Teorema:

Si A y B son ce entonces $A \cap B$ y $A \cup B$ también son ce.

Demo:

Como A y B son ce, entonces son el dominio de alguna función parcial computable. Sean p y q programas tales que:

$$A = \{x : \phi_p(x) \downarrow\} \qquad B = \{x : \phi_q(x) \downarrow\}$$

$(A \cap B)$

Para la intersección construimos el siguiente programa R:

$\phi_p(x)$
$\phi_q(x)$

Luego $\Psi_R^{(1)}(x) \downarrow$ sii $\phi_p(x) \downarrow$ y $\phi_q(x) \downarrow$ porque corrimos los programas p y q en serie. Entonces si $\Psi_R(x) \downarrow$ es porque $x \in A$ y $x \in B$, es decir, $x \in (A \cap B)$

$(A \cup B)$

Para la unión hay que ejecutar p y q "al mismo tiempo" ya que solo nos interesa saber si al menos uno termina.

Construimos el programa R:

$$
\begin{array}{ll}
[A] & \text{IF } STP^{(1)}(X, p, Z) \text{ GOTO } E \\
 & \text{IF } STP^{(1)}(X, q, Z) \text{ GOTO } E \\
 & Z \leftarrow Z + 1 \\
 & \text{GOTO } A
\end{array}
$$

Luego $\Psi_R(x)\downarrow$ sii $\Phi_p(x)\downarrow$ ó $\Phi_q(x)\downarrow$. Es decir $\Psi_R(x)\downarrow$ sii $x \in A$ ó $x \in B$ sii $x \in (A \cup B)$.