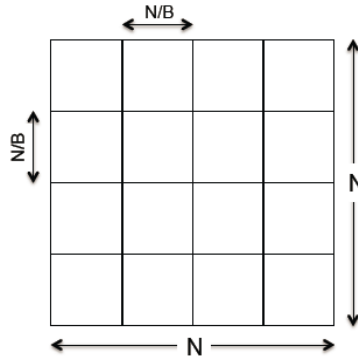


### Problema 9 (d and e only)

Given the following code computing matrix  $u$ , in which the  $k$  loop iterates from 1 to  $i$ :

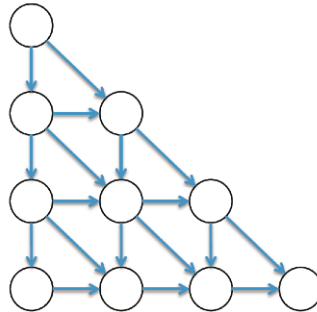
```
for (i = 1; i < N-1; i++)
  for (k = 1; k <= i; k++) {
    tmp = 0.3 * u[i+1][k+1] + 0.7 * u[i-1][k-1];
    u[i][k] = (tmp * tmp) / 4;
  }
```

and the following tasks definition: a task is in charge of computing a block of  $N/B$  rows by  $N/B$  columns

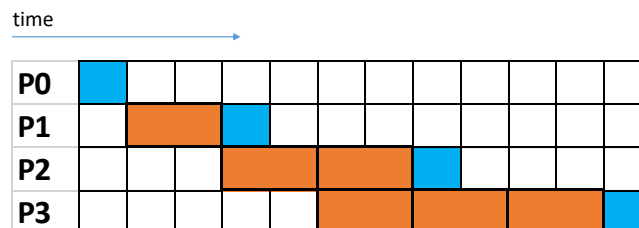


- (d) If these tasks are mapped to a machine with  $P = B$  processors, so that each row of tasks is mapped to a different processor, and assuming that  $N$  is very large compared to  $P$  ( $N \gg P$ ). We ask to draw a temporal diagram with the parallel execution and obtain the expression for  $T_p$  as a function of  $N$ .

El primer que hem de dibuixar és el TDG, a partir dels accessos que es fan en el codi:



on tenim les tasques que calculen els blocs diagonals i les tasques que calculen els blocs no diagonals. El diagrama temporal de l'execució seria:



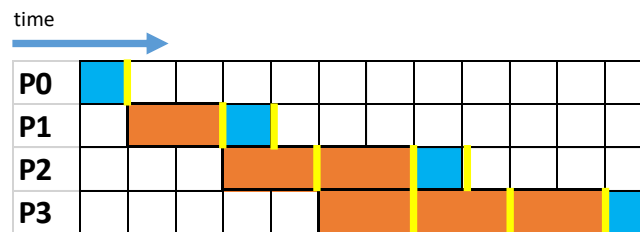
en el que els quadrats blaus representen l'execució d'un bloc diagonal i els rectangles taronja l'execució d'un bloc no diagonal.

Quina seria l'expressió per  $T_p$ ?

$$T_p = 2 \cdot t_d + (P-2) \cdot t_{nd} + (B-1) \cdot t_{nd} = 2 \cdot t_d + (2 \cdot P - 3) \cdot t_{nd}$$

- (e) If the cost for each synchronization between two processors takes  $t_{sync}$  time units, obtain the synchronization overhead that would be added to the previous expression for  $T_p$ .

Cada tasca, diagonal o no diagonal, ha d'avisar a les tasques que depenen d'ella, amb un overhead de  $t_{sync}$ . En el diagrama temporal són les franges grogues que hem afegit:



Quina seria la nova expressió per  $T_p$  en la que incloem aquest overhead?

$$T_p = 2 \cdot t_d + (2 \cdot P - 3) \cdot t_{nd} + T_{ovh}$$

$$T_{ovh} = (P - 1) \cdot t_{sync} + (B - 1) \cdot t_{sync} = 2 \cdot (P - 1) \cdot t_{sync}$$

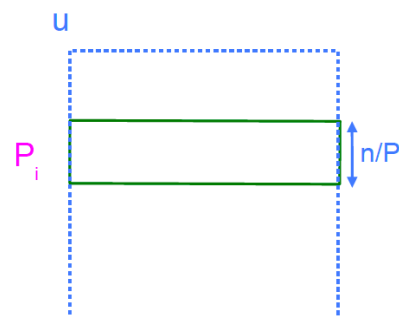
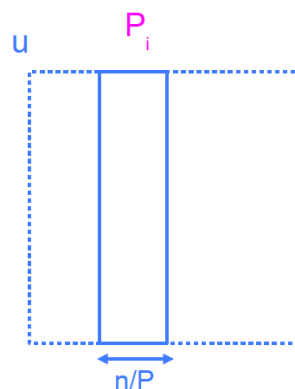
#### Problema 14

We want to find the expression that determines the parallel execution time in  $p$  processors ( $T_p$ ) for the following loop:

```
for (i=1; i<n; i++) {
    for (k=0; k<n-1; k++) {
        u[i][k] = 0.8*u[i-1][k] + 0.5*u[i][k+1] - 0.2*u[i][k];
    }
}
```

using the data sharing model explained in class based on the distributed memory architecture with message passing: the access time to remote data is determined by  $t_{comm} = t_s + m \times t_w$ , being  $t_s$  and  $t_w$  the "start-up" and sending time of an element, respectively, and being  $m$  the size of the message. The execution time of the iteration of the body of the most internal loop is  $t_c$ .

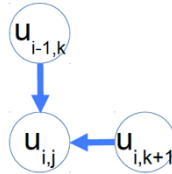
Two different data distributions are considered: *Column distribution* (the matrix  $u$  is distributed so that each processor has  $n/p$  consecutive columns) and *Row distribution* (the matrix  $u$  is distributed so that each processor has  $n/p$  consecutive rows). For each data distribution we ask to 1) define the most appropriate definition of a task; and 2) complete the following table with the different contributions to  $T_p$ .



Quines iteracions dels bucles hauria d'executar cada processador per tal de minimitzar els accessos remots? (o en altres paraules, maximitzar els accessos locals, amb cost zero)?

- a) Column distribution: un processador hauria d'executar aquelles iteracions de  $k$  que escriuen (i llegeixen) elements de  $u$  que estan en la seva memòria local. Totes les iteracions del bucle  $i$ .
- b) Row distribution: un processador hauria d'executar aquelles iteracions de  $i$  que escriuen (i llegeixen) elements de  $u$  que estan en la seva memòria local. Totes les iteracions del bucle  $k$ .

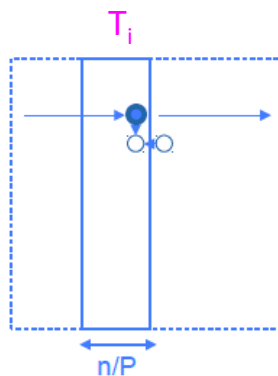
Si ho fem així, quins accessos dels que es fan en el bucle provocarien dependències de dades?



Només l'accés a  $u[i-1][k]$  provoca una dependència Read-After-Write. L'altre accés a  $u[i][k+1]$  no provoca dependència Read-After-Write.

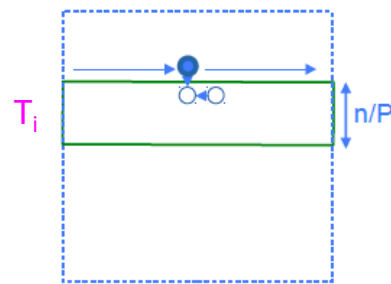
Comencem per l'accés a l'element  $u[i-1][k]$ :

Column Distribution:



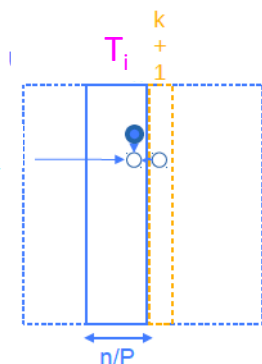
**NO** provoca dependència  
**NO** provoca accés remot

Row Distribution:



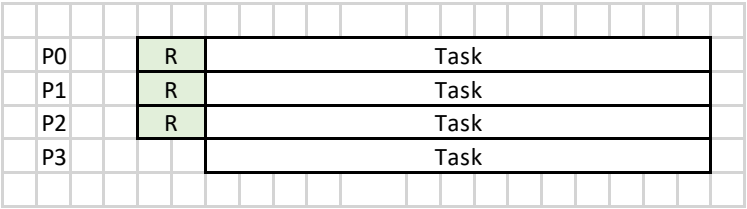
**SI** provoca dependència  
**SI** provoca accés remot, després de calcular

En els dos casos, l'accés a l'element  $u[i][k+1]$  **NO** provoca dependència de dades, ja que l'element de la dreta es calcula a posteriori. Però **SI** provocarà accessos remots en el cas de *Column Distribution*, i **NO** en el cas de *Row Distribution*.

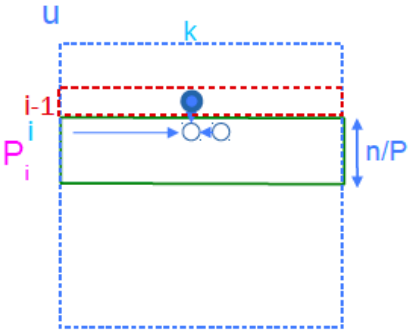


Un processador necessita la primera columna sencera del processador de la dreta (tots menys el processador P-1).

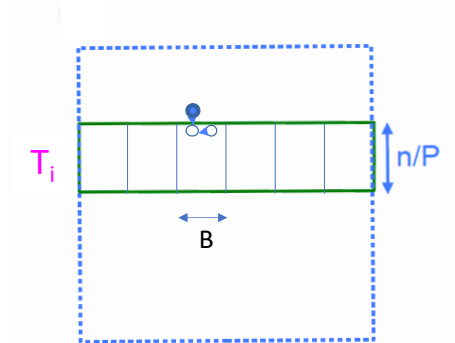
El diagrama temporal d'execució seria: (R representa l'accés remot a la columna del processador de la dreta, amb cost de  $t_s + N \cdot t_w$ , i Task l'execució de  $n/P \times n$  elements del bloc columna)



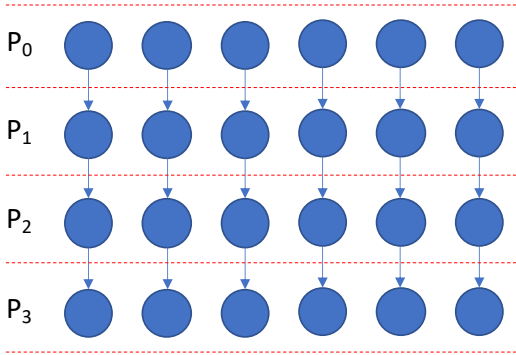
En el cas de *Row Distribution*, l'accés remot és provocat per la dependència i implica transferir tota la darrera fila del processador anterior. Ja veieu que no està traient cap paral·lelisme del problema. **Quina hauria de ser la definició de tasca llavors? Anem a una granularitat més fina.**



Per la *Row Distribution*, si definim una tasca com un bloc de  $n/P$  files per  $B$  columnes, que guanyaríem? Doncs que ara la dependència només es amb una tasca de  $n/P \times B$  elements



Amb aquesta definició de tasca queda un TDG (nomes amb les Read-after-Write dependences) com el mostrat a continuació: (mostrant també l'assignació de tasques a processadors)

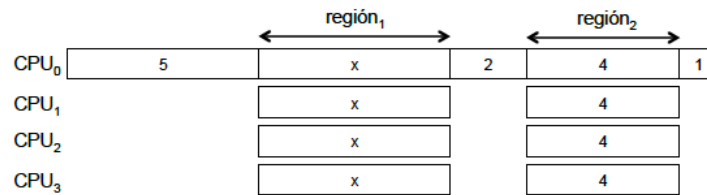


Cada tasca, a què hauria d'accedir del processador anterior? Un tros de fila de  $B$  elements, tal com es mostra a continuació:

		Distribución por columnas	Distribución por filas
Definición de tarea		$N \div p$ iteraciones bucle k	$(N \div p) \times B$ iteraciones de los bucles i y k, respectivamente
Accesos remotos iniciales	Número total de mensajes	$p - 1$	—
	Tamaño de cada mensaje	$\approx N$	—
	Contribución a $T_p$	$t_s + N \times t_w$	0
Parallel computation	Numero total de tareas	p	$p \times (N \div B)$
	Tamaño de cada tarea	$(N \div p) \times N$	$(N \div p) \times B$
	Contribución a $T_p$	$(N^2 \div p) \times t_c$	$((N \div B) + p - 1) \times ((N \div p) \times B) \times t_c$
Accesos remotos durante cálculo paralelo	Número total de mensajes	—	$(p - 1) \times (N \div B)$
	Tamaño de cada mensaje	—	$\approx B$
	Contribución a $T_p$	0	$((N \div B) + p - 2) \times (t_s + B \times t_w)$

## Problema 5 Tema 2

Given the following incomplete time diagram for the execution of a parallel application on 4 processors:



Numbers inside the boxes represent the execution time for the different execution bursts, being this value ( $x$ ) unknown for the bursts in *region*<sub>1</sub>. Knowing that a "speed-up" of 9 could be achieved when the application makes use of infinite processors ( $S_{\infty} = 9$ , assuming that the parallel regions can be decomposed into infinity  $\infty$ ), we ask:

- (a) What is the parallel fraction ( $\phi$ ) for the application represented in the time diagram above?

**Solución:** From  $S_{\infty} = 1/(1 - \phi)$  we can compute  $\phi = 8/9$

- (b) Which is the "speedup" that is achieved in the execution with 4 processors ( $S_4$ )?

**Solución:** Once we have  $\phi$  we can compute  $S_4 = 1/((1 - \phi) + (\phi/4)) = 3$

- (c) Which is the value  $x$  in *region*<sub>1</sub>?

**Solución:** From  $\phi$  we can also compute the value of  $x$  since  $\phi = (16 + 4x)/(24 + 4x)$ . After some maths we get  $x = 12$ .

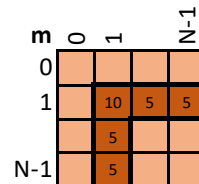
## Problema 3 Tema 2

```
#define N 4
int m[N][N];

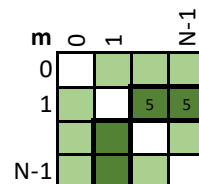
// initialization
for (int i=0; i<N; i++) {
    tareador_start_task ("for_initialize");
    for (int k=i; k<N; k++) {
        if (k == i) modify_d(&m[i][i], i, i);
        else {
            modify_nd (&m[i][k], i, k);
            modify_nd (&m[k][i], k, i);
        }
    }
    tareador_end_task ("for-initialize");
}

// computation
for (int i=0; i<N; i++) {
    tareador_start_task ("for_compute");
    for (int k=i+1; k<N; k++) {
        int tmp = m[i][k];
        m[i][k] = m[k][i];
        m[k][i] = tmp;
    }
    tareador_end_task ("for-compute");
}

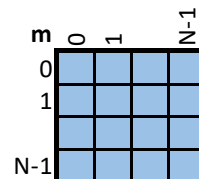
// print results
tareador_star_task ("output");
print_results(m);
tareador_end_task ("output");
```



task for\_initialize (i=1, cost=30)

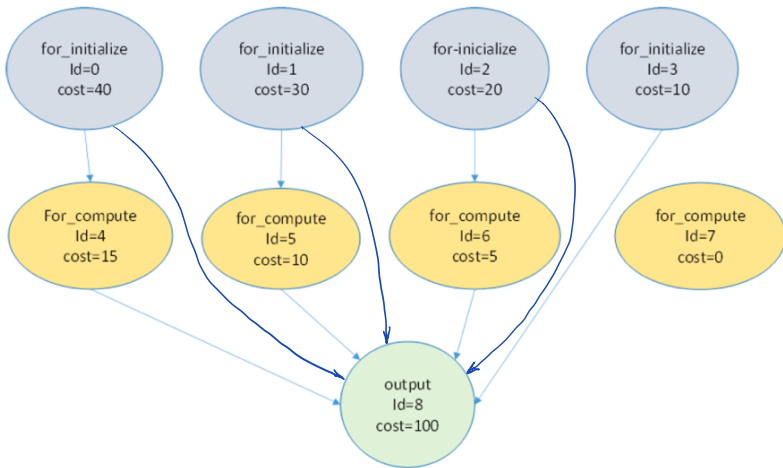


task for\_compute (i=1, cost=10)



task print\_results (cost=100)

- (a) Draw the task dependence graph (TDG), indicating for each node its cost in terms of execution time (in time units).



**Solution:**

- (b) Compute the values for  $T_1$ ,  $T_\infty$ , the parallel fraction ( $\phi$ ) as well as the potential parallelism.

**Solution:**

$$T_1 = (40+30+20+10)+(15+10+5)+100 = 230$$

$$T_\infty = 40+15+100 = 155$$

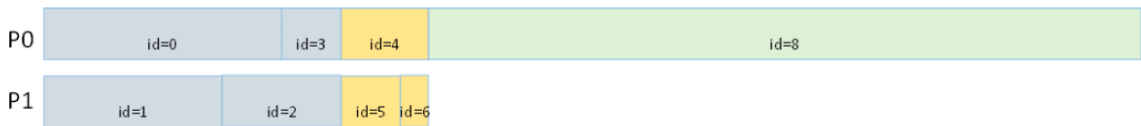
$$\phi = ((40+30+20+10)+(15+10+5))/230 = 130/230 = 0.57$$

$$Parallelism = 230/155 = 1.48$$

Which would be the value for  $P_{min}$  for this TDG? 2? 3? 4? The value for  $P_{min}$  IS NOT 2, as you will see when answering the next question ( $S_2 < \text{Parallelism}$ ).  $P_{min}$  IS NOT 4, as one could guess by using as many processors as maximum width of the graph, in this case it is not. It is  $P_{min}$  is 3: one processor to execute the critical path (nodes 0-4-8), another to execute the next critical path (nodes 1-5) and another to execute the rest (2-3-6-7).

- (c) Indicate which would be the most appropriate task assignment on two processors in order to obtain the best possible "speed up". Calculate  $T_2$  and  $S_2$ .

**Solution:**



$$T_2 = 40+10+15+100 = 165$$

$$S_2 = 230 / 165 = 1.39$$

Observe that  $S_2 < \text{Parallelism}$ . The execution is well balanced since each processor executes half of the parallel fraction in the code.

Altres problemes pendents de fer

Problema 2 Tema 1

P (app1)	app1	P (app2)	app2	
	1200,0		2000,0	
0		8	250,0	
1	1200,0	7	285,7	1200,0
2	600,0	6	333,3	600,0
3	400,0	5	400,0	400,0
4	300,0	4	500,0	500,0
5	240,0	3	666,7	666,7
6	200,0	2	1000,0	1000,0
7	171,4	1	2000,0	2000,0
8	150,0	0		

Una execució no multiplexada també donaria el mateix temps d'execució, fent primer una aplicació amb 8 processadors i després l'altre també amb 8 processadors; però aquesta solució no compliria amb la condició especificada en l'enunciat del problema.