

Funciones Primitivas Recursivas

Funciones iniciales

$$s(x) = x + 1$$

$$n(x) = 0$$

$$\text{proyecciones: } u_i^n(x_1, \dots, x_n) = x_i \quad \text{para } i \in \{1, \dots, n\}$$

Composición

Sea $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ y $g_1, \dots, g_k: \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$. $h: \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ se obtiene a partir de f y g_1, \dots, g_k por composición si:

$$h(x_1, \dots, x_n) = f(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_k(x_1, \dots, x_n))$$

Recursión primitiva

$h: \mathbb{N}^{n+1} \rightarrow \mathbb{N}$ se obtiene a partir de $g: \mathbb{N}^{n+2} \rightarrow \mathbb{N}$ y $f: \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ por recursión primitiva si:

$$h(x_1, \dots, x_n, 0) = f(x_1, \dots, x_n)$$

$$h(x_1, \dots, x_n, t+1) = g(h(x_1, \dots, x_n, t), x_1, \dots, x_n, t)$$

Clase PRC

Una clase C de Funciones totales es PRC si:

- 1) Las Funciones iniciales están en C
- 2) Si una función f se obtiene a partir de otras que están en C mediante composición o recursión primitiva, entonces f también está en C .

Funciones primitivas recursivas

Una función es p.r. si se puede obtener a partir de las iniciales por un número finito de aplicaciones de composición y recursión primitiva.

Teorema: una función es p.r. sii pertenece a toda clase PRC