Teorema de la Recursión

Si $g: \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$ es parcial computable entonces existe un e tal que:

$$\phi_e(x_1, \cdots, x_n) = g(e, x_1, \cdots, x_n)$$

Podemos pensarlo como que el programa que computa g conoce su propio número.

Demo

Sea S_n^1 la función p.r. del Teorema del Parámetro que fija la primer variable.

La función $(x_1, \cdots, x_n, v) \mapsto g(S_n^1(v,v), x_1, \cdots, x_n)$ es parcial computable, al igual que g, luego existe un programa d tal que:

$$g(S_n^1(v,v), x_1, \cdots, x_n) = \phi_d(v, x_1, \cdots, x_n) \underset{\text{Teo. Param}}{\overset{\uparrow}{=}} \phi_{S_n^1(v,d)}(x_1, \cdots, x_n)$$

d está fijo pero v es variable. Tomamos $v=d$ y llamamos $e = S_n^1(d,d)$.

$$g(e, x_1, \cdots, x_n) = \phi_e(x_1, \cdots, x_n)$$

Corolario

Hay infinitos e porque hay infinitos programas d.