Algoritmi avansaţi

Seminar 1 (săpt. 1 şi 2)

1. Fie punctele $A = (1, 2, 3), B = (4, 5, 6) \in \mathbb{R}^3$.

a) Fie $C = (a, 7, 8)$. Arătaţi că există a astfel ca punctele A, B, C să fie coliniare şi pentru a astfel determinat calculaţi raportul $r(A, B, C)$.

b) Determinaţi punctul P astfel ca raportul $r(A, P, B) = 1$.

c) Daţi exemplu de punct Q astfel ca $r(A, B, Q) < 0$ şi $r(A, Q, B) < 0$.

2. Fie punctele $P = (1, -1), Q = (3, 3)$.

a) Calculaţi valoarea determinantului care apare în testul de orientare pentru muchia orientată $\overrightarrow{PQ}$ şi punctul de testare $O = (0, 0)$.

b) Fie $R_\alpha = (\alpha, -\alpha)$, unde $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinaţi valorile lui α pentru care punctul R_α este situat în dreapta muchiei orientate $\overrightarrow{PQ}$.

3. Fie $\mathcal{M} = \{P_1, P_2, \ldots, P_9\}$, unde $P_1 = (-2, 4)$, $P_2 = (-1, 1)$, $P_3 = (0, 1)$, $P_4 = (2, 1)$, $P_5 = (4, 3)$, $P_6 = (5, 5)$, $P_7 = (6, 9)$, $P_8 = (8, 4)$, $P_9 = (10, 6)$. Detaliaţi cum evoluează lista $\mathcal{L}_i$ a vârfurilor care determină marginea inferioară a frontierei acoperirii convexe a lui $\mathcal{M}$, obţinută pe parcursul Graham's scan, varianta Andrew. Justificaţi!

4. Daţi un exemplu de mulţime $\mathcal{M}$ din planul $\mathbb{R}^2$ pentru care, la final, $\mathcal{L}_i$ are 4 elemente, dar, pe parcursul algoritmului, numărul maxim de elemente al lui $\mathcal{L}_i$ este egal cu 6 ($\mathcal{L}_i$ este lista vârfurilor care determină marginea inferioară a frontierei acoperirii convexe a lui $\mathcal{M}$, obţinută pe parcursul Graham's scan, varianta Andrew). Justificaţi!

5. Discutaţi un algoritm bazat pe paradigma *Divide et impera* pentru determinarea acoperirii convexe. Analizaţi complexitatea-timp.