Upute za laboratorijske vježbe iz kolegija **Praktikum iz vođenja procesa**

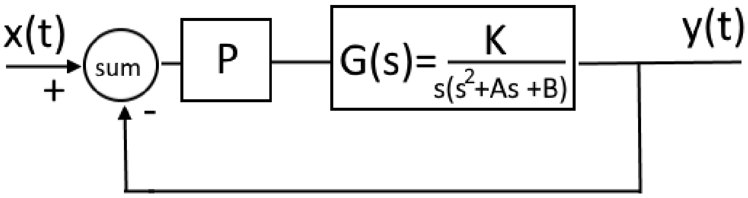
Vježba 8

U ovoj vježbi će se određivati optimalni parametar P regulatora, pri čemu će funkcija cilja, koja će se nastojati minimizirati, IKP (integral kvadrata pogreške) opisana sa

$$\text{IKP}=\int_0^{\infty} e^2(t)dt$$

Sustav je zadan sa prijenosnom funkcijom $G(s)=\dfrac{K}{s(s^2+As+B)}$ i zatvoren je u regulacijsku petlju sa jediničnom povratnom vezom, pri čemu su parametri K, A i B su zadani u zadatku.

Zadatak je simulirati zadani sustav i izvršiti analizu ponašanja sustava. Nakon toga se u sustav (u direktnu granu) ugrađuje P regulator tako da parametri budu optimalni s obzirom na zadanu funkciju cilja.



Optimizacija po IKP

Da bi se izračunao iznos IKP potrebno je poznavati signal pogreške:

$$E(s)=\frac{R(s)}{1+PG(s)}$$

Pri čemu je R(s) ulazna pobuda tipa jedinične pobude $R(s)=\dfrac{1}{s}$ stoga je

$$E(s)=\frac{1}{s(1+P\cdot G(s))}$$

Pogrešku uređujemo na način da je svedemo na (tablični) oblik

$$E(s)=\frac{c_2s^2+c_1s+c_0}{d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0}$$

Odnosno u našem slučaju:

$$E(s)=\frac{s^2+As+B}{s^3+As^2+Bs+PK}$$

Sada treba odrediti koeficijente c_0 c_1 c_2 i d_0 d_1 d_2 d_3

Dobiveni koeficijenti se uvrštavaju u jednadžbu tabličnog IKP-a za zadani E(s) (I_3 kako je pogreška opisana prijenosnom funkcijom 3 reda)

$$I_3=\frac{c_2^2d_0d_1+(c_1^2-2c_0c_2)d_0d_3+c_0^2d_2d_3}{2d_0d_3(-d_0d_3+d_1d_2)}$$

Ekstremi IKP-a (minimum i maksimum) se nalaze tako da se odrede vrijednosti kada parcijalna derivacija izraza za IKP (I_3) daje 0, odnosno

$$\frac{\partial IKP}{\partial P} = 0$$

Najjednostavniji način određivanja ekstrema je korištenjem alata kao što je **Wolfram Alpha** koji je dostupan na poveznici https://www.wolframalpha.com

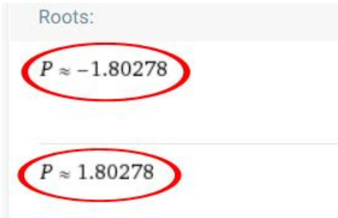
Primjerice, za određivanje ekstrema gdje je IKP zadan sa $IKP = \frac{3.25 + P^2}{6.5P}$, u Wolfram Alpha se unosi sljedeća naredba

diff((3.25+P^2)/(6.5P))

dobiju se rješenja:

ROOTS P=-1.803

P=1.803



Prilagodite vaš unos u wolframalpha izrazu IKP koji ste dobili za vama zadane brojeve.

Routhov kriterij stabilnosti

Jedan od ova dva rješenja je optimalno (minimum IKP-a). U sljedećem koraku treba odrediti područje vrijednosti **P** u kojem je sustav stabilan. To se može najlakše napraviti korištenjem Routhovog kriterija stabilnosti. Sustav je stabilan ako svi elementi prvog stupca Routhovog rasporeda imaju isti predznak. Raspored se piše iz karakteristične jednadžbe **F(s)** (nazivnik prijenosne funkcije W(s))

U našem slučaju prijenosna funkcija sustava W(s) je zadana sa:

$$W(s) = \frac{P \cdot G(s)}{1 + P \cdot G(s)}$$

$$W(s) = \frac{P \cdot G(s)}{1 + P \cdot G(s)} = \frac{\frac{PK}{s^3 + As^2 + Bs}}{1 + \frac{PK}{s^3 + As^2 + Bs}} = \frac{\frac{PK}{s^3 + As^2 + Bs}}{1 + \frac{PK}{s^3 + As^2 + Bs}} = \frac{PK}{s^3 + As^2 + Bs + PK}$$

Tako da je karakteristična funkcija $F(s) = s^3 + As^2 + Bs + PK$

Iz karakteristične jednadžbe formiramo tzv. Routheov raspored (općeniti izgled)

1. Stupac (izdvojimo prvi stupac)

$$
\begin{array}{l|llll}
1. & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots \\
2. & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots \\
3. & A_1 & A_2 & A_3 & \cdots \\
4. & B_1 & B_2 & B_3 & \cdots \\
\vdots & & & & \\
(n+1). & & & &
\end{array}
\qquad
\frac{\begin{pmatrix} donji & gornji \\ lijevi & desni \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} gornji & donji \\ lijevi & desni \end{pmatrix}}{\begin{matrix} donji \\ lijevi \end{matrix}}
$$

Prva dva reda Routhovog rasporeda se pišu direktno iz koeficijenata karakteristične jednadžbe. Ostale članove računamo iz sljedećih izraza:

$$A_1 = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-2} - a_n \cdot a_{n-3}}{a_{n-1}} \qquad B_1 = \frac{A_1 \cdot a_{n-3} - a_{n-1} \cdot A_2}{A_1}$$

$$A_2 = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-4} - a_n \cdot a_{n-5}}{a_{n-1}} \qquad B_2 = \frac{A_1 \cdot a_{n-5} - a_{n-1} \cdot A_3}{A_1}$$

$$A_3 = \frac{a_{n-3} \cdot a_{n-6} - a_{n-2} \cdot a_{n-7}}{a_{n-3}}$$

Sustav je stabilan ako svi elementi prvog stupca Routhovog rasporeda imaju isti predznak.

Za naš slučaj Routhov raspored izgleda ($F(s) = s^3 + As^2 + Bs + PK$), odnosno kada je karakteristična jednadžba 3. reda pišemo:

1.red	a_3	a_1
2.red	a_2	a_0
3.red	A_{11}	

Pri čemu su

$a_3 = 1$ $a_2 = A$ $a_1 = B$ $a_0 = PK$

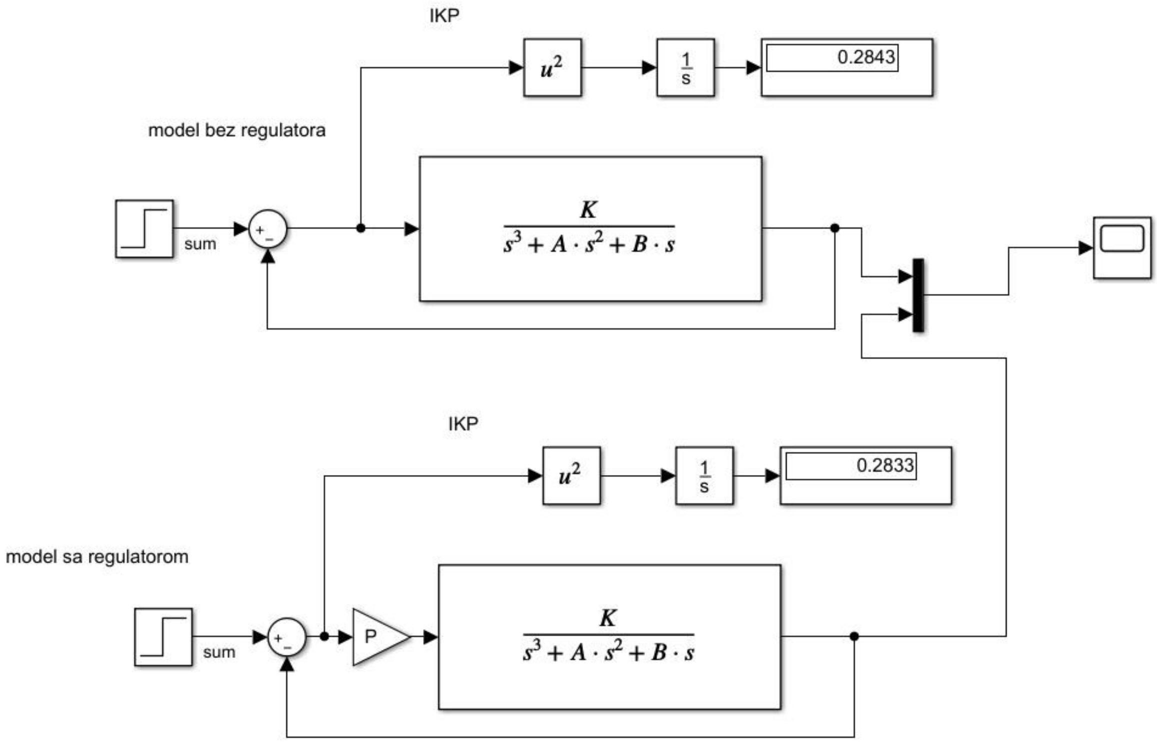
$$A_{11} = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-2} - a_n \cdot a_{n-3}}{a_{n-1}} = \frac{a_2 \cdot a_1 - a_3 \cdot a_0}{a_2}$$

U našem slučaju svi koeficijenti prvog stupca moraju biti veći od 0 (1 i zadani A su već veći od 0), tako da A11 može biti veći od 0 samo ako je **AB-PK>0** odnosno **AB>PK**

Na kraju dobijemo uvjet za P

$$P < \frac{AB}{K}$$

Simulirani sustav u Simulinku izgleda kao na sljedećoj slici



Parametre K P A i B treba upisati u radni prostor (Workspace) Matlab-a kako bi ih Simulink mogao koristiti.

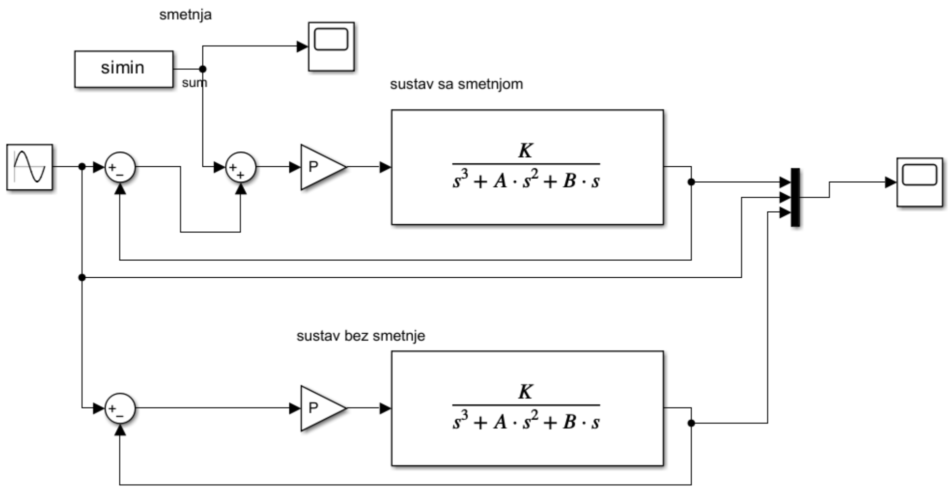
Na samom kraju će se testirati rad simuliranog modela kada se dodaje dodatna smetnja u model.

Sama „realistična“ smetnja je generirana u matlabu kao zbroj sinusnih funkcija i random šuma, kao što je i prikazano u nastavku koda

```
trajanje_simulacije=10; %duzina simulacije u sekundama
korak_simulacije=0.01; %trajanje koraka simulacije
t=0:korak_simulacije:trajanje_simulacije; %vektor vremena
%sinteticki podaci mjerenja, nekakva sinusoida funkcija
%y=1+0.3*sin(t)+0.2*sin(3*t)+0.1*sin(0.5*t)+0.1*cos(20*t)+0.05*rand(1,1001) %
y=0.1*sin(t)+0.07*sin(3*t)+0.04*sin(0.5*t)+0.03*cos(20*t)+0.05*rand(1,1001) %
mjerenje=y' %transponiranje matrice, simin očekuje stupčasti vektor
t=t' % transponiranje matrice, simin očekuje stupčasti vektor
save mjerenje_vj8.mat mjerenje t %čuvanje u -mat datoteku
```

Rezultat izvršavanja ovog koda je datoteka `mjerenje_vj8.mat` koja sadrži vektor vremena `t` i realističnu mjerenu smetnju `mjerenje`

Studenti sa vježbom imaju pripremljenu datoteku `mjerenje_vj8.mat` koja se nalazi na e-learning portalu, treba je staviti u istu mapu sa ostalim kodom iz vježbe. U sljedećem koraku se treba pripremiti model kao što je prikazan na idućoj slici



Gronji model ima dodanu smetnju iz bloka „From Workspace“ dok donji model nema dodatnu smetnju, i identičan je modelu iz prethodnih zadataka. Za testiranje rada ovog sustava će se koristiti sinusna ulazna funkcija (Sine Wave, umjesto step pobude) tako da se može ocijeniti kako oba sustava prate referentni sinusni signal. Prije same simulacije, sljedećim kodom treba pripremiti strukturu simin koja će se u modelu koristiti.

```
%ulazni signal
load mjerenje_vj8.mat
%vektor koji sadrzi zapis mjerenja mjerenje i vremenski vektor t

%definiranje strukture za ulaz
simin.time=t;
simin.signals.values=mjerenje;
```

Struktura simin očekuje u polju .time stupčasti vektor vremena, i u polju .signal.values stupčasti vektor uzoraka. Na idućoj slici (lijevo) je prikazan rezultat simulacije sustava gdje se primjećuju (očekivana) veća odstupanja sustava koji je pod utjecajem smetnji. Primjer šuma je prikazan na slici desno.