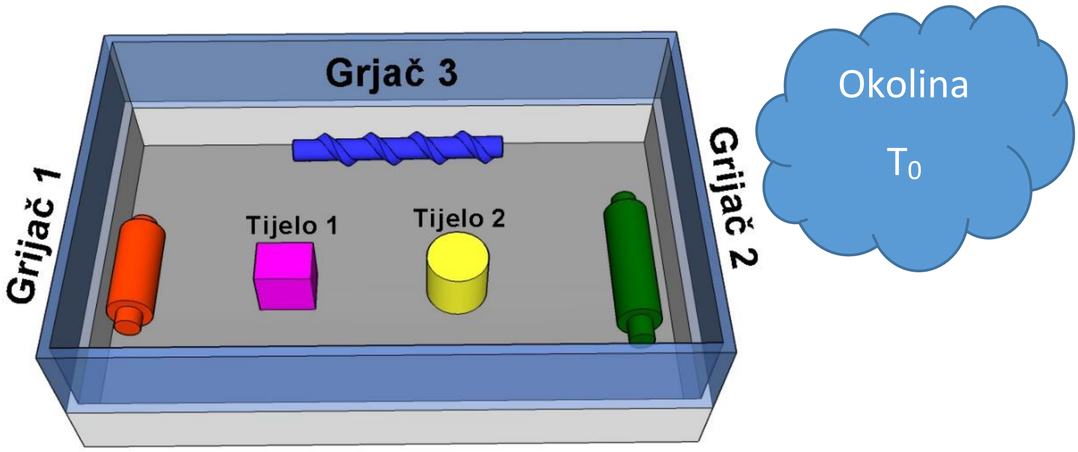
Vježba 5

U ovoj vježbi će se promatrati viševeličinski sustav, koji se sastoji od tri različita izvora toplinske energije (grijača) i dvaju tijela koji se u zatvorenoj prostoriji griju. Izvršiti će se analiza ovakvog sustava, sastaviti matrica interakcije i izvršiti jednostavni koraci sinteze viševeličinskog sustava.



Zadan je toplinski sustav koji se sastoji od dva istaknuta tijela (Tijelo 1- kockica i Tijelo 2 - valjak) smještena u zatvorenoj prostoriji. Tijela dobivaju toplinu iz sva tri grijača kao što je i prikazano na slici.

Toplina se izmjenjuje kroz isti medij, pa je stoga svima zajednički koeficijent prijenosa topline U, ali su različite kontaktne površine između grijača i tijela. Primijetite da je kontakta površina trećeg grijača (spirala?) znatno veća od kontaktne površine prva dva grijača, pa bi prema tome grijač 3 trebao znatno bolje prenositi toplinu na grijana tijela, premda je grijač 3 ugrijan na znatno nižoj temperaturi od druga dva grijača.

***Toplina je energija** koja prelazi sa jednog tijela na drugo, ona je dio unutarnje energije tijela koja prelazi s tijela (sustava) više temperature na tijelo niže temperature.*

***Temperatura je mjera zagrijanosti tijela**, a proporcionalna je unutarnjoj kinetičkoj energiji.*

Toplinski sustav se opisuje diferencijalnom jednadžbom

$$\frac{dH}{dt} = Q_{ul} - Q_{iz}$$

Pri čemu su $\mathbf{Q_{ul}}$ i $\mathbf{Q_{iz}}$ ulazna i izlazna toplinska energija, dok je **H** toplina tijela opisana sa $H = m \cdot c \cdot T$

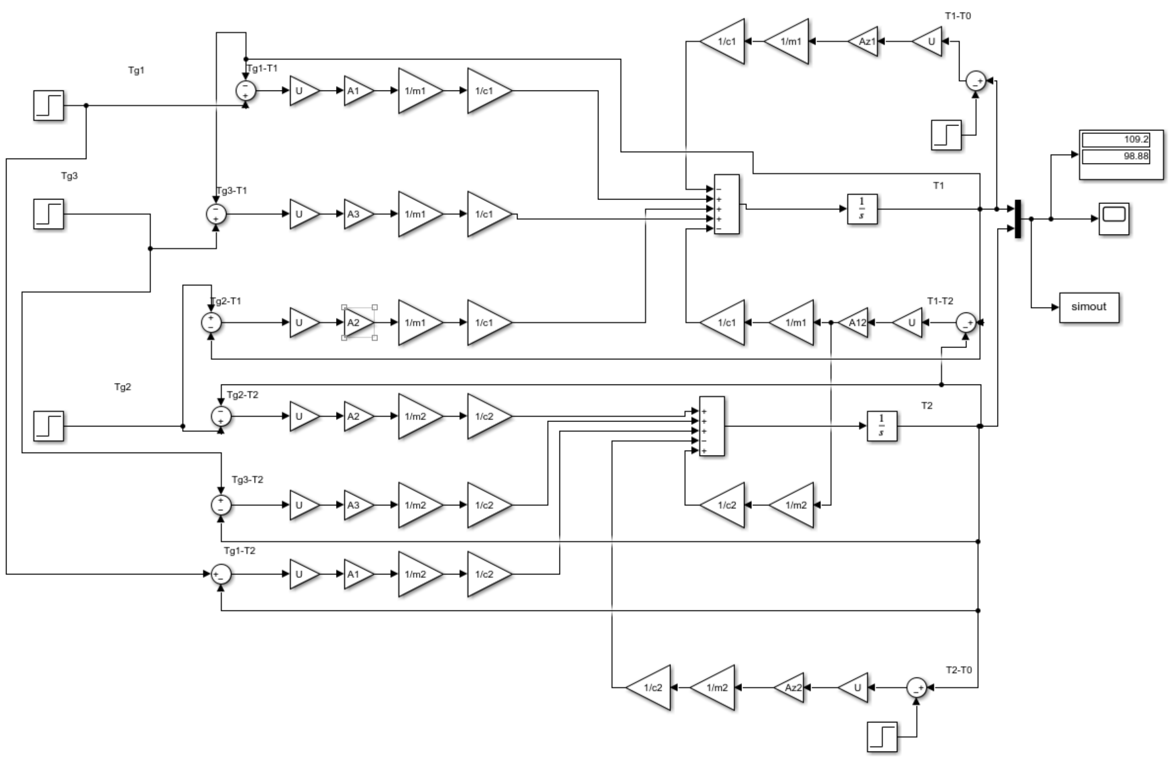
Opis diferencijalnom jednadžbom za prvo tijelo (slično se izvodi i za drugo tijelo) je jednako

$$m_1 \cdot C_1 \cdot \frac{dT_1}{dt} = UA_1\left(T_{g1} - T_1\right) + UA_2\left(T_{g2} - T_1\right) + UA_3\left(T_{g3} - T_1\right) - UA_{12}\left(T_1 - T_2\right) - UA_{z1}\left(T_1 - T_0\right)$$

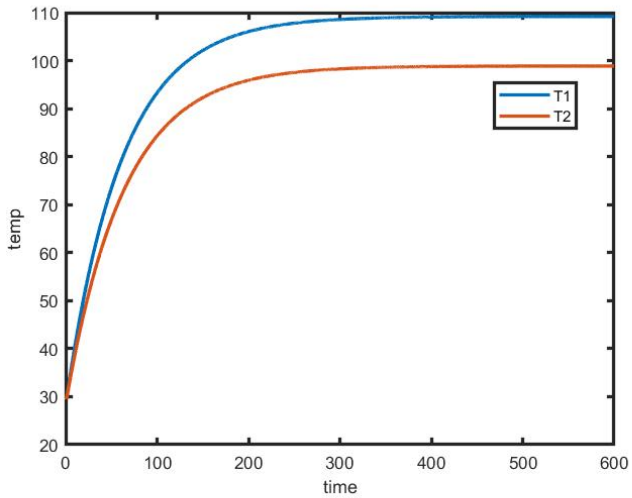
Pri čemu je

- **C_1** specifični toplinski kapacitet tijela
- **T_1** temperatura prvog (promatranog) tijela.
- **T_2** temperatura drugog tijela
- **m_1** masa prvog tijela
- **T_{g1}** temperatura 1. grijača,
- **T_{g1}** temperatura 2. grijača
- **T_{g1}** temperatura grijača
- **U** koeficijent prijenosa topline u mediju
- **A_1** kontaktna površina grijača 1 i tijela
- **A_2** kontaktna površina grijača 2 i tijela
- **A_3** kontaktna površina grijača 3 i tijela
- **A_{12}** kontaktna površina 1. i 2. tijela
- **A_{z2}** kontaktna površina 1 . tijela i okoline (zraka)
- **A_{z2}** kontaktna površina 2. tijela i okoline (zraka)

Simulirati sustav tako da se svim navedeni parametrima može pristupiti u modelu, kao što je prikazano na slici modela:



Toplinski sustavi su poprilično spori, tako da morate dozvoliti dosta vremena sustavu da se stabilizira. Također (radi realnosti) možete u integratore staviti početni uvjet (Initial condition) da bude jednak okolnoj temperaturi T0. Primjer odziva je prikana na slici.



Obratite pozornost na interakciju između dva tijela, tako da se odlučite u kojem će smjeru ići energija (ako energija ipak ide u suprotnom smjeru, predznaci brojeva će se biti negativni, ne mijenjati ništa)

Ako u prvoj diferencijalnoj jednadžbi napišemo

$$-UA_{12}(T - T_1)$$

Što znači da tijelo gubi energiju (prenosi na tijelo 2), u drugoj diferencijalnoj jednadžbi bi se ta energija trebala dodati sa pozitivnim predznakom

$$UA_{12}(T - T_1)$$

Što je i u modelu realizirano da se grana $UA_{12}(T_1\text{-}T_2)$ upotrebljava za prvi i drugi dio modela.

Matrica interakcije

Matrica interakcije sadrži međusobne ovisnosti izlaza i ulaza viševeličinskog sustava u ustaljenim stanjima, odnosno $T = [K] \cdot Tg$ pri čemu se sama matrica sastoji od

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{g1}} & K_{12} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{g2}} & K_{13} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{g3}} \\ K_{21} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{g1}} & K_{22} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{g2}} & K_{23} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{g3}} \end{bmatrix}$$

Zbog jednostavnosti (i manje promjene od originalnog zadatka) **ne tražimo matricu interakcije po ulazu T0 - okolini**, premda bi se i to trebalo izvršiti, tako da bi matrica interakcije trebala biti dimenzija 2 x 4.

Među ostalom, i promjenu temperature grijača bi trebalo promatrati kao sustav 1 reda (koji ima kašnjenje), a ne kao step pobudu.

Dijelovi matrice interakcije opisuju ovisnost pojedinog izlaza o ulazu, tako primjerice dio K_{21} opisuje ovisnost temperature drugog tijela o temperaturi prvog grijača.

Postupak izračunavanje koeficijenata matrice interakcije je sljedeći:

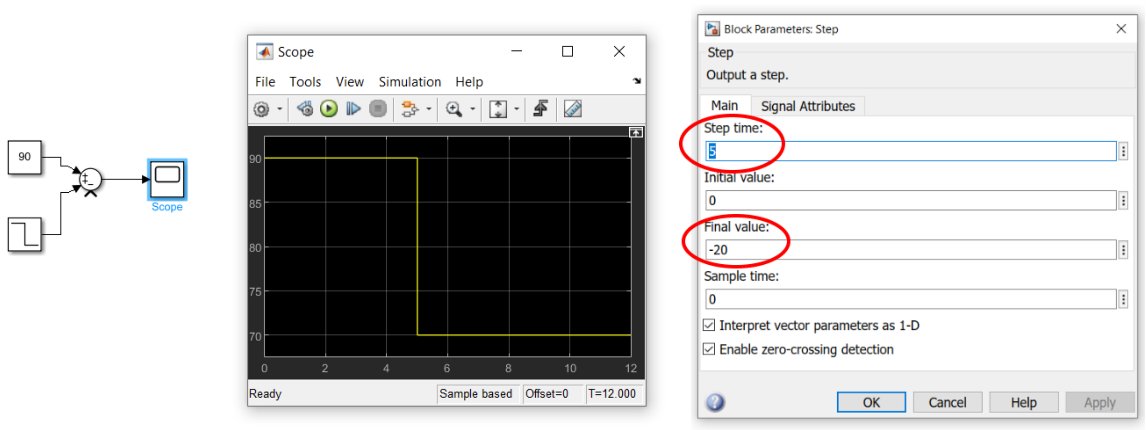
- Izmjeri se vrijednost izlaza (u ustaljenom stanju) za jednu zadanu vrijednost ulaza
- Ulaz se promjeni za 10% (recimo sa 100°C na 90°C) i izmjere nove vrijednosti izlaza
- Koeficijent je jednak omjeru promjene temperature tijela i grijača

Tako za primjerice ako tijelo 1 ima temperaturu prije promjene od 65°C a nakon promjene iznosi 50°C koeficijent se računa na način

$$K11 = \frac{\Delta T1}{\Delta Tg1} = \frac{50-65}{90-100} = \frac{-15}{-10} = 1.5$$

Ustaljena stanja modela možete očitati naredbom simout.Data(end,:), vraća se vektor sa 2 elementa koji odgovara izlazima T1 i T2.

Smanjenje snage (temperature) grijača nakon nekog vremena se postiže na način da se u Simulink-u na **sumator** spoji **step pobuda** sa željenom temperaturom zajedno sa drugom **step pobudom** gdje je **amplituda negativa** (**Final Value**) i zadanim kašnjenjem (**Step time**). Realizacija ovakvog ulaza je prikazana na slici. U ovom slučaju temperatura grijača pada sa 90°na 70°C. Prilagodite step time (kašnjenje step signala) vašem primjeru.



Zadatak je da se odredit koliko se moraju povećati temperatura prva dva grijača, tako da se kompenzira gubitak toplinske energije od trećeg grijača (nakon njegove smanjenje snage).

Za zadani viševeličinski sustav matrica interakcije opisuje odnos promjene pojedinog izlaza (temperature tijela) i promjene temperature grijača, odnosno $\Delta T = [K] \cdot \Delta Tg$

Kako se grijač 3 nakon nekog vremena smanjuje za fiksnih 20 stupnjeva, $\Delta Tg3$ iznosi $\Delta Tg3 = -20$

Temperature tijela se ne bi trebale promijeniti, tako da $\Delta T = \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Ako je matrica interakcije određena mjerenjem (ili simulacijom) i iznosi (za brojeve iz navedenog modela)

$$K = \begin{bmatrix} 0.0614 & 0.2700 & 0.5417 \\ 0.0527 & 0.2340 & 0.4697 \end{bmatrix}$$

Tada se ovisnost promjene izlaza o ulazu može napisati kao

$$\Delta T = [K] \cdot \Delta Tg$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0614 & 0.2700 & 0.5417 \\ 0.0527 & 0.2340 & 0.4697 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Tg_1 \\ \Delta Tg_2 \\ \Delta Tg_3 \end{bmatrix}$$

Rješenje su dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice ΔTg_1 i ΔTg_2

$$0 = 0.0614\Delta Tg_1 + 0.2700\Delta Tg_2 + 0.5417\Delta Tg_3$$
$$0 = 0.0527\Delta Tg_1 + 0.2340\Delta Tg_2 + 0.4697\Delta Tg_3$$

Neka je temperatura grijača Tg3=90°C pala za 20 stupnjeva (-20)

$$-0.5417 \cdot -20 = 0.0614\Delta Tg_1 + 0.2700\Delta Tg_2$$
$$-0.4697 \cdot -20 = 0.0527\Delta Tg_1 + 0.2340\Delta Tg_2$$

odnosno matrično $\begin{bmatrix} 10.8340 \\ 9.3940 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0614 & 0.2700 \\ 0.0527 & 0.2340 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Tg_1 \\ \Delta Tg_2 \end{bmatrix}$

novi K se dobiva iz izraza (prva dva stupca matrice K)

Važna napomena : u vašem primjeru upisati temperaturu za koju se grijač 3 smanjio, ako je pao sa 90°C na 25°C okoline pad temperature je -65°C

$K2 = \begin{bmatrix} 0.0614 & 0.2700 \\ 0.0527 & 0.2340 \end{bmatrix}$ pri čemu se rješenje ΔTg dobiva iz izraza $\Delta Tg = K2^{-1} \cdot T$

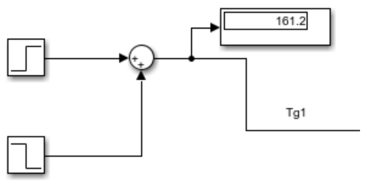
U matlabu se do rješenja dolazi koristeći se kodom:

```
K2=[0.0614  0.2700;  0.0527 0.2340]
T=[10.8340;9.3940]
Tg=K2^-1*T
```

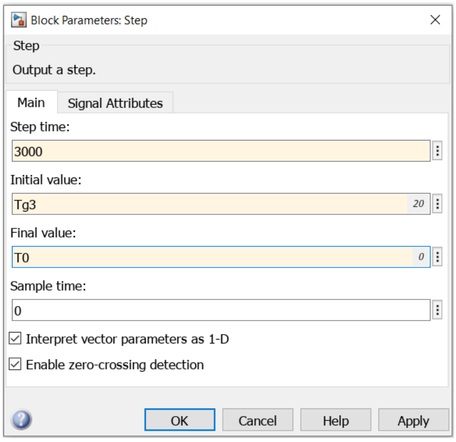
Rješenje je

```
-8.8312
42.1342
```

Odnosno nova temperatura grijača 1 je 170 -8.8312 = **161.1688**, a temperatura grijača 2 je 160 + 42.1342= **202.1342**.



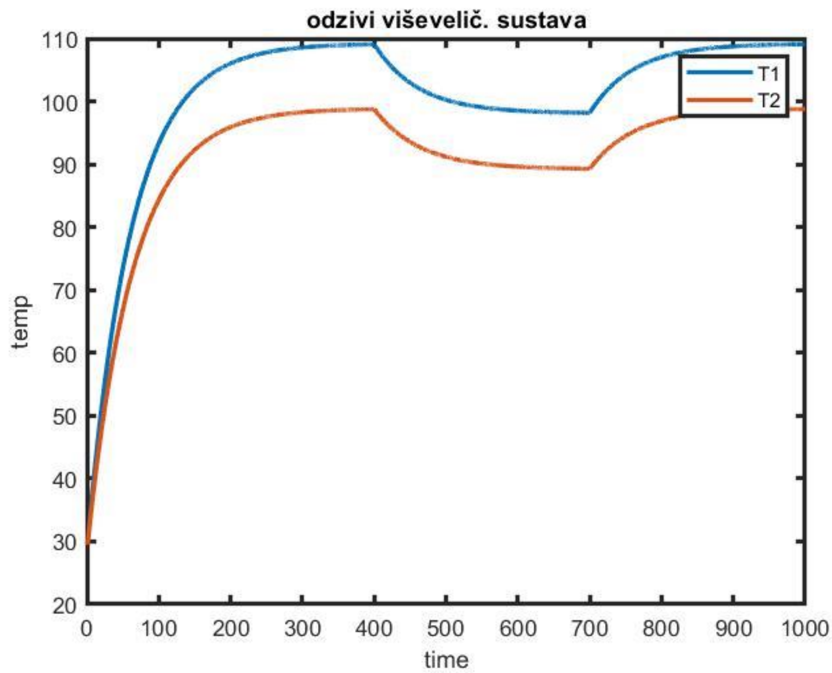
Simulacija ulaza koji mijenja stanje nakon nekog vremena se može ostvariti na 2 načina, dodavanjem više ulaza gdje jedan ima kašnjenje na sumator (slika gore), ili korištenjem samo jedne step pobude bez sumatora, parametri sumatora su na idućoj slici na idućoj slici (promjena slijedi nakon 3000s, temperatura početna je Tg3 a krajnja T0 tj temperatura okoline). Slično ne može napraviti i za Rg1 i Tg2.



Promotrite je li ovo rješenje moguće s obzirom na ograničenja temperature grijača koja su zadana u zadatku, Tg_{1max} i Tg_{2max} . Zbog jako velike kontaktne površine 3. grijača u nekim slučajevima se neće moći nadoknaditi gubitak topline, premda je ugrijanost trećeg grijača znatno manja od druga dva grijača. U ovom primjeru Tg_2 dostiže preko 200°C, ako je ograničenje grijača na 180 °C tada se ova temperatura ne može dostići.

U modelu realizirajte promjene temperature grijača 1 i grijača 2 kada se ustali novo stanje nastalo gašenjem ili smanjenjem snage trećeg grijača.

Primjer takvog odziva je prikazan na slici.



U ovom primjeru je smanjenje snage trećeg grijača ostvareno nakon 400. sekunde, dok je promjena snage prva dva grijača ostvarena nakon 700. sekunde. Primijetite da se ustaljena stanja T1 i T2 vrate na prva ustaljenja stanja ostvarena prije gašenja trećeg grijača. Prilagoditi vremena promjene pobuda vašem primjeru.