

BÀI TẬP 3 – LOGIC VỊ TỪ  
LOGIC TOÁN  
KÌ 1 2016-2017, HỆ ĐÀO TẠO TỪ XA  
---oOo---

**Sinh viên: Nguyễn Duy Hiếu**

**Câu 1:** Với miền phát biểu là tập các số nguyên, cho các vị từ với diễn giải:

$$P(x): x + 9 > 3x$$

$$Q(x): x^2 \leq 30$$

**a)  $P(4)$**

$$P(4) \equiv 4 + 9 > 3 \cdot 4 \equiv 13 > 12 \text{ (đúng)}$$

Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $P(4)$  là 1

**b)  $P(6) \vee Q(6)$**

$$P(6) \equiv 6 + 9 > 3 \cdot 6 \equiv 15 > 18 \text{ (sai)}$$

(1) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $P(6)$  là 0

$$Q(6) \equiv 6^2 \leq 30 \equiv 36 \leq 30 \text{ (sai)}$$

(2) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $Q(6)$  là 0

Từ (1) và (2) suy ra chân trị của câu logic vị từ  $P(6) \vee Q(6)$  là 0

**c)  $\exists x, P(x)$**

Chọn  $x = 0$

$$P(0) \equiv 0 + 9 > 3 \cdot 0 \equiv 9 > 0 \text{ (đúng)}$$

Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $\exists x, P(x)$  là 1

**d)  $\forall x, \neg Q(x)$**

Chọn  $x = 1$

$$Q(1) \equiv 1^2 \leq 30 \equiv 1 \leq 30 \text{ (đúng)}$$

Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $Q(1)$  là 1

Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $\neg Q(1)$  là 0

Từ phản ví dụ trên, suy ra chân trị của câu logic vị từ  $\forall x, \neg Q(x)$  là 0

**e)  $\exists x, P(x) \wedge Q(x)$**

Chọn  $x = 0$

$$P(0) \equiv 0 + 9 > 3 \cdot 0 \equiv 9 > 0 \text{ (đúng)}$$

(1) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $P(0)$  là 1

$$Q(0) \equiv 0^2 \leq 30 \equiv 0 \leq 30 \text{ (đúng)}$$

(2) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $Q(0)$  là 1

Từ (1) và (2) suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $\exists x, P(x) \wedge Q(x)$  là 1

**f)  $\forall x, P(x) \vee Q(x)$**

Chọn  $x = 6$

$$P(6) \equiv 6 + 9 > 3 \cdot 6 \equiv 15 > 18 \text{ (sai)}$$

(1) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $P(6)$  là 0

$$Q(6) \equiv 6^2 \leq 30 \equiv 36 \leq 30 \text{ (sai)}$$

(2) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $Q(6)$  là 0

Từ (1) và (2) suy ra chân trị của câu logic vị từ  $P(6) \vee Q(6)$  là 0

Từ phản ví dụ trên, suy ra chân trị của câu logic vị từ  $\forall x, P(x) \vee Q(x)$  là 0

**g)  $\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$**

Chọn  $x = -6$

$$P(-6) \equiv -6 + 9 > 3 \cdot (-6) \equiv 3 > -18 \text{ (đúng)}$$

(1) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $P(-6)$  là 1

$$Q(-6) \equiv (-6)^2 \leq 30 \equiv 36 \leq 30 \text{ (sai)}$$

(2) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $Q(-6)$  là 0

Từ (1) và (2) suy ra chân trị của câu logic vị từ  $P(-6) \rightarrow Q(-6)$  là 0

Từ phản ví dụ trên, suy ra chân trị của câu logic vị từ  $\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$  là 0

**h)  $\forall x, \neg Q(x) \rightarrow \neg P(x)$**

Chọn  $x = -6$

$$P(-6) \equiv -6 + 9 > 3 \cdot (-6) \equiv 3 > -18 \text{ (đúng)}$$

Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $P(-6)$  là 1

(1) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $\neg P(-6)$  là 0

$$Q(-6) \equiv (-6)^2 \leq 30 \equiv 36 \leq 30 \text{ (sai)}$$

Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $Q(-6)$  là 0

(2) Suy ra, chân trị của câu logic vị từ  $\neg Q(-6)$  là 1

Từ (1) và (2) suy ra chân trị của câu logic vị từ  $\neg Q(-6) \rightarrow \neg P(-6)$  là 0

Từ phản ví dụ trên, suy ra chân trị của câu logic vị từ  $\forall x, \neg Q(x) \rightarrow \neg P(x)$  là 0

**Câu 2:** Với miền phát biểu là tập tất cả các sinh viên trong lớp, cho các vị từ với diễn giải:

$P(x)$  : x biết tiếng Anh.

$Q(x)$  : x biết lập trình C.

**a)  $P(\text{Bình})$**

Nghĩa là: “Bình biết tiếng Anh”

**b)  $P(\text{Chương}) \wedge \neg Q(\text{Chương})$**

Nghĩa là: “Chương biết tiếng Anh nhưng lại không biết lập trình C”

**c)  $\forall x, P(x)$**

Nghĩa là: “Mọi người đều biết tiếng Anh”

**d)  $\forall x, \neg Q(x)$**

Nghĩa là: “Mọi người đều không biết lập trình C”

**e)  $\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$**

Nghĩa là: “Nếu ai biết tiếng Anh thì đều biết lập trình C”

**f)  $\exists x, P(x) \wedge Q(x)$**

Nghĩa là: “Có người vừa biết tiếng Anh, vừa biết lập trình C”

g)  $\forall x, P(x) \wedge Q(x)$

Nghĩa là: “Ai cũng đều biết tiếng Anh lẫn lập trình C”

a)  $\neg(\exists x, \neg P(x) \wedge \neg Q(x))$

Nghĩa là: “Không có chuyện có người vừa không biết tiếng Anh, vừa không biết lập trình C”

Hay biến đổi tương đương thành:

$$\neg(\exists x, \neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv \forall x, \neg(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \equiv \forall x, \neg\neg P(x) \vee \neg\neg Q(x) \equiv \forall x, P(x) \vee Q(x)$$

Nghĩa là: “Ai cũng hoặc là biết tiếng Anh, hoặc là biết lập trình C”

**Câu 3:** Đặt  $S(x)$ : “x là sinh viên”;  $G(x)$ : “x là giáo viên”;  $H(x, y)$ : “x hỏi bài y”. Với miền phát biểu là tập mọi người, hãy viết lại các câu sau bằng logic vị từ, dùng các vị từ đã cho

a) **An hỏi bài Bình**

Câu logic vị từ tương ứng:  $H(\text{An}, \text{Bình})$

b) **An hỏi bài cô Dung**

Câu logic vị từ tương ứng:  $H(\text{An}, \text{Dung}) \wedge G(\text{Dung})$

c) **Có sinh viên hỏi bài cô Dung**

Câu logic vị từ tương ứng:  $\exists x, H(x, \text{Dung}) \wedge G(\text{Dung})$

d) **Tất cả sinh viên đều hỏi bài nhau**

Câu logic vị từ tương ứng:  $\forall x, \forall y, H(x, y)$

e) **Có giáo viên hỏi bài sinh viên**

Câu logic vị từ tương ứng:  $\exists x, \exists y, H(x, y) \wedge G(x)$

f) **Có một số sinh viên chưa bao giờ hỏi bài giáo viên nào cả**

Câu logic vị từ tương ứng:  $\exists x, \exists y, \neg(H(x, y) \wedge G(y))$

**Câu 4:** Đưa ra phủ định của các phát biểu

**a) Có sinh viên trong lớp giải được mọi câu trong bài tập này**

Thiết lập câu logic vị từ ứng với phát biểu trên với miền phát biểu là tập sinh viên trong lớp.

**Đặt:**

$P(x, y)$ : x giải được y câu trong bài tập này

**Câu logic vị từ:**  $\exists x, \forall y, P(x, y)$

**Phủ định:**  $\neg(\exists x, \forall y, P(x, y)) \equiv \forall x, \neg(\forall y, P(x, y)) \equiv \forall x, \exists y, \neg(P(x, y))$

Nghĩa là: “Mọi sinh viên trong lớp đều không giải được câu nào trong bài tập này”

**b) Không có sinh viên nào trong lớp giải được thậm chí một câu trong bài tập này**

Phát biểu lại: “Mọi sinh viên trong lớp đều không giải được câu nào trong bài tập này”

Thiết lập câu logic vị từ ứng với phát biểu trên với miền phát biểu là tập sinh viên trong lớp.

**Đặt:**

$P(x, y)$ : x giải được y câu trong bài tập này

**Câu logic vị từ:**  $\forall x, \exists y, \neg(P(x, y))$

**Phủ định:**  $\neg(\forall x, \exists y, \neg(P(x, y))) \equiv \exists x, \neg(\exists y, \neg(P(x, y)))$

$\equiv \exists x, \forall y, \neg\neg(P(x, y)) \equiv \exists x, \forall y, P(x, y)$

Nghĩa là: “Có sinh viên trong lớp giải được mọi câu trong bài tập này”

**Câu 5:** Dùng logic vị từ kiểm tra suy luận sau là đúng hay sai:

*“An, một sinh viên trong lớp này, biết lập trình JAVA. Ai biết lập trình JAVA đều kiểm được việc có thu nhập cao.”*

*Vậy: có sinh viên trong lớp này kiểm được việc có thu nhập cao.”*

Thiết lập các câu logic vị từ từ phát biểu trên với miền phát biểu là tập tất cả mọi người.

**Đặt:**

$P(x)$ : x là sinh viên lớp này

$Q(x)$ : x biết lập trình JAVA

$R(x)$ : x kiểm được việc có thu nhập cao

**Câu logic vị từ:**

$$P(A_n) \wedge Q(A_n)$$

$$\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$$

-----

$$\exists x, P(x) \wedge Q(x)$$

**Chứng minh**

STT	Câu	Lý do có
1	$P(A_n) \wedge Q(A_n)$	Tiền đề
2	$\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)$	Tiền đề
(*)	$\exists x, P(x) \wedge Q(x)$ (đpcm)	Tổng quát hóa (1)

Như vậy, suy luận trên là đúng.

**Câu 6:** Tìm một mô hình có miền phát biểu gồm ít nhất 5 phần tử cho cơ sở tri thức gồm các câu sau

$$(1) \forall X, g(z, X) = z$$

$$(2) \forall X, P(z, X) \wedge P(X, X)$$

$$(3) \forall XY, g(X, Y) = g(Y, X) \wedge P(g(X, Y), X)$$

**Mô hình của cơ sở tri thức trên là:**

Miền phát biểu: tập các số  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Hằng  $z$ : 0

Tên hàm  $g/2$ : X nhân Y

Vị từ  $P/2$ : X chia hết cho Y

**Vì:**

$$(1) \forall X, 0 \text{ nhân } X = 0. \text{ (đúng)}$$

$$(2) \forall X, (0 \text{ chia hết cho } X) \wedge (X \text{ chia hết cho } X). \text{ (đúng)}$$

$$(3) \forall XY, ((X \text{ nhân } Y) = (Y \text{ nhân } X)) \wedge ((X \text{ nhân } Y) \text{ chia hết cho } X). \text{ (đúng)}$$