
ΜΥΕ46 - ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΟΡΑΣΗ

ΣΥΝΟΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1

ΤΣΟΠΟΥΡΙΔΗΣ ΓΡΗΓΟΡΙΟΣ , ΑΜ:3358

Άσκηση 3:

Για να είναι κάποιος μετασχηματισμός γραμμικός πρέπει να ισχύει:

$$f(ax + by) = af(x) + bf(y)$$

α)

Έστω $T_g : f \rightarrow f * h$, $f, g \in R^N$ ένας μετασχηματισμός συνέλιξης.

Ο T_g είναι γραμμικός αν $T_g(af_1 + bf_2) = aT_g(f_1) + bT_g(f_2)$

$$\begin{aligned} T(af_1 + bf_2) &= \int (af_1 + bf_2)(x-y)h(y)dy = \int (af_1)(x-y)h(y)dy + \int (bf_2)(x-y)h(y)dy \\ &+ \int (bf_2)(x-y)h(y)dy = aT(f_1) + bT(f_2) \end{aligned}$$

Άρα η συνέλιξη είναι γραμμική.

β)

Όμοια με παραπάνω:

Έστω T ο 1Δ διακριτός μετασχηματισμός Fourier.

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-2j\pi kn/N}$$

Όμοια με παραπάνω έχω $af_1(n) + bf_2(n)$ όπου $f(n)$:

$$\begin{aligned} F(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} (af_1(n) + bf_2(n)) e^{-2j\pi kn/N} = \sum_{n=0}^{N-1} af_1(n) e^{-2j\pi kn/N} + \sum_{n=0}^{N-1} bf_2(n) e^{-2j\pi kn/N} \\ &= a \sum_{n=0}^{N-1} f_1(n) e^{-2j\pi kn/N} + b \sum_{n=0}^{N-1} f_2(n) e^{-2j\pi kn/N} = aF_1(k) + bF_2(k) \end{aligned}$$

Άρα ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier είναι γραμμικός.