Teorema

Si $\Gamma$ es MC entonces para toda $\varphi \in FORM$, o bien $\varphi \in \Gamma$ o bien $\neg\varphi \in \Gamma$ (o excluyente).

Demo

1. Supongamos que $\varphi \in \Gamma$ y también $\neg\varphi \in \Gamma$.
   Con derivaciones triviales de 1 paso demostramos:
   $\Gamma \vdash \varphi$ y $\Gamma \vdash \neg\varphi$
   Entonces $\Gamma$ es inconsistente. Absurdo, luego no pueden estar ambas fórmulas al mismo tiempo.

2. Supongamos que $\varphi \notin \Gamma$ y $\neg\varphi \notin \Gamma$. Por propiedad de los maximales consistentes, si agregamos cualquier fórmula a $\Gamma$ (que es MC) se vuelve inconsistente.

   $\Gamma \cup \{\varphi\}$ es inconsistente $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \neg\varphi$
   $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es inconsistente $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \varphi$

   Entonces $\Gamma \vdash \neg\varphi$ y $\Gamma \vdash \varphi$, y resulta $\Gamma$ inconsistente. Absurdo pues $\Gamma$ es MC, luego no puede pasar que no haya ninguna de las 2 fórmulas.

Por 1 y 2 necesariamente tiene que pasar:

- $\varphi \in \Gamma$ o (excluyentemente)
- $\neg\varphi \in \Gamma$