

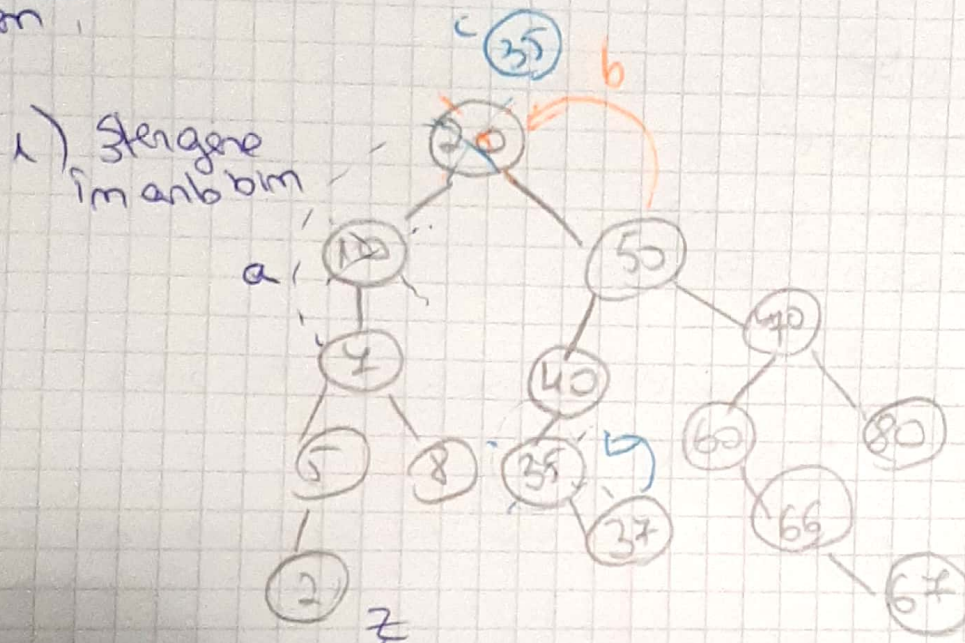
2) punem în locul lui succesorul său.

Curs 5

(16.03.2022)

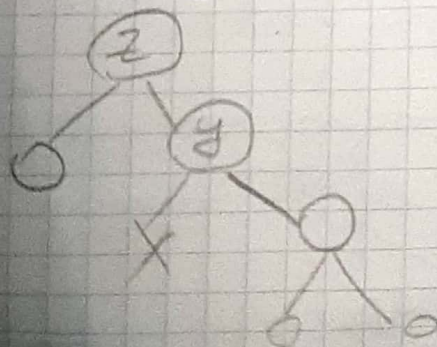
① → Recap lecția trecută : - Ștergere în arbore binari de căutare

② Limite inferioare pentru sortare
 ③ Count & Sort / Radix Sort



a) Nodul pe care dorim să-l ștergem nu are fiu stâng sau fiu drept.

b) Nodul pe care dorim să-l ștergem are un fiu drept y, iar y nu are fiu stâng



c) Nodul z pe care dorim să-l ștergem are un fiu drept y care are fiu stâng
 - înlocuiesc z cu succesorul

- Algoritmă succesivă de 2.

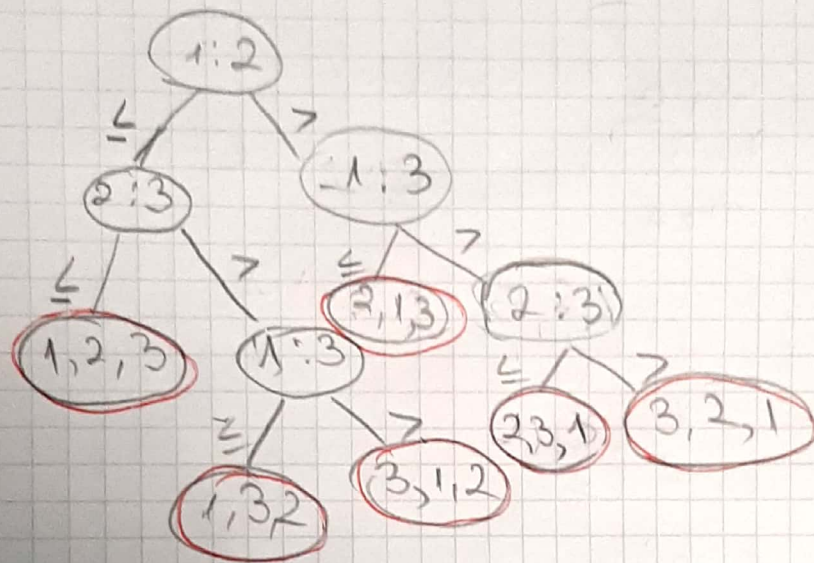
2) Teorema: Orice algoritm de sortare bazat pe compari între chei efectuează $\Omega(m \log m)$ comparații.

Demonstrație:

1. Un algoritm de sortare poate fi modelat ca un arbore de decizie.

$v[1], v[2], v[3]$

Exemplu de arbore de decizie pt un vector cu 3 elem:



2. Arborele nostru are $m!$ frunze ($3! = 6$)

↳ avem $m!$ frunze \Rightarrow adâncimea e $\log_{m!}$ frunze

3. Adâncimea minimă a unui arbore binar cu $m!$ frunze este $\log_2 m! = \underline{\Omega(m \log m)}$

4. Timpul de rulare al unui alg de sortare bazat pe compari între chei este cel puțin egal cu numărul de la rădăcină la o frunză în arborele de decizie coresp.

Teoremă: $\log_2 m! = \Theta(m \log m)$ (Am făcut de seminarul, dans-a întrebării)

(a) $\log_2 m! \in O(m \log m)$

(b) $\log_2 m! \in \Omega(m \log m)$

(Hint: $\log_2 m! \geq \frac{1}{2} \log_2 m^m$)

3) 1. Count Sort

Problema: Avem n numere de 0 și 1.
Cum le putem sorta?

Ex: $n=7$

0100011

Sol: numărăm câte de 0 și câte de 1 avem

4 de 0

3 de 1

→ 0000111

Generalizare: Avem n numere din mulț

$\{0, 1, 2, \dots, k-1\}$

Cum le sortăm?

$k=3$

$n=9$

$O(m+k)$

001221012

0	3
1	3
2	3

2. Radix Sort

Exemplu:

986

123

514

365

777

793

994

420

101

106

Ana: 10, Michaela: 10, Ion: 9

Mihai: 7, Alex: 5

→ Cum alg de sortare stabil:

Alex: 5, Mihai: 7, Ion: 9,

Ana: 10, Michaela: 10

păstrăm ordinea pe

420

101

123

793

514

994

365

986

106

777

Pas 1:
sortare
după
cifra unit

⇒ Pas 2: cifra
zeciilor

101

106

514

420

123

365

777

986

793

994

pas 3
 după
 cifra
 sulilor

101
 106
 123
 365
 420
 514
 777
 793
 986
 994

Timpi de rulare Radix Sort:

- m numere:
 - fiecare nr are cel mult d cifre
 - numerele sunt în baza k
- $O(d(m+k))$

exercițiu:

Se dau m numere între 0 și n^3-1 . Cat de repede le
 puteți sorta?

$\hookrightarrow \lg(m^3-1)(m+10) \rightarrow \left(\begin{matrix} m=m \\ d = \lg(m^3-1) \\ k=10 \end{matrix} \right) \begin{matrix} \text{Radix} \\ \text{Brut} \end{matrix}$
 $\hookrightarrow O(m \log m)$ (Standard) $\downarrow m \log m$

- transformăm în baza m

$m=m$
 $d=3$
 $k=m$

$\hookrightarrow O(d(m+k)) = O(3(m+m)) = O(m)$
 $\hookrightarrow \log_m(m^3)$

exemplu

$m=100$

0, ... 9999999

un nr în baza 100

200 în baza 100 $= 2 \cdot 100^1 + 0 \cdot 100^0$
 $= 20_{100}$