

Teorema

Si Γ es mc entonces $\Gamma \vdash \phi$ sii $\phi \in \Gamma$.

Demo

$(\Leftarrow) \phi \in \Gamma \Rightarrow \Gamma \vdash \phi$

Si $\phi \in \Gamma$ entonces con la derivación trivial de 1 paso: ϕ podemos demostrar ϕ a partir de Γ . Entonces $\Gamma \vdash \phi$.

$(\Rightarrow) \Gamma \vdash \phi \Rightarrow \phi \in \Gamma$

Supongamos que $\Gamma \vdash \phi$ pero $\phi \notin \Gamma$. Por propiedad de los mc, si $\phi \notin \Gamma$ entonces $\neg \phi \in \Gamma$, pues para cualquier fórmula, o está la fórmula o está su negación.

Entonces $\Gamma \vdash \neg \phi$ trivialmente pues $\neg \phi \in \Gamma$.

Pero si $\Gamma \vdash \phi$ y $\Gamma \vdash \neg \phi$ entonces Γ es inconsistente.

Absurdo pues Γ es mc. Entonces vale que $\phi \in \Gamma$.