Huțan Mihai-Alexandru

Grupa 143, $i=0, j=7, k=4$

Examen LMC

Exercițiul 1: Fie V mulțimea variabilelor propoziționale, E mulțimea enunțurilor, iar T mulțimea teoremelor formale ale logicii propoziționale clasice.

Fie $p, q, r \in V$, două câte două distincte, $\theta, \rho \in T$, $\Sigma \subseteq E$, iar $\alpha_0, \beta_7, \gamma_4, \varphi \in E$, a.î. $\Sigma \nvdash \varphi$, dar $\Sigma \cup \{p \vee q \vee r\} \vdash \varphi$ și $\Sigma \cup \{\varphi\} \vdash \alpha_0$, iar $\alpha_0, \beta_7, \gamma_4$ sunt definite mai jos.

$$\alpha_0 = [(\theta \rightarrow p) \leftrightarrow (\rho \rightarrow q)] \leftrightarrow r$$

$$\beta_7 = (p \wedge q) \rightarrow \alpha_1$$

$$\gamma_4 = r \rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

① Să se demonstreze că: $\vdash \alpha_0 \rightarrow (p \vee q \vee r)$, $\Sigma \vdash \varphi \leftrightarrow \alpha_0$ și $\Sigma \nvdash \alpha_0$.

$\alpha_0 = \{(\theta \to p) \leftrightarrow (\varphi \to q)\} \leftrightarrow r$

$\vdash \alpha_0 \to (p \vee q \vee r)$

p	q	r	$p \vee q$	$p \vee q \vee r$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

$p \vee q \vee r = 0 \Leftrightarrow p = q = r = 0$

dacă $p = q = r = 0$ pt. $\vdash \alpha_0 \to (p \vee q \vee r) \Rightarrow \alpha_0 \neq 1$

fie $r = 0$

și $[(\theta \to p) \leftrightarrow (\varphi \to q)] \Leftrightarrow 0 \to$ 1

$\Rightarrow (\theta \to p) \leftrightarrow (\varphi \to q) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ I $\theta \to p = 1$ II $\theta \to p = 0$

$\varphi \to q = 0$ $\underbrace{\varphi \to q = 1}$ $q = 0$

adev. pt orice caz fără $\varphi = 1$ și

(2)

dar pentru $\varphi = 1$ și $q = 0$ se intră pe cazul ①

analog pentru $\theta \to p \Rightarrow \vdash \alpha_0 \to (p \vee q \vee r)$

Cum $\Sigma \cup \{\varphi\} \vdash \alpha_0 \overset{TD}{\Rightarrow} \Sigma \vdash \varphi \to \alpha_0$

$\Sigma \cup \{p \vee q \vee r\} \vdash \varphi \overset{TD}{\Rightarrow} \Sigma \vdash \{p \vee q \vee r\} \to \varphi$

Cum $\vdash \alpha_0 \to \{p \vee q \vee r\} \overset{CS_1}{\Rightarrow} \Sigma \vdash \alpha_0 \to \{p \vee q \vee r\}$

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma \vdash \{p \vee q \vee r\} \to \varphi \\ \Sigma \vdash \alpha_0 \to \{p \vee q \vee r\} \end{array}\right\} \Rightarrow \Sigma \vdash \alpha_0 \to \varphi$$

deci $\Rightarrow \Sigma \vdash \varphi \to \alpha_0$ și $\Sigma \vdash \alpha_0 \to \varphi$

$\Rightarrow \Sigma \vdash (\varphi \to \alpha_0) \wedge (\alpha_0 \to \varphi) \Rightarrow \Sigma \vdash (\varphi \leftrightarrow \alpha_0)$

$\Sigma \vdash \alpha_0$, $\Sigma \vdash \alpha_0 \to \varphi$

$\Rightarrow \Sigma \vdash \varphi$

pp. prin reducere la absurd că $\Sigma \vdash \alpha_0$

cum $\Sigma \vdash \alpha_0$ și $\Sigma \vdash \alpha_0 \to \varphi \Rightarrow \Sigma \vdash \varphi$ ↯

deoarece $\Sigma \nvdash \varphi \Rightarrow \Sigma \nvdash \alpha_0$.

② Să se determine toate submulțimile consistente ale mulțimii $\{\alpha_0, \beta_7, \gamma_4\}$

p	q	r	α_0	β_7	γ_4	α_1
0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Submulțimi consistente: $\{\alpha_0\}$, $\{\gamma_4\}$, $\{\alpha_0, \beta_7\}$, $\{\gamma_4, \beta_7\}$, $\{\alpha_0, \gamma_4\}$, $\{\alpha_0, \beta_7, \gamma_4\}$, $\{\emptyset\}$

Exercițiul 2:

$$(f_7(f_4(v)) = f_4(f_7(w))) \rightarrow R_7(v, f_4(w))$$

I. $v = a$

1. $w = a$

$$(c = b) \rightarrow R_7(a, b)$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

2. $w = b$

$$(c = a) \rightarrow R_7(a, b)$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

3. $w = c$

$$(c = b) \rightarrow R_7(a, a)$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

II. $v = b$

1. $w = a$

$$(c = b) \rightarrow R_7(b, b)$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

III. $v = c$

1. $w = a$

$$(b = b) \rightarrow R_7(c, b)$$

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

deci: $\mathcal{A} \models Q_i v Q_{1-i} w \{ (f_7(f_4(v)) = f_4(f_7(w))) \to$

$\to R_7(v, f_4(w)) \}$

6