Concepte și aplicații în Vederea Artificială

Bogdan Alexe
bogdan.alexe@fmi.unibuc.ro

Radu Ionescu
radu.ionescu@fmi.unibuc.ro

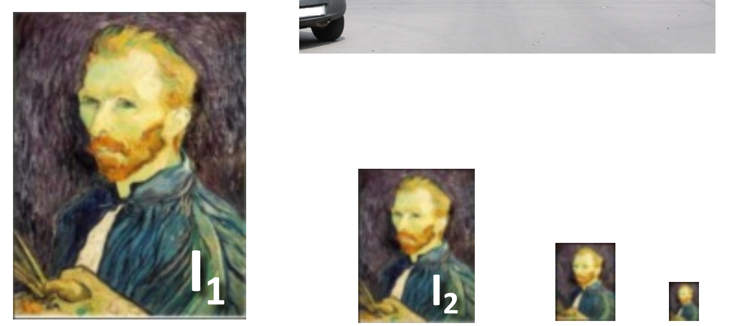
Curs opțional

anul III, semestrul I, 2023-2024

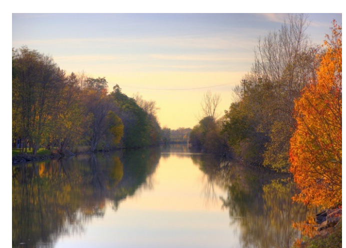
Cursul trecut

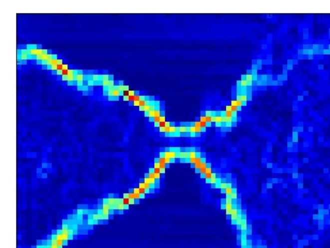
- Filtrarea liniară
  - corelație, convoluție, accentuare
- Filtrarea neliniară
  - filtrul median
- Aplicații ale filtrelor:
  - găsirea şabloanelor

  - redimensionarea imaginilor



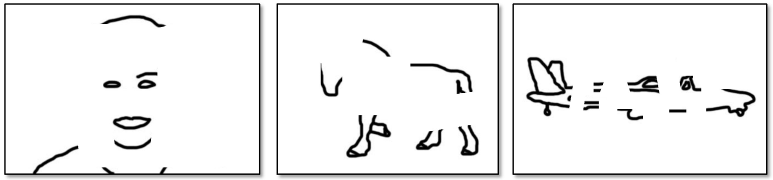
  - tema laborator – redimensionarea imaginilor cu păstrarea conținutului



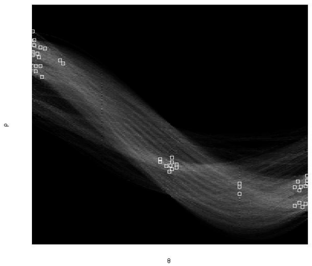


Cursul de azi

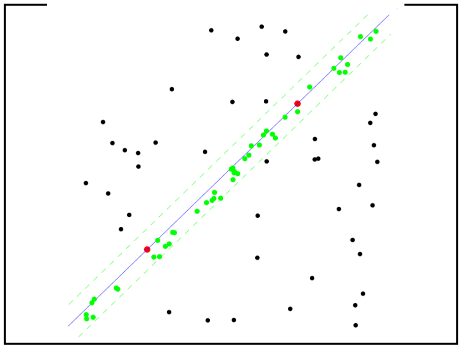
- Aplicații ale filtrelor: extragerea informației (muchii)



- Aplicație: detectarea liniilor cu
  - transformata Hough



  - RANSAC (cursul viitor)



Gradienți & muchii

Detectarea muchiilor

- **Scop**: transformăm imaginea dintr-o matrice de pixeli într-o mulțime de curbe/segmente/contururi
- **De ce?**

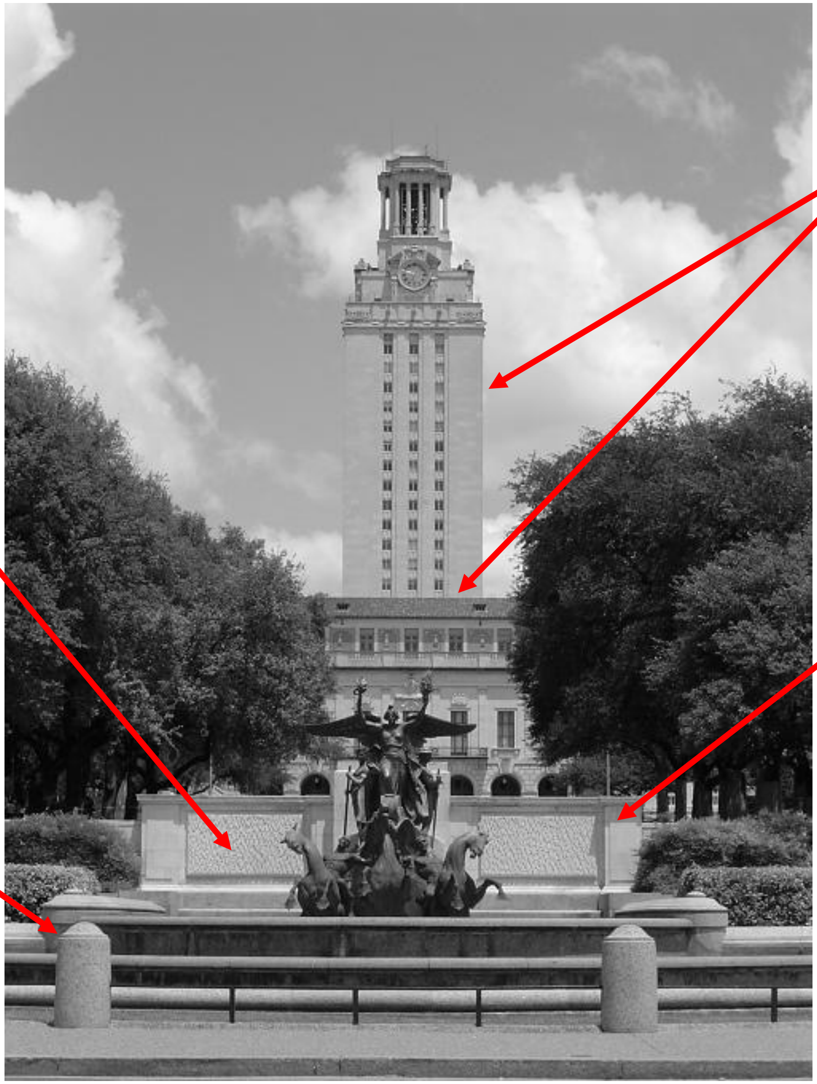
- **Idee principală**: localizare gradienți, post-procesare

Slide adaptat după K. Grauman

Cum se formează muchiile?

Reflexia luminii în funcție de textură

Discontinuitatea în orientarea suprafeței

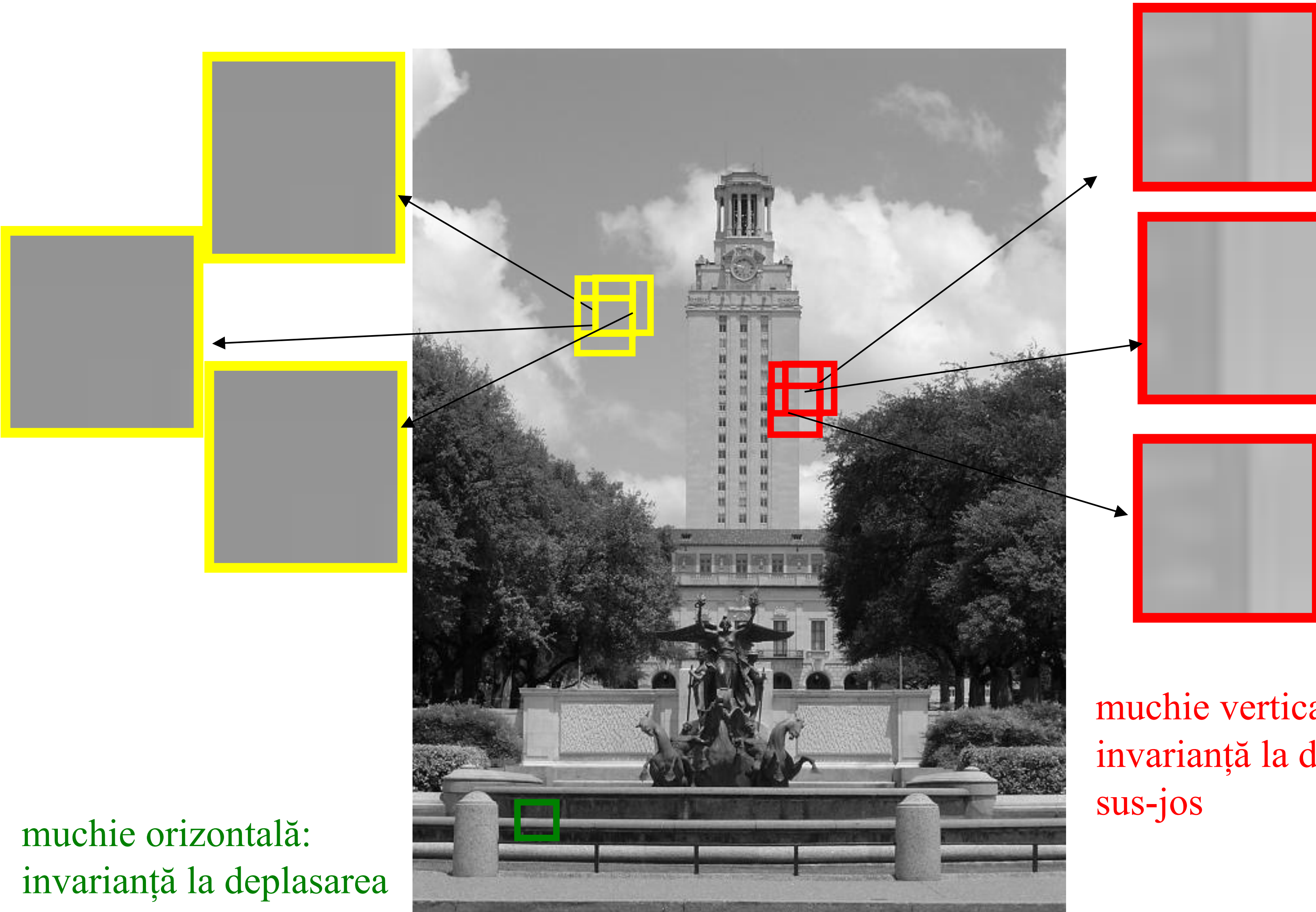


Discontinuități în 3D: conturul obiectelor

Formarea umbrelor

Slide adaptat după K. Grauman

Muchii/gradienți și invarianță



muchie verticală:
invarianță la deplasarea
sus-jos

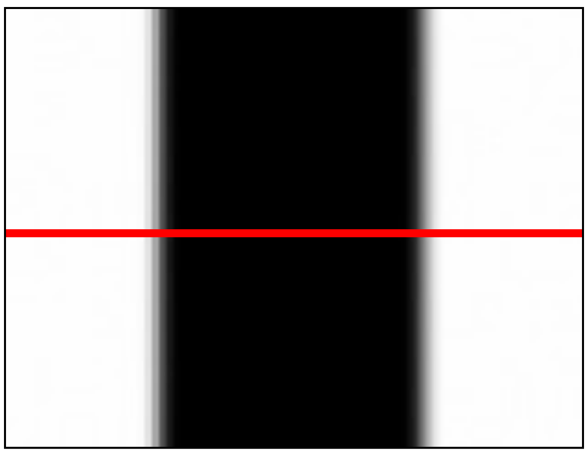
muchie orizontală:
invarianță la deplasarea
stânga - dreapta

Slide adaptat după K. Grauman

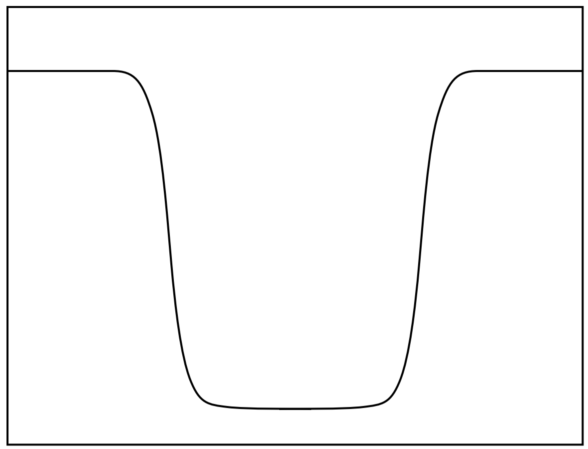
Derivate şi muchii

O muchie este locul în care se produce o schimbare bruscă a funcției de intensitate

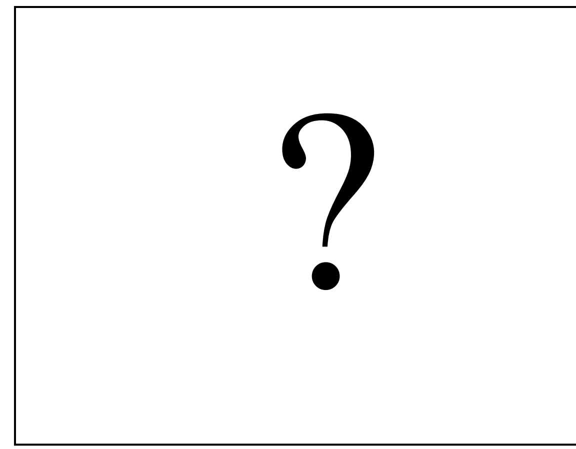
imagine



funcția de intensitate
(de-a lungul liniei roşii)



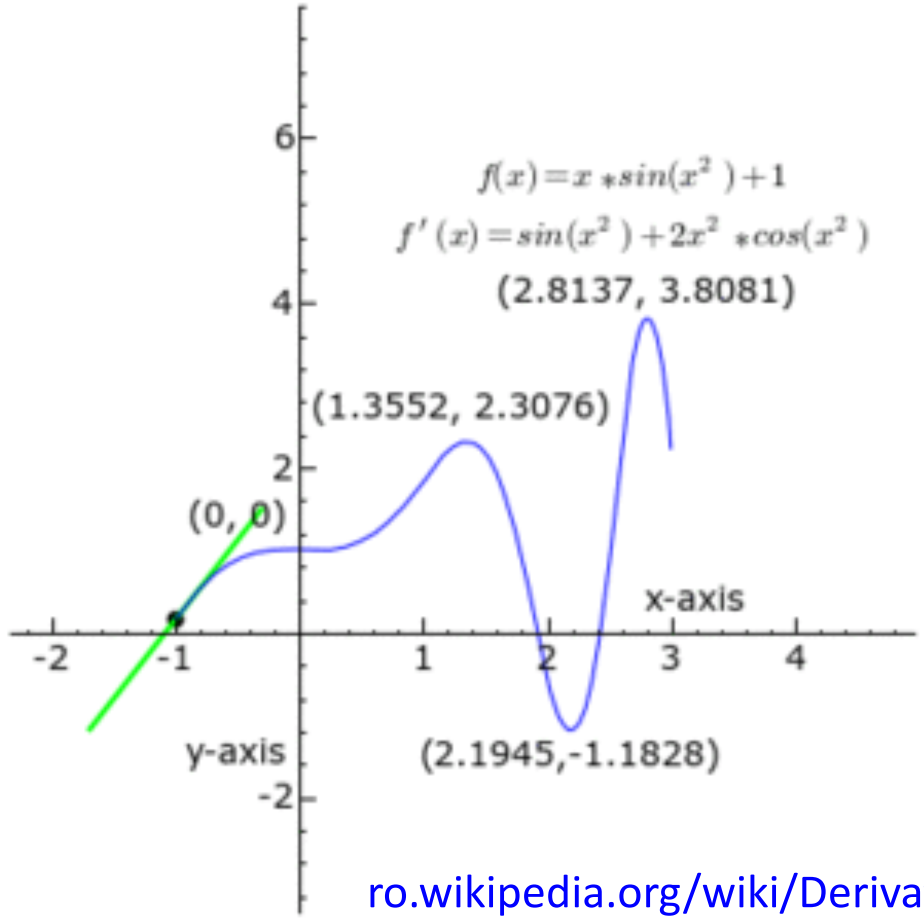
derivata funcției de intensitate



Derivata unei funcții

- panta (înclinarea) dreptei tangente la grafic

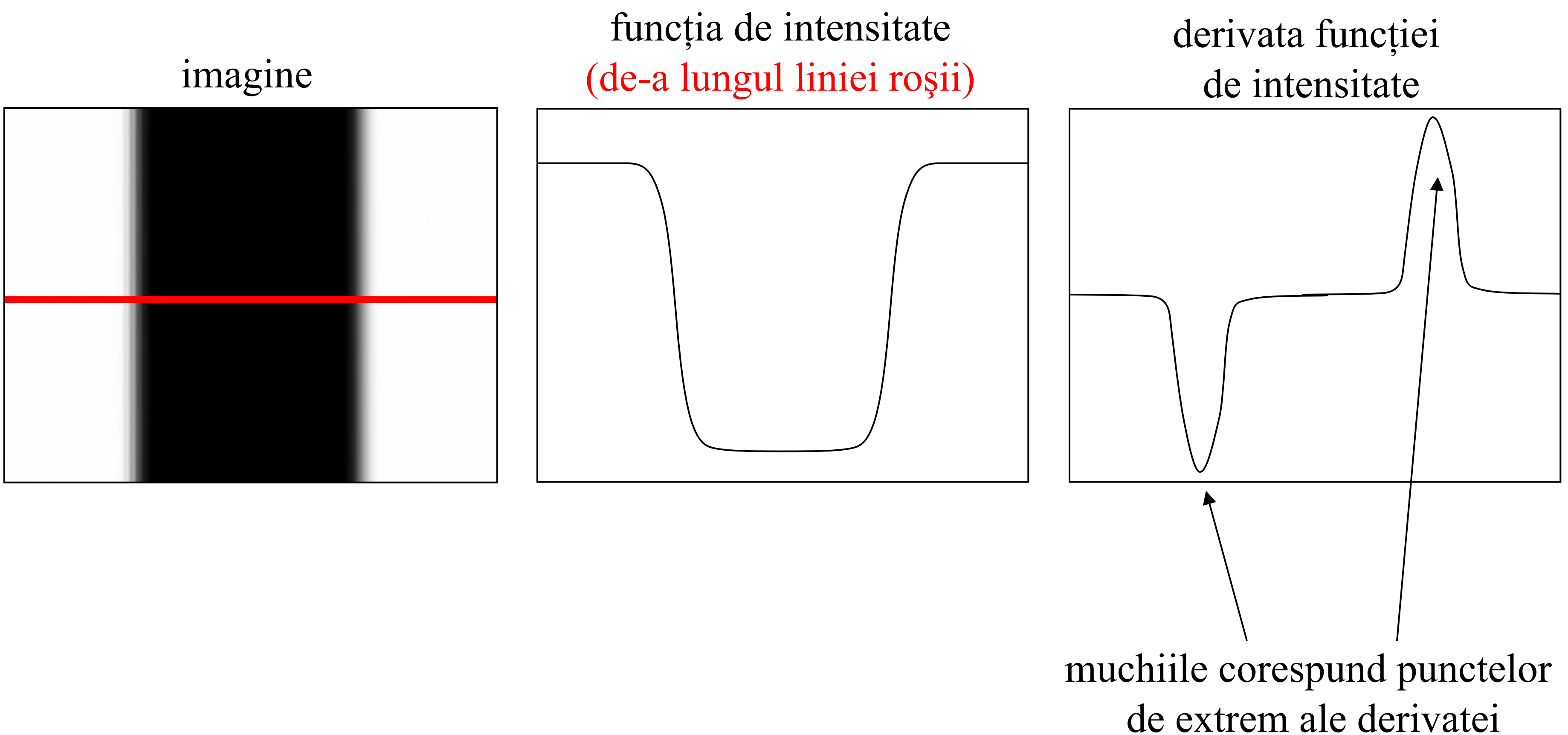
- **tangenta verde > 0**
- **tangenta neagră = 0**
- **tangenta roşie < 0**



ro.wikipedia.org/wiki/Derivată

Derivate şi muchii

O muchie este locul în care se produce o schimbare bruscă a funcției de intensitate



Slide adaptat după S. Lazebnik

Calculul derivatelor prin corelație/convoluție

Pentru o funcție f(x,y), derivata parțială în raport cu x este:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x+\varepsilon, y) - f(x,y)}{\varepsilon}$$

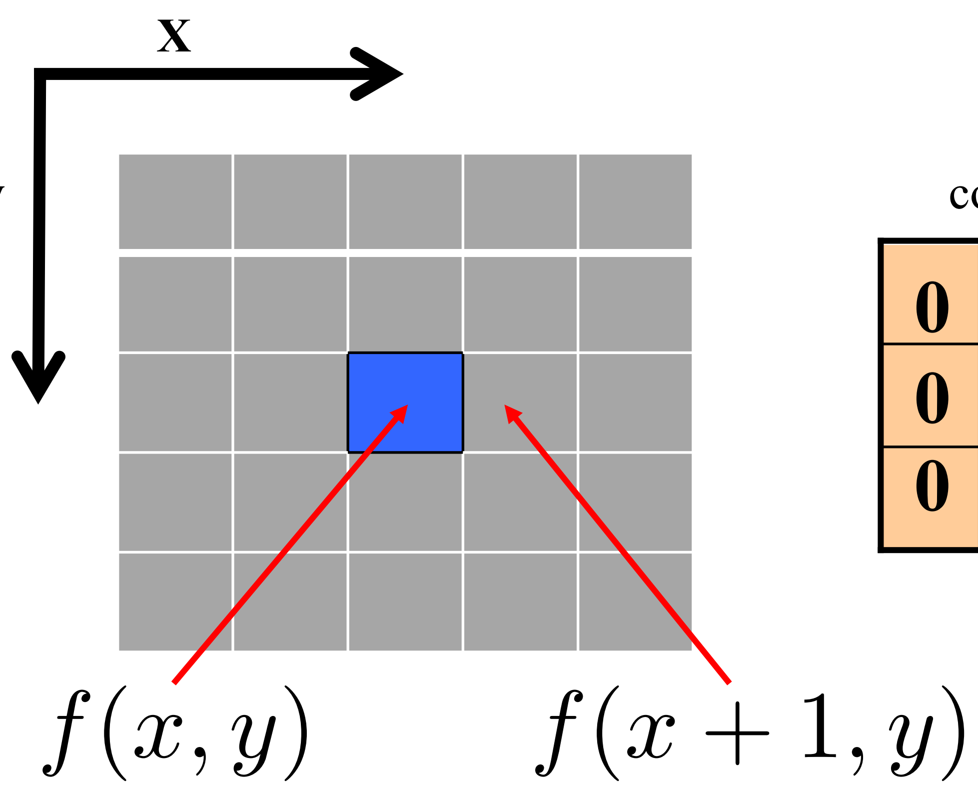
Pentru cazul discret (cazul imaginilor), putem aproxima derivata folosind diferențe finite:

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \approx \frac{f(x+1, y) - f(x,y)}{1}$$

Care este filtrul de corelație/convoluție care implementează relația de mai sus?

Calculul derivatelor prin corelație/convoluție

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \approx \frac{f(x+1,y) - f(x,y)}{1}$$



corelație

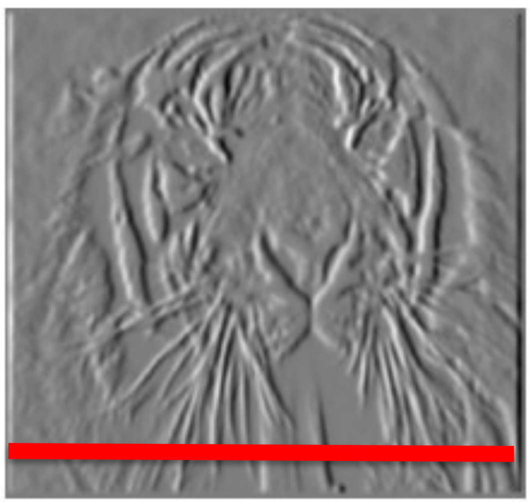
0	0	0
0	-1	1
0	0	0

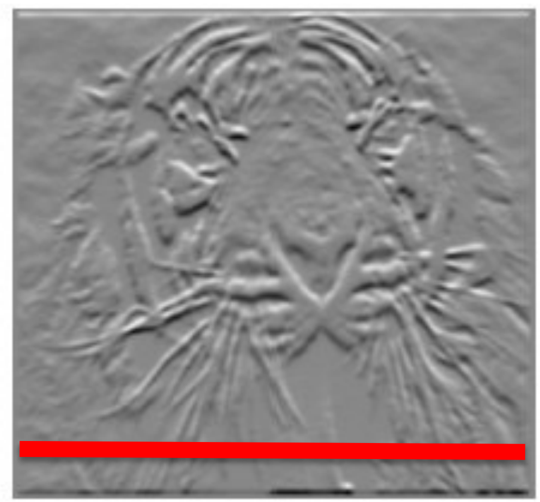
convoluție

1	-1	

Derivatele parțiale ale unei imagini

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$





$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

?

-1	**1**

-1
1

sau

1
-1

Care imagine arată schimbările în raport cu x/y ?

(arătăm filtrele pentru corelație)

Slide adaptat după S. Lazebnik

Filtre Sobel

Există alte aproximări (mai bune) pentru calcul derivatelor:

- filtre Sobel: calculează derivatele parțiale luând în considerare vecinătăți mai mari

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Filtru Sobel vertical pentru calculul derivatei parțiale

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

Filtru Sobel orizontal pentru calculul derivatei parțiale

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

Alte filtre pentru diferențe finite

Prewitt: $M_x = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}$; $M_y = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline\end{array}$

Sobel: $\boxed{M_x = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline\end{array}}$; $M_y = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline\end{array}$

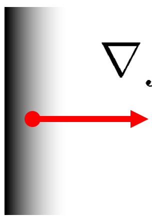
Roberts: $M_x = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 \\ \hline\end{array}$; $M_y = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 \\ \hline\end{array}$

```
img = cv2.imread('simona.jpg',0)
sobelx = cv2.Sobel(img,cv2.CV_64F,1,0,ksize=5)
plt.imshow(sobelx,cmap = 'gray')
plt.show()
```

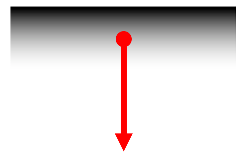
Slide adaptat după S. Lazebnik

Gradientul unei imagini

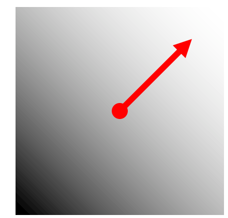
Gradientul unei imagini în fiecare punct: $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$



$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0\right]$



$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$



$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$

Gradientul arată direcția celei mai rapide schimbări în intensitate

- Care este legătura dintre direcția gradientului si direcția muchiei?
- Direcția gradientului este perpendiculară pe direcția muchiei

Direcția gradientului este dată de: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$

Caracterizăm o muchie prin magnitudinea gradientului:

$$||\nabla f|| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad \text{sau} \quad ||\nabla f|| = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$$

Calculul gradientului unei imagini

1. calculez mai întâi derivatele parțiale în raport cu x și y

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \qquad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

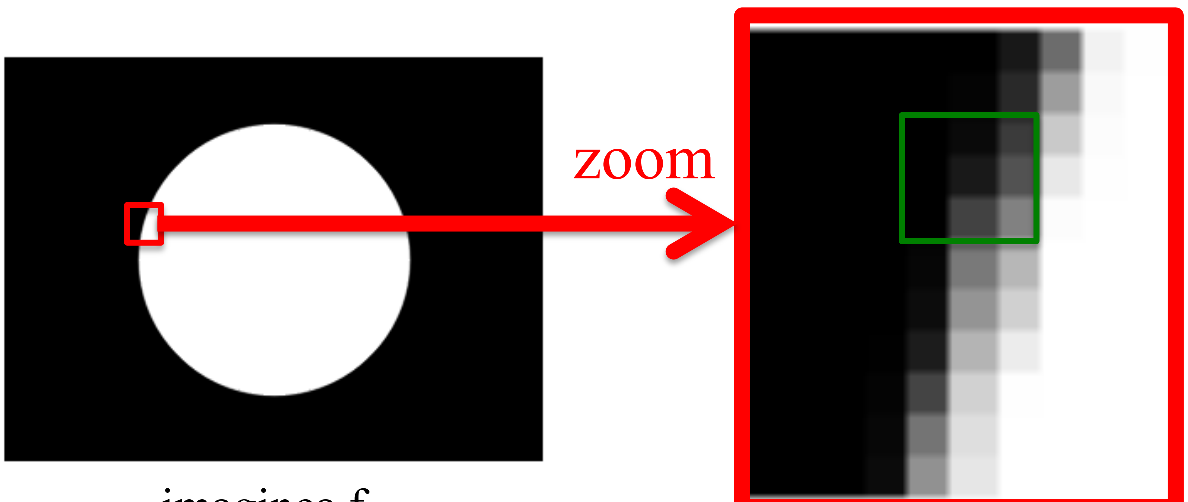
2. obțin magnitudinea gradientului:

$$||\nabla f|| = \sqrt{(\tfrac{\partial f}{\partial x})^2 + (\tfrac{\partial f}{\partial y})^2} \quad \text{sau} \quad ||\nabla f|| = |\frac{\partial f}{\partial x}| + |\frac{\partial f}{\partial y}|$$

Calcului gradientului unei imagini

1. calculez mai întâi derivata parțială în raport cu x $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}$

folosesc filtrul Sobel vertical $\mathbf{M_x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



imaginea f

0	0	0	0	4	41	157	249	2
0	0	0	0	10	59	201	252	2
0	0	0	0	25	82	232	254	2
0	0	0	0	66	129	252	255	2
0	0	0	6	121	183	255	255	2
0	0	0	1	148	208	255	255	2
0	0	1	2	180	236	255	255	2
0	0	4	6	209	254	255	255	2
0	0	7	11	222	255	255	255	2

$= (-1) * 0 + 0 * 0 + 1 * 25$

$+$

$+ (-2) * 0 + 0 * 0 + 2 * 66$

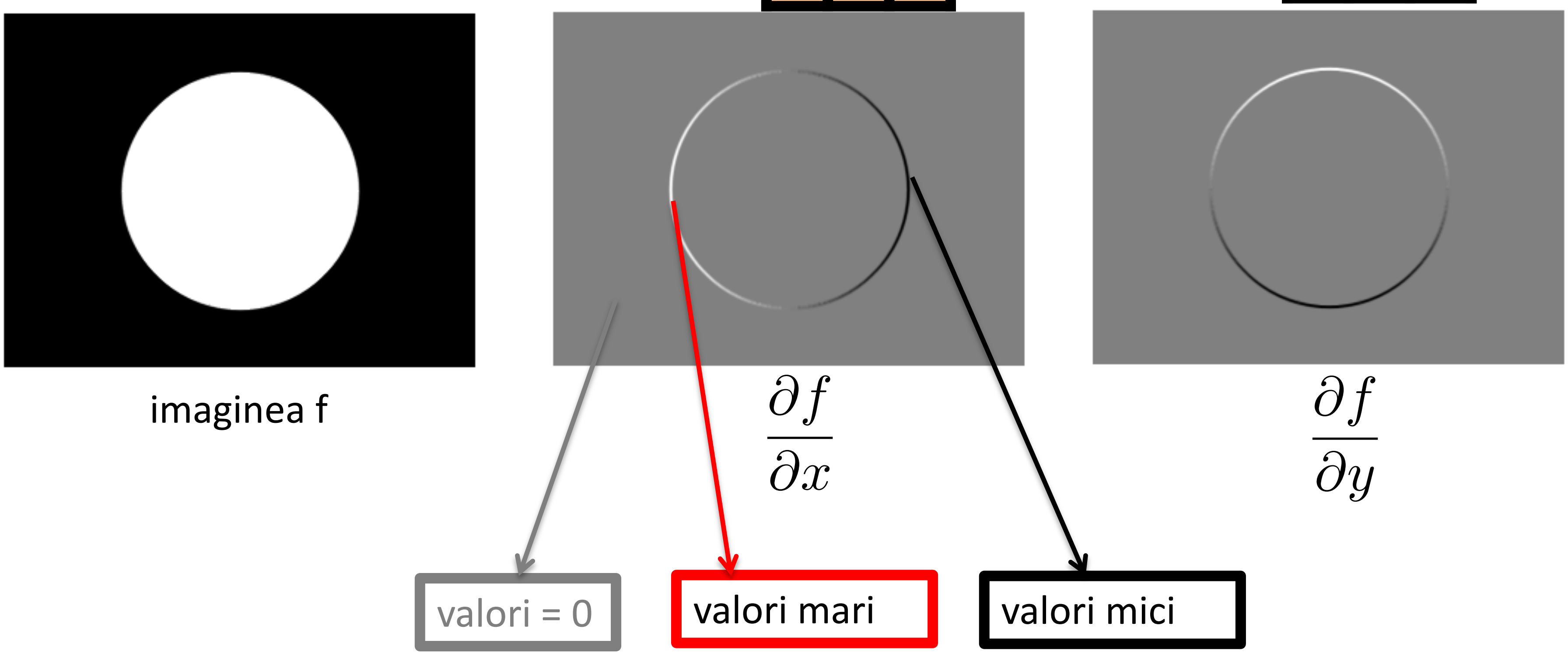
$+$

$+ (-1) * 0 + 0 * 6 + 1 * 121$

$= 278$

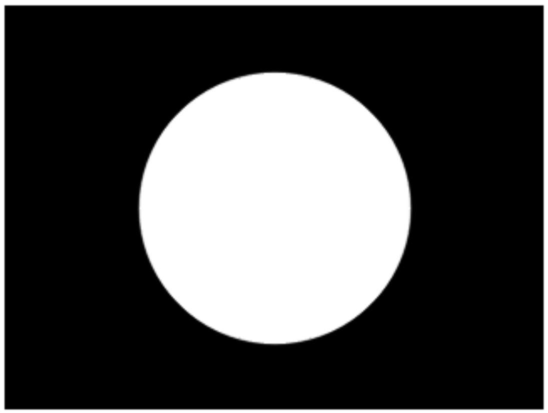
Calculul gradientului unei imagini

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

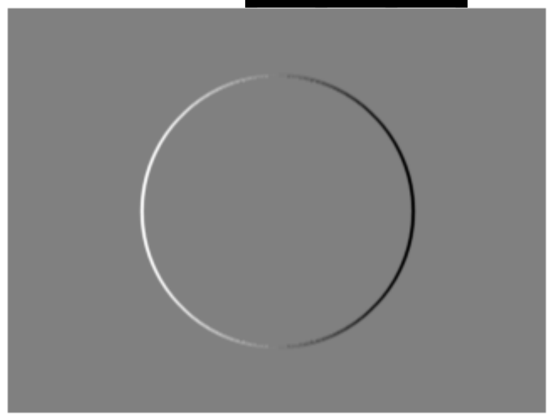


Calculul gradientului unei imagini

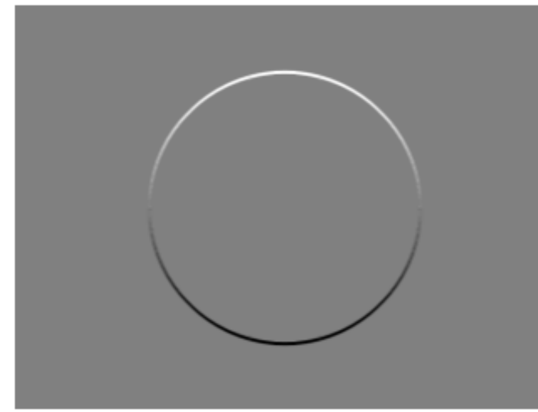
$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



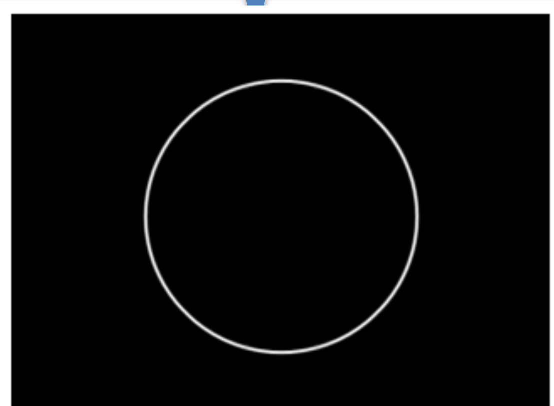
imaginea f



$$\frac{\partial f}{\partial x}$$



$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

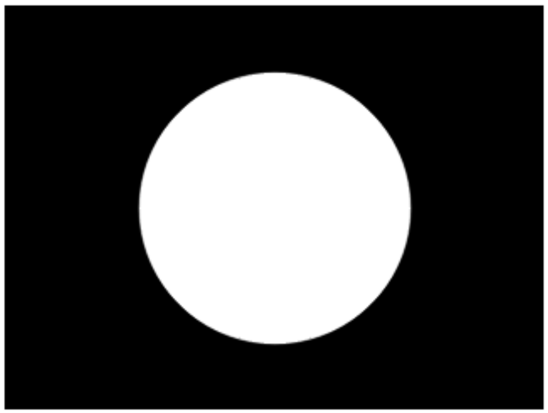


$$||\nabla f|| = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x})^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2}$$

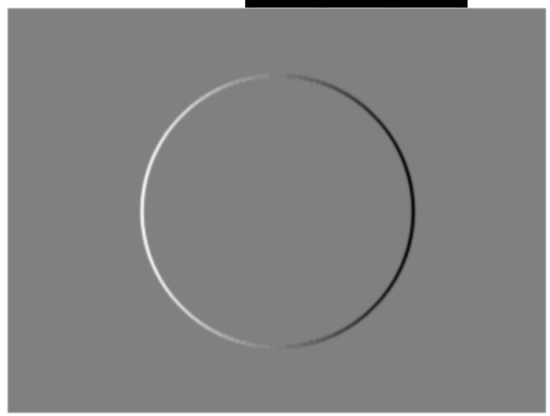
Magnitudinea gradientului

Calculul gradientului unei imagini

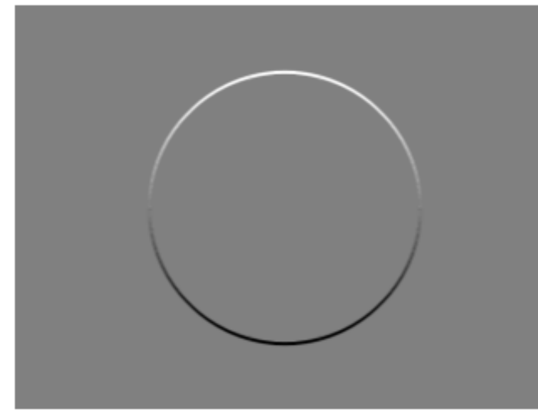
$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



imaginea f



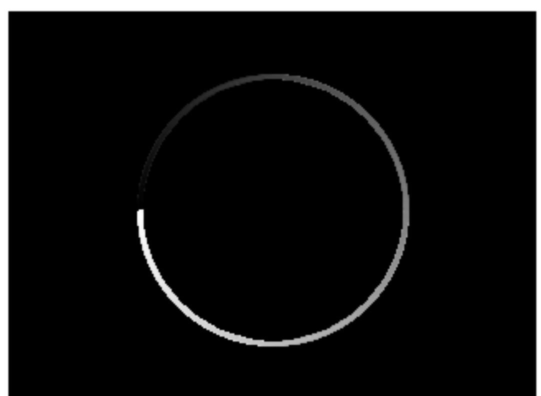
$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

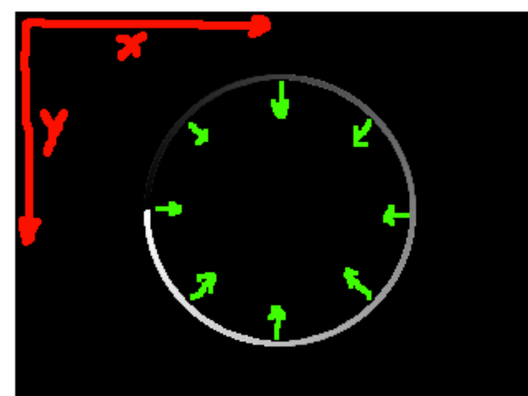


$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

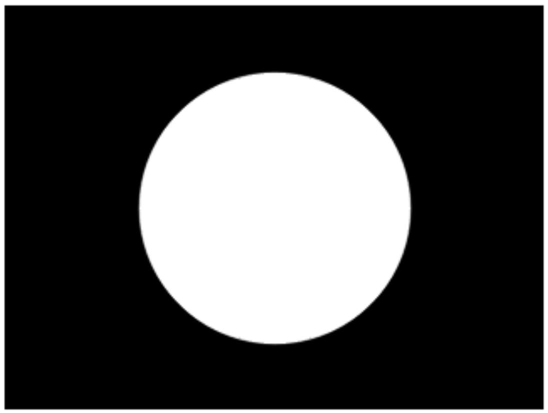
Orientarea gradientului



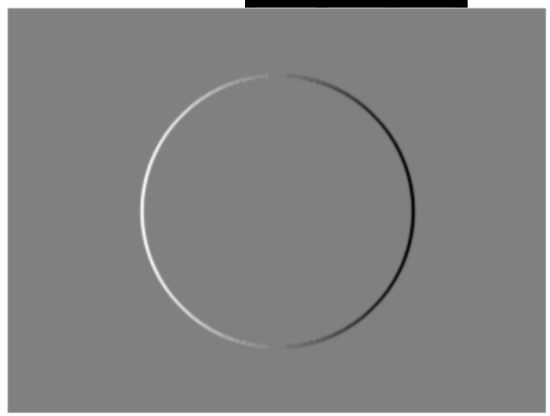


Calculul gradientului unei imagini

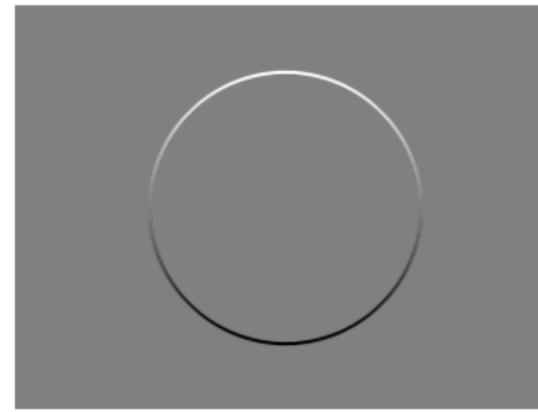
$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



imaginea f



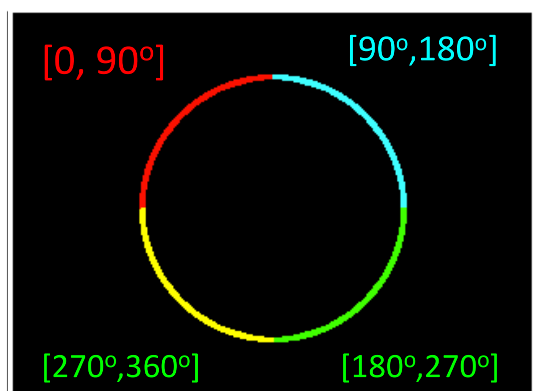
$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

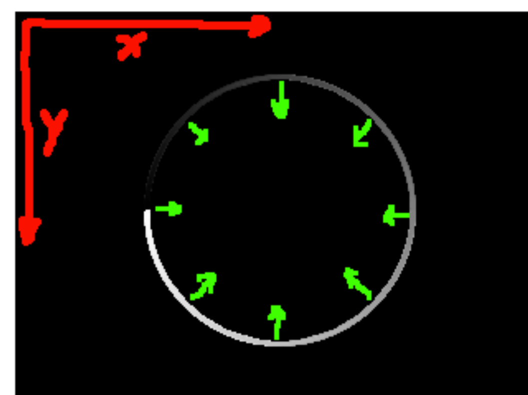


$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

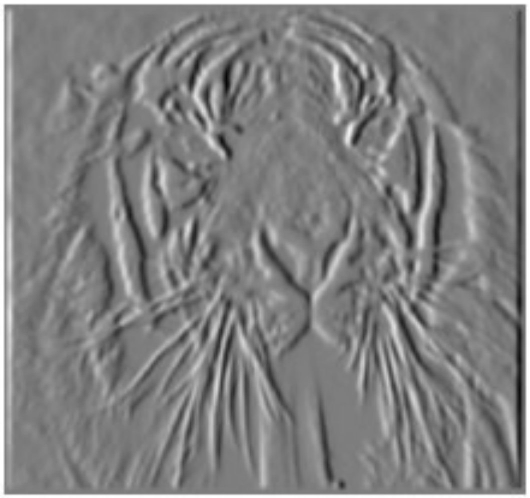
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

[0, 90°]
[90⁰, 180°]
[180°, 270°]
[270°, 360°]

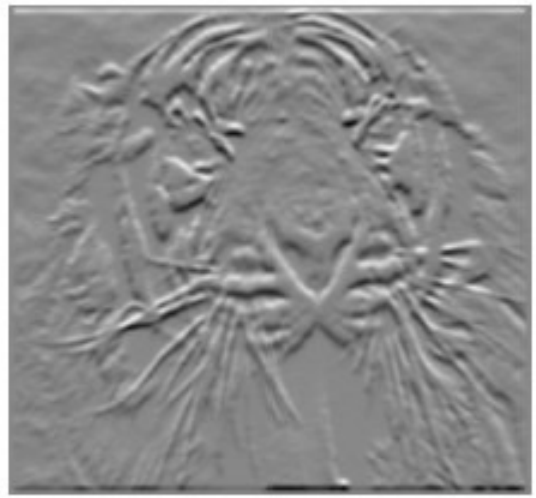




Calculul gradientului unei imagini



$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$$



$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Magnitudinea gradientului

Calculul gradientului unei imagini

imagine

Magnitudinea gradientului

Cum transformăm gradienții în muchii?

Metode de extragere

Putem găsi muchii după 6 metode:

1. metoda Sobel
2. metoda Prewitt
3. metoda Roberts
4. metoda Laplacian-ului unei funcții Gaussiene
5. metoda “zero-crossings”
6. metoda Canny

Metodele Sobel + Roberts + Prewitt

Găsește muchii ca punctele unde gradientul are valori mari (mai mari decât un prag). Calculează gradientul pe baza filtrelor corespunzătoare (Sobel, Roberts, Prewitt).

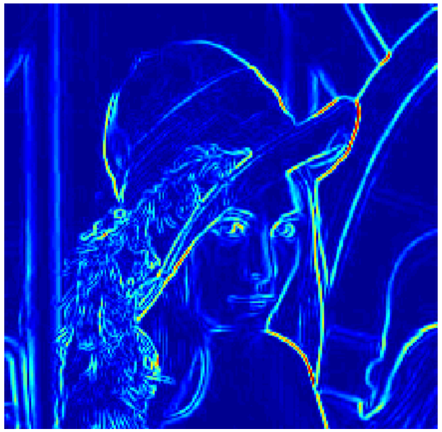
Prewitt: $M_x = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$; $M_y = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$

Sobel: $M_x = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$; $M_y = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline \end{array}$

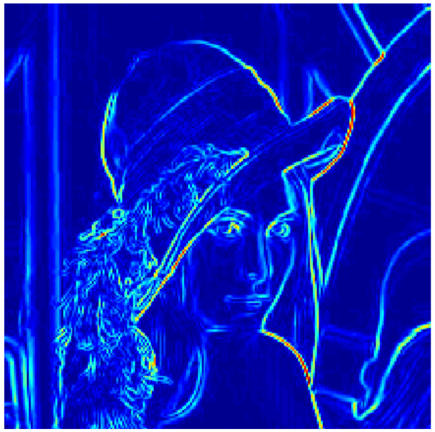
Roberts: $M_x = \begin{array}{|c|c|}\hline 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 \\ \hline \end{array}$; $M_y = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 \\ \hline \end{array}$

Metodele Sobel + Roberts + Prewitt

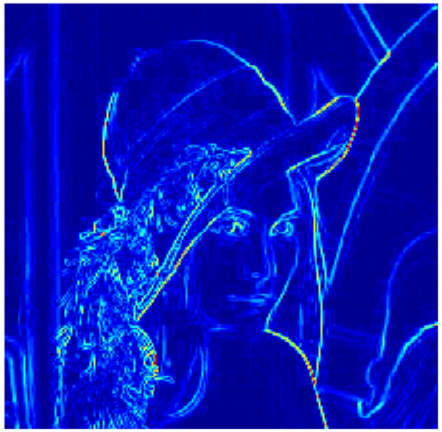
Găsește muchii ca punctele unde gradientul are valori mari (mai mari decât un prag). Calculează gradientul pe baza filtrelor corespunzătoare (Sobel, Roberts, Prewitt).



Gradientul imaginii calculat prin metoda Sobel



Gradientul imaginii calculat prin metoda Roberts



Gradientul imaginii calculat prin metoda Prewitt

Metodele Sobel + Roberts + Prewitt

Găsește muchii ca punctele unde gradientul are valori mari (mai mari decât un prag). Calculează gradientul pe baza filtrelor corespunzătoare (Sobel, Roberts, Prewitt).

Sobel

Roberts

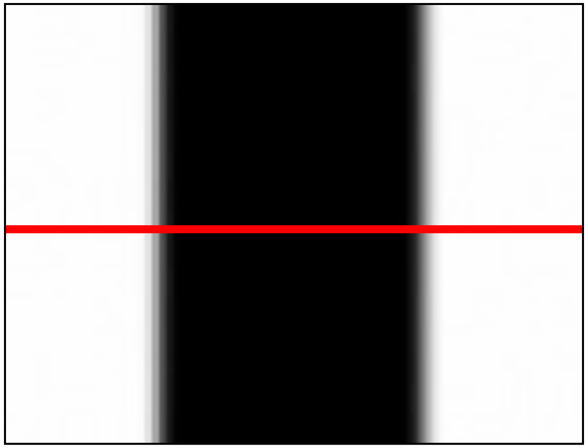
Prewitt

Avem nevoie de un prag = threshold pentru a obține muchii (pixelii din muchie = edgels)
Toți pixelii cu gradient > prag devin 1 (edgels – parte din muchie), restul devin 0.

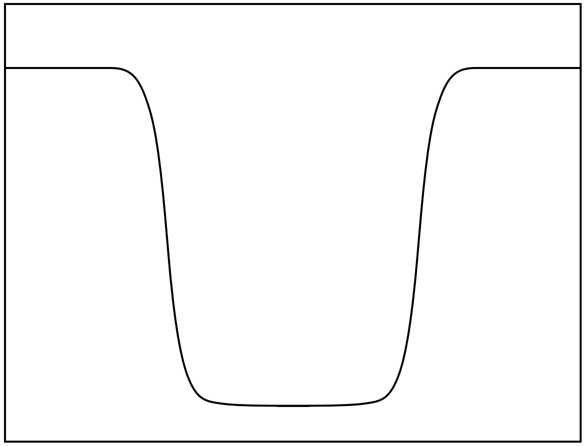
Obținerea filtrului Laplacian

O muchie este locul în care se produce o schimbare bruscă a funcției de intensitate

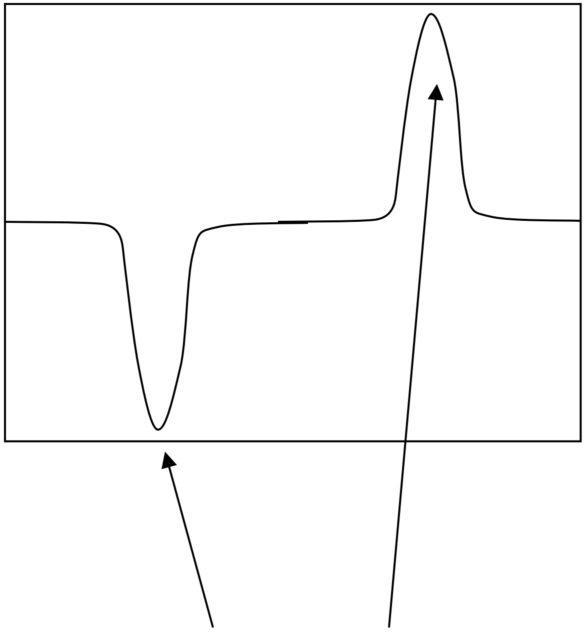
imagine



funcția de intensitate
(de-a lungul liniei roşii)



derivata funcției
de intensitate

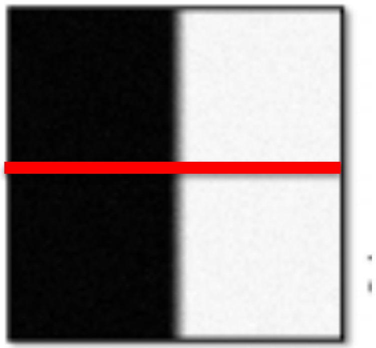


muchiile corespund punctelor
de extrem ale derivatei

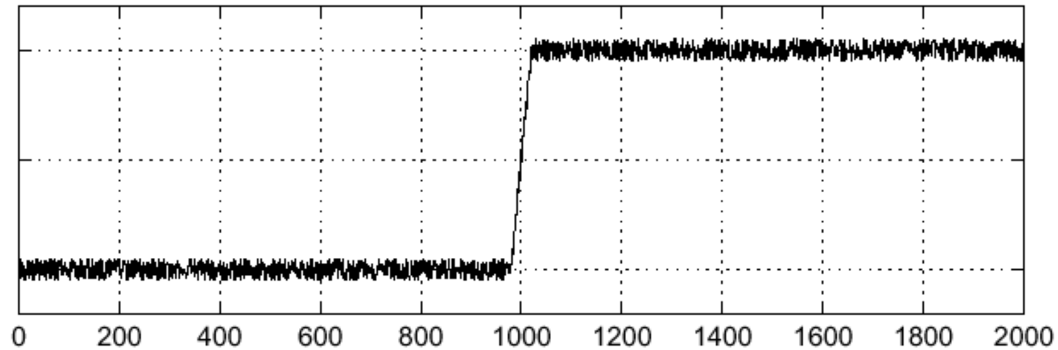
Slide adaptat după S. Lazebnik

Efectul zgomotului – 1D

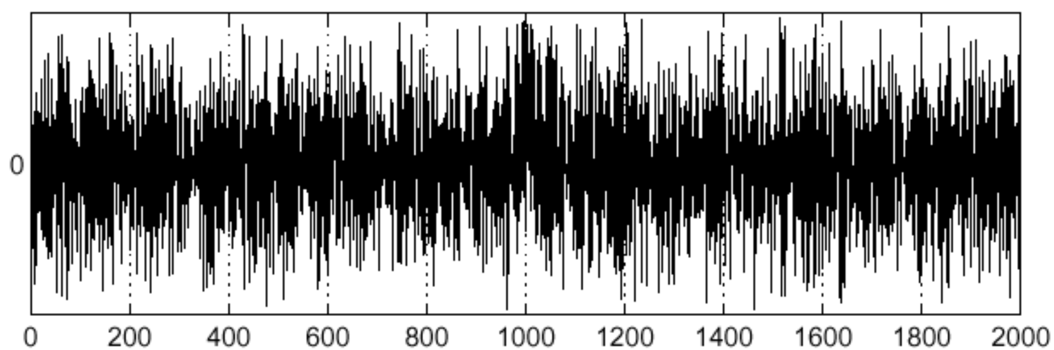
Considerăm linia roşie a imaginii
- plotăm intensitatea în funcție de poziție



$f(x)$



$\frac{d}{dx}f(x)$



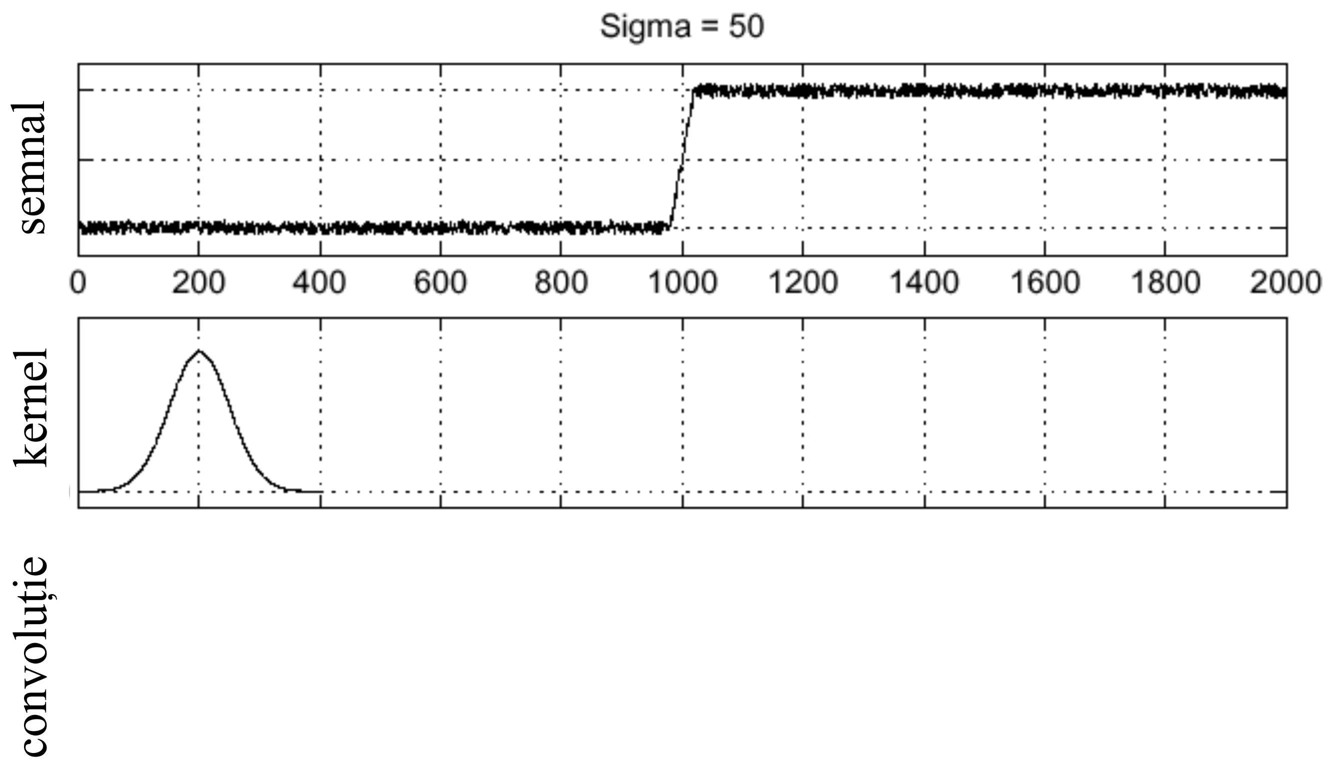
Unde este muchia?

Slide adaptat după Steve Seitz

Soluție: blurăm cu un filtru Gaussian – 1D

f

filtru Gaussian h



Unde este muchia?

Căutăm punctele de extrem local în $\frac{\partial}{\partial x}(h \star f)$ = zerourile funcției $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$

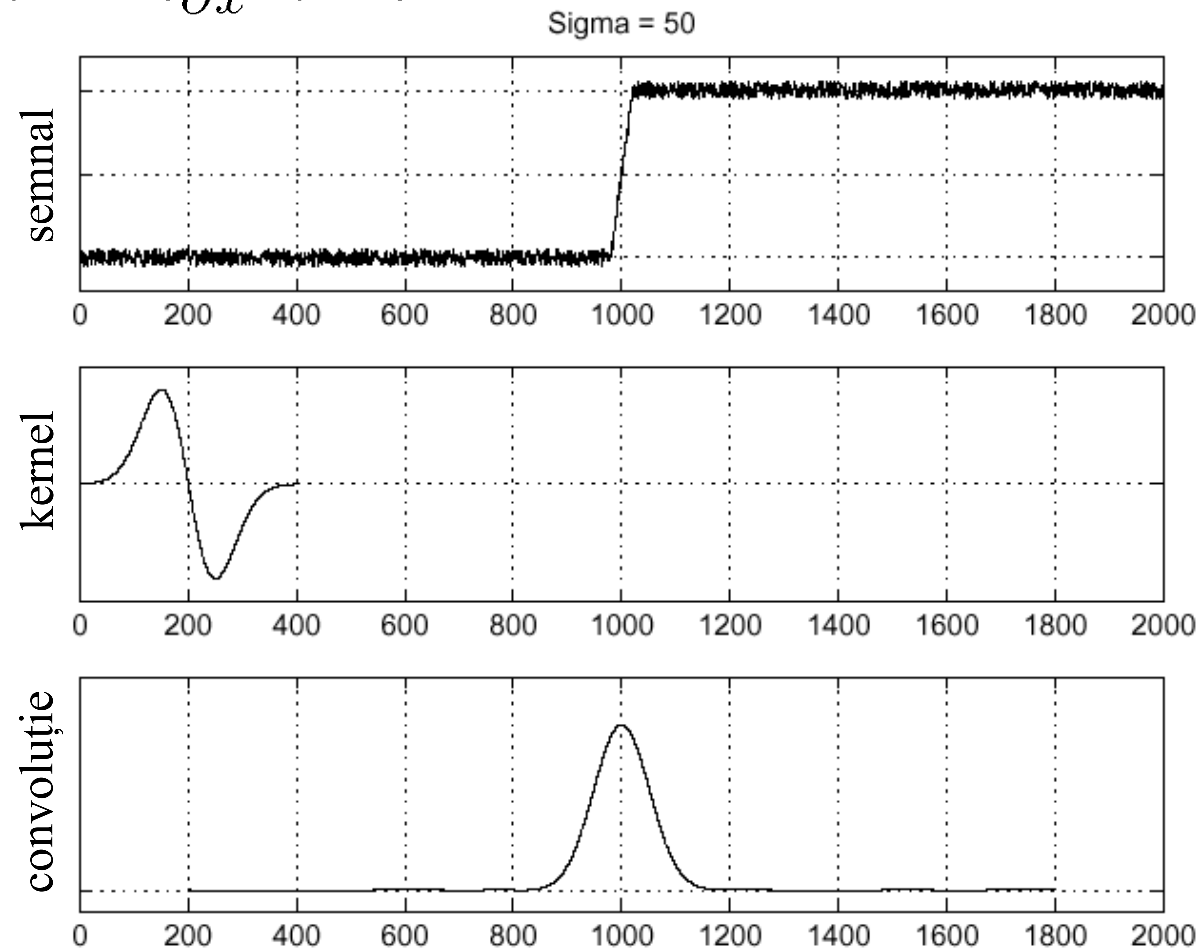
Proprietatea de diferențiabilitate a convoluției

$$\frac{\partial}{\partial x}(h \star f) = (\frac{\partial}{\partial x}h) \star f$$

f

$\frac{\partial}{\partial x}h$

$(\frac{\partial}{\partial x}h) \star f$



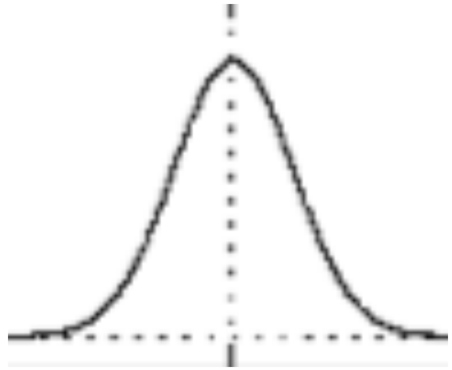
Slide adaptat după Steve Seitz

1D

-1	**1**

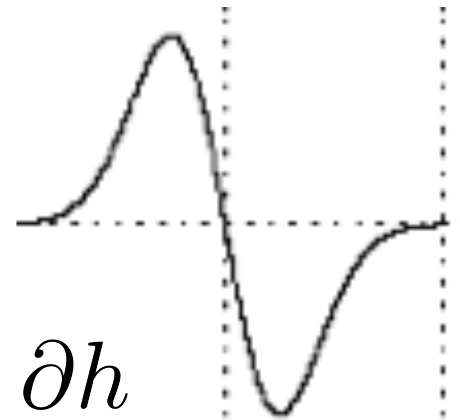
d_x

$\otimes$



h

$=$



$$\frac{\partial h}{\partial x}$$

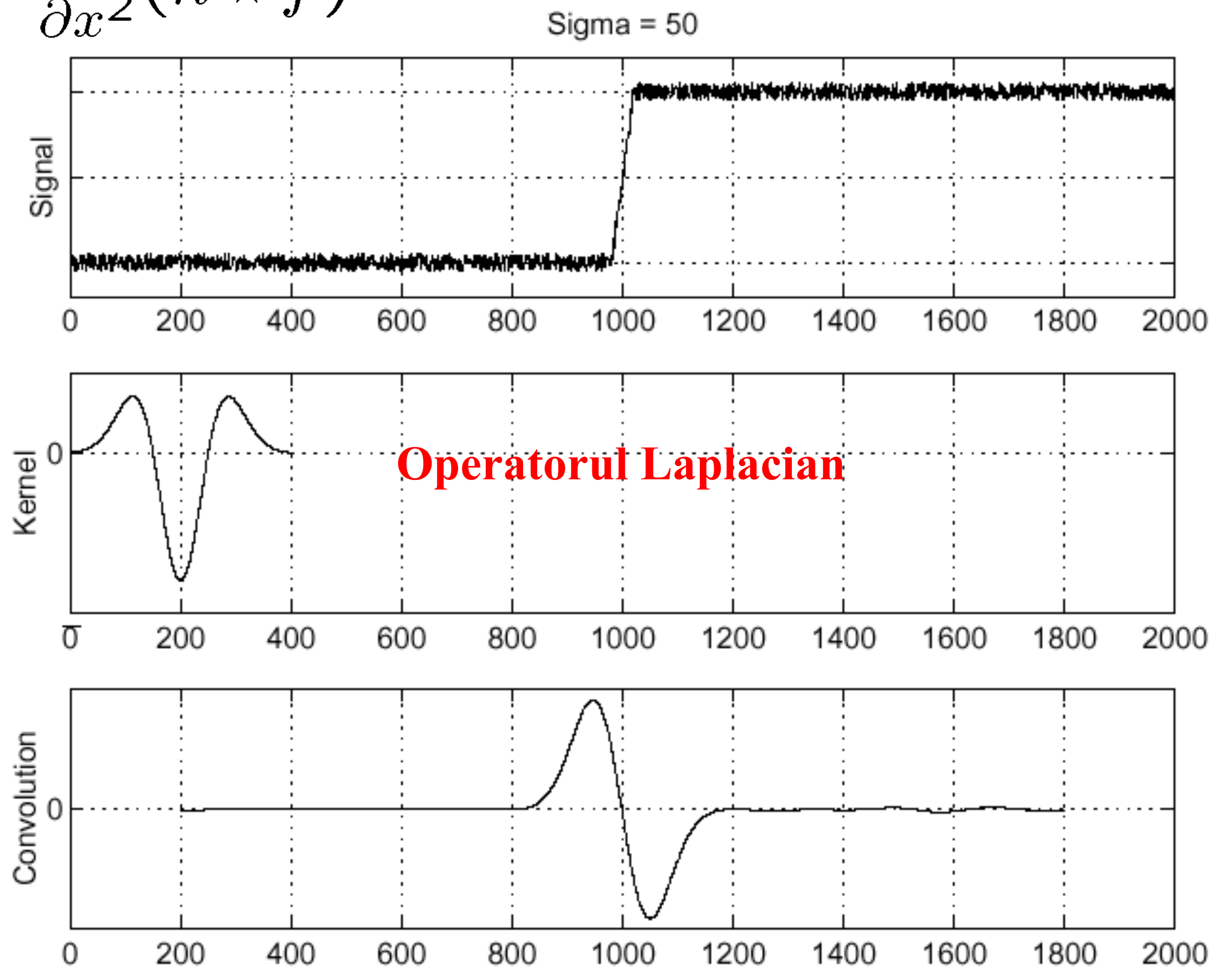
Laplacian-ul unei funcții Gaussiene – 1D

Considerăm $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$

f

$\frac{\partial^2}{\partial x^2} h$

$(\frac{\partial^2}{\partial x^2} h) \star f$



Unde este muchia?

Zero-crossing ale funcției $(\frac{\partial^2}{\partial x^2} h) \star f$

Slide adaptat după Steve Seitz

Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

$$d_x \otimes (h \otimes I) = (d_x \otimes h) \otimes I$$

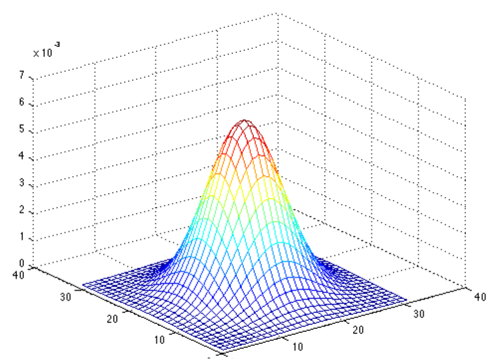
filtru de derivare   filtru Gaussian   imagine

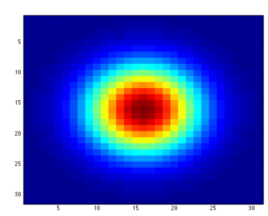
0	**0**	**0**
0	**-1**	**1**
0	**0**	**0**

$$\otimes \begin{bmatrix} 0.0030 & 0.0133 & 0.0219 & 0.0133 & 0.0030 \\ 0.0133 & 0.0596 & 0.0983 & 0.0596 & 0.0133 \\ 0.0219 & 0.0983 & 0.1621 & 0.0983 & 0.0219 \\ 0.0133 & 0.0596 & 0.0983 & 0.0596 & 0.0133 \\ 0.0030 & 0.0133 & 0.0219 & 0.0133 & 0.0030 \end{bmatrix}$$

0	**0**	**0**
0	**-1**	**1**
0	**0**	**0**

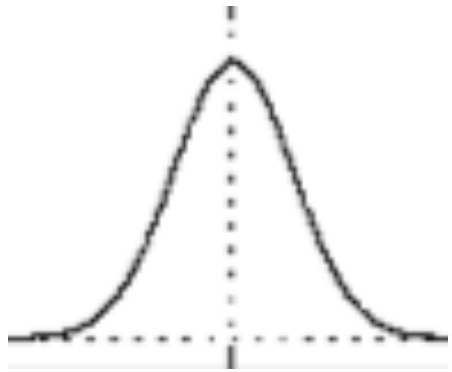
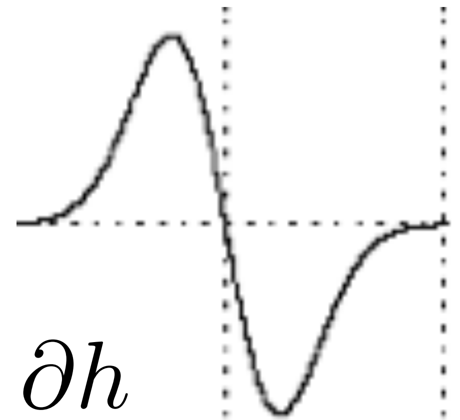
$\otimes$





$= \ ?$

1D

$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \otimes$  $=$ 

$$d_x \otimes h = \frac{\partial h}{\partial x}$$

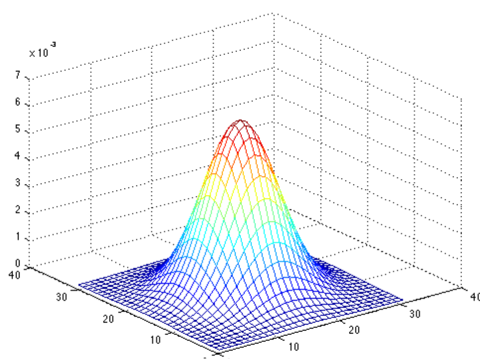
Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

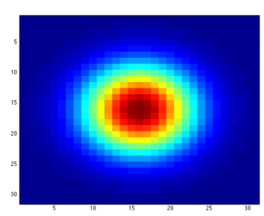
$$d_x \otimes (h \otimes I) = (d_x \otimes h) \otimes I$$

filtru de derivare filtru Gaussian imagine

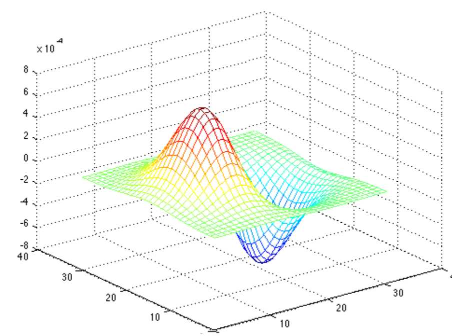
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0.0030 & 0.0133 & 0.0219 & 0.0133 & 0.0030 \\ 0.0133 & 0.0596 & 0.0983 & 0.0596 & 0.0133 \\ 0.0219 & 0.0983 & 0.1621 & 0.0983 & 0.0219 \\ 0.0133 & 0.0596 & 0.0983 & 0.0596 & 0.0133 \\ 0.0030 & 0.0133 & 0.0219 & 0.0133 & 0.0030 \end{bmatrix}$$

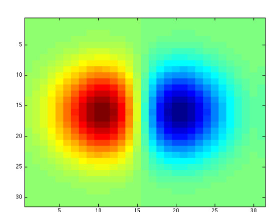
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes$$





$$=$$



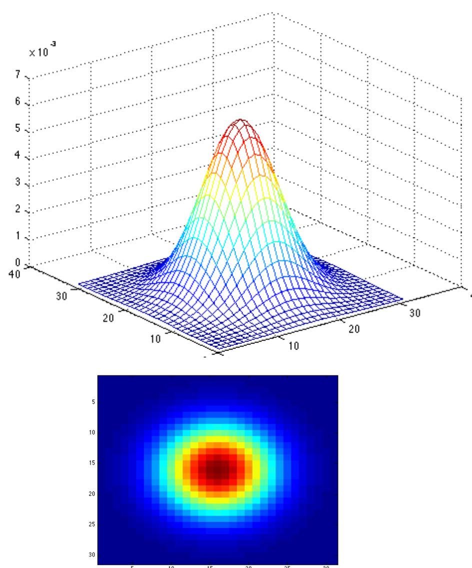


Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

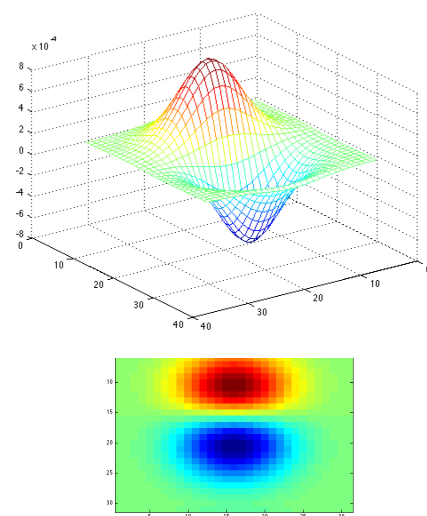
$$d_y \otimes (h \otimes I) = (d_y \otimes h) \otimes I$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0.0030 & 0.0133 & 0.0219 & 0.0133 & 0.0030 \\ 0.0133 & 0.0596 & 0.0983 & 0.0596 & 0.0133 \\ 0.0219 & 0.0983 & 0.1621 & 0.0983 & 0.0219 \\ 0.0133 & 0.0596 & 0.0983 & 0.0596 & 0.0133 \\ 0.0030 & 0.0133 & 0.0219 & 0.0133 & 0.0030 \end{bmatrix}$$

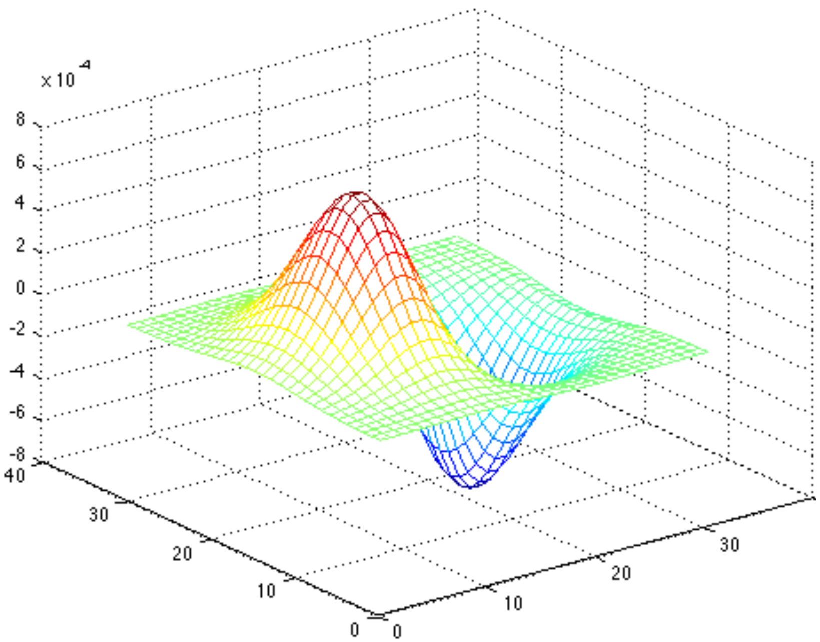
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes$$



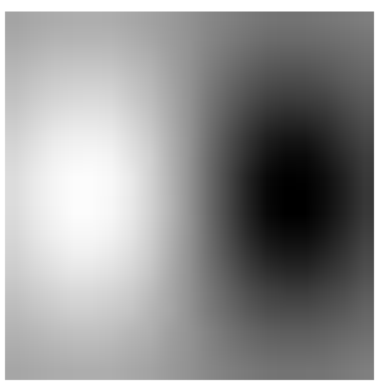
$$=$$

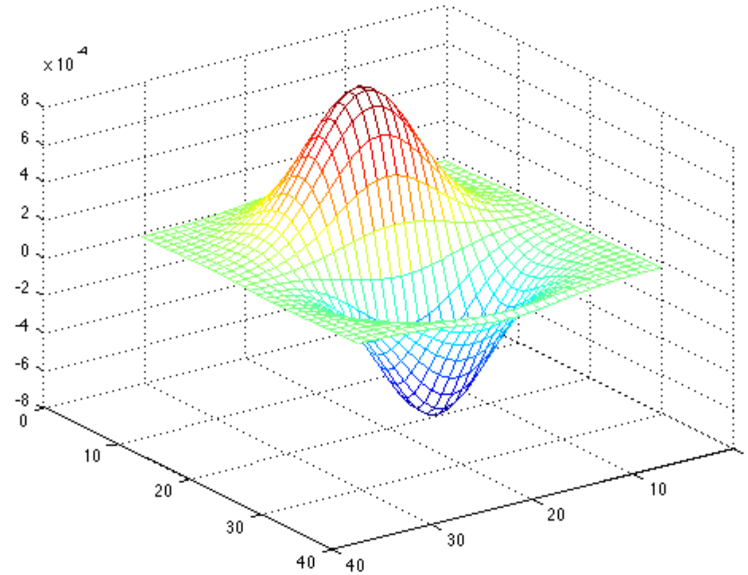


Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

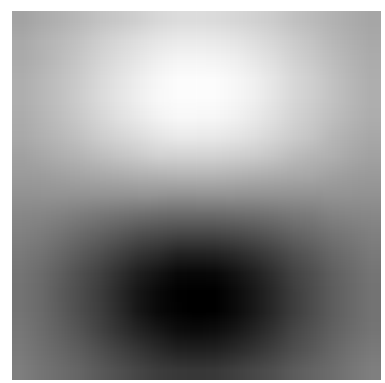


direcția x





direcția y



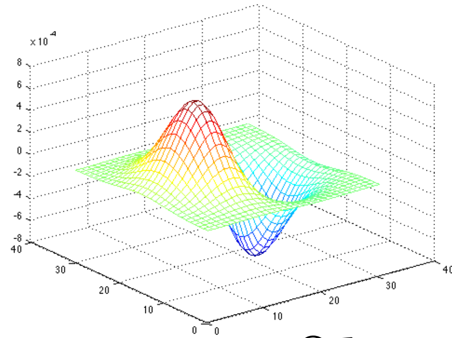
Slide adaptat după S. Lazebnik

Derivata a doua a filtrelor Gaussiane

0	**0**	**0**
0	**-1**	**1**
0	**0**	**0**

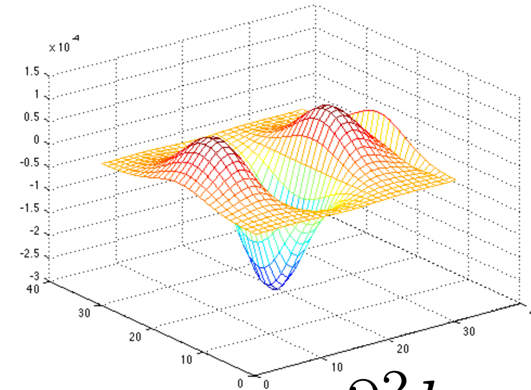
direcția x

$\otimes$



$$\frac{\partial h}{\partial x}$$

$=$

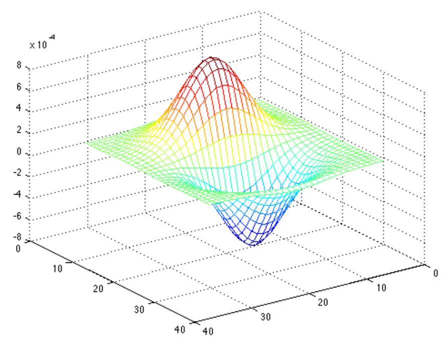


$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

0	**0**	**0**
0	**-1**	**0**
0	**1**	**0**

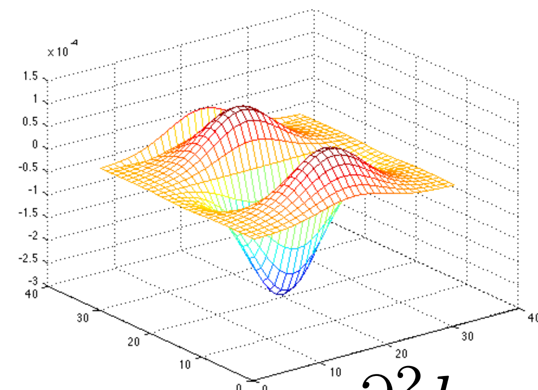
direcția y

$\otimes$



$$\frac{\partial h}{\partial y}$$

$=$

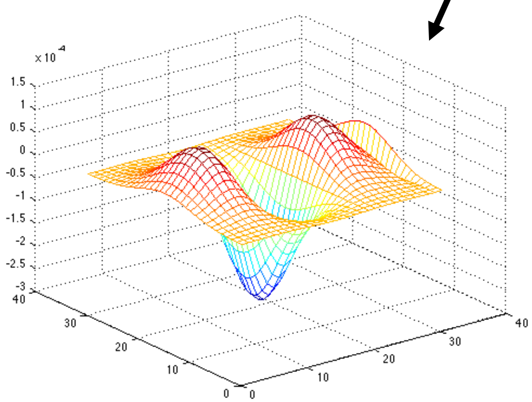


$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

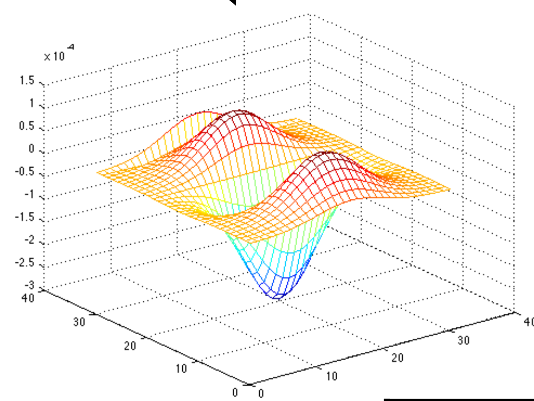
Slide adaptat după S. Lazebnik

Laplacian-ul unei funcții Gaussiene – 2D

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

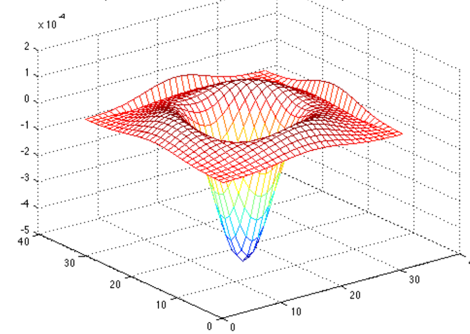


$+$



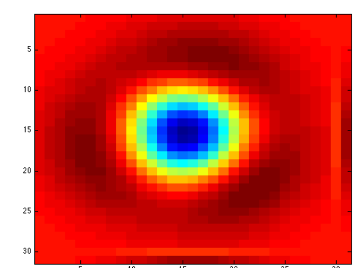
$=$

Forma generală a
unui filtru Laplacian
(mexican hat)



Exemplu particular
de filtru Laplacian

0	**1**	**0**
1	**-4**	**1**
0	**1**	**0**



Metoda Laplacianul unei funcții Gaussiene

Sobel

Roberts

Prewitt

Laplacian

Proprietățile filtrelor

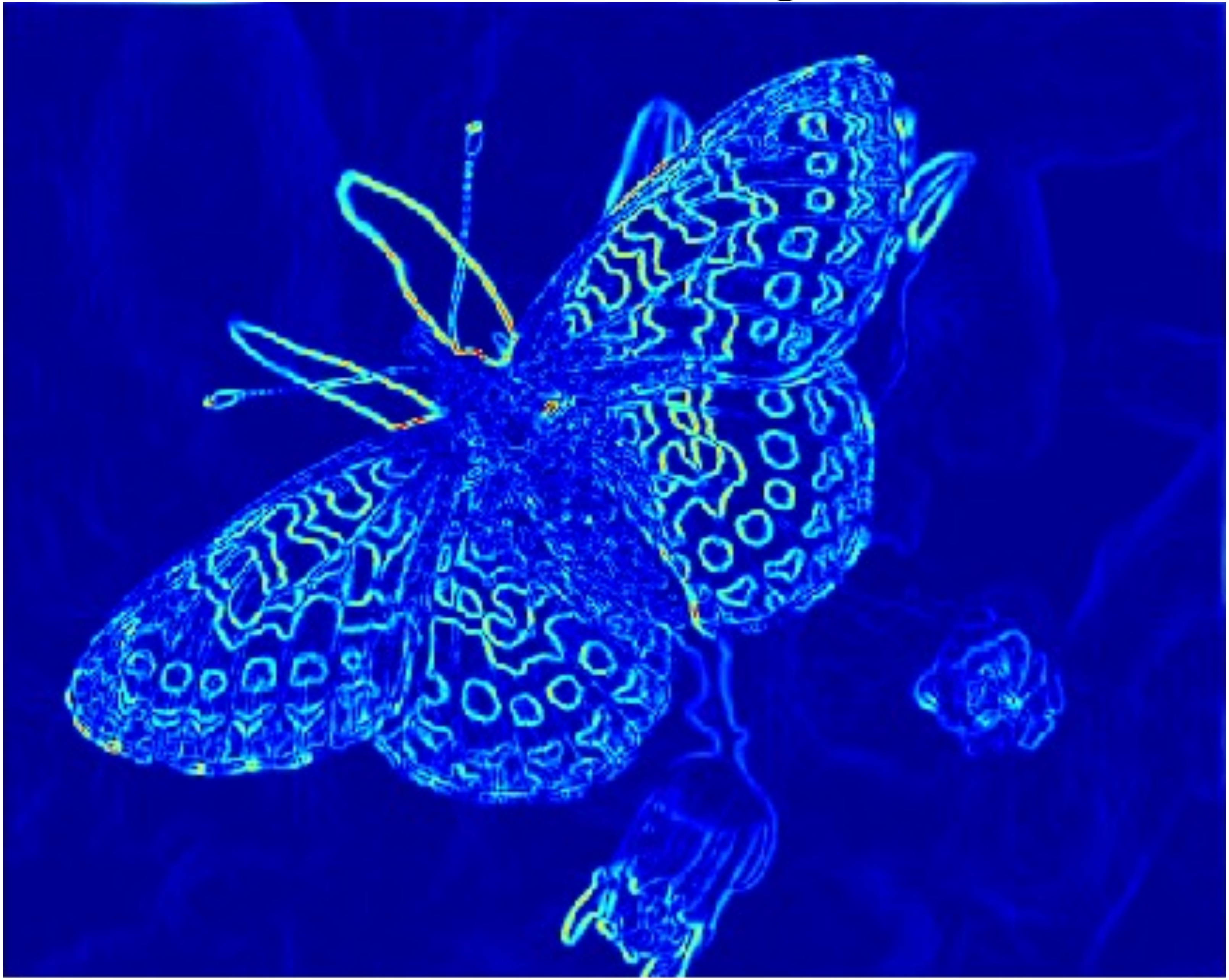
- <u>Filtre de blurare (cursul trecut)</u>
  1. valori pozitive;
  2. suma lor = 1 → pentru regiuni constante, output = input;
  3. gradul de blurare proporțional cu dimensiunea filtrului;
  4. elimină regiunile de pixeli cu varianță mare în intensitate (“high-frequency”); se mai numesc filtre trece-jos (“low-pass”)

- <u>Filtre pentru detectarea muchiilor</u>
  1. valori opuse pentru a avea un răspuns mare (în valoare absolută = modul) în regiuni cu contrast mare
  2. suma lor = 0 → pentru regiuni constante, răspuns = 0;
  3. cele mai mari valori în punctele de contrast maxim

Slide adaptat după K. Grauman

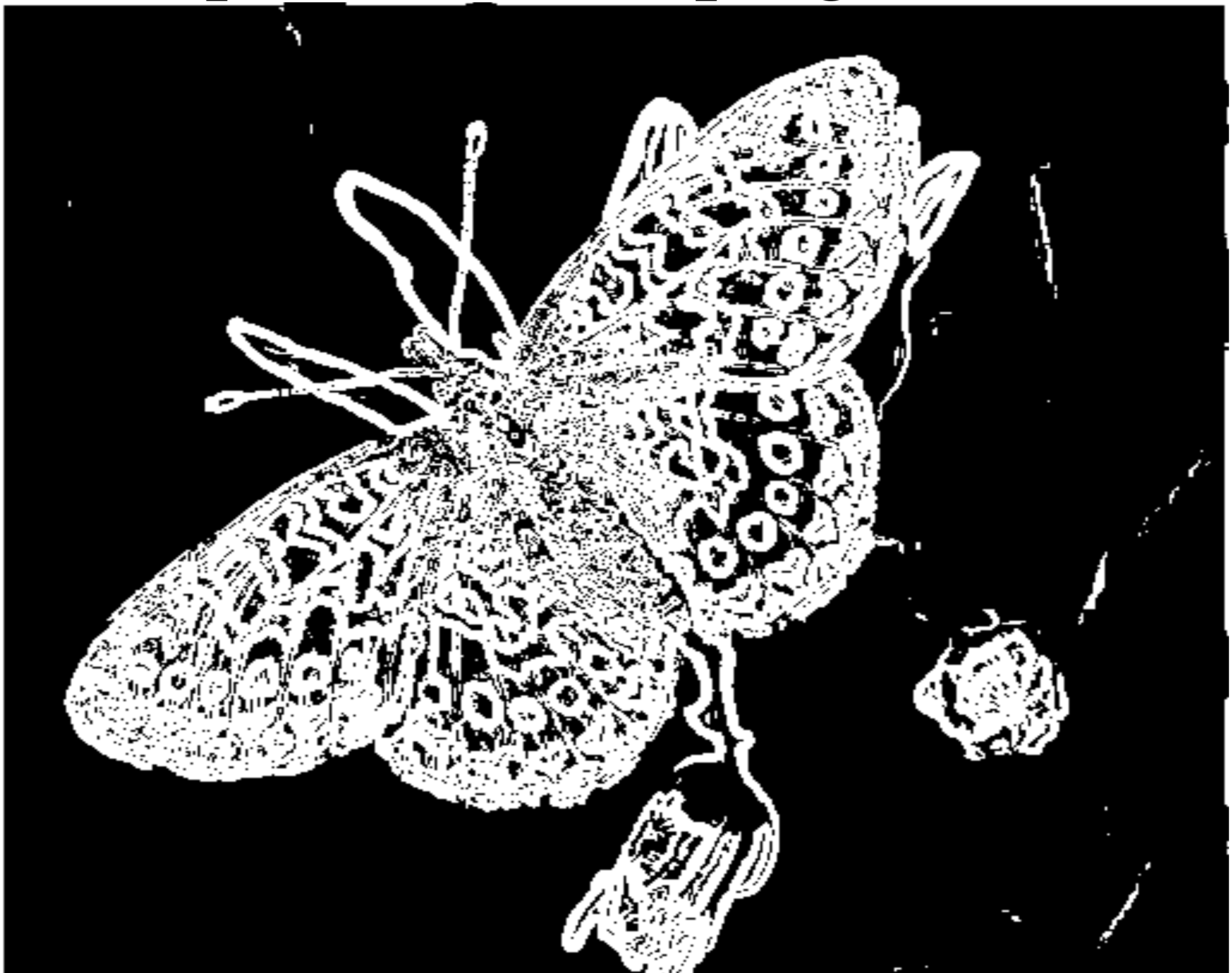
Exemplu

Gradientul imaginii



Gradientul imaginii

Aplicarea unui prag mic



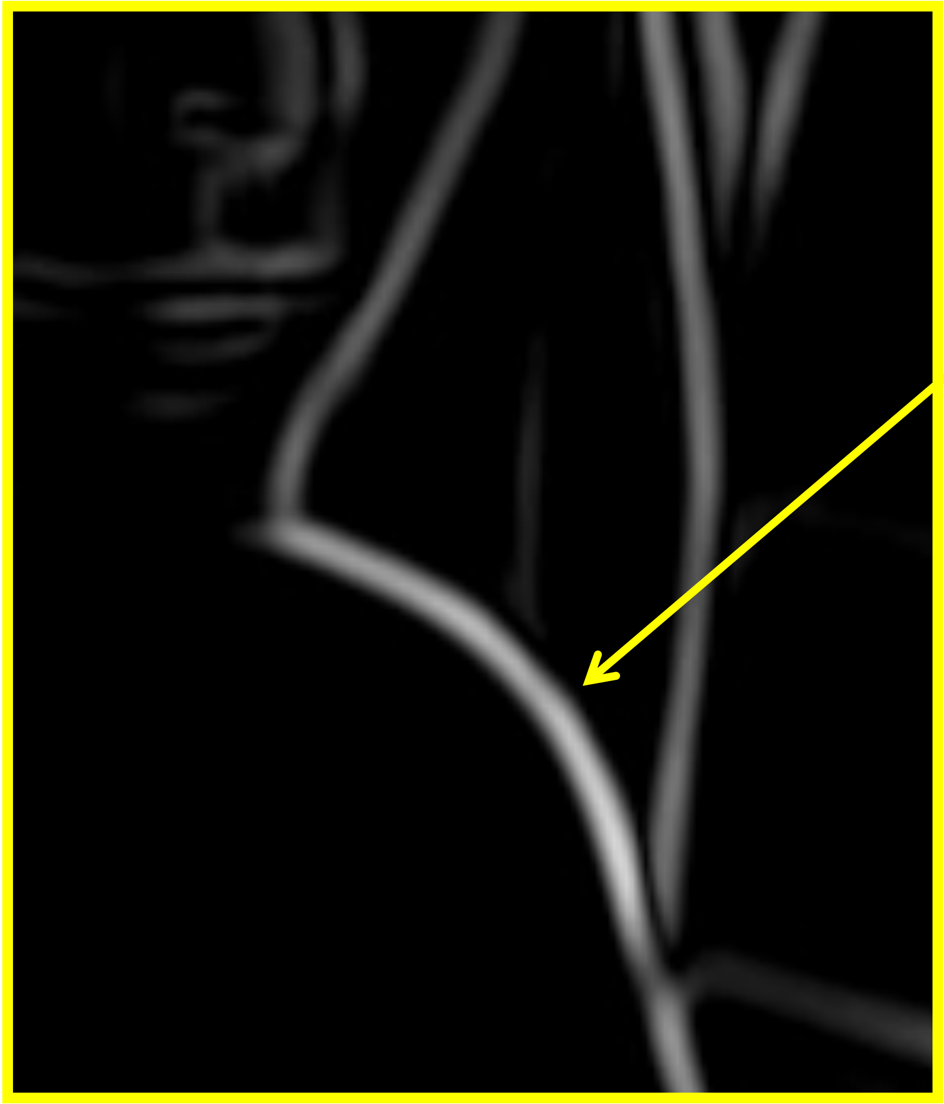
Aplicarea unui prag mare

Metoda Canny

Imagine inițială

Gradientul imaginii

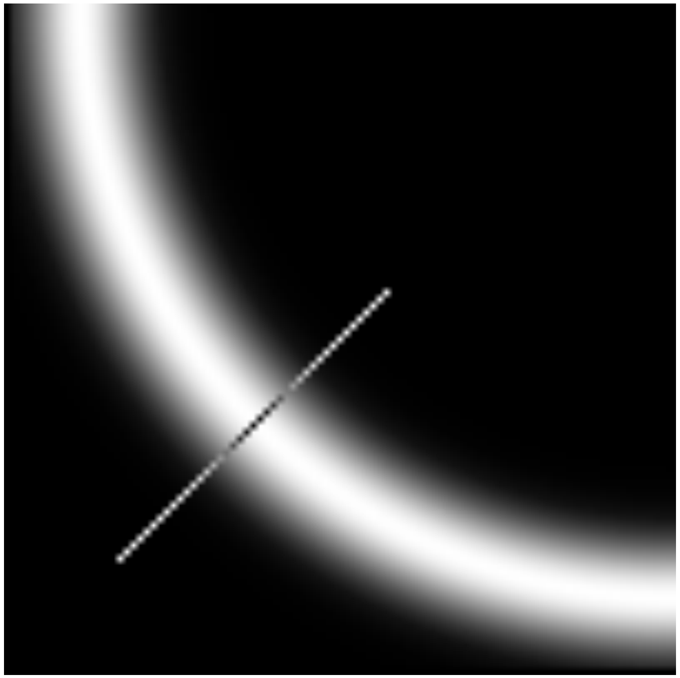
Metoda Canny

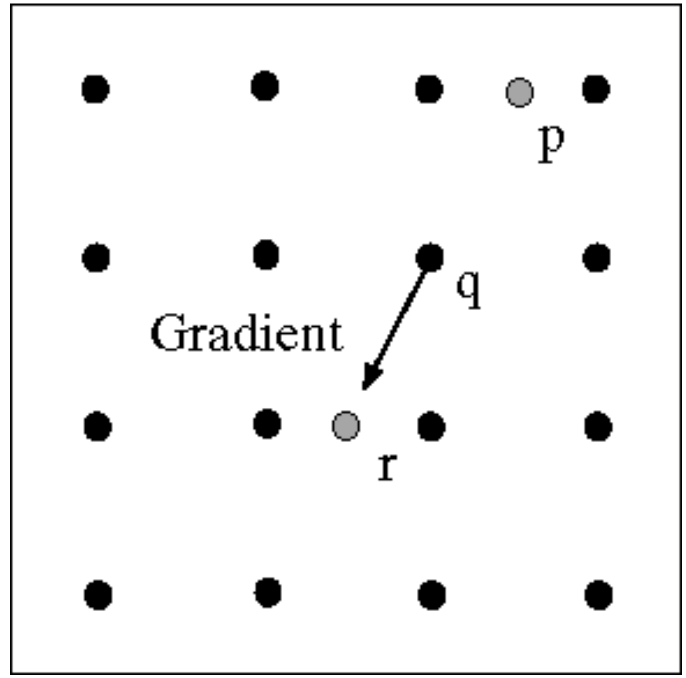


Cum transformăm aceste regiuni ale gradientului în muchii de lățime de un 1 pixel?

Slide adaptat după K. Grauman

Eliminarea non-maximelor





Verifică dacă pixelul curent este maxim local de-a lungul direcției gradientului, selectează maximul de-a lungul lățimii muchiei

– necesită verificarea cu pixelii p şi r obținuți prin interpolare

Slide adaptat după K. Grauman

Metoda Canny

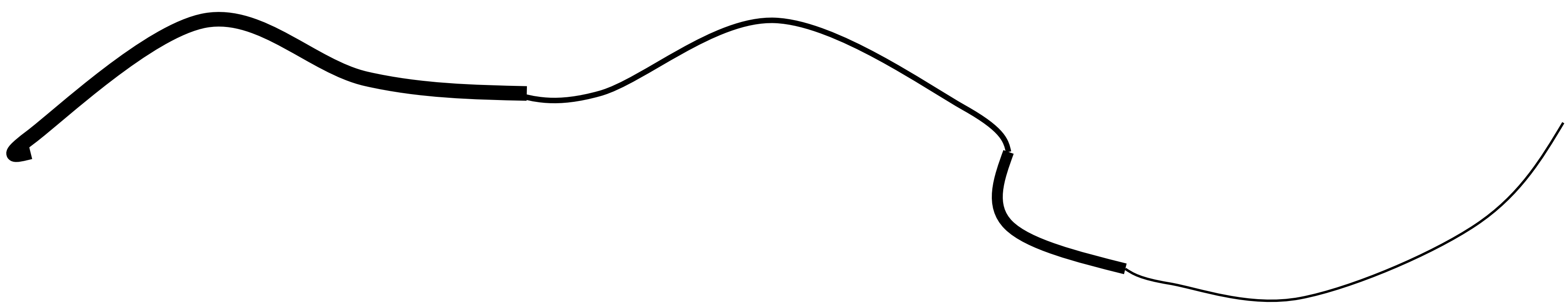
subțiere
(eliminarea non-maximelor)

Problemă: pixelii de-a lungul acestei muchii nu au "supraviețuit"

Slide adaptat după K. Grauman

Prag mare + prag mic

- Foloseşte un prag de valoare mare pentru a găsi începutul conturului, apoi foloseşte un prag mic pentru a continua găsirea conturului.



Slide adaptat după S. Seitz

Prag mare + prag mic

imagine inițială

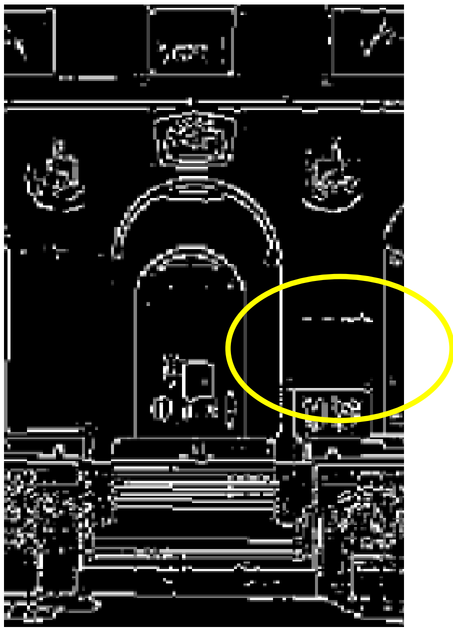
aplicarea unui prag mare (muchii “tari”)

aplicarea unui prag mic (muchii “slabe”)

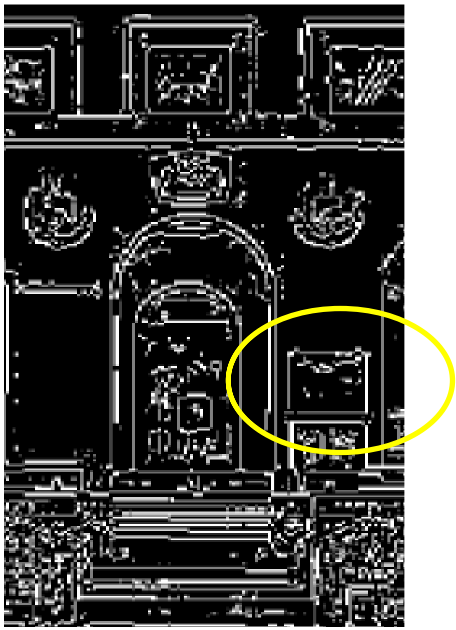
binarizare cu histereză

Slide adaptat după L. Fei-Fei

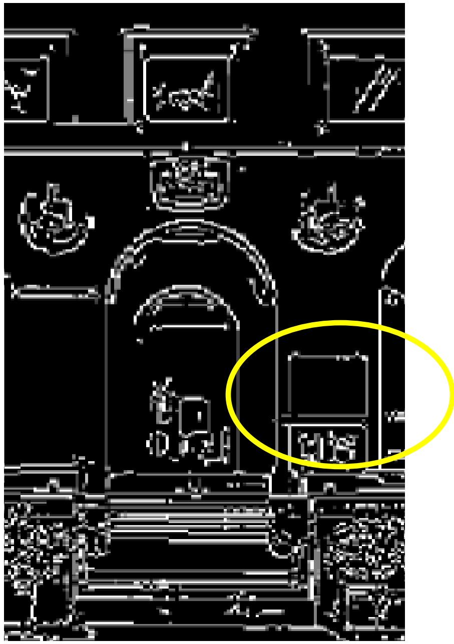
Prag mare + prag mic



aplicarea unui prag mare
(muchii “tari”)



aplicarea unui prag mic
(muchii “slabe”)



aplicarea unui prag mare
+ aplicare prag mic

Slide adaptat după L. Fei-Fei

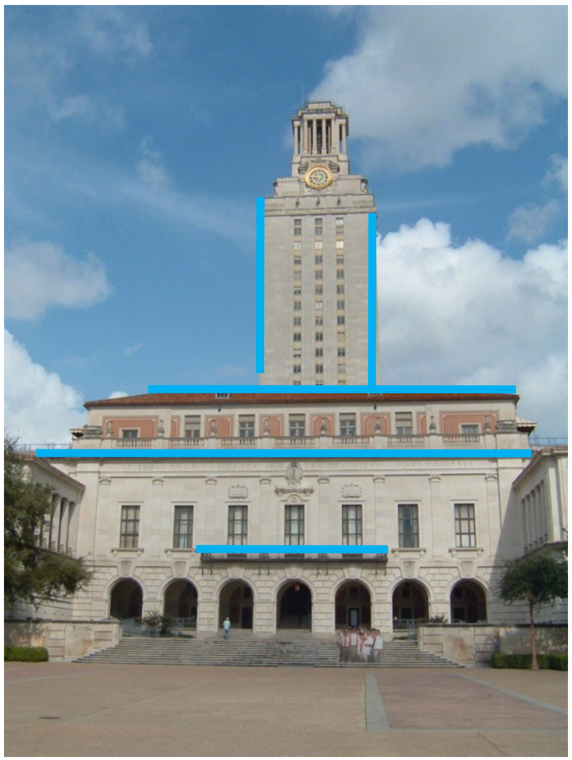
Aplicație: detectarea linilor cu transformata Hough

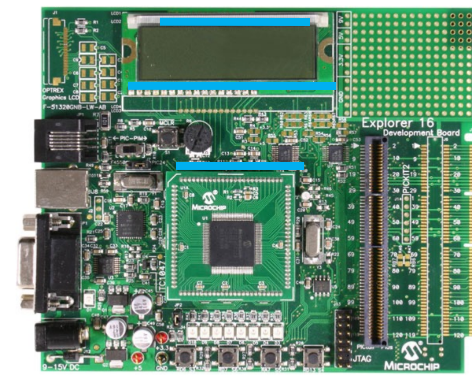
Aplicații – detectarea liniilor

https://www.youtube.com/watch?v=SFqAAseL_1g

Aplicație: detectarea liniilor

- Multe obiecte/suprafețe sunt caracterizate de prezența unor linii drepte



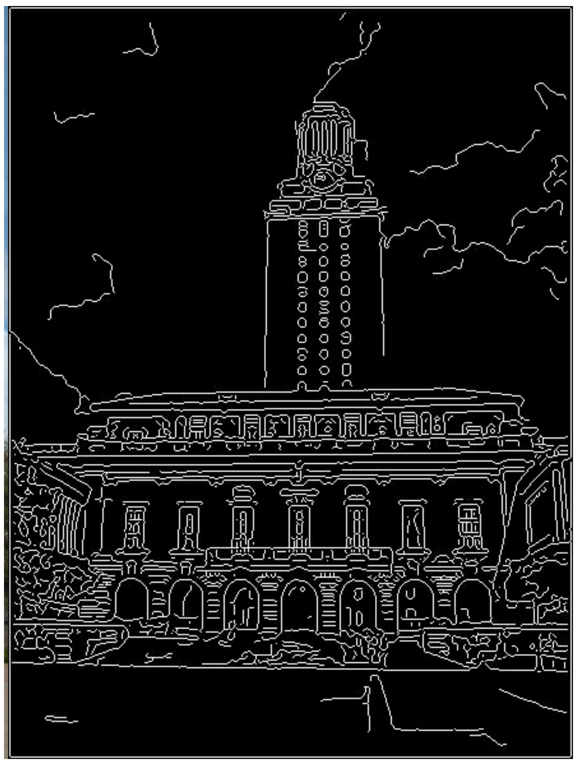


- De ce nu ne rezumăm la a rula un detector de muchii?

Slide adaptat după S. Lazebnik

De ce e dificilă detectarea liniilor

- multe puncte din background considerate ca fiind edgels
- zgomot transformat în edgels



- linii detectate parțial
- cum grupăm punctele în linii?

Slide adaptat după S. Lazebnik

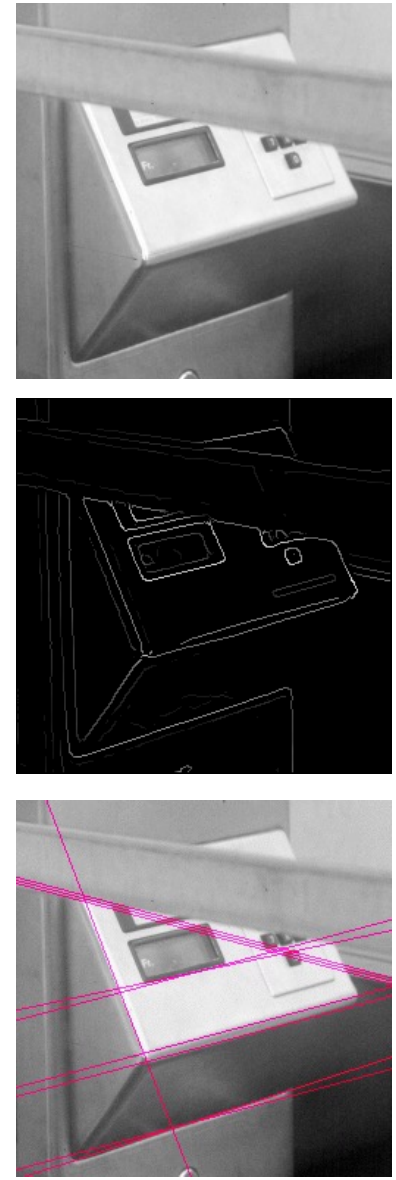
Detectarea liniilor

- date fiind câteva puncte care aparțin unei linii, cum găsim linia?
- câte linii sunt în imagine?
- fiecare punct cărei linii aparține?

- **Transformata Hough** este o tehnică bazată pe “votare” care răspunde la aceste întrebări.

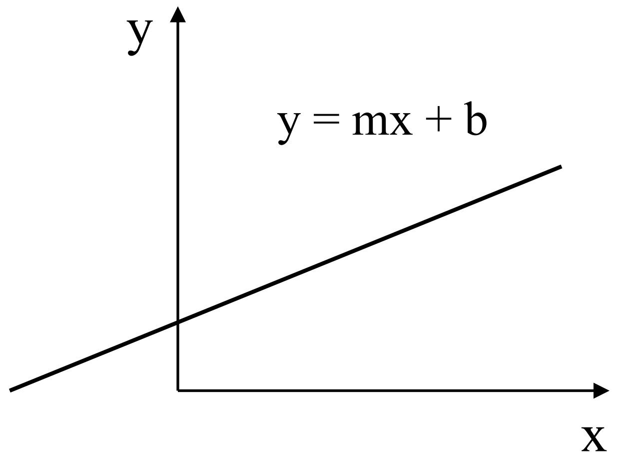
  Ideea principală:

  1. înregistrează toate liniile posibile care pot conține un punct detectat ca fiind edgel.
  2. găsește linia care primește cele mai multe voturi.



Slide adaptat după S. Lazebnik

Parametrizarea dreptelor



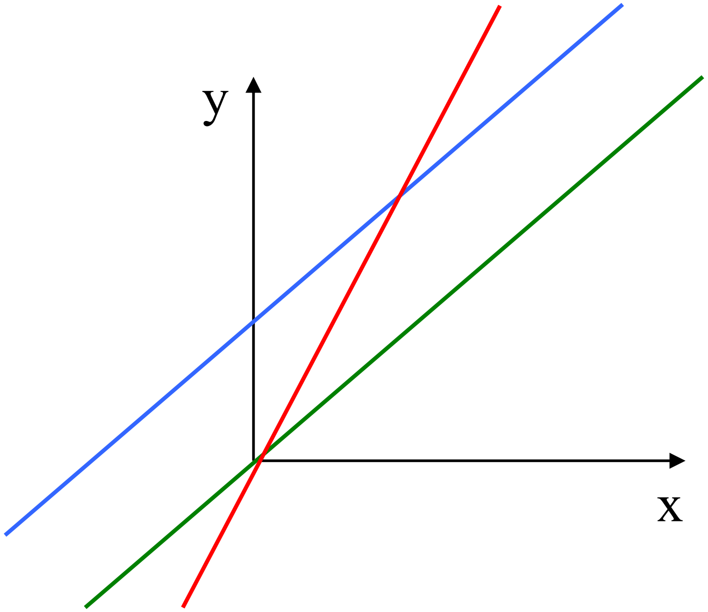
Ecuația unei drepte în planul imaginii: $y = m * x + b$,

m – panta dreptei (definește înclinarea față de axa Ox),

b – deplasarea (definește deplasarea față de originea O(0,0))

(m,b) sunt parametri dreptei

Parametrizarea dreptelor. Exemple



d_1: $y = x$, adică $m=1$, $b = 0$

d_2: $y = x + 2$, adică $m=1$, $b = 2$

d_3: $y = 2x$, adică $m=2$, $b = 0$

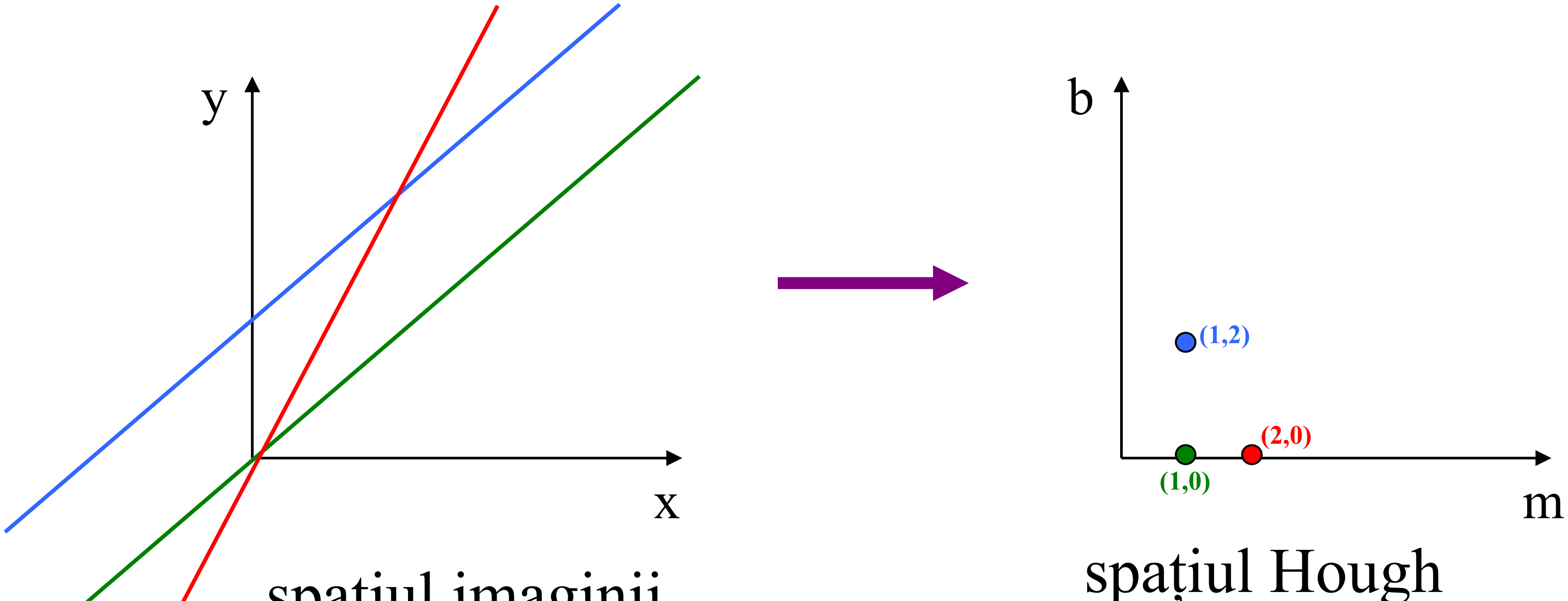
Ecuația unei drepte în planul imaginii: $y = m * x + b$,

m – panta dreptei (definește înclinarea față de axa Ox),

b – deplasarea (definește deplasarea față de originea O(0,0))

(m,b) sunt parametri dreptei

Spațiul Hough al parametrilor



spațiul imaginii

spațiul Hough
(al parametrilor)

d_1: y = x, adică m=1, b = 0

d_1: m=1, b = 0 -> (1,0)

d_2: y = x + 2, adică m=1, b = 2

d_2: m=1, b = 2 -> (1,2)

d_3: y = 2x, adică m=2, b = 0

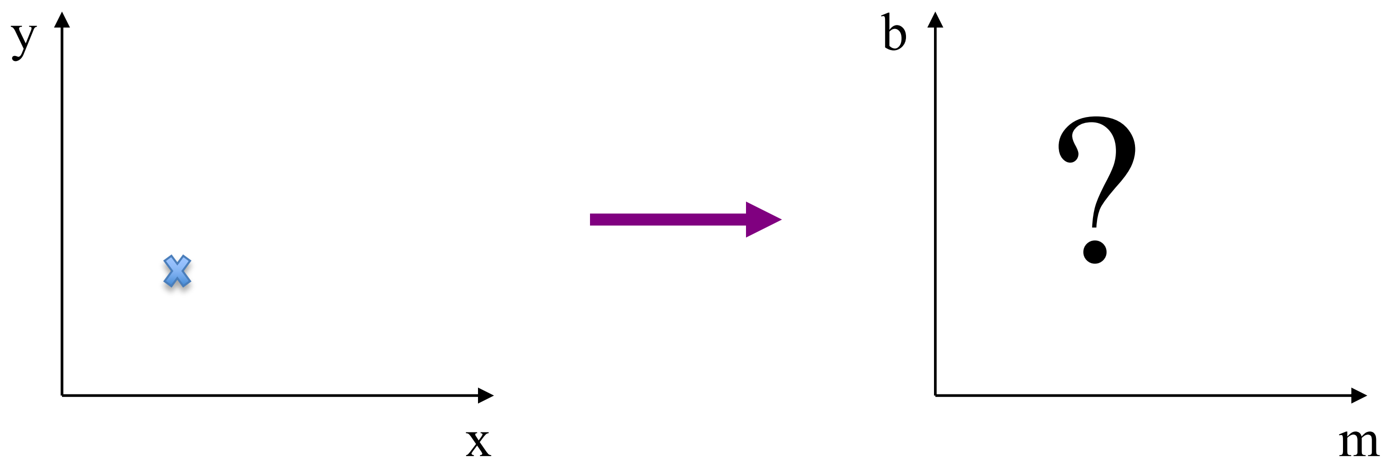
d_3: m=2, b = 0 -> (2,0)

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Se dă un punct (x_0,y_0) în spațiul imaginii. Ce îi corespunde în spațiul Hough?



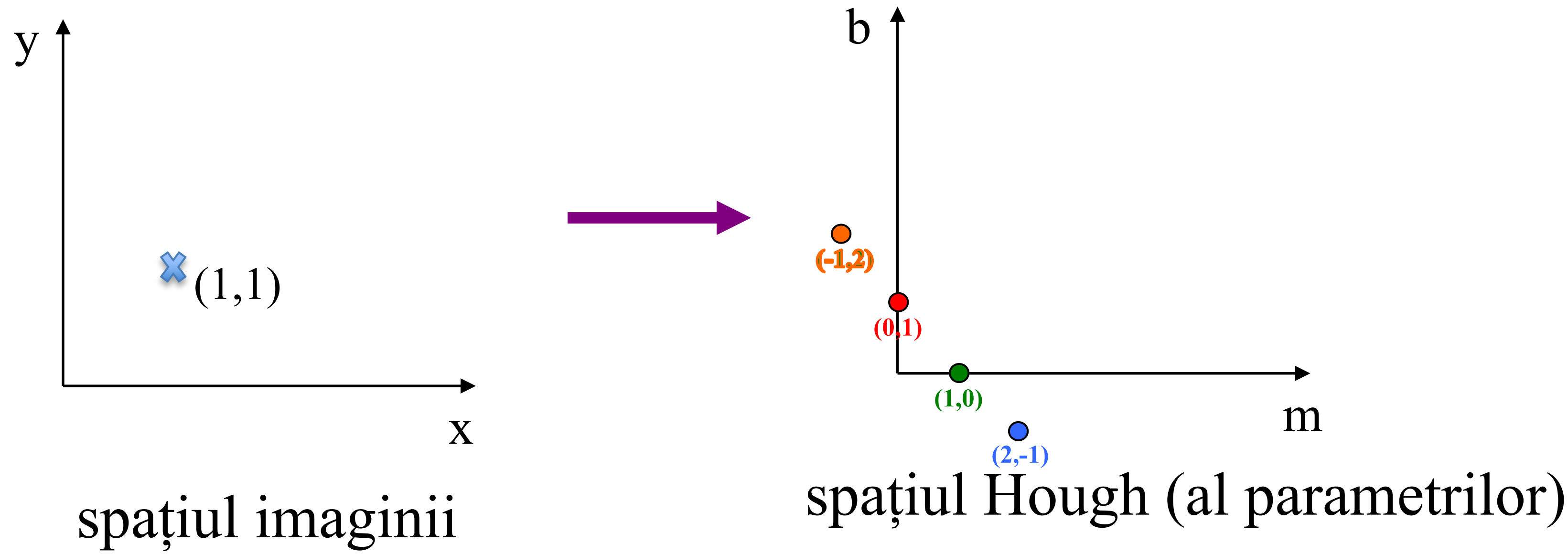
spațiul imaginii

spațiul Hough (al parametrilor)

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Se dă un punct (x_0,y_0) în spațiul imaginii. Ce îi corespunde în spațiul Hough?



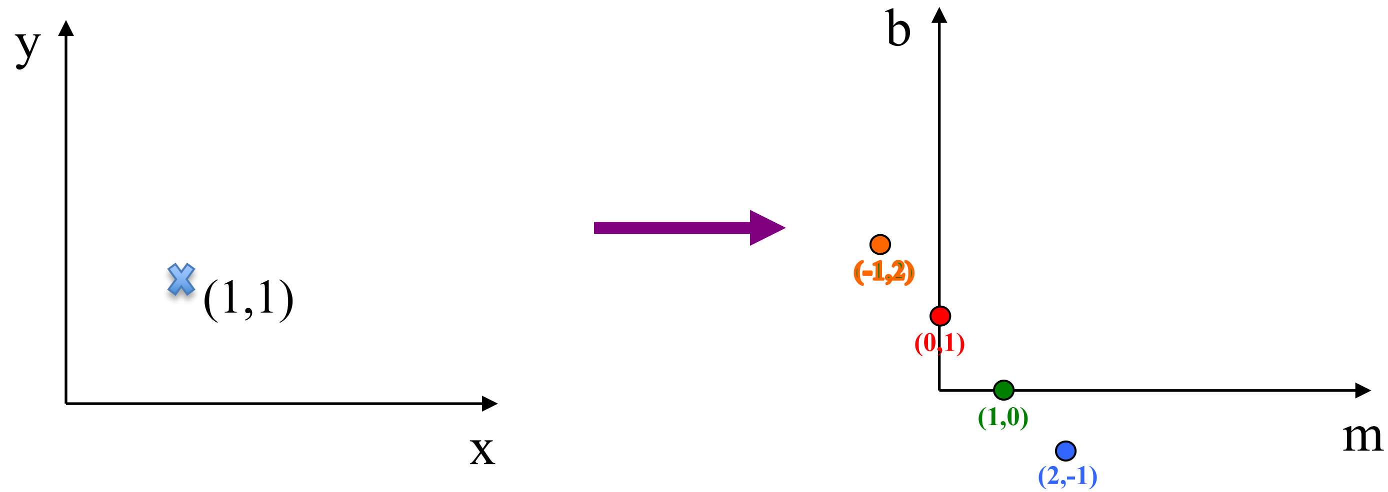
Prin punctul (1,1) trec o infinitate de drepte de forma y = mx+b:

y = x (m=1, b=0); y = 2x-1 (m=2,b=-1), y = 1 (m=0, b = 1), y = -x + 2 (m=-1, b =2),

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Un punct (x_0,y_0) în spațiul imaginii corespunde unei drepte în spațiul Hough.



spațiul imaginii

spațiul Hough (al parametrilor)

Prin punctul (1,1) trec o infinitate de drepte de forma y = mx+b:

y = x (m=1, b=0); y = 2x-1 (m=2,b=-1), y = 1 (m=0, b = -1), y = -x + 2 (m=-1, b =2),

Toate cele 4 puncte (1,0), (2,-1), (0,-1), (-1,2) stau pe dreapta b = -m+1

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Un punct (x_0,y_0) în spațiul imaginii corespunde unei drepte în spațiul Hough.

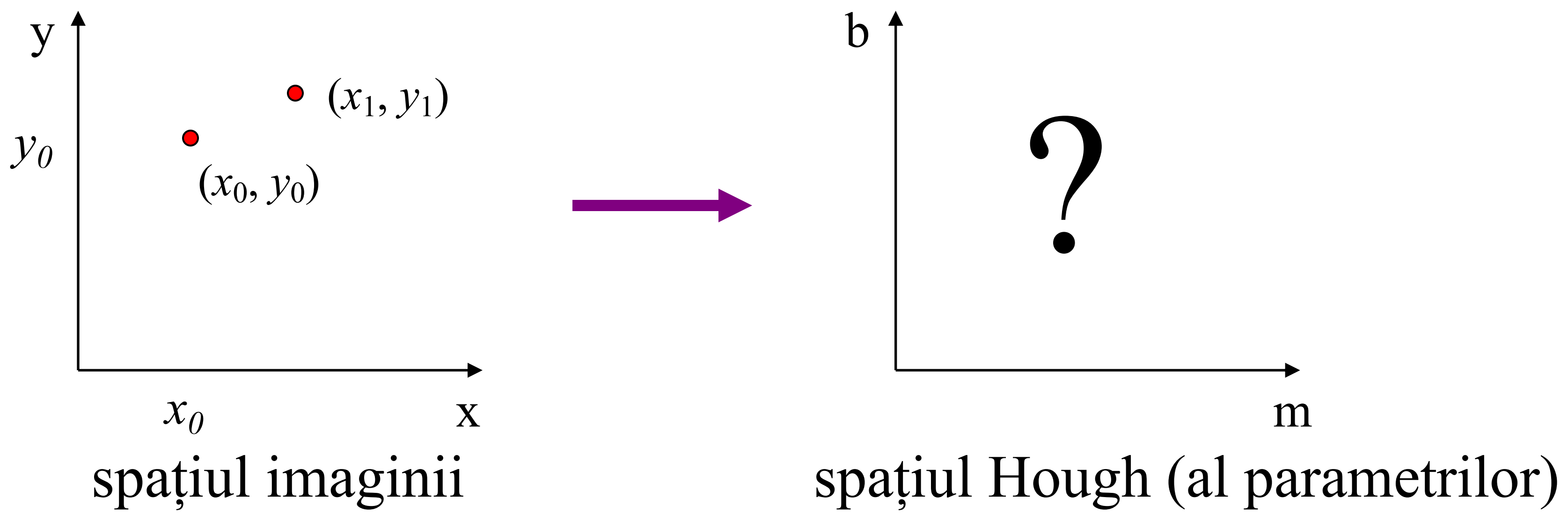
Ecuația unei drepte în planul imaginii: $y = m * x + b$,

Dreptele care trec prin punctul (x_0,y_0) pot avea orice pantă m și orice deplasare b cu condiția ca $y_0 = m * x_0 + b$.

$y_0 = m * x_0 + b \Leftrightarrow b = -x_0 * m + y_0$ (dreapta cu panta $-x_0$ și deplasare y_0)

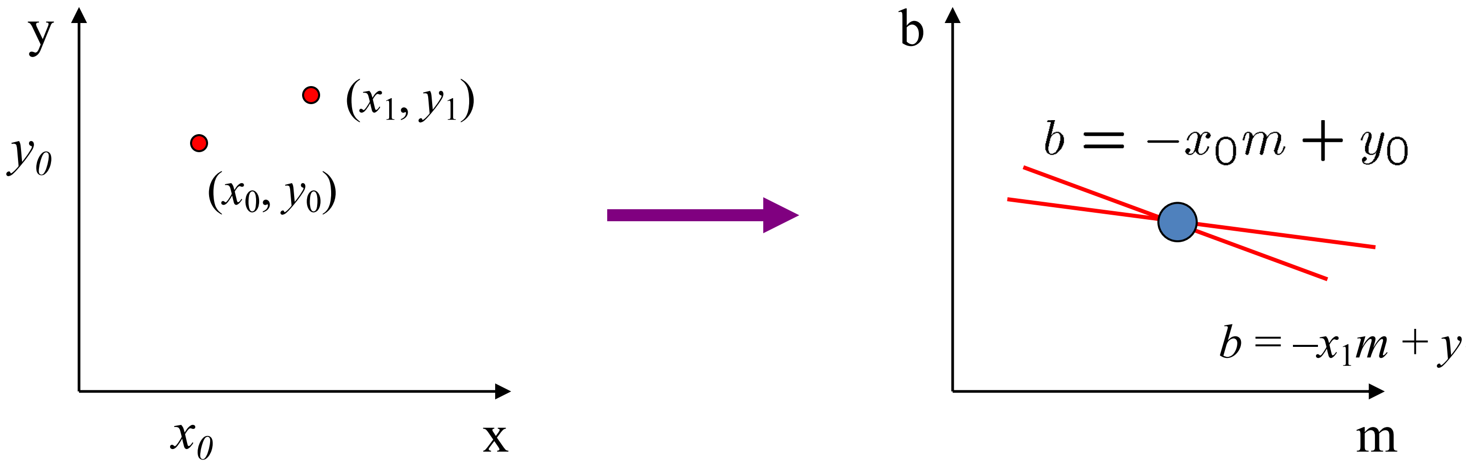
$(x_0,y_0) = (1,1) \Rightarrow b = -m+1$

Găsirea liniilor într-o imagine folosing spațiul Hough



Care sunt parametri liniei care conține punctele (x_0, y_0) și (x_1, y_1)?

Găsirea liniilor într-o imagine folosing spațiul Hough



spațiul imaginii

spațiul Hough (al parametrilor)

Care sunt parametri liniei care conține punctele (x_0, y_0) și (x_1, y_1)?

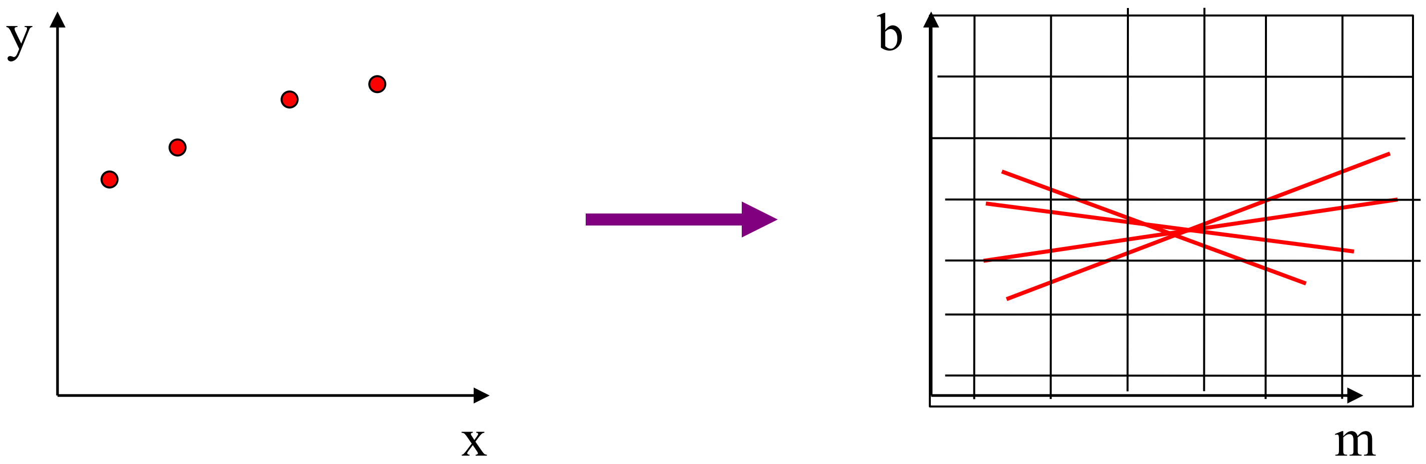
Punctului (x_0,y_0) îi corespunde dreapta de ecuație $b = -x_0m + y_0$

Punctului (x_1,y_1) îi corespunde dreapta de ecuație $b = -x_1m + y_1$

Dreptei d care conține punctele (x_0,y_0), (x_1,y_1) îi corespunde în spațiul Hough un punct. Acest punct se obține ca fiind intersecția dreptelor de ecuație $b = -x_0m + y_0$ și $b = -x_1m + y_1$

Slide adaptat după S. Lazebnik

Găsirea liniilor într-o imagine: algoritmul Hough



spațiul imaginii

spațiul Hough
(al parametrilor)

Cum putem folosi observația anterioară pentru a găsi parametri (m,b) ce definesc linia cea mai probabilă în spațiul imaginii?

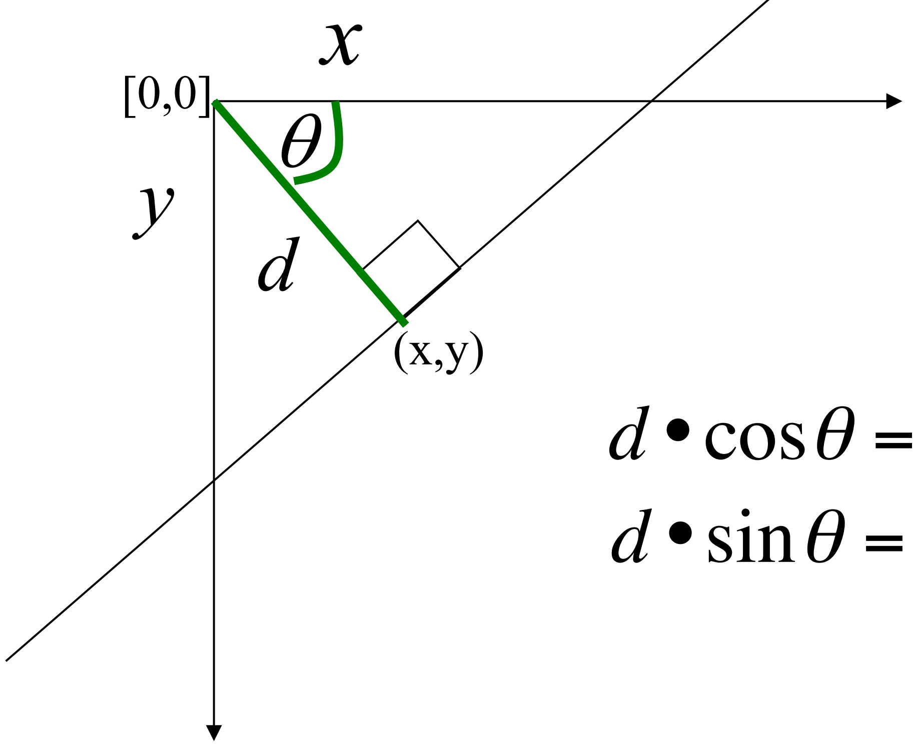
- fiecare punct detectat ca fiind edgel în spațiul imaginii va vota pentru o mulțime de parametri în spațiul Hough

- acumulăm voturi în intervale discrete; parametri cu cel mai mare număr de voturi determină linia din spațul imaginii

Slide adaptat după S. Lazebnik

Reprezentarea în coordonate polare pentru detectarea liniilor

Probleme cu spațiul Hough al parametrilor (m,b): m poate lua o valoare infinită, probleme pentru linii verticale. **Din acest motiv vom folosi o altă parametrizare (coordonate polare):**



d : distanța perpendicularei din origine la linie

θ: unghiul dintre perpendiculară și axa Ox

$$d \bullet \cos\theta = x \qquad d \bullet (\cos\theta)^2 = x \bullet \cos\theta$$

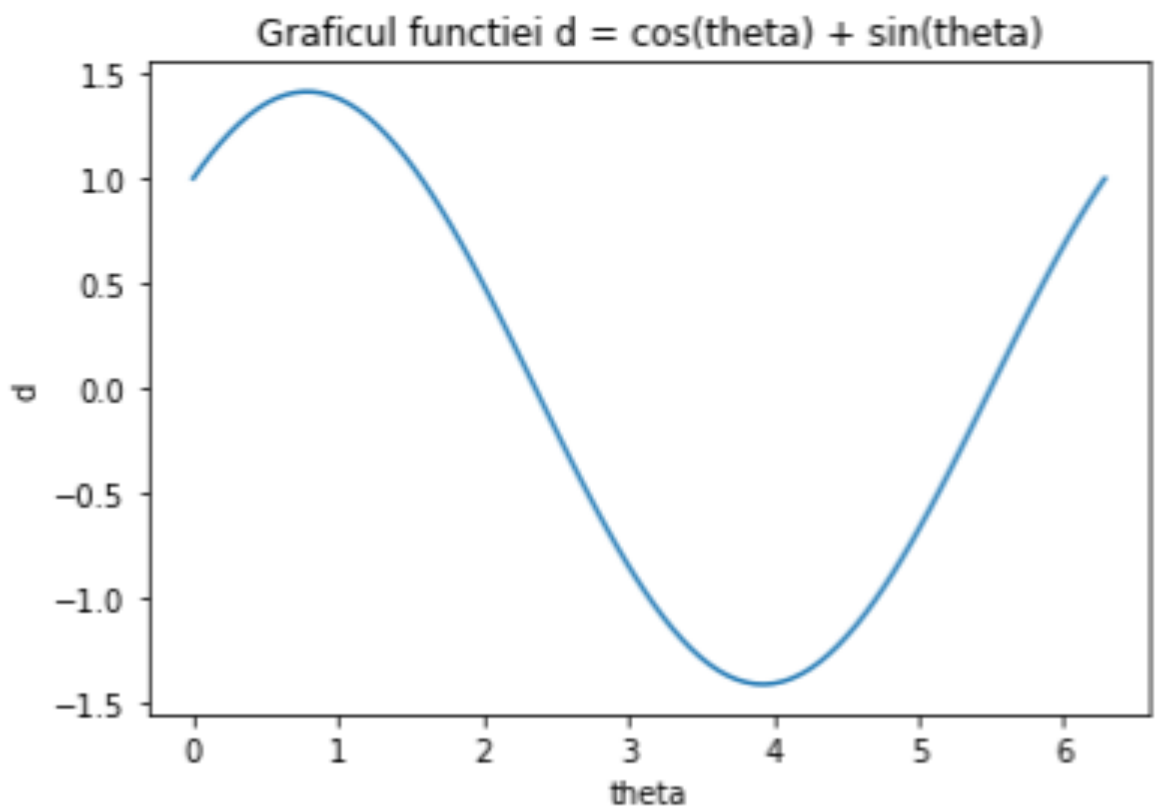
$$d \bullet \sin\theta = y \qquad d \bullet (\sin\theta)^2 = y \bullet \sin\theta$$

$$d = x \bullet \cos\theta + y \bullet \sin\theta$$

Punct în spațiul imaginii→ curbă sinusoidală în spațiul Hough

Slide adaptat după S. Lazebnik

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x, y = 1,1
theta = np.linspace(0,2*np.pi,100)
d = x * np.cos(theta) + y * np.sin(theta)
plt.figure,
plt.plot(theta, d)
plt.xlabel('theta')
plt.ylabel('d')
plt.title('Graficul functiei d = cos(theta) + sin(theta)')
plt.show()
```

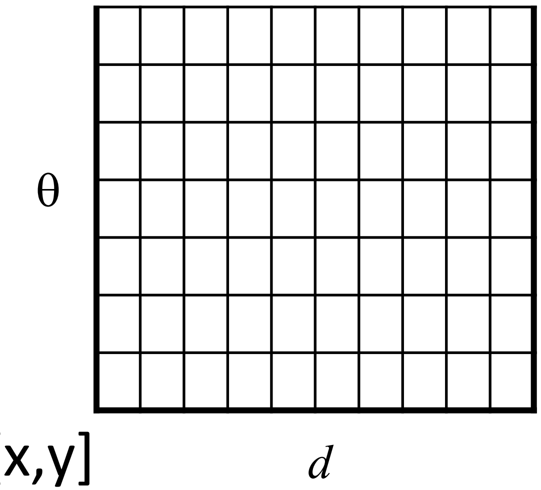


Algoritmul transformatei Hough

- folosește coordonate polare

$$x\cos\theta + y\sin\theta = d$$

H: accumulează voturi



Algoritmul transformatei Hough

1. inițializează H[d, θ]=0
2. pentru fiecare punct edgel din imagine I[x,y]

    pentru θ = 0 to 360 // [0, 2*pi] e împărțit în intervale

    $$d = x\cos\theta + y\sin\theta$$

    H[d, θ] += 1

3. găsește valorile (d, θ) pentru care H[d, θ] este maxim
4. linia detectată în imagine este dată de: $d = x\cos\theta + y\sin\theta$

DEMO:
https://www.aber.ac.uk/~dcswww/Dept/Teaching/CourseNotes/current/CS34110/hough.html

Slide adaptat după S. Lazebnik