

Analysis 2 S2

Raphael Nambiar

Version: 20. April 2022

Integrieren

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$F(x)$
x^α mit $\alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	x^a mit $a \neq -1$	$\frac{1}{a+1} x^{a+1} + C$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x) + C$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$1 + \tan^2(x)$	$\tan(x) + C$
$\cot(x)$	$-1 - \cot^2(x) = -\frac{1}{\sin^2(x)}$	e^x	$e^x + C$
e^x	e^x	a^x	$\frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x + C$
a^x	$\ln(a) \cdot a^x$	$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$
$\log_a(x)$	$\frac{1}{\ln(a)x}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos(x) + C$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x) + C$
$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$		

Integration durch Substitution

① Substitutionsgleichung für $x : u = g(x)$

② Substitutionsgleichung für $dx :$

$$\frac{du}{dx} = g'(x)_{(Ableitung)} \rightarrow dx = \frac{du}{g'(x)}$$

③ Integralsubstitution: Einsetzen von u und dx aus 1. und 2 in Ursprung

④ Integration von 3.

⑤ Rücksubstitution (nur unbestimmte Integrale)

Beispiel:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} u &= 2x \\ \textcircled{2} dx &= \frac{du}{2} \\ \textcircled{3} \int e^u \cdot \frac{du}{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \int e^u \cdot \frac{1}{2} du = \frac{1}{2} \cdot \int e^u du \rightarrow \frac{1}{2} e^u + C$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} e^u + C \rightarrow \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

Partielle Integration

$$u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) dx$$

Beispiel:

$$\int x \cdot e^x$$

$$\int x \cdot e^x = x \cdot e^x - \int 1 \cdot e^x dx = x \cdot e^x - e^x + C$$

$$u(x) = x; v'(x) = e^x$$

$$u'(x) = 1; v(x) = e^x$$

Integration durch Partialbruchzerlegung

TBD

Differentialgleichungen (DGL)

Begriffe

Ordnung: Ordnung = höchste Ableitung in der DGL

Linearität: Funktion und Ableitung sind linear $\rightarrow x^1$

Separierbare Differentialgleichungen

Eine Differentialgleichung 1. Ordnung heisst separierbar wenn:

$$y' = f(x) \cdot g(x)$$

How To:

$$\textcircled{1} y' = \frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(y)$$

$$\textcircled{2} \text{Trennung der Variablen: } \frac{dy}{g(y)} = f(x) \cdot dx$$

③ Integration auf beiden Seiten der Gleichung (if possible):

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x) dx$$

④ Auflösen nach y (falls möglich!)

Beispiel:

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \end{aligned}$$

$$y' = y^2 = \sin(x)$$

$$\textcircled{1} y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\sin(x)}{y^2}$$

$$\textcircled{2} y^2 \cdot dy = \sin(x) \cdot dx$$

Autonome Differentialgleichungen