BÀI TẬP 1 – LOGIC MỆNH ĐỀ
LOGIC TOÁN
KÌ 1 2016-2017, HỆ ĐÀO TẠO TỪ XA
---oOo---

Sinh viên: Nguyễn Duy Hiếu

Câu 1:

Giả sử các biến mệnh đề P, Q, R, S biểu diễn cho các mệnh đề đơn tương ứng như sau:
P: An làm mọi bài tập được giao
Q: An thi tốt
R: An được điểm cao
S: An qua được môn học

Các logic mệnh đề:

a) Nếu An làm mọi bài tập được giao thì sẽ qua được môn học.

$P \rightarrow S$

b) An không thi tốt nhưng vẫn qua được môn học.

$\neg Q \wedge S$

c) An làm mọi bài tập được giao, thi tốt và được điểm cao.

$(P \wedge Q) \wedge R$

d) An không thi tốt cũng không được điểm cao, tuy nhiên An qua được môn học.

$(\neg Q \wedge \neg R) \wedge S$

e) Thi tốt là chưa đủ để An được điểm cao nhưng đủ để qua được môn học.

$(Q \rightarrow \neg P) \wedge (Q \rightarrow S)$

f) Để qua được môn học, An cần phải làm mọi bài tập được giao; hơn nữa, nếu cũng thi tốt thì An sẽ được điểm cao.

$(P \rightarrow S) \wedge (Q \rightarrow R)$

Câu phủ định của các logic mệnh đề trên:

a) α: $\neg(P \rightarrow S)$

α: $\neg(\neg P \vee S)$

α: $\neg\neg P \wedge \neg S$

α: $P \wedge \neg S$

α: An làm mọi bài tâp được giao nhưng không qua được môn học

b) α: $\neg(\neg Q \wedge S)$

α: $\neg\neg Q \vee \neg S$

α: $Q \vee \neg S$

α: An phải thi tốt hoặc là An sẽ không qua được môn học

c) α: $\neg((P \wedge Q) \wedge R)$

α: $\neg\neg (P \wedge Q) \vee \neg R$

α: $(P \wedge Q) \vee \neg R$

α: An phải làm mọi bài tập được giao và thi tốt, hoặc là An sẽ không được điểm cao

d) α: $\neg((\neg Q \wedge \neg R) \wedge S)$

α: $\neg(\neg Q \wedge \neg R) \vee \neg S$

α: $(\neg\neg Q \vee \neg\neg R) \vee \neg S$

α: $(Q \vee R) \vee \neg S$

α: An phải thi tốt hoặc đạt điểm cao, hoặc là An sẽ không qua được môn học

e) α: $\neg((Q \rightarrow \neg P) \wedge (Q \rightarrow S))$

α: $\neg(Q \rightarrow \neg P) \vee \neg(Q \rightarrow S)$

α: $\neg(\neg Q \vee \neg P) \vee \neg(\neg Q \vee S)$

α: $(\neg\neg Q \wedge \neg\neg P) \vee (\neg\neg Q \wedge \neg S)$

α: $(Q \wedge P) \vee (Q \wedge \neg S)$

α: An sẽ thi tốt và được điểm cao, hoặc An sẽ thi tốt nhưng không qua được môn học

f) α: $\neg((P \rightarrow S) \wedge (Q \rightarrow R))$

α: $\neg(P \rightarrow S) \vee \neg(Q \rightarrow R)$

α: $\neg(\neg P \vee S) \vee \neg(\neg Q \vee R)$

α: $(\neg\neg P \wedge \neg S) \vee (\neg\neg Q \wedge \neg R)$

α: $(P \wedge \neg S) \vee (Q \wedge \neg R)$

α: An làm mọi bài tập được giao nhưng không qua được môn học, hoặc An thi tốt nhưng không được điểm cao

Câu 2:

a) $(P \to Q) \wedge (Q \to P) \equiv P \leftrightarrow Q$

Đặt $\alpha = (P \to Q) \wedge (Q \to P)$ và $\beta = P \leftrightarrow Q$

Sau đó lập bảng chân trị để kiểm tra

P	Q	$P \to Q$	$Q \to P$	α	β
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Dựa vào bảng chân trị, ta thấy α và β có cùng giá trị với mọi phép gán biến, cho nên khẳng định trên là đúng.

b) $(P \to Q) \to R \Leftrightarrow P \to (Q \to R)$

Đặt $\alpha = (P \to Q) \to R$ và $\beta = P \to (Q \to R)$

Sau đó lập bảng chân trị để kiểm tra $\alpha \leftrightarrow \beta$ có phải là hằng đúng hay không

P	Q	R	$P \to Q$	α	$Q \to R$	β	$\alpha \leftrightarrow \beta$
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Dựa vào bảng chân trị, thấy $\alpha \leftrightarrow \beta$ không là hằng đúng cho nên phát biểu trên là sai.

c) $(P \vee Q) \wedge (P \to R) \vee (Q \to R) \to R$ là chân lý

Đặt $\alpha = (P \vee Q) \wedge (P \to R) \vee (Q \to R) \to R$

$\alpha \equiv (((P \vee Q) \wedge (P \to R)) \vee (Q \to R)) \to R$

Đặt $\beta = ((P \vee Q) \wedge (P \to R)) \vee (Q \to R)$

Sau đó lập bảng chân trị để kiểm tra

P	Q	R	$P \vee Q$	$P \to R$	$(P \vee Q) \wedge (P \to R)$	$Q \to R$	β	α
0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Dựa vào bảng chân trị, ta thấy cột α không là hằng đúng cho nên phát biểu trên là sai

a) $(P \to Q \wedge R) \wedge P \wedge \neg R$ là mâu thuẫn

Đặt $\alpha = (P \to Q \wedge R) \wedge P \wedge \neg R$

$\alpha \equiv (P \to (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$

Sau đó lập bảng chân trị để kiểm tra

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \to (Q \wedge R)$	$\neg R$	$P \wedge \neg R$	α
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	0

Dựa vào bảng chân trị, ta thấy cột α toàn 0 cho nên phát biểu trên là đúng

b) $P \vee Q \to P \wedge \neg R$ là thỏa mãn được

Đặt $\alpha = P \vee Q \to P \wedge \neg R$

Sau đó lập bảng chân trị để kiểm tra

P	Q	R	$P \vee Q$	$\neg R$	$P \wedge \neg R$	α
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1

1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0

Dựa vào bảng chân trị, ta thấy có 4 phép gán biến làm cho cột α đúng. Do đó khẳng định trên là đúng

c) $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\} \models (P \rightarrow R)$

Lập bảng chân trị để kiểm tra

P	Q	R	$P \rightarrow Q$ (1)	$Q \rightarrow R$ (2)	$P \rightarrow R$ (*)
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Dựa vào bảng chân trị, ta thấy mọi phép gán biến làm cho cột (1) và cột (2) cùng đúng thì cũng làm cho cột (*) đúng cho lên suy luận trên là đúng

Câu 3:

Đơn giản câu logic mệnh đề sau:

$\alpha \quad = P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \neg Q \wedge P \wedge R \wedge (R \rightarrow Q) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \neg Q \wedge P \wedge R \wedge (\neg R \vee Q) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \neg Q \wedge P \wedge (R \wedge (\neg R \vee Q)) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \neg Q \wedge P \wedge (\text{false} \vee R \wedge Q) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \neg Q \wedge P \wedge (R \wedge Q) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee (\neg Q \wedge P \wedge R \wedge Q) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee (P \wedge R \wedge \text{false}) \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \text{false} \vee \neg Q \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee (\text{false} \vee \neg Q) \rightarrow S$

$\equiv P \wedge Q \wedge (R \vee P \wedge R) \vee \neg Q \rightarrow S$

<u>Câu 4:</u>

a) **Nếu Minh giải được bài toán thứ tư thì em đã nộp bài trước giờ qui định. Mà Minh đã nộp bài trước giờ qui định. Vậy: Minh giải được bài toán thứ tư.**

Thiết lập logic mệnh đề từ phát biểu trên:

P: Minh giải được bài toán thứ tư

Q: Minh đã nộp bài trước giờ qui định

Thiết lập các câu logic mệnh đề từ phát biểu trên:

$P \rightarrow Q$

Q

$\therefore$ P

Biến đổi các câu về dạng chuẩn CNF

- $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

Vậy K = $\{\neg P \vee Q, Q\}$

Phủ định kết luận $\neg P$ và đưa vào K

Chứng minh phản chứng bằng thủ tục Robinson – Davis Putman

Biến hợp giải	Các câu logic	Ghi chú
	$\{\neg P \vee Q, Q, \neg P\}$	

Không hợp giải được nữa nên P không phải là hệ quả logic của K. Do đó suy luận trên là sai.

b) **Nếu An làm mọi bài tập được giao và thi tốt thì An sẽ được điểm cao. Nếu An không qua được môn học thì An không thể được điểm cao. An làm mọi bài tập được giao. An thi tốt. Vậy: An qua được môn học.**

Thiết lập các logic mệnh đề từ phát biểu trên:

P: An làm mọi bài tập được giao

Q: An thi tốt

R: An được điểm cao

S: An quan được môn học

Thiết lập các câu logic mệnh đề từ phát biểu trên:

$(P \land Q) \to R$

$\neg S \to \neg R$

P

Q

$\therefore$ S

Biến đổi các câu về dạng chuẩn CNF

- $(P \land Q) \to R \equiv \neg(P \land Q) \lor R$

  $\equiv \neg P \lor Q \lor R$

- $\neg S \to \neg R \equiv \neg\neg S \lor \neg R$

  $\equiv S \lor \neg R$

Vậy K = $\{\neg P \lor Q \lor R, S \lor \neg R, P, Q\}$

Phủ định kết luận $\neg S$ và đưa vào K

Chứng minh phản chứng bằng thủ tục Robinson – Davis Putman

Biến hợp giải	Các câu logic	Ghi chú
	$\{\neg P \lor Q \lor R, S \lor \neg R, P, Q, \neg S\}$	
P	$\{\underline{\neg P \lor Q \lor R}, S \lor \neg R, \underline{P}, Q, \neg S\}$	
Q	$\{\underline{Q \lor R}, S \lor \neg R, \underline{Q}, \neg S\}$	
R	$\{\underline{R}, \underline{S \lor \neg R}, \neg S\}$	
S	$\{S, \neg S\}$	

Xuất hiện mâu thuẫn $\{S, \neg S\}$ nên S là hệ quả logic của K. Do đó suy luận trên là đúng.

c) Kiểm tra suy luận

$\neg P \vee Q \rightarrow R$

$R \rightarrow S \vee T$

$\neg S \wedge \neg U$

$\neg U \rightarrow \neg T$

$\therefore P$

Biến đổi các câu về dạng chuẩn CNF

- $\neg P \vee Q \rightarrow R \quad \equiv \neg(\neg P \vee Q) \vee R$

  $\equiv (P \wedge \neg Q) \vee R$

  $\equiv (P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$

  Tách thành 2 câu $\{P \vee R, \neg Q \vee R\}$

- $R \rightarrow S \vee T \quad \equiv \neg R \vee S \vee T$

- $\neg S \wedge \neg U$

  Tách thành 2 câu $\{\neg S, \neg U\}$

- $\neg U \rightarrow \neg T \quad \equiv \neg\neg U \vee \neg T$

  $\equiv U \vee \neg T$

Vậy $K = \{P \vee R, \neg Q \vee R, \neg R \vee S \vee T, U \vee \neg T, \neg S, \neg U\}$

Phủ định kết luận $\neg P$ và đưa vào K

Chứng minh phản chứng bằng thủ tục Robinson – Davis Putman

Biến hợp giải	Các câu logic	Ghi chú
	$\{P \vee R, \neg Q \vee R, \neg R \vee S \vee T, U \vee \neg T, \neg S, \neg U, \neg P\}$	
P	$\{\underline{P \vee R}, \neg Q \vee R, \neg R \vee S \vee T, U \vee \neg T, \neg S, \neg U, \underline{\neg P}\}$	
R	$\{\underline{R}, \underline{\neg Q \vee R}, \underline{\neg R \vee S \vee T}, U \vee \neg T, \neg S, \neg U\}$	
S	$\{\underline{S \vee T}, \underline{\neg Q \vee S \vee T}, U \vee \neg T, \underline{\neg S}, \neg U\}$	
T	$\{\underline{T}, \underline{\neg Q \vee T}, \underline{U \vee \neg T}, \neg U\}$	
U	$\{\underline{U}, \underline{\neg Q \vee U}, \underline{\neg U}\}$	

	{¬Q}	

Không hợp giải được nữa nên P không phải là hệ quả logic của K. Do đó suy luận trên là sai