

$$K = \{x : \phi_x(x) \downarrow\}$$

$K$  es ce pero no es computable.

Notemos que:

- $x \in K$  sii  $\phi_x(x) \downarrow$  sii  $\text{Halt}(x, x) = 1$
- $x \notin K$  sii  $\phi_x(x) \uparrow$  sii  $\text{Halt}(x, x) = 0$

Intuitivamente  $K$  no puede ser computable porque si lo es, entonces  $\text{Halt}$  sería computable (absurdo).

$K$  es ce

La función  $f(x) = \phi_x(x)$  es parcial computable. Corremos el intérprete universal para el programa  $x$  con entrada  $x$ . Si termina entonces  $x \in K$ , caso contrario se indefine. Luego  $K$  es ce.

$K$  no es computable

Supongamos  $K$  computable. Entonces  $\bar{K}$  también es computable, y en particular es ce.

Por el teorema de la enumeración,  $\bar{K} = W_e$  para algún  $e$ .  
 $W_e = \{x : \phi_e(x) \downarrow\}$  (pues  $K$  es ce).

$$e \in \bar{K} \text{ sii } e \in W_e \text{ sii } \phi_e(e) \downarrow \text{ sii } e \in K$$

Absurdo. Entonces  $K$  no es computable.