

Si $\Gamma \models \varphi$ y $\Gamma \subseteq \Delta$

- $\Gamma \models \varphi \Rightarrow \Delta \models \varphi$: Verdadera

Sea v cualquier valuación tal que $v \models \Delta$. $\forall v \forall \varphi: v \models \varphi$.

Como $\Gamma \subseteq \Delta$, en particular $v \models \Gamma$.

Por hipótesis $\Gamma \models \varphi$, entonces $v \models \varphi$.

Como $v \models \varphi$, entonces $\Delta \models \varphi$.

- $\Delta \models \varphi \Rightarrow \Gamma \models \varphi$: Falso

$$\Delta = \{p, q\} \quad \Gamma = \{p\} \quad \varphi = q$$

$$v(p)=1 \quad v(q)=0 \quad v \models \Gamma \text{ pero } v \not\models \varphi \\ \text{entonces } \Gamma \not\models \varphi$$