Lógica y Computabilidad

Práctica 1: Funciones primitivas recursivas y clases PRC

2do cuatrimestre 2022

Ejercicio 1

Para construir una constante k, aplicamos la función s (sucesor) unas k veces, partiendo inicialmente de la función n que nos devuelve el 0.

$f(x) = k = (\underbrace{s \circ \cdots \circ s}_{k \text{ veces}} \circ n)(x) = s^k(n(x))$

Ejercicio 2

- $f_1(x,y) = suma(x,y) = x + y$
  $suma(x,0) = u_1^1(x) = x$
  $suma(x,y+1) = g(suma(x,y),x,y)$ donde $g(x_1,x_2,x_3) = s(u_1^3(x_1,x_2,x_3))$
  $\Rightarrow suma(x,y+1) = s(suma(x,y))$
- $f_2(x,y) = prod(x,y) = x \cdot y$
  $prod(x,0) = n(x) = 0$
  $prod(x,y+1) = g(prod(x,y),x,y)$ donde $g(x_1,x_2,x_3) = suma(u_1^3(x_1,x_2,x_3), u_2^3(x_1,x_2,x_3))$
  $\Rightarrow prod(x,y+1) = suma(prod(x,y),x)$
- $f_3(x,y) = pot(x,y) = x^y$
  $pot(x,0) = s(n(x)) = 1$
  $pot(x,y+1) = g(pot(x,y),x,y)$ donde $g(x_1,x_2,x_3) = prod(u_1^3(x_1,x_2,x_3), u_2^3(x_1,x_2,x_3))$
  $\Rightarrow pot(x,y+1) = prod(pot(x,y),x)$
- $f_4(x,y) = \underbrace{x^{x^{\cdot^{\cdot^{x}}}}}_{y \text{ veces}}$
  $f_4(x,0) = 1$
  $f_4(x,y+1) = g(f_4(x,y),x,y)$ donde $g(x_1,x_2,x_3) = pot(u_2^3(x_1,x_2,x_3), u_1^3(x_1,x_2,x_3))$
  $\Rightarrow f_4(x,y+1) = pot(x, f_4(x,y))$
  Esta función a veces se la llama “Power Tower” (Wikipedia)
- $g_1(x) = pred(x) = x \dot{-} 1$
  $pred(0) = n() = 0$ Permitimos utilizar la función nula n sin parámetros.
  $pred(x+1) = g(pred(x),x)$ donde $g(x_1,x_2) = u_2^2(x_1,x_2) = x_2$
  $\Rightarrow pred(x+1) = x$
- $g_2(x,y) = resta(x,y) = x \dot{-} y$
  $resta(x,0) = u_1^1(x) = x$
  $resta(x,y+1) = g(resta(x,y),x,y)$ donde $g(x_1,x_2,x_3) = pred(u_1^3(x_1,x_2,x_3))$
  $\Rightarrow resta(x,y+1) = pred(resta(x,y))$

- $g_3(x,y) = \max\{x,y\}$

  $g_3(x,y) = suma(resta(x,y),y) = (x \dot{-} y) + y$

  Si $x \geqslant y$, entonces g_3 simplemente resta y suma y a un x que es más grande, y en efecto terminamos con x que era el máximo. Si es el otro caso, $x < y$, al hacer la resta en $\mathbb{N} : x \dot{-} y = 0$, y luego al sumar y obtenemos y que era el máximo.

- $g_4(x,y) = \min\{x,y\}$

  $g_4(x,y) = resta(suma(x,y), \max\{x,y\}) = x + y - \max\{x,y\}$

Ejercicio 3

Pendiente

Ejercicio 4

Pendiente

Ejercicio 5

Pendiente

Ejercicio 6

Pendiente

Ejercicio 7

Pendiente

Ejercicio 8

Pendiente

Ejercicio 9

Pendiente

Ejercicio 10

Pendiente

Ejercicio 11

Pendiente

Ejercicio 12

Pendiente

Ejercicio 13

Pendiente

Ejercicio 14

Pendiente

Ejercicio 15

Pendiente