

# Logică Matematică și Computațională – SUBIECTE DE EXAMEN

Claudia MUREȘAN

UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI, FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

c.muresan@yahoo.com, cmuresan@fmi.unibuc.ro, claudia.muresan@unibuc.ro

23 IANUARIE 2022

Fiecare student trebuie să trimită lucrarea sa, într-un singur fișier PDF, semnat cu numele în clar, seria și anul din care face parte, ca răspuns la această temă MS Teams colectivă.

Nu uitați să dați **Turn in** în MS Teams după ce submiteți lucrarea de examen.

**Punctaj:**  $\begin{cases} \text{fiecare punct al Exercițiului 1: } \mathbf{0,5 \text{ puncte}}; \\ \text{Exercițiul 2: } \mathbf{1 \text{ punct}}. \end{cases}$

## Lista de subiecte

În enunțurile următoare, pentru fiecare student,  $ijk$  este tripletul de cifre care precedă numele studentului în lista de la finalul acestui set de subiecte.

**Exercițiul 1.** Fie  $V$  mulțimea variabilelor propoziționale,  $E$  mulțimea enunțurilor, iar  $T$  mulțimea teoremelor formale ale logicii propoziționale clasice.

Fie  $p, q, r \in V$ , două câte două distincte,  $\theta, \zeta \in T$ ,  $\Sigma \subseteq E$ , iar  $\alpha_i, \beta_j, \gamma_k, \varphi \in E$ , astfel încât  $\Sigma \not\vdash \varphi$ , dar  $\Sigma \cup \{p \vee q \vee r\} \vdash \varphi$  și  $\Sigma \cup \{\varphi\} \vdash \alpha_i$ , iar  $\alpha_i, \beta_j, \gamma_k$  sunt definite mai jos:

$$\alpha_0 = [(\theta \rightarrow p) \leftrightarrow (\zeta \rightarrow q)] \leftrightarrow r, \quad \alpha_1 = \neg p \rightarrow [(\theta \wedge \neg q) \rightarrow (\zeta \wedge r)];$$

$$\begin{array}{ll} \beta_0 = \theta \rightarrow [\zeta \rightarrow (p \wedge q)], & \gamma_0 = p \rightarrow (q \wedge r), \\ \beta_1 = (\theta \rightarrow r) \leftrightarrow [\zeta \rightarrow (p \vee q)], & \gamma_1 = (p \vee q) \rightarrow r, \\ \beta_2 = (\zeta \rightarrow p) \rightarrow [\theta \rightarrow (q \vee r)], & \gamma_2 = (p \vee q) \leftrightarrow (q \vee r), \\ \beta_3 = [p \wedge (\theta \rightarrow r)] \rightarrow q, & \gamma_3 = p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r), \\ \beta_4 = [(p \vee (\theta \leftrightarrow q)) \rightarrow r], & \gamma_4 = r \rightarrow (p \leftrightarrow q), \\ \beta_5 = r \leftrightarrow \alpha_0, & \gamma_5 = (p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r), \\ \beta_6 = (r \wedge \alpha_1) \rightarrow \alpha_0, & \gamma_6 = (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r), \\ \beta_7 = (p \wedge q) \rightarrow \alpha_1, & \gamma_7 = (p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge r), \\ \beta_8 = \alpha_0 \leftrightarrow (p \rightarrow \alpha_1), & \gamma_8 = [(p \vee q) \wedge r] \leftrightarrow (p \rightarrow q), \\ \beta_9 = \alpha_0 \leftrightarrow \alpha_1; & \gamma_9 = [(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow (q \vee r). \end{array}$$

- ① Să se demonstreze că:  $\vdash \alpha_i \rightarrow (p \vee q \vee r)$ ,  $\Sigma \vdash \varphi \leftrightarrow \alpha_i$  și  $\Sigma \not\vdash \alpha_i$ .
- ② Să se determine toate submulțimile consistente ale mulțimii  $\{\alpha_i, \beta_j, \gamma_k\}$ .
- ③ Să se determine care dintre enunțurile  $\varepsilon \in \{\alpha_i, \beta_j, \gamma_k\}$  se deduce din mulțimea celorlalte două, adică satisface  $\{\alpha_i, \beta_j, \gamma_k\} \setminus \{\varepsilon\} \vdash \varepsilon$  (nu neapărat există unul și nu neapărat este unic).
- ④ Să se determine care dintre enunțurile  $\delta, \varepsilon \in \{\alpha_i, \beta_j, \gamma_k\}$  (nu neapărat cu  $\delta \neq \varepsilon$ ) satisfac  $\{\alpha_i, \beta_j, \gamma_k\} \setminus \{\delta, \varepsilon\} \vdash \delta \rightarrow \varepsilon$ .

**Exercițiul 2.** Considerăm signatura de ordinul I:  $\tau = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1; 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2; \emptyset)$ , simbolurile de operații unare  $f_0, \dots, f_9$  și simbolurile de relații binare  $R_0, \dots, R_9$ , o mulțime  $A = \{a, b, c\}$  având  $|A| = 3$  și o structură de ordinul I de semnătură  $\tau$  (cu mulțimea suport  $A$  și înzestrată cu următoarele operații unare și relații binare corespunzătoare simbolurilor de mai sus):  $\mathcal{A} = (A, f_0^A, f_1^A, f_2^A, f_3^A, f_4^A, f_5^A, f_6^A, f_7^A, f_8^A, f_9^A, R_0^A, R_1^A, R_2^A, R_3^A, R_4^A, R_5^A, R_6^A, R_7^A, R_8^A, R_9^A)$ , unde, pentru fiecare  $n \in \overline{0, 9}$ ,  $f_n^A : A \rightarrow A$  și  $R_n^A \subseteq A^2$ , definite astfel:

$u$	$a$	$b$	$c$	
$f_0^A(u)$	$c$	$b$	$a$	$R_0^A = \{(a, a), (a, b), (c, b)\}$
$f_1^A(u)$	$b$	$a$	$a$	$R_1^A = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$
$f_2^A(u)$	$c$	$a$	$b$	$R_2^A = \{(a, c), (c, b), (c, c)\}$
$f_3^A(u)$	$a$	$c$	$b$	$R_3^A = \{(a, b), (b, b), (b, c)\}$
$f_4^A(u)$	$b$	$b$	$a$	$R_4^A = \{(a, a), (b, b), (c, a)\}$
$f_5^A(u)$	$c$	$a$	$c$	$R_5^A = \{(a, c), (b, a), (c, c)\}$
$f_6^A(u)$	$c$	$b$	$b$	$R_6^A = \{(a, c), (c, a), (c, b)\}$
$f_7^A(u)$	$b$	$c$	$a$	$R_7^A = \{(a, b), (b, c), (c, c)\}$
$f_8^A(u)$	$b$	$c$	$b$	$R_8^A = \{(a, a), (b, a), (c, a)\}$
$f_9^A(u)$	$a$	$c$	$c$	$R_9^A = \{(a, a), (a, c), (c, b)\}$

precum și două variabile distincte  $v, w \in Var$ .

Să se determine dacă  $\mathcal{A} \models \mathcal{Q}_i v \mathcal{Q}_{1-i} w [(f_j(f_k(v)) = f_k(f_j(w))) \rightarrow R_j(v, f_k(w))]$ , unde:  $\begin{cases} \mathcal{Q}_0 = \forall, \\ \mathcal{Q}_1 = \exists. \end{cases}$

## Numerotarea părților individuale ale subiectelor

Fiecare student care dă acest examen și nu se regăsește în lista de mai jos va proceda în felul următor: va anunța printr-o postare pe canalul General al acestei echipe MS Teams că preia primul subiect nealocat din lista de mai jos; dacă numerele subiectelor alocate sunt  $1, 2, \dots, n$ , atunci următorul subiect preluat va fi  $n + 1$ ; nerespectarea acestei reguli de alocare a propriului subiect individual va duce la anularea lucrării de examen.

### • Grupa 141:

număr subiect, nume student:	număr subiect, nume student:
001. Bicu R.D. Radu-Florian	016. Mihai G.C. Dragos-Vasile
002. Bondoc C. Ana-Maria	017. Mechie V.V. Daria-Elena
003. Constantin F. Ioana-Teodora	018. Moisii A. Lucian
004. Duduman V. Cristian	019. Moraru I. Cristian-Marian
011. Flutur A. Angelica-Costela	020. Nadu D. Toma
006. Filimon C. Ioana-Andreea	021. Olaeriu V. Vlad-Mihai
007. Furdui I. Vlad-Rares	022. Paralescu S.J. Flavia-Patricia
008. Hanghichel G. Razvan-Mihai	023. Podani C. Teodor-Mircea
009. Horceag M. Cristian-Andrei	024. Pomparau C. Renato-Emil
010. Ion B. Melania-Victorita	025. Popescu E.C. Mihaela-Maria
011. Ionescu V. Radu	026. Rada O. Paul
012. Istrate S. Cristian-Alexandru	027. Rus R.V. Alexandru
013. Marin N. Florin-Eduard-Marian	028. Oprea R.I. Mihai-Stefan
014. Monete F. Andreea-Maria	029. Olaeriu V. Vlad-Mihai
015. Mihai C.V. Andrei-Alexandru	030. Oprea V.T. Tudor

• **Grupa 142:**

număr subiect, nume student:	număr subiect, nume student:
031. Andrei B. Alexandru	046. Micu F. Stefan Andrei
032. Colceru V.N. Cosmin	047. Mihailescu I. Teodor
033. Constantin E. Alexandru-Ionut	048. Nistor V. Gheorghe
034. Cristea L. Eduard-Gabriel	049. Oancea I. Elena-Antonia
035. Danescu C.F. Adela-Gabriela	050. Petrescu C. Alexandru-Antonio
036. Dirtu G.S. Ecaterina	051. Pita M.C. Bogdan-Ioan
037. Dumitrache C. Flavian	052. Sandor T.L. Cristian
038. Epure R. Antoanela	053. Sandu I.A. Anastasia
039. Florea A. George	054. Sefcic F.E. Adrian-Ionut
040. Florea V. Ana	055. Sofian S.M. Cosmin-Ionut
041. Grigore C. Mihai-Catalin	056. Stanciu M. Sergiu-Nicolas
042. Harnagea D.A. Andrei-Alexandru	057. Teleaga L. Dragos
043. Hurloi M.G. Selena-Andreea	058. Ungureanu C. Dan-Andrei
044. Ispas M. Jany-Gabriel	059. Vesa C.N. Anna-Mirela
045. Maiercan V.D. Ruxandra	060. Vrinceanu G. Radu-Tudor

• **Grupa 143:**

număr subiect, nume student:	număr subiect, nume student:
061. Al Havez Nabil	076. Merealbe D. Cris-Briana
062. Besliu F. Radu-Stefan	077. Militaru G. Mihai-Alexandru
063. Cazacu D. Cristian-Gabriel	078. Naforita R.C. Adrian-Valentin
064. Chiricuta G. Marina-Anca	079. Nechita R. Maria-Ilinca
065. Cringanu F.D. Denis-Florin	080. Niculita M.A. Cristiana-Teodora
066. Cristea M. Petru-Theodor	081. Panaite N. Danut-Alexandru
067. Crivoi L. Carla	082. Pasare G. Roxana-Francisca
068. Cucos V. Maria-Marianita	083. Paun D. Andreea-Alexandra
069. Dilirici G. MihaiLung L. Alexandra	084. Petre F. Vasile-Eduard
070. Dumitru V.M. Paul-Valentin	085. Stanciu I. Ioan-Carol
071. Florea N. Madalin-Alexandru	086. Tanasa G.M. Florin-Petrisor
072. Gheorghe D. Robert-Mihai	087. Tanase M. Stefan-Lucas
073. Ghetoiu G. Gheorghe-Laurentiu	088. Tillinger T. Marius-Petru
074. Hutan D. Mihai-Alexandru	089. Totolici T. Alexandru-Gabriel
075. Lung L. Alexandra	090. Velciu A. Razvan-Gabriel

• **Grupa 144:**

număr subiect, nume student:	număr subiect, nume student:
091. Aciu F. Malina-Andreea	106. Mocanu I. Radu
092. Aldea S. Alexia	107. Munteanu A. Andre
093. Balescu A.M. Alexandru	108. Muscalu A.C. Diana
094. Boboc D.M. Oana-Cristina	109. Nastase A. Antonio
095. Brustur G. Erwin	110. Nicolae I.L. Constantin-Eduard
096. Bucur N. Denisa-Andreea	111. Oleacu M. Claudiu-Angel
097. Clinciu R.V. Diana-Claudia	112. Paun O. Andrei
098. Coman D. Emilia	113. Petcu R.P. Robert-Adrian
099. Fanica C. Narcis-Alexandru	114. Popa N. Claudiu
100. Gherghel-Butan Ta. Mihnea	110. Popescu Mircea
101. Gheorghe G. Liviu-Ionut	115. Popescu M. Vasile-Alin
102. Gontescu D. Maria-Ruxandra	116. State V.I. Giulia-Antonia
103. Georgescu M. Cosmin-Gabriel	117. Tanase V. Flavian
104. Labus F. Claudiu-Marian	118. Tudor D. Dan-Mihai
111. Micu A. Diana-Roberta	119. Udriste V.C. Mihai-Viorel