

Teorema

Si Γ es satisfacible entonces Γ es consistente.

Demo

Supongamos que Γ es inconsistente. Entonces existe ϕ tal que $\Gamma \vdash \phi$ y $\Gamma \vdash \neg \phi$.

Por correctitud del sistema SP:

$\Gamma \models \phi$ y $\Gamma \models \neg \phi$ "lo que se puede demostrar es verdadero"

Por hipótesis Γ es satisfacible. Entonces existe una valuación v tal que $v \models \Gamma$. En particular:

$v \models \phi$ y $v \models \neg \phi$.

Absurdo pues una misma valuación no puede hacer verdadera una fórmula y su negación al mismo tiempo.

Entonces Γ es consistente.