

MODALITATEA DE DESFĂȘURARE A EXAMENULUI LA DISCIPLINA "PROGRAMAREA ALGORITMILOR"

- Examenul la disciplina "Programarea algoritmilor" se va desfășura în ziua de 20.01.2022, între orele 9⁰⁰ și 11³⁰, astfel:
 - 09⁰⁰ – 09³⁰: efectuarea prezenței studenților
 - 09³⁰ – 11³⁰: desfășurarea examenului
 - 11³⁰ – 12⁰⁰: verificarea faptului că sursele trimise de către studenți au fost salvate pe platforma MS Teams
- Testul se va desfășura pe platforma MS Teams, iar pe tot parcursul desfășurării sale, de la ora 09⁰⁰ la ora 12⁰⁰, studenții trebuie să fie conectați pe canalul dedicat cursului de "Programarea algoritmilor" corespunzător seriei lor.
- În momentul efectuării prezenței, fiecare student trebuie să aibă pornită camera video în MS Teams și să prezinte buletinul sau cartea de identitate. Dacă dorește să-și protejeze datele personale, studentul poate să acopere codul numeric personal și/sau adresa!
- În timpul desfășurării testului studenții pot să închidă camera video, dar trebuie să o deschidă dacă li se solicită acest lucru de către un cadru didactic!
- Toate subiectele se vor rezolva folosind limbajul Python.
- Subiectul 1 este obligatoriu, iar dintre subiectele 2, 3 și 4 se vor rezolva CEL MULT DOUĂ, la alegere.
- Citirea datelor de intrare se va realiza de la tastatură, iar rezultatele vor fi afișate pe ecran.
- Se garantează faptul că datele de intrare sunt corecte.
- Operațiile de sortare se vor efectua folosind funcții sau metode predefinite din limbajul Python.
- Pentru subiectul 1 nu contează complexitatea soluției propuse.
- Rezolvările subiectelor alese dintre subiectele 2, 3 și 4 trebuie să conțină:
 - o scurtă descriere a algoritmului și o argumentare a faptului că acesta se încadrează într-o anumită tehnică de programare;
 - în cazul problemelor rezolvate folosind metoda Greedy sau metoda programării dinamice se va argumenta corectitudinea criteriului de selecție sau a relațiilor de calcul;
 - în cazul subiectelor unde se precizează complexitatea maximă pe care trebuie să o aibă soluția, se va argumenta complexitatea soluției propuse și vor primi punctaj maxim doar soluțiile corecte care se încadrează în complexitatea cerută;
 - în cazul problemei rezolvate folosind metoda backtracking nu contează complexitatea soluției propuse, dar se va ține cont de eficiența condițiilor de continuare;
 - în fiecare program Python se va preciza, pe scurt, sub forma unor comentarii, semnificația variabilelor utilizate.
- Rezolvările corecte care nu respectă restricțiile indicate vor primi punctaje parțiale.
- Se acordă 1 punct din oficiu.
- Rezolvările tuturor subiectelor se vor scrie de mână, folosind pix/stilou cu culoarea pastei/cernelii albastră sau neagră. Pe fiecare pagina studentul își va scrie numele și grupa, iar paginile trebuie să fie numerotate.
- Înainte de expirarea timpului alocat examenului, toate paginile vor fi fotografiate/scanate clar, în ordinea corectă, și transformate într-un singur fișier PDF care va fi încărcat în Google Drive folosind un anumit formular.
- Numele fișierului PDF trebuie să respecte șablonul *grupa_nume_prenume.pdf*. De exemplu, un student cu numele Popescu Ion Mihai din grupa 131 trebuie să denumească fișierul care conține rezolvările tuturor subiectelor astfel: *131_Popescu_Ion_Mihai.pdf*.

Subiectul 1 – limbajul Python – 3 p.

a) Unei liste formată din numere de la 1 la 26 i se asociază în mod unic un cuvânt astfel: numărul 1 este înlocuit de litera 'a', numărul 2 este înlocuit de litera 'b', ..., numărul 26 este înlocuit de litera 'z'. De exemplu, pentru lista [5, 23, 1, 13, 5, 14], cuvântul asociat este 'examen'. Să se scrie o funcție **cuvinte** care primește un număr variabil de liste formate din numere de la 1 la 26 și returnează un dicționar care conține, pentru fiecare listă, cuvântul asociat acesteia. De exemplu, pentru apelul **cuvinte([1, 14, 1], [1, 18, 5], [13, 5, 18, 5])**, funcția returnează dicționarul {'ana': [1, 14, 1], 'are': [1, 18, 5], 'mere': [13, 5, 18, 5]}. **(1.5 p.)**

b) Înlocuiți punctele de suspensie din instrucțiunea `lung = [...]` cu o secvență de inițializare (*list comprehension*) astfel încât, după executarea sa, lista să conțină toate tuplurile de forma (cuvânt, lungime) pentru fiecare cuvânt care începe cu o vocală dintr-o propoziție dată **p**. Propoziția este formată doar din litere mici ale alfabetului englez, iar cuvintele care o formează sunt distincte și despărțite între ele prin câte un spațiu. De exemplu, pentru propoziția `p = 'un exemplu de propozitie'`, lista rezultată va fi `lung = [('un', 2), ('exemplu', 7)]`. **(0.5 p.)**

c) Considerăm următoarea funcție recursivă:

```
def f(lista, p, u):
    if u - p <= 1:
        return lista[0]
    k = (p + u) // 2
    if k % 2 == 1:
        return f(lista, p, k-1) + f(lista, k+1, u)
    else:
        return f(lista, p, k-2) + f(lista, k+1, u)
```

Determinați complexitatea funcției apelată pentru o listă **L** formată din **n** numere întregi astfel: **f(L, 0, n-1)**. **(1 p.)**

Subiectul 2 – metoda Greedy (3 p.)

Complexitatea maximă a soluției: $O(n \log_2 n)$

Bunicul vostru are N recipiente care conțin diverse cantități de apă la diferite temperaturi, respectiv recipientul i conține X_i litri de apă la temperatura Y_i . Bunicul vostru dorește să facă baie și crede cu tărie faptul că apa în care se va spăla trebuie să aibă exact o temperatură T . De asemenea, bunicul consideră că este cu atât mai bine cu cât are mai multă apă la dispoziție. Din păcate, pe bunic nu îl ține spatele, așa că vă roagă pe voi să alegeți inteligent ce cantitate de apă din fiecare recipient trebuie să turnați în cadă astfel încât bunicul vostru să se poată bucura de o baie plăcută! Temperatura apei nu este afectată de mediul exterior. La final, dacă ați turnat $0 \leq C_i \leq X_i$ din recipiente, temperatura finală a apei din cadă va fi egală cu:

$$F = \frac{C_1 * Y_1 + C_2 * Y_2 + \dots + C_N * Y_N}{C_1 + C_2 + \dots + C_N}$$

Datele de intrare se vor citi de la tastatură, astfel:

- de pe prima linie două numere separate printr-un spațiu, respectiv numărul natural strict pozitiv N de recipiente și numărul real T reprezentând temperatura dorită de bunicul vostru pentru apa din cadă;
- de pe următoarele N linii se vor citi câte două numere reale X_i și Y_i cu semnificația din enunț (cantitatea de apă din recipientul i și temperatura sa).

Programul Python trebuie să afișeze pe ecran cele N valori reale C_i , fiecare pe câte o linie, cu exact 3 zecimale. Se acceptă orice soluție corectă.

Exemplu:

Date de intrare	Date de ieșire
3 40	50.000
50 20	72.500
72.5 50	5.500
38.72 90	

Explicații: În cadă s-au turnat exact $50.000 + 72.5 + 5.5 = 128$ litri, iar temperatura finală a apei este $(50.000 * 20 + 72.5 * 50 + 5.5 * 90) / 128 = 5120 / 128 = 40$ de grade. Nu există nicio altă variantă prin care să se toarne în cadă mai mult de 128 de litri și apa să aibă exact temperatura de 40 de grade!

Subiectul 3 – metoda Programării Dinamice (3 p.)

Complexitatea maximă a soluției: $O(n^2)$

După o nouă plimbare lungă prin parc cu stăpâna sa, cățelușa Laika se află în fața unei mari provocări: trebuie iar să urce cele n trepte până la ușa apartamentului în care locuiește. De data aceasta ea mai are însă energie și poate să sară de pe o treaptă i direct pe una dintre treptele $i+1, i+2, \dots, n$. Totuși pentru a sari i trepte trebuie să plătească un cost c_i , pentru că face gălăgie. De asemenea, pentru că treptele au fost spălate și Laika vine după o joacă prin noroi, pentru fiecare treaptă i ($i=1, \dots, n$) pe care calcă Laika există un cost t_i (număr natural pozitiv) pe care trebuie să îl plătească. Ajutați-o pe Laika scriind un program Python care afișează o modalitate de a urca treptele de la baza scării (considerată treapta 0, pentru care taxa este $t_0 = 0$) la treapta n cu cost total minim. Se citesc de la tastatură n și taxele pentru cele n trepte t_1, t_2, \dots, t_n și costul pentru a sări treptele c_1, c_2, \dots, c_n (c_i este costul pe care trebuie să îl plătească dacă sare i trepte). Laika nu e un câine normal așa că s-ar putea costul să sară 3 trepte să fie mai mic decât să sară 2.

Intrare de la tastatură	Ieșire pe ecran
5 1 2 11 1 1 1 7 4 9 5	taxa totala 6 pentru traseul cu scările 0 5

Explicații: $n=5$, deci scara are 5 trepte numerotate 1,2, ... ,5 (pe lângă baza scării care se consideră treapta 0 și pentru care nu se plătește taxă); Laika preferă să sară din prima 5 trepte pentru că poate :), deci costul plătit va fi $c_5 + t_5 = 5 + 1 = 6$ (c_5 pentru că a sărit 5 trepte și t_5 pentru că a călcat pe treapta 5)

Intrare de la tastatură	Ieșire pe ecran
5 1 2 11 1 1 1 7 4 9 15	taxa totala 9 pentru traseul cu scările 0 1 4 5

Explicații: Laika sare la treapta 1 cu costul 2 ($c_1=1$ costul de a sări o treaptă, $t_1=1$ costul de a ajunge pe treapta 1), apoi Laika sare la treapta 4 cu costul 5 ($c_3=4$ costul de a sări 3 trepte, $t_4=1$ costul de călca pe treapta 4), apoi sare la treapta 5 cu costul 2 ($1+1$).

Subiectul 4 – metoda Backtracking (3 p.)

a) O țeavă cu lungimea de p metri ($1 \leq p \leq 50$) trebuie să fie tăiată în cel puțin două bucăți ale căror lungimi să fie divizori ai lungimii sale. De exemplu, o țeavă cu lungimea de 4 metri poate fi tăiată în 4 bucăți de câte 1 metru, 2 bucăți de câte 2 metri sau 2 bucăți de câte 1 metru și 1 bucată de 2 metri, dar nu poate fi tăiată într-o bucată de 1 metru și o bucată de 3 metri (deoarece 3 nu este un divizor al lui 4). Scrieți un program Python care să citească de la tastatură numărul natural p și afișează toate modalitățile distincte în care poate fi tăiată corect o bară de lungime p metri, precum și numărul acestora. Două modalități de tăiere se consideră identice dacă sunt formate din aceleași bucăți de țeavă, dar în altă ordine. De exemplu, pentru o țeavă cu lungimea de 4 metri, modalitățile de tăiere $1+1+2$, $1+2+1$ și $2+1+1$ sunt considerate identice. **(2.5 p.)**

Exemplu:

Pentru $p = 6$ trebuie afișate următoarele 7 modalități de tăiere (nu neapărat în această ordine):

1+1+1+1+1+1

1+1+1+1+2

1+1+1+3

1+1+2+2

1+2+3

2+2+2

3+3

Nr. modalitati: 7

b) Precizați cum ar trebui adăugată o singură instrucțiune în program astfel încât să fie afișate doar modalitățile de tăiere în care au fost utilizate exact două tipuri distincte de bucăți de țeavă. Pentru exemplul anterior, aceste soluții sunt cele scrise cu roșu. **(0.5 p.)**