Curs 1

1p oficiu

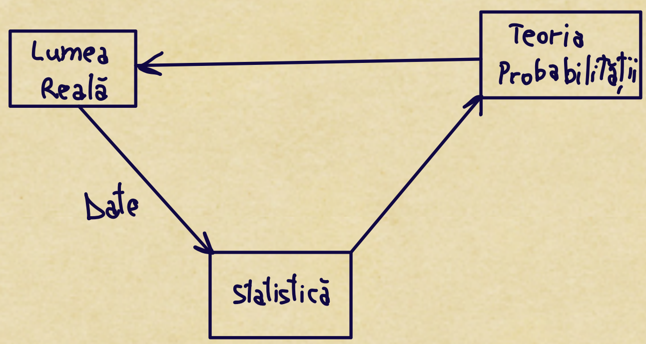
Notarea:
- Laborator / Seminar — 20% (R)
- Proiect (sesiune + prezentare) — 30% (R) → 2-3 persoane
- Examen (scris) — 50% — 3 ore → minim 1 subpunct de (R) → fără materiale

Criterii:

Nota ≥ 5 (50p) & Examen $\geq 2,5$ (25p)

Bonus: Redactarea cursurilor în LateX 1.5p (2 pers)

Utilitate:
- AI
- Machine Learning



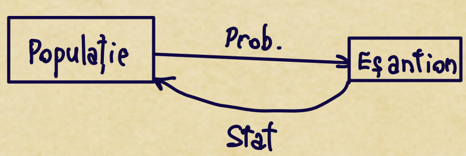
Ex: Urnă cu bile albe și negre. Proporția bilelor albe este $p \in (0,1)$ necunoscută.

Problema de probabilităţi:

$p = 17\%$

extragem 10 bile

Care este prob. ca în cele 10 bile să avem 4 albe?



Problema de statistică:

Am extras 10 bile (cu întoarcere)

Obs 4 sunt albe

Ce pot spune despre p?

Câmp de probabilitate, operații cu evenimente

Experiment aleator = șir de acțiuni care conduc la un resultat necunoscut
(fenomen) înaintea realizării lui

Ω = mulțimea evenimentelor elementare / spațiul stărilor / spațiul probelor

$\Omega = \{H, T\}$ (H → heads, T → tail)

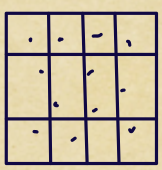
$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\omega \in \Omega$ → eveniment elementar

Ω

a) mutual exclusivitate

b) colectiv exhaustive



Ω

granularitate

Dau cu banul și mă uit la vreme:

1) H și plouă
2) T și plouă
3) H și nu plouă
4) T și nu plouă

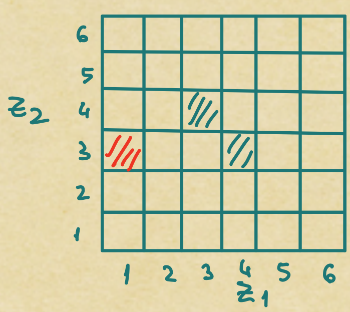
$\Omega = \{H, T\}$ pt că vremea nu influențează experimentul

1) Ex: Arunc cu 3 monede

$\Omega = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \{H, T\}\}$

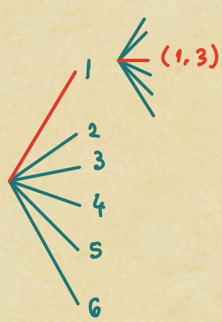
2) Ex: Arunc cu 2 zaruri

$\Omega = \{(x, y) \mid x, y \in \{1, \dots, 6\}$



(3, 4)

(4, 3)



3) $\underbrace{\Omega = [0, T]}_{R_+}$, $T \geq 0$

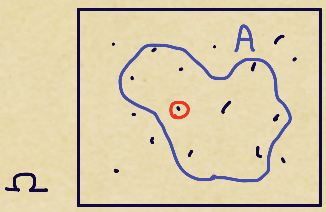
4)

$\Omega = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq R^2\}$

5)

$\Omega = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \begin{matrix} -a \leq x \leq a \\ -b \leq y \leq b \end{matrix} \;\middle|\; a, b > 0 \right\}$

<u>Def</u>: O submulțime $A \in \Omega$ s.n. eveniment. Spunem că evenimentul A se realizează dacă în urma desfășurării experimentului aleator rezultă $\omega \in A$



$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

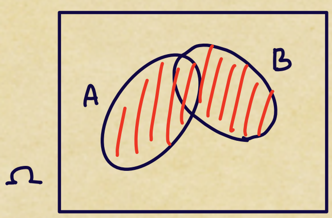
$A = \{4\}$

$A = \{2, 4, 6\}$

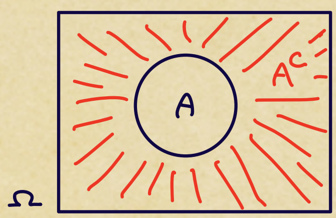
$A = \{2, 3, 5\}$

	Teorema mulțimilor	Teorema probabilităților
Ω	mulțimea Ω	spațiul stărilor / ev. sigur
ω	un element din Ω	evenimentul elementar
ϕ	mulțimea vidă	evenimentul imposibil
A	mulțimea A	evenimentul A
$A^c (C_A, \bar{A})$	compl. lui A în Ω	evenimentul contrar al lui A
$A \cup B$	reuniune	cel puțin unul din ev. A sau B se realizează
$A \cap B$	intersecție	ev. A și ev. B
$A \setminus B$	diferența	A se realizează dar B nu
$A \Delta B$ $(A\setminus B) \cup (B \setminus A)$ $= (A\cup B)\setminus(A\cap B)$	diferența simetrică	sau A sau B se realizează dar nu amândouă

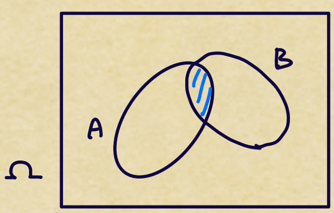
Diagrame Venn



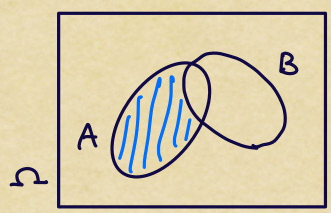
Reuniune



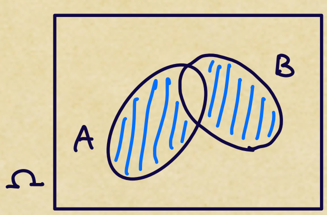
Complementara



intersecție



diferența



diferența simetrică

Def: Mulțimea evenimentelor posibile asociate spațiului stărilor Ω este o submulțime $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ care verifică următoarele proprietăți:

algebră
a) $\Omega \in \mathcal{F}$ $\qquad\qquad \phi \in \mathcal{F}$
b) dacă $A \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c \in \mathcal{F}$
c) dacă $A, B \in \mathcal{F} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{F}$

Ex: Aruncăm cu banul până obținem pt prima oară H

$$\Omega = \{\underset{}{1}, \underset{\substack{\downarrow \\ TH}}{2}, \underset{\substack{\downarrow \\ TTH}}{3}, \dots\} = \mathbb{N}^*$$

A = { am obținut pt prima dată H după un nr par de ori } =

$$= \{2, 4, 6, \dots\} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \{2i\}$$

ω

c') dacă $(A_n)_n \subset \mathcal{F}$ atunci $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$

$\mathcal{F}$ care verifică a) b) și c') s.n. σ-algebră

$\underset{a, b, c'}{(\Omega, \mathcal{F})}$ spațiu probabilizabil (spațiu măsurabil)

exp. aleator $\longrightarrow (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$

Prop: a) Avem $(\Omega, \mathcal{F})$

Ex: 1) $\Omega = \{H, T\}$

$$\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega) = \{\phi, \{H\}, \{T\}, \{H, T\}\}$$

2) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega) \underset{\text{izomorfă}}{\simeq} \{0, 1\}^{|\Omega|}$$

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$A \rightarrow (0, 1, 1, \dots, 0)$