Algoritmi avansaţi

Seminar 2 (săpt. 3 şi 4)

1. *Fie mulţimea* $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \ldots, P_7\}$, *unde* $P_1 = (0,0), P_2 = (1,2)$, $P_3 = (2,1), P_4 = (3,0), P_5 = (5,0), P_6 = (2,-3), P_7 = (5,-2)$. *Indicaţi testele care trebuie făcute pentru a găsi succesorul lui* P_1 *atunci când aplicăm Jarvis' march pentru a determina marginea inferioară a acoperirii convexe a lui* $\mathcal{P}$, *parcursă în sens trigonometric (drept pivot iniţial va fi considerat* P_2*).*

2. *Aplicaţi metoda din demonstraţia teoremei galeriei de artă, indicând o posibilă amplasare a camerelor de supraveghere în cazul poligonului* $P_0P_1P_2\ldots P_{12}$, *unde* $P_0 = (0,-2), P_1 = (5,-6), P_2 = (7,-4), P_3 = (5,-2), P_4 = (5,2), P_5 = (7,4)$, $P_6 = (7,6)$ *iar punctele* $P_7, \ldots, P_{12}$ *sunt respectiv simetricele punctelor* $P_6, \ldots, P_1$ *faţă de axa* Oy.

3. *Fie poligonul* $\mathcal{P} = (P_1P_2P_3P_4P_5P_6)$, *unde* $P_1 = (5,0)$, $P_2 = (3,2)$, $P_3 = (-1,2)$, $P_4 = (-3,0)$, $P_5 = (-1,-2)$, $P_6 = (3,-2)$. *Arătaţi că Teorema Galeriei de Artă poate fi aplicată în două moduri diferite, aşa încât, aplicând metoda din teoremă şi mecanismul de 3-colorare, în prima variantă să fie suficientă o singură cameră, iar în cea de-a doua variantă să fie necesare şi suficiente două camere pentru supravegeherea unei galerii având forma poligonului* $\mathcal{P}$.

4. *Daţi exemplu de poligon cu* 6 *vârfuri care să aibă atât vârfuri convexe, cât şi concave şi toate să fie principale.*

5. *Fie* $\mathcal{M} = \{A_i \mid i = 0, \ldots, 50\} \cup \{B_i \mid i = 0, \ldots, 40\} \cup \{C_i \mid i = 0, \ldots, 30\}$, *dată de punctele* $A_i = (i+10, 0)$, $i = 0, 1, \ldots, 50$, $B_i = (0, i+30)$, $i = 0, 1, \ldots, 40$, $C_i = (-i, -i)$, $i = 0, 1, \ldots, 30$. *Determinaţi numărul de triunghiuri şi numărul de muchii ale unei triangulări a lui* $\mathcal{M}$.

6. *Daţi un exemplu de mulţime din* $\mathbb{R}^2$ *care să admită o triangulare având* 6 *triunghiuri şi* 11 *muchii.*

7. *În* $\mathbb{R}^2$ *fie punctele* $P_1 = (1,7)$, $P_2 = (5,7)$, $P_3 = (7,5)$, $P_4 = (1,3)$, $P_5 = (5,3)$, $P_6 = (\alpha - 1, 5)$, *cu* $\alpha \in \mathbb{R}$. *Discutaţi, în funcţie de* α, *numărul de muchii ale unei triangulări asociate mulţimii* $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}$.

8. *Fie* $\mathcal{G}$ *un graf planar conex,* v *numărul de noduri,* m *numărul de muchii,* f *numărul de feţe. Se presupune că fiecare vârf are gradul* ≥ 3. *Demonstraţi inegalităţile*

$$\begin{aligned} v &\leq \tfrac{2}{3}m, & m &\leq 3v - 6 \\ m &\leq 3f - 6, & f &\leq \tfrac{2}{3}m \\ v &\leq 2f - 4, & f &\leq 2v - 4 \end{aligned}$$

Daţi exemplu de grafuri în care au loc egalităţi în relaţiile de mai sus.