

CVIČENÍ 6

Téma: Pokrytí grafu, vlastnosti nezávislých a dominujících podmnožin, barevnost, vzdálenost

Cíle: Zvládnout techniku určování charakteristických čísel a vzdáleností konkrétních typů grafů.

Eulerovy grafy

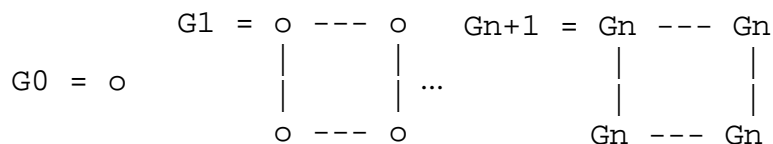
1. Procvičení vlastností Eulerových grafů, např.
 - každý obyčejný neorientovaný E-graf s neprázdnou množinou hran lze orientovat alespoň dvěma způsoby tak, abychom dostali orientovaný E-graf - jak?
 - souvislý orientovaný E-graf lze pokrýt jediným uzavřeným orientovaným tahem - dokažte
 - jak ze souvislého OG přidáním minimálního počtu hran udělat orientovaný Eulerův graf
2. Nechť má souvislý neorientovaný graf čtyři uzly lichého stupně. Dokažte, že pak existují nejméně dvě různá minimální pokrytí tohoto grafu (pomocí dvou otevřených tahů). Je toto tvrzení možné rozšířit?
3. Nechť G je souvislý orientovaný Eulerův graf.
 - a) Dokažte, že je sjednocením hranově disjunktních cyklů.
 - b) Dokažte, že orientovaný graf G lze pokrýt jedním uzavřeným orientovaným tahem, právě když je Eulerův a (slabě) souvislý.
 - c) Je (slabě) souvislý orientovaný Eulerův graf silně souvislý?
4. Popište, jak orientovat neorientovaný Eulerův graf, aby vznikl orientovaný Eulerův graf.

Vlastnosti grafů - nezávislost a dominance

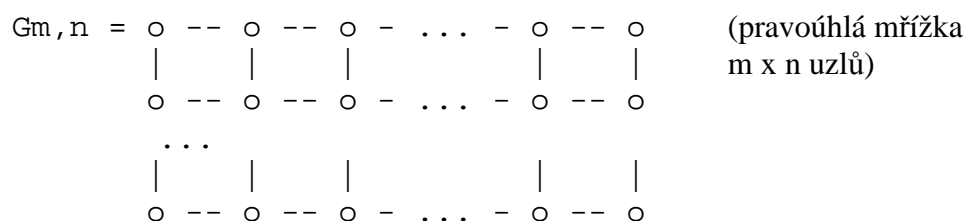
5. Určete nezávislost, klikovost, chromatické číslo a dominanci následujících grafů
 - a) "hvězdice" s $2n$ obvodovými uzly propojenými/nepropojenými do kružnice
 - b) úplný graf o n (≥ 3) uzlech bez jedné hrany
 - c) úplný graf o n (≥ 4) uzlech bez dvou sousedních/nesousedních hran
 - d) kružnice o lichém/sudém počtu hran $(2n+1) / 2n$, kde $n \geq 2$
 - e) cesta o lichém/sudém počtu hran $(2n+1) / 2n$, kde $n \geq 2$
6. Jak se může změnit nezávislost, klikovost, chromatické číslo a dominance vypuštěním jedné hrany/uzlu grafu?
7. Kolik hran je třeba minimálně vypustit z úplného grafu o 10-ti uzlech, aby měl výsledný graf chromatické číslo 4 (resp. 3)?

Vlastnosti grafů – poloměr, průměr, střed

8. Pro příklady grafů uvedené ve cvičení 5 určete průměr, poloměr a středy.
9. Určete charakteristická čísla grafu (hodnota $h(G)=U(G)-p$, cyklomatické číslo $\mu(G)=H(G)-U(G)+p$, kde p je počet komponent grafu G , nezávislost $\alpha(G)$, dominanci $\beta(G)$, chromatické číslo $\chi(G)$), poloměr, průměr a středy pro rodiny grafů definované takto:



•



(pravoúhlá mřížka
 $m \times n$ uzlů)

U charakteristických čísel stačí uvést asymptoticky nejvýznamnější člen s koeficientem.

