**FMI, Info, Anul II, 2022-2023**
**Fundamentele Limbajelor de Programare**

# Suport pentru Examen

## 1 Algoritmul de unificare

Doi termeni $t_1$ și $t_2$ **se unifică** dacă există o substituție $\Theta$ astfel încât $\Theta(t_1) = \Theta(t_2)$.
Un unificator $\Theta$ pentru $t_1$ și $t_2$ este **cel mai general unificator** (**cmgu,mgu**) dacă pentru orice alt unificator $\Theta'$ pentru $t_1$ și $t_2$, există o substituție $\Delta$ astfel încât $\Theta' = \Theta; \Delta$.

**Algoritmul de unificare:**

| | **Lista soluție S** | **Lista de rezolvat R** |
|---|---|---|
| **Inițial** | $\emptyset$ | $t_1 \doteq t'_1, \ldots, t_n \doteq t'_n$ |
| **SCOATE** | $S$ | $R',\ t \doteq t$ |
| | $S$ | $R'$ |
| **DESCOMPUNE** | $S$ | $R',\ f(t_1, \ldots, t_n) \doteq f(t'_1, \ldots, t'_n)$ |
| | $S$ | $R',\ t_1 \doteq t'_1, \ldots t_n \doteq t'_n$ |
| **REZOLVĂ** | $S$ | $R'$, $x \doteq t$ sau $t \doteq x$, $x$ nu apare în $t$ |
| | $x \doteq t,\ S[t/x]$ | $R'[t/x]$ |
| **Final** | $S$ | $\emptyset$ |

$S[t/x]$: în toate ecuațiile din $S$, $x$ este înlocuit cu $t$

Algoritmul **se termină normal** dacă $R = \emptyset$. În acest caz, $S$ **conține cmgu**.

Algoritmul este oprit cu concluzia **inexistenței unui unificator** dacă:

(i) În $R$ există o ecuație de forma $f(t_1, \ldots, t_n) \doteq g(t'_1, \ldots, t'_k)$ cu $f \neq g$.

(ii) În $R$ există o ecuație de forma $x \doteq t$ sau $t \doteq x$ și variabila $x$ apare în termenul $t$.

## 2 Rezoluția SLD și arbori de căutare

Orice regulă din Prolog de forma `h :- b1,...,bn.` este transformată într-o clauză definită $h \vee \neg b1 \vee \ldots \vee \neg bn$.

Orice întrebare din Prolog de forma `?- q1,..qn` este transformată într-o clauză definită $\neg q1 \vee \ldots \vee \neg qn$.

**Rezoluția SLD:** Fie $KB$ o mulțime de clauze definite.

$$\text{SLD}\ \boxed{\dfrac{\neg Q_1 \vee \cdots \vee \neg Q_i \vee \cdots \vee \neg Q_n}{\theta(\neg Q_1 \vee \cdots \vee \neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m \vee \cdots \vee \neg Q_n)}}$$

unde $Q \vee \neg P_1 \vee \cdots \vee \neg P_m$ este o clauză definită din $KB$ în care toate variabilele au fost redenumite cu variabile noi, iar $\theta$ este cmgu pentru $Q_i$ și $Q$.

Fie $Q_1 \wedge \ldots \wedge Q_m$ o întrebare, unde $Q_i$ sunt formule atomice. **O derivare** din $KB$ prin rezoluție SLD este o secvență

$$G_0 := \neg Q_1 \vee \ldots \vee \neg Q_m, \quad G_1, \quad \ldots, \quad G_k, \ldots$$

în care $G_{i+1}$ se obține din $G_i$ prin regula SLD. Dacă există un $k$ cu $G_k = \Box$ (clauza vidă), atunci derivarea se numește **SLD-respingere**.

# 3 Type checking

Vrem să verificăm dacă o judecată $\Gamma \vdash M : \sigma$ este legală. Pentru aceasta avem două variante:

(i) Găsim tipuri pentru variabilele legate din $M$ și apoi construim un arbore de derivare în sistemul $(\lambda \rightarrow)$.

(ii) Construim un arbore de derivare în sistemul $(\lambda \rightarrow)$ cu constrângeri, construind constrângerile $C$ și verificând la final dacă constrângerile găsite au soluție (adică dacă există un unificator pentru ele).

| **Sistemul $\lambda\!\rightarrow$** | **Sistemul $\lambda\!\rightarrow$ cu constrângeri** |
|---|---|
| $\Gamma \vdash M : \sigma$ | $\Gamma \vdash M : \sigma \triangleright C$ |
| $\dfrac{}{\Gamma \vdash x : \sigma}\ (var)$ dacă $x : \sigma \in \Gamma$ | $\dfrac{}{\Gamma \cup \{x : \tau\} \vdash x : \sigma \triangleright \{\sigma \doteq \tau\}}\ (var^*)$ |
| $\dfrac{\Gamma, x : \sigma \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash (\lambda x : \sigma.\, M) : \sigma \to \tau}\ (\to_I)$ | $\dfrac{\Gamma, x : \sigma \ \vdash\ M : \tau' \ \triangleright\ C' \qquad C = C' \cup \{\tau \doteq \sigma \to \tau'\}}{\Gamma \vdash (\lambda x : \sigma.\, M) : \tau \triangleright C}\ (\to_I^*)$ |
| $\dfrac{\Gamma \vdash M : \sigma \to \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash M\,N : \tau}\ (\to_E)$ | $\dfrac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \triangleright C_1 \quad \Gamma \vdash N : \tau_2 \triangleright C_2 \qquad C = C_1 \cup C_2 \cup \{\tau_1 \doteq \tau_2 \to \tau\}}{\Gamma \vdash M\,N : \tau \triangleright C}\ (\to_E^*)$ |
| $\sigma, \tau$ variabile de tip | $\sigma, \tau, \tau', \tau_1, \tau_2$ variabile de tip |