ZADAĆA 2 - SPA 2

Zad 3.

$j = h(k) \qquad i = 0$

m potencija broja 2

(4) $h(k,i) = (f(k) + c_1 i + c_2 i^2) \bmod m, \quad i = 0, 1, \dots, m-1$

Pogledamo prvih par vrijednosti:

$h(k,0) = f(k) + 0 \qquad h(k,2) = f(k) + 3$

$h(k,1) = f(k) + 1 \qquad h(k,3) = f(k) + 6$

$\vdots$

Iz ovoga možemo primjetiti sljedeće:

$$h(k,i) = h(k,i-1) + i$$

odnosno

$$h(k,i) = f(k) + \sum_{i=0}^{i} j = f(k) + \frac{i(i+1)}{2} = \underbrace{f(k) + \frac{1}{2} i + \frac{1}{2} i^2}$$

$\Rightarrow \boxed{c_1 = c_2 = \frac{1}{2}}$

(5) Imamo m probiranja, da bi alg. uspio pretražiti sve pozicije u tablici, sve pozicije tijekom probiranja moraju biti različite, možemo pretp. supr., tj. da smo došli na istu poziciju kod dva različita probiranja npr x i y. Tada vrijedi sljedeće:

$$f(k) + \frac{x + x^2}{2} \equiv f(k) + \frac{y + y^2}{2} \bmod m \qquad \boxed{x < y < m}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x + x^2}{2} \equiv \frac{y + y^2}{2} \bmod m$$

$$\Leftrightarrow x + x^2 \equiv y + y^2 \bmod 2m$$

$$\Leftrightarrow (y - x)(y + x - 1) \equiv 0 \bmod 2m$$

Rastavljamo na dva slučaja, kada je $y-x$ paran ili neparan

1° Ako je $y-x$ neparan, onda znamo da je

$$y+x+1 \equiv 0 \mod 2m$$

zbog pretpostavke da je m potencija broja 2

Iz pretp. da je $x < y$

$\Rightarrow x+y+1 \leq 2y < 2m$, iz čega slijedi da $y+x+1$ mora biti jednak 0, obzirom da je u zadatku def da su x i y brojevi od 0 do $m-1$ slijedi ↯

2° Ako je $y-x$ paran, onda je $y+x+1$ neparan, pa slijedi

$$y-x \equiv 0 \mod 2m$$

$\Rightarrow y-x \leq y+x < 2y < 2m$, tj. mora vrijediti $\boxed{y-x=0}$, a to nas dovodi do kontradikcije jer smo na početku pretp. da vrijedi nejednakost $x < y$. ↯

Zaključak je da će alg pretražiti svaku poziciju unutar tablice