավասարումից՝ $R = C_{\mu p} - C_{\mu V}$, և ադիաբատի ցուցիչ

սահմանումից՝ $\frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} = \gamma$, կստանանք՝ $C_{\mu V} = \frac{R}{\gamma - 1}$:

Արդյունքում պոլիտրոպ պրոցեսի ջերմունակության համար կստանանք

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\nu R}{\gamma - 1} + \frac{\nu R}{1 - n} = \nu R \cdot \frac{1 - n + \gamma - 1}{(\gamma - 1)(1 - n)} = \nu R \frac{n - \gamma}{(\gamma - 1)(n - 1)} :$$

Մեկ մոլ գազի համար ջերմունակությունը կլինի $C_{\mu} = R \frac{n - \gamma}{(\gamma - 1)(n - 1)} :$

Պատ. $C_{\mu} = R \frac{n - \gamma}{(\gamma - 1)(n - 1)}, (C_{\mu} < 0) \text{ եթե } (1 < n < \gamma) :$

Խնդիր 2.9.

γ ադիաբատի ցուցիչով մեկ մոլ իդեալական գազում ընթանում է պրոցես, որում ճնշումը $p \sim T^{\alpha}$ (α -ն հաստատուն է): Գտնել. ա) գազի կատարած աշխատանքը, երբ նրա ջերմաստիճանը աճում է ΔT -ով, բ) գազի մոլային ջերմունակությունը այդ պրոցեսում: α -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում ջերմունակությունը կլինի բացասական:

Տրված է՝

$$\left. \begin{array}{l} \gamma, \\ \nu = 1, \\ \Delta T, \\ p \sim T^\alpha, \\ \alpha \rightarrow \text{const} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ա) } A = ?, \\ \text{բ) } C_\mu = ?, \\ \alpha(C_\mu < 0) = ? \end{array}$$

Լուծում:

Գազի կատարած աշխատանքը, խնդրում
նշված պրոցեսում կարելի է հաշվել
 $A = \int \delta A = \int p dV$ (2.9.1) բանաձևով: Համաձայն խնդրի
պայմանի՝ $p \sim T^\alpha \Rightarrow p = bT^\alpha \Rightarrow pT^{-\alpha} = b$ (2.9.2), որտեղ
 $b = \text{const}$:

Տեղադրելով վիճակի հավասարումից ստացվող $T = \frac{pV}{\nu R}$

արտահայտությունը (2.9.2)-ում կստանանք

$$p \left(\frac{pV}{\nu R} \right)^{-\alpha} = b \Rightarrow p^{1-\alpha} V^{-\alpha} = b (\nu R)^{-\alpha} \Rightarrow p V^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = b (\nu R)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \Rightarrow p V^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \text{const}$$

Ուրեմն, կարելի է ասել, որ գազի հետ տեղի է ունենում $n = \frac{\alpha}{\alpha-1}$

գործակցով պոլիտրոպիկ պրոցես՝ $pV^n = \text{const}$:

Օգտվելով **խնդիր 2.8.**-ում, պոլիտրոպիկ պրոցեսում գազի կատարած
տարրական աշխատանքի համար արդեն ստացված

արտահայտությունից՝ $\delta A = \nu R T \frac{dV}{V} = \frac{\nu R}{1-n} dT$, և տեղադրելով (2.9.1)-ի

մեջ կստանանք $A = \int \delta A = \frac{\nu R}{1-n} \Delta T$: Քանի որ տվյալ խնդրում $n = \frac{\alpha}{\alpha-1}$,

ապա $A = \nu R (1-\alpha) \Delta T$: Մեկ մոլ գազի համար՝ $A = R (1-\alpha) \Delta T$:

բ) Մոլային ջերմունակությունը կարելի է հաշվել **խնդիր 2.8.**-ում արդեն

ստացված բանաձևով, ի նկատի ունենալով $n = \frac{\alpha}{\alpha-1}$ առնչությունը՝

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{R}{\gamma-1} + \frac{R}{1-n} = R \left(\frac{1}{\gamma-1} + 1 - \alpha \right):$$

Պատ. ա) $A = R(1-\alpha)\Delta T$, բ) $C_\mu = R\left(\frac{1}{\gamma-1} + 1 - \alpha\right)$, $C_\mu < 0$ երբ $\alpha > \frac{\gamma}{\gamma-1}$:

խնդիր 2.10. γ ադիաբատի ցուցչով իդեալական գազում տեղի ունեցող պրոցեսում նրա ներքին էներգիան կախված է ծավալից $U \sim V^\alpha$ առնչությամբ, որտեղ α -ն հաստատուն մեծություն է: Գտնել.
 ա) աշխատանքը, որը կատարում է գազը նրա ներքին էներգիան ΔU չափով աճելու դեպքում, բ) գազի մոլային ջերմունակությունը այդ պրոցեսում:

Տրված է՝ Լուծում: Գազի կատարած աշխատանքը խնդրում տրված պրոցեսում, կարելի է հաշվել $A = \int \delta A = \int p dV$ (2.10.1)
 $\left. \begin{array}{l} \gamma, \Delta U, \\ U \sim V^\alpha, \\ \alpha = const \\ A = ?, \\ C_\mu = ? \end{array} \right\}$ բանաձևով: Գազի ներքին էներգիան որոշվում է $U = \frac{i}{2} \nu RT$
 բանաձևով, իսկ γ ադիաբատի ցուցիչը և i ազատության

աստիճանների թիվը կապված են $\gamma = \frac{i+2}{i}$ առնչությամբ, հետևաբար՝

$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{\nu RT}{\gamma-1}$, և համապատասխանաբար՝ $\nu RT = (\gamma-1)U$ (2.10.2):

Հաշվի առնելով վիճակի հավասարումը՝ $pV = \nu RT$, կստանանք $pV = (\gamma-1)U$ (2.10.3): Համաձայն խնդրի պայմանի՝

$U \sim V^\alpha \Rightarrow U = bV^\alpha$ (2.10.4), որտեղ $b = const$: Տեղադրելով (2.10.4)-ը (2.10.3)-ի մեջ կստանանք՝ $pV = (\gamma-1)bV^\alpha \Rightarrow pV^{1-\alpha} = (\gamma-1)b$, այսինքն՝

$pV^{1-\alpha} = const$: Կատարելով նշանակում՝ $n = 1 - \alpha$, կստանանք արդեն ծանոթ պոլիտրոպի հավասարումը՝ $pV^n = const$: Օգտվելով **խնդիր**

2.8.ում, պոլիտրոպիկ պրոցեսում գազի կատարած տարրական աշխատանքի համար արդեն ստացված արտահայտությունից՝

$\delta A = \nu RT \frac{dV}{V} = \frac{\nu R}{1-n} dT$, և նկատի ունենալով, որ $dU = \frac{\nu R}{\gamma-1} dT$,

կստանանք $\delta A = \frac{\gamma-1}{1-n} dU$, և համապատասխանաբար

$$A = \frac{\gamma-1}{1-n} \Delta U = \frac{\gamma-1}{\alpha} \Delta U :$$

Մոլային ջերմունակությունը հաշվում ենք սահմանման համաձայն $C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT}$, երբ $\nu=1$, որի արդյունքում կստացվի

$$C_{\mu} = \frac{R}{\gamma-1} + \frac{R}{1-n} = R \left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{\alpha} \right) \text{ արտահայտությունը:}$$

Պատ. $A = \frac{\gamma-1}{\alpha} \Delta U$, $C_{\mu} = R \left(\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{\alpha} \right) :$

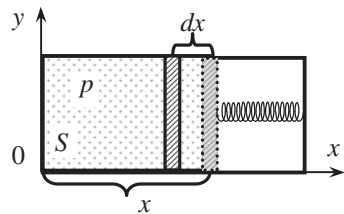
Խնդիր 2.11. $C_{\mu\nu}$ հայտնի ջերմունակությամբ մեկ մոլ իդեալական գազը գտնվում է շարժական անկշիռ մխոցով երկու մասի բաժանված գլանի ձախ մասում: Մխոցից աջ գտնվող մասում ստեղծված է վակուում: Մխոցը զսպանակի միջոցով ամրացված է գլանի աջ նիստին (տես նկ.): Չսպանակի երկարությունն ընտրված է այնպես, որ գլանի ձախ մասում գազի բացակայության դեպքում մխոցը հպված է լինում ձախ պատին, և զսպանակը գտնվում է չդեֆորմացված վիճակում: Գլանի կողային պատերը և մխոցը ադիաբատիկ են: Շփում չկա: Գազը սկսում են տաքացնել ձախ նիստի միջով: Որոշել այդ պայմաններում ընթացող պրոցեսում գազի մոլային ջերմունակությունը:

Տրված է՝ Լուծում: Ջերմունակության սահմանումից և ջերմադինամիկայի I-ն օրենքից ունենք՝

$$\left. \begin{array}{l} C_{\mu\nu}, \\ \nu=1 \\ C_{\mu}=? \end{array} \right\}$$

$$C_{\mu} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} + \frac{\delta A}{\nu dT} : (2.11.1)$$

Գիտենք, որ $U = \frac{i}{2} \nu RT = \nu C_{\mu\nu} T : (2.11.2)$



Խնդրում տրված պայմաններում գազը տաքացնելիս, այն ընդարձակվում է (նրա ծավալը մեծանում է), միաժամանակ աճում է նրա p ճնշումը, ինչի հետևանքով մխոցը տեղաշարժվում է դեպի աջ

dx չափով: Միտոցի կամայական դիրքում, որը որոշվում է գլանի ձախ պատից նրա ունեցած x հեռավորությամբ, գազի զբաղեցրած ծավալը՝

$V = xS$, որտեղից՝ $x = \frac{V}{S}$ (2.11.3), որտեղ S -ը՝ միտոցի մակերեսն է:

Միտոցի վրա դեպի աջ ազդում է գազի p ճնշմամբ պայմանավորված՝ $F_1 = pS$ ուժը, և միաժամանակ դեպի ձախ ազդում է դեֆորմացված զսպանակի առաջացրած առաձգականության՝ $F_2 = kx$ ուժը: Միտոցի հավասարակշռության դիրքում՝ $F_1 = F_2$, կամ՝ $pS = kx$,

որտեղից՝ $p = \frac{kx}{S}$ (2.11.4): Տեղադրելով (2.11.3)-ը (2.11.4)-ում,

կստանանք $p = \frac{kV}{S^2}$ (2.11.5): Տեղադրենք (2.11.5)-ը տարրական աշխատանքի արտահայտության մեջ՝ $\delta A = p dV = \frac{kV dV}{S^2}$:

Գազի վիճակի հավասարումից՝ $pV = \nu RT \Rightarrow p dV + V dp = \nu R dT$: Հաշվի առնելով

(2.11.5)-ը՝ $\frac{kV}{S^2} \cdot dV + V \cdot \frac{k dV}{S^2} = \nu R dT \Rightarrow \frac{kV dV}{S^2} = \frac{\nu R dT}{2}$:

Հետևաբար՝ $\delta A = \frac{kV dV}{S^2} = \frac{\nu R dT}{2}$ (2.11.6): Տեղադրելով (2.11.2)-ը և

(2.11.6)-ը (2.11.1)-ի մեջ՝ կստանանք $C_\mu = C_{\mu V} + \frac{R}{2}$:

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad C_\mu = C_{\mu V} + \frac{R}{2} :$$

Խնդիր 2.12. Տրված է հայտնի $C_{\mu V}$ մոլային ջերմունակությամբ իդեալական գազ: Գտնել այդ գազի մոլային ջերմունակության կախումը նրա V ծավալից, եթե գազում ընթացող պրոցեսը ենթարկվում է հետևյալ օրենքին՝ ա) $T = T_0 e^{\alpha V}$, բ) $p = p_0 e^{\alpha V}$, որտեղ T_0 -ն, p_0 -ն և α -ն հաստատուններ են:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} C_{\mu V}, \\ \text{ա) } T = T_0 e^{\alpha V}, \\ \text{բ) } p = p_0 e^{\alpha V}, \\ T_0, p_0, \alpha - \text{const} \\ C_\mu = C_\mu(V) = ? \end{aligned}$$

Լուծում: Սահմանման համաձայն՝ $C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT}$: Նկատի

ռւնենալով ջերմադինամիկայի I օրենքը՝
 $\delta Q = dU + \delta A = \nu C_{\mu V} dT + p dV$ և օգտվելով վիճակի
 հավասարումից՝ $pV = \nu RT$ կստանանք՝

$$C_\mu = \frac{\cancel{\nu} C_{\mu V} \cancel{dT}}{\cancel{\nu} \cancel{dT}} + \frac{p dV}{\nu dT} = C_{\mu V} + \frac{\cancel{\nu} R T dV}{V \cancel{\nu} dT} = C_{\mu V} + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \quad (2.12.1):$$

ա) Ածանցելով խնդրի պայմանում տրված $T = T_0 e^{\alpha V}$ արտահայտություն-

նը ըստ T -ի՝ կստանանք՝ $\frac{dV}{dT} = \frac{1}{T_0 \alpha e^{\alpha V}} \quad (2.12.2)$: Տեղադրելով (2.12.2)-ը

(2.12.1)-ի մեջ՝

$$C_\mu = C_{\mu V} + \frac{R \cancel{T_0} \cancel{e^{\alpha V}}}{V \cancel{T_0} \cancel{e^{\alpha V}} \alpha} = C_{\mu V} + \frac{R}{\alpha V} :$$

բ) Տեղադրենք խնդրի պայմանում տրված $p = p_0 e^{\alpha V}$ առնչությունը
 վիճակի հավասարումից ստացվող T -ի արտահայտության մեջ՝

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{p_0 e^{\alpha V} V}{\nu R} : \text{ Դիֆերենցենք այս հավասարումը՝}$$

$$dT = \frac{p_0 e^{\alpha V} dV}{\nu R} (\alpha V + 1) \Rightarrow \frac{dV}{\nu dT} = \frac{R}{p_0 e^{\alpha V} (\alpha V + 1)} \quad (2.12.3):$$

Տեղադրելով (2.12.3)-ը $C_\mu = C_{\mu V} + \frac{p dV}{\nu dT}$ առնչության մեջ արդյունքում

կստանանք՝

$$C_\mu = C_{\mu V} + \left(\frac{\cancel{p_0} \cancel{e^{\alpha V}}}{\cancel{p_0} \cancel{e^{\alpha V}} (\alpha V + 1)} \right) \frac{R}{\cancel{p_0} \cancel{e^{\alpha V}} (\alpha V + 1)} = C_{\mu V} + \frac{R}{(\alpha V + 1)} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}}. \text{ ա) } C_\mu = C_{\mu V} + \frac{R}{\alpha V}, \text{ բ) } C_\mu = C_{\mu V} + \frac{R}{(\alpha V + 1)} :$$

Խնդիր 2.13. $C_{\mu p}$ հայտնի ջերմունակությամբ մեկ մոլ իդեալական գազում տեղի է ունենում $p = p_0 + \alpha/V$ օրենքով նկարագրվող պրոցես, որտեղ p_0 -ն և α -ն հաստատուններ են: Գտնել՝ ա) գազի ջերմունակությունը որպես նրա V ծավալի ֆունկցիա, բ) գազին հաղորդած ջերմաքանակը, երբ այն ընդարձակվում է V_1 -ից մինչև V_2 :

Տրված է՝

$$\begin{aligned} & \nu = 1 \text{ մոլ,} \\ & C_{\mu p}, \\ & p = p_0 + \alpha/V, \\ & V_1, V_2 \\ & \text{ա) } C_{\mu}(V) = ? \\ & \text{բ) } Q = ? \end{aligned}$$

Լուծում: Նկատի ունենալով ջերմադինամիկայի I օրենքը, մոլային ջերմունակությունը կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով՝

$$C_{\mu} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} + \frac{\delta A}{\nu dT} = C_{\mu V} + \frac{pdV}{\nu dT}:$$

Օգտագործելով Մայերի $C_{\mu p} - C_{\mu V} = R$ հավասարումը և նկատի ունենալով, որ $\nu = 1 \text{ մոլ}$, կարող ենք գրել՝

$$C_{\mu} = C_{\mu p} - R + p \frac{dV}{dT} \quad (2.13.1):$$

Մեկ մոլ գազի վիճակի հավասարումից

$$\left[p = \frac{RT}{V} = p_0 + \frac{\alpha}{V} \right] \Rightarrow [RT = (p_0 V + \alpha)], \text{ որտեղից, ածանցելով հավա-}$$

$$\text{սարման երկու կողմերը ըստ } T\text{-ի, կստանանք՝ } \frac{dV}{dT} = \frac{R}{p_0} \quad (2.13.2):$$

Տեղադրելով (2.13.2)-ը (2.13.1)-ի մեջ կստանանք՝

$$C_{\mu} = C_{\mu p} - R + \left(p_0 + \frac{\alpha}{V} \right) \frac{R}{p_0} = C_{\mu p} + \frac{\alpha R}{p_0 V}:$$

բ) Գազին հաղորդած ջերմաքանակը, երբ այն ընդարձակվում է V_1 -ից V_2 , կարելի է գտնել ելնելով ջերմունակության սահմանումից և ստացված (2.13.2) առնչությունից՝

$$\delta Q = C_{\mu} dT; \quad dT = \frac{p_0 dV}{R} \Rightarrow \delta Q = \frac{C_{\mu} p_0}{R} dV = \left(C_{\mu p} + \frac{\alpha R}{p_0 V} \right) \frac{p_0}{R} dV:$$

Ինտեգրելով վերջինս, կստանանք՝

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \left(C_{\mu p} + \frac{\alpha R}{p_0 V} \right) \frac{p_0}{R} dV = \int_{V_1}^{V_2} C_{\mu p} \frac{p_0}{R} dV + \int_{V_1}^{V_2} \alpha \frac{dV}{V} = C_{\mu p} \frac{p_0}{R} (V_2 - V_1) + \alpha \ln \frac{V_2}{V_1}:$$

Պատ. ա) $C_\mu = C_{\mu p} + \frac{\alpha R}{p_0 V}$, բ) $Q = C_{\mu p} \frac{p_0}{R} (V_2 - V_1) + \alpha \ln \frac{V_2}{V_1}$:

Խնդիր 2.14. $C_{\mu p}$ հայտնի ջերմունակությամբ մեկ մոլ իդեալական գազում ընթանում է պրոցես, որը նկարագրվում է $T = T_0 + \alpha V$ օրենքով, որտեղ p_0 -ն և α -ն հաստատուններ են: Գտնել՝ ա) գազի ջերմունակությունը որպես նրա V ծավալի ֆունկցիա, բ) գազին հաղորդած ջերմաքանակը, երբ նրա ծավալն աճում է V_1 -ից մինչև V_2 :

Տրված է՝ $\nu = 1$, $C_{\mu p}$, $T = T_0 + \alpha V$, V_1, V_2 | Լուծում: Գազի մոլային ջերմունակության սահմանումից, Մայերի և գազի վիճակի հավասարումներից կստանանք՝

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} + \frac{\delta A}{\nu dT} = C_{\mu V} + \frac{pdV}{\nu dT} = (C_{\mu p} - R) + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \quad (2.14.1)$$

ա) $C_\mu(V) = ?$ Դիֆերենցելով խնդրի պայմանում տրված $T = T_0 + \alpha V$ բ) $Q = ?$ առնչությունը՝ ստանում ենք՝ $dT = \alpha dV \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.14.2)$:

ա) Ջերմունակությունը որպես գազի V ծավալի ֆունկցիա ստանալու համար տեղադրենք (2.14.2)-ը (2.14.1)-ի մեջ՝

$$C_\mu = (C_{\mu p} - R) + \frac{R}{V} (T_0 + \alpha V) \frac{1}{\alpha} = C_{\mu p} - \cancel{R} + \frac{RT_0}{\alpha V} + \cancel{R} = C_{\mu p} + \frac{RT_0}{\alpha V} :$$

բ) Գազին հաղորդած ջերմաքանակը, երբ այն ընդարձակվում է V_1 -ից մինչև V_2 , գտնում ենք՝ ելնելով ջերմունակության սահմանումից և (2.14.2) առնչությունից՝

$$\delta Q = C_\mu dT; dT = \alpha dV \Rightarrow \delta Q = C_\mu \alpha dV = \left(C_{\mu p} + \frac{RT_0}{\alpha V} \right) \alpha dV :$$

Ինտեգրելով այս արտահայտությունը կստանանք՝

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \left(C_{\mu p} + \frac{RT_0}{\alpha V} \right) \alpha dV = \int_{V_1}^{V_2} C_{\mu p} \alpha dV + \int_{V_1}^{V_2} RT_0 \frac{dV}{V} = C_{\mu p} \alpha (V_2 - V_1) + RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1} :$$

Պատ. ա) $C_\mu = C_{\mu p} + \frac{RT_0}{\alpha V}$, բ) $Q = C_{\mu p} \alpha (V_2 - V_1) + RT_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$:

Խնդիր 2.15. Գտնել այն պրոցեսի հավասարումը (T և V փոփոխականներով), որի դեպքում իդեալական գազի մոլային ջերմունակությունը փոխվում է հետևյալ օրենքով՝ ա) $C_\mu = C_{\mu V} + \alpha T$, բ) $C_\mu = C_{\mu V} + \beta V$, գ) $C_\mu = C_{\mu V} + ap$: Այստեղ α -ն, β -ն, և a -ն հաստատուններ են:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} \text{ա)} C_\mu &= C_{\mu V} + \alpha T \\ \text{բ)} C_\mu &= C_{\mu V} + \beta V \\ \text{գ)} C_\mu &= C_{\mu V} + ap \end{aligned}$$

$$1. \text{ ա) } F(T, V) = ?$$

$$2. \text{ բ) } F(T, V) = ?$$

$$3. \text{ գ) } F(T, V) = ?$$

Լուծում: Գազի մոլային ջերմունակությունը, նկատի ունենալով ջերմադինամիկայի I-ին օրենքը և վիճակի հավասարումը կլինի՝

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} + \frac{\delta A}{\nu dT} = C_{\mu V} + \frac{pdV}{\nu dT} = C_{\mu V} + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \quad (2.15.1)$$

ա) Նկատի ունենալով (2.15.1) հավասարումը և $C_\mu = C_{\mu V} + \alpha T$ պայմանը, կստանանք՝

$$C_{\mu V} + \alpha T = C_{\mu V} + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \Rightarrow \alpha T = \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \Rightarrow \frac{\alpha}{R} dT = \frac{dV}{V} \quad (2.15.2):$$

Կատարելով (2.15.2) հավասարման երկու կողմերի ինտեգրում և ընտրելով ինտեգրման հաստատունը $\ln A$ տեսքով, ստանում ենք՝

$$\frac{\alpha}{R} T = \ln V + \ln A \Rightarrow \frac{\alpha}{R} T = \ln AV : \quad (2.15.3)$$

Պոտենցիալ (2.15.3)-ը կստանանք՝ $AV = e^{\frac{\alpha}{R} T} \Rightarrow Ve^{-\frac{\alpha}{R} T} = \text{const} :$

բ) $C_\mu = C_{\mu V} + \beta V$ պայմանից և (2.15.1) հավասարումից հետևում է՝

$$C_{\mu V} + \beta V = C_{\mu V} + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \Rightarrow \beta V = \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{R}{\beta} \frac{dV}{V^2} : \quad (2.15.4)$$

Ինտեգրելով (2.15.4) հավասարման աջ և ձախ մասերը և ընտրելով ինտեգրման հաստատունը $\ln B$ տեսքով, կստանանք՝

$$\ln T = -\frac{R}{\beta} \frac{1}{V} + \ln B \Rightarrow \frac{T}{B} = e^{-\frac{R}{\beta V}} \Rightarrow Te^{\frac{R}{\beta V}} = B \Rightarrow Te^{\frac{R}{\beta V}} = \text{const} : \quad (2.15.5)$$

գ) Նկատի ունենալով $C_\mu = C_{\mu V} + ap$ պայմանը և (2.15.1) հավասարումը, կստանանք՝

$$C_{\mu V} + ap = C_{\mu V} + \frac{pdV}{\nu dT} \Rightarrow ap = \frac{pdV}{\nu dT} \Rightarrow a = \frac{dV}{\nu dT} \Rightarrow a \nu dT = dV : \quad (2.15.6)$$

Այս հավասարման աջ և ձախ մասերը ինտեգրելուց հետո ստանում ենք՝ $avT = V + const \Rightarrow avT - V = const$

Պատ. ա) $Ve^{\frac{\alpha}{R}T} = const$, բ) $Te^{\frac{R}{\beta V}} = const$, գ) $avT - V = const$:

Խնդիր 2.16. Տրված է γ ադիաբատի ցուցչով իդեալական գազ: Նրա մոլային ջերմունակությունը որոշակի պրոցեսում փոփոխվում է $C_\mu = \alpha/T$ օրենքի համաձայն (α -ն հաստատուն է): Գտնել՝ ա) մեկ մոլ գազի կատարած աշխատանքը, երբ այն տաքացնում են T_0 -ից մինչև $T = \eta T_0$ ջերմաստիճանը, բ) պրոցեսի հավասարումը p, V պարամետրերով:

Տրված է՝
 $\nu = 1$,
 γ ,
 $C_\mu = \alpha/T$,
 $T_1 = T_0$,
 $T_2 = \eta T_0$
 ա) $A = ?$
 բ) $F(p, V) = ?$

Լուծում: ա) Ջերմադինամիկայի առաջին օրենքից՝ $\delta A = \delta Q - dU$ (2.16.1): Քանի որ $dQ = \nu C_\mu dT$ (2.16.2) և $dU = \nu C_{\mu V} dT$ (2.16.3), ուստի՝ $\delta A = \nu dT (C_\mu - C_{\mu V})$ (2.16.4): Նկատի ունենալով խնդրի պայմանը՝ մեկ մոլ գազի կատարած աշխատանքը, երբ այն տաքացնում են T_1 -ից մինչև T_2 , կլինի՝

$$A = \int \delta A = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{\alpha}{T} - C_{\mu V} \right) dT : (2.16.5)$$

Հաշվի առնելով, որ $C_{\mu V} = \frac{i}{2}R$ և $\gamma = \frac{i+2}{i}$, կստանանք՝

$$A = \alpha \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{R}{(\gamma-1)} (T_2 - T_1) = \alpha \ln \eta - \frac{R}{(\gamma-1)} (\eta-1) T_0 :$$

բ) Տվյալ պրոցեսի p, V պարամետրերով հավասարումը գտնելու համար գրենք մոլային ջերմունակությունը որոշող բանաձևը՝ հաշվի առնելով ջերմադինամիկայի I օրենքը՝

$$C_\mu = \frac{1}{\nu} \frac{dQ}{dT} = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT} + \frac{pdV}{\nu dT} = C_{\mu V} + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} (2.16.6):$$

Տեղադրենք խնդրում տրված $C_\mu = \frac{\alpha}{T}$ և հայտնի $C_{\mu V} = \frac{i}{2}R = \frac{R}{\gamma-1}$

արժեքները (2.16.6)-ի մեջ և կատարենք փոփոխականների անջատում՝

$$\frac{\alpha}{T} = \frac{R}{\gamma-1} + \frac{RT}{V} \frac{dV}{dT} \Rightarrow (\gamma-1) \frac{dV}{V} = \frac{\alpha(\gamma-1)}{R} \frac{dT}{T^2} - \frac{dT}{T} \quad (2.16.7):$$

Այս հավասարման երկու կողմերը ինտեգրենք՝ հարմարության համար ինտեգրման հաստատունը ներկայացնելով $\ln B$ տեսքով: Արդյունքում կստանանք՝

$$(\gamma-1) \ln V = -\frac{\alpha(\gamma-1)}{R} \cdot \frac{1}{T} - \ln T + \ln B \Rightarrow \ln \left(V^{(\gamma-1)} \frac{T}{B} \right) = -\frac{\alpha(\gamma-1)}{RT} \quad (2.16.8):$$

Օգտվելով մեկ մոլ գազի վիճակի հավասարումից անցնենք p, V փոփոխականներին՝

$$\ln \left(V^{(\gamma-1)} \frac{pV}{RB} \right) = -\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV} \Rightarrow \frac{pV^\gamma}{RB} = e^{-\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV}} \Rightarrow pV^\gamma e^{\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV}} = RB = const :$$

Պատ. ա) $A = \alpha \ln \eta - \frac{R}{(\gamma-1)} (\eta-1) T_0$, բ) $pV^\gamma e^{\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV}} = const :$

3. ԳԱԶԵՐԻ ՍՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ-ԿԻՆԵՏԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ: ՍՈԼԵԿՈՒԼՆԵՐԻ ԲԱՇԽՈՒՄՆ ԸՍՏ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ, ԲՈԼՑՄԱՆԻ ԲԱՇԽՈՒՄ

Խնդիր 3.1. Նորմալ պայմաններում գտնվող կոշտ երկատոմ մոլեկուլներից բաղկացած գազը ադիաբատ եղանակով սեղմվել է $\eta = 5$ անգամ: Գտնել մոլեկուլի պտտական շարժման $W_{\text{պտ}}$ միջին կինետիկ էներգիան վերջնական վիճակում:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} i &= 5 \\ p_0 &= 10^5 \text{ Պա} \\ T_0 &= 273 \text{ Կ} \\ V_0 &= \eta V \\ \eta &= 5 \\ W_{\text{պտ}} &=? \end{aligned}$$

Լուծում:

$W_{\text{պտ}} = \frac{i_{\text{պտ}}}{2} kT$ (3.1.1), որտեղ T -ն գազի ջերմաստիճանն է վերջնական վիճակում, $i_{\text{պտ}} = 2$ երկատոմ մոլեկուլի պտտական շարժմանը բաժին ընկնող ազատության աստիճանների թիվն է:

T -ն գտնենք՝ օգտագործելով ադիաբատ պրոցեսի հավասարումը՝

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T V^{\gamma-1} \Rightarrow T = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T = T_0 (\eta)^{\gamma-1}:$$

Հաշվի առնելով՝ $\gamma = \frac{c_V}{c_P} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$, կստանանք՝ $T = T_0 (\eta)^{\frac{2}{i}}$ (3.1.2):

Տեղադրելով (3.1.2)-ը (3.1.1)-ի մեջ կստանանք՝ $W_{\text{պտ}} = \frac{i_{\text{պտ}}}{2} kT_0 (\eta)^{\frac{2}{i}}$:

Պատ. $W_{\text{պտ}} = \frac{i_{\text{պտ}}}{2} kT_0 (\eta)^{\frac{2}{i}} = 7,18 \cdot 10^{-21} \text{ Զ}:$

Խնդիր 3.2. Գազը բաղկացած է կոշտ երկատոմ մոլեկուլներից: Քանի՞ անգամ կփոխվի միավոր ժամանակում մոլեկուլների հարվածների թիվը անոթի պատին, եթե գազի ծավալը ադիաբատորեն մեծացվի η անգամ:

Տրված է՝

$$\left. \begin{aligned} i &= 5 \\ \delta Q &= 0 \\ V_2 &= \eta V_1 \\ \frac{V_2}{V_1} &= ? \end{aligned} \right|$$

Լուծում:

Մոլեկուլների հարվածների ΔZ թիվը Δt ժամանակում պատի ΔS մակերեսին՝ $\Delta Z = \frac{\bar{v} \Delta t \Delta S n}{4}$, իսկ միավոր

ժամանակում միավոր մակերեսին՝ $\nu = \frac{\Delta Z}{\Delta t \Delta S} = \frac{\bar{v} n}{4}$ (3.2.1):

Այստեղ $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ (3.2.2) մոլեկուլի միջին արագությունն է:

Տեղադրելով (3.2.2)-ը (3.2.1)-ի մեջ՝ կստանանք $\nu = \frac{n}{4} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ (3.2.3):

Դիցուք, ν_1 և ν_2 հարվածների թվերն են սկզբնական և վերջնական վիճակներում:

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{4n_2 \sqrt{\frac{8RT_2}{\pi\mu}}}{4n_1 \sqrt{\frac{8RT_1}{\pi\mu}}} = \frac{n_2}{n_1} \frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}} = \frac{N}{V_2} \frac{V_1}{N} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \left(\frac{1}{\eta}\right) \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad (3.2.4):$$

Քանի որ գազի հետ տեղի է ունենում ադիաբատ պրոցես, ապա

$$T_1 (V_1)^{\gamma-1} = T_2 (V_2)^{\gamma-1} \quad \text{կամ} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{2}{i}} \quad (3.2.5):$$

Տեղադրենք (3.2.5)-ը (3.2.4)-ի մեջ՝

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{\eta} \sqrt{\left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{2}{i}}} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{i+1}{i}} \quad (3.2.6):$$

Հաշվի առնելով, որ $\eta > 1$ (գազը ընդարձակվում է) և $i = 5$ ՝ (3.2.6)-ից

$$\text{ստանում ենք} \quad \frac{\nu_2}{\nu_1} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{i+1}{i}} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^{\frac{6}{5}} = \left(\frac{1}{\eta}\right)^{1.2} < 1:$$

Դա նշանակում է, որ բախումների թիվը փոքրանում է $\eta^{1.2}$ անգամ:

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \text{Կփոքրանա} \left(\eta\right)^{\frac{i+1}{i}} = \left(\eta\right)^{\frac{6}{5}} \text{ անգամ:}$$

Խնդիր 3.3 x մեծության արժեքների հավանականությունների բաշխման ֆունկցիան ունի $f(x) = Ax$ տեսքը, երբ $0 \leq x \leq a$: Այս միջակայքից դուրս $f = 0$: Այստեղ A -ն և a -ն հաստատուններ են: Համարելով որ a -ն տրված է՝ որոշել՝ ա) $f(x)$ ֆունկցիայի արժեքը, երբ $x = a$, բ) x և x^2 միջին արժեքները:

Տրված է՝

$$f(x) = \begin{cases} Ax & (0 \leq x \leq a) \\ 0 & (x < 0, x > a) \end{cases}$$

$$a = \text{const}, A = \text{const}$$

$$\text{ա) } f(a) = ?$$

$$\text{բ) } \langle x \rangle = ?, \langle x^2 \rangle = ?$$

Լուծում: ա) $f(a)$ -ն գտնելու համար պետք է որոշել A -ն: x մեծության արժեքների հավանականությունները dx միջակայքում որոշվում են $dW = f(x)dx$ արտահայտությամբ: Օգտվենք հավանականության հատկությունից՝ նորմավորման պայմանից՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} dW = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1:$$

Ներկայացնենք ինտեգրալը երեք ինտեգրալների գումարի տեսքով

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx + \int_a^{\infty} f(x)dx = \int_0^a f(x)dx = \int_0^a Axdx = \frac{Aa^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{a^2}: \text{ Ուրեմն բաշխման ֆունկցիան է } f(x) = \frac{2}{a^2}x \text{ (3.3.1), իսկ}$$

$$f(a) = \frac{2}{a}:$$

բ) Գիտենալով բաշխման ֆունկցիան՝ կարող ենք հաշվել պահանջվող միջին արժեքները՝

$$1) \langle x \rangle = \int_0^a xf(x)dx = \frac{2}{a^2} \int_0^a x^2 dx = \frac{2}{3}a:$$

$$2) \langle x^2 \rangle = \int_0^a x^2 f(x)dx = \frac{2}{a^2} \int_0^a x^3 dx = \frac{a^2}{2}:$$

$$\underline{\text{Պատ.}}: \text{ ա) } f(a) = \frac{2}{a}, \text{ բ) } 1) \langle x \rangle = \frac{2}{3}a, \quad 2) \langle x^2 \rangle = \frac{a^2}{2}:$$

Խնդիր 3.4 x մեծության արժեքների հավանականությունների բաշխման ֆունկցիան ունի $f(x) = Ax(a-x)$ տեսքը, երբ $0 < x < a$ ։ Այս միջակայքից դուրս $f = 0$ ։ Այստեղ A -ն և a -ն հաստատուններ են։ Համարելով որ a -ն տրված է, որոշել՝

ա) x -ի ամենահավանական արժեքը և $f(x)$ ֆունկցիայի համապատասխան արժեքը.

բ) x և x^2 միջին արժեքները:

Տրված է՝

$$f(x) = \begin{cases} Ax(a-x) & (0 < x < a) \\ 0 & (x < 0, x > a) \end{cases}$$

$$a = \text{const}, A = \text{const}$$

$$w) x_h = ?, f(a) = ?$$

$$p) \langle x \rangle = ?, \langle x^2 \rangle = ?$$

Լուծում։ Նախ գտնենք $f(x)$ -ի տեսքը, արտահայտված խնդրում տրված մեծություններով։ Դրա համար պետք է որոշել A -ն՝ արտահայտված a -ով։ Ելնելով նրանից, որ dx միջակայքում x մեծության արժեքների հավանականու-

թյունները որոշվում են $dW = f(x)dx$ արտահայտությամբ և օգտվենք հավանականության հատկությունից՝ նորմավորման պայմանից

$$\int_{-\infty}^{\infty} dW = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 :$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dW = \int_{-\infty}^0 dW + \int_0^a dW + \int_a^{\infty} dW = \int_0^a dW = \int_0^a Ax(a-x)dx = A \frac{a^3}{6} = 1 \Rightarrow A = \frac{6}{a^3}, \text{ և}$$

$$\text{հետևաբար } f(x) = \frac{6}{a^3} x(a-x) :$$

ա) x մեծությունը ընդունում է ամենահավանական x_h արժեքը, երբ $f(x)$ -ը դառնում է առավելագույն, իսկ դա տեղի է ունենում, երբ $f'(x) = 0$ ։ Ածանցենք $f(x)$ -ն ըստ x -ի և հավասարեցնենք զրոյի՝

$$f'(x) = \left[\frac{6x(a-x)}{a^3} \right]' = \left(\frac{6}{a^2} - \frac{6 \cdot 2x}{a^3} \right) = \frac{6}{a^2} \left(1 - \frac{2x}{a} \right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2x}{a} = 0 :$$

Այստեղից ստացվում է, որ $x_h = \frac{a}{2}$, և

$$f(x_h) = \frac{6}{a^3} x_h (a - x_h) = \frac{6}{a^3} \frac{a}{2} \left(a - \frac{a}{2} \right) = \frac{3}{2a} :$$

$$\text{բ) } \langle x \rangle = \int_0^a x \frac{6}{a^3} x (a - x) dx = \frac{6}{a^3} \int_0^a (ax^2 - x^3) dx = \frac{6}{a^3} \left(\frac{a^4}{3} - \frac{a^4}{4} \right) = \frac{a}{2} ;$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_0^a x^2 \frac{6}{a^3} x (a - x) dx = \frac{6}{a^3} \int_0^a (ax^3 - x^4) dx = \frac{6}{a^3} \left(\frac{a^5}{4} - \frac{a^5}{5} \right) = 0,3a^2 :$$

Պատ. ա) 1) $x_h = \frac{a}{2}$, 2) $f(x_h) = \frac{3}{2a}$. բ) 1) $\langle x \rangle = \frac{a}{2}$, 2) $\langle x^2 \rangle = 0,3a^2$:

Խնդիր 3.5. Որոշել գազի այն ջերմաստիճանը, որի դեպքում.

ա) ջրածնի մոլեկուլների միջին քառակուսային արագությունը՝ (v_p)

մեծ կլինի դրանց ամենահավանական արագությունից՝ (v_h)

$$\Delta v = 400 \text{ մ/վ-ով:}$$

բ) թթվածնի մոլեկուլների ըստ արագությունների բաշխման ֆունկցիան՝ $F(v)$ -ն, $v = 420 \text{ մ/վ}$ արագության դեպքում կունենա մաքսիմում (կլինի ամենամեծը):

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} \text{ա) } H_2, \mu_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ կգ/մոլ,} \\ \Delta v = v_p - v_h = 400 \text{ մ/վ.} \\ \text{բ) } O_2, \mu_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ կգ/մոլ,} \\ v = 420 \text{ մ/վ} \end{array}$$

$$\text{ա) } T_1 = ?$$

$$\text{բ) } T_2 = ?$$

Լուծում: ա) Քանի որ $v_p = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

$$\text{և } v_h = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad \text{ուստի}$$

$$\Delta v = v_p - v_h = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu_1}} - \sqrt{\frac{2RT_1}{\mu_1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{RT_1}{\mu_1}} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \Rightarrow T_1 = \frac{\mu_1 (\Delta v)^2}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = 3854 :$$

բ) $F(v)$ ֆունկցիան ունի առավելագույն արժեք, երբ

$$v = v_h = \sqrt{\frac{2RT_2}{\mu_2}} : \text{Այստեղից՝ } T_2 = \frac{\mu_2 v_h^2}{2R} = 339,64 \approx 340\text{K} :$$

$$\underline{\text{Պատ.՝}} \text{ ա) } T_1 = \frac{\mu_1 (\Delta v)^2}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = 385\text{K} : \text{ բ) } T_2 = \frac{\mu_2 v_h^2}{2R} \approx 340\text{K} :$$

Խնդիր 3.6. $\varphi(v_x)$ ֆունկցիայի օգնությամբ հաշվել միավոր ժամանակում, միավոր մակերեսի վրա ընկնող գազի մոլեկուլների v քանակը: Գազի մոլեկուլների կոնցենտրացիան n է, ջերմաստիճանը՝ T , իսկ յուրաքանչյուր մոլեկուլի զանգվածը՝ m :

Տրված է՝

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$$

m, T, n
 $v = ?$

Լուծում: dS մակերեսով մակերևույթի վրա dt ժամանակում ընկնում են $dV = dS < v_x > dt$ ծավալում գտնվող բոլոր մոլեկուլները, որոնց քանակը կարելի է որոշել $dN = n dS < v_x > dt$ բանաձևով: Միավոր ժամանակում միավոր մակերեսի

$$\text{վրա ընկնող մոլեկուլների քանակը կլինի՝ } v = \frac{dN}{dS \cdot dt} = n < v_x > \quad (3.6.1),$$

որտեղ n -ը մոլեկուլների կոնցենտրացիան է, $< v_x >$ -ը՝ դրանց միջին արագությունն է x առանցքի ուղղությամբ:

$$< v_x > = \int_0^\infty v_x \varphi(v_x) dv_x = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty v_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x = \left(\frac{kT}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \frac{1}{4} < v > \quad (3.6.2):$$

Ընդգծենք, որ ինտեգրումը կատարվում է միայն x -ի դրական ուղղությամբ շարժվող մոլեկուլների համար: Տեղադրելով (3.6.2)-ը

$$(3.6.1)\text{-ի մեջ՝ ստանում ենք՝ } v = \frac{1}{4} n < v > = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} :$$

$$\underline{\text{Պատ.՝}} \quad v = \frac{1}{4} n < v > = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} :$$

Խնդիր 3.7. Օգտագործելով Մաքսվելի բաշխումը՝ գտնել T ջերմաստիճանում գտնվող իդեալական գազի մոլեկուլների v արագության հակադարձ մեծության՝ $\langle \frac{1}{v} \rangle$ -ի միջին արժեքը, եթե յուրաքանչյուր մոլեկուլի զանգվածը m է: Ստացված արդյունքը համեմատել մոլեկուլի միջին արագության հակադարձ մեծության հետ:

Տրված է՝

Լուծում: 1) Ըստ սահմանման

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

m, T

1) $\langle 1/v \rangle = ?$

2) $\{ \langle 1/v \rangle / \langle 1/v \rangle \} = ?$

$$\langle \frac{1}{v} \rangle = \int_0^{\infty} \frac{1}{v} F(v) dv \Rightarrow$$

$$\langle \frac{1}{v} \rangle = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \frac{1}{v} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv =$$

$$= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} v e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv = 4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{1}{2\alpha} \right) \int_0^{\infty} e^{-\alpha v^2} d(-\alpha v^2) = \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} :$$

$$2) \quad \langle \frac{1}{v} \rangle / \frac{1}{\langle v \rangle} = \langle \frac{1}{v} \rangle \cdot \langle v \rangle = \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} \cdot \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \frac{4}{\pi} : \quad \text{Ստացվեց, որ}$$

արագության հակադարձ մեծության միջինը $\frac{4}{\pi} \approx 1,27$ անգամ մեծ է միջին արագության հակադարձ մեծությունից:

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad 1) \langle \frac{1}{v} \rangle = \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}} \quad , \quad 2) \langle \frac{1}{v} \rangle / \frac{1}{\langle v \rangle} = \frac{4}{\pi} :$$

Խնդիր 3.8 m զանգվածով մոլեկուլներից բաղկացած գազը գտնվում է T ջերմաստիճանում: Օգտագործելով Մաքսվելի ըստ արագությունների բաշխման ֆունկցիան՝ $F(v)$, գտնել. ա) մոլեկուլների $f(\varepsilon)$ ըստ ε կինետիկ էներգիայի բաշխման ֆունկցիան, կառուցել $f(\varepsilon)$ ֆունկցիայի մոտավոր գրաֆիկը.

բ) կինետիկ էներգիայի ε_h ամենահավանական արժեքը և համեմատել այն ամենահավանական v_h արագությանը համապատասխանող կինետիկ էներգիայի հետ:

Տրված է՝

Լուծում: ա) $f(\varepsilon)$ -ն ստանալու համար

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad \left| \begin{array}{l} F(v) \text{-ում պետք է կատարել } v \text{ փոփո-} \\ \text{խականի փոխարինում } \varepsilon \text{-ով, հաշվի} \\ \text{առնելով, որ} \end{array} \right.$$

m, T
ա) $f(\varepsilon) = ?$,

բ) $\varepsilon_h = ?$, $\varepsilon_h / \varepsilon(v_h) = ?$

$$F(v)dv = f(\varepsilon)d\varepsilon \Rightarrow f(\varepsilon) = F(v) \frac{dv}{d\varepsilon} :$$

$$(3.8.1)$$

Քանի որ $\varepsilon = mv^2/2 \Rightarrow v = \sqrt{2\varepsilon/m}$ (3.8.2), ապա $\frac{dv}{d\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{2m\varepsilon}}$ (3.8.3):

Տեղադրելով (3.8.2)-ը և (3.8.3)-ը (3.8.1)-ում՝ կստանանք՝

$$f(\varepsilon) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{2\varepsilon}{m} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \frac{1}{\sqrt{2m\varepsilon}} = 2\pi \left(\frac{1}{\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \Rightarrow$$

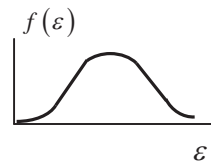
$$f(\varepsilon) = 2\pi \left(\frac{1}{\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} :$$

Գրաֆիկը կառուցելու համար նկատենք, որ երբ

1) $\varepsilon \rightarrow 0$ և $\varepsilon \rightarrow \infty$, $f(\varepsilon) \rightarrow 0$,

2) ε -ի այլ արժեքների համար $f(\varepsilon) > 0$:

Ուրեմն կորն ունի հետևյալ տեսքը՝



բ) ε_h -ը գտնելու համար, ածանցելով $f(\varepsilon)$ -ը,

որոշենք նրա մաքսիմումը՝

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left(A\sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \right) = A e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \left(\frac{1}{2} \varepsilon^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{kT} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{kT} = 0 \Rightarrow \varepsilon_h = \frac{kT}{2} :$$

Քանի որ $\varepsilon(v_h) = \frac{mv_h^2}{2} = \frac{m}{2} \frac{2kT}{m} = kT$, ապա $\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon(v_h)} = \frac{kT}{2kT} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varepsilon(v_h) = 2\varepsilon_h :$

Հետևաբար ամենահավանական արագությանը համապատասխանող էներգիան 2 անգամ մեծ է ամենահավանական էներգիայից:

$$\underline{\text{Պատ.}} \text{ ա) } f(\varepsilon) = 2\pi \left(\frac{1}{\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}, \quad p) \varepsilon_h = \frac{kT}{2}, \quad \varepsilon(v_h) = 2\varepsilon_h:$$

Խնդիր 3.9. Անոթում եղած ոչ մեծ անցքից դուրս եկող փնջում m զանգվածով մոլեկուլների բաշխումն ըստ արագությունների նկարագրվում է $F_1(v) = Av^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$ ֆունկցիայով, որտեղ T -ն գազի ջերմաստիճանն է անոթում: Գտնել. ա) փնջում եղած մոլեկուլների v_{lh} ամենահավանական արագության արժեքը և համեմատել այն անոթում եղած մոլեկուլների v_h ամենահավանական արագության հետ, բ) փնջում եղած մոլեկուլների ε_{lh} ամենահավանական կինետիկ էներգիայի արժեքը:

Տրված է՝

$$F_1(v) = Av^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$$\text{ա) } v_{lh} = ?, \quad \frac{v_{lh}}{v_h} = ?$$

$$\text{բ) } \varepsilon_{lh} = ?$$

Լուծում: ա) v_{lh} -ն որոշվում է $F_1(v)$ -ի մաքսիմումի պայմանից:

$$\frac{dF_1}{dv} = Ae^{-\frac{mv^2}{2kT}} \left[3v^2 + v^3 \left(\frac{-m}{2kT} \right) 2v \right] = Ae^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \left(3 - \frac{mv^2}{kT} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(3 - \frac{mv^2}{kT} \right) = 0 \Rightarrow v_{lh} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}:$$

$$\text{Քանի որ } v_h = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad \text{ապա } \frac{v_{lh}}{v_h} = \frac{\sqrt{3kT/m}}{\sqrt{2kT/m}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,225, \quad \text{կամ}$$

$$v_{lh} = 1,225v_h:$$

բ) ε_{lh} -ը որոշելու համար պետք է գտնել $f_1(\varepsilon)$ -ը: Հաշվի առնելով,

$$\text{որ } F_1(v)dv = f_1(\varepsilon)d\varepsilon \Rightarrow f_1(\varepsilon) = F_1(v) \frac{dv}{d\varepsilon} \quad (3.9.1): \quad \text{Քանի որ}$$

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \quad (3.9.2), \quad \text{ապա } \frac{dv}{d\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{2m\varepsilon}} \quad (3.9.3):$$

Տեղադրելով (3.9.2)-ը և (3.9.3)-ը (3.9.1)-ի մեջ՝ կստանանք՝

$$f_1(\varepsilon) = A v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \frac{dv}{d\varepsilon} = A \left(\frac{2\varepsilon}{m} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \frac{1}{\sqrt{2m\varepsilon}} \Rightarrow f_1(\varepsilon) = A \frac{2\varepsilon}{m^2} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} : (3.9.4)$$

Ածանցելով (3.9.4)-ը և հավասարեցնելով այն զրոյի կարող ենք ստանալ ε_{1h} -ը՝

$$\begin{aligned} \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} &= \frac{d}{d\varepsilon} \left(A \frac{2\varepsilon}{m^2} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \right) = A \frac{2\varepsilon}{m^2} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \left(1 - \frac{\varepsilon}{kT} \right) = 0 \\ \Rightarrow \left(1 - \frac{\varepsilon}{kT} \right) &= 0 \Rightarrow \varepsilon_{1h} = kT : \end{aligned}$$

$$\underline{\text{Պատժ. ա)}} v_{1h} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, v_{1h} = 1,225v_h \quad \text{բ)} \varepsilon_{1h} = kT :$$

խնդիր 3.10. Շատ երկար ուղղաձիգ անոթում գտնվում է երկու տեսակի մոլեկուլներից կազմված գազ, համապատասխանաբար՝ m_1 և m_2 զանգվածներով, ընդ որում, $m_1 < m_2$ ։ Այդ մոլեկուլների կոնցենտրացիաներն անոթի հատակի մոտ համապատասխանաբար հավասար են n_1 և n_2 , ընդ որում, $n_1 < n_2$ ։ Համարելով, որ անոթի ամբողջ բարձրությամբ պահպանվում է նույն T ջերմաստիճանը և ազատ անկման արագացումը g է, գտնել այն h_0 բարձրությունը, որի վրա այդ երկու տեսակի մոլեկուլների կոնցենտրացիաներն իրար հավասար են։

Տրված է՝

$$\left. \begin{aligned} T, m_1, m_2, n_1, n_2, \\ n_1(h_0) = n_2(h_0) \\ T = \text{const}, g = \text{const} \\ h_0 = ? \end{aligned} \right\}$$

Լուծում: Նկատենք, որ խառնուրդ-գազի մոլեկուլների կոնցենտրացիան հավասար է բաղկացուցիչ գազերի կոնցենտրացիաների գումարին $n(h) = n_1(h) + n_2(h)$ երկրի ծանրության

$$\text{ուժի դաշտում՝ } n_1(h) = n_1 e^{-\frac{m_1 g h}{kT}} \quad \text{և} \quad n_2(h) = n_2 e^{-\frac{m_2 g h}{kT}} :$$

$$\text{Ելնելով խնդրի պայմանից } n_1 e^{-\frac{m_1 g h_0}{kT}} = n_2 e^{-\frac{m_2 g h_0}{kT}} \quad (3.10.1):$$

Լոգարիթմելով (3.10.1)-ի երկու կողմերը, կստանանք՝

$$\ln n_1 + \left(-\frac{m_1 g h_0}{kT} \right) = \ln n_2 + \left(-\frac{m_2 g h_0}{kT} \right) \Rightarrow \ln n_2 - \ln n_1 = \frac{g h_0}{kT} (m_2 - m_1) \Rightarrow$$

$$h_0 = \frac{kT}{g} \frac{\ln n_2 - \ln n_1}{(m_2 - m_1)} :$$

$$\underline{\text{Պատասխան}}: h_0 = \frac{kT}{g} \frac{\ln n_2 - \ln n_1}{(m_2 - m_1)} :$$

Խնդիր 3.11. Շատ բարձր ուղղաձիգ անոթում գտնվում է T ջերմաստիճանի ածխաթթու (CO_2) գազ: Համարելով ծանրության ուժի դաշտը համասեռ ($g = const$), որոշել ինչպե՞ս կփոխվի գազի ճնշումը անոթի հատակին, գազի ջերմաստիճանը η անգամ բարձրացնելիս:

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} \mu = 44 \cdot 10^{-3} \text{ կգ/մոլ} \\ g = const \\ T_1 = T, \quad T_2 = \eta T \\ (p_{02}/p_{01}) = ? \end{array}$$

Լուծում: Ճնշումը անոթի հատակին պայմանավորված է երկու գործոններով՝ $p_0 = p_{0g} + p_{0T}$, այնպես որ

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{p_{0g}(T_2) + p_{0T}(T_2)}{p_{0g}(T_1) + p_{0T}(T_1)} \quad (3.11.1):$$

p_{0g} -ն այն ճնշումն է, որը ստեղծվում է անոթում գտնվող բոլոր N մոլեկուլների ծանրության ուժի հաշվին՝ $p_{0g} = \frac{N m_0 g}{S}$ (3.11.2): Քանի որ մոլեկուլների թիվը և ծանրության ուժը ջերմաստիճանից կախված չեն, ապա $N(T_1) = N(T_2) = N_0$, և $p_{0g}(T_1) = p_{0g}(T_2)$ (3.11.3):

p_{0T} -ն ջերմային շարժմամբ պայմանավորված ճնշումն է՝ $p_{0T} = n_0(T) kT$ (3.11.4), որտեղ $n_0(T)$ -ն մոլեկուլների կոնցենտրացիան է $h = 0$ բարձրության վրա T ջերմաստիճանում:

p_{0T} -ն որոշելու համար, պետք է իմանալ $n_0(T)$ -ն: Դրա համար, օգտվելով Բոլցմանի բաշխման բանաձևից, հաշվենք $N(T_1)$ և $N(T_2)$ և հաշվի առնենք որ $N(T_1) = N(T_2)$ (3.11.5):

$$N(T_1) = \int_0^{\infty} n(h) S dh = n_0(T_1) S \int_0^{\infty} e^{-(m_0 g h / k T_1)} dh = \frac{n_0(T_1) S k T_1}{m_0 g} , \quad (3.11.6)$$

$$N(T_2) = \int_0^{\infty} n(h) S dh = n_0(T_2) S \int_0^{\infty} e^{-(m_0 g h / k T_2)} dh = \frac{n_0(T_2) S k T_2}{m_0 g} : \quad (3.11.7)$$

Տեղադրելով (3.11.6)-ը և (3.11.7)-ը (3.11.5)-ում՝ կստանանք՝

$$\frac{n_0(T_1) S k T_1}{m_0 g} = \frac{n_0(T_2) S k T_2}{m_0 g} \Rightarrow n_0(T_1) k T_1 = n_0(T_2) k T_2 \quad \text{կամ} \quad p_{0T}(T_1) = p_{0T}(T_2) :$$

Տեղադրելով ստացված արդյունքները (3.11.1)-ի մեջ՝ ստանում ենք

$$p_{01} = p_{02} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad p_{01} = p_{02} :$$

Խնդիր 3.12. Համասեռ ծանրության դաշտում գտնվող շատ բարձր ուղղաձիգ անոթը պարունակում է T ջերմաստիճանի ազոտ: Ի՞նչ h_1 բարձրության վրա ազոտի մոլեկուլների կոնցենտրացիան կմնա նույնը, ազոտի ջերմաստիճանը η անգամ բարձրացնելիս:

Տրված է՝

$$\left. \begin{array}{l} N_2 \\ \mu = 28 \cdot 10^{-3} \text{ կգ/մոլ} \\ g = \text{const} \\ T_1 = T, \quad T_2 = \eta T \\ h_1 = ? \end{array} \right\}$$

Լուծում: Ազոտի կոնցենտրացիան ծանրության

ուժի դաշտում տրվում է բարոմետրական

բանաձևով՝ $n(h, T) = n_0(T) e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \quad (3.12.1):$ h_1 -ը

կարելի է որոշել $n(h_1, T_1) = n(h_1, T_2) \quad (3.12.2)$

պայմանից: Տեղադրենք (3.12.1)-ը (3.12.2)-ի մեջ՝

$$n_0(T_1) e^{-\frac{\mu g h_1}{RT_1}} = n_0(T_2) e^{-\frac{\mu g h_1}{RT_2}} \Rightarrow \ln \frac{n_0(T_1)}{n_0(T_2)} = \frac{\mu g h_1}{RT} \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{n_0(T_1)}{n_0(T_2)} = e^{\frac{\mu g h_1}{RT} \left(1 - \frac{1}{\eta} \right)} \Rightarrow h_1 = \frac{RT}{\mu g} \frac{\eta}{\eta - 1} \ln \frac{n_0(T_1)}{n_0(T_2)} :$$

h_1 -ը որոշելու համար պետք է իմանալ $\frac{n_0(T_1)}{n_0(T_2)}$ -ն, որը կարելի է գտնել

անոթում եղած մոլեկուլների թվի անփոփոխ լինելու պայմանից՝

$$N(T_1) = N(T_2) : \text{Քանի որ } N(T) = \int_0^{\infty} n dV = \int_0^{\infty} n_0(T) e^{-\frac{\mu g h}{RT}} S dh = n_0(T) S \frac{RT}{\mu g} ,$$

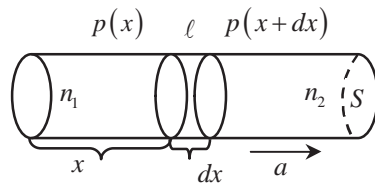
$$\text{ապա } n_0(T_1)S \frac{RT_1}{\mu g} = n_0(T_2)S \frac{RT_2}{\mu g} \Rightarrow \frac{n_0(T_1)}{n_0(T_2)} = \frac{T_2}{T_1} = \eta, \text{ որտեղից}$$

$$\frac{n_0(T_1)}{n_0(T_2)} = \eta \quad (3.12.4): \text{Տեղադրելով (3.12.4)-ը (3.12.3)-ի մեջ կստանանք}$$

$$h_1 = \frac{RT}{\mu g} \frac{\eta \ln \eta}{\eta - 1} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}}: h_1 = \frac{RT}{\mu g} \frac{\eta \ln \eta}{\eta - 1} :$$

Խնդիր 3.13. Երկու ծայրերը փակ $\ell = 100$ սմ երկարությամբ հորիզոնական խողովակը տեղափոխում են իր սիմետրիայի առանցքի երկայնքով՝ a հաստատուն արագացումով: Խողովակի ներսում գտնվում է արգոն՝ $T = 330$ Կ ջերմաստիճանում: Արագացման ի՞նչ արժեքի դեպքում արգոնի մոլեկուլների կոնցենտրացիաները խողովակի ծայրերի մոտ կտարբերվեն միմյանցից $\eta = 1\%$ -ով:



Տրված է՝

$$\ell = 100 \text{ սմ}, T = 330 \text{ Կ},$$

$$\frac{n_1 - n_2}{n_1} = \eta = 1\%,$$

$$\left. \begin{array}{l} Ar, \mu = 40 \cdot 10^{-3} \text{ կգ/մոլ} \\ a = ? \end{array} \right\}$$

Լուծում: dx հաստությամբ գազի շերտը, որի զանգվածը dm է, խողովակի հետ միասին շարժվում է a արագացումով: Նյուտոնի II-րդ օրենքի համաձայն $dm \cdot a = dF$ (3.13.1), որտեղ

$$dF = [p(x) - p(x + dx)]S = -dp \cdot S \quad (3.13.2) \text{ և}$$

$$dm = m_0 n(x) S dx \quad (3.13.3): \text{Հաշվի առնելով, որ } p(x) = n(x) kT \text{ կարող}$$

ենք գրել $dp = dn(x) \cdot kT$ (3.13.4): Տեղադրելով (3.13.2)-ը, (3.13.3)-ը, (3.13.4)-ը (3.13.1)-ի մեջ ստանում ենք՝

$$a \cdot m_0 n(x) S dx = -kT dn(x) \cdot S \Rightarrow \frac{a \cdot m_0}{kT} dx = -\frac{dn(x)}{n(x)} : \quad (3.13.5)$$

Ինտեգրենք (3.13.5)-ի երկու կողմերը՝

$$\int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{n} = -\frac{m_0 a}{kT} \int_0^\ell dx \Rightarrow \ln \frac{n_2}{n_1} = -\frac{m_0 a \ell}{kT} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{n_1 (1-\eta)}{n_1} = -\frac{m_0 a \ell}{kT} = -\frac{\mu a \ell}{RT} \Rightarrow \ln(1-\eta) = -\frac{\mu a \ell}{RT},$$

որտեղից $a = -\frac{RT}{\mu \ell} \ln(1-\eta)$: Քանի որ $\eta \ll 1$, ապա $\ln(1-\eta) \approx -\eta$,

հետևաբար $a \approx \frac{RT\eta}{\mu \ell} = 685,6 \text{ մ/վ}^2 \approx 70g$:

$$\underline{\text{Պատժ.}} \quad a = -\frac{RT}{\mu \ell} \ln(1-\eta) \approx \frac{RT\eta}{\mu \ell} \approx 70g:$$

Խնդիր 3.14. Գազի մոլեկուլների պոտենցիալ էներգիան մի ինչ-որ կենտրոնական դաշտում կախված է դաշտի կենտրոնից եղած r հեռավորությունից $U(r) = \alpha r^2$ օրենքով, որտեղ α -ն դրական հաստատուն է: Գազի ջերմաստիճանը T է, մոլեկուլների կոնցենտրացիան դաշտի կենտրոնում՝ n_0 : Գտնել՝ ա) հեռավորությունների $(r, r+dr)$ միջակայքում գտնվող մոլեկուլների dN թիվը, բ) մոլեկուլների ամենահավանական r_h հեռավորությունը դաշտի կենտրոնից:

Տրված է՝

$$U(r) = \alpha r^2$$

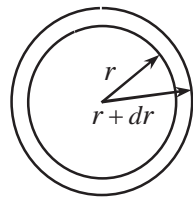
T, n_0

$$\alpha = \text{const} > 0$$

$$\text{ա) } dN = ?$$

$$\text{բ) } r_h = ?$$

Լուծում: ա) Դաշտի կենտրոնից r հեռավորության վրա գտնվող dr լայնությամբ սֆերիկ շերտի $dV = 4\pi r^2 dr$ ծավալում եղած մոլեկուլների թիվը՝



$$dN = n(r) dV = n(r) 4\pi r^2 dr \quad (3.14.1),$$

որտեղ $n(r)$ -ը միավոր ծավալում մոլեկուլների քանակն է: Բոլցմանի

բաշխման բանաձևի համաձայն $n(r) = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}}$ (3.14.2):
 Տեղադրելով (3.14.2)-ը (3.14.1)-ի մեջ՝ ստանում ենք

$$dN = N(r) dr = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}} 4\pi r^2 dr :$$

բ) r_h -ը որոշվում է $N(r)$ ֆունկցիայի մաքսիմումի պայմանից՝

$$\frac{dN(r)}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dr} \left(n_0 4\pi r^2 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}} \right) = 4\pi n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}} \left(2r - \frac{r^2 \alpha 2r}{kT} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\left(1 - \frac{r^2 \alpha}{kT} \right) = 0 \Rightarrow r_h = \sqrt{\frac{kT}{\alpha}} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \text{ա) } dN = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}} 4\pi r^2 dr, \quad \text{բ) } r_h = \sqrt{\frac{kT}{\alpha}} :$$

Խնդիր 3.15. Գազի մոլեկուլների պոտենցիալ էներգիան մի որոշ կենտրոնական դաշտում, կախված է դաշտի կենտրոնից եղած r հեռավորությունից $U(r) = \alpha r^2$ օրենքով, որտեղ α -ն դրական հաստատուն է: Գազի ջերմաստիճանը T է, մոլեկուլների կոնցենտրացիան դաշտի կենտրոնում՝ n_0 : Գտնել՝ ա) այն մոլեկուլների քանակը, որոնց պոտենցիալ էներգիաներն ընկած են $(U, U + dU)$ միջակայքում, բ) պոտենցիալ էներգիայի ամենահավանական U_h արժեքը:

Տրված է՝

$$U(r) = \alpha r^2$$

$$T, n_0$$

$$\alpha = \text{const} > 0$$

$$\text{ա) } dN(U, U + dU) = ?$$

$$\text{բ) } U_h = ?$$

Լուծում:

ա) Մոլեկուլների թիվը, որոնց պոտենցիալ էներգիաներն ընկած են $(U, U + dU)$ միջակայքում, հավասար է այն մոլեկուլների թվին, որոնք գտնվում են

$$r = \sqrt{\frac{U}{\alpha}} \text{ -ից } (r + dr) = \left(\sqrt{\frac{U}{\alpha}} + \frac{dU}{2\sqrt{U\alpha}} \right) \text{ հեռավոր-}$$

որությունների տիրույթում, (քանի որ $U = \alpha r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{U}{\alpha}} \Rightarrow dr = \frac{dU}{2\sqrt{U\alpha}}$):

Հեռավորությունների ($r, r + dr$) տիրույթում գտնվող մոլեկուլների թիվը

որոշվում է $dN = n dV = n_0 e^{\frac{\alpha r^2}{kT}} 4\pi r^2 dr$ բանաձևով կամ կատարելով r

փոփոխականի փոխարինում U -ով՝ $dN = 2\pi n_0 \alpha^{-\frac{3}{2}} \sqrt{U} e^{-\frac{U}{kT}} dU$:

բ) U պոտենցիալ էներգիայի ամենահավանական արժեքը որոշվում է

$f(U) = \frac{dN(U, U + dU)}{dU}$ արտահայտության մաքսիմումի պայմանից՝

$$\frac{d}{dU} \left(\frac{dN}{dU} \right) = \frac{d}{dU} \left(2\pi n_0 \alpha^{-\frac{3}{2}} \sqrt{U} e^{-\frac{U}{kT}} \right) = 2\pi n_0 \alpha^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{U}{kT}} \left(\frac{1}{2\sqrt{U}} - \frac{\sqrt{U}}{kT} \right) = 0,$$

որտեղից՝ $U_h = \frac{kT}{2}$:

Պատժ. ա) $dN = 2\pi n_0 \alpha^{-\frac{3}{2}} \sqrt{U} e^{-\frac{U}{kT}} dU$, բ) $U_h = \frac{kT}{2}$:

Խնդիր 3.16. μ մոլային զանգվածով իդեալական գազը գտնվում է S հիմքի մակերեսով և շատ մեծ h_0 բարձրությամբ ուղղաձիգ գլանաձև անոթում: Գազի ջերմաստիճանը T է, ճնշումը ներքևի հիմքի վրա՝ p_0 : Համարելով, որ ջերմաստիճանը և ազատ անկման g արագացումը բարձրությունից կախված չեն, գտնել անոթում գտնվող գազի զանգվածը:

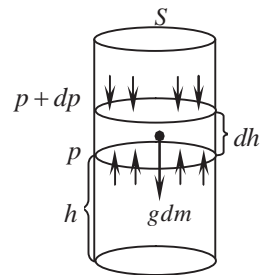
Տրված է՝
 h_0, S, T, p_0
 $T = \text{const},$
 $g = \text{const}$
 $m = ?$

Լուծում: h բարձրության վրա գտնվող dh հաստությամբ գազի շերտի վրա ազդում են

$$F_1 = (p + dp)S, \quad F_2 = dp \cdot S,$$

$$F_3 = dm \cdot g$$

ուժերը: Շերտը հավասարակշռության մեջ է, հետևաբար՝



$$(p + dp)S - pS = dm \cdot gS \Rightarrow dm = -\frac{S}{g} dp \quad (3.16.1):$$

Բարոմետրական բանաձևից

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \Rightarrow dp = -\frac{\mu g}{RT} p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} dh \quad (3.16.2):$$

Տեղադրենք (3.16.2)-ը (3.16.1)-ի մեջ՝

$$dm = -\frac{S}{g} \left(-\frac{\mu g}{RT} \right) p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} dh = \frac{\mu S}{RT} p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} dh \quad (3.16.3):$$

Ինտեգրելով (3.16.3)-ի երկու կողմերը, ստանում ենք՝

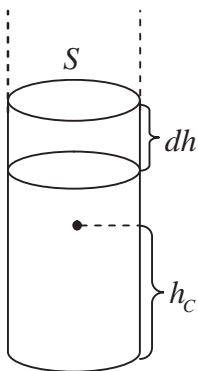
$$m = \frac{p_0 S}{g} \left(1 - e^{-\frac{\mu g h_0}{RT}} \right):$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad m = \frac{p_0 S}{g} \left(1 - e^{-\frac{\mu g h_0}{RT}} \right):$$

Խնդիր 3.17. μ մոլային զանգվածով իդեալական գազ պարունակող շատ բարձր ուղղաձիգ գլանաձև անոթը գտնվում է ծանրության ուժի համասեռ դաշտում: Համարելով, որ գազի T ջերմաստիճանը և ազատ անկման g արագացումը բարձրությունից կախված չեն, որոշել այն h_c բարձրությունը, որի վրա գտնվում է գազի ծանրության կենտրոնը:

<p><u>Տրված է՝</u></p> $\left. \begin{array}{l} \mu, T, g \\ T = \text{const}, \\ g = \text{const} \\ h_c = ? \end{array} \right\}$	<p><u>Լուծում:</u> Համաձայն ծանրության կենտրոնի սահմանման</p> $h_c = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sum_{i=1}^n h_i (\Delta m_i) g}{\sum_{i=1}^n (\Delta m_i) g} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sum_{i=1}^n h_i (\Delta m_i)}{\sum_{i=1}^n (\Delta m_i)} \right) = \frac{\int h dm}{\int dm}: \quad (3.17.1)$
---	---

Դիցուք գլանի հիմքի մակերեսը S է: h բարձրության վրա գտվող dh հաստությամբ գազի շերտի ծավալն է $dV = S \cdot dh$, իսկ զանգվածը՝ $dm = \rho(h) S dh$: Գազի խտությունը h բարձրության վրա՝ համաձայն բարոմետրական բանաձևի $\rho(h) = m_0 n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}$ (3.17.2), որտեղ m_0 -ն



մեկ մոլեկուլի զանգվածն է, n_0 -ն մոլեկուլների կոնցենտրացիան է գլանաձև անոթի ներքևի հիմքի մոտ: Տեղադրենք (3.17.2)-ը (3.17.1)-ի մեջ և նկատի ունենալով, որ անոթը շատ բարձր է, ինտեգրման վերին սահմանը՝ այսինքն անոթի բարձրությունը փոխարինենք անվերջով:

$$h_c = \frac{\int_0^\infty h m_0 n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} dh}{\int_0^\infty m_0 n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} dh} = \frac{\int_0^\infty h e^{-\frac{\mu g h}{RT}} dh}{\int_0^\infty e^{-\frac{\mu g h}{RT}} dh} \quad (3.17.3):$$

Կատարելով փոփոխականի փոխարինում՝

$$x = \frac{\mu g h}{RT}, \text{ ստանում ենք } h = \frac{RT}{\mu g} x \quad (3.17.4) \text{ և } dh = \frac{RT}{\mu g} dx \quad (3.17.5):$$

Տեղադրելով (3.17.4)-ը և (3.17.5)-ը (3.17.3)-ի մեջ՝ ստանում ենք՝

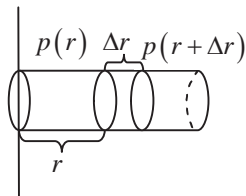
$$h_c = \frac{RT}{\mu g} \frac{\int_0^\infty x e^{-x} dx}{\int_0^\infty e^{-x} dx} = \frac{RT}{\mu g} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad h_c = \frac{RT}{\mu g} :$$

Խնդիր 3.18. Մի ծայրը փակ հորիզոնական գլանը պտտում են բաց ծայրով անցնող ուղղաձիգ առանցքի շուրջը ω հաստատուն անկյունային արագությամբ: Օդի մոլային զանգվածը μ է, ջերմաստիճանը՝ T , իսկ արտաքին օդի ճնշումը՝ p_0 : Գտնել գլանում օդի ճնշումը որպես պտտման առանցքից ունեցած r հեռավորության ֆունկցիա: Մոլային զանգվածը կախված չէ r -ից:

Տրված է՝
 ω, μ, T, p_0
 $P(r) = ?$

Լուծում: Պտտման առանցքից r հեռավորության վրա գտնվող Δr հաստությամբ գազի շերտի վրա ազդում են $F_1 = p(r)S$ և



$F_2 = p(r + \Delta r)S$ ուժերը, որոնց ազդեցության տակ

շերտը շարժվում է $a_{կձ} = \omega^2 r$ արագացումով:

Դինամիկայի հիմնական օրենքի համաձայն՝

$$\Delta m \omega^2 r = (p(r + \Delta r) - p(r))S \Rightarrow \Delta m \omega^2 r = \Delta p S \quad (3.18.1),$$

որտեղ Δm -ը Δr շերտում պարունակվող գազի զանգվածն է:

Գազի վիճակի հավասարումից $p \Delta V = \frac{\Delta m}{\mu} RT$ կամ

$$\Delta m = \frac{p \mu}{RT} \Delta V = \frac{p \mu}{RT} S \Delta r \quad (3.18.2):$$

Տեղադրելով (3.18.2)-ը (3.18.1)-ի մեջ՝

$$\frac{p \mu}{RT} S \Delta r \omega^2 r = \Delta p S \Rightarrow \frac{\mu \omega^2 p r}{RT} = \frac{\Delta p}{\Delta r}: \text{ Եթե } \Delta r \rightarrow 0, \text{ ապա } \frac{dp}{dr} = \frac{\mu \omega^2 p r}{RT},$$

կամ $\frac{\mu \omega^2}{RT} r dr = \frac{dp}{p} \quad (3.18.3):$ Ինտեգրելով (3.18.3)-ի երկու կողմերը,

կստանանք՝ $\ln \frac{p}{p_0} = \frac{\mu \omega^2 r^2}{2RT} \Rightarrow p = p_0 e^{\frac{\mu \omega^2 r^2}{2RT}}:$

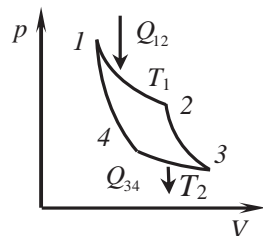
Պատ. $p(r) = p_0 e^{\frac{\mu \omega^2 r^2}{2kT}}:$

**4.ՑԻԿԼԵՐ, ԿԱՌՆՈՅԻ ՑԻԿԼԸ ԵՎ ՆՐԱ Օ.Գ.Գ.-Ն: ԶԵՐՍԱՂԻՆԱՄԻԿԱՅԻ
II ՕՐԵՆՔԸ, ԷՆՏՐՈՊԻԱ**

Խնդիր 4.1. Կառնոյի ցիկլով աշխատող ջերմային մեքենայի ջեռուցչի T_1 ջերմաստիճանը $n=1,6$ անգամ մեծ է սառնարանի T_2 ջերմաստիճանից: Մեքենան մեկ ցիկլում կատարում է $A=12\text{կՋ}$ աշխատանք: Մեկ ցիկլի ընթացքում ի՞նչ A_T աշխատանք է բաժին ընկնում բանող մարմնի իզոթերմ սեղմման վրա:

Տրված է՝ $\frac{T_1}{T_2} = n = 1,6$
 $A = 12\text{կՋ}$
 $A_T = ?$

Լուծում: A_T -ն կարելի է գտնել (3 → 4) իզոթերմի համար գրված ջերմադինամիկայի I-ն օրենքից՝
 $Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} :$
 Հաշվի առնելով, որ իզոթերմ պրոցեսում $\Delta U_{34} = 0$ կստանանք՝



$$Q_{34} = A_{34} = -A_T \Rightarrow A_T = -A_{34} = -Q_{34} = |Q_{34}|$$

Q_{34} -ը գտնելու համար գրենք մեքենայի η օ.գ.գ.-ն՝

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n} \Rightarrow |Q_{34}| = \frac{1}{n} Q_{12},$$

որտեղ Q_{12} -ը ջերմային մեքենայի բանող մարմնի ջեռուցչից ստացած ջերմաքանակն է (1 → 2) իզոթերմ պրոցեսում: Հաշվի առնելով, որ $A = Q_{12} - |Q_{34}| = (n-1)|Q_{34}| = (n-1)A_T$, ստանում ենք՝

$$A_T = \frac{A}{(n-1)} = \frac{12}{1,6-1} = 20\text{կՋ} :$$

Պատ. $A_T = \frac{A}{(n-1)} = 20\text{կՋ} :$

Խնդիր 4.2. Նշել, թե ա) և բ) դեպքերից որում Կառնոյի ցիկլի օ.գ.գ.-ն ավելի շատ կաճի. ա) երբ ջեռուցչի ջերմաստիճանը բարձրացվում է ΔT -ով, բ) երբ սառնարանի ջերմաստիճանն է իջեցվում նույն ΔT -ով:

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} T_1, T_2, \\ \text{ա) } T_{1\text{w}} = T_1 + \Delta T, \\ \quad T_{2\text{w}} = T_2, \\ \text{բ) } T_{1\text{p}} = T_1, \\ \quad T_{2\text{p}} = T_2 - \Delta T \end{array}$$

$$\frac{\Delta \eta_{\text{p}}}{\Delta \eta_{\text{w}}} = ?$$

Լուծում: Կառնոյի ցիկլի օ.գ.գ.-ն հավասար է՝

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} :$$

Ջեռուցչի ջերմաստիճանը ΔT -ով բարձրացնելիս օ.գ.գ.-ն դառնում է

$$\eta_{\text{w}} = 1 - \frac{T_2}{T_{1\text{w}}} = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T},$$

իսկ սառնարանի ջերմաստիճանը նույն ΔT -ով

իջեցնելիս՝

$$\eta_{\text{p}} = 1 - \frac{T_{2\text{p}}}{T_1} = 1 - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1} :$$

Օ.գ.գ.-ի փոփոխությունները ա) և բ) դեպքերում համապատասխանաբար կլինեն՝

$$\Delta \eta_{\text{w}} = \eta_{\text{w}} - \eta = -\frac{T_2}{T_1 + \Delta T} + \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2 \Delta T}{T_1 (T_1 + \Delta T)},$$

$$\Delta \eta_{\text{p}} = \eta_{\text{p}} - \eta = -\frac{T_2 - \Delta T}{T_1} + \frac{T_2}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1} :$$

Պարզելու համար, թե որ դեպքում է օ.գ.գ.-ն ավելի շատ է աճում, ստացված երկու արտահայտությունը բաժանենք իրար՝

$$\frac{\Delta \eta_{\text{p}}}{\Delta \eta_{\text{w}}} = \frac{\Delta T}{T_1} \cdot \frac{T_1 (T_1 + \Delta T)}{T_2 \Delta T} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_2} > 1 :$$

Հետևաբար օ.գ.գ.-ն, սառնարանի ջերմաստիճանը ΔT -ով իջեցնելիս ավելի շատ է աճում, քան նույն ΔT չափով ջեռուցչի ջերմաստիճանը բարձրացնելիս:

Պատ. բ) դեպքում:

Խնդիր 4.3 Ջրածինը կատարում է Կառնոյի ցիկլ: Որոշել ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե աղիաբատ ընդարձակման ժամանակ՝ ա) գազի ծավալը մեծանում է $n = 2$ անգամ, բ) ճնշումը փոքրանում է $n = 2$ անգամ:

Տրված է՝

$$i_{H_2} = 5, \gamma_{H_2} = 1, 4$$

$$\text{ա) } \frac{V_3}{V_2} = n_w = 2$$

$$\text{բ) } \frac{p_2}{p_3} = n_p = 2$$

$$\eta_w = ?$$

$$\eta_p = ?$$

Լուծում: Կառնոյի ցիկլի օ.գ.գ.-ն որոշվում է հետևյալ

բանաձևով $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$ (4.3.1), որտեղ Q_1 -ը ցիկլում

ստացված, իսկ Q_2 -ը սառնարանին տված ջերմաքանակներն են:

($2 \rightarrow 3$) և ($4 \rightarrow 1$) ադիա-

բատ պրոցեսներում ջեր-

մափոխանակում տեղի չի ունենում: ($1 \rightarrow 2$)

և ($3 \rightarrow 4$) իզոթերմ պրոցեսներում ջրածնի ներքին էներգիայի փոփոխությունը զրո է, հետևաբար, ըստ ջերմադինամիկայի առաջին օրենքի

$$Q_1 = Q_{12} = A_{12}, \quad Q_2 = Q_{34} = A_{34},$$

և (4.3.1) հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\eta = 1 - \frac{|A_{34}|}{A_{12}} \quad (4.3.2) :$$

Իզոթերմ պրոցեսում գազի կատարած աշխատանքը որոշվում է

$$A = \nu RT \ln \frac{V_{վերջ}}{V_{սկ}} = p_{սկ} V_{սկ} \ln \frac{V_{վերջ}}{V_{սկ}} = p_{վերջ} V_{վերջ} \ln \frac{V_{վերջ}}{V_{սկ}} \quad (4.3.3) \quad \text{բանաձևով,}$$

որտեղ $p_{սկ}, V_{սկ}, p_{վերջ}, V_{վերջ}$ գազի ճնշումն ու ծավալն են պրոցեսի սկզբնական և վերջնական վիճակներում: Կիրառենք (4.3.3)-ը ($1 \rightarrow 2$)

և ($3 \rightarrow 4$) պրոցեսների համար՝

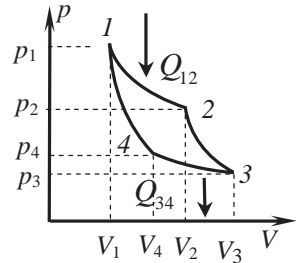
$$A_{12} = p_1 V_1 \ln(V_2/V_1) \quad (4.3.4), \quad A_{34} = p_4 V_4 \ln(V_4/V_3) \quad (4.3.5):$$

Կառնոյի ցիկլի օ.գ.գ.-ն որոշող (4.3.2) բանաձևը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\eta = 1 - \frac{|p_4 V_4 \ln(V_4/V_3)|}{p_1 V_1 \ln(V_2/V_1)} \quad (4.3.6):$$

Բացի այդ, ($1 \rightarrow 2$) և ($3 \rightarrow 4$) իզոթերմ պրոցեսներում

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (4.3.7), \quad p_3 V_3 = p_4 V_4 \quad (4.3.8),$$



և $(2 \rightarrow 3)$ և $(4 \rightarrow 1)$ ադիաբատ պրոցեսներում՝

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma \quad (4.3.9), \quad p_4 V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma \quad (4.3.10):$$

ա) Տեղադրելով խնդրի պայմանից հետևող $V_3 = n_w V_2$ (4.3.11ա) արժեքը (4.3.9)-ի մեջ, կստանանք՝ $p_3 = p_2 (V_2/V_3)^\gamma = p_2 n_w^{-\gamma}$ (4.3.12ա) : Տեղադրելով V_3 -ի (4.3.11ա) և p_3 -ի (4.3.12ա) արժեքները (4.3.8) հավասարման մեջ՝

$$p_4 V_4 = p_3 V_3 = p_2 n_w^{-\gamma} \cdot n_w V_2 = p_2 V_2 n_w^{1-\gamma} :$$

Նկատի ունենալով (4.3.7)-ը, կստանանք

$$p_4 V_4 = p_1 V_1 n_w^{1-\gamma} \quad (4.3.13ա):$$

(4.3.13ա)-ից որոշենք p_4 -ի արժեքը և տեղադրենք (4.3.10)-ի մեջ՝

$$V_4^\gamma \frac{p_1 V_1 n_w^{1-\gamma}}{V_4} = p_1 V_1^\gamma \Rightarrow V_4^{\gamma-1} = V_1^{\gamma-1} n_w^{\gamma-1} \Rightarrow V_4 = n_w V_1 \quad (4.3.14ա):$$

Օ.գ.գ.-ի արժեքը կստացվի, եթե տեղադրենք (4.3.11ա), (4.3.13ա) և (4.3.14ա) արտահայտությունները (4.3.6) հավասարման մեջ՝

$$\eta_w = 1 - \frac{\left| p_4 V_4 \ln(V_4/V_3) \right|}{p_1 V_1 \ln(V_2/V_1)} = 1 - \frac{\left| p_1 V_1 n_w^{1-\gamma} \ln(n_w V_1/n_w V_2) \right|}{p_1 V_1 \ln(V_2/V_1)} = (1 - n_w^{1-\gamma})$$

Այսպիսով,

$$\eta_w = 1 - n_w^{1-\gamma} = 0,242 = 24,2\% :$$

բ) Տեղադրելով խնդրի պայմանից հետևող $p_2 = n_p p_3$ (4.3.11բ) արժեքը (4.3.9)-ի մեջ կստանանք՝

$$\frac{V_3^\gamma}{V_2^\gamma} = \frac{p_2}{p_3} \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = n_p^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow V_3 = n_p^{\frac{1}{\gamma}} V_2 : \quad (4.3.12բ)$$

Տեղադրելով p_3 -ի (4.3.11բ) և V_3 -ի (4.3.12բ) արժեքները (4.3.8)-ի մեջ կստանանք՝

$$p_4 V_4 = p_3 V_3 = n_p^{-1} p_2 n_p^{\frac{1}{\gamma}} V_2 = p_2 V_2 n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} \Rightarrow p_4 V_4 = p_2 V_2 n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} :$$

Կամ հաշվի առնելով (4.3.7)-ը՝

$$p_4 V_4 = p_1 V_1 n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} \quad (4.3.13\text{բ})$$

Որոշելով p_4 -ի արժեքը (4.3.13բ)-ից և տեղադրելով (4.3.10)-ի մեջ կստանանք՝

$$\frac{p_1 V_1 n_p^{\frac{1}{\gamma}-1}}{V_4} V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma \Rightarrow V_4^{\gamma-1} = V_1^{\gamma-1} n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} \Rightarrow V_4 = n_p^{\frac{1}{\gamma}} V_1 : (4.3.14\text{բ})$$

Օ.գ.գ.-ի արժեքը կստացվի, եթե տեղադրենք (4.3.12բ), (4.3.13բ) և (4.3.14բ) արտահայտությունները (4.3.2) հավասարման մեջ՝

$$\eta_p = 1 - \frac{\left| p_4 V_4 \ln(V_4/V_3) \right|}{p_1 V_1 \ln(V_2/V_1)} = 1 - \frac{\left| p_1 V_1 n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} \ln \frac{n_p^{(1/\gamma)} V_1}{n_p^{(1/\gamma)} V_2} \right|}{p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \left(1 - n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} \right) :$$

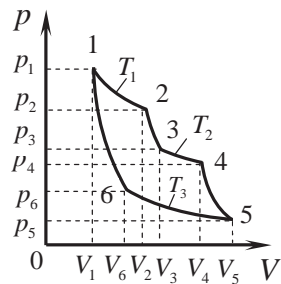
Այսպիսով, $\eta_p = 1 - n_p^{\frac{1}{\gamma}-1} = 0,18 = 18\% :$

Պատ՝ ա) $\eta_w = 1 - n^{1-\gamma} = 0,242 = 24,2\% ,$

բ) $\eta_p = 1 - n^{\frac{1}{\gamma}-1} = 0,18 = 18\% :$

Խնդիր 4.4. Իդեալական գազը կատարում է ցիկլ, որը կազմված է միմյանց հաջորդող իզոթերմ և ադիաբատ պրոցեսներից (տես նկարը): Իզոթերմ պրոցեսները տեղի են ունենում համապատասխանաբար T_1, T_2, T_3 ջերմաստիճաններում :

Գտնել այդպիսի ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե յուրաքանչյուր իզոթերմ ընդարձակման ժամանակ գազի ծավալը մեծանում է նույնքան անգամ:



Տրված է՝

$$\left. \begin{aligned} (1 \rightarrow 2) T_1 &= const, \\ (3 \rightarrow 4) T_2 &= const, \\ (5 \rightarrow 6) T_3 &= const, \\ (2 \rightarrow 3), \\ (4 \rightarrow 5), \\ (6 \rightarrow 1) \end{aligned} \right\} \delta Q = 0$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_4}{V_3} = n$$

$$\eta = ?$$

Լուծում:

Կառնոյի ցիկլի օ.գ.գ.-ն որոշվում է

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (4.4.1)$$

բանաձևով, որտեղ Q_1 -ը ցիկլում ստացված, իսկ Q_2 -ը սառնարանին տրված ջերմաքանակներն են և որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{34} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = \nu R (T_1 + T_2) \ln n, \quad (4.4.2)$$

$$|Q_2| = |Q_{56}| = \left| \nu R T_3 \ln \frac{V_6}{V_5} \right| : \quad (4.4.3)$$

Գազի հետ տեղի ունեցող $(2 \rightarrow 3), (4 \rightarrow 5), (6 \rightarrow 1)$ ադիաբատ պրոցեսների դիտարկումից հետևում է՝

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow V_3/V_2 = (T_1/T_2)^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad (4.4.4)$$

$$T_2 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_5^{\gamma-1} \Rightarrow V_5 = V_4 (T_2/T_3)^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad (4.4.5)$$

$$T_3 V_6^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow V_6 = V_1 (T_1/T_3)^{\frac{1}{\gamma-1}} : \quad (4.4.6)$$

Բաժանելով (4.4.5)-ը (4.4.6)-ի վրա, նկատի ունենալով խնդրի պայման՝ $V_4 = n V_3$, $V_1 = V_2/n$ և (4.4.4)-ը ստանում ենք՝

$$\frac{V_5}{V_6} = \frac{V_4}{V_1} \frac{(T_2/T_3)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{(T_1/T_3)^{\frac{1}{\gamma-1}}} = \frac{V_4}{V_1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{n V_3}{(V_2/n)} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = n^2 \left\{ \frac{V_3}{V_2} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right\} = n^2 : \quad (4.4.7)$$

Տեղադրելով (4.4.7)-ը (4.4.3)-ի մեջ կստանանք՝

$$|Q_2| = \left| \nu R T_3 \ln \frac{V_6}{V_5} \right| = \nu R T_3 \ln n^2 = 2 \nu R T_3 \ln n : \quad (4.4.8)$$

Տեղադրելով (4.4.2)-ը և (4.4.8)-ը (4.4.1)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\eta = 1 - \frac{2 \cancel{\nu R T_3} \ln n}{\cancel{\nu R} (T_1 + T_2) \ln n} = 1 - \frac{2 T_3}{T_1 + T_2} :$$

$$\text{Պատ՝ } \eta = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2} :$$

Խնդիր 4.5. Գտնել երկու իզոխորից և երկու ադիաբատից կազմված ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե ցիկլի սահմաններում իդեալական գազի ծավալը փոխվում է $n = 10$ անգամ: Բանոլ մարմինն ազոտ է:

Տրված է՝

$$\frac{V_2}{V_1} = n = 10,$$

$$i_{N_2} = 5,$$

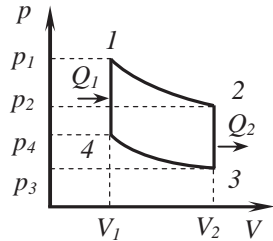
$$\delta Q_{12} = \delta Q_{34} = 0$$

$$\eta = ?$$

Լուծում: Ջերմային մեքենայի օ.գ.գ.-ն որոշվում է

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (4.5.1)$$

բանաձևով, որտեղ Q_1 -ը ցիկլի ընթացքում բանոլ մարմնի ստացած, իսկ Q_2 -ը՝



սառնարանին տված ջերմաքանակներն են: Տվյալ ցիկլում ($1 \rightarrow 2$) և ($3 \rightarrow 4$) ադիաբատ պրոցեսներում ջերմափոխանակում տեղի չի ունենում: Բանոլ մարմինը՝ ազոտը, որը կարելի է համարել իդեալական գազ, ջերմաքանակ է ստանում ($4 \rightarrow 1$) իզոխոր պրոցեսում, որի ընթացքում աշխատանք չի կատարվում՝

$$Q_1 = Q_{41} = \Delta U_{41} = \frac{i}{2} \nu R (T_1 - T_4) = \frac{i}{2} (p_1 V_1 - p_4 V_1) = \frac{i}{2} V_1 (p_1 - p_4) \quad (4.5.2):$$

($2 \rightarrow 3$) իզոխոր պրոցեսում ազոտը տալիս է սառնարանին Q_2 ջերմաքանակ՝

$$Q_2 = Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{i}{2} (p_3 V_2 - p_2 V_2) = \frac{i}{2} V_2 (p_3 - p_2) \quad (4.5.3):$$

($1 \rightarrow 2$) և ($3 \rightarrow 4$) ադիաբատ պրոցեսների համար, հաշվի առնելով խնդրի $V_2/V_1 = n$ պայմանը, կստանանք՝

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow p_1 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = p_2 n^\gamma, \quad (4.5.4)$$

$$p_3 V_2^\gamma = p_4 V_1^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = p_3 n^\gamma : (4.5.5)$$

Տեղադրելով (4.5.4) և (4.5.5) արդյունքները (4.5.2)-ի մեջ՝

$$Q_1 = \frac{i}{2} V_1 (p_2 n^\gamma - p_3 n^\gamma) = \frac{i}{2} V_1 n^\gamma (p_2 - p_3) (4.5.6):$$

Տեղադրելով Q_1 -ի և Q_2 -ի արտահայտությունները (4.5.1)-ի մեջ կստանանք՝

$$\eta = 1 - \frac{\left| \frac{i}{2} V_2 (p_3 - p_2) \right|}{\frac{i}{2} V_1 n^\gamma (p_2 - p_3)} = 1 - \frac{V_2}{V_1} \frac{|(p_3 - p_2)|}{n^\gamma (p_2 - p_3)} = 1 - \frac{n}{n^\gamma} = 1 - n^{1-\gamma} = 0,602 = 60,2\%$$

Պատ. $\eta = 1 - n^{1-\gamma} = 60,2\% :$

Խնդիր 4.6. Գտնել երկու իզոթարից և երկու ադիաբատից կազմված ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե ցիկլի սահմաններում իդեալական գազի ճնշումը փոխվում է n անգամ: Բանոլ մարմինը՝ γ ադիաբատի ցուցչով իդեալական գազ է :

Տրված է՝

$$\left. \begin{array}{l} \gamma, \\ \frac{p_1}{p_2} = n, \\ \frac{p_2}{Q_{23}} = \frac{Q_{41}}{0} = 0 \\ \eta = ? \end{array} \right\}$$

Լուծում: Ցիկլի օ.գ.գ.-ն կարելի է որոշել

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (4.6.1) \text{ բանաձևով, որտեղ } Q_1\text{-ը բանոլ}$$

մարմնի ստացած ջերմաքանակն է, Q_2 -ը սառնա-

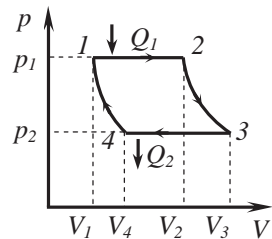
րարին տվածը: Նշենք, որ

$(2 \rightarrow 3)$ և $(4 \rightarrow 1)$ ադիա-

բատ պրոցեսներում ջերմափոխանակում տեղի չի ունենում, հետևաբար $Q_{23} = Q_{41} = 0$:

$(1 \rightarrow 2)$ և $(3 \rightarrow 4)$ իզոթար պրոցեսներում

ջեռուցից ստացված $Q_1 = Q_{12}$ և սառնարանին



տրված $|Q_2| = |Q_{34}|$ ջերմաքանակները կարելի է որոշել՝ օգտվելով հաստատումն ճնշման տակ գազի $C_{\mu p}$ մոլային ջերմունակության սահմանումից և վիճակի հավասարումից՝

$$Q_{12} = \nu C_{\mu p} (T_2 - T_1) = \frac{C_{\mu p}}{R} (\nu RT_2 - \nu RT_1) = \boxed{\frac{C_{\mu p}}{R} p_1 (V_2 - V_1)} : (4.6.2)$$

Քանի որ $T_4 = T_1$; $T_3 = T_2$, ապա

$$|Q_{34}| = |\nu C_{\mu p} (T_2 - T_1)| = \frac{C_{\mu p}}{R} |\nu RT_2 - \nu RT_1| = \frac{C_{\mu p}}{R} p_2 |(V_2 - V_1)| : (4.6.3)$$

Ստացված (4.6.2) և (4.6.3) արդյունքները տեղադրելով (4.6.1)-ի մեջ, ստանում ենք՝

$$\eta = 1 - \frac{\frac{C_{\mu p}}{R} p_2 |(V_2 - V_1)|}{\frac{C_{\mu p}}{R} p_1 (V_2 - V_1)} = 1 - \frac{p_2 |(V_2 - V_1)|}{p_1 (V_2 - V_1)} : (4.6.4):$$

Օգտագործելով խնդրի $p_1 = np_2$ (4.6.5) պայմանը և $(2 \rightarrow 3)$ ու $(4 \rightarrow 1)$ ադիաբատների հավասարումները, կարող ենք գրել՝

$$p_1 V_2^\gamma = p_2 V_3^\gamma \Rightarrow V_3^\gamma = \frac{p_1}{p_2} V_2^\gamma \Rightarrow V_3 = n^{\frac{1}{\gamma}} V_2, \quad (4.6.6)$$

$$p_2 V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma \Rightarrow V_4^\gamma = \frac{p_1}{p_2} V_1^\gamma \Rightarrow V_4 = n^{\frac{1}{\gamma}} V_1 : \quad (4.6.7)$$

Տեղադրելով (4.6.5), (4.6.6) և (4.6.7) արտահայտություններում ստացված արդյունքները (4.6.4)-ի մեջ, ստանում ենք՝

$$\eta = 1 - \frac{1}{n} \frac{|(n^{1/\gamma} V_2 - n^{1/\gamma} V_1)|}{(V_2 - V_1)} = 1 - n^{\frac{1}{\gamma}-1} :$$

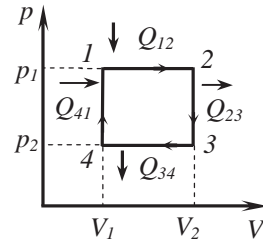
$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \eta = 1 - n^{\frac{1}{\gamma}-1} :$$

Խնդիր 4.7. γ ադիաբատի ցուցչով իդեալական գազը կատարում է ցիկլ, որը կազմված է երկու իզոխորից և երկու իզոբարից: Գտնել այդպիսի ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե գազի T ջերմաստիճանն աճում է n

անգամ թե՛ իզոբար ընդարձակման, և թե՛ իզոխոր տաքացման ժամանակ:

Տրված է՝ $\gamma,$
 $T_2 = nT_1,$
 $T_1 = nT_4$
 $\eta = ?$

Լուծում: Խնդիրը լուծելու համար դիտարկենք ցիկլը կազմող պրոցեսները առանձին-առանձին: Համաձայն խնդրի պայմանների՝
 $(1 \rightarrow 2)$ իզոբար ընդարձակման



պրոցեսում՝

$$(V_1/T_1) = (V_2/T_2) \Rightarrow (V_2/V_1) = (T_2/T_1) = n \Rightarrow V_2 = nV_1, \quad (4.7.1)$$

$(4 \rightarrow 1)$ իզոխոր տաքացման պրոցեսում՝

$$(p_1/T_1) = (p_2/T_4) \Rightarrow (p_1/p_2) = (T_1/T_4) = n \Rightarrow p_1 = np_2: \quad (4.7.2)$$

Ցիկլը կազմող մյուս երկու պրոցեսների համար կստանանք՝

$(2 \rightarrow 3)$ իզոխոր պրոցեսում, հաշվի առնելով (4.7.2)-ը՝

$$(p_1/T_2) = (p_2/T_3) \Rightarrow (T_2/T_3) = (p_1/p_2) = n \Rightarrow T_3 = (T_2/n) = (nT_1/n) = T_1, \quad (4.7.3)$$

$(3 \rightarrow 4)$ իզոբար սեղմման պրոցեսում՝

$$(V_1/T_4) = (V_2/T_3) \Rightarrow (T_3/T_4) = (V_2/V_1) = n \Rightarrow T_4 = (T_3/n) = (T_1/n): \quad (4.7.4)$$

Սահմանման համաձայն ցիկլի η օ.գ.գ.-ն որոշվում է $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (4.7.5)$

բանաձևով, որտեղ Q_1 -ը և $|Q_2|$ -ը ցիկլի ընթացքում բանոդ մարմնի ստացած և տված ջերմաքանակներն են:

Ջերմադինամիկայի I օրենքի համաձայն՝

ա) $(1 \rightarrow 2)$ իզոբար ընդարձակման պրոցեսում՝

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} > 0 \quad (4.7.6),$$

քանի որ, $(T_2 > T_1), (V_2 > V_1)$, և հետևաբար $\Delta U_{12} = C_V (T_2 - T_1) > 0$ և $A_{12} = p_1 (V_2 - V_1) > 0$:

բ) $(2 \rightarrow 3)$ իզոխոր պրոցեսում $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \Delta U_{23} < 0$ (4.7.7), քանի որ $(T_3 < T_2)$, $(V = \text{const})$, և հետևաբար $\Delta U_{23} = C_V (T_3 - T_2) < 0$ և $A_{23} = 0$:

գ) $(3 \rightarrow 4)$ իզոբար սեղմման պրոցեսում $Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} < 0$ (4.7.8), քանի որ $(T_3 > T_4)$, $(V_2 > V_1)$, և հետևաբար $\Delta U_{34} = C_V (T_4 - T_3) < 0$ և $A_{34} = p_2 (V_1 - V_2) < 0$:

դ) $(4 \rightarrow 1)$ իզոխոր պրոցեսում $Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41} = \Delta U_{41} < 0$ (4.7.9), քանի որ $(T_4 < T_1)$, $(V = \text{const})$, և հետևաբար $\Delta U_{41} = C_V (T_1 - T_4) > 0$ և $A_{41} = 0$:
Օգտվելով (4.7.6), (4.7.7), (4.7.8), (4.7.9) արտահայտություններից՝ կարող ենք գրել,

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{41} \quad (10), \quad \text{և} \quad |Q_2| = |Q_{23} + Q_{34}| \quad (4.7.11):$$

Ջերմունակության սահմանման համաձայն՝

$$Q_{12} = C_p (T_2 - T_1) = C_p T_1 (n - 1), \quad (4.7.12)$$

$$Q_{41} = C_V (T_1 - T_4) = C_V T_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad (4.7.13)$$

$$Q_{23} = C_V (T_3 - T_2) = C_V T_1 (1 - n), \quad (4.7.14)$$

$$Q_{34} = C_p (T_4 - T_3) = C_p T_1 \left(\frac{1}{n} - 1\right): \quad (4.7.15)$$

Ցիկլի օ.գ.գ.-ն որոշելու համար տեղադրենք (4.7.12), (4.7.13), (4.7.14), (4.7.15) արտահայտությունները (4.7.5)-ի մեջ՝

$$\eta = 1 - \frac{\left| C_V T_1 (1 - n) + C_p T_1 \left(\frac{1}{n} - 1\right) \right|}{C_p T_1 (n - 1) + C_V T_1 \left(1 - \frac{1}{n}\right)} = 1 - \frac{\left| (1 - n) + \frac{C_p}{C_V} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right|}{\frac{C_p}{C_V} (n - 1) + \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{1 + \frac{\gamma}{n}}{\gamma + \frac{1}{n}} = 1 - \frac{n + \gamma}{n\gamma + 1}:$$

Պատ. $\eta = 1 - \frac{n + \gamma}{n\gamma + 1} :$

Խնդիր 4.8. Իդեալական գազը կատարում է ցիկլ, որը կազմված է՝ ա) իզոխորից, աղիաբատից և իզոթերմից, բ) իզոբարից, աղիաբատից և իզոթերմից, ընդ որում իզոթերմ պրոցեսն ընթանում է ցիկլի նվազագույն ջերմաստիճանում: Գտնել յուրաքանչյուր ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե գազի T ջերմաստիճանը ցիկլի սահմաններում փոխվում է n անգամ:

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} T_{\max} = nT_{\min} \\ \text{ա)} (1 \rightarrow 2) V = \text{const}, \\ (2 \rightarrow 3) \delta Q = 0, \\ (3 \rightarrow 1) T = \text{const} \\ \text{բ)} (1 \rightarrow 2) p = \text{const}, \\ (2 \rightarrow 3) \delta Q = 0, \\ (3 \rightarrow 1) T = \text{const} \\ \hline \eta_{\text{ա}} = ?, \eta_{\text{բ}} = ? \end{array}$$

Լուծում: Ըստ սահմանման ցիկլի օ.գ.գ.-ն որոշ-

վում է $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$ (4.8.1) բանաձևով, որտեղ Q_1 -ը

ցիկլում ջեռուցից ստացված ջերմաքանակն է, Q_2 -ը՝ սառնարարին տրվածը: Խնդիրը լուծելու նպատակով առանձին-

առանձին դիտարկենք ցիկլը կազմող պրոցեսներից յուրաքանչյուրը:

ա) $(1 \rightarrow 2)$ իզոխոր պրոցեսում (նկ.ա)

$$p_1 T_1 = p_2 T_2 \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}, \text{ և քանի որ } \frac{p_2}{p_1} > 1,$$

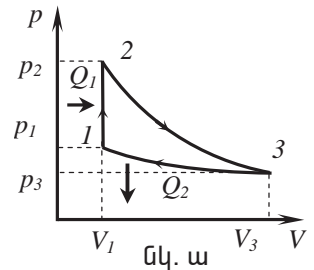
ապա $T_2 > T_1$:

$(2 \rightarrow 3)$ աղիաբատ պրոցեսի հավասարումից և վիճակի հավասարումից

կստանանք՝ $p_2 V_1^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma, \quad \frac{p_2 V_1}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_2}{T_3} = \frac{p_2}{p_3} \frac{V_1}{V_3}$

հետևաբար $\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^\gamma \frac{V_1}{V_3} = \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma-1} > 1$, որտեղից՝ $T_2 > T_3$: $(3 \rightarrow 1)$

պրոցեսը իզոթերմ է, և ուրեմն $T_1 = T_3$:



Հետևաբար, համաձայն խնդրի պայմանի $T_1 = T_3 = T_{\min}$, և $T_2 = T_{\max} = nT_{\min}$

1) Այս ցիկլի առաջին ($1 \rightarrow 2$) պրոցեսը իզոխորն է, որի համար

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = n \Rightarrow p_2 = np_1 \quad (4.8.2a):$$

Իզոխոր պրոցեսում, երբ գազի ջերմաստիճանն աճում է, գազը ստանում է ջերմաքանակ՝

$$Q_{12} = \nu C_{\mu V} T_{\min} (n-1) = \nu \frac{i}{2} RT_{\min} (n-1) = \nu \frac{R}{\gamma-1} T_{\min} (n-1) > 0:$$

2) Ցիկլի երկրորդ ($2 \rightarrow 3$) պրոցեսը ադիաբատն է, որի համար $Q_{23} = 0$

$$\text{և } p_2 V_1^\gamma = p_3 V_3^\gamma \quad (4.8.3a):$$

3) Երրորդ ($3 \rightarrow 1$) պրոցեսը իզոթերմ սեղմման պրոցեսն է, որում

$$p_1 V_1 = p_3 V_3 \quad (4.8.4a):$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} = A_{31} = \nu RT_{\min} \ln \frac{V_1}{V_3} = \left(-\nu RT_{\min} \ln \frac{V_3}{V_1} \right) < 0, \quad \text{քանի որ}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_1) = 0: \quad \text{Սա նշանակում է, որ այս պրոցեսում}$$

իդեալական գազը ջերմաքանակ է տալիս սառնարանին:

Արդյունքում ստացվում է՝

$$Q_1 = Q_{12} = \nu \frac{R}{\gamma-1} T_{\min} (n-1) \quad (4.8.5a), \quad |Q_2| = |Q_{31}| = \nu RT_{\min} \ln \frac{V_3}{V_1} \quad (4.8.6a):$$

(V_3/V_1) -ի արժեքը ստանանք հաշվի առնելով (4.8.2ա)-ը և (4.8.3ա)-ը՝

$$np_1 V_1^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow n (\cancel{p_1 V_1})_1 V_1^{\gamma-1} = (\cancel{p_3 V_3}) V_3^{\gamma-1} \Rightarrow n V_1^{\gamma-1} = V_3^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = n^{\frac{1}{\gamma-1}}: \quad (4.8.7a)$$

Տեղադրելով (4.8.5ա), (4.8.6ա) և (4.8.7ա) արդյունքները (4.8.1)-ի մեջ, ստանում ենք

$$\eta_w = 1 - \frac{\nu RT_{\min} \ln \frac{V_3}{V_1}}{\nu \frac{R}{\gamma-1} T_{\min} (n-1)} = 1 - \frac{\ln \left(n^{\frac{1}{\gamma-1}} \right)}{\frac{1}{\gamma-1} (n-1)} = 1 - \frac{\ln n}{(n-1)}:$$

բ) Կատարելով խնդրի ա) կետում բերված դատողություններին համանման դատողություններ՝ կարող ենք հանգել եզրակացության, որ՝

$$T_2 = T_{\max} = nT_{\min} \text{ և } T_1 = T_3 = T_{\min} \text{ (տես նկ. ք):}$$

1) Այս ցիկլի առաջին պրոցեսը ($1 \rightarrow 2$)

իզոբարն է, որի համար

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = n,$$

հետևաբար՝ $V_2 = nV_1$ (4.8.2ք):

Իզոբար ընդարձակման ժամանակ գազը կատարում է դրական $A_{12} > 0$ աշխատանք, իսկ ջերմաստիճանն աճում է, ինչից հետևում է, որ ներքին էներգիան աճում է՝ $\Delta U_{12} > 0$: Ջերմադինամիկայի I օրենքի համաձայն $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} > 0$, հետևաբար այս պրոցեսում համակարգը ստանում է ջերմաքանակ: Այդ ջերմաքանակը կարելի է արտահայտել որպես

$$Q_{12} = \nu C_{\mu p} T_{\min} (n-1) = \nu \left(\frac{i}{2} + 1 \right) RT_{\min} (n-1) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_{\min} (n-1) :$$

2) Ցիկլի երկրորդ պրոցեսը ($2 \rightarrow 3$) ադիաբատն է, որի համար

$$Q_{23} = 0 \text{ և } p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma \text{ (4.8.3ք):}$$

3) Երրորդը ($3 \rightarrow 1$) իզոթերմ սեղմման պրոցեսն է, որում

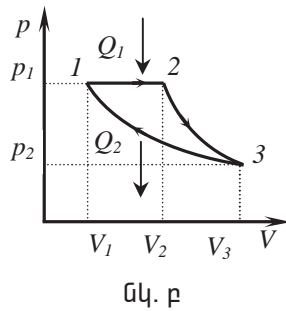
$$p_1 V_1 = p_3 V_3 \text{ (4.8.4ք): Ըստ ջերմադինամիկայի I օրենքի, } Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \text{ և}$$

քանի որ $\Delta U_{31} = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_1) = 0$, ապա

$$Q_{31} = A_{31} = \nu RT_{\min} \ln \frac{V_1}{V_3} = -\nu RT_{\min} \ln \frac{V_3}{V_1} < 0 :$$

Այսինքն՝ այս պրոցեսում իդեալական գազը սառնարանին տալիս է ջերմաքանակ:

Այսպիսով ջեռուցչից ստացված և սառնարանին տրված ջերմաքանակներն են՝



$$Q_1 = Q_{12} = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_{\min} (n - 1) \quad (4.8.5\text{բ}), \quad |Q_2| = |Q_{31}| = \nu R T_{\min} \ln \frac{V_3}{V_1} \quad (4.8.6\text{բ}):$$

(V_3/V_1) -ի արժեքը ստանանք հաշվի առնելով (4.8.2բ) և (4.8.3բ) հավասարումները՝

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow p_1 (n V_1)^\gamma = p_3 V_3^\gamma \Rightarrow n^\gamma (\cancel{p_1 V_1}) V_1^{\gamma-1} = (\cancel{p_3 V_3}) V_3^{\gamma-1} \Rightarrow n^\gamma V_1^{\gamma-1} = V_3^{\gamma-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = n^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} : (4.8.7\text{բ})$$

Տեղադրելով (4.8.5բ), (4.8.6բ) և (4.8.7բ) արդյունքները (4.8.1)-ի մեջ, ստանում ենք՝

$$\eta_p = 1 - \frac{\nu R T_{\min} \ln \frac{V_3}{V_1}}{\nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_{\min} (n - 1)} = 1 - \frac{\ln \left(n^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right)}{\frac{1}{\gamma - 1} T_0 (n - 1)} = 1 - \frac{\ln n}{(n - 1)} :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \quad \text{ա) } \eta_w = 1 - \frac{\ln n}{(n - 1)}, \quad \text{բ) } \eta_p = 1 - \frac{\ln n}{(n - 1)} :$$

Խնդիր 4.9. γ ադիաբատի ցուցչով իդեալական գազը կատարում է ուղիղ ցիկլ, որը կազմված է ադիաբատից, իզոբարից և իզոխորից: Գտնել ցիկլի օ.գ.գ.-ն, եթե ադիաբատ պրոցեսում իդեալական գազի ծավալը՝ ա) աճում է n անգամ, բ) նվազում է n անգամ:

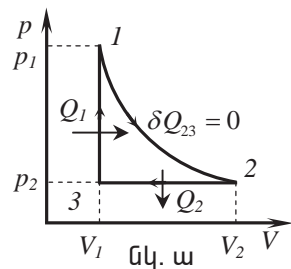
Տրված է՝

$$\left. \begin{array}{l} \gamma, \\ (1 \rightarrow 2) \delta Q = 0, \\ (2 \rightarrow 3) p = \text{const}, \\ (3 \rightarrow 1) V = \text{const}, \\ \text{ա) } V_2/V_1 = n, \\ \text{բ) } V_1/V_2 = n \\ \eta_w = ?, \eta_p = ? \end{array} \right\}$$

Լուծում: Ցիկլի օ.գ.գ.-ն որոշվում է

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (4.9.1)$$

բանաձևով, որտեղ Q_1 -ը և Q_2 -ը ցիկլի ընթացքում ջեռուցչից ստացված և



սառնարարին տրված ջերմաքանակներն են: Q_1 -ը և Q_2 -ը որոշելու համար առանձին-առանձին քննարկենք ցիկլում տեղի ունեցող պրոցեսները:

ա) $(1 \rightarrow 2)$ ադիաբատ ընդարձակման պրոցեսում (տես նկ.ա) $Q_{12} = 0$ և

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 n^{-(\gamma-1)} \quad (4.9.2\text{ա}):$$

$(2 \rightarrow 3)$ իզոբար պրոցեսում նկատի ունենալով (4.9.2ա)-ն՝

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_3} \Rightarrow T_2 = T_3 \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow T_3 = n^{-1} T_2 \Rightarrow T_3 = n^{-\gamma} T_1 \quad (4.9.3\text{ա}):$$

Ըստ ջերմադինամիկայի I օրենք $Q_{23} = (\Delta U_{23} + A_{23}) < 0$, քանի որ

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) < 0 \quad \text{և} \quad A_{32} = p_2 (V_2 - V_1) < 0: \text{ Ուրեմն այս պրոցեսում}$$

գազը ջերմաքանակ է տալիս սառնարանին: Մյուս կողմից $Q_{23} = \nu C_{\mu p} (T_3 - T_2)$ և հաշվի առնելով (4.9.2ա)-ն և (4.9.3ա)-ն, ստանում ենք՝

$$|Q_{23}| = |\nu C_{\mu p} (T_3 - T_2)| = |\nu C_{\mu p} T_1 (n^{-\gamma} - n^{-(\gamma-1)})| \Rightarrow |Q_{23}| = \nu C_{\mu p} T_1 n^{-\gamma} (n-1) \quad (4.9.4\text{ա}):$$

$$(3 \rightarrow 1) \text{ իզոխոր պրոցեսում } \frac{p_2}{T_3} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = T_3 \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow T_1 > T_3, \text{ հետևաբար}$$

այդպիսի պրոցեսում, $Q_{31} = \nu C_{\mu V} (T_1 - T_3) > 0$, այսինքն գազը ստանում է ջերմաքանակ: Հաշվի առնելով (4.9.3ա)-ն, ստանում ենք՝

$$Q_{31} = \nu C_{\mu V} (T_1 - T_3) = \nu C_{\mu V} T_1 (1 - n^{-\gamma}) \Rightarrow Q_{31} = \nu C_{\mu V} T_1 n^{-\gamma} (n^{\gamma} - 1) \quad (4.9.5\text{ա}):$$

Հետևաբար ցիկլում ամբողջ ստացված և ամբողջ տրված ջերմաքանակներն են՝ $Q_1 = Q_{31}$ և $|Q_2| = |Q_{23}|$: Տեղադրելով (4.9.4ա)-ն և (4.9.5ա)-ն (4.9.1)-ի մեջ ստանում ենք՝

$$\eta_{\omega} = 1 - \frac{\nu C_{\mu p} T_1 n^{-\gamma} (n-1)}{\nu C_{\mu V} T_1 n^{-\gamma} (n^{\gamma} - 1)} \Rightarrow \eta_{\omega} = 1 - \frac{\gamma (n-1)}{(n^{\gamma} - 1)}$$

բ) (1 → 2) ադիաբատ սեղմման պրոցեսում

$$Q_{12} = 0 \quad \text{և} \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 n^{\gamma-1},$$

կամ $T_2 = n^{\gamma-1} T_1$ (4.9.2բ) (տես նկ.բ):

(2 → 3) իզոթար ընդարձակման պրոցեսում

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_3} \Rightarrow T_3 = T_2 \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = n T_2, \quad \text{որտեղից} \quad \text{նկատի}$$

ուենենալով (2բ)-ն, ստանում ենք $T_3 = n^{\gamma} T_1$ (4.9.3բ): Այս պրոցեսում գազի ջերմաստիճանն աճում է T_2 -ից T_3 , հետևաբար՝ $Q_{23} = \nu C_{\mu p} (T_3 - T_2) > 0$, այսինքն գազը ստանում է ջերմաքանակ: Հաշվի առնելով (4.9.2բ)-ն և (4.9.3բ)-ն, ստանում ենք՝

$$Q_{23} = \nu C_{\mu p} (n^{\gamma} T_1 - n^{\gamma-1} T_1) \Rightarrow Q_{23} = \nu C_{\mu p} n^{\gamma} \left(1 - \frac{1}{n} \right) T_1 \quad (4.9.4բ):$$

(3 → 1) իզոխոր պրոցեսում $\frac{p_2}{T_3} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = T_3 \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow T_1 > T_3$, այսինքն՝

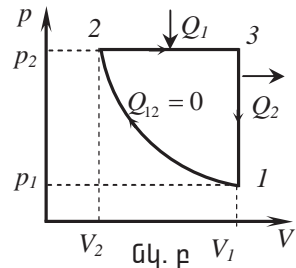
գազի ջերմաստիճանը նվազում է՝ $Q_{31} = \nu C_{\mu V} (T_1 - T_3) < 0$ և ուրեմն այն տալիս է Q_{31} ջերմաքանակ: Հաշվի առնելով (4.9.3բ)-ն, ստանում ենք՝

$$Q_{31} = \nu C_{\mu V} (T_1 - T_3) = \nu C_{\mu V} (T_1 - n^{\gamma} T_1) \Rightarrow Q_{31} = \nu C_{\mu V} (1 - n^{\gamma}) T_1 \quad (4.9.5բ):$$

Տեղադրելով ստացված (4.9.4բ) և (4.9.5բ) արտահայտությունները (4.9.1)-ում, և հաշվի առնելով, որ $Q_1 = Q_{23}$ և $|Q_2| = |Q_{31}|$, կստանանք՝

$$\eta_p = 1 - \frac{|\nu C_{\mu V} (1 - n^{\gamma}) T_1|}{\nu C_{\mu p} n^{\gamma} \left(1 - \frac{1}{n} \right) T_1} \Rightarrow \eta_p = 1 - \frac{(n^{\gamma} - 1)}{\gamma n^{\gamma-1} (n - 1)}$$

$$\underline{\text{Պատասխան:}} \quad \text{ա) } \eta_w = 1 - \frac{\gamma(n-1)}{(n^{\gamma}-1)}, \quad \text{բ) } \eta_p = 1 - \frac{(n^{\gamma}-1)}{\gamma n^{\gamma-1}(n-1)}:$$

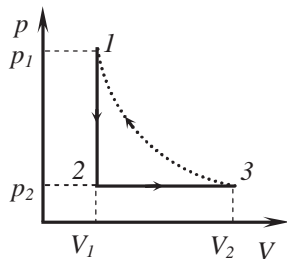


Խնդիր 4.10. Երկու մոլ իդեալական գազը սկզբում իզոխոր եղանակով սառեցրին, իսկ հետո իզոբար եղանակով ընդարձակեցին այնպես, որ գազի ջերմաստիճանը հավասարվեց սկզբնականին: Գտնել գազի էնտրոպիայի աճը, եթե նրա ճնշումը տվյալ պրոցեսում փոփոխվել է $n = 3,3$ անգամ:

Տրված է՝

$$\begin{aligned} \nu &= 2 \text{ մոլ}, \\ \frac{p_1}{p_2} &= n = 3,3 \\ (1 \rightarrow 2) \quad V &= \text{const} \\ (2 \rightarrow 3) \quad p &= \text{const} \\ T_1 = T_3 &= T_0 \\ \Delta S &=? \end{aligned}$$

Լուծում: Սահմանման համաձայն էնտրոպիայի ΔS փոփոխությունը կախված է միայն համակարգի սկզբնական՝ (p_1, V_1, T_1) և վերջնական՝ (p_2, V_2, T_3) վիճակներից և որոշվում է



$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} \quad (4.10.1) \quad \text{բանաձևով:}$$

$$\text{Տվյալ խնդրում՝} \quad \Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\nu C_{\mu V} dT + \cancel{\delta A}^0}{T} + \int_2^3 \frac{\nu C_{\mu V} dT + p dV}{T} \Rightarrow$$

$$\Delta S = \nu C_{\mu V} \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T} + \nu C_{\mu V} \int_{T_2}^{T_0} \frac{dT}{T} + \int_2^3 \frac{p dV}{T} = \nu C_{\mu V} \left(\int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T} - \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T} \right) + \int_2^3 \frac{p dV}{T} = \int_2^3 \frac{p dV}{T} :$$

$$\Delta S = \int_2^3 \frac{p dV}{T} : \quad (4.10.2)$$

Քանի որ $(2 \rightarrow 3)$ պրոցեսը իզոբար է, ապա վիճակի հավասարումից՝

$$d(pV) = d(\nu RT) \Rightarrow p dV + \cancel{V dp}^0 = \nu R dT \Rightarrow p dV = \nu R dT : \quad (4.10.3)$$

Տեղադրելով (4.10.3)-ը (4.10.2)-ում՝ ստանում ենք

$$\Delta S = \int_2^3 \frac{p dV}{T} = \int_2^3 \frac{\nu R dT}{T} = \nu R \int_2^3 \frac{dT}{T} = \nu R \ln \frac{T_3}{T_2} = \nu R \ln \frac{T_0}{T_2} : \quad (4.10.4)$$

$(1 \rightarrow 2)$ իզոխոր պրոցեսից հետևում է՝

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \boxed{\frac{T_0}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} = n} : (4.10.5)$$

Տեղադրելով ստացված (4.10.5)-ը (4.10.4)-ում՝

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{T_0}{T_2} = \nu R \ln \frac{p_1}{p_2} = \nu R \ln n = 20 \text{ Ջ/Կ}:$$

Պատ՝. $\Delta S = \nu R \ln n = 20 \text{ Ջ/Կ}:$

Խնդիր 4.11. Գտնել $\gamma = 1,3$ ադիաբատի ցուցչով երկու մոլ իդեալական գազի էնտրոպիայի աճը, եթե որոշակի պրոցեսի արդյունքում գազի ծավալն աճել է $\alpha = 2$ անգամ, իսկ ճնշումը նվազել՝ $\beta = 3$ անգամ:

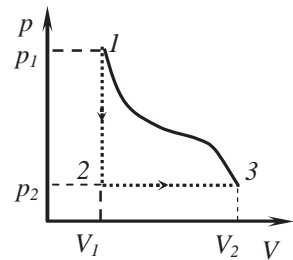
Տրված է՝

$$\begin{aligned} \nu &= 2 \text{ մոլ}, \\ \gamma &= 1,3 \\ \alpha &= \frac{V_2}{V_1} = 2 \\ \beta &= \frac{p_1}{p_2} = 3 \\ \Delta S &=? \end{aligned}$$

Լուծում:

Էնտրոպիայի ΔS փոփոխությունը կարելի է որոշել $\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T}$ (4.11.1)

բանաձևով: Քանի որ ΔS -ը կախված է միայն սկզբնական և վերջնական վիճակներից (սովյալ խնդրում 1 և 3



վիճակներից), ապա կամայական $(1 \rightarrow 3)$ պրոցեսը կարող ենք ընտրել որպես $(1 \rightarrow 2)$ իզոխոր և $(2 \rightarrow 3)$ իզոբար պրոցեսներով կազմված պրոցես (տես նկարը): Այդպիսի ընտրությունը էնտրոպիայի աճի վերջնական արդյունքի վրա չի ազդի:

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_{\mu V} \frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T_3} \nu C_{\mu p} \frac{dT}{T} : (4.11.2)$$

Նկատի ունենալով, որ $C_{\mu V} = \frac{1}{\gamma - 1} R$, $C_{\mu p} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R$ և $(1 \rightarrow 2)$ իզոխոր

պրոցեսում՝ $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\beta}$, իսկ $(2 \rightarrow 3)$ իզոբարում՝ $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_2}{V_1} = \alpha$,

(4.11.2)-ից կստանանք՝

$$\Delta S = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \left(\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \gamma \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} \right) = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \left(\ln \frac{T_2}{T_1} + \gamma \ln \frac{T_3}{T_2} \right) = \frac{\nu R}{\gamma - 1} (\gamma \ln \alpha - \ln \beta) :$$

$$\underline{\text{Պատ.}} \Delta S = \frac{\nu R}{\gamma - 1} (\gamma \ln \alpha - \ln \beta) = -11 \text{ Ջ/Կ} :$$

Խնդիր 4.12. γ ադիաբատի ցուցչով իդեալական գազում ընթանում է պրոցես՝ $p = p_0 - \alpha V$ օրենքի համաձայն: Այստեղ α -ն և p_0 -ն դրական հաստատուններ են, V -ն՝ գազի ծավալը: Գազի ծավալի ի՞նչ արժեքի դեպքում նրա էնտրոպիան կլինի առավելագույնը:

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} \gamma, \\ p = p_0 - \alpha V, \\ S(V_m) = S_{\max} \\ V_m = ? \end{array}$$

Լուծում: Սահմանման համաձայն, ֆիզիկական

հմակարգի էնտրոպիան որոշվում է $S = \int \frac{\delta Q}{T} + \text{const}$

բանաձևով հաստատունի ճշտությամբ (*համաձայն ջերմադինամիկայի III օրենքի*): Հաստատունի արժեքը որոշվում է՝ ելնելով Ներնստի թեորեմից և հավասար է զրոյի: Ուրեմն՝ օգտագործելով ջերմադինամիկայի I օրենքը և Ներնստի թեորեմը, էնտրոպիայի բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU}{T} + \int \frac{\delta A}{T} = \nu C_{\mu V} \int \frac{dT}{T} + \int \frac{pdV}{T} : (4.12.1)$$

Որպեսզի որոշենք ծավալի այն V_m արժեքը, որի դեպքում գազի էնտրոպիան դառնում է առավելագույնը, գտնենք տրված պրոցեսում էնտրոպիայի կախումը V ծավալից: Գազի վիճակի հավասարումից

ստացվող $T = \frac{pV}{\nu R}$ (4.12.2) արտահայտությունը, խնդրում տրված

$$p = p_0 - \alpha V \quad \text{կախումը} \quad \text{և} \quad C_{\mu V} = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (4.12.3) \quad \text{առնչությունը}$$

տեղադրելով (4.12.1)-ում՝ ստանում ենք՝

$$S = \nu C_V \int \frac{dT}{T} + \nu R \int \frac{dV}{V} = \nu C_V \ln T + \nu R \ln V = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \ln \frac{(p_0 - \alpha V)V}{\nu R} + \nu R \ln V : (4.12.4)$$

Էնտրոպիայի (4.12.4) արտահայտությունը ածանցելով ըստ ծավալի, այնուհետ ստացված արտահայտությունը հավասարեցնելով զրոյի և լուծելով այն V -ի նկատմամբ, կստանանք V_m -ը:

$$\frac{dS}{dV} = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \frac{d}{dV} \left(\ln \frac{(p_0 - \alpha V)V}{\nu R} \right) + \nu R \frac{d}{dV} (\ln V) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{-\alpha}{(p_0 - \alpha V)} + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{V} + \frac{1}{V} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{\gamma - 1} \frac{\alpha}{(p_0 - \alpha V)} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{V} = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{\alpha}{(p_0 - \alpha V)} + \frac{\gamma}{V} = 0 \Rightarrow -\alpha V + \gamma p_0 - \alpha \gamma V = 0 \Rightarrow V_m = \frac{\gamma p_0}{\alpha(\gamma + 1)}:$$

$$\underline{\text{Պատ.}}: V_m = \frac{\gamma p_0}{\alpha(\gamma + 1)}:$$

Խնդիր 4.13. Մեկ մոլ իդեալական գազում ընթանում է պրոցես, որում գազի էնտրոպիան ջերմաստիճանից կախված փոխվում է $S = aT + C_{\mu V} \ln T$ օրենքով, որտեղ a -ն դրական հաստատուն է, $C_{\mu V}$ -ն տվյալ գազի մոլային ջերմունակությունն է հաստատուն ծավալի դեպքում: Գտնել՝ ինչպես է կախված գազի ջերմաստիճանը նրա ծավալից այդ պրոցեսում, եթե $T = T_0$ ջերմաստիճանում $V = V_0$:

Տրված է՝

$$\left. \begin{aligned} \nu &= 1 \text{ մոլ} \\ S &= aT + C_{\mu V} \ln T \\ V_{T=T_0} &= V_0 \\ T &= T(V) - ? \end{aligned} \right\}$$

Լուծում: Հայտնի է, որ $dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} : (4.13.1)$

Ելնելով խնդրի պայմանից՝

$$dS = d(aT + C_{\mu V} \ln T) = a dT + C_{\mu V} \frac{dT}{T} : (4.13.2)$$

Սյուս կողմից՝

$$\delta Q = \nu C_{\mu V} dT + p dV = \nu C_{\mu V} dT + \frac{\nu R T}{V} dV : (4.13.3)$$

Տեղադրելով (4.13.2)-ը և (4.13.3)-ը (4.13.1)-ում և նկատի ունենալով, որ $\nu = 1$

$$adT + C_{\mu V} \frac{dT}{T} = \frac{1}{T} \left(C_{\mu V} dT + \frac{RT}{V} dV \right) \Rightarrow \cancel{adT} + \cancel{C_{\mu V} \frac{dT}{T}} = \cancel{C_{\mu V} \frac{dT}{T}} + R \frac{dV}{V},$$

$$adT = R \frac{dV}{V} \Rightarrow dT = \frac{R}{a} \frac{dV}{V} : (4.13.4)$$

Ինտեգրենք (4.13.4)-ի երկու կողմերը՝

$$\int dT = \frac{R}{a} \int \frac{dV}{V} \Rightarrow T = \frac{R}{a} \ln V + const : (4.13.5)$$

Ինտեգրման հաստատունը կորոշվի խնդրի այն պայմանից, որ երբ

$$T = T_0, \quad V = V_0, \quad \text{ապա} \quad T_0 = \frac{R}{a} \ln V_0 + const \Rightarrow const = T_0 - \frac{R}{a} \ln V_0 \quad (4.13.6):$$

Տեղադրելով (4.13.6)-ը (4.13.5)-ի մեջ կստանանք՝ $T = T_0 + \frac{R}{a} \ln \frac{V}{V_0} :$

$$\underline{\text{Պատ.}}: T = T_0 + \frac{R}{a} \ln \frac{V}{V_0} :$$

Խնդիր 4.14. Շատ ցածր ջերմաստիճաններում բյուրեղների ջերմունակությունը՝ $C = aT^3$, որտեղ a -ն հաստատուն է: Գտնել բյուրեղի էնտրոպիան՝ որպես այդ տիրույթում ջերմաստիճանի ֆունկցիա :

Տրված է՝ Լուծում: Սահմանման համաձայն

$$\left. \begin{array}{l} C = aT^3 \\ a = const \end{array} \right\} \quad dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{CdT}{T} = aT^2 dT : (4.14.1)$$

$S = S(T) - ?$ Ինտեգրենք (4.14.1) հավասարման երկու կողմերը

$$\int dS = \int aT^2 dT \Rightarrow S = \frac{1}{3} aT^3 + const \quad (4.14.2): \quad \text{Հաստատունը}$$

գտնենք օգտագործելով Ներնստի թեորեմը, ըստ որի, երբ ջերմաստիճանը ձգտում է զրոյի ($T \rightarrow 0$), համակարգի էնտրոպիան ևս ձգտում է զրոյի ($S \rightarrow 0$), հետևաբար համաձայն (4.14.2)-ի՝ ստանում ենք՝ $0 = 0 + const \Rightarrow const = 0 :$

Օգտագործելով այս արդյունքը, էնտրոպիայի համար կստանանք՝

$$S(T) = \frac{1}{3} a T^3 :$$

Պատ. $S(T) = \frac{1}{3} a T^3 :$

Խնդիր 4.15. Տրված է պրոցես, որում նյութի ջերմաստիճանը կախված է էնտրոպիայից $T \sim S^n$ օրենքով, որտեղ n -ը հաստատուն է: Գտնել նյութի ջերմունակությունը որպես ֆունկցիա S -ից:

Տրված է՝ $T \sim S^n$
 $n = \text{const}$
 $C = C(S) = ?$

Լուծում: Քանի որ $T \sim S^n$, հետևաբար կարող ենք գրել՝
 $T = a S^n$, որտեղ a -ն դրական հաստատուն է: Այդ դեպքում $S = \left(\frac{T}{a}\right)^{\frac{1}{n}}$: Սահմանման համաձայն

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C dT}{T} \quad (4.15.1) : \text{Մյուս կողմից՝}$$

$$dS = d \left[\left(\frac{T}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = d \left[\left(\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{n}} (T)^{\frac{1}{n}} \right] = \left(\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{n} (T)^{\frac{1}{n}-1} dT : \quad (4.15.2)$$

Տեղադրենք (4.15.2)-ը (4.15.1)-ի մեջ՝

$$\left(\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{n} (T)^{\frac{1}{n}-1} dT = C \frac{dT}{T} \Rightarrow C = \left(\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{T \cdot (T)^{\frac{1}{n}-1}}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{T}{a} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{S}{n} \Rightarrow C = \frac{S}{n} :$$

Պատ. $C = S/n :$

Խնդիր 4.16. Հայտնի $C_{\mu V}$ ջերմունակությամբ մեկ մոլ իդեալական գազը կատարում է պրոցես, որում նրա S էնտրոպիան կախված է T ջերմաստիճանից $S = \alpha/T$ օրենքով, որտեղ α -ն հաստատուն է: Գազի ջերմաստիճանը փոխվում է T_1 -ից մինչև T_2 : Գտնել. ա) գազի մոլային ջերմունակությունը որպես T -ի ֆունկցիա, բ) գազին հաղորդած ջերմաքանակը, գ) գազի կատարած աշխատանքը:

Տրված է՝

$$\begin{array}{l} C_{\mu V}, \\ S = \alpha/T, \\ \alpha = \text{const}, \\ T_1, T_2 \end{array}$$

ա) $C_{\mu}(T) = ?$

բ) $Q_{12} = ?$

գ) $A_{12} = ?$

Լուծում: Սահմանման համաձայն $dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C_{\mu} dT}{T}$:

Այստեղից՝ տեղադրելով $S = \alpha/T$ արտահայտությունը՝

$$\text{ա) } C_{\mu} = T \frac{dS}{dT} = T \frac{d(\alpha/T)}{dT} = T \left(-\frac{\alpha}{T^2} \right) = -\frac{\alpha}{T} \Rightarrow C_{\mu} = -\frac{\alpha}{T} :$$

$$\text{բ) } Q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} dQ = \int_{T_1}^{T_2} C_{\mu} dT = \int_{T_1}^{T_2} \left(-\frac{\alpha}{T} \right) dT = \alpha \ln \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow Q_{12} = \alpha \ln \frac{T_1}{T_2} :$$

$$\text{գ) } A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = \alpha \ln \frac{T_1}{T_2} - C_{\mu V} (T_2 - T_1) \Rightarrow A_{12} = \alpha \ln \frac{T_1}{T_2} - C_{\mu V} (T_2 - T_1) :$$

$$\underline{\text{Պատ.}}: \text{ ա) } C_{\mu} = -\frac{\alpha}{T}, \text{ բ) } Q_{12} = \alpha \ln \frac{T_1}{T_2}, \text{ գ) } A_{12} = \alpha \ln \frac{T_1}{T_2} - C_{\mu V} (T_2 - T_1) :$$

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Савельев И. В.**, Курс общей физики, Механика, Молекулярная физика и термодинамика, Т.1, М.: “Наука”, 1988.
2. **Сивухин Д. В.**, Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. Т. II, М.: “Наука”, 1979.
3. **Трофимова Т.И.**, Курс физики, М.: “Академия”, 2007.
4. **Иродов И. Е.**, Задачи по общей физике. М.: “Наука”, 1988.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. СПб.: Изд-во “Лань”, 1999.
6. **Чертов А. Г., Воробьев А.А.**, Задачник по физике, М.: Изд. ф.-м. лит., 2001.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն	3
--------------------	---

1. ԻՂԵԱԼԱԿԱՆ ԳԱԶԵՐԻ ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ-ԿԻՆԵՏԻԿ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

1.1. Հետազոտման վիճակագրական և ջերմադինամիկական եղանակները	3
1.2. Ջերմադինամիկական համակարգ	4
1.3. Ջերմաստիճան	6
1.4. Իդեալական գազ: Մոլեկուլային-կինետիկ տեսության հիմնական դրույթները	7
1.5. Բոյլ-Մարիոտի օրենքը	7
1.6. Ավոգադրոյի օրենքը	8
1.7. Դալտոնի օրենքը	8
1.8. Գեյ-Լյուսակի օրենքը	9
1.9. Շառլի օրենքը	9
1.10. Իդեալական գազի վիճակի հավասարումը	10
1.11. Իդեալական գազի մոլեկուլային-կինետիկ տեսության հիմնական հավասարումը	12
1.12. Իդեալական գազի մոլեկուլների միջին քառակուսային արագությունը	13
1.13. Իդեալական գազի մոլեկուլների բաշխումն ըստ արագությունների. Մաքսվելի օրենքը	14
1.14. Իդեալական գազի մոլեկուլների ամենահավանական արագությունը	15
1.15. Իդեալական գազի մոլեկուլների միջին արագությունը (միջին թվաբանական արագությունը)	15
1.16. Իդեալական գազի մոլեկուլների միջին քառակուսային արագությունը	15

1.17. Բարոնետրական բանաձև.....	16
1.18. Բոլցմանի բաշխումը	16
1.19. Մոլեկուլների ազատ վազքի միջին երկարություն	17
1.20. Փոխանցման երևույթներ)	17
1.21. Ջերմահաղորդականություն	18
1.22. Դիֆուզիա	19
1.23. Մածուցիկություն (ներքին շփում).....	19

2.ԻՐԱԿԱՆ ԳԱՋԵՐ

2.1.Միջմոլեկուլային փոխազդեցություններ	20
2.2. Իրական գազերի իզոթերմները	21

3.ՋԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

3.1. Ջերմադինամիկական համակարգի ներքին էներգիան	23
3.2. Ազատության աստիճանների թիվ	23
3.3. Ըստ մոլեկուլի ազատության աստիճանների էներգիայի հավասարաբաշխման օրենքը դասական ֆիզիկայում	24
3.4. Ջերմադինամիկայի I օրենքը	26
3.5. Աշխատանքը ջերմադինամիկայում և դրա երկրաչափական մեկնաբանումը	26
3.6. Ջերմունակություն	28
3.7. Մոլային ջերմունակությունը հաստատուն ծավալի դեպքում	29
3.8. Մոլային ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում Մայերի բանաձևը	29

ՋԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ԱՌԱՋԻՆ ՕՐԵՆՔԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆԸ

ԻԶՈՊՐՈՑԵՍՆԵՐՈՒՄ

3.9. Իզոխոր պրոցես	31
3.10. Իզոբար պրոցես	31
3.11. Իզոթերմ պրոցես	32

3.12. Աղիաբատ պրոցես	32
3.13. Աշխատանքն աղիաբատ պրոցեսում	34
3.14. Պոլիտրոպ պրոցեսներ	35
3.15. Շրջանային պրոցես (ցիկլ)	35
3.16. Շրջանային պրոցեսի օ.գ.գ.-ը	37
3.17. Դարձելի և ոչ դարձելի պրոցեսներ	38
3.18. Էնտրոպիա	38
3.19. Էնտրոպիայի փոփոխությունը	39
3.20. Էնտրոպիայի վիճակագրական մեկնաբանությունը	40
3.21. Էնտրոպիայի աճման սկզբունքը	41
3.22. Ջերմադինամիկայի երկրորդ օրենքը	41
3.23. Ջերմադինամիկայի երրորդ օրենքը	42
3.24. Ջերմային շարժիչներ և սառեցնող մեքենաներ	42
3.25. Կառնոյի թեորեմը	44
3.26. Կառնոյի ցիկլ	44

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

1. Գազի վիճակի հավասարում, պրոցեսներ	47
2. Ջերմադինամիկայի I օրենքը: Ջերմունակություն	61
3. Գազերի մոլեկուլային-կինետիկ տեսություն: Մոլեկուլների բաշխումն ըստ արագությունների: Բոլցմանի բաշխում	81
4. Ցիկլեր, Կառնոյի ցիկլը և նրա Օ.Գ.Գ-ն, Ջերմադինամիկայի II օրենքը, Էնտրոպիա	100

Ռուդիկ Արշակի Հովհաննիսյան
Ավագ Սամվելի Սահակյան
Ռուզան Մելիստի Մովսեսյան

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՖԻԶԻԿԱ

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ՖԻԶԻԿԱ ԵՎ ԶԵՐՄԱԴԻՆԱՄԻԿԱ

ՀԱՄԱՌՈՑ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐ

Ուսումնական ձեռնարկ

Խմբագիր՝ **Ն Խաչատրյան**

Համակարգչային շարվածքը
և ձևավորումը՝

Նկարները՝

Ստորագրված է տպագրության՝ 20.06.13

Թուղթը՝ «օֆսեթ»։ Տպագրությունը՝ ռիզո։ Ֆորմատ՝ (60×84) 1/16:

Շարվածքը՝ համակարգչային:

Տառատեսակը՝ Arial Armenian: 3 տպ. մամ.:

Պատվեր՝ 268 Տպաքանակ՝ 150

Հայաստանի Պետական

Ճարտարագիտական

Համալսարանի տպարան

Երևան, Տերյան 105 Հեռ.՝ 52-03-56

The Printing-hous

of State Engineering University

of Armenia (Politechnik)

105 Teryan str. Yrevan Tel. 52-03-56